

4813

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ С ПОМОЩЬЮ ФИГУР ЛИССАЖУ

Методические указания
к лабораторной работе

Рязань 2014

УДК 537.226.4

Определение частоты с помощью фигур Лиссажу: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т.; сост.: А.С. Иваников, В.В.Иняков, В.С.Зоркин. Рязань, 2014. 8 с.

Рассмотрены принципы работы и конструкция электронного осциллографа. Изучен метод определения частот с помощью фигур Лиссажу. Даны рекомендации по выполнению работы.

Предназначены для студентов всех специальностей.

Ил. 6. Библиогр.: 2 назв.

Электронный осциллограф, частота, фигуры Лиссажу

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(зав. кафедрой доц. М.В.Дубков)

Определение частоты с помощью фигур Лиссажу

Составители: И в а н и к о в Александр Сергеевич

И н я к о в Валерий Викторович

З о р к и н Владимир Сергеевич

Редактор Р.К. Мангутова

Корректор С.В.Макушина

Подписано в печать 05.06.14

. Формат бумаги 60 × 84

1/16.

Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,5.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно- издательский центр РГРТУ.

Цель работы: изучение сложения гармонических электрических колебаний, определение частоты генератора с помощью фигур Лиссажу, приобретение экспериментальных навыков исследования электрических процессов с помощью электронного осциллографа.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ

Колебания – процессы (изменения состояния или движения), обладающие той или иной повторяемостью во времени.

Гармонические колебания - периодический процесс, в котором рассматриваемый параметр изменяется по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Нередки случаи, когда система одновременно участвует в двух или нескольких независимых друг от друга колебаниях. В этих случаях образуется сложное колебательное движение, которое создается путем наложения (сложения) колебаний друг на друга. Очевидно, случаи сложения колебаний могут быть весьма разнообразны. Они зависят не только от числа складываемых колебаний, но и от параметров колебаний, от их частот, фаз, амплитуд, направлений.

Рассмотрим случай сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний:

$$\begin{cases} x = A_x \cos (\omega t + \varphi_1) \\ y = A_y \cos (\omega t + \varphi_2) \end{cases} \quad (1)$$

где, A – амплитуда, φ – фаза, $\omega = 2\pi\nu$, ν – частота, t – время.

С учетом того, что разность фаз складываемых колебаний $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$, выражение (1) можно представить в виде:

$$\begin{cases} x = A_x \cos (\omega t) \\ y = A_y \cos (\omega t + \delta) \end{cases}.$$

Решив данную систему, получим уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2\frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta.$$

Оси эллипса ориентированы относительно координатных осей x и y произвольно. Ориентация эллипса и величина его полуосей определяются разностью фаз δ и отношением амплитуд A_x и A_y (рис. 1).

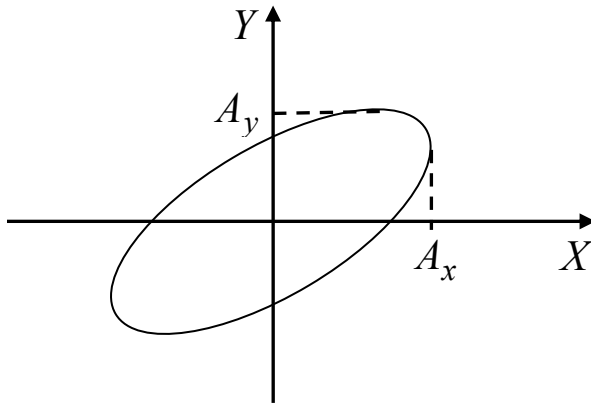


Рис. 1

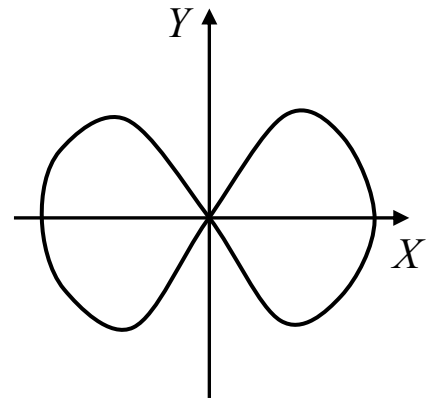


Рис. 2

Если частоты взаимно перпендикулярных колебаний не одинаковы и соотносятся как целые числа, то траектория результирующего колебания имеет более сложную форму и носит название фигуры Лиссажу.

Фигуры Лиссажу очень удобно наблюдать на экране осциллографа, так как в этом случае можно визуализировать получающиеся при сложении колебаний фигуры. Далее будем описывать движение светящейся точки на экране осциллографа.

На рис. 2 показана фигура Лиссажу для соотношения частот $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{1}{2}$ (периодов $T_x:T_y=T_1:T_2=2:1$). Фигуры Лиссажу для других соотношений частот представлены на рис. 3. При сложении колебаний, частоты которых соотносятся не как целые числа, фигуры Лиссажу вращаются. Направление вращения зависит от величины соотношения частот.

Таким образом, если отношение частот является рациональным числом, т.е. $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n_x}{n_y}$, где n_x и n_y - целые числа, то это отношение равно отношению числа точек касания фигуры Лиссажу со сторонами прямоугольника, в который эта фигура вписывается, т.е. $\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{n_x}{n_y}$, где n_x - количество точек касания со стороной ВС, пересекающей ось x ; n_y - количество точек касания со стороной АВ, пересекающей ось y (см. рис. 4).

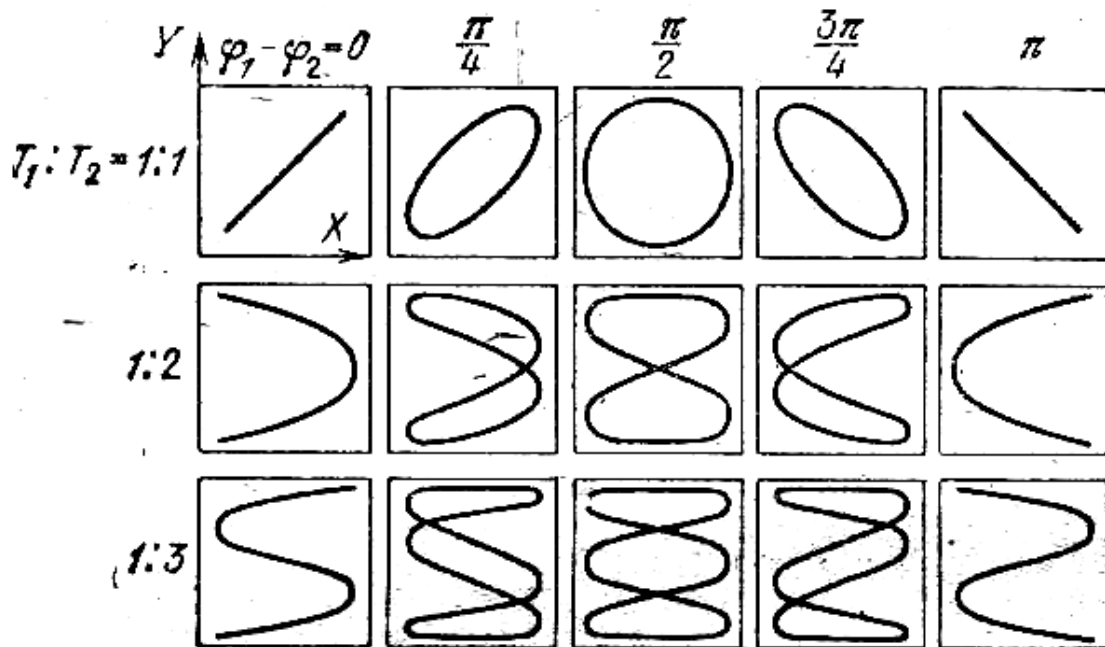


Рис. 3. Фигуры Лиссажу для колебаний одинаковой амплитуды с различными соотношениями периодов $T_1 : T_2$ и различной разностью фаз $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$

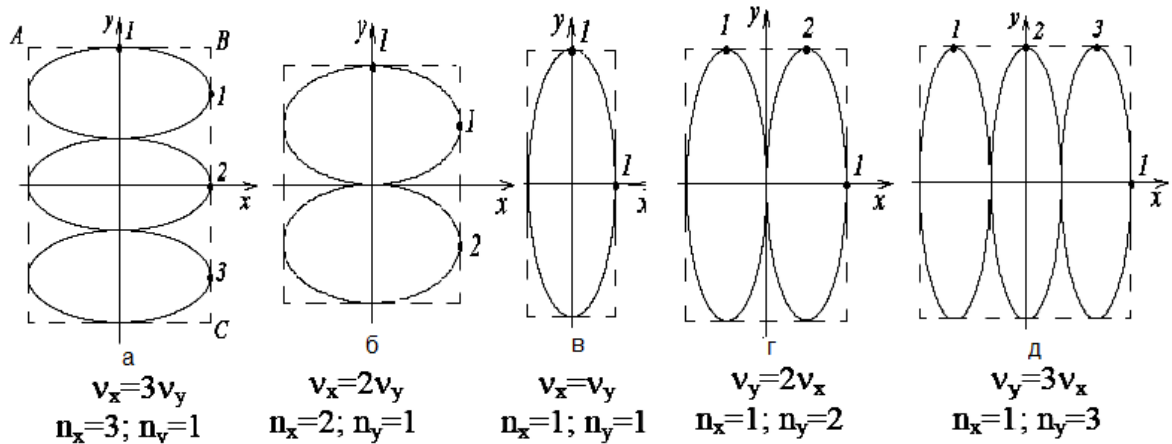


Рис. 4. К определению частоты по фигурам Лиссажу

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}, \quad \nu - \text{частота колебаний, } \omega - \text{циклическая частота.}$$

По виду фигур Лиссажу можно определить значение отношения $\frac{n_x}{n_y}$.

А это дает возможность по известной эталонной частоте, например ν_y , определить другую частоту ν_x :

$$\nu_{\text{иссл}} = \nu_x = \nu_y \cdot \frac{n_x}{n_y}. \quad (2)$$

МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальная установка

На рис. 5 представлена блок-схема установки для исследования взаимно перпендикулярных колебаний.

Основной частью лабораторного модуля ФЭЛ-12 являются два генератора (один исследуемый генератор с постоянной в пределах одного эксперимента неизвестной частотой, частоту другого генератора можно изменять ручками «ЧАСТОТА ГРУБО, ПЛАВНО» и кнопкой переключения диапазона частот «ДИАПАЗОН») и частотомер, позволяющий с точностью до 2 Гц измерять частоту эталонного (перестраиваемого) генератора. Эталонный и исследуемый генераторы подключаются к резистивным входам «X» и «Y» осциллографа ОСУ-10В, осциллограф при

этом должен быть переведен в режим «X-Y» для наблюдения фигур Лиссажу.

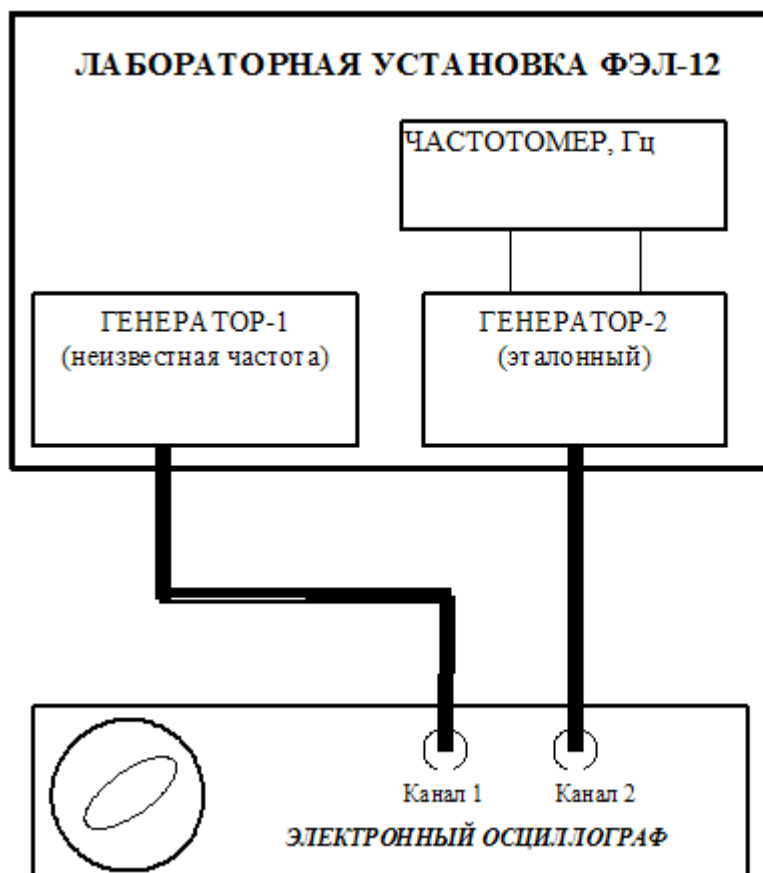


Рис. 5. Лабораторная установка

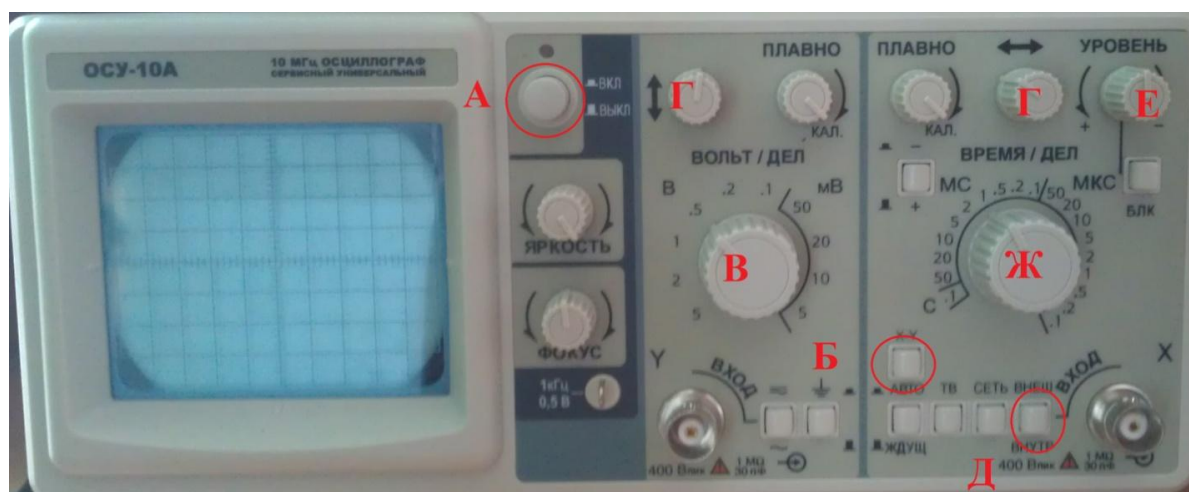


Рис.6. Электронный осциллограф

Порядок выполнения

1. Перед выполнением рекомендуется ознакомиться с принципом работы электронного осциллографа, проверить целостность сетевых и соединительных проводов.
2. Подключить лабораторную установку к электронному осциллографу согласно блок-схеме рис 6. При этом сигнал с выхода 1 (исследуемого генератора) подается на канал X осциллографа, сигнал с выхода 2 (генератор с перестраиваемой частотой) подается на канал Y осциллографа.
3. Включить осциллограф и лабораторный модуль в сеть напряжением 220 В.
4. Поставить переключатели «СЕТЬ» (А) на панели осциллографа и установки в положение «ВКЛ», при этом должны загореться соответствующие сигнальные светодиоды.
5. Перевести осциллограф в режим наблюдения фигур Лиссажу, установив переключатель «SLOPE» (Б) слева от входа X осциллографа в положение «XY». Ручкой VOLTS/DIV (ВОЛЬТ/ДЕЛ) (В) оси Y установить уровень сигнала, обеспечивающий наилучший масштаб для наблюдения (рекомендуемое значение – 5 В). Для корректировки положения фигуры можно использовать ручки «POSITION»(Г) осей X и Y осциллографа, а для корректировки размера – ручку плавной регулировки VOLT.VAR оси Y. Регулировка усиления по оси X в режиме фигур Лиссажу в данном типе осциллографа не предусмотрена.
6. Нажать кнопку «ДИАПАЗОН» переключения диапазона изменения частоты генератора, переключив диапазон изменения частоты в пределы ~ 70 – 550 Гц. Вращая ручки чувствительных резисторов «ЧАСТОТА, ГРУБО ПЛАВНО» получить изображение первой фигуры – рис 4, а). Подходить к фигуре надо медленно слева и справа, добиваясь по возможности наибольшей неподвижности фигуры на экране. Записать показания частотомера ν_y (индуцируются на ЖКД дисплее в герцах), соот-

ветствующие **КАЖДОЙ** исследуемой фигуре. Рассчитать частоту ν_x исследуемого генератора по формуле (2).

7. Продолжая очень медленно изменять частоту генератора, получить фигуры Лиссажу вида рис. 4, б-д при других кратных частотах (вращающаяся восьмерка, эллипс и вращающиеся фигуры в форме короны. Следует учитывать, что ручки «ЧАСТОТА» обладают высокой чувствительностью, поэтому для получения фигур большой кратности их следует вращать **ПЛАВНО** в области нужной частоты и подходить к фигуре медленно слева и справа. Все показания и расчеты записывать. При достижении максимально возможной частоты генератора на данном диапазоне следует переключиться на более высокий уровень частот, нажав кнопку «ДИАПАЗОН» (~500 – 3000 Гц).
8. Рассчитать среднее значение частоты исследуемого генератора $\nu_{иссл}$.
9. Подключить перестраиваемый генератор (выход 2) ко входу Y осциллографа, сигнальный провод с исследуемого генератора отключить. Перевести осциллограф в обычный режим развертки, поставив переключатель «SLOPE» слева от входа X осциллографа в любое положение, отличное от XY, переключатель «SOURCE» (Д) в положение Y (внутренняя развертка), и получить изображение синусоидального сигнала перестраиваемого генератора на экране осциллографа, при необходимости использовать ручку «LEVEL» (Е) для регулирования синхронизации сигнала.
10. Переключить ручку **TIME VAR (Ж) в положение 1 мс.**
11. Выбрать с помощью ручки «ЧАСТОТА ГРУБО, ПЛАВНО» наиболее удобную частоту (**рекомендуется 100 Гц**).
12. Посчитать число делений оси времени, соответствующих периоду колебаний.
13. Рассчитать время, соответствующее **ОДНОМУ** делению оси.
14. Подключить исследуемый генератор (выход 1) к входу Y осциллографа, сигнальный провод с перестраиваемого генератора отключить. Полу-

чить изображение синусоидального сигнала исследуемого генератора на экране осциллографа. Определить период сигнала $T_{иссл}$ (пользуясь вычислениями, выполненными в предыдущем пункте) и его частоту

$$\nu_{иссл} = \frac{1}{T_{иссл}}$$

Лиссажу.

15. По окончании работы все приборы отключить от сети питания, поставив соответствующие переключатели в положение «ВЫКЛ», и вынуть вилки из розетки.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Расскажите, в чем состоит метод фигур Лиссажу, примененный для определения частоты колебаний.
2. Определите по виду фигуры Лиссажу отношение частот колебаний.
3. Получите траекторию движения точки на экране осциллографа в случаях: а) $\delta = 0$; б) $\delta = 0$; в) $\delta = \pi/2$; г) $\delta = 3\pi/2$.
4. Нарисуйте блок-схему установки для наблюдения фигур Лиссажу и объясните принцип работы.
5. Определите по виду фигуры Лиссажу отношение частот колебаний.
6. Выведите уравнение движения точки на экране осциллографа.
7. Влияет ли природа колебаний на результат их сложения?

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс физики: учебник. Т. 1: Механика, молекулярная физика. М.: Лань, 2008, 3-е изд., стереотип. 406 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Справочник по физике. М.: Академия, 2009, 8-е изд., стереотип. 720 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Вывод уравнения движения точки на экране осциллографа.
Из (1.1) получаем:

$$\cos \omega t = \frac{x}{A_x}, \quad (1.2)$$

$$\cos(\omega t + \delta) = \frac{y}{A_y}.$$

(1.3)

Представим $\cos(\omega t + \delta)$ в эквивалентном виде:

$$\frac{y}{A_y} = \cos(\omega t + \delta) = \cos \omega t \cdot \cos \delta - \sin \omega t \cdot \sin \delta \quad (1.4)$$

Выражение для $\sin \omega t$ получим из (5.3):

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}}. \quad (1.5)$$

Подставим в (5.5) уравнения (5.3) и (5.6):

$$\frac{y}{A_y} = \frac{x}{A_x} \cos \delta - \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}} \cdot \sin \delta \quad (1.6)$$

Переносим слагаемые из правой части в левую, получим:

$$\frac{x}{A_x} \cos \delta - \frac{y}{A_y} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_x^2}} \cdot \sin \delta \quad (1.7)$$

Возведем в квадрат:

$$\frac{x^2}{A_x^2} \cos^2 \delta - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} = \left(1 - \frac{x^2}{A_x^2}\right) \sin^2 \delta$$

Преобразуем полученное выражение:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{A_x^2} \cos^2 \delta - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} &= \sin^2 \delta - \frac{x^2}{A_x^2} \sin^2 \delta, \\ \frac{x^2}{A_x^2} (\cos^2 \delta + \sin^2 \delta) - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta + \frac{y^2}{A_y^2} &= \sin^2 \delta. \end{aligned}$$

Окончательно получаем уравнение движения точки на экране:

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} - 2 \frac{xy}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (1.8)$$