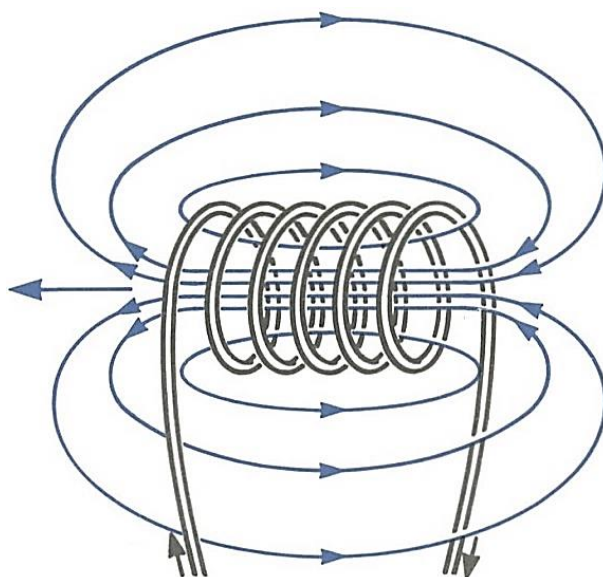


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. Ф. УТКИНА**

**М. А. БУРОБИН, А. С. ИВАНИКОВ,
В. В. ИНЯКОВ, И. А. ХАРЛАНОВ, Ю. В. ЧЕРКАСОВА**

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ



Рязань 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический университет
им. В. Ф. Уткина

М. А. БУРОБИН, А. С. ИВАНИКОВ,
В. В. ИНЯКОВ, И. А. ХАРЛАНОВ, Ю. В. ЧЕРКАСОВА

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Учебное пособие

*РЕКОМЕНДОВАНО
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИМ СОВЕТОМ
ФГБОУ ВО «РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.Ф. УТКИНА»
В КАЧЕСТВЕ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВЫСШИХ
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ОЧНОЙ И ЗАОЧНОЙ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ
ВСЕХ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
(УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ, СПЕЦИАЛИТЕТ)
И НАПРАВЛЕНИЯ 38.03.02 «МЕНЕДЖМЕНТ» (УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ)*

Рязань 2022

УДК 530.1

Магнитное поле в вакууме: учеб. пособие / М. А. Буробин, А. С. Иваников, В. В. Иняков, И. А. Харланов, Ю. В. Черкасова; Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В. Ф. Уткина. Рязань, 2022. 48 с.

Рассмотрены основы теории и основные законы магнетизма: закон Био – Савара – Лапласа, закон Ампера, закон полного тока. Приведено описание четырех лабораторных работ, включающее в себя метод эксперимента, порядок выполнения работ и итоговые контрольные вопросы.

Предназначено для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплины «Физика» и «Научные основы инновационных технологий».

Ил. 22. Библиогр.: 4 назв.

Индукция магнитного поля, закон Био – Савара – Лапласа, сила Лоренца, сила Ампера, соленоид, тангенс-гальванометр, магнетрон, эффект Холла

Печатается по решению научно-методического совета Рязанского государственного радиотехнического университета имени В. Ф. Уткина.

Рецензенты:

А. А. Трубицын, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры промышленной электроники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В. Ф. Уткина»;

Т. Г. Авачева, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующая кафедрой математики, физики и медицинской информатики ФГБОУ ВО «Рязанский государственный медицинский университет имени академика И. П. Павлова».

Буробин Михаил Анатольевич
Иваников Александр Сергеевич
Иняков Валерий Викторович
Харланов Игорь Алексеевич
Черкасова Юлия Вадимовна

Магнитное поле в вакууме

Редактор Р. К. Мангутова

Корректор И. В. Черникова

Подписано в печать 02.06.22. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,0.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный
радиотехнический университет
им. В. Ф. Уткина, 2022

1. Элементы теории

1.1. Магнитное поле в вакууме

Опытным путем установлено, что если рядом с проводником, по которому протекает постоянный электрический ток, поместить магнит или другой проводник с током, то можно увидеть достаточно заметно проявляющееся их взаимодействие. Это взаимодействие:

- определенно не электростатического характера;
- гораздо более сильное, нежели гравитационное, и отличается от него по направлению;
- зависит от величины и направления протекания взаимодействующих токов, то есть определяется действием движущихся зарядов на движущиеся же заряды.

Объединяющим с гравитационным и электростатическим воздействием является то, что действие этой силы проявляется без какого-либо видимого посредника. Таким образом, можно сделать вывод о том, что мы имеем дело с неким новым воздействием. Оно может быть описано с помощью понятия «поле», которое по своим свойствам отличается от гравитационного и электростатического. Это поле получило название *магнитного*, так как издавна проявлялось воздействием одного постоянного магнита на другой. Магнитное поле – одна из форм проявления электромагнитного поля, которое действует на движущиеся электрические заряды (одиночные заряды, электрические токи и магниты). В свою очередь, магнитное поле создается движущимися зарядами, а также переменным электрическим полем.

Как можно заметить уже из определения, магнитное поле – понятие несколько искусственное. Это легко продемонстрировать на следующем примере. Пусть параллельно друг другу двигаются две частицы 1 и 2 с зарядами q_1 и q_2 и скоростями v_1 и v_2 соответственно. Тогда можно утвер-

ждать, что одна из них (пусть 1) относительно неподвижной системы координат создает магнитное поле, которое действует на другую частицу с силой F_m . Кроме того, так как обе частицы имеют отличный от нуля заряд, то они взаимодействуют друг с другом с силой, описываемой законом Кулона (F_k). Однако эту же систему двух частиц можно рассмотреть и в другой инерциальной системе, которая движется параллельно частицам со скоростью v_1 или v_2 . В новой системе магнитного взаимодействия частиц не будет, так как:

- либо исчезает магнитное поле (если скорость системы отсчета v_1), так как в новой системе частица 1 покоится;
- либо на вторую частицу магнитное поле не действует (если скорость системы v_2), так как в данной системе частица 2 покоится.

Так как выбор системы координат – дело субъективное, то получается, что по своему желанию мы можем создавать или приводить к исчезновению либо силы воздействия со стороны магнитного поля на движущуюся частицу, либо само магнитное поле. В любом случае исчезает и энергия поля (как характеристика работы силы со стороны поля). Энергия, как и масса, является одной из основных характеристик материи. Таким образом, исчезновение силовой характеристики поля при изменении системы отсчета эквивалентно исчезновению поля как материи, что противоречит фундаментальным законам естествознания – законам сохранения массы и энергии.

Кажущееся противоречие снимается тем фактом, что при переходе из одной системы отсчета в другую меняется не только сила F_m , связанная с понятием «магнитное поле», но и сила электростатического взаимодействия частиц, причем это изменение компенсирует изменение силы F_m . Общая сила действия одной заряженной частицы на другую остается неизменной. Таким образом, с физической точки зрения более оправданно говорить об электромагнитном поле и об электромагнитном воздействии

одной заряженной частицы на другую. При некоторых условиях эта материя (электромагнитное поле) проявляет себя либо как рассмотренное ранее электрическое поле, либо как среда, по своим свойствам отличная от него, которую мы называли магнитным полем. Вне этих условий деление на электрическое и магнитное поле смысла не имеет.

Выделение чисто магнитного поля может быть осуществлено в случае рассмотрения заряженных частиц, двигающихся равномерно и прямолинейно, то есть без ускорения, или в случае стационарных или почти стационарных (квазистационарных) токов. В этом случае из взаимодействия частиц может быть выделена составляющая, которая хорошо описывается с учетом представления о реально существующем виде материи — магнитном поле.

1.2. Сила Лоренца. Магнитная индукция

Опыты, проводимые с магнитами и постоянными токами (опыты Г. Эрстеда, А.Ф. Иоффе, А.А. Эйхенвальда), показали, что:

1) сила действия магнитного поля на движущуюся частицу определяется только перпендикулярной по отношению к ней составляющей скорости частицы (v_{\perp});

2) отношение $F_m/(qv_{\perp})$ не зависит от параметров частицы, то есть является константой при неизменных параметрах источника поля; таким образом, эта константа — силовая характеристика магнитного поля и называется *индукцией B магнитного поля*;

3) если же менять направление скорости движения частицы при всех остальных неизменных параметрах, то сила F_m будет изменяться от максимального значения (при перпендикулярном относительно силы направлении скорости) до нуля (при изменении направления на 90 градусов).

Обобщая все это, получаем, что

$$\vec{F}_m = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1.1)$$

Направление силы определяется результатом векторного произведения \vec{v} и \vec{B} («правая тройка векторов») или по «правилу левой руки».

Если на частицу к тому же еще со стороны других зарядов действует электрическая сила (частица находится, помимо магнитного, в электрическом поле), то, принимая независимость этих сил (соответствует экспериментальным данным о независимости действия электрического и магнитного полей), для суммарной силы можем записать:

$$\vec{F}_m = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1.2)$$

Сила, определяемая по данной формуле, называется *силой Лоренца* (вывел Х. Лоренц в 1895 г.). В дальнейшем, так как мы рассматриваем магнитное поле, под силой Лоренца будем понимать только ее магнитную составляющую, определяемую соотношением (1.1).

Силовая характеристика магнитного поля – *вектор индукции* \vec{B} , модуль которого равен отношению максимальной силы F_{max} , действующей на отрезок провода длиной l при протекании по нему тока I , к произведению Il :

$$B = \frac{F_{max}}{Il}.$$

Вспомогательной характеристикой магнитного поля является *вектор напряженности* \vec{H} . Его назначение аналогично вектору \vec{D} для электрического поля. В вакууме напряжённость магнитного поля совпадает с вектором магнитной индукции с точностью до магнитной постоянной: $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Как и в случае электростатики, магнитное поле представляется картой поля, которая строится с помощью *силовых линий* (*линий магнитной индукции*), в каждой точке которых вектор \vec{B} направлен по касательной. О величине вектора \vec{B} можно судить по густоте силовых линий. Однако, в отличие от электростатического поля, линии магнитной индукции всегда

замкнуты: они нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Это отличие обусловлено отсутствием магнитных зарядов как источников магнитного поля.

Магнитное поле в выделенной области пространства называется однородным, если во всех точках пространства вектор \vec{B} имеет одно и то же направление и величину. В противном случае поле – неоднородное.

1.3. Закон Ампера

Магнитная составляющая силы Лоренца определяет воздействие магнитного поля на единичный движущийся заряд. Однако обычно на практике мы имеем дело с большим количеством движущихся зарядов (электрическими токами). По определению силы из механики общее воздействие магнитного поля на всю совокупность зарядов определяется геометрическим суммированием отдельных воздействий.

Выделим мысленно элемент dl проводника. Сила, действующая на этот элемент, усредненная по носителям тока, будет равна

$$\langle \vec{F} \rangle = e[\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle, \vec{B}], \quad (1.3)$$

где $\langle \vec{v} \rangle$ и $\langle \vec{u} \rangle$ – средние значения векторов скорости хаотического и упорядоченного движения соответственно.

В состоянии теплового равновесия $\langle \vec{v} \rangle \ll \langle \vec{u} \rangle$, поэтому $\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle = \langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{u} \rangle \approx \langle \vec{u} \rangle$. Тогда выражение (1.3) примет вид

$$\langle \vec{F} \rangle = [\langle \vec{u} \rangle, \vec{B}].$$

В элементе dl содержится $nSdl$ носителей тока. Тогда сила $d\vec{F}$, действующая на элемент проводника, будет равна

$$d\vec{F} = \langle \vec{F} \rangle nSdl = [en\langle \vec{u} \rangle, \vec{B}]Sdl.$$

В этом выражении $en\langle \vec{u} \rangle = \vec{j}$ – это вектор плотности тока. С учетом этого получаем

$$d\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}]Sdl = [\vec{j}Sdl, \vec{B}]. \quad (1.4)$$

Введем обозначение $\vec{j} S dl = I d\vec{l}$, где $d\vec{l}$ – элементарный вектор, сонаправленный с вектором \vec{j} . Тогда (1.4) примет вид

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (1.5)$$

Выражение (1.5) является *законом Ампера*, а сила $d\vec{F}$ в его левой части – *силой Ампера* \vec{F}_A .

Если же имеем проводник произвольной формы конечной длины, то общая сила определяется как

$$\vec{F}_A = I \int_l [d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (1.6)$$

В частности, для прямолинейного проводника с током I длиной l (рис. 1.1):

$$F_A = IlB \sin \alpha, \quad (1.7)$$

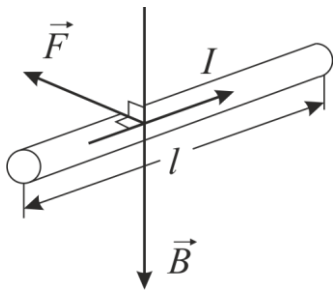


Рис. 1.1

где α – угол между направлением тока (вектором плотности тока \vec{j}) и вектором \vec{B} .

Для проводника произвольной формы, находящегося в однородном магнитном поле, значение силы Ампера не зависит от его формы, а определяется только его длиной l . Действительно:

$$\vec{F}_A = I \int_l [d\vec{l}, \vec{B}] = I \left(\int_l d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I[\vec{l}, \vec{B}]. \quad (1.8)$$

В 1820 г. А. Ампер установил, что параллельные проводники с электрическими токами, текущими в одном направлении, притягиваются, а в противоположных – отталкиваются. Рассмотрим в вакууме два проводника большой длины l на расстоянии d ($d \ll l$) друг от друга, по которым текут токи I_1 и I_2 (рис. 1.2). Сила, действующая на проводник с током I_2 со стороны проводника с током I_1 , будет равна

$$F_{21} = I_2 l B_1,$$

где $B_1 = \mu_0 I_1 / (2\pi d)$.

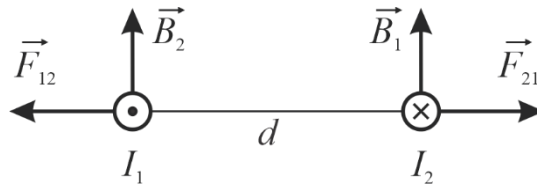


Рис. 1.2

Аналогично сила, действующая на проводник с током I_1 со стороны проводника током I_2 , будет равна $F_{12} = I_1 l B_2$, где $B_2 = \mu_0 I_2 / (2\pi d)$. По третьему закону Ньютона $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$. В итоге получаем выражение для силы взаимодействия двух проводников

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l. \quad (1.9)$$

Полученная формула используется в СИ для установления численного значения магнитной постоянной μ_0 . В системе СИ 1 ампер – это сила постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 метр один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 метр силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ ньютона. Таким образом, из полученной формулы и определения ампера следует, что магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ (или Гн/м).

1.4. Магнитное поле равномерно движущегося заряда.

Принцип суперпозиции. Закон Био – Савара – Лапласа

Пусть имеем одиночный заряд q , равномерно движущийся с линейной скоростью $v \ll c$ (рис. 1.3). Вектор индукции магнитного поля равномерно движущегося заряда определяется по формуле

$$\vec{B} = k \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.10)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц измерения; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда к точке наблюдения.

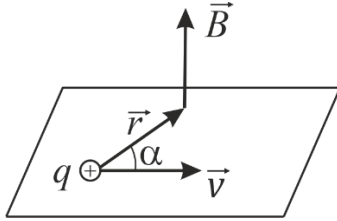


Рис. 1.3

В системе СИ

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

В соответствии с (1.10) вектор \vec{B} направлен перпендикулярно к плоскости, в которой расположены векторы \vec{v} и \vec{r} . Все три вектора образуют правую тройку (см. рис. 1.3). Это выражение не выводится и является обобщением экспериментальных данных.

Вектор магнитной индукции от системы движущихся зарядов можно определить на основе принципа суперпозиции, согласно которому: *магнитное поле, создаваемое системой движущихся зарядов (системой токов), определяется геометрической суммой векторов магнитной индукции полей, создаваемых каждым зарядом (током) в отдельности.*

В математической записи

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i, \quad (1.11)$$

где n – число элементов разбиения системы.

В случае проводника с током расчет индукции сводится к разбиению его на элементарные участки, каждый из которых создает магнитное поле индукцией $d\vec{B}$. Тогда индукция результирующего поля равна:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}. \quad (1.12)$$

Французские физики Ж. Био и Ф. Савар (1820 г.) провели исследование магнитных полей токов различной формы. Они установили, что

магнитная индукция во всех случаях пропорциональна силе тока, создающего магнитное поле, и зависит от расстояния до рассматриваемой точки пространства:

$$B \sim \frac{I}{r^2}.$$

Французский математик и физик *П. Лаплас* проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и пришел к выводу, что магнитное поле любого тока может быть вычислено как суперпозиция полей, создаваемых отдельными участками тока.

Рассмотрим элемент проводника dl площадью поперечного сечения S (рис. 1.4). Среднее значение индукции магнитного поля, создаваемого свободными зарядами, находящимися в этом объеме на расстоянии r от элемента dl , определяется как [см. (1.8)]

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e[\langle \vec{v} + \vec{u} \rangle, \vec{r}]}{r^3}. \quad (1.13)$$

Проведем рассуждения, аналогичные п. 1.3. В результате индукция $d\vec{B}$ поля, создаваемого элементом dl проводника, равна

$$d\vec{B} = \langle \vec{B} \rangle n S dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e[\langle \vec{u} \rangle, \vec{r}] n S dl}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[en\langle \vec{u} \rangle S dl, \vec{r}]}{r^3}.$$

С учетом формулы $\vec{j} = en\langle \vec{u} \rangle$ получаем

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j} S dl, \vec{r}]}{r^3}.$$

Заменив $\vec{j} S dl = I d\vec{l}$, получим окончательное выражение закона Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (1.14)$$

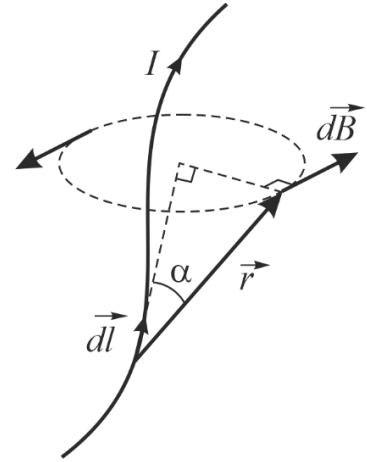


Рис. 1.4

В скалярном виде:

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl, \quad (1.15)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} (см. рис. 1.4).

Индукцию поля, создаваемого всем проводником, определим путем интегрирования по замкнутому контуру, так как линии вектора \vec{j} в случае постоянного тока замкнуты:

$$\vec{B} = \oint d\vec{B}.$$

1.5. Теорема Гаусса для вектора \vec{B}

В отличие от электростатического поля *силовые линии магнитного поля замкнуты*. Тогда поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность будет равен нулю. Таким образом, теорема Гаусса для магнитного поля примет вид

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.16)$$

Еще одним следствием из теоремы Гаусса является то, что *в природе нет магнитных зарядов*, аналогичных электрическим зарядам – источникам электрического поля.

1.6. Теорема о циркуляции вектора \vec{B} в вакууме (закон полного тока)

Для электростатического поля циркуляция вектора \vec{E} по произвольному замкнутому контуру обращается в ноль $\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$, что является одной из форм определения его потенциальности.

В случае магнитного поля *циркуляция вектора \vec{B} по произвольному контуру Γ равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром*:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (1.17)$$

При суммировании ток считается положительным, если его направление образует с направлением обхода контура правовинтовую систему. Таким образом, магнитное поле, в отличие от электростатического, не является потенциальным. Такое поле называется *вихревым* и *соленоидальным*.

1.7. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

Предположим, что частица, обладающая начальной скоростью \vec{v} , попадает в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} так, что $\vec{B} \perp \vec{v}$ (рис. 1.5). Движение под действием постоянной по модулю центростремительной силы есть движение по окружности. Радиус r этой окружности определяется условием

$$\frac{mv^2}{r} = |q|vB,$$

откуда

$$r = \frac{mv}{|q|B}.$$

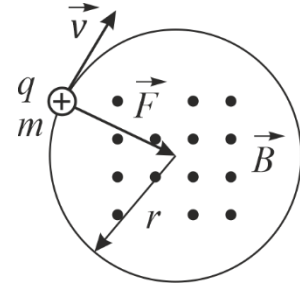


Рис. 1.5

Кругообразное движение заряженных частиц в магнитном поле обладает важной особенностью: период обращения T не зависит от энергии частицы:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}.$$

Если начальная скорость \vec{v} частицы составляет некоторый угол α с направлением вектора \vec{B} (рис. 1.6), то в этом случае удобно разложить вектор \vec{v} на две составляющие, одна из которых \vec{v}_τ параллельна вектору \vec{B} , а другая \vec{v}_n перпендикулярна к вектору \vec{B} :

$$\vec{v}_\tau = \vec{v} \cos \alpha,$$

$$\vec{v}_n = \vec{v} \sin \alpha.$$

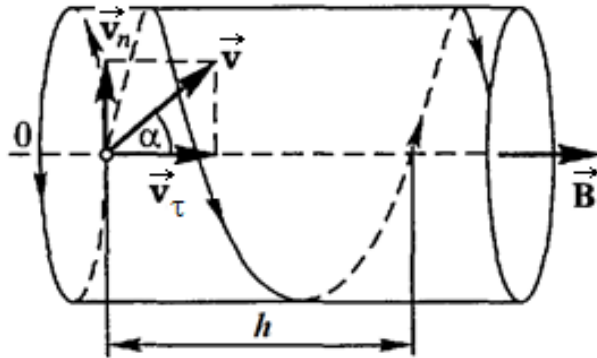


Рис. 1.6

На частицу действует сила Лоренца, обусловленная составляющей \vec{v}_n , и частица движется по окружности радиусом

$$r = \frac{mv_n}{|q|B} = \frac{mv \sin \alpha}{|q|B},$$

лежащей в плоскости, перпендикулярной к полю.

Составляющая \vec{v}_τ не вызывает появления добавочной силы, поэтому в направлении поля частица движется равномерно. В результате сложения обоих движений частица будет двигаться по цилиндрической спирали радиусом r , шаг которой равен

$$h = v_\tau T = 2\pi \frac{mv \cos \alpha}{|q|B}.$$

1.8. Применение закона Био – Савара – Лапласа к расчету магнитных полей

Индукция магнитного поля прямого проводника с током

Рассмотрим длинный прямолинейный проводник, по которому течет постоянный ток силой I (рис. 1.7, а). Определим индукцию магнитного поля в точке, расположенной на расстоянии b от проводника. Будем считать, что концы проводника удалены от рассматриваемой точки на большие расстояния.

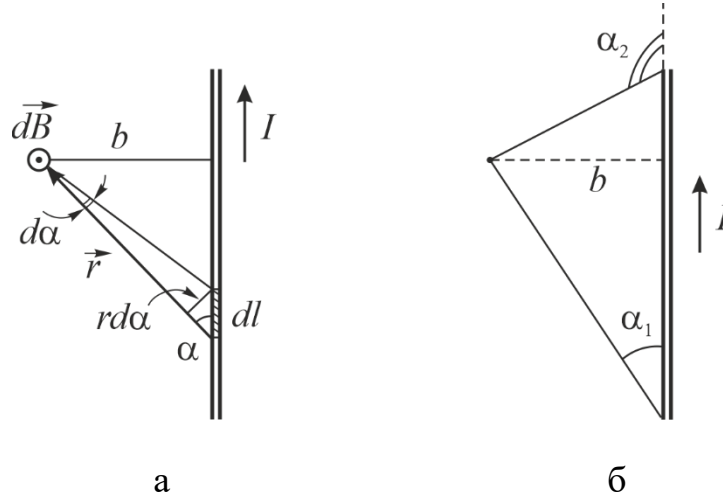


Рис. 1.7

Выделим бесконечно малый элемент проводника длиной dl на расстоянии r от рассматриваемой точки. Согласно закону Био – Савара – Лапласа, индукция поля dB , создаваемая таким элементом, равна

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}. \quad (1.18)$$

Выразим модуль радиуса-вектора \vec{r} из прямоугольного треугольника:

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}. \quad (1.19)$$

Также из другого прямоугольного треугольника следует, что

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}, \quad (1.20)$$

где $d\alpha$ – угловая ширина элемента dl .

Подставляем (1.19) и (1.20) в выражение (1.18):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{b^2} \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha. \quad (1.21)$$

Индукцию магнитного поля, создаваемого всем проводником, определим путем интегрирования выражения (1.21) по всей длине L :

$$B = \int_L dB.$$

В случае проводника конечной длины угол α будет изменяться в пределах (рис. 1.7, б)

$$\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2.$$

Тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.22)$$

В случае бесконечно длинного проводника $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}. \quad (1.23)$$

Индукция магнитного поля двух бесконечно длинных проводников с токами

В случае двух бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 вектор индукции \vec{B} магнитного поля в произвольной точке пространства определяется по принципу суперпозиции полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

где \vec{B}_1 , \vec{B}_2 – векторы индукции магнитного поля, создаваемого в отдельности токами I_1 и I_2 соответственно (рис. 1.8).

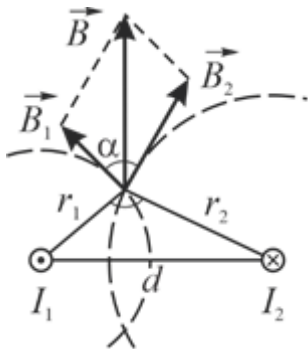


Рис. 1.8

Согласно формуле (1.23):

$$B_{1,2} = \frac{\mu_0 I_{1,2}}{2\pi r_{1,2}}, \quad (1.24)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют номеру выбранного тока.

Индукцию B результирующего поля можно найти, используя теорему косинусов (см. рис. 1.8):

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}. \quad (1.25)$$

В этом выражении $\cos \alpha$ также можно определить по теореме косинусов, но для треугольника, образованного отрезками r_1 , r_2 и d :

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{-2r_1 r_2}.$$

Индукция магнитного поля на оси и в центре кругового тока

Определим индукцию магнитного поля, создаваемого круговым проводником радиусом R с током I , на оси проводника на некотором расстоянии h от центра (рис. 1.9). Выделим бесконечно малый элемент проводника длиной dl на расстоянии r от рассматриваемой точки. Согласно закону Био – Савара – Лапласа, индукция поля $d\vec{B}$, создаваемая таким элементом, равна

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}. \quad (1.26)$$

В этом выражении $\sin \alpha = 1$, так как $\alpha = 90^\circ$. Представим вектор $d\vec{B}$ в виде суммы двух составляющих: $d\vec{B}_{\parallel}$ – параллельной плоскости кругового проводника и $d\vec{B}_{\perp}$ – перпендикулярной к этой плоскости, т. е.

$$d\vec{B} = d\vec{B}_{\parallel} + d\vec{B}_{\perp}.$$

Тогда вектор \vec{B} индукции результирующего поля будет равен

$$\vec{B} = \oint_L d\vec{B} = \oint_L d\vec{B}_{\parallel} + \oint_L d\vec{B}_{\perp}. \quad (1.27)$$

В силу осевой симметрии поля $\oint d\vec{B}_{\parallel} = 0$, тогда

$$B = \oint_L dB_{\perp} = \oint_L dB \cos \beta. \quad (1.28)$$

Из рис. 1.9 видно, что $\cos \beta = R/r$, $r = \sqrt{R^2 + h^2}$.

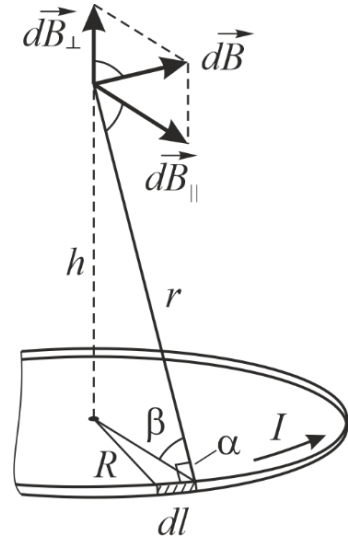


Рис. 1.9

В итоге индукция магнитного поля на оси кругового тока определяется так:

$$B = \oint_L \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \oint_L dl. \quad (1.29)$$

Интегрирование выражения (1.29) по всей длине $L=2\pi R$ проводника дает окончательно

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (1.30)$$

Индукция магнитного поля в центре ($h = 0$) кругового тока равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (1.31)$$

Индукция магнитного поля на оси соленоида

Соленоидом называется цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа намотанных вплотную друг к другу витков проводника, по которому идет ток. Соленоид можно рассматривать как систему последовательно соединенных круговых токов одинакового радиуса, имеющих общую ось. Магнитное поле соленоида аналогично полю полосового магнита. Внутри соленоида линии индукции проходят практически параллельно его оси, равномерно распределяясь по сечению. Таким образом, магнитное поле внутри соленоида (в центральной части) можно считать однородным.

Согласно формуле (1.30), индукция B_1 магнитного поля, создаваемого одним круговым током, в точке A (рис. 1.10) на оси соленоида равна

$$B_1 = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}}. \quad (1.32)$$

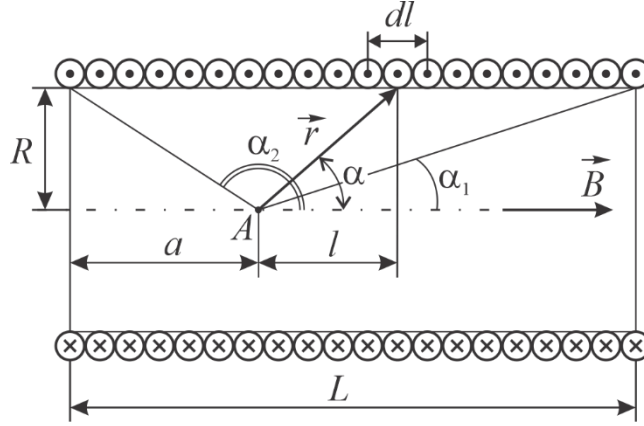


Рис. 1.10

Мысленно выделим элементарный слой dl соленоида, на который приходится ndl витков (n – число витков на единицу длины соленоида), создающих в точке A магнитное поле, индукцией

$$dB = B_1 ndl = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + l^2)^{3/2}} ndl. \quad (1.33)$$

Из рис. 1.10 видно, что $r = \sqrt{R^2 + l^2} = R/\sin \alpha$, $l = R \operatorname{ctg} \alpha$. Откуда

$$dl = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

Тогда выражение (1.33) примет вид

$$dB = -\frac{\mu_0 IR^2 \sin^3 \alpha}{2R^3} \frac{nR}{\sin^2 \alpha} d\alpha = -\frac{\mu_0 In}{2} \sin \alpha d\alpha. \quad (1.34)$$

Проинтегрируем выражение (1.34) по углу α в диапазоне от α_1 до α_2 :

$$B = \int_{\alpha} dB = -\frac{\mu_0 In}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 In}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.35)$$

Для соленоида длиной L и радиусом R в точке на расстоянии a от края:

$$\cos \alpha_1 = \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L - a)^2}}, \quad \cos \alpha_2 = -\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}. \quad (1.36)$$

Соленоид можно считать *бесконечно длинным*, если $L \gg R$. Тогда $\cos \alpha_1 \rightarrow 1$, $\cos \alpha_2 \rightarrow -1$. В итоге индукция поля на оси бесконечно длинного соленоида с немагнитным сердечником равна

$$B = \mu_0 In. \quad (1.37)$$

1.9. Применение закона полного тока к расчету магнитных полей

Формулу (1.37) для расчета индукции магнитного поля на оси бесконечно длинного соленоида можно также получить, используя закон полного тока. Рассмотрим прямоугольный контур L , расположенный так, чтобы его пронизывали витки соленоида (рис. 1.11).

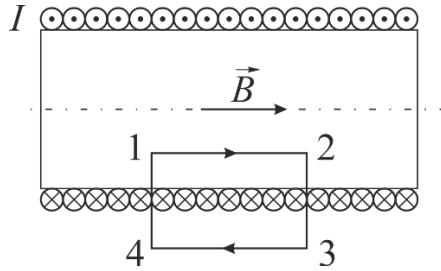


Рис. 1.11

Циркуляцию вектора \vec{B} по этому контуру можно представить в виде суммы 4-х слагаемых по каждой из сторон контура:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{B}_1 d\vec{l} + \underbrace{\int_2^3 \vec{B}_2 d\vec{l}}_0 + \int_3^4 \vec{B}_3 d\vec{l} + \underbrace{\int_4^1 \vec{B}_4 d\vec{l}}_0. \quad (1.38)$$

Второе и четвертое слагаемые в правой части (1.38) равны нулю, так как равны нулю проекции вектора \vec{B} на стороны 2-3 и 4-1 контура L . Так как линии магнитной индукции замкнуты, то магнитный поток через любую поверхность, заключенную внутри соленоида и ограниченную его контуром, будет равен потоку через любую внешнюю поверхность:

$$(\vec{B}_1 \vec{S}_1)_{\text{внутр}} = (\vec{B}_3 \vec{S}_3)_{\text{внешн}} \neq \infty.$$

Так как площадь внешней поверхности ничем не ограничена, то есть $S_3 \rightarrow \infty$, то $B_3 \rightarrow 0$. Получаем, что из всей суммы в правой части (1.38) остается только первое слагаемое. Учитывая однородность поля на оси соленоида, можем записать:

$$\int_1^2 \vec{B}_1 d\vec{l} = B \int_1^2 d\vec{l} = B l_{12}.$$

Согласно закону полного тока

$$Bl_{12} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i.$$

Так как во всех витках сила тока одинакова, то $Bl_{12} = \mu_0 NI$. В итоге

$$B = \mu_0 In,$$

где $n = N/l_{12}$.

2. Лабораторный практикум

Лабораторная работа 2-7

Изучение поля соленоида с помощью баллистического гальванометра

Цель работы: экспериментальное изучение распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида.

Приборы и принадлежности: соленоид, измерительная катушка, источник постоянного напряжения со встроенным миллиамперметром, переключатель направления тока, баллистический зеркальный гальванометр.

Метод эксперимента

Электрическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.1. На схеме обозначены: E – регулируемый источник постоянного напряжения с выходным сопротивлением r ; PA – миллиамперметр; L_1 – соленоид; SA – переключатель направления тока; L_2 – подвижная измерительная катушка; G – баллистический зеркальный гальванометр с входным сопротивлением R .

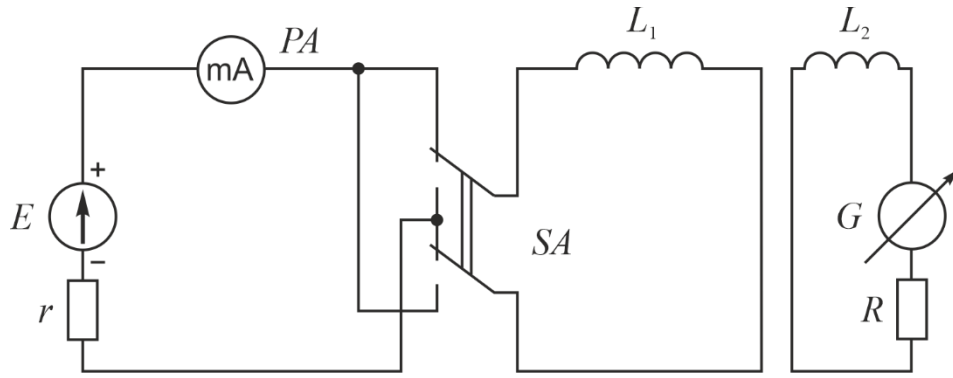


Рис. 2.1

При подаче постоянного напряжения на последовательно соединенные миллиамперметр PA и соленоид L_1 по последнему начинает протекать постоянный ток, который создает внутри соленоида магнитное поле. Измерительная катушка L_2 свободно перемещается с помощью стержня вдоль оси соленоида. Размеры этой катушки малы по сравнению с размером соленоида. Последнее ограничение связано с желанием получить в пределах измерительной катушки однородное магнитное поле. Если посредством сдвоенного переключателя SA изменить направление тока в цепи, то изменится направление вектора \vec{B} индукции магнитного поля внутри соленоида. Следовательно, изменится и величина магнитного потока Φ через поперечное сечение измерительной катушки L_2 :

$$d\Phi = SNdB, \quad (2.1)$$

где S – площадь одного витка катушки L_2 , N – число витков катушки L_2 , dB – изменение индукции магнитного поля.

По закону электромагнитной индукции при изменении магнитного потока в измерительной катушке L_2 возникает ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.2)$$

По закону Ома сила индукционного тока i через подсоединенный к виткам катушки L_2 гальванометр G с входным сопротивлением R равна

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{SNdB}{dt}, \quad (2.3)$$

откуда

$$Ridt = -SNdB.$$

Учитывая, что $idt = dq$ – заряд, прошедший через гальванометр за время dt , получаем

$$dq = -\frac{SN}{R}dB.$$

Теперь найдем общий заряд $|q|$, прошедший через гальванометр при изменении направления силы тока в цепи:

$$|q| = \frac{SN}{R} \int_{-B}^B dB = \frac{2SNB}{R},$$

откуда

$$B = \frac{|q|R}{2SN}. \quad (2.4)$$

Протекание заряда q через катушку баллистического зеркального гальванометра вызывает отклонение светового указателя, при этом

$$|q| = C\varphi, \quad (2.5)$$

где C – постоянная баллистического гальванометра, φ – угол отклонения светового указателя.

Таким образом, величина индукции B магнитного поля на оси соленоида пропорциональна углу φ отклонения светового указателя гальванометра:

$$B = \frac{R}{2SN} C\varphi. \quad (2.6)$$

Приведем доказательство соотношения (2.5). В баллистическом гальванометре искусственно увеличен момент инерции I подвижной системы, благодаря чему период T свободных колебаний рамки велик, т. е. $T \gg \tau$, где τ – длительность импульса тока.

При прохождении через рамку гальванометра кратковременного импульса тока i длительностью τ она не успевает выйти из положения равновесия, а лишь приобретает начальный момент импульса

$$L = \int_0^{\tau} M dt.$$

Здесь M – момент сил, действующих на рамку гальванометра со стороны внешнего магнитного поля:

$$M = iSNB_M,$$

где B_M – индукция магнитного поля, создаваемого постоянным магнитом прибора.

Тогда

$$L = SNB_M \int_0^{\tau} i dt = SNB_M q.$$

С другой стороны, момент импульса вращающейся рамки равен $L = I\omega$, где ω – угловая скорость вращения рамки. Тогда начальная кинетическая энергия системы равна

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I} = \frac{(SNB_M q)^2}{2I}.$$

В дальнейшем при движении рамки происходит закручивание нити подвеса на максимальный угол $\varphi = kM$ (k – коэффициент упругости нити), сопровождающееся переходом кинетической энергии W_k в потенциальную энергию W_p упругодеформированной нити:

$$W_p = \int_0^{\varphi} M d\varphi = \frac{1}{k} \int_0^{\varphi} \varphi d\varphi = \frac{\varphi^2}{2k}.$$

По закону сохранения полной механической энергии ($W_k = W_p$):

$$\frac{(SNB_M q)^2}{2I} = \frac{\varphi^2}{2k},$$

откуда

$$q = \frac{\varphi}{SNB_M} \sqrt{\frac{I}{k}} = C\varphi, \quad (2.7)$$

где $C = \frac{\varphi}{SNB_M} \sqrt{I/k}$.

Порядок выполнения работы

1. Включите источник постоянного напряжения и гальванометр в сеть.

2. После 3 – 5-минутного прогрева замкните цепь соленоида с помощью переключателя SA и отрегулируйте значение силы тока в цепи в пределах 100 – 300 мА, используя при этом регулировку $U_{\text{вых}}$ источника постоянного напряжения.

3. Поставьте переключатель « $\times 1 \times 10 \times 100 \times 1000$ » баллистического гальванометра в положение « $\times 10$ ».

4. Проверьте, чтобы световая метка находилась на нулевой отметке шкалы гальванометра. Если метка сдвинута относительно нуля, то, медленно поворачивая регулировочное кольцо на гальванометре, отрегулируйте положение зеркала.

5. Установите измерительную катушку на край соленоида, вдвинув стержень внутрь соленоида до упора.

6. Установите переключатель SA в одно из крайних положений, замкнув цепь. Далее, изменив направление тока переключателем SA , измерьте максимальное отклонение φ_1 (в сантиметрах) световой метки по шкале гальванометра. Затем снова измените направление тока, измерив максимальное отклонение φ_2 световой метки. Вычислите значение φ как среднее арифметическое величин φ_1 и φ_2 . Занесите результаты в таблицу.

z , см	0	2	4	6	...	40
φ_1 , см						
φ_2 , см						
φ , см						
B , Тл						

7. Перемещая измерительную катушку вдоль оси соленоида с шагом 2 см, измерьте зависимость $\Phi(z)$, где z – расстояние, отсчитанное от края соленоида.

8. Для каждого измеренного значения Φ рассчитайте значение магнитной индукции B по формуле (2.6), приняв $C=2,5 \cdot 10^{-6}$ Кл/см, $R=67$ Ом, $S=438 \cdot 10^{-6}$ м², $N=500$.

9. Постройте график зависимости $B(z)$.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока, рамки с током и соленоида.

2. Запишите закон Био – Савара – Лапласа, объясните его физический смысл.

3. Рассчитайте, применяя закон Био – Савара – Лапласа, индукцию магнитного поля:

- а) прямого проводника с током;
- б) в центре кругового проводника с током;
- в) на оси кругового проводника с током;
- г) на оси соленоида.

4. Назовите единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля в системе СИ. Дайте их определения.

5. Объясните метод измерения магнитной индукции, примененный в лабораторной работе.

6. Докажите, что угол отклонения баллистического гальванометра пропорционален величине заряда, протекающего через него.

Лабораторная работа 2-8

Изучение магнитного поля Земли

Цель работы: исследование параметров магнитного поля Земли; ознакомление с магнитометрическим методом измерения индукции магнитного поля.

Приборы и принадлежности: тангенс-гальванометр, источник постоянного напряжения, переключатель, миллиамперметр.

Элементы теории и метод эксперимента

Магнитное поле Земли подобно полю однородно намагниченного шара (рис. 2.2). Координаты магнитных полюсов: северного (в Южном полушарии) – 78° ю.ш. и 111° в.д. и южного (в Северном полушарии) – 78° с.ш. и 69° з.д. Магнитная ось наклонена относительно географической на 11° и смещена на 1140 км в сторону Тихого океана. Структура силовых линий магнитного поля Земли показана на рис. 2.2 (NS – ось вращения Земли).

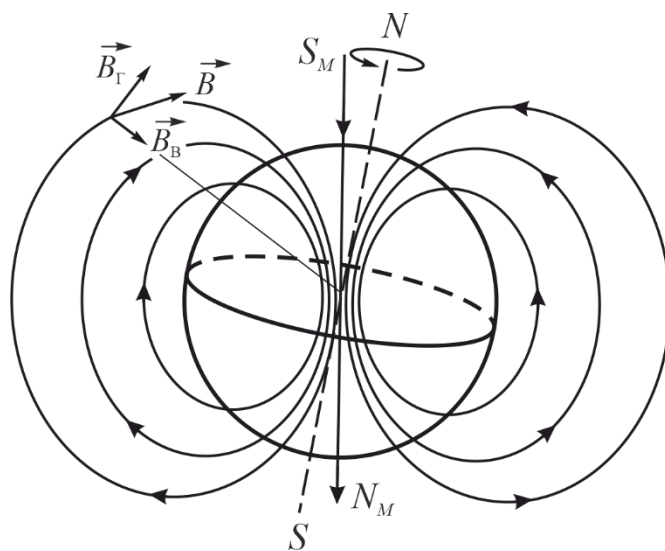


Рис. 2.2

Магнитный полюс и ось со временем изменяют свои положения. Линии магнитного поля выходят приблизительно из центра Земли через Южное полушарие и, обогнув Землю, возвращаются к ее центру через Северное полушарие. Компоненты магнитного поля Земли на поверхности планеты меняются в следующих пределах: полный вектор индукции магнитного поля B_0 изменяется от +62 до –73 мкТл, горизонтальная составляющая B_H – от 0 до 41 мкТл.

Магнитное поле Земли претерпевает вековые вариации (в настоящее время поле уменьшается примерно на 1 % каждые 10 лет). В действительности поле Земли имеет более сложную конфигурацию, чем поле однородно намагниченного шара, – добавляются поля неоднородных материковых плит, магнитные аномалии верхней части земной коры (в районе Курской магнитной аномалии индукция поля достигает 200 мкТл), внеземные магнитные поля. На постоянное магнитное поле накладываются также более слабые ($<0,02B$) переменные поля различной природы. Разработанной количественной теории геомагнитного поля в настоящее время не существует. Предполагается, что главным источником поля являются вихревые токи в жидком ядре Земли.

Направление силовых линий магнитного поля Земли может быть установлено с помощью магнитной стрелки. Если стрелку подвесить на нити так, чтобы точка подвеса и центр ее тяжести совпадали, то она установится по направлению касательной к силовой линии магнитного поля Земли. Угол α между направлением вектора индукции в данной точке и горизонтальной плоскостью называется *магнитным наклоением* (рис. 2.3, а). Вертикальная плоскость, в которой расположится стрелка, называется плоскостью магнитного меридиана. Угол β между магнитным и географическими меридианами называется *магнитным склонением* (рис. 2.3, б).

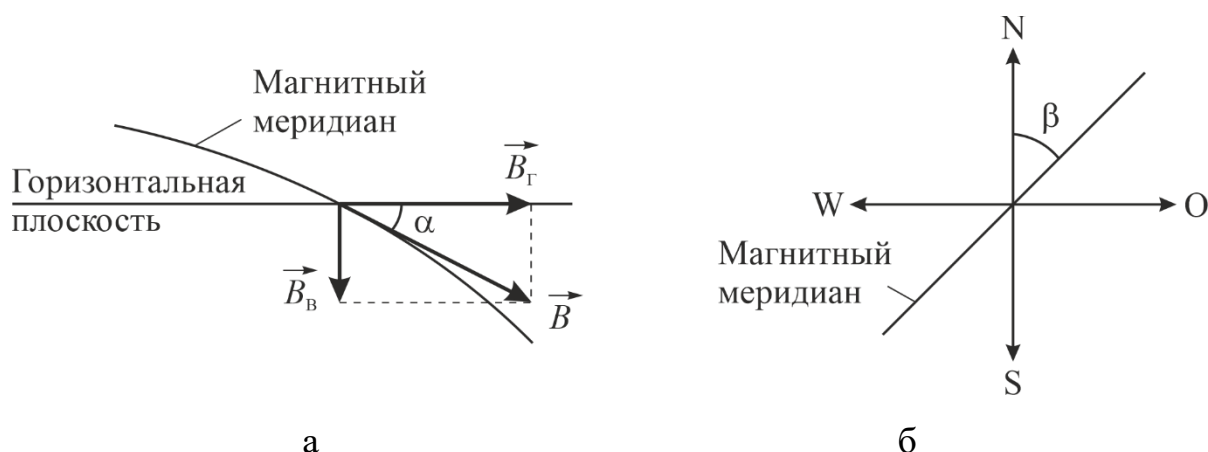


Рис. 2.3

Значения α и β для данного места с течением времени медленно изменяются. Вектор индукции магнитного поля Земли в любой точке пространства можно разложить на две составляющие: горизонтальную $B_Г$ и вертикальную $B_В$ (рис. 2.3, а). Укрепленная на вертикальной оси стрелка всегда устанавливается в направлении горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Таким образом, магнитные наклонение α , склонение β и горизонтальная составляющая магнитного поля $B_Г$ являются основными параметрами магнитного поля Земли (основные элементы земного магнетизма).

Горизонтальную составляющую $B_Г$ магнитного поля Земли можно измерить с помощью прибора, который называется *тангенс-гальванометром*. Он состоит из катушки (несколько круговых проводников, по которым течет ток), расположенной вертикально в плоскости магнитного меридиана. В центре катушки помещается магнитная стрелка, которая должна иметь размеры меньше, чем диаметр катушки. В этом случае можно считать, что она находится в однородном магнитном поле.

Электрическая схема экспериментальной установки показана на рис. 2.4. Здесь E – регулируемый источник постоянного напряжения, PA – миллиамперметр, SA – переключатель направления силы тока в катушке K тангенс-гальванометра.

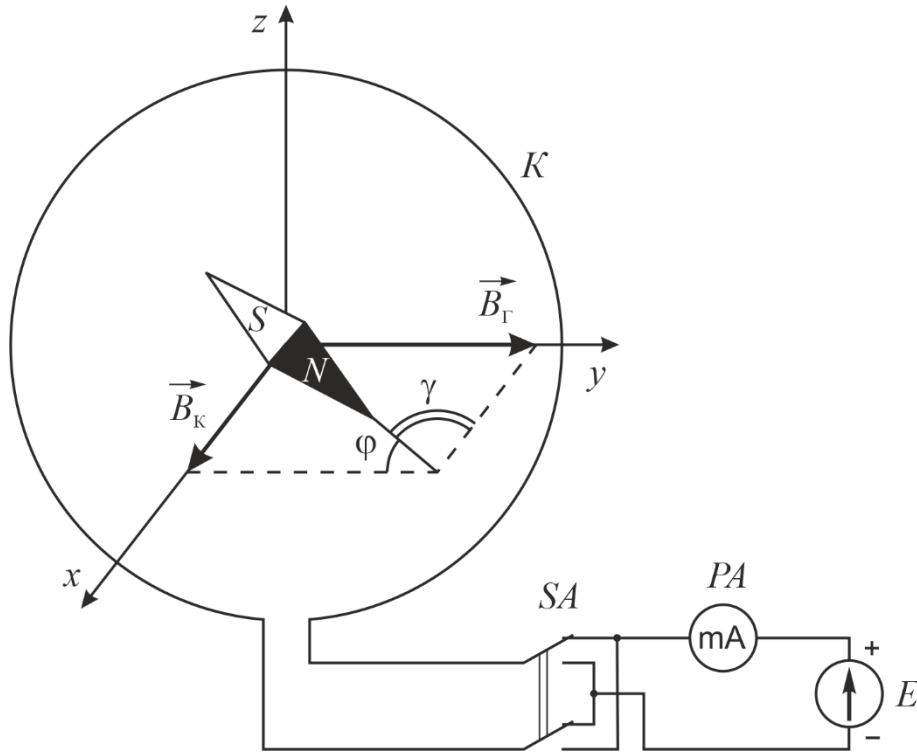


Рис. 2.4

Плоскость катушки устанавливается перпендикулярно к горизонтальной плоскости так, чтобы она совпала с направлением магнитной стрелки. Электрический ток, протекающий по виткам катушки, создает в ее центре магнитное поле, индукция которого \vec{B}_K направлена перпендикулярно к горизонтальной составляющей $\vec{B}_Г$ поля Земли (рис. 2.4). В результате действия сил со стороны двух магнитных полей – поля катушки и магнитного поля Земли стрелка установится по направлению их результирующей.

Из рис. 2.4 видно, что

$$B_Г = \frac{B_K}{\operatorname{tg} \varphi}. \quad (2.8)$$

Значение индукции B_K магнитного поля в центре катушки можно найти на основании закона Био – Савара – Лапласа:

$$B_K = \mu_0 \frac{IN}{2R}, \quad (2.9)$$

где I – сила тока в витках катушки; N – число витков в катушке; R – радиус катушки.

Из уравнений (2.8) и (2.9) следует, что горизонтальная составляющая магнитного поля Земли может быть найдена из равенства

$$B_{\Gamma} = \mu_0 \frac{IN}{2R \operatorname{tg} \varphi}. \quad (2.10)$$

Наименьшая погрешность при определении горизонтальной составляющей магнитного поля Земли для данного места получается при угле φ отклонения магнитной стрелки 45° ($\operatorname{tg} 45^\circ = 1$). Тогда

$$B_{\Gamma} = \mu_0 \frac{IN}{2R}. \quad (2.11)$$

Таким образом, катушка, по которой течет ток, с магнитной стрелкой в центре может быть использована для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Порядок выполнения работы

Задание 1

1. Соберите электрическую схему согласно рис. 2.4.
2. Установите катушку так, чтобы ее плоскость совпала с плоскостью магнитного меридиана, т. е. с направлением магнитной стрелки.
3. Поверните лимб (угломерную шкалу) до совмещения нуля с одним из концов стрелки.
4. Включите в сеть источник постоянного тока, прогрейте 3 – 5 минут.
5. Замкните электрическую цепь с помощью переключателя SA , затем установите ток в цепи такой силы I_1 , при котором стрелка повернется на угол 45° .
6. Измените направление тока в катушке с помощью переключателя SA и снова добейтесь отклонения стрелки на угол 45° , запишите значение I_2 . При правильной установке катушки относительно стрелки токи I_1 и I_2 должны быть равны.

Результаты измерений занесите в таблицу.

№ п/п	I_1 , мА	I_2 , мА	$\langle I \rangle$, мА
1			
2			
3			

7. Измерения по пп. 5 и 6 повторите несколько раз.

8. Вычислите значение горизонтальной составляющей индукции поля Земли B_H , используя равенство (2.11). Радиус R катушки и количество N витков даны на установке.

9. Оцените погрешность измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

Задание 2

Поскольку катушку тангенс-гальванометра трудно точно установить в направлении север-юг, можно производить измерение B_H без предварительной ориентировки катушки, отмечая углы поворота стрелки φ_1 и φ_2 от начального положения для обоих направлений тока определенной величины в катушке.

Согласно теореме синусов (см. рис. 2.4),

$$\frac{B_{K1}}{\sin\varphi_1} = \frac{B_H}{\sin\gamma_1}, \quad \frac{B_{K2}}{\sin\varphi_2} = \frac{B_H}{\sin\gamma_2}, \quad (2.12)$$

где B_{K1} и B_{K2} – индукция поля катушки при различных направлениях тока в ней.

Также

$$B_{K1} = B_{K2}, \quad (2.13)$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \varphi_1 + \varphi_2 = \pi. \quad (2.14)$$

Из уравнений (2.12) – (2.14) следует, что

$$B_H = \mu_0 \frac{IN}{2R} \frac{\sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{\sqrt{\sin^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_2 - 2\sin\varphi_1\sin\varphi_2\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}}. \quad (2.15)$$

1. Установите катушку так, чтобы ее плоскость не совпадала с плоскостью магнитного меридиана.

2. Пропустите по катушке ток I , измерьте угол φ_1 отклонения магнитной стрелки.

3. Измените направление тока на противоположное и измерьте угол φ_2 .

Результаты измерений занесите в таблицу.

№ п/п	I , мА	φ_1 , °	φ_2 , °
1			
2			
3			

4. Произведите измерения углов φ_1 и φ_2 при различных значениях силы тока I в цепи катушки.

5. Рассчитайте B_T по формуле (2.15) для различных токов и найдите ее среднее значение.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Назовите основные параметры земного магнетизма.
2. Как формулируется закон Био – Савара – Лапласа?
3. Получите формулу для расчета индукции магнитного поля в центре кругового тока.
4. Почему измерения горизонтальной составляющей индукции поля Земли нужно проводить при угле отклонения стрелки, равном 45° ?

Лабораторная работа 2-9

Определение удельного заряда электрона методом магнетрона

Цель работы: изучение особенностей движения заряженных частиц (электронов) в скрещенных электрическом и магнитном полях и определение удельного заряда e/m электрона.

Приборы и принадлежности: установка для определения удельного заряда электрона, состоящая из источника питания, магнетрона и миллиамперметра.

Метод эксперимента

Магнетроном называют двухэлектродную электронную лампу (диод), в которой электроны, вылетающие из катода при его нагревании, в результате термоэмиссии, наряду с электрическим полем, подвергаются воздействию внешнего магнитного поля.

В данной работе используется диод специальной конструкции, электроды которого, анод и катод, изготовлены в виде двух соосных (коаксиальных) цилиндров (рис. 2.5).

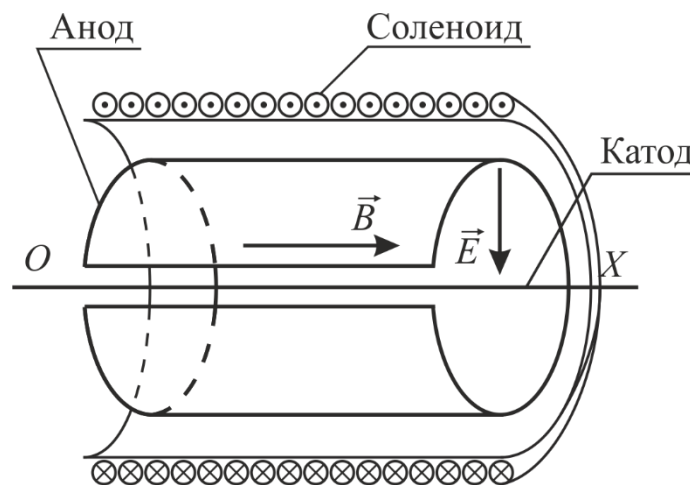


Рис. 2.5

Внешнее магнитное поле создается соленоидом. Диод размещен внутри него так, что оси катода и анода совпадают с осью соленоида. Вектор напряженности электрического поля \vec{E} направлен по радиусу от анода к катоду, а вектор магнитной индукции \vec{B} – параллельно их общей оси OX . Таким образом, векторы \vec{E} и \vec{B} взаимно перпендикулярны.

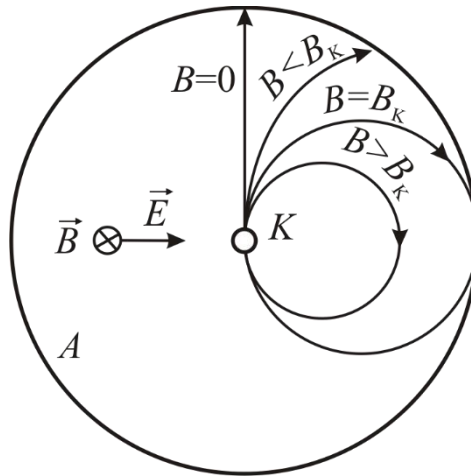


Рис. 2.6

Рассмотрим сначала качественно характер движения электронов в лампах такой конструкции в зависимости от величины индукции магнитного поля при постоянном потенциале анода и постоянной силе тока накала катода в предположении, что электроны покидают катод с нулевой начальной скоростью. Очевидно, что при отсутствии магнитного поля ($B = 0$) электроны, испускаемые катодом, под действием электрического поля будут двигаться от катода к аноду прямолинейно (рис. 2.6) и в анодной цепи возникнет некоторый ток, сила которого зависит от анодного напряжения и силы тока накала (температуры) катода.

Если теперь, не изменяя потенциала анода и силы тока накала, создать небольшое магнитное поле, перпендикулярное к плоскости чертежа, то вследствие действия силы Лоренца траектории электронов искривляются, но по-прежнему все электроны достигнут анода и в анодной цепи будет протекать ток такой же силы, как и в отсутствие магнитного поля. По мере увеличения индукции магнитного поля B траектории электронов

будут искривляться все больше и больше и при некотором значении $B = B_k$, называемом *критическим*, электроны начнут «проскальзывать» у поверхности анода и при дальнейшем своем движении возвращаться на катод. Таким образом, при $B = B_k$ сила анодного тока резко уменьшится до нуля. При дальнейшем увеличении индукции магнитного поля ($B > B_k$) траектории электронов будут искривляться еще больше и, следовательно, анодный ток будет оставаться равным нулю.

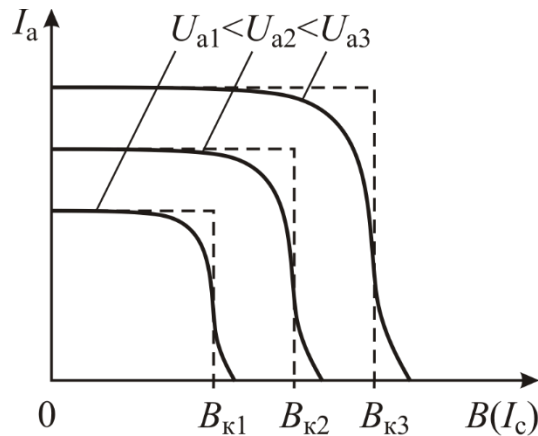


Рис. 2.7

Зависимость силы анодного тока I_a от величины индукции B магнитного поля при постоянном анодном напряжении U_a и постоянной силе тока накала катода называется *сбросовой характеристикой* магнетрона. На рис. 2.7 показаны сбросовые характеристики магнетрона для трех различных значений анодного напряжения. Видно, что каждому значению U_a соответствует одно, вполне определенное значение B_k , т.е. B_k является некоторой функцией U_a , причем с увеличением анодного напряжения увеличивается и критическое значение индукции.

Резкий (вертикальный) сброс анодного тока при $B = B_k$ (штриховые линии) справедлив лишь в предположении, что все электроны покидают анод со скоростями, равными нулю. На самом деле электроны, испускаемые термокатодом, имеют различные начальные скорости (разброс по скоростям). Кроме того, неизбежны некоторая асимметрия электродов (анода и катода), нарушение их соосности с магнитным полем и т.д. Все

эти причины приводят к тому, что резких сбросовых характеристик не получается и они принимают вид сплошных кривых. Однако спады этих кривых при $B \approx B_k$ остаются довольно резкими и могут быть использованы для измерения удельного заряда электрона.

Функциональную зависимость B_k от U_a можно получить на основе следующих рассуждений. На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца $\vec{F} = e [\vec{v}, \vec{B}]$. Если магнитное поле однородно и скорость \vec{v} перпендикулярна к вектору \vec{B} , то сила Лоренца сообщает электрону постоянное нормальное ускорение и электрон движется по окружности радиусом R в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям индукции магнитного поля. Радиус этой окружности можно найти из условия

$$\frac{mv^2}{R} = evB, \quad (2.16)$$

откуда

$$R = \frac{v}{\left(\frac{e}{m}\right)B}, \quad (2.17)$$

где e/m – удельный заряд электрона.

В пространстве между катодом и анодом в магнетроне напряженность электрического поля E такая же, как и в цилиндрическом конденсаторе:

$$E = \frac{U_a}{\ln\left(\frac{r_a}{r_k}\right)} \cdot \frac{1}{r}, \quad (2.18)$$

где U_a – разность потенциалов между катодом и анодом, r_a – радиус анода, r_k – радиус катода, r – расстояние от оси катода до исследуемой области.

В магнетроне радиус катода r_k много меньше радиуса анода r_a . При условии $r_k \ll r_a$ из формулы (2.18) следует, что напряженность электрического поля E , максимальная у катода, с увеличением r быстро убывает

до нуля. Поэтому основное изменение (приращение) скорости электронов происходит вблизи катода, и при дальнейшем движении их скорость будет изменяться незначительно. Приближенно можно считать, что в этом случае электроны движутся в магнитном поле с постоянной по величине скоростью и, следовательно, их траектории будут близки к окружности. Предполагая, что траектории электронов при $B = B_k$ представляют собой окружность, радиус которой $R = r_a/2$, используя соотношение (2.17), получаем

$$B_k = \frac{2v}{\left(\frac{e}{m}\right)r_a}. \quad (2.19)$$

Так как магнитное поле работы не совершает ($\vec{v} \perp \vec{F}$), то изменение кинетической энергии электрона при его движении от катода к аноду будет равно работе сил электрического поля, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} = eU_a. \quad (2.20)$$

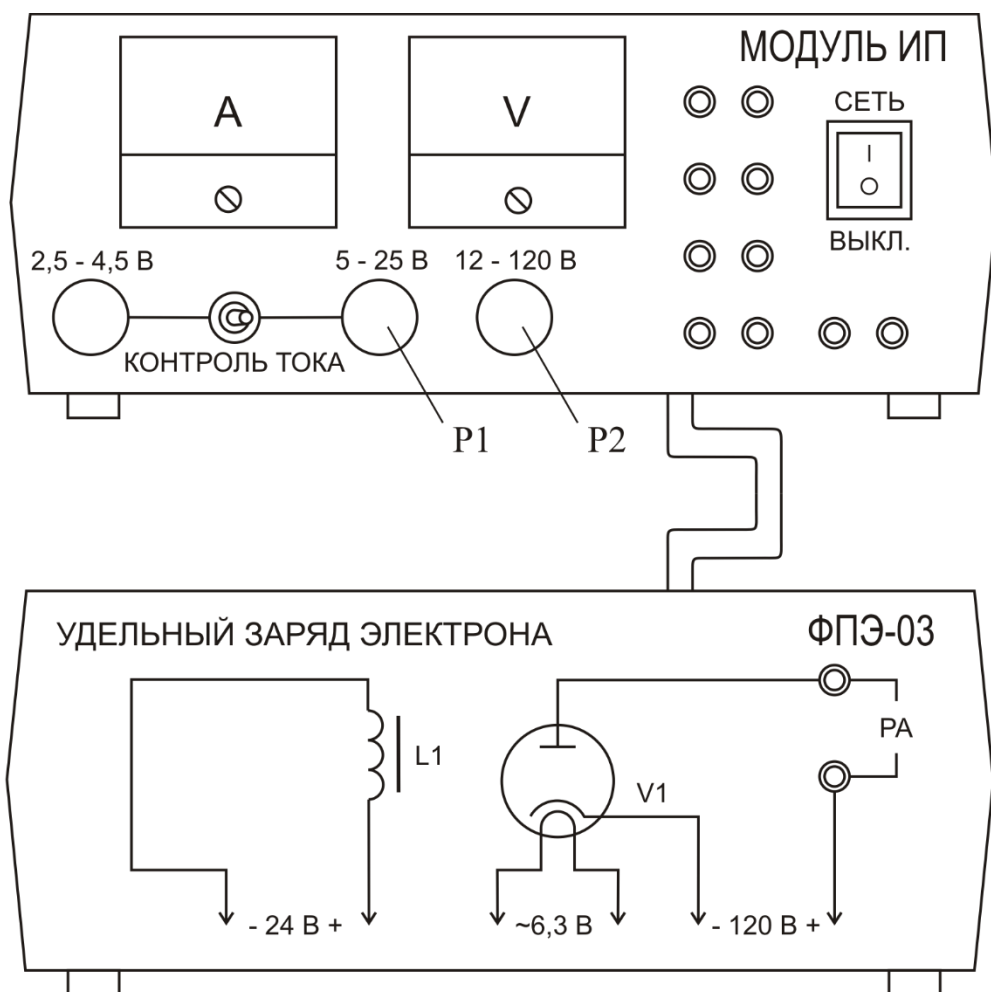
Возводя выражение (2.19) в квадрат, учитывая равенство (2.20), получаем

$$B_k^2 = \frac{8U_a}{\left(\frac{e}{m}\right)r_a^2}. \quad (2.21)$$

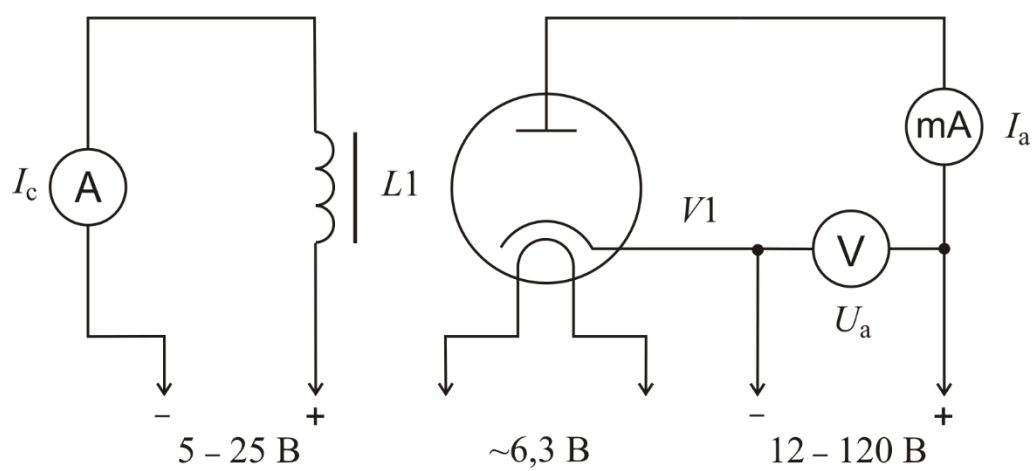
Формула (2.21) позволяет вычислить e/m , если при заданном анодном напряжении U_a найдено такое значение индукции магнитного поля B (или, наоборот, при заданном B такое значение U_a), при котором электроны перестают попадать на анод.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки показана на рис. 2.8, а. Установка состоит из двух модулей: источника питания ИП и магнетрона ФПЭ-03. Модуль ИП объединяет в себе источник анодного напряжения, источник напряжения накала катода и источник тока соленоида.



а



б

Рис. 2.8

Для измерения анодного тока используется внешний многопредельный миллиамперметр (на рисунке не показан), подключаемый к клеммам «РА» на лицевой панели модуля ФПЭ-03. Для электрического соединения модулей на их задних стенках расположены специальные разъемы, к которым подключен соединительный кабель.

Электрическая схема установки показана на рис. 2.8, б (она также изображена в упрощенном виде на лицевой панели модуля ФПЭ-03). После включения установки в сеть на катод диода $V1$ подается напряжение накала $\sim 6,3$ В, в результате чего катод разогревается и начинает испускать электроны. Напряжение U_a , приложенное между катодом и анодом, регулируется ручкой $P2$ (рис. 2.8, а) в диапазоне 12 – 120 В и измеряется вольтметром. Сила анодного тока I_a измеряется внешним миллиамперметром, включенным в анодную цепь диода. К обмотке соленоида $L1$ прикладывается постоянное напряжение, в результате чего в ее цепи возникает ток I_c , сила которого регулируется ручкой $P1$ и измеряется амперметром. Минимальное значение силы тока соленоида составляет примерно 0,5 А, максимальное – чуть более 1 А.

Подготовка установки к работе

1. Установите ручки регулировок $P1$ и $P2$ на модуле ИП в крайнее левое положение, что соответствует минимальным значениям I_c и U_a . Тумблер «КОНТРОЛЬ ТОКА» установите в положение «5 – 25 В».

2. Установите переключатель предела шкалы миллиамперметра анодного тока в положение «7,5 мА», а переключатель множителя шкалы – в положение « $\times 1$ ».

3. Включите экспериментальную установку кнопкой «СЕТЬ» на лицевой панели источника питания.

4. После 2 – 3-минутного прогрева с помощью ручек $P1$ и $P2$ проверьте, регулируются ли сила тока соленоида и анодное напряжение.

5. Установите анодное напряжение порядка 50 В и, плавно увеличивая силу тока соленоида, убедитесь в том, что сила анодного тока сначала практически не изменяется, но при дальнейшем увеличении силы тока соленоида наступает момент, когда она резко уменьшается и падает почти до нуля.

Порядок выполнения работы

1. Измерьте сбросовую характеристику магнетрона. Установите анодное напряжение $U_a = 50$ В и, увеличивая силу тока соленоида I_c в интервале 0,5 – 1 А с шагом 0,1 А, измеряйте силу анодного тока I_a .

Внимание! Не устанавливайте на длительное время максимальное значение силы тока соленоида $I_c = 1$ А – это может привести к выходу установки из строя.

2. Измерьте сбросовые характеристики еще для двух анодных напряжений U_a в интервале 50 – 80 В. Результаты измерений занесите в таблицу.

№ п/п	$U_a = 50$ В		$U_a =$		$U_a =$	
	I_c , А	I_a , мА	I_c , А	I_a , мА	I_c , А	I_a , мА
1	0,5					
2	0,6					
3	0,7					
...	...					

3. Используйте полученные результаты для построения семейства сбросовых характеристик $I_a = f(I_c)$.

4. По графику для каждого значения U_a определите критическое значение силы тока соленоида $I_{ск}$. Для нахождения $I_{ск}$ проведите касательную в точке перегиба сбросовой характеристики и продолжите ее до взаимного пересечения с прямой, соответствующей минимальным изменениям анодного тока I_a (рис. 2.9). Искомую силу тока $I_{ск}$ найдите как абсциссу точки пересечения двух прямых.

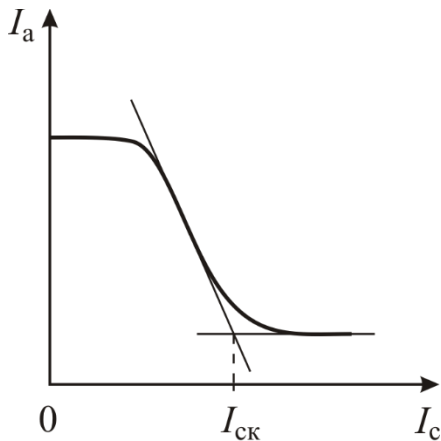


Рис. 2.9

5. Для найденных значений $I_{ск}$ рассчитайте критические значения индукции магнитного поля B_k , используя эмпирическую формулу

$$B_k = 9,38 \cdot 10^{-3} I_{ск}.$$

6. Постройте график зависимости $B_k^2 = f(U_a)$. Нанесите точки на координатную плоскость и проведите «наилучшую прямую» – прямую, проходящую на наименьшем расстоянии от большинства точек. По угловому коэффициенту полученной прямой, используя формулу (2.21), определите удельный заряд e/m электрона. Радиус анода $r_a = 6$ мм.

7. Оцените погрешность результата измерений.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Какие силы действуют на электрон в магнетроне? Укажите направление этих сил.

2. Изобразите траекторию движения электрона в однородном магнитном поле в двух случаях: а) вектор начальной скорости электрона направлен перпендикулярно к вектору индукции магнитного поля; б) вектор начальной скорости электрона направлен под острым углом к вектору индукции магнитного поля.

3. Объясните устройство и принцип действия магнетрона. Для чего применяется магнетрон в электронной технике?

4. Что представляют собой сбросовые характеристики магнетрона? Как по виду этих кривых оценить правильность расположения электродов в лампе и лампы в соленоиде?

5. Как магнитное поле Земли влияет на точность измерений? В каких случаях этим влиянием можно пренебречь?

6. Опишите другие известные методы определения удельного заряда электрона. В чем состоят их преимущества и недостатки?

Лабораторная работа 2-13

Изучение магнитного поля соленоида с помощью датчика

Холла

Цель работы: ознакомление с одним из методов получения магнитного поля в пространстве с помощью прямой катушки с током (соленоида), экспериментальное определение значений магнитной индукции на оси соленоида.

Приборы и принадлежности: учебный лабораторный стенд ФЭЛ-3.

Элементы теории и метод эксперимента

Для экспериментального измерения величины магнитного поля на оси соленоида в данной работе используются датчики Холла, расположенные внутри соленоида на его оси. Явление Холла заключается в возникновении разности потенциалов при протекании постоянного электрического тока через проводящую пластинку, помещенную в постоянное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости пластинки и направлению тока. Простейшая теория эффекта Холла объясняет появление разности потенциалов взаимодействием носителей тока с магнитным полем. В отсутствие внешнего магнитного поля в проводнике (металле) под действием постоянного электрического поля имеет место направленное движение зарядов q со скоростью \vec{v} (рис. 2.10).

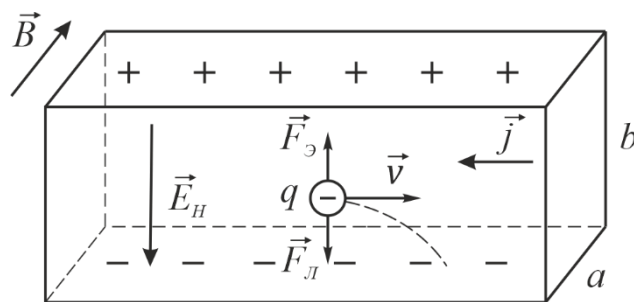


Рис. 2.10

При наложении магнитного поля B на заряды действует сила Лоренца \vec{F}_L , под действием которой частицы отклоняются в направлении, перпендикулярном к векторам \vec{v} и \vec{B} . В результате пространственного разделения носителей заряда в проводнике возникает перпендикулярное к направлению тока электрическое поле Холла напряженностью \vec{E}_H . В свою очередь поле Холла действует на заряды с силой $\vec{F}_Э$, уравнивающей силу Лоренца. В условиях равновесия

$$qE_H = qvB.$$

Откуда холловская разность потенциалов равна

$$U_H = E_H b = vBb.$$

Принимая во внимание связь плотности тока j со скоростью v направленного движения и концентрацией n носителей заряда $j = env$, получаем окончательное выражение для холловской разности потенциалов:

$$U_H = \frac{j}{en} Bb = R_H \frac{IB}{a}. \quad (2.22)$$

В этом выражении $R_H = 1/(en)$ – постоянная Холла; $I = jab$ – сила тока, протекающего через датчик; a и b – поперечные размеры датчика.

Из выражения (2.22) видно, что U_H пропорциональна величине создаваемого магнитного поля B (в нашем случае – магнитного поля соленоида). Таким образом, измерив холловскую разность потенциалов, при известных значениях постоянной Холла, силы тока и размеров датчика можно определить величину индукции магнитного поля:

$$B = \frac{U_H a}{R_H I}. \quad (2.23)$$

Описание экспериментальной установки

Принципиальная электрическая схема экспериментальной установки показана на рис. 2.11. Исследуемый соленоид L представляет собой со-

вокупность большого количества витков медного провода, близко расположенных на непроводящем каркасе. Соленоид питается от регулируемого источника постоянного напряжения E_1 . Вдоль оси соленоида расположена пластина с укрепленными на ней через каждый сантиметр датчиками Холла. Через каждый датчик H пропускается постоянный ток силой несколько миллиампер от источника E_2 . Холловская разность потенциалов U_H измеряется вольтметром.

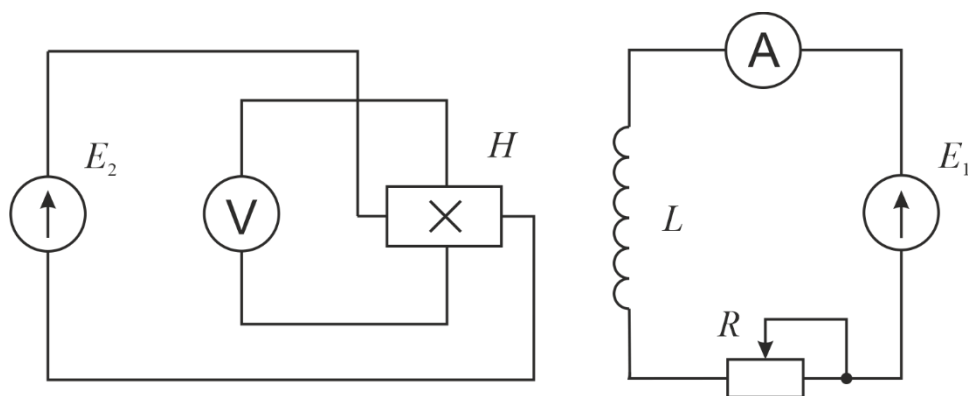


Рис. 2.11

Последовательное переключение датчиков осуществляется нажатием кнопок «ДАТЧИКИ» на лицевой панели блока ФЭЛ-3. Для плавного изменения тока соленоида служит ручка «ТОК КАТУШКИ». Тесламетр, собранный на основе высокочувствительного датчика Холла, применяемый в этой работе, позволяет определить индукцию магнитного поля с точностью до $\pm 0,03$ мТл. Текущее значение силы тока соленоида, положение датчика Холла и индукция магнитного поля выводятся на ЖК дисплей.

Порядок выполнения работы

1. Включить установку в сеть напряжением ~ 220 В, при этом должны загореться сигнальная лампа и подсветка ЖК дисплея.
2. Через 2 – 3 минуты после включения установить ручкой «ТОК КАТУШКИ» одно из значений силы тока в диапазоне от 0 до 3 А.

3. Переключая нажатием кнопок «ДАТЧИКИ» датчики Холла, расположенные на оси соленоида через 1 см, измерить зависимость индукции B магнитного поля соленоида от координаты z , отсчитываемой от левого края катушки. Значения индукции магнитного поля, выведенные на ЖК дисплее, могут изменяться в пределах $\pm 0,03$ мТл относительно среднего значения. В таблицу следует записывать среднее значение индукции B , определенное за некоторый промежуток времени.

$$I = \dots \text{ А}$$

z , см	0	1	2	3	...	18
B , мТл						
$B_{\text{т}}$, мТл						

4. Для каждого положения датчика z провести теоретический расчет индукции $B_{\text{т}}$ магнитного поля, как [см. рис. 1.10, формулы (1.35), (1.36)]

$$B_{\text{т}} = \frac{\mu_0 I N}{2L} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где

$$\cos \alpha_1 = \frac{L - z}{\sqrt{R^2 + (L - z)^2}}, \quad \cos \alpha_2 = -\frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}.$$

Длина соленоида $L=0,18$ м, количество витков $N=550$, средний радиус намотки витков $R=0,025$ м.

5. Построить теоретический график зависимости $B_{\text{т}}(z)$ с нанесенными на него измеренными значениями индукции B .

6. Повторить пп. 2-5 для двух других значений силы тока соленоида.

7. По окончании работы выключить установку из сети.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Назовите параметры, с помощью которых можно описать магнитное поле.

2. Изобразите магнитные силовые линии для прямого бесконечного проводника с током, рамки с током и соленоида.

3. Сформулируйте закон Био – Савара – Лапласа. Объясните, как, пользуясь этим законом, можно определить направление и величину магнитной индукции в любой точке пространства.

4. Какой вид должно иметь осевое распределение индукции магнитного поля в соленоиде? Как изменяется магнитное поле вдоль перпендикуляра, проведенного через центр катушки?

5. В чем заключается методика измерения индукции магнитного поля катушки в данной работе?

6. Опишите эффект Холла в металлах.

7. Выведите выражение для холловской разности потенциалов.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики: в 4 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: учеб. пособие / И.В. Савельев; под общ. ред. В.И. Савельева. 2-е изд., стереотип. М.: КНОРУС, 2012. 576 с.

2. Детлаф А. А. Курс физики: учеб. пособие для студентов высших технических учебных заведений / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2014. – 720 с.

3. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 20-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2014. – 560 с.

4. Калашников Н.П., Смондырев М.А. Основы физики: учеб. пособие. Т. 1. – М.: Дрофа, 2001. – 531 с.

Оглавление

1. Элементы теории	3
1.1. Магнитное поле в вакууме	3
1.2. Сила Лоренца. Магнитная индукция.....	5
1.3. Закон Ампера	7
1.4. Магнитное поле равномерно движущегося заряда. Принцип суперпозиции. Закон Био – Савара – Лапласа.....	9
1.5. Теорема Гаусса для вектора \vec{B}	12
1.6. Теорема о циркуляции вектора \vec{B} в вакууме (закон полного тока).....	12
1.7. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.....	13
1.8. Применение закона Био – Савара – Лапласа к расчету магнитных полей	14
1.9. Применение закона полного тока к расчету магнитных полей	20
2. Лабораторный практикум.....	21
Лабораторная работа 2-7	
Изучение поля соленоида с помощью баллистического гальванометра.....	21
Лабораторная работа 2-8	
Изучение магнитного поля Земли.....	27
Лабораторная работа 2-9	
Определение удельного заряда электрона методом магнетрона.....	34
Лабораторная работа 2-13	
Изучение магнитного поля соленоида с помощью датчика Холла.....	43
Библиографический список.....	47