

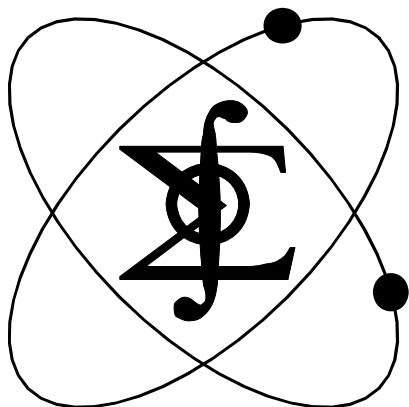
4093

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

**КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.  
ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА.  
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ.  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Часть 1**

Типовой расчет



Рязань 2008

УДК 513.

Комплексные числа. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Часть 1: типовой расчет / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; Сост.: В.В. Гришина, Н.В. Ёлкина, Т.Л. Львова, С.Н. Орлова, Т.И. Дорофеева, С.С. Крыгина, Т.А. Поскрякова, Е.А. Сюсюкалова. – Рязань, 2008. – 56 с.

Содержит задачи по разделам: комплексные числа, линейная алгебра, линейные операторы.

Предназначен для студентов всех специальностей дневного и заочного форм обучения.

*Модуль и аргумент комплексного числа, матрица, определитель, системы алгебраических уравнений, линейные операторы, собственные числа и собственные векторы*

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра высшей математики Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой канд. экон. наук, доц. А.И. Новиков)

Комплексные числа. Векторная алгебра.

Аналитическая геометрия. Линейная алгебра. Часть 1

Составители: Г р и ш и н а Вера Васильевна

Ё л к и н а Наталия Викторовна

Л ь в о в а Татьяна Львовна

О р л о в а Светлана Николаевна

Д о р о ф е е в а Тамара Ивановна

К р ы г и н а Светлана Степановна

П о с к р ы к о в а Тамара Антоновна

С ю с ю к а л о в а Елена Александровна

Редактор Н.А. Орлова

Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать Формат бумаги 60х 84 1/16.

Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,5.

Уч. - изд. л. 3,5. Тираж 300 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

**Задача 1.** Найти частное двух комплексных чисел. Полученное число представить в тригонометрической и показательной формах записи и изобразить на комплексной плоскости.

$$1.1. z = \frac{i}{i+1}.$$

$$1.3. z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$1.5. z = \frac{2i}{i-\sqrt{3}}.$$

$$1.7. z = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}.$$

$$1.9. z = \frac{-1+i}{i}.$$

$$1.11. z = \frac{3-i\sqrt{3}}{5i}.$$

$$1.13. z = \frac{13}{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}.$$

$$1.15. z = \frac{5i}{1-i}.$$

$$1.17. z = \frac{-\sqrt{3}+i}{-\sqrt{3}-i}.$$

$$1.19. z = \frac{3+i}{-2+i}.$$

$$1.21. z = \frac{\sqrt{3}+3i}{-4i}.$$

$$1.23. z = \frac{-5}{\sqrt{11}-i\sqrt{11}}.$$

$$1.2. z = \frac{1-i\sqrt{3}}{i}.$$

$$1.4. z = \frac{6}{1+i}.$$

$$1.6. z = \frac{1-i\sqrt{3}}{3i}.$$

$$1.8. z = \frac{7}{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}.$$

$$1.10. z = \frac{3i}{\sqrt{3}+i}.$$

$$1.12. z = \frac{-\sqrt{5}+i\sqrt{5}}{-6i}.$$

$$1.14. z = \frac{\frac{1}{2}+i}{3+i}.$$

$$1.16. z = \frac{7+i7}{-3i}.$$

$$1.18. z = \frac{11}{-2\sqrt{3}+i2}.$$

$$1.20. z = \frac{2i}{\sqrt{3}i-1}.$$

$$1.22. z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{-1+i\sqrt{3}}.$$

$$1.24. z = \frac{-3-i}{2-i}.$$

$$1.25. z = \frac{-i}{\sqrt{3}i+1}.$$

$$1.27. z = \frac{3}{-\sqrt{13}+i\sqrt{13}}.$$

$$1.29. z = \frac{2\sqrt{2}-i2\sqrt{2}}{3i}.$$

$$1.31. z = \frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{6i}.$$

$$1.26. z = \frac{2\sqrt{3}-i}{5i}.$$

$$1.28. z = \frac{-2i}{\sqrt{3}-i}.$$

$$1.30. z = \frac{4i}{1-i\sqrt{3}}.$$

**Задача 2.** Вычислить двумя способами:

- 1) по формуле Муавра;
- 2) в алгебраической форме.

$$2.1. (-\sqrt{3}+i)^5.$$

$$2.2. \left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4.$$

$$2.3. (-2-i2\sqrt{3})^3.$$

$$2.4. (-1+i\sqrt{3})^6.$$

$$2.5. (\sqrt{5}-i\sqrt{5})^4.$$

$$2.6. \left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5.$$

$$2.7. (-\sqrt{11}+i\sqrt{11})^6.$$

$$2.8. (2\sqrt{3}-2i)^3.$$

$$2.9. (1+i)^7.$$

$$2.10. (1-i\sqrt{3})^5.$$

$$2.11. \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}\right)^4.$$

$$2.12. (-\sqrt{7}+i\sqrt{21})^3.$$

$$2.13. (\sqrt{15}-i\sqrt{5})^6.$$

$$2.14. (-8+8\sqrt{3}i)^5.$$

$$2.15. (\sqrt{2}-i\sqrt{2})^6.$$

$$2.16. (-3+i\sqrt{3})^4.$$

$$\begin{array}{ll}
2.17. \left(\frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{i}{5}\right)^3 & 2.18. (\sqrt{3} - i\sqrt{3})^7. \\
2.19. \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}\right)^4 & 2.20. \left(-\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}\right)^5. \\
2.21. (-\sqrt{6}i - \sqrt{6})^4 & 2.22. \left(-\frac{1}{7} + \frac{i\sqrt{3}}{7}\right)^3. \\
2.23. (-\sqrt{2}i + \sqrt{2})^6 & 2.24. (-5\sqrt{3} - 5i)^4. \\
2.25. (\sqrt{12} + i\sqrt{12})^5 & 2.26. (2 - i2\sqrt{3})^3. \\
2.27. \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{i}{3}\right)^4 & 2.28. (-i + 1)^7. \\
2.29. (-\sqrt{3} + i3)^5 & 2.30. (-\sqrt{5} - \sqrt{5}i)^6. \\
2.31. (-2\sqrt{3} - i2)^4 &
\end{array}$$

**Задача 3.** Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости.

$$\begin{array}{ll}
3.1. \sqrt[3]{8}. & 3.2. \sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}. \\
3.3. \sqrt[4]{-\frac{1}{16}}. & 3.4. \sqrt[3]{\frac{i}{27}}. \\
3.5. \sqrt[4]{-1}. & 3.6. \sqrt[5]{-i}. \\
3.7. \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}. & 3.8. \sqrt[3]{-i \cdot 27}. \\
3.9. \sqrt[4]{2-i2}. & 3.10. \sqrt[3]{-2-i2\sqrt{3}}. \\
3.11. \sqrt[4]{-27}. & 3.12. \sqrt[5]{-32i}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
3.13. \sqrt[4]{-16}. & 3.14. \sqrt[5]{i}. \\
3.15. \sqrt[4]{-\frac{1}{81}}. & 3.16. \sqrt[3]{3-i\sqrt{3}}. \\
3.17. \sqrt[4]{-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}. & 3.18. \sqrt[4]{-81+i81\sqrt{3}}. \\
3.19. \sqrt[4]{-128+i128\sqrt{3}}. & 3.20. \sqrt[4]{8-i8\sqrt{3}}. \\
3.21. \sqrt[5]{-32i}. & 3.22. \sqrt[4]{1}. \\
3.23. \sqrt[3]{-\frac{i}{125}}. & 3.24. \sqrt[4]{-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}. \\
3.25. \sqrt[5]{-32+i32}. & 3.26. \sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}. \\
3.27. \sqrt[5]{-1+i}. & 3.28. \sqrt[5]{4\sqrt{2}-i4\sqrt{2}}. \\
3.29. \sqrt[4]{-\frac{1}{32} + i\frac{\sqrt{3}}{32}}. & 3.30. \sqrt[4]{-128-i128\sqrt{3}}. \\
3.31. \sqrt[4]{\frac{1}{256}}. &
\end{array}$$

**Задача 4.** Решить уравнения, выполнить проверку.

$$\begin{array}{l}
4.1. z^2 + (3i-2)z + 5 - 3i = 0. \\
4.2. z^2 - (2i-5)z + 5 - 5i = 0. \\
4.3. z^2 - (1+3i)z - 1 + \frac{3}{2}i = 0. \\
4.4. z^2 + (3i-2)z + 1 - 3i = 0. \\
4.5. iz^2 + (1+i)z + 4i + \frac{1}{2} = 0. \\
4.6. z^2 + (1-i)z - \frac{1}{2}i + 4 = 0.
\end{array}$$

- 4.7.  $z^2 - (2 + i)z + \frac{3}{4} + i = 0$ .
- 4.8.  $-iz^2 + (2 - i)z + 1 + 3i = 0$ .
- 4.9.  $z^2 + (2i + 1)z + \left(i + \frac{3}{2}\right) = 0$ .
- 4.10.  $z^2 - \left(\frac{1}{2}i - 2\right)z + \left(-\frac{1}{2}i - \frac{1}{16}\right) = 0$ .
- 4.11.  $2iz^2 + (i - 3)z + \left(i - \frac{3}{4}\right) = 0$ .
- 4.12.  $-\frac{1}{4}z^2 + (1 - 3i)z + (6i - 1) = 0$ .
- 4.13.  $z^2 + (6 - i)z + \left(-3i - \frac{1}{4}\right) = 0$ .
- 4.14.  $z^2 - (4i + 1)z + \left(2i - \frac{3}{2}\right) = 0$ .
- 4.15.  $-iz^2 + \left(2i - \frac{1}{2}\right)z + \left(\frac{1}{16}i + \frac{1}{2}\right) = 0$ .
- 4.16.  $\left(-6 + \frac{5}{2}i\right)z^2 + (5i + 1)z + 1 = 0$ .
- 4.17.  $\frac{1}{4}z^2 + (5i - 1)z + (-10i - 23) = 0$ .
- 4.18.  $z^2 + (2 + 3i)z + 3i = 0$ .
- 4.19.  $z^2 + (2i + 1)z + (i - 1) = 0$ .
- 4.20.  $(-i - 1)z^2 + (2i - 1)z + 1 = 0$ .
- 4.21.  $\left(1 + \frac{1}{4}i\right)z^2 + (3i - 1)z - 6 = 0$ .
- 4.22.  $(2 - i)z^2 + (i - 1)z + \frac{1}{2} = 0$ .

- 4.23.  $(2 - 3i)z^2 + (2i - 3)z + 1 = 0$ .
- 4.24.  $z^2 + (2i + 3)z + (1 + 3i) = 0$ .
- 4.25.  $(2i + 1)z^2 + (4i - 3)z - 3 = 0$ .
- 4.26.  $z^2 + (3i + 4)z + (6i + 1) = 0$ .
- 4.27.  $(i - 1)z^2 + (2i - 5)z - 5 = 0$ .
- 4.28.  $(i - 3)z^2 + (2i - 4)z - 1 = 0$ .
- 4.29.  $\frac{5}{2}z^2 + (i - 5)z + (1 - i) = 0$ .
- 4.30.  $z^2 + (i - 2)z + (4 - i) = 0$ .
- 4.31.  $\frac{3}{2}z^2 + (i + 3)z + (i + 2) = 0$ .

**Задача 5.** Изобразить область, заданную следующими соотношениями.

- 5.1.  $|z - 1| \leq 1, |z + 1| > 2$ .
- 5.2.  $|z - 1 - i| \geq 1, 0 \leq \operatorname{Re} z < 2, 0 < \operatorname{Im} z \leq 2$ .
- 5.3.  $|z - 1 - i| < 1, |\arg z| \leq \frac{\pi}{4}$ .
- 5.4.  $|z| \leq 1, \arg(z + i) > \frac{\pi}{4}$ .
- 5.5.  $|z + i| \leq 3, |z - i| > 3$ .
- 5.6.  $|z + i| \geq 1, |z| \leq 2$ .
- 5.7.  $|z + i| < 2, 0 < \operatorname{Re} z \leq 1$ .
- 5.8.  $1 \leq |z - 1| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z < 1$ .
- 5.9.  $1 \leq |z - i| < 2, \operatorname{Re} z \leq 0, \operatorname{Im} z > 1$ .
- 5.10.  $|z| < 2, \operatorname{Re} z \geq 1, \arg z < \frac{\pi}{4}$ .
- 5.11.  $|z| > 1, -1 < \operatorname{Im} z \leq 1, 0 < \operatorname{Re} z \leq 2$ .

$$5.12. |z-1| > 1, -1 \leq \operatorname{Im} z < 0, 0 \leq \operatorname{Re} z < 3.$$

$$5.13. |z+i| < 1, -\frac{3\pi}{4} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}.$$

$$5.14. |z-i| \leq 1, -\frac{\pi}{2} < \arg(z-i) < \frac{\pi}{4}.$$

$$5.15. |z+1| \geq 1, |z+i| < 1.$$

$$5.16. |z+i| \geq 1, |z| \leq 3.$$

$$5.17. |z-1+i| \geq 1, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z \leq -1.$$

$$5.18. |z-1-i| \leq 1, \operatorname{Im} z > 1, \operatorname{Re} z \geq 1.$$

$$5.19. |z-i| \leq 2, \operatorname{Re} z > 1.$$

$$5.20. |z+i| \leq 2, |z-i| > 2.$$

$$5.21. |z-2-i| \leq 2, \operatorname{Re} z \geq 3, \operatorname{Im} z < 1.$$

$$5.22. |\operatorname{Re} z| \leq 1, |\operatorname{Im} z| < 2.$$

$$5.23. |z-2-i| \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z < 3, 0 < \operatorname{Im} z \leq 3.$$

$$5.24. |z-i| < 1, |\arg z| \geq \frac{\pi}{4}.$$

$$5.25. |z-1| < 1, \arg z \leq \frac{\pi}{4}, \arg(z-1) > \frac{\pi}{4}.$$

$$5.26. 1 < z \cdot \bar{z} < 2, \operatorname{Re} z > 0, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1.$$

$$5.27. z \cdot \bar{z} \leq 2, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > -1.$$

$$5.28. z \cdot \bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z > -1.$$

$$5.29. |z| > 2, -2 < \operatorname{Im} z \leq 2, 0 < \operatorname{Re} z \leq 3.$$

$$5.30. |z-3i| \geq 1, 0 < \operatorname{Im} z \leq 3, -1 < \operatorname{Re} z < 1.$$

$$5.31. |z-i| \leq 1, 0 < \arg z < \frac{\pi}{4}.$$

**Задача 6.** Вычисление определителей 3-го порядка:

а) вычислить определитель 2-мя способами:

1) по правилу треугольника;

2) методом разложения по элементам какой-нибудь строки или столбца;

б) решите уравнение, сделайте проверку.

$$6.1. \text{ а) } \begin{vmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} x & x+4 & 1 \\ -2 & x & -2 \\ 2 & x & x+1 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.2. \text{ а) } \begin{vmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} x+7 & 8 & 5 \\ -1 & x & -1 \\ 2x-1 & x & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.3. \text{ а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} x & 15 & 5x \\ 11 & x+1 & 2 \\ 1 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$6.4. \text{ а) } \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} x & -1 & 2-x \\ 1 & x+6 & 3x \\ 2 & 1 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.5. \text{ а) } \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2x+2 & x-3 & x+1 \\ -6 & x+2 & -3 \\ x & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.6. \text{ а) } \begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 2x+1 & x+1 \\ 6 & x+6 & 6 \\ x & 5 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.7. \text{ а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 4 & 7 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 3 & x \\ 2 & x+2 & 2x-3 \\ x+5 & 2-x & x \end{vmatrix} = 0$$

$$6.8. a) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ -2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$6.9. a) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$6.10. a) \begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$6.11. a) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$6.12. a) \begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$6.13. a) \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$6.14. a) \begin{vmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$6.15. a) \begin{vmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} x+3 & 2x+1 & 7 \\ 3 & x+2 & x-1 \\ -1 & 3 & x-5 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x+2 & x+7 & x \\ 4 & x & x-4 \\ 3 & 8 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ x-11 & x-4 & 7 \\ -3 & x-1 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x-3 & -4 & 3 \\ x-4 & x+6 & 5 \\ 1 & 2x+1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x & x+6 & 2x \\ 3 & x & x \\ -2 & 4 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 2x+1 & -3 & x+6 \\ x+4 & x & 9 \\ x & -3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 2x-2 & x-6 & x \\ 6 & 4 & x+4 \\ x-5 & -9 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x+3 & -3 & -4 \\ 3 & x & -3 \\ 2 & 2x+1 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.16. a) \begin{vmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

$$6.17. a) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix}$$

$$6.18. a) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$6.19. a) \begin{vmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$6.20. a) \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$6.21. a) \begin{vmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$6.22. a) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$6.23. a) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 5 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} x & -6 & -2x \\ 3 & x+8 & 2x-1 \\ 5 & 6 & x-5 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x & x & x+2 \\ 7 & x & 9 \\ x+4 & -4 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} -1 & 5 & x \\ 3 & x+1 & 4 \\ x-1 & 10 & 2x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 3 & 3-x & x \\ 2x+8 & x & 9 \\ x+3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 1-x & 5 & 3 \\ 4 & x & 4 \\ 2x+2 & x-2 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x+2 & 2x-3 & -2 \\ 2 & x & x-2 \\ 7 & 10 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x & 10 & 1 \\ x-4 & x+5 & 5 \\ 4 & x+6 & x-3 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} x & 3 & 2x \\ 2 & x-1 & 4 \\ -5 & -2 & x-5 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.24. a) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 2x & x & x+1 \\ x-3 & x & -2 \\ x & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.25. a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 6 & -3 & 4 \\ 8 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} x & 2 & 6 \\ x-3 & -x & 9 \\ 2x+3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

$$6.26. a) \begin{vmatrix} 9 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} x+4 & 1 & 2x-5 \\ 14 & x & x+5 \\ 9 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$6.27. a) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} x & 8 & 6 \\ 2x+5 & x+8 & 1 \\ x & x+2 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$6.28. a) \begin{vmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 4 & x-4 & x \\ x+3 & x+5 & 7 \\ x-3 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.29. a) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} -2 & 1 & 4-x \\ 4 & x & x \\ x & x+3 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.30. a) \begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} 1 & x-1 & x \\ -4 & x & -4 \\ x+4 & 6 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$6.31. a) \begin{vmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$б) \begin{vmatrix} x & 7 & 5 \\ x-4 & x & 4 \\ -x & x-2 & x \end{vmatrix} = 0$$

**Задача 7.** Вычисление определителя 4-го порядка.  
Вычислить определитель 2-мя способами:

1) сведением его к треугольному определителю 4-го порядка;

2) сведением его к одному определителю 2-го порядка.

$$7.1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & -5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.2. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$7.3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & -6 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & -5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$7.4. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 6 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & -3 & 4 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7.5. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & -3 & 5 \\ -2 & 3 & 5 & -4 \\ 2 & 6 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$7.6. \begin{vmatrix} 6 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$7.7. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 5 & 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$7.8. \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 \\ 3 & 5 & -4 & 3 \\ 1 & 7 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$7.9. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.10. \begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 7 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.11. \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$7.13. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 5 & -1 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$7.15. \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ -3 & 5 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$7.17. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & -1 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$7.19. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 8 \\ -1 & 6 & 4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$7.21. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7.12. \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & -2 & 3 & 7 \\ 8 & 1 & -1 & 5 \\ 7 & 3 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$7.14. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 5 \\ 1 & 6 & -9 & -11 \\ 4 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.16. \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$7.18. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 2 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 3 & 8 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$7.20. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 3 & -5 \\ 6 & 9 & 5 & -7 \\ 8 & 9 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$

$$7.22. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ -3 & -4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$7.23. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 & 6 \\ 1 & -9 & -3 & -5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$7.25. \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & 3 \\ 8 & 3 & 2 & 5 \\ 20 & 6 & 1 & 12 \\ 4 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.27. \begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 5 & 3 \\ 9 & 3 & 4 & 18 \end{vmatrix}$$

$$7.29. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$7.31. \begin{vmatrix} 5 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 4 \\ -3 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$7.24. \begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 & 6 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \\ 3 & 8 & 7 & 16 \\ 6 & 6 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$7.26. \begin{vmatrix} 5 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.28. \begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 7 & 2 \end{vmatrix}$$

$$7.30. \begin{vmatrix} 2 & 5 & -8 & 8 \\ 4 & 3 & 9 & 6 \\ 2 & 3 & -5 & 9 \\ 1 & 2 & -7 & 8 \end{vmatrix}$$

**Задача 8.** Операции над матрицами. Найти:

- а) произведение матриц  $A \cdot B$ ,  $B \cdot A$ ;
- б) значение матричного многочлена  $f(A)$ ;
- в) обратную матрицу  $A^{-1}$ .

а)



$$8.1. A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.2. A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \\ 3 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.3. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.4. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ -5 & 7 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -4 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.5. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -6 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.6. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \\ 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -8 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.7. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.8. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.9. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 2 & 4 \\ 7 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.10. A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.11. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \\ -4 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.12. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 5 & -7 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.13. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 0 \\ 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.14. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 4 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$8.15. A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.16. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \\ -6 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & -5 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.17. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 & 0 \\ 7 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & 5 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$8.18. A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 \\ 7 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.19. A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \\ 0 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & 0 \\ 6 & -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$8.20. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \\ -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ -4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.21. A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 2 \\ 7 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & -3 & -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.22. A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & -2 \\ -3 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 6 \\ 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.23. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 4 \\ -3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.24. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.25. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.26. A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 1 \\ 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.27. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -6 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$8.28. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.29. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -3 \\ 6 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -5 \\ -4 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$8.30. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \\ 4 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 3 & 1 \\ 7 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.31. A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 7 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -1 \\ -5 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

б)

$$8.1. f(x) = 2x^2 - 5x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.2. f(x) = 3x^2 + x - 4, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.3. f(x) = x^3 + 2x, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.4. f(x) = 2x^2 - 3x - 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.5. f(x) = x^2 - 3x + 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.6. f(x) = -2x^2 - 3x - 9, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.7. f(x) = 4x^2 + 5x - 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.8. f(x) = -x^2 + 4x - 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.9. f(x) = 5x^2 - x + 7, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.10. f(x) = -x^2 + 8x, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$8.11. f(x) = x^2 - 3x + 5, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$8.12. f(x) = -2x^2 + 3x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$8.13. f(x) = 3x^2 + 4x - 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$8.14. f(x) = -x^2 + 5x + 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.15. f(x) = -4x^2 + 2x - 5, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.16. f(x) = x^2 - 2x + 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.17. f(x) = -2x^2 + 4x - 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.18. f(x) = 2x^2 - x + 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.19. f(x) = 5x^2 - 3x + 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.20. f(x) = -x^2 + 2x - 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.21. f(x) = 4x^2 - 3x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.22. f(x) = -3x^2 - x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$8.23. f(x) = x^2 - x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.24. f(x) = -2x^2 + 2x - 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$8.25. f(x) = 3x^2 - x + 2, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.26. f(x) = -x^2 + 3x - 4, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.27. f(x) = x^2 - 4x + 3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.28. f(x) = -3x^2 + x - 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$8.29. f(x) = x^2 - x + 6, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.30. f(x) = -x^2 + 5x - 1, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.31. f(x) = 3x^2 - 3x + 4, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

в)

$$8.1. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \\ -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8.2. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.3. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 0 \\ -5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8.5. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8.7. A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8.9. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8.11. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8.13. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8.15. A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8.17. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -5 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$8.4. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.6. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.8. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.10. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$8.12. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.14. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.16. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -4 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$8.18. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.19. A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8.21. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8.23. A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8.25. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$8.27. A = \begin{pmatrix} -6 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$8.29. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8.31. A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.20. A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8.22. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$8.24. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8.26. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$8.28. A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -4 & 6 & 2 \\ 8 & -2 & 10 \end{pmatrix}.$$

$$8.30. A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 9.** Используя формулы Крамера, решить системы линейных алгебраических уравнений.

$$9.1. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$9.2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 7, \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

$$9.3. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 6. \end{cases}$$

$$9.5. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -20. \end{cases}$$

$$9.7. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

$$9.9. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 = -10, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -8. \end{cases}$$

$$9.11. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$$

$$9.13. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 18. \end{cases}$$

$$9.15. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 7. \end{cases}$$

$$9.17. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = -4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$9.4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

$$9.6. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12. \end{cases}$$

$$9.8. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$

$$9.10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$9.12. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 - 6x_3 = -9, \\ x_1 + x_2 - 7x_3 = -6, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = -3. \end{cases}$$

$$9.14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 7x_2 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$9.16. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$9.18. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 5. \end{cases}$$

$$9.19. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 9, \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$9.21. \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -2. \end{cases}$$

$$9.23. \begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

$$9.25. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 - 7x_3 = 4. \end{cases}$$

$$9.27. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 - 5x_3 = 7. \end{cases}$$

$$9.29. \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$$

$$9.31. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -3, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$9.20. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 8. \end{cases}$$

$$9.22. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$$

$$9.24. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 4, \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$$

$$9.26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 7x_3 = 18, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 8. \end{cases}$$

$$9.28. \begin{cases} 7x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 - 7x_2 - x_3 = -8. \end{cases}$$

$$9.30. \begin{cases} -x_1 + 7x_2 - x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -4. \end{cases}$$

$$10.1. \text{ а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -9, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 6x_4 = 14, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 9x_4 = -17, \\ 2x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 9x_4 = -16, \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 16x_4 = 21, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 45, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 14x_4 = 44, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 26, \end{cases}$$

$$\text{ в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3, \\ -2x_1 + 5x_3 + 5x_4 = 1, \\ 6x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -4. \end{cases}$$

$$10.2. \text{ а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -16, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 15, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4, \end{cases}$$

$$\text{ б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + 11x_3 - 8x_4 = 16, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 5, \\ 3x_1 + 6x_2 + 15x_3 - 9x_4 = 21, \end{cases}$$

$$\text{ в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 = -2, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 18x_4 = 1. \end{cases}$$

**Задача 10.** Исследовать СЛАУ. Определить совместность систем и найти решение, если система совместна.

$$\begin{aligned}
 10.3. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 5, \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 = 21, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 9, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 12, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 8x_4 = 5, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 22x_4 = 9, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_4 = 0, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 + 8x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases} \\
 10.4. \text{ a)} & \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 6, \\ 4x_1 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 12, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 7x_4 = -4, \\ -2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 - 17x_4 = -8, \\ -4x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 13x_4 = 8, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 6x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10.5. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + x_2 + 8x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 = 12, \\ -3x_1 + 6x_2 + x_3 - 4x_4 = 5, \\ 2x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 = -13, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_4 = -9, \\ 2x_1 + 2x_3 + x_4 = 23, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 21, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ -5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 4, \\ -2x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 3. \end{cases} \\
 10.6. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 13, \\ 8x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 15, \\ -x_1 + 4x_3 + 3x_4 = -5, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = -7, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = 19, \\ 4x_1 + 17x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 25, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ -2x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -6, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 5x_1 - 7x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$10.7. \text{ a) } \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 + x_4 = 3, \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3, \\ 3x_1 - 13x_2 - x_3 + x_4 = -2, \\ -4x_1 + 15x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 6, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 9x_1 - 5x_2 - 7x_3 + 8x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 - 11x_4 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

$$10.8. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ -7x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 10, \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 17, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 7x_4 = 9, \\ -x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 15x_4 = 16, \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 17, \\ 3x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 9x_4 = 33, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ -x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 1, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$10.9. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 10, \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 9, \\ 5x_1 - 6x_2 - 2x_3 - 7x_4 = -10, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 6x_4 = 0, \\ -x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 9x_4 = -2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 10x_3 = 4, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 7, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = -5, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 5, \\ 5x_1 + 6x_2 + x_3 - 6x_4 = -10. \end{cases}$$

$$10.10. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 = -4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 3, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + 8x_4 = -9, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 18x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 8x_4 = -9, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 = -3, \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 10.11. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 = -4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -15, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 6, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases} \\
 10.12. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 = -2, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + 7x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -5, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 = 3, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 7x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 0, \\ 2x_1 - 11x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 2, \\ 7x_1 + x_3 + 3x_4 = 4, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10.13. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 6x_4 = 1, \\ 6x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 6x_4 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 10x_4 = -1, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 11, \\ 3x_1 - 3x_2 - 10x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 + 2x_4 = 1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 6x_4 = 5, \\ 3x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 6. \end{cases} \\
 10.14. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 17, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -4, \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 5x_1 - x_2 - 3x_4 = 5, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 12x_3 - x_4 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 - x_4 = 9, \\ -2x_1 + 5x_2 + 17x_3 + 9x_4 = -1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + 9x_4 = 2, \\ 11x_1 - 3x_2 + 2x_4 = 7, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$10.15. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = -3, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 14, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 7x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 17x_4 = -11, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 17x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 11x_4 = -13, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 17x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 9x_4 = -1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 4. \end{cases}$$

$$10.16. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 15, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = -2, \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -23, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 14x_4 = -5, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 16x_4 = 2. \end{cases}$$

$$10.17. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 14, \\ 3x_1 - 2x_2 + 21x_3 + 4x_4 = -55, \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 47, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 19, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 6x_1 + 4x_2 - 11x_3 + 9x_4 = 11, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1. \end{cases}$$

$$10.18. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 7x_4 = 8, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 17, \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 = -27, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 10x_4 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 9x_4 = 2, \\ 6x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 17x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 1, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 - x_4 = -3, \\ 3x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 9x_4 = 5. \end{cases}$$

$$10.19. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -8, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + x_4 = -12, \\ 3x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -20, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 + 7x_3 + 7x_4 = 3, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 2, \\ 4x_1 - 8x_2 + 8x_3 + 8x_4 = 4, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 1, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 7x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 6, \\ 4x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 5. \end{cases}$$

$$10.20. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = -1, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_4 = -1, \\ 9x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 7x_4 = -3, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = -11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -10, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -3. \end{cases}$$

$$10.21. \text{ a) } \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 22x_3 - 7x_4 = -40, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -17, \\ x_1 - 3x_3 + x_4 = 1, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 4, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 1. \end{cases}$$

$$10.22. \text{ a) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 5, \\ -2x_1 + x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 5, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 1, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 10.23. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 10, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - x_4 = -7, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -1, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 - 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 9, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7. \end{cases} \\
 10.24. \text{ a)} & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 23, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 27, \\ 5x_1 + 8x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 43, \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 12, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 7, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 10, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 6x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10.25. \text{ a)} & \begin{cases} -x_1 + 8x_2 + x_3 + 3x_4 = 30, \\ 8x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 = 50, \\ x_1 + 7x_2 + x_4 = 32, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 = 19, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = -7, \\ 5x_1 - 3x_2 + 11x_3 + 4x_4 = 4, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 5x_2 + 9x_3 - 10x_4 = 2. \end{cases} \\
 10.26. \text{ a)} & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 9, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 15, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 11, \end{cases} \\
 & \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -7, \\ 6x_1 - 4x_2 + 10x_3 + 4x_4 = 1, \end{cases} \\
 & \text{в)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 1, \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4. \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$10.27. \text{ a) } \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -6, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6x_4 = -3, \\ -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 5x_4 = 22, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 16, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 7x_4 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 4, \\ 5x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 3, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = -6, \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

$$10.28. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 8x_4 = 12, \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = -1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 14, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - 5x_4 = 6, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 12x_3 - 3x_4 = 15, \\ 2x_1 - 7x_2 + 21x_3 + 5x_4 = -27, \\ 3x_1 - 2x_2 + 9x_3 + 2x_4 = -12, \\ 7x_1 + 20x_3 + 13x_4 = -1, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6, \\ 9x_1 + 5x_2 + 14x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$10.29. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 = -8, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -5, \\ 6x_1 - x_2 + 4x_3 = -7, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 8x_4 = 3, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 = 4. \end{cases}$$

$$10.30. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = -1, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_4 = -2, \\ 3x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -5, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -3, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 3, \\ -4x_1 + 5x_2 + 7x_3 - 6x_4 = 5, \\ 5x_1 + 2x_2 - 11x_3 + 5x_4 = 2. \end{cases}$$

$$10.31. \text{ а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 15, \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 8, \\ 2x_1 - 8x_2 + x_3 + 4x_4 = 13, \\ 3x_1 - 12x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 21, \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1, \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = -2, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 0. \end{cases}$$

**Задача 11.** Найти общее решение однородной СЛАУ и фундаментальную систему решений.

$$11.1. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.2. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.3. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.4. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.5. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.6. \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 - 8x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.7. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.8. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 0, \\ 5x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 7x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.9. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.10. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.11. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.13. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.14. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.15. \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.16. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 0, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.17. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.18. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 6x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.19. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.20. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.21. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.22. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.23. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.24. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.25. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.26. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.27. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.28. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$11.29. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.30. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 0, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11.31. \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 - 5x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

**Задача 12.** Линейные операторы.

Пусть  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ . Проверить, являются ли следующие операторы линейными, в случае линейности записать матрицу оператора.

$$12.1. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_1 + x_2, 2x_1 - x_2 + 3x_3, x_1 - x_2 + x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_1 + x_2 + 1, x_1 - x_2 + x_3, 2 - x_2 + x_3).$$

$$12.2. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (3 - x_1 + x_3, x_2 - x_3, x_1 + 2x_2 + x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (2x_1 - x_2 + x_3, x_3, -3x_2 - x_3).$$

$$12.3. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (3x_1 - x_2 - x_3, 1, -2x_2 + x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (-x_1 + x_2 - x_3, -2x_2, x_1 - x_3).$$

$$12.4. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (-x_3, 2x_1 - x_2 + x_3, x_2 + 2x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (2, x_1 - x_3, 3x_1 - x_2 + x_3).$$

$$12.5. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_1^2, x_2 - 2x_3, x_1 + x_2 + x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_2 + x_3, 2x_1 - x_2 + x_3, 3x_1 - 2x_3).$$

$$12.6. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_1 - 2x_2, 0, -x_1 + 2x_2 - x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (-2x_1 + x_3, x_1 + 1, 3x_2 - 2x_3).$$

$$12.7. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (-x_1 + x_2, x_2^2, x_1 - x_2 - x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (-3x_3, x_1 + 2x_2, -x_1 + x_2 + x_3).$$

$$12.8. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (2x_1 - x_2 + x_3, x_2, -3x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (2x_2 + 1, x_1 - x_2, x_1 + x_3 - 1).$$

$$12.9. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (2x_1 - x_3, 0, x_2 - 1);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_2 - 2x_3, x_1 - 3x_2 + x_3, x_1 - x_2).$$

$$12.10. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_2 - 2x_3, x_1 + 2x_3, -x_1 + x_2 - x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_2^2, x_1 + 3x_3, -x_2 + x_3).$$

$$12.11. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (-4x_3, x_2 + 3x_3, 4x_1 - x_2 + 2x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_1 + 2x_2, -x_2 + 2, x_1 + x_2 - x_3).$$

$$12.12. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (2x_1, 3, 2x_1 - x_2 + x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_1 - 2x_2 + x_3, x_2 - x_3, x_1 + 2x_3).$$

$$12.13. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (3x_1 - x_2 + 1, x_2 - x_3, x_1 + 2x_2);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (-2x_2 + x_3, -x_2, 2x_1 - x_2 + x_3).$$

$$12.14. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_1 - 2x_2 + x_3, x_2 + x_3, 0);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_1 - x_3, x_2 - x_3 + 1, -x_1).$$

$$12.15. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (x_1 - x_2, 1, 2x_1 + x_2 - x_3);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (2x_2 - x_3, x_1 + x_2, x_1 - x_2 - x_3).$$

$$12.16. \text{ а) } \tilde{A}\bar{x} = (2x_1 + x_2, 0, x_3 + 1);$$

$$\text{б) } \tilde{B}\bar{x} = (x_1 - x_2 + x_3, 2x_1, 2x_2 - x_3).$$



- 12.17. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_2 - 2x_3, -x_1 + x_3, 2x_2 + x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (x_1 - x_2, x_2 + 2, x_3)$ .
- 12.18. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (2x_1 - x_2 + x_3, 3x_3, x_1 + x_2)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (x_1 - x_2 + 1, x_2 - x_3, x_1)$ .
- 12.19. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_1 + x_2 - x_3, 1, x_2 + x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (x_2 - 2x_3, x_1 + 2x_2 - x_3, 2x_1 - 3x_3)$ .
- 12.20. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_2 - x_3, x_2 - 1, x_1 + 2x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (2x_2 + x_3, x_1 - 2x_2, 2x_1 - x_2 + x_3)$ .
- 12.21. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_1 + 2x_2, -2x_2 + x_3, 0)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (2x_2 - x_3, x_1 - 1, x_2 - 3x_3)$ .
- 12.22. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (2x_2 + 2x_3, x_1 + x_2, -2x_2 + x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (1, 2x_1 - x_2, x_3)$ .
- 12.23. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (2x_1 - x_2, x_3 + 2, x_1 - x_2 + x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (3x_3, x_1 - x_2 + x_3, x_2 - 2x_3)$ .
- 12.24. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_2 - x_3, x_1 + x_2 + 1, x_2 - x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (2x_1 - x_2, 3x_2 - x_3, 2x_1 - x_3)$ .
- 12.25. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (2x_1 + 2x_2, 0, -x_1 + 3x_2 + 2x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (x_1 - x_2, 2, 2x_2 - x_3)$ .
- 12.26. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (-x_1 + 3x_2, 2x_1 - x_2 + 2x_3, 3x_2 - x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (2x_1 + 3x_2 + 1, x_1 + 2x_2, x_1 - x_3)$ .
- 12.27. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (3x_1 + x_2, 2x_2 + x_3, x_1 - 1)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (2x_1 - 3x_2 + x_3, 3x_2 - x_3, x_1 + 2x_3)$ .
- 12.28. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (3x_2 + 2x_3, x_1 - x_2, 0)$ ;

- б)  $\tilde{B}\bar{x} = (4x_1 + x_2, x_1 - x_2 + 3, 0)$ .
- 12.29. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (2x_1 + x_3, 1, x_1 + 2x_2)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (4x_1 - 2x_2 + x_3, x_2, x_1 - 3x_3)$ .
- 12.30. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (3x_2 - x_3, x_1, x_1 - 2x_2 + 3x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (x_1 - 1, x_2 + 2x_3, 2x_2 - x_3)$ .
- 12.31. а)  $\tilde{A}\bar{x} = (x_2 - 3x_3, x_2 + 1, x_1 - x_2 - x_3)$ ;  
 б)  $\tilde{B}\bar{x} = (3x_1 - x_2, 2x_1 - x_2 + x_3, x_2 - 3x_3)$ .

**Задача 13.** Линейный оператор в базисе  $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$  задан матрицей  $A$ . Найти матрицу этого оператора в базисе  $(\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3)$ .

$$13.1. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2.$$

$$13.2. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = -2\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.3. A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + 3\bar{e}_2.$$

$$13.4. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 3\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - \bar{e}_3.$$

$$13.5. A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -2\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3.$$

$$13.6. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.7. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.8. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_3.$$

$$13.9. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.10. A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

$$13.11. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.12. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.13. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -2\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.14. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.15. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

$$13.16. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.17. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -2\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

$$13.18. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 - 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_3.$$

$$13.19. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_2, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.20. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_2, \bar{e}'_3 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.21. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_2.$$

$$13.22. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_2 - \bar{e}_3.$$

$$13.23. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.24. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

$$13.25. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = -\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2.$$

$$13.26. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_3.$$

$$13.27. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 2\bar{e}_3.$$

$$13.28. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_1 + \bar{e}_3.$$

$$13.29. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_3 = \bar{e}_3.$$

$$13.30. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_3, \bar{e}'_2 = -2\bar{e}_1 + \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

$$13.31. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{e}'_1 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - \bar{e}_2, \bar{e}'_3 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3.$$

**Задача 14.** Найти собственные числа и собственные векторы матрицы.

$$14.1. \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.2. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.3. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.4. \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.5. \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.6. \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.7. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.8. \begin{pmatrix} 1 & 10 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.9. \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.10. \begin{pmatrix} 5 & -7 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 12 & 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$14.11. \begin{pmatrix} -1 & -2 & 12 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$14.12. \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 7 & -2 & 9 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$14.13. \begin{pmatrix} 2 & 19 & 30 \\ 0 & -5 & -12 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.14. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.15. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.16. \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.17. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.18. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.19. \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.20. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.21. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.22. \begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$14.23. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$14.24. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.25. \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 13 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$14.26. \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$14.27. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.28. \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$14.29. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.30. \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.31. \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$