

УДК 621.376.9

С.Н. Кириллов, Д.Н. Крешихин

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ С НЕПРЕРЫВНОЙ ФАЗОЙ

Предложен алгоритм синтеза сигнально-кодowych конструкций (СКК) для сигналов с непрерывной фазой, формируемых модулятором без памяти и предварительным кодером, работающим по принципу решётчатого кодирования. Показано, что синтезированные СКК обеспечивают выигрыш в помехоустойчивости по сравнению с сигналами с минимально-частотной модуляцией (МЧМ), который может достигать 3.4дБ при вероятности ошибки на один бит 10^{-3} . При этом возможно добиться снижения уровня боковых лепестков спектральной плотности мощности на 4дБ.

Ключевые слова: синтез сигналов, модуляция с непрерывной фазой, решётчатое кодирование.

Введение. В системах передачи информации, использующих коды, корректирующие ошибки, помехоустойчивость передачи данных улучшается за счёт расширения полосы частот [1]. Такое повышение помехоустойчивости системы не всегда возможно, т.к. рабочая полоса частот должна укладываться в технические и регламентные ограничения. Модуляция с решётчатым кодированием (trellis code modulation - TCM) позволяет повысить помехоустойчивость без расширения полосы частот. Обычно модуляцию с решётчатым кодированием используют совместно с такими видами модуляции, как ФМн-4, ФМн-8 и др., что приводит к большому уровню боковых лепестков частотного спектра сигнала по сравнению с непрерывными методами модуляции. Поэтому актуальной является задача совмещения преимуществ решётчатого кодирования и непрерывных видов модуляции.

Цель работы – разработка алгоритма синтеза СКК для сигналов с непрерывной фазой для модулятора без памяти и предварительного кодера, работающего по принципу решётчатого кодирования.

Принцип формирования сигналов с непрерывной фазой. Для дискретных видов модуляции процесс формирования сигнала можно представить в виде процедуры сопоставления бита q -й последовательности некоторого сигнала из конечного набора сигналов объёмом n :

$$s(t) = \sum_k s_{\xi[k]}(t - kT). \quad (1)$$

Функциональная схема системы с непрерывной фазовой модуляцией представлена на рисунке 1.

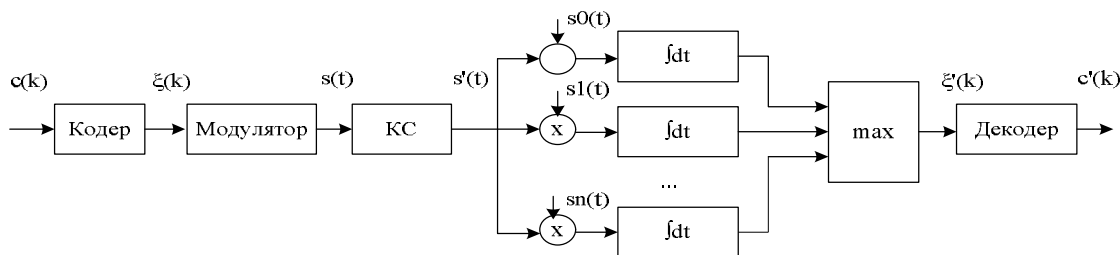


Рисунок 1 – Функциональная схема системы с непрерывной фазовой модуляцией

Алгоритм работы заключается в формировании на основе информационной последовательности $c(k)$ модулирующего кода $\xi(k)$ с помощью вспомогательного кодера и последующей генерации сигнала $s_{\xi(k)}(t - kT)$ модулятором. При этом набор сигналов $\{s_i(t), i \in 0..n - 1\}$

длительностью T определяется формируемым видом модуляции с непрерывной фазой. Принятый с канала связи (КС) сигнал $s'(t)$ поступает на набор корреляторов. Решение о принятом сигнале принимается по максимальному отклику. Сформированная решающим устройством кодовая последовательность

$\xi'(t)$ поступает на декодер, работающий по алгоритму Витерби [2], т.к. для функционирования этого алгоритма достаточно наличия матрицы переходов между символами. При этом устройства формирования и обработки сигналов с непрерывной фазой могут быть выполнены на основе программно-аппаратной реализации. Тогда требующие сложных математических вычислений этапы выполняются на быстродействующем цифровом процессоре, а высокочастотные преобразования (квадратурная модуляция и демодуляция, перенос частоты) выполняются аналоговыми устройствами [3]. **Реализация минимально-частотной манипуляции.** Примером рассмотренного подхода к формированию сигналов с непрерывной фазой может служить сигнал с МЧМ.

Если не учитывать фазовый сдвиг на 2π , то зависимость фазы от времени можно разбить на 8 интервалов (рисунок 2). Таким образом, представляя МЧМ в виде последовательности сигналов с линейно-изменяющейся фазой, можно реализовать МЧМ-сигнал на основе модулятора, формирующего 8 сигналов. На рисунке 2 приведены значения мгновенной фазы сигналов, необходимых для реализации МЧМ.

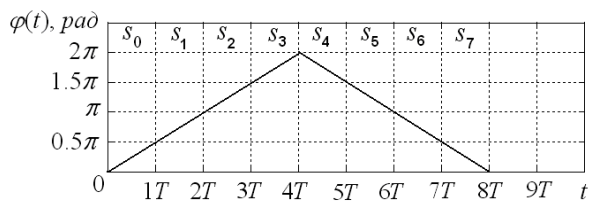


Рисунок 2 – Мгновенная фаза МЧМ-сигнала

Передача конкретного сигнала из набора осуществляется в зависимости не только от текущего значения информационного символа, но и от переданных до этого символов. Для описания межсимвольной связи введём матрицу переходов, которую представим следующим образом:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \dots & w_{0n-1} \\ w_{(q-1)0} & w_{(q-1)1} & \dots & w_{(q-1)(n-1)} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Число строк матрицы (2) должно быть равно основанию информационного потока q , а число столбцов объёму набора символов n , тогда такая матрица однозначно определяет k -й символ $\xi(k)$ на основе предыдущего символа $\xi(k-1)$ и текущего информационного бита $c(k)$:

$$\xi(k) = \mathbf{W}_{c(k), \xi(k-1)}. \quad (3)$$

Анализируя возможные переходы между сигналами (рисунок 2), строим матрицу переходов для МЧМ-сигнала:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 5 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Таким образом, для того чтобы осуществить МЧМ модуляцию на основе модулятора без памяти, требуется предварительное кодирование информационной последовательности из двоичного представления в восьмеричное. На рисунке 3 поясняется процесс сопоставления сигналов и информационных битов на основе матрицы (4).

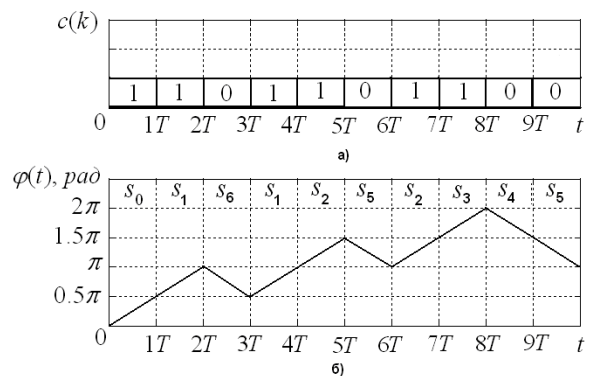


Рисунок 3 – Формирование МЧМ-сигнала

Синтез сигнально-кодовых конструкций с непрерывной фазой. Процедура синтеза СКК включает в себя два вложенных цикла – перебора значений матрицы переходов и оптимизации параметров сигналов. Блок-схема алгоритма приведена на рисунке 4.

В качестве моделей сигналов использовались сигналы с линейно изменяющейся фазой и постоянной амплитудой:

$$s_k(t) = \exp(\varphi_{2k} + (\varphi_{2k+1} - \varphi_{2k})t/T), \quad (5)$$

где $s_k(t)$ - k -й сигнал набора, φ_{2k} и φ_{2k+1} - параметры сигнала, T - длительность сигналов. Выбор такой модели объясняется малым количеством параметров оптимизации по сравнению с полиномами более высоких порядков и возможностью построения последовательностей сигналов с непрерывной фазой в отличие от сигналов со ступенчато изменяющейся фазой.

В качестве критериев синтеза предлагается использовать взвешенную сумму ширины полосы частотного спектра и оценку вероятности ошибки на один бит информации:

$$M = (1 - \alpha)\Delta f_{95\%} + \alpha \cdot \log_{10}(P_{ou}), \quad (6)$$

где α - весовой множитель, $\Delta f_{95\%}$ - нормированная к $2/T$ ширина полосы частот сигнала

по уровню энергии 95%, $P_{ош}$ - вероятность ошибки при отношении сигнал-шум 0 дБ. Оптимальный коэффициент α_{opt} подбирался для каждой матрицы переходов отдельно таким образом, чтобы относительный выигрыш по одному из критериев не превышал относительного проигрыша по другому.

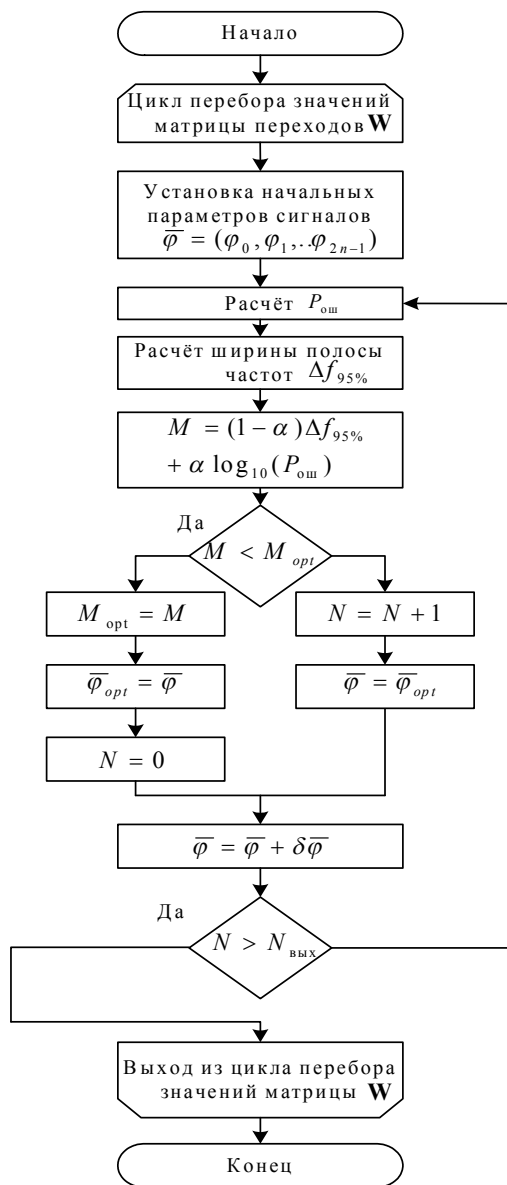


Рисунок 4 – Алгоритм синтеза СКК

Наилучшие результаты синтеза для трёх- и четырёхсигнальных СКК приведены в таблице.

Экспериментальная оценка помехоустойчивости. Для экспериментальной оценки помехоустойчивости модулировалась информационная последовательность длиной 10^7 бит. Формирование и обработка сигнала соответствовали функциональной схеме, представленной на рисунке 1. В результате анализа зависимостей, приведённых на рисунке 5,

оказалось, что наилучшей помехоустойчивостью обладает СКК № 2. С точки зрения помехоустойчивости СКК № 3 уступает СКК № 2, но обладает лучшими спектральными характеристиками.

Таблица – Результаты синтеза

№	Матрица переходов	$\Delta f_{95\%}$	$\log_{10}(P_{ош})$	α_{opt}
1	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.4375	-0.7065	0.32
2	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	0.8476	-0.7383	0.27
3	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	0.4922	-0.5880	0.31
4	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	0.7226	-0.8551	0.30

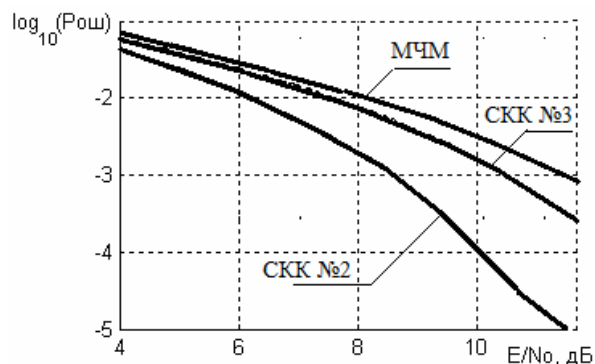


Рисунок 5 – Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал-шум

Как видно из рисунка, при уровне вероятности ошибки $P_{ош} = 10^{-2}$ выигрыш СКК № 2 перед МЧМ составляет $\sim 1.9\text{дБ}$, при $P_{ош} = 10^{-3}$ выигрыш составляет $\sim 3.4\text{дБ}$.

Оценка спектральной плотности мощности. В общем случае расчёт спектральной плотности мощности (СПМ) сигналов с межсимвольной связью аналитически достаточно затруднителен. Ниже приведён метод расчёта математического ожидания СПМ, удобный для машинного вычисления.

Спектральная плотность мощности сигнала с межсимвольной связью $s(t)$ зависит от кодовой последовательности $c(k)$, а значит, как и сама кодовая последовательность, является в общем случайной величиной. Статистически такие последовательности описываются с помощью цепей Маркова \mathbf{P} [4].

Для сигналов, которые описываются цепью Маркова с матрицей переходных вероятностей \mathbf{P} , спектральную плотность мощности сигнала можно выразить в следующем виде [5]:

$$G(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| \sum_{i=1}^K p_i S_i\left(\frac{n}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^K p_i |\hat{S}_j(f)|^2 + \frac{2}{T} \operatorname{Re} \left[\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K p_i \hat{S}_j^*(f) \hat{S}_j(f) P_{ij}(f) \right], \quad (7)$$

где $S_i(f)$ - преобразование Фурье сигнала $s_i(t)$,

$$\hat{s}_i(t) = s_i(t) - \sum_{k=1}^K p_k s_k(t), \quad (8)$$

$P_{ij}(f)$ - преобразование Фурье дискретной во времени последовательности $p_{ij}(n)$.

На основе выражений (7) и (8) составим алгоритм вычисления математического ожидания дискретной СПМ. Пусть N - число переданных информационных символов, N_T - число отсчетов на интервале длительностью T . Тогда алго-

ритм будет включать следующие шаги.

1. Вычисление быстрого преобразования Фурье каждого сигнала из набора в следующей форме:

$$S_q[v] = \sum_{k=0}^{N_T} s_q[k] e^{j2\pi \frac{kv}{N}}, \quad v = 0..N-1. \quad (9)$$

$$S'_i[v] = S_i[v] - \sum_{k=1}^K p_k S_k[v].$$

2. Вычисление быстрого преобразования Фурье дискретной последовательности $p_{ij}(n)$:

$$P_{i,j}(v) = \sum_n p_{i,j}(n) e^{in \frac{2\pi v N_T}{N}}, \quad v = 0..N-1. \quad (10)$$

3. Вычисление искомой дискретной СПМ с помощью (7).

На рисунке 6 приведена рассчитанная данным методом СПМ для СКК № 3, которая имеет боковой уровень лепестков на $\sim 4\text{дБ}$ меньше, чем у СПМ МЧМ.

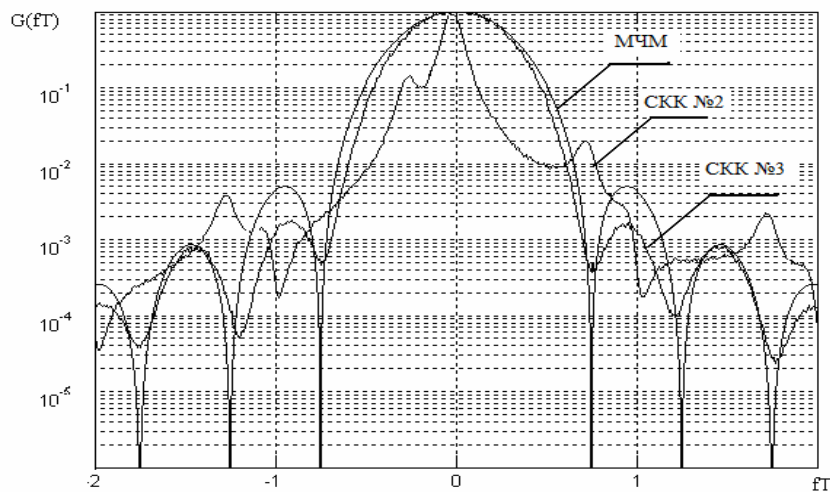


Рисунок 6 – Спектральные плотности мощности СКК № 3 и МЧМ-сигнала

Заключение. Разработан алгоритм синтеза СКК для сигналов с непрерывной фазой на основе модулятора без памяти и вспомогательного кодера. Синтезированы СКК, превосходящие МЧМ-сигнал, демодулируемый по алгоритму Витерби с глубиной декодирования, равной 3, на $\sim 1.9\text{дБ}$ и $\sim 3.4\text{дБ}$ при $P_{\text{out}} = 10^{-2}$ и $P_{\text{out}} = 10^{-3}$ соответственно. Кроме того, синтезирована СКК, имеющая величину боковых выбросов первого порядка в СПМ на $\sim 4\text{дБ}$ меньше, чем у МЧМ. Синтезированные СКК

требуют для формирования набора из 3-х и 4-х сигналов, в то время как для МЧМ нужен 8-сигнальный набор, что требует меньших вычислительных затрат при демодуляции и декодировании сигнала.

Библиографический список

1. Anderson J.B., Svensson A. Coded Modulation Systems. Kluwer Academic/Plenum Publisher. New-York, 2003.
2. Aulin T. "Viterbi Detection of Continuous Phase Modulated Signals", Nat. Telecommun. Conf. Record. P.14.2.1-14.2.7, Houston Texas, Nov. 1980.

3. Кириллов С.Н., Бердников В.М., Крешихин Д.Н. Программно-аппаратная реализация сигналов со сложной частотно-временной структурой // Доклады 11-й Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и её применение", 2009. Москва, Выпуск XI-1, С. 43-45.

4. Ширяев, А.Н. Вероятность. М.: Наука, 1989.

5. Titsworth R.C. and Welch L.R. (1961). "Power Spectra of Signals Modulated by Random and Pseudorandom Sequences". JPL Tech. Rep. 32-140, October 10.