

УДК 621.396

Ю.Н. Паршин, П.В. Жариков

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШИРИНЫ СПЕКТРА СЛУЧАЙНОГО ТЕСТОВОГО СИГНАЛА НА ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ КАНАЛОВ РАДИОТРАКТА

Методом максимального правдоподобия синтезирован оптимальный алгоритм оценивания комплексного коэффициента передачи радиотракта и проведен анализ его эффективности по сравнению с квазиоптимальным алгоритмом. Исследовано влияние ширины спектра случайного тестового сигнала на точность оценивания комплексного коэффициента передачи рабочего канала относительно опорного при наличии собственных шумов радиотракта. Определены оптимальные значения ширины спектра тестового сигнала.

Ключевые слова: многоканальная радиотехническая система, радиотракт, тестирование каналов, оценивание параметров, комплексный коэффициент передачи, случайный тестовый сигнал.

Введение. При решении широкого круга задач, связанных с проектированием радиотехнических систем многоканальной структуры, часто возникает необходимость оценивания параметров отдельных каналов радиотракта. Примером таких систем могут служить различные типы антенных решеток (АР) [1–5], ММО-системы [6], радиометрические системы [7], в которых наибольший интерес представляет оценка комплексных коэффициентов передачи каналов. Использование оптимальных оценок позволяет значительно повысить эффективность дальнейшей помехоустойчивой обработки сигналов. При технической реализации систем встроенного контроля используются различные тестовые сигналы: детерминированные гармонические сигналы [2–4], случайные шумовые сигналы [1], псевдослучайные сигналы [5]. Вид тестового сигнала оказывает влияние на точность оценивания параметра канала.

Целью работы является повышение точности оценивания комплексного коэффициента передачи рабочего канала относительно опорного при наличии собственных шумов радиотракта в зависимости от параметров случайного тестового сигнала.

Постановка задачи. Структурная схема рассматриваемой системы формирования канальных сигналов и оценивания параметра радиотракта представлена на рисунке 1. На вход рабочего и опорного каналов подается тестовый сигнал, представляющий собой квазибелый гауссовский процесс с ограниченной полосой частот

F и дисперсией D_x . В рабочем канале производится умножение комплексной огибающей $x(t)$ тестового сигнала на комплексный коэффициент передачи a , подлежащий оцениванию. Кроме того, в опорном и рабочем каналах действуют аддитивные квазибелые шумы со спектральной плотностью мощности (СПМ) N_0 и комплексными огибающими $v_1'(t)$ и $v_2'(t)$ соответственно, отражающие воздействие тепловых шумов радиотракта.

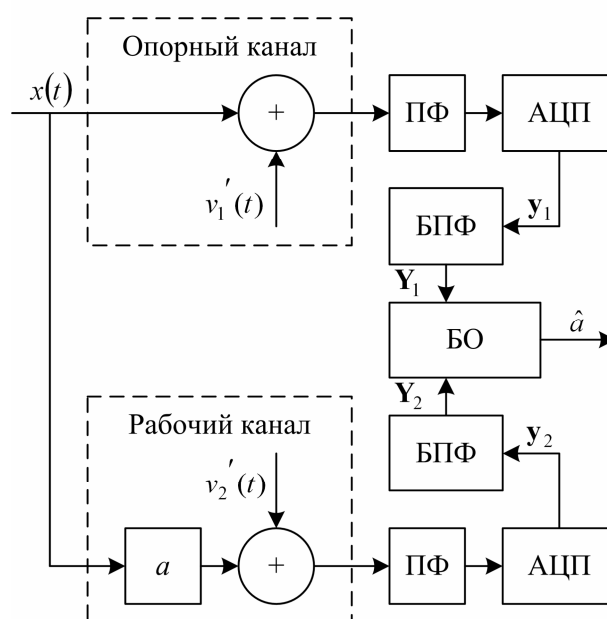


Рисунок 1 – Структурная схема системы формирования канальных сигналов и оценивания комплексного коэффициента передачи

Сформированные каналные сигналы подвергаются фильтрации в идеальных полосовых фильтрах (ПФ) с полосой пропускания F , на выходе которых дисперсия тепловых шумов ограничена величиной $D_v = N_0 F$. Для комплексных огибающих отфильтрованных тепловых шумов опорного и рабочего каналов радиотракта введены обозначения $v_1(t)$ и $v_2(t)$ соответственно.

После преобразования в аналогово-цифровых преобразователях (АЦП) комплексные огибающие отфильтрованных каналных сигналов могут быть представлены своими временными отсчетами:

$$\begin{cases} y_{1i} = x_i + v_{1i}, \\ y_{2i} = ax_i + v_{2i}, \end{cases}$$

причем шаг дискретизации выбирается из условия $\Delta t = 1/F$, что обеспечивает также статистическую независимость отсчетов [9]. При фиксированном времени наблюдения процессов T количество отсчетов после дискретизации равно $N = TF$. Векторы-столбцы $\mathbf{y}_1 = [y_{11} \ y_{12} \ \dots \ y_{1N}]^T$ и $\mathbf{y}_2 = [y_{21} \ y_{22} \ \dots \ y_{2N}]^T$ содержат N отсчетов комплексных огибающих отфильтрованных выходных сигналов опорного и рабочего каналов соответственно. Разрядность АЦП принимается достаточно большой, что позволяет на данном этапе пренебречь шумами квантования по сравнению с тепловыми шумами радиотракта.

Поскольку цель исследования затрагивает спектральные свойства тестового сигнала, осуществлен переход в спектральную область с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ):

$$\mathbf{y}_1 \Leftrightarrow \mathbf{Y}_1, \mathbf{y}_2 \Leftrightarrow \mathbf{Y}_2,$$

где векторы-столбцы $\mathbf{Y}_1 = [Y_{11} \ Y_{12} \ \dots \ Y_{1N}]^T$ и $\mathbf{Y}_2 = [Y_{21} \ Y_{22} \ \dots \ Y_{2N}]^T$ содержат N комплексных значений гармоник спектров сигналов \mathbf{y}_1 и \mathbf{y}_2 соответственно.

Блок обработки БО формирует оценку комплексного коэффициента передачи \hat{a} рабочего канала относительно опорного.

Модель сигнала, поступающего на БО, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_1 = \mathbf{X} + \mathbf{V}_1, \\ \mathbf{Y}_2 = a\mathbf{X} + \mathbf{V}_2, \end{cases}$$

где $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_N]^T$ – вектор-столбец значений гармоник спектра комплексной огибающей тестового сигнала; $\mathbf{V}_1 = [V_{11} \ V_{12} \ \dots \ V_{1N}]^T$ и

$\mathbf{V}_2 = [V_{21} \ V_{22} \ \dots \ V_{2N}]^T$ – векторы-столбцы значений гармоник спектров комплексных огибающих шумов приемного тракта, прошедших через ПФ, в опорном и рабочем каналах соответственно.

Вывод основных соотношений. Двумерная плотность распределения вероятности для i -х гармоник спектров комплексных огибающих выходных каналных сигналов может быть записана в виде [8, с. 312]:

$$W(Y_{1i}, Y_{2i} | a) = \frac{1}{\pi^2 \det\{\mathbf{R}\}} \exp\left(-\begin{bmatrix} Y_{1i} \\ Y_{2i} \end{bmatrix}^H \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{1i} \\ Y_{2i} \end{bmatrix}\right),$$

где \mathbf{R} – корреляционная матрица гармоник спектров комплексных огибающих выходных каналных сигналов:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= M \left\{ \begin{bmatrix} X_i + V_{1i} \\ aX_i + V_{2i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i + V_{1i} \\ aX_i + V_{2i} \end{bmatrix}^H \right\} = \\ &= \frac{2}{N} \begin{bmatrix} D_x + D_v & a^* D_x \\ a D_x & |a|^2 D_x + D_v \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

После подстановки формулы для корреляционной матрицы в формулу для плотности распределения вероятности и проведения преобразований получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} W(Y_{1i}, Y_{2i} | a) &= \frac{N^2}{4\pi^2 D_v \left[(|a|^2 + 1) D_x + D_v \right]} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{N \left[(|a|^2 D_x + D_v) Y_{1i} Y_{1i}^* + (D_x + D_v) Y_{2i} Y_{2i}^* \right]}{2 D_v \left[(|a|^2 + 1) D_x + D_v \right]} - \right. \\ &\left. - \frac{N \left[-a D_x Y_{1i} Y_{2i}^* - a^* D_x Y_{1i}^* Y_{2i} \right]}{2 D_v \left[(|a|^2 + 1) D_x + D_v \right]} \right\}. \end{aligned}$$

Так как отсчеты комплексных огибающих выходных каналных сигналов во времени статистически независимы, то гармоники спектров являются некоррелированными, а поскольку имеют гауссовское распределение, то – и независимыми. Поэтому многомерная плотность распределения вероятности гармоник спектров – функция правдоподобия – задается уравнением

$$W(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 | a) = \prod_{i=1}^N W(Y_{1i}, Y_{2i} | a).$$

Для снижения вероятности переполнения разрядной сетки при машинном вычислении функции правдоподобия целесообразно использовать монотонную функцию логарифма:

$$\Lambda(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 | a) = \ln[W(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 | a)] =$$

$$= -N \ln \left\{ \frac{4\pi^2 D_v \left[(|a|^2 + 1) D_x + D_v \right]}{N^2} \right\} -$$

$$- \frac{N}{2D_v \left[(|a|^2 + 1) D_x + D_v \right]} \left[(|a|^2 D_x + D_v) \mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_1 + \right.$$

$$\left. + (D_x + D_v) \mathbf{Y}_2^H \mathbf{Y}_2 - a D_x (\mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_2)^* - a^* D_x \mathbf{Y}_1^H \mathbf{Y}_2 \right].$$

Оценка максимального правдоподобия получается в результате решения экстремальной задачи

$$\hat{a} = \arg \max_{a \in A} \Lambda(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 | a), \quad (1)$$

где A – множество допустимых значений параметра a .

Непосредственная реализация оптимального алгоритма оценивания (1) сопряжена с повышенными вычислительными затратами или усложнением аппаратуры. По этой причине широкое применение нашли квазиоптимальные алгоритмы.

Один из таких квазиоптимальных алгоритмов получен методом максимального правдоподобия как частный случай оптимального алгоритма (1) в предположении отсутствия шума в опорном канале:

$$\hat{a}_k = \frac{\sum_{i=1}^N Y_{1i}^* Y_{2i}}{\sum_{i=1}^N Y_{1i} Y_{1i}^*}. \quad (2)$$

Подобный алгоритм приведен также в работе [2] для случая синусоидального тестового сигнала.

Результаты вычислительного эксперимента. Методом численного моделирования в среде MATLAB проведено исследование алгоритмов оценивания комплексных коэффициентов передачи каналов радиотракта.

На рисунке 2 приведен график зависимости дисперсии ошибки D_ε оптимального оценивания действительной части комплексного коэффициента передачи от количества гармоник N в спектрах комплексных огибающих наблюдаемых процессов при разных значениях начального отношения сигнал/шум

$$q_0 = \frac{D_x T}{N_0},$$

представляющего собой отношение сигнал/шум на входе БО при $N=1$. Значения дисперсии ошибки оценивания получены по результатам

усреднения 10^4 реализаций при априорном значении $a=1$.

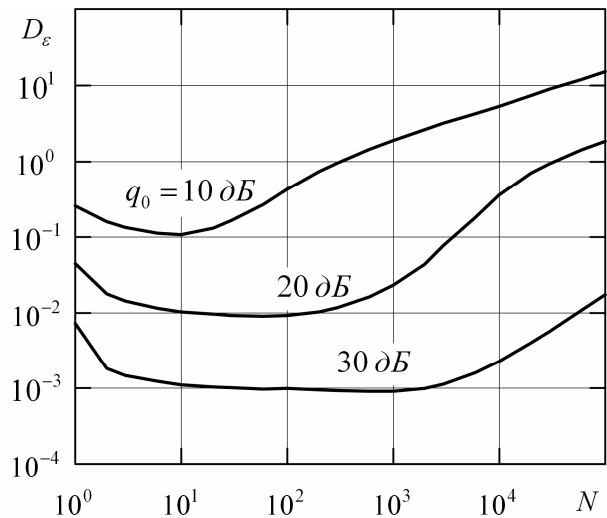


Рисунок 2 – График зависимости дисперсии ошибки оценивания от количества гармоник в спектре при различном начальном отношении сигнал/шум

Характерной особенностью графиков является наличие минимума дисперсии ошибки оценивания при некотором значении N_{opt} . Данный эффект объясняется наличием двух факторов, различно влияющих на точность оценивания:

1) увеличение количества гармоник N в спектрах комплексных огибающих соответствует увеличению количества статистически независимых внутри каждого канала отсчетов случайного сигнала, что позволяет повысить качество усреднения и, как следствие, точность оценивания;

2) увеличение количества гармоник согласно выражению $N = TF$ при постоянном T приводит к расширению спектра анализируемого сигнала, что в свою очередь ухудшает отношение сигнал/шум и снижает точность оценивания.

Проведены моделирование квазиоптимального алгоритма (2), а также сравнение с оптимальным алгоритмом (1). Поскольку оценка, полученная по квазиоптимальному алгоритму (2), является смещенной, проведена компенсация смещения. На рисунке 3 представлен график зависимости среднего квадрата ошибки оценивания σ_ε^2 действительной части комплексного коэффициента передачи от количества гармоник N в спектрах комплексных огибающих наблюдаемых процессов для квазиоптимального алгоритма (2) с компенсацией смещения (кривая 1), оптимального алгоритма (1) (кривая 2) и

теоретической границы Крамера-Рао для несмещенных оценок (кривая 3). Значения среднего квадрата ошибки оценивания получены путем усреднения по 10^4 реализациям при априорном значении $a = 3$ и $q_0 = 20$ дБ.

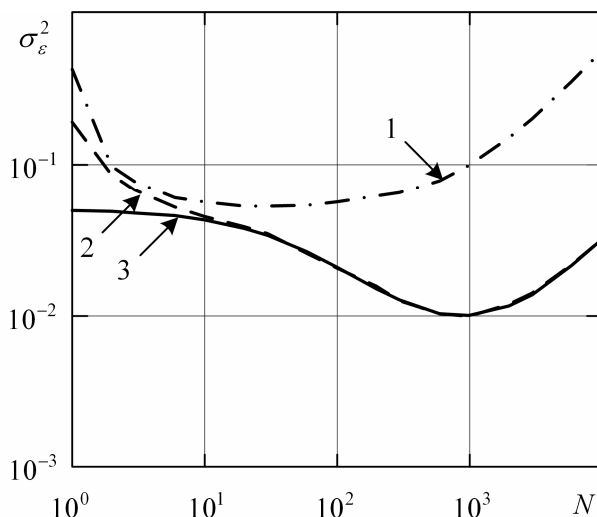


Рисунок 3 – График зависимости дисперсии ошибки оценивания от количества гармоник в спектре для различных алгоритмов

Для конкретного набора исходных данных выигрыш в среднем квадрате ошибки оценивания σ_ϵ^2 от использования оптимального алгоритма (1) составил порядка 7,3 дБ по сравнению с квази-оптимальным алгоритмом (2). Величина выигрыша зависит от априорного значения параметра a и начального отношения сигнал/шум q_0 .

Заключение. Результаты исследования свидетельствуют о наличии некоторого оптимального значения ширины спектра $F_{opt} = N_{opt}/T$ случайного тестового сигнала, при котором получается минимальная ошибка оценивания коэффициентов передачи каналов радиотракта. Таким образом, появляется возможность существ-

венно повысить точность или уменьшить время дистанционного тестирования каналов при прочих равных условиях.

Библиографический список

1. Галустов Г.Г., Бровченко С.П., Сидько И.В., Мирвода Д.В., Кравец А.В. Особенности схемотехнического построения многоканальных приемных устройств со встроенным контролем параметров их высокочастотных трактов // Антенны. – 2008. – № 11. – С. 93–98.
2. Слюсар В.И. Коррекция характеристик приемных каналов цифровой антенной решетки по контрольному источнику в ближней зоне // Радиоэлектроника. – 2003. – № 1. – С. 44–52 (Изв. вузов).
3. Слюсар В.И., Тутов И.В. Метод коррекции характеристик передающих каналов активной ЦАР // Радиоэлектроника. – 2004. – № 8. – С. 14–20 (Изв. вузов).
4. Kapil R. Dandekar, Hao Ling, Guanghan Xu. Smart Antenna Array Calibration Procedure Including Amplitude and Phase Mismatch and Mutual Coupling Effects // Proc. IEEE International Conference on Personal Wireless Communications, Hyderabad, India. – December 2000. – P. 293–297.
5. Mun Geon Kyeong, Hyung Geun Park, Hyun Seo Oh, Jae Ho Jung. Array Calibration for CDMA Smart Antenna Systems // ETRI Journal. – December 2004. – Vol. 26. – No. 6. – P. 605–614.
6. Yaoqing Yang, Guanghan Xu, Hao Ling. Wideband MIMO Measurements of Outdoor NLOS Channels // Microwave and Optical Technology Letters. – February 2006. – Vol. 48. – No. 2. – P. 216–218.
7. Брагин И.В., Сгибнев В.П., Морозов А.А., Каменков М.Б., Шевальдыкина Т.Б., Брагин С.И., Маслова Н.С. Метод калибровки радиометрической системы по «холодному космосу» // Информационно-телекоммуникационные технологии: тезисы докладов. – М.: Издательство МЭИ, 2004. – С. 38–40.
8. Вопросы статистической теории радиолокации: в 2-х т. Т. 1 / под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Советское радио, 1963.
9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982.