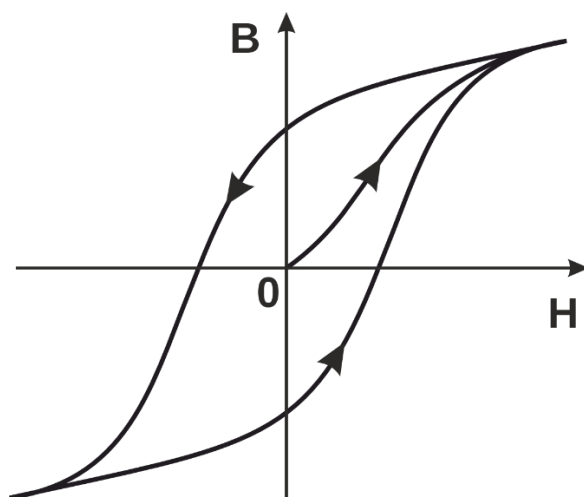


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. Ф. УТКИНА

М. А. БУРОБИН, А. Н. ВЛАСОВ,
М. В. ДУБКОВ, В. В. ИНЯКОВ

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ



Рязань 2025

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический университет
им. В. Ф. Уткина

М. А. БУРОБИН, А. Н. ВЛАСОВ,
М. В. ДУБКОВ, В. В. ИНЯКОВ

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Учебное пособие

*РЕКОМЕНДОВАНО
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИМ СОВЕТОМ
ФГБОУ ВО «РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.Ф. УТКИНА»
В КАЧЕСТВЕ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВЫСШИХ
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ОЧНОЙ И ЗАОЧНОЙ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ
ВСЕХ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
(УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ, СПЕЦИАЛИТЕТ)
И НАПРАВЛЕНИЯ 38.03.02 «МЕНЕДЖМЕНТ» (УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ)*

Рязань 2025

УДК 530.1

Магнитное поле в веществе: учеб. пособие / М. А. Буробин, А. Н. Власов, М. В. Дубков, В. В. Иняков; Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В. Ф. Уткина. Рязань, 2025. 80 с.

Рассмотрены основные вопросы электромагнетизма, законы, описывающие магнитное поле в веществе; магнитные характеристики вещества; процессы, происходящие при намагничивании вещества. Приведено описание трех лабораторных работ, включающее в себя метод эксперимента, порядок выполнения работ и итоговые контрольные вопросы.

Предназначено для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплины «Физика» и «Научные основы инновационных технологий».

Табл. 3. Ил. 31. Библиогр.: 8 назв.

Магнитное поле, индукция, напряженность магнитного поля, намагниченность вещества, магнитная проницаемость, диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики, гистерезис

Печатается по решению научно-методического совета Рязанского государственного радиотехнического университета имени В. Ф. Уткина.

Рецензенты:

А. А. Трубицын, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры промышленной электроники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет имени В. Ф. Уткина»;

Т. Г. Авачева, канд. физ.-мат. наук, доцент, заведующая кафедрой математики, физики и медицинской информатики ФГБОУ ВО «Рязанский государственный медицинский университет имени академика И. П. Павлова».

Буробин Михаил Анатольевич
Власов Александр Николаевич
Дубков Михаил Викторович
Иняков Валерий Викторович

Магнитное поле в веществе

Редактор М. Е. Цветкова
Корректор С. В. Макушина

Подписано к изданию 24.06.25. Усл. печ. л. 5,0.

Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный
радиотехнический университет
им. В. Ф. Уткина, 2025

1. Элементы теории

1.1. Магнитное поле

Опытным путем установлено, что если рядом с проводником, по которому протекает постоянный электрический ток, поместить магнит или другой проводник с током, то можно увидеть достаточно заметно проявляющееся их взаимодействие. Это взаимодействие:

- определенно не электростатического характера;
- гораздо более сильное, нежели гравитационное, и отличается от него по направлению;
- зависит от величины и направления протекания взаимодействующих токов, то есть определяется действием движущихся зарядов на движущиеся же заряды.

Объединяющим с гравитационным и электростатическим воздействием является то, что действие этой силы проявляется без какого-либо видимого посредника. Таким образом, можно сделать вывод о том, что мы имеем дело с неким новым воздействием. Оно может быть описано с помощью понятия «поле», которое по своим свойствам отличается от гравитационного и электростатического. Это поле получило название *магнитного*, так как издавна проявлялось воздействием одного постоянного магнита на другой. Магнитное поле – одна из форм проявления электромагнитного поля, которое действует на движущиеся электрические заряды (одиночные заряды, электрические токи и магниты). В свою очередь, магнитное поле создается движущимися зарядами, а также переменным электрическим полем.

Как можно заметить уже из определения, магнитное поле – понятие несколько искусственное. Это легко продемонстрировать на следующем примере. Пусть параллельно друг другу двигаются две частицы 1 и 2 с зарядами q_1 и q_2 и скоростями v_1 и v_2 соответственно. Тогда можно утверждать, что одна из них (пусть 1) относительно неподвижной системы ко-

ординат создает магнитное поле, которое действует на другую частицу с силой F_m . Кроме того, так как обе частицы имеют отличный от нуля заряд, они взаимодействуют друг с другом с силой, описываемой законом Кулона (F_k). Однако эту же систему двух частиц можно рассмотреть и в другой инерциальной системе, которая движется параллельно частицам со скоростью v_1 или v_2 . В новой системе магнитного взаимодействия частиц не будет, так как:

- либо исчезает магнитное поле (если скорость системы отсчета v_1), поскольку в новой системе частица 1 покоится;
- либо на вторую частицу магнитное поле не действует (если скорость системы v_2), поскольку в данной системе частица 2 покоится.

Так как выбор системы координат – дело субъективное, то получается, что по своему желанию мы можем создавать или приводить к исчезновению либо силы воздействия со стороны магнитного поля на движущуюся частицу, либо само магнитное поле. В любом случае исчезает и энергия поля (как характеристика работы силы со стороны поля). Энергия, как и масса, является одной из основных характеристик материи. Таким образом, исчезновение силовой характеристики поля при изменении системы отсчета эквивалентно исчезновению поля как материи, что противоречит фундаментальным законам естествознания – законам сохранения массы и энергии.

Кажущееся противоречие снимается тем фактом, что при переходе из одной системы отсчета в другую меняется не только сила F_m , связанная с понятием «магнитное поле», но и сила электростатического взаимодействия частиц, причем это изменение компенсирует изменение силы F_m . Общая сила действия одной заряженной частицы на другую остается неизменной. Таким образом, с физической точки зрения более оправданно говорить об электромагнитном поле и об электромагнитном воздействии одной заряженной частицы на другую. При некоторых условиях эта материя (электромагнитное поле) проявляет себя либо как рассмотренное ра-

нее электрическое поле, либо как среда, по своим свойствам отличная от него, которую мы назвали магнитным полем. Вне этих условий деление на электрическое и магнитное поле смысла не имеет.

Выделение чисто магнитного поля может быть осуществлено в случае рассмотрения заряженных частиц, двигающихся равномерно и прямолинейно, то есть без ускорения, или в случае стационарных или почти стационарных (квазистационарных) токов. В этом случае из взаимодействия частиц может быть выделена составляющая, которая хорошо описывается с учетом представления о реально существующем виде материи – магнитном поле.

Таким образом, *магнитное поле* – одна из форм проявления электромагнитного поля, которое действует на движущиеся электрические заряды (одиночные заряды, электрические токи и магниты). В свою очередь, магнитное поле создается движущимися зарядами, а также переменным электрическим полем.

Силовая характеристика магнитного поля – *вектор индукции* \vec{B} , модуль которого определяется максимальной силой F_{max} , действующей на отрезок провода длиной l при протекании по нему тока I :

$$B = \frac{F_{max}}{Il}. \quad (1.1)$$

Как и в случае электростатики, магнитное поле представляется картой поля, которая строится с помощью *силовых линий* (*линий магнитной индукции*), в каждой точке которых вектор \vec{B} направлен по касательной. О величине вектора \vec{B} можно судить по густоте силовых линий. Однако в отличие от электростатического поля линии магнитной индукции всегда замкнуты: они нигде не начинаются и нигде не заканчиваются. Это отличие обусловлено отсутствием магнитных зарядов как источников магнитного поля.

Магнитное поле в выделенной области пространства называется однородным, если во всех точках пространства вектор \vec{B} имеет одно и то же направление и величину. В противном случае поле – неоднородное.

В результате обобщения экспериментальных данных Г. Роуландом (1877 г.) был получен элементарный закон, связывающий индукцию магнитного поля точечного заряда, движущегося с постоянной нерелятивистской скоростью:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

В скалярном виде:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{r} (рис. 1.1).

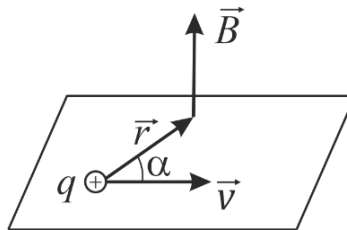


Рис. 1.1

Вектор индукции \vec{B} магнитного поля, создаваемого системой, состоящей из N движущихся зарядов (или токов), можно определить на основе принципа суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i, \quad (1.3)$$

где \vec{B}_i – вектор индукции магнитного поля, создаваемого в данной точке i -м зарядом (током) в отдельности в отсутствие остальных зарядов (токов).

1.2. Основные законы электромагнетизма

Закон Био – Савара – Лапласа

Французские физики Ж. Био и Ф. Савар (1820 г.) провели исследование магнитных полей проводников различной формы, по которым протекал постоянный ток. Они установили, что магнитная индукция во всех случаях пропорциональна силе тока I , создающего магнитное поле, и обратно пропорциональна квадрату r^2 расстояния до рассматриваемой точки:

$$B \sim \frac{I}{r^2}. \quad (1.4)$$

П. Лаплас проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и пришел к выводу, что магнитное поле любого проводника с током может быть вычислено как суперпозиция полей, создаваемых его отдельными участками.

Таким образом, индукция $d\vec{B}$ магнитного поля в вакууме, создаваемого элементом $d\vec{l}$ проводника с током I в точке, заданной радиус-вектором \vec{r} , равна (рис. 1.2):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (1.5)$$

Выражение (1.5) носит название закона Био – Савара – Лапласа.

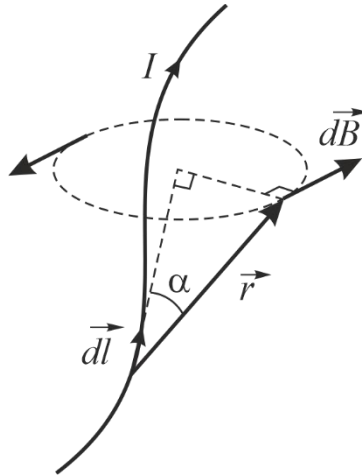


Рис. 1.2

Выражение (1.5) в скалярном виде записывается так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl, \quad (1.6)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} (см. рис. 1.2).

Индукция поля, создаваемого всем проводником, определяется в соответствии с принципом суперпозиции путем интегрирования выражения (1.5) или (1.6) по всей длине проводника (по замкнутому контуру):

$$\vec{B} = \oint_L d\vec{B}. \quad (1.7)$$

Закон Ампера

Французский физик А. Ампер (1820 г.) установил, что параллельные проводники с электрическими токами, текущими в одном направлении, притягиваются, а в противоположных – отталкиваются. Это связано с тем, что каждый носитель тока в одном проводнике подвергается действию магнитного поля, создаваемого другим проводником. В результате возникает сила, действующая на проводник с током со стороны внешнего магнитного поля.

Сила $d\vec{F}$, действующая со стороны однородного магнитного поля индукцией \vec{B} на элемент длины dl тонкого проводника, по которому течет ток I , равна

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}], \quad (1.8)$$

где $d\vec{l}$ – вектор элементарной длины.

Это соотношение носит название *закона Ампера*, а сама сила $d\vec{F}$ называется *силой Ампера*. Интегрируя выражение (1.8) по длине L проводника, можно вычислить силу, действующую со стороны магнитного поля на весь проводник:

$$\vec{F}_A = \int_L d\vec{F}_A = I \int_L [d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (1.9)$$

В частности, сила Ампера, действующая со стороны однородного магнитного поля с индукцией \vec{B} на участок проводника длиной l с током I , равна

$$\vec{F}_A = I [\vec{l}, \vec{B}], \quad (1.10)$$

где \vec{l} – вектор, совпадающий по направлению с током и равный по модулю длине l участка проводника.

Сила Лоренца

Путем обобщения опытных фактов был получен закон, определяющий силу \vec{F}_M , действующую на точечный заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} :

$$\vec{F}_M = q [\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1.11)$$

В любой точке пространства направление и модуль силы \vec{F}_M зависят от скорости заряда, причем $\vec{F}_M \perp \vec{v}$, следовательно, работы над зарядом \vec{F}_M не совершает. Это означает, что в магнитном поле энергия движущегося заряда всегда остается неизменной. Следует отметить, что на покоящийся заряд магнитное поле не действует (в отличие от электрического поля).

Если, помимо магнитного поля, действует электрическое поле независимо от него, то полная электромагнитная сила, действующая на заряд q , будет равна

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q [\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1.12)$$

Ее называют *силой Лоренца* (формулу вывел Х. Лоренц в 1895 г.). В нерелятивистском приближении сила Лоренца не зависит от выбора инерциальной системы отсчета. Однако магнитная составляющая силы

\vec{F}_M меняется при переходе от одной системы отсчета к другой (из-за \vec{v}). Поэтому должна меняться и электрическая составляющая $q\vec{E}$. Таким образом, разделение силы Лоренца на электрическую и магнитную составляющие зависит от выбора системы отсчета.

Теорема Гаусса для вектора \vec{B}

В отличие от электростатического поля силовые линии магнитного поля замкнуты. Поэтому число силовых линий, входящих в некоторый объем, ограниченный поверхностью S , будет равно числу линий, выходящих из него. Тогда поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S будет равен нулю. Таким образом, *теорема Гаусса для магнитного поля* имеет вид

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.13)$$

Если объем V , ограниченный поверхностью S , устремить к нулю, то можно определить дивергенцию вектора \vec{B} в данной точке. Таким образом, получаем теорему Гаусса в дифференциальной форме:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{или} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.14)$$

Здесь $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ – оператор Гамильтона (оператор набла).

Следствием из теоремы Гаусса является то, что *в природе нет магнитных зарядов*, аналогичных электрическим зарядам – источникам электрического поля.

Теорема о циркуляции вектора \vec{B} в вакууме

Для электростатического поля циркуляция вектора \vec{E} по произвольному замкнутому контуру Γ обращается в ноль:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = 0,$$

что является одной из форм определения его потенциальности. В случае магнитного поля *теорема о циркуляции вектора \vec{B}* имеет вид:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i. \quad (1.15)$$

В этом выражении $\sum_i I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром Γ . При суммировании ток считается положительным, если его направление образует с направлением обхода контура правовинтовую систему. Выражение (1.15) еще называют *законом полного тока*.

Если же для описания протекания тока мы пользуемся вектором плотности тока \vec{j} , то с учетом того, что

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

выражение (1.15) примет вид

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \oint_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (1.16)$$

Разделив обе части (1.16) на S и устремив S к нулю, получаем ротор вектора \vec{B} в данной точке:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad \text{или} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (1.17)$$

Это выражение называется теоремой о циркуляции вектора \vec{B} в дифференциальной форме. Поскольку циркуляция вектора \vec{B} в общем случае не равна нулю, это означает, что магнитное поле не является потенциальным. Такое поле называют *вихревым* или *соленоидальным*.

Закон электромагнитной индукции

В 1831 году английский физик *М. Фарадей* экспериментально установил, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока через поверхность, охватываемую этим контуром, возникает электрический ток, называемый индукционным. Величина индукционного то-

ка не зависит от способа изменения магнитного потока и определяется лишь скоростью его изменения:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1.18)$$

Изменение знака производной приводит к изменению направления индукционного тока. Направление индукционного тока *определяется правилом Ленца* (Э. Х. Ленц, 1834 г.): индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей.

Явление самоиндукции и взаимной индукции

Электромагнитная индукция наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток через контур. При этом неважно, чем вызвано изменение магнитного потока. Если в проводящем контуре течет изменяющийся во времени электрический ток, то магнитное поле этого тока тоже изменяется во времени. Это приводит к изменению магнитного потока, и, как следствие, возникновению в контуре ЭДС индукции. Это и называется *самоиндукцией*.

При протекании в контуре тока I создаваемый им магнитный поток Φ (в отсутствие ферромагнетиков) будет равен

$$\Phi = LI, \quad (1.19)$$

где L – индуктивность контура.

Если при изменении тока индуктивность остается постоянной, то ЭДС самоиндукции равна

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (1.20)$$

При протекании тока через катушку магнитный поток создается ею самой, этот поток сцепляется со всеми витками. В этом случае рассматривают полный магнитный поток или *потокосцепление* Ψ . Потокосцепление численно равно сумме магнитных потоков, проходящих через каждый ви-

ток катушки, т. е. при количестве витков N и одинаковом магнитном потоке Φ_1 в каждом витке потокосцепление можно определить как

$$\Psi = N\Phi_1. \quad (1.21)$$

Величина потокосцепления также пропорциональна силе тока I в катушке:

$$\Psi = LI, \quad (1.22)$$

где L – индуктивность катушки.

Определим индуктивность длинного соленоида длиной l , площадью поперечного сечения S , содержащего N витков тонкого провода. Индукция поля на оси длинного соленоида с магнитным сердечником равна

$$B = \mu\mu_0 In.$$

Полный магнитный поток, пронизывающий его витки, равен

$$\Psi = N\Phi_1 = NBS.$$

Тогда индуктивность найдем как

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{NBS}{I} = \mu\mu_0 nNS.$$

Плотность n намотки соленоида и объем V его сердечника соответственно равны $n = N/l$, $V = Sl$.

В итоге получаем:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 Sl \left(\frac{N}{l} \right)^2 = \mu\mu_0 n^2 V.$$

Рассмотрим теперь два контура, расположенных близко друг к другу, по которым текут токи I_1 и I_2 соответственно. Контур 1 создает магнитный поток через контур 2, равный $\Phi_2 = L_{21}I_1$. Аналогично контур 2 создает магнитный поток через контур 1, равный $\Phi_1 = L_{12}I_2$. Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимными индуктивностями контуров. Таким образом, рассматриваемые контуры 1 и 2 являются индуктивно связанными друг с другом.

Для коэффициентов L_{21} и L_{12} формулируется *теорема взаимности*, согласно которой в отсутствие ферромагнетиков

$$L_{21} = L_{12}.$$

Наличие индуктивной связи между контурами приводит к тому, что при изменении тока в одном из контуров в другом возникает ЭДС индукции. Это явление называют *взаимной индукцией*.

Если, например, ток в контуре 1 изменяется со временем, то в контуре 2 возникает ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Наоборот, если ток в контуре 2 изменяется со временем, то в контуре 1 возникает ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Найдем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный ферромагнитный сердечник (рис. 1.3). Будем считать сердечник тонким, а магнитное поле в его сечении однородным.

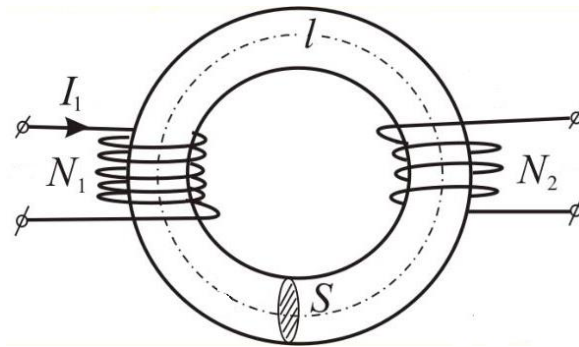


Рис. 1.3

Индукция магнитного поля, создаваемого в сердечнике первой катушкой с током I_1 , будет равна

$$B = \mu_1 \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1,$$

где μ_1 – магнитная проницаемость сердечника при силе тока I_1 ; N_1 – число витков в первой катушке; l – длина тороида по средней линии.

Магнитный поток через сечение второй катушки равен $\Phi_2 = BS$, где S – площадь сечения катушки. Тогда полный магнитный поток, сцепленный со второй катушкой, имеющей N_2 витков, будет равен

$$\Psi_2 = N_2 \Phi_2 = \mu_1 \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l} I_1.$$

С другой стороны, $\Psi_2 = L_{21} I_1$, откуда взаимная индуктивность L_{21} будет равна

$$L_{21} = \mu_1 \mu_0 N_1 N_2 \frac{S}{l}.$$

Аналогично взаимная индуктивность L_{12} равна

$$L_{12} = \mu_2 \mu_0 N_2 N_1 \frac{S}{l},$$

где μ_2 – магнитная проницаемость сердечника при силе тока I_2 .

Для ферромагнетиков значения μ_1 и μ_2 разные, поэтому теорема взаимности здесь не работает.

Энергия магнитного поля

При протекании электрического тока через контур или катушку индуктивности возникает магнитное поле, энергия которого (в отсутствие ферромагнетиков) равна

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (1.23)$$

Энергию магнитного поля можно выразить непосредственно через магнитную индукцию B или напряженность H . Сделаем это на примере длинного соленоида. Индуктивность длинного соленоида без ферромагнитного сердечника равна $L = \mu \mu_0 n^2 V$. С учетом того, что индукция B маг-

нитного поля внутри соленоида определяется по формуле $B = \mu\mu_0 In$, получаем выражение для энергии магнитного поля:

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V = \frac{BH}{2} V, \quad (1.24)$$

где V – объем пространства, заполненного однородным магнитным полем.

По аналогии с электрическим полем формулу (1.24) можно переписать в виде

$$W = \varpi V,$$

где ϖ – объемная плотность энергии.

В случае неоднородного магнитного поля энергию определяют как

$$W = \int_V \varpi dV. \quad (1.25)$$

Уравнения Максвелла

Британский физик *Дж. Максвелл* в 60-х годах XIX века обобщил экспериментальные законы электромагнетизма и разработал законченную *теорию электромагнитного поля*. Он установил, что основные уравнения электромагнитного поля в неподвижных средах применимы не только к постоянным, но и к переменным электромагнитным полям.

Максвелл обобщил закон электромагнитной индукции Фарадея и пришел к выводу, что всякое изменение во времени магнитного поля возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (1.26)$$

Это же уравнение в дифференциальной форме записывается как

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (1.27)$$

Закон электромагнитной индукции в формулировке Максвелла справедлив для любого, не только для проводящего, контура. Наличие

проводящего контура позволяет лишь обнаружить электрическое поле по возникновению в нем индукционного тока.

Таким образом, переменные электрические и магнитные поля нельзя рассматривать как независимые: изменение во времени одного из них приводит к появлению другого. Поэтому имеет смысл лишь совокупность этих полей, образующих единое *электромагнитное поле*. Электромагнитное поле – особая форма материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами.

Как известно, цепи постоянного тока должны быть замкнуты, т. е. линии тока неразрывны. Однако для переменного тока это не так. Например, переменный ток протекает через конденсатор, хотя электрические заряды не проходят через диэлектрик, находящийся между обкладками конденсатора, т. е. линии тока размыкаются. В этом случае возникает проблема в применении теоремы о циркуляции вектора \vec{H} :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

Максвелл предположил, что на границах обкладок линии тока проводимости переходят в линии *тока смещения*, равного по величине току проводимости в подводящих проводах и замыкающего линии тока.

Согласно Максвеллу, плотность тока смещения определяется по формуле:

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.28)$$

Здесь \vec{D} – это вектор электрического смещения. Отсюда и название – «ток смещения». Строго говоря, ток смещения не является электрическим током, но измеряется в тех же единицах, что и электрический ток.

В общем случае токи проводимости и токи смещения не разделены в пространстве. Для характеристики их совокупного действия Максвелл вводит понятие плотности полного тока:

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}.$$

В итоге теорема о циркуляции вектора \vec{H} в обобщенном виде записывается так:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (1.29)$$

Это же уравнение в дифференциальной форме записывается как

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.30)$$

В систему уравнений Максвелла входит теорема Гаусса для вектора \vec{D} в интегральной и дифференциальной формах соответственно:

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho dV, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho. \end{aligned} \quad (1.31)$$

А также теорема Гаусса для вектора \vec{B} :

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0, \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Наконец, в уравнения Максвелла включены материальные соотношения:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \\ \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H}, \\ \vec{j} &= \gamma \vec{E}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

1.3. Магнитомеханические явления

Природа молекулярных токов стала понятной после того, как было установлено, что атомы всех веществ состоят из положительно заряженного ядра и движущихся вокруг него отрицательно заряженных электронов (теория *Н. Бора*, 1913 г.; квантовая теория атома в 30-х гг. XX века). Для многих целей, в том числе и для объяснения ряда магнитных явлений, с достаточным приближением можно считать, что электроны обращаются вокруг ядра по круговым или эллиптическим орбитам. Каждый из атомных электронов движется по своей собственной орбите, а разные электронные орбиты лежат в различных плоскостях. Такие электроны, обращающиеся по орбитам, представляют собой замкнутые электрические токи, и поэтому естественно предположить, что именно они являются молекулярными токами, существование которых предполагал еще *А. Ампер* в 1920 г. в своей теории намагничивания.

Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона, переносится в единицу времени заряд ev , где e – заряд электрона, v – число оборотов в секунду (рис. 1.4). Следовательно, движущийся по орбите электрон образует круговой ток силы $I = ev$. Поскольку заряд электрона от-

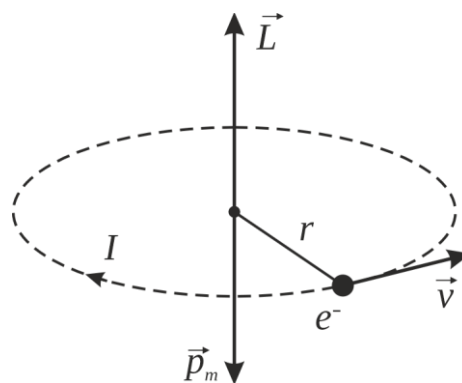


Рис. 1.4

рицателен, направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен

$$p_m = IS = ev\pi r^2,$$

где r – радиус орбиты электрона.

Произведение $2\pi r v$ дает скорость движения электрона v , поэтому можно написать, что:

$$p_m = \frac{evr}{2}. \quad (1.34)$$

Момент (1.34) обусловлен движением электрона по орбите, вследствие чего называется *орбитальным магнитным моментом* электрона. Направление вектора \vec{p}_m образует с направлением тока правовинтовую, а с направлением движения электрона левовинтовую систему. Движущийся по орбите электрон обладает моментом импульса:

$$L = mvr, \quad (1.35)$$

где m – масса электрона.

Вектор \vec{L} называют *орбитальным механическим моментом* электрона. Он образует с направлением движения электрона правовинтовую систему. Следовательно, направления векторов \vec{p}_m и \vec{L} противоположны.

Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется *гиромагнитным отношением*. Для электрона оно равно:

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m}. \quad (1.36)$$

Знак минус указывает на то, что направления моментов противоположны. Вследствие вращения вокруг ядра электрон оказывается подобным волчку. Это обстоятельство лежит в основе так называемых *магнитомеханических явлений*, заключающихся в том, что намагничивание магнетика приводит к его вращению и, наоборот, вращение магнетика вызывает его намагничивание. Существование первого явления было доказано экспериментально в 1915 году А. Эйнштейном и В. де Хаазом. Существование второго явления было установлено С. Барнеттом в 1909 году.

В основе опыта Эйнштейна и де Хааза лежат следующие соображения. Если намагнитить стержень из магнетика, то магнитные моменты электронов установятся по направлению поля, а механические моменты –

против поля. В результате суммарный механический момент электронов $\sum \vec{L}_i$ станет отличным от нуля (первоначально вследствие хаотической ориентации отдельных моментов он был равен нулю). Момент импульса системы стержень – электроны должен остаться без изменений. Поэтому стержень приобретает момент импульса, равный $-\sum \vec{L}_i$, и, следовательно, приходит во вращение. Изменение направления намагниченности приведет к изменению направления вращения стержня.

В опыте Эйнштейна и де Хааза тонкий железный стержень подвешивался на упругой нити и помещался внутрь соленоида (рис. 1.5). Закручивание нити при намагничивании стержня постоянным магнитным полем получалось весьма малым.

Для усиления эффекта был применен метод резонанса. Соленоид питался переменным током, частота которого подбиралась равной собственной частоте механических колебаний системы. При этих условиях амплитуда колебаний достигла значений, которые можно было измерить, наблюдая смещение светового зайчика от зеркала, укрепленного на нити. Из данных опыта было вычислено магнитомеханическое соотношение, которое оказалось равным $-e/m$. Таким образом, знак заряда

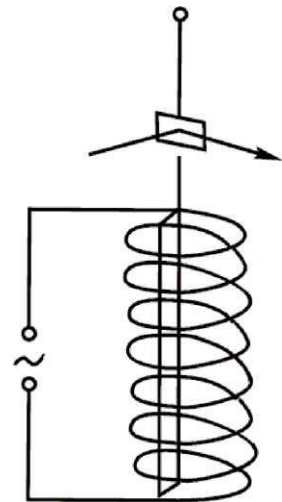


Рис. 1.5

носителей, создающих молекулярные токи, совпал со знаком заряда электрона. Однако полученный результат превысил ожидаемое значение магнитомеханического отношения (гиромангнитного соотношения) в два раза.

Барнетт приводил железный стержень в очень быстрое вращение вокруг его оси и измерял возникающее при этом намагничивание. Из результатов этого опыта Барнетт также получил для магнитомеханического отношения величину, в два раза превышающую значение (1.36).

В дальнейшем выяснилось, что, кроме орбитальных моментов (1.34) и (1.35), электрон обладает собственным механическим L_s и магнитным p_{ms} моментами, связанными соотношением

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}, \quad (1.37)$$

что совпадает со значением, полученным в опытах Эйнштейна, де Хааза и Барнетта. Отсюда следует, что магнитные свойства железа обусловлены не орбитальным, а собственным магнитным моментом электрона.

В настоящее время принимается, что собственный механический момент – *спин* (от англ. *spin* – вращаться) и связанный с ним собственный (спиновый) магнитный момент являются такими же неотъемлемыми свойствами электрона, как его масса и заряд. Магнитный момент атома складывается из орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также из магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра протонов и нейтронов). Магнитный момент ядра значительно меньше момента электрона. Поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов. Магнитный момент молекулы также можно считать равным сумме магнитных моментов входящих в ее состав электронов.

Экспериментальное определение магнитных моментов атомов было осуществлено в 1921 – 1922 годах О. Штерном и В. Герлахом. В их опытах пучок атомов пропусклся через сильно неоднородное магнитное поле, благодаря чему наблюдались проекции магнитных моментов атомов на направление магнитного поля для различных металлов. Было отмечено, что число возможных проекций магнитного момента на направление магнитного поля для разных атомов различно.

1.4. Магнитное поле в веществе

Намагничивание вещества

В отсутствие внешнего магнитного поля атомы участвуют в беспорядочном тепловом движении. Возбуждаемые ими магнитные поля компенсируют друг друга. При наложении внешнего магнитного поля магнитные поля отдельных атомов частично или полностью ориентируются по направлению внешнего поля, и тогда компенсация нарушается. В этом случае вещество *намагничивается*. Тела, способные намагничиваться, называются *магнетиками*. Иначе происходит намагничивание веществ, молекулы которых в отсутствие магнитного поля не имеют магнитных моментов. Но внешнее магнитное поле индуцирует в них молекулярные круговые токи, и молекула приобретает магнитный момент. В результате этого вещество намагничивается.

Магнитное поле так же, как и электрическое, бывает *микроскопическим* (или микрополем) и *макроскопическим* (или макрополем). Микрополе создается электронами, движущимися вокруг атомных ядер. Такое движение называется *молекулярным током*. Микрополе сильно меняется в пределах межатомных расстояний. Макрополе получается сглаживанием (усреднением) микрополя по физически бесконечно малому объему вещества. Для вычисления макрополя молекулярные токи также можно усреднить по физически бесконечно малому объему вещества. Полученные макротоки называют *токами намагничивания*. Токи, создаваемые электронами, движущимися под действием электрического поля, называют *токами проводимости*. Намагниченность магнетика характеризуется суммарным магнитным моментом единицы объема и называется *вектором намагниченности*:

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (1.38)$$

где \vec{p}_{mi} – магнитный момент отдельной молекулы; ΔV – физически бесконечно малый объем вещества.

Намагничивание вещества возникает следующим образом. Рассмотрим бесконечно длинный цилиндр из однородного магнетика, намагниченного до насыщения. Вектор намагниченности \vec{J} цилиндра направлен вдоль его оси. На рис. 1.6 показано поперечное сечение цилиндра.

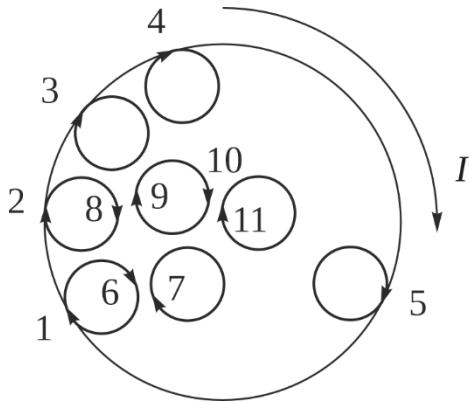


Рис. 1.6

По поверхности цилиндра текут круговые токи типа 1 – 5, направление которых одинаково (по часовой стрелке). Внутри (в толще) цилиндра все круговые токи компенсируют друг друга. В частности, ток 6 противоположен току 7, ток 8 – току 9, ток 10 – току 11 и т. д. Поэтому внутри цилиндра суммарный молекулярный ток равен нулю. А на поверхности получаем нескомпенсированный ток I' , называемый *макроскопическим током намагничивания*. Ток I' возбуждает такое же макроскопическое поле, что и молекулярные токи вместе взятые.

Таким образом, если магнетик поместить во внешнее магнитное поле индукцией \vec{B}_0 , то индукция \vec{B} результирующего поля, усредненная по физически бесконечно малому объему, будет определяться как

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (1.39)$$

где \vec{B}' – индукция макроскопического поля, создаваемая токами намагничивания.

Определим поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S . С учетом формулы (1.39) получаем:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S (\vec{B}_0 + \vec{B}') d\vec{S} = \oint_S \vec{B}_0 d\vec{S} + \oint_S \vec{B}' d\vec{S}. \quad (1.40)$$

Поскольку линии индукции векторов \vec{B}_0 и \vec{B}' всегда замкнуты (магнитные поля не имеют источников в виде магнитных зарядов), то поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.41)$$

Выражение (1.41) – *теорема Гаусса для вектора \vec{B} в веществе*.

Теорема Гаусса в дифференциальной форме имеет вид:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.42)$$

Напряженность магнитного поля. Теорема о циркуляции вектора \vec{H}

Распределение токов намагничивания зависит не только от конфигурации и свойств магнетика, но и от самого результирующего поля \vec{B} в нем. Поэтому важной задачей является установление связи между током I' намагничивания и циркуляцией вектора \vec{J} намагниченности.

Согласно теореме о циркуляции вектора \vec{B}_0 индукции внешнего магнитного поля:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}_0 d\vec{l} = \mu_0 I,$$

где I – суммарный макроток (создающий внешнее поле), пересекающий поверхность, ограниченную контуром Γ .

Логично предположить, что и для вектора \vec{B}' теорема о циркуляции должна иметь вид

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}' d\vec{l} = \mu_0 I',$$

где I' – макроток намагничивания, пересекающий поверхность, ограниченную контуром Γ .

Таким образом, с учетом соотношения (1.39) теорема о циркуляции вектора \vec{B} результирующего магнитного поля имеет вид

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{\Gamma} \vec{B}_0 d\vec{l} + \oint_{\Gamma} \vec{B}' d\vec{l} = \mu_0 (I + I'). \quad (1.43)$$

Вычислим алгебраическую сумму молекулярных токов I' , охватываемых контуром Γ . Натянем на контур Γ произвольную поверхность S (рис. 1.7).

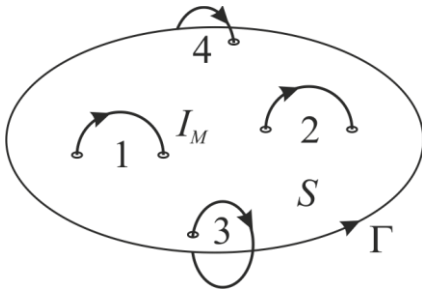


Рис. 1.7

Из рисунка видно, что молекулярные токи типа 1 и 2 пересекают поверхность S дважды – раз в одном направлении, второй раз в другом. Поэтому они не вносят никакого вклада в результирующий ток намагничивания через поверхность S . Но те молекулярные токи типа 3 и 4, которые обвиваются вокруг контура Γ , пересекают поверхность S только один раз и создают макроскопический ток намагничивания I' , пронизывающий поверхность S .

Пусть каждый молекулярный ток равен I_M и площадь, охватываемая им, S_M (рис. 1.8).

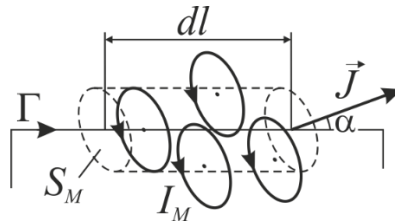


Рис. 1.8

Тогда, как видно из рисунка, элемент dl контура Γ обвивают те молекулярные токи, центры которых попадают внутрь косоугольного цилиндра объемом

$$dV = S_M dl \cos \alpha.$$

Все эти молекулярные токи пересекают поверхность S один раз, и их вклад в ток

$$dI' = I_M n dV,$$

где n – концентрация молекул.

Учитывая, что $I_M S_M$ – магнитный момент одного молекулярного тока, получаем:

$$dI' = \underbrace{I_M S_M}_J n dl \cos \alpha = J \cos \alpha dl = \vec{J} d\vec{l}.$$

Проинтегрируем это выражение по всему контуру Γ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l} = I'. \quad (1.44)$$

Соотношение (1.44) называют *теоремой о циркуляции вектора \vec{J}* : циркуляция вектора \vec{J} намагниченности по замкнутому контуру равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром.

Из формулы (1.44) видно, что модуль вектора \vec{J} имеет размерность силы тока, деленной на длину. В связи с этим единицей намагниченности \vec{J} в системе СИ является ампер на метр (А/м).

Подставляя выражение (1.44) в (1.43), получаем:

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \oint_{\Gamma} \vec{J} d\vec{l}. \quad (1.45)$$

Перепишем (1.45) в следующем виде:

$$\oint_{\Gamma} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I. \quad (1.46)$$

Величина, стоящая в скобках, называется *напряженностью магнитного поля H* :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (1.47)$$

В итоге получаем:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = I. \quad (1.48)$$

Это теорема о циркуляции вектора \vec{H} : циркуляция вектора \vec{H} напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна алгебраической сумме макротоков, охватываемых этим контуром.

Из формулы (1.48) видно, что модуль вектора \vec{H} так же, как и модуль вектора \vec{j} , имеет размерность в системе СИ ампер на метр (А/м).

Величину суммарного макротока можно определить как

$$I = \oint_S \vec{j} d\vec{S}, \quad (1.49)$$

где \vec{j} – поверхностная плотность макротока в данной точке, S – площадь поверхности, натянутой на контур Γ .

Тогда выражение (1.48) примет вид

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \oint_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (1.50)$$

Разделив обе части (1.50) на S и устремив S к нулю, получаем теорему о циркуляции вектора \vec{H} в дифференциальной форме:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}. \quad (1.51)$$

Аналогичным образом можно прийти к теореме о циркуляции вектора \vec{j} в дифференциальной форме:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = \vec{j}', \quad (1.52)$$

где \vec{j}' – поверхностная плотность макротока намагничивания в данной точке.

Вектор \vec{H} играет в учении о магнетизме такую же вспомогательную роль, что и вектор \vec{D} в учении о диэлектриках. Основным вектором является вектор \vec{B} . Это – силовой вектор, и его следовало бы называть напряженностью магнитного поля в веществе. Однако по историческим причи-

нам напряженностью магнитного поля в веществе называют вектор \vec{H} , а не вектор \vec{B} . Такая терминология сложилась потому, что исторически учение о магнетизме развивалось по аналогии с электростатикой. Источниками магнитного поля считались магнитные заряды, а их, как было установлено позднее, в действительности не существует. Мы вынуждены пользоваться этой терминологией ввиду того, что она общепринята. В вакууме векторы \vec{B} и \vec{H} пропорциональны друг другу:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}.$$

Для ряда магнетиков (кроме ферромагнетиков) величина намагниченности линейно зависит от \vec{H} :

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (1.53)$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

Магнитная восприимчивость χ – это безразмерная физическая величина, характерная для каждого отдельного вида магнетиков (о ней более подробно будет сказано в п. 1.6).

С учетом (1.53) формула (1.47) примет вид

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H},$$

откуда

$$\vec{B} = (1 + \chi) \mu_0 \vec{H} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (1.54)$$

где μ – относительная магнитная проницаемость вещества:

$$\mu = 1 + \chi.$$

Выясним физический смысл магнитной проницаемости. Внесем в однородное магнитное поле в вакууме длинный круглый стержень из магнитного материала (рис. 1.9).

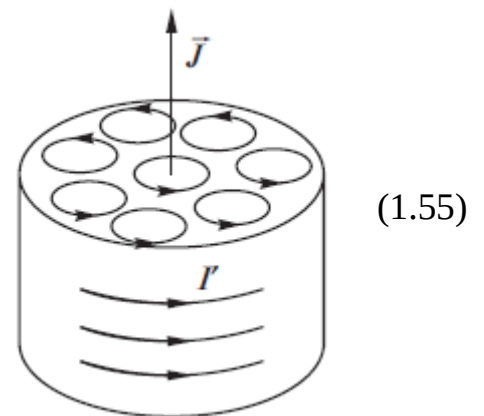


Рис. 1.9

Расположим его так, чтобы вектор индукции внешнего поля \vec{B}_0 был параллелен оси. Как было показано ранее, ток намагничивания I' будет циркулировать по поверхности. Таким образом, магнитное поле \vec{B}' , создаваемое этим током, будет подобно полю длинного соленоида

$$B' = \mu_0 I' n, \quad (1.56)$$

где n – число токов (витков) на единицу длины.

Причем векторы \vec{B}_0 и \vec{B}' внутри цилиндра совпадают, а за его пределами $B' = 0$. Выделим слой цилиндра толщины l . Молекулярный ток в пределах данного слоя можно определить по формуле

$$I_M = I' n l.$$

Магнитный момент этого тока равен

$$p_m = I_M S = I' n l S,$$

где S – площадь поперечного сечения стержня.

Намагниченность J вещества, как магнитный момент единицы объема $V = Sl$, будет определяться как

$$J = \frac{p_m}{V} = \frac{I' n S l}{S l} = I' n. \quad (1.57)$$

Из формул (1.56) и (1.57) получаем:

$$B' = \mu_0 J. \quad (1.58)$$

Магнитную индукцию результирующего поля в стержне найдем как

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}.$$

Тогда выражение (1.47) можно переписать в виде

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}}{\mu_0} - \vec{J} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}.$$

Учитывая также, что $\vec{H} = \vec{B}/(\mu\mu_0)$, получаем выражение:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (1.59)$$

Из формулы (1.59) видно, что индукция \vec{B} магнитного поля в веществе в μ раз больше, чем индукция \vec{B}_0 вакууме.

Так, например, напряженность H_0 и индукция B_0 магнитного поля на оси длинного соленоида без сердечника определяются соответственно как $H_0 = In$ и $B_0 = \mu_0 In$. Если соленоид заполнить однородным магнетиком, то согласно (1.59) индукция магнитного поля в нем возрастает в μ раз: $B = \mu\mu_0 In$. Однако напряженность поля остается прежней: $H = H_0$.

Условия для векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух сред

Возьмем на границе раздела двух магнетиков с проницаемостями μ_1 и μ_2 цилиндрическую поверхность малой высоты площадью оснований S , расположенную симметрично границе раздела (рис. 1.10).

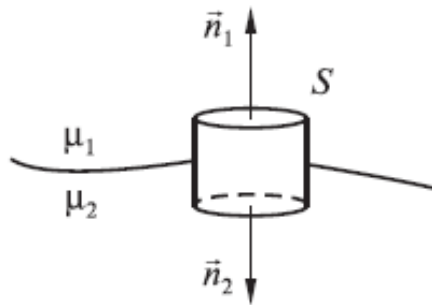


Рис. 1.10

В соответствии с теоремой Гаусса поток вектора \vec{B} через замкнутую поверхность должен равняться нулю: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$. Поскольку площадь боковой поверхности цилиндра мала, отличным от нуля будет поток через верхнее и нижнее основания:

$$B_{1n}S + B_{2n}S = 0,$$

где B_{1n} и B_{2n} – проекции вектора \vec{B} на нормали \vec{n}_1 и \vec{n}_2 соответственно.

В проекции на общую нормаль получаем граничное условие для вектора \vec{B} :

$$B_{1n} = B_{2n}. \quad (1.60)$$

Используя связь между векторами \vec{B} и \vec{H} , можно записать:
 $\mu_1 \mu_0 H_{1n} = \mu_2 \mu_0 H_{2n}$, откуда

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (1.61)$$

Теперь выберем на границе раздела магнетиков прямоугольный контур, сторона a которого параллельна границе раздела, сторона b – перпендикулярна к границе и $b \ll a$ (рис. 1.11).

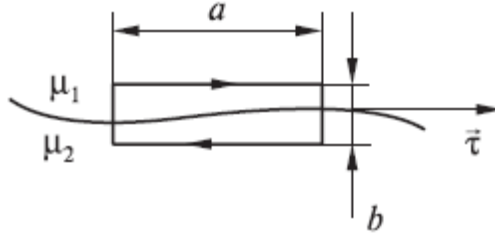


Рис. 1.11

Если по границе раздела не текут макроскопические токи, то циркуляция вектора \vec{H} по этому контуру должна равняться нулю:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = 0.$$

В нашем случае

$$H_{1\tau} a - H_{2\tau} a = 0.$$

Отсюда получаем граничное условие для вектора \vec{H} :

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (1.62)$$

Используя связь между векторами \vec{B} и \vec{H} , можно записать:

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_1 \mu_0} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2 \mu_0}.$$

Отсюда

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (1.63)$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора \vec{B} и тангенциальная составляющая вектора \vec{H} изменяются непрерывно. А тангенциальная составляющая вектора \vec{B} и нормальная составляющая вектора \vec{H} претерпевают разрыв. Другими словами, при переходе в магнетик с большей магнитной проницаемостью линии магнитной индукции отклоняются от нормали к поверхности, что приводит к сгущению силовых линий.

Коэффициент преломления вектора индукции можно определить как (рис. 1.12)

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{B_{1\tau}}{B_{1n}} \frac{B_{2n}}{B_{2\tau}} = \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} \frac{B_{2n}}{B_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (1.64)$$

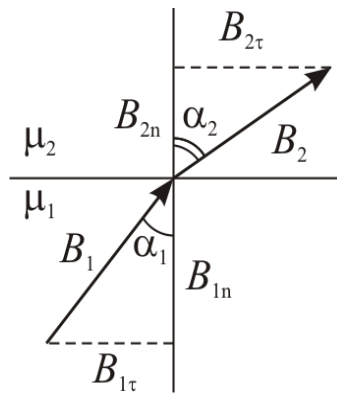


Рис. 1.12

Вычисление хода линий индукции довольно сложно даже для тел простой формы, и поэтому мы ограничимся только качественным разбором. Рассмотрим, например, тело в форме шара, помещенное в первоначально однородное магнитное поле (рис. 1.13). Когда шар состоит из вещества с магнитной проницаемостью, большей, чем у окружающей среды, то линии индукции сгущаются внутри шара, т. е. происходит усиление магнитного поля (рис. 1.13, а).

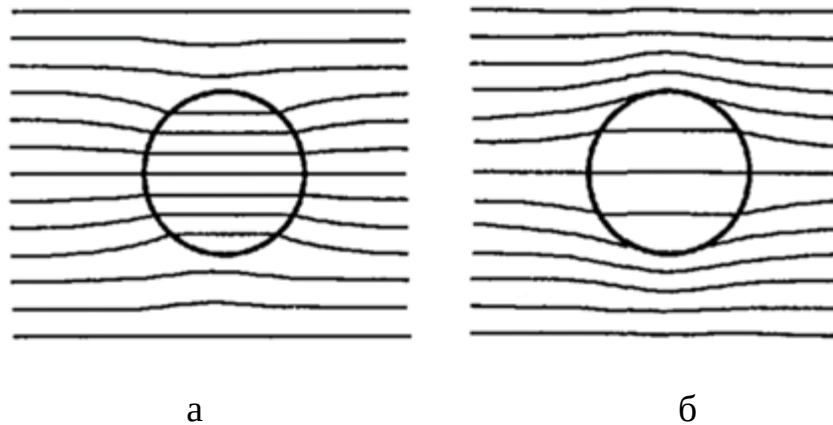


Рис. 1.13

Наоборот, если магнитная проницаемость вещества будет меньше, чем у окружающей среды (рис. 1.13, б), то внутри шара густота линий индукции уменьшится, а следовательно, и магнитное поле будет ослаблено. В обоих случаях оказывается, что линии индукции внутри шара представляют собой практически параллельные прямые линии, а следовательно, и значение индукции B поля во всех точках шара одинаково. При этом будут постоянны и напряженность поля H , и намагниченность J , т. е. шар будет намагничен однородно.

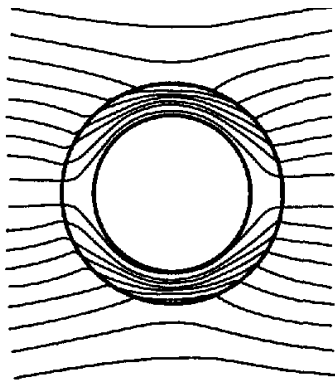


Рис. 1.14

Если в однородное магнитное поле поместить полое тело, например цилиндр, из вещества с магнитной проницаемостью, большей, чем у окружающей среды, то линии индукции будут сгущаться в теле цилиндра (рис. 1.14). В полости же цилиндра густота линий индукции уменьшится, а следовательно, и магнитное поле внутри цилиндра будет ослаблено (внутри воздушной полости магнитного поля практически нет). Этим обстоятельством пользуются для устройства магнитной защиты. Чтобы предохранить чувствительные измерительные приборы от действия внешних магнитных полей, их заключают в замкнутые оболочки из вещества с большой магнитной проницаемостью. Однако в отличие от электростатической защиты таким

приемом можно только ослабить внешнее поле (в сотни и тысячи раз), но нельзя исключить его вовсе, так как в природе существуют проводники электричества, но нет проводников магнетизма.

В качестве другого примера прохождения магнитного поля через разные среды рассмотрим магнитное поле в электромагните с воздушным зазором (рис. 1.15).

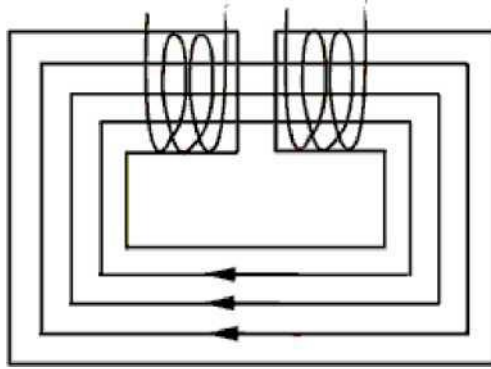


Рис. 1.15

Электромагнит состоит из железного сердечника, на который намотаны питаемые током катушки. Линии магнитной индукции сосредоточены в основном внутри сердечника. Лишь в узком воздушном зазоре они проходят в среде с малой μ . Вектор \vec{B} пересекает границы между воздушным зазором и сердечником по нормали к поверхности раздела. Отсюда согласно (1.64) следует, что магнитная индукция в зазоре и в сердечнике одинакова по величине. Напряженность поля можно считать всюду в железе одинаковой и равной $H_{\text{ж}} = B/(\mu_{\text{ж}}\mu_0)$, в воздухе $H_{\text{в}} = B/(\mu_{\text{в}}\mu_0)$. Из теоремы о циркуляции следует:

$$H_{\text{ж}}l_{\text{ж}} + H_{\text{в}}l_{\text{в}} = NI,$$

где $l_{\text{ж}}$ – длина участка контура в железе (по оси сердечника); $l_{\text{в}}$ – длина участка контура в воздухе; N – суммарное число витков катушек; I – сила тока.

Таким образом:

$$\frac{B}{\mu_{\text{ж}}\mu_0}l_{\text{ж}} + \frac{B}{\mu_{\text{в}}\mu_0}l_{\text{в}} = NI.$$

Отсюда:

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{ж}}/\mu_{\text{ж}} + l_{\text{в}}/\mu_{\text{в}}} \approx \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{ж}}/\mu_{\text{ж}} + l_{\text{в}}}.$$

Обычно величина $l_{\text{в}}$ бывает порядка 0,1 м, $l_{\text{ж}}$ – порядка 1 м, $\mu_{\text{ж}}$ достигает значений порядка нескольких тысяч. Поэтому слагаемым $l_{\text{ж}}/\mu_{\text{ж}}$ в знаменателе можно пренебречь. Тогда

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{в}}}.$$

Увеличивая общее число N витков и уменьшая размеры $l_{\text{в}}$ воздушного зазора, можно получить поля с большим значением индукции. Практически с помощью электромагнитов с железным сердечником удастся получить поля с индукцией B порядка нескольких тесла.

1.5. Эффект Холла в проводнике

В 1879 г. Э. Холл обнаружил, что в проводнике, помещенном в магнитное поле, по которому протекает постоянный ток, возникает разность потенциалов в направлении, перпендикулярном к векторам магнитной индукции \vec{B} и плотности тока \vec{j} (рис. 1.16). Простейшая теория эффекта Холла объясняет появление разности потенциалов взаимодействием носителей тока с магнитным полем. В отсутствие внешнего магнитного поля в проводнике (металле) под действием постоянного электрического поля имеет место направленное движение зарядов q со скоростью дрейфа \vec{v} .

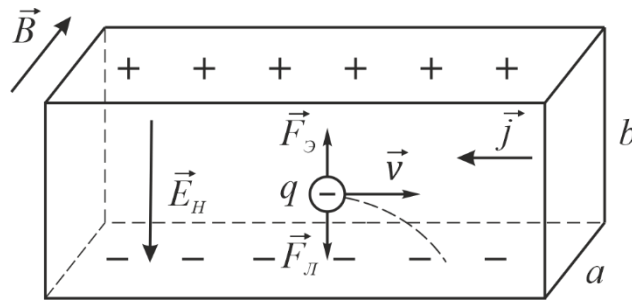


Рис. 1.16

В металлах и полупроводниках n -типа носителями тока являются электроны. Под действием магнитной составляющей силы Лоренца $F_L = qvB$ электроны скапливаются у нижней грани образца, а верхняя грань становится заряженной положительно. Перераспределение зарядов в проводнике создает электрическое поле – поле Холла, направленное перпендикулярно к векторам \vec{B} и \vec{j} . Это поле действует на заряды с силой $F_H = qE_H$. При установлении стационарного распределения электрических зарядов в поперечном сечении образца будут соблюдаться равенства

$$qvB = qE_H,$$

$$E_H = vB.$$

Скорость v дрейфа электронов определяется плотностью тока j в проводнике, а также концентрацией n свободных электронов:

$$v = \frac{j}{en}.$$

Тогда напряженность холловского электрического поля в образце определим как

$$E_H = \frac{U_H}{d},$$

где U_H – холловская разность потенциалов, d – расстояние между гранями образца (см. рис. 1.16).

В итоге получаем:

$$U_H = E_H d = v B d = \frac{j B d}{en} = R_H j B d, \quad (1.65)$$

где $R_H = 1 / en$ – постоянная Холла.

Эффект Холла – один из эффективных методов изучения свойств носителей заряда в металлах и полупроводниках. Полная его интерпретация требует привлечения квантовой механики.

Важная особенность эффекта Холла состоит в том, что он различает положительные заряды, движущиеся в одном направлении, и отрицательные, движущиеся в противоположном. Выше был описан эффект Холла с отрицательными носителями заряда (электронами). Но если в тех же условиях магнитного поля и тока использовать другой знак носителей тока, то эффект Холла сменит знак. При этом частица должна двигаться в направлении, противоположном электрону, чтобы ток был одинаковым.

Таким образом, для одного и того же тока и магнитного поля полярность напряжения Холла зависит от внутренней природы проводника и полезна для выяснения его зарядовых свойств. Также датчики, построенные на основе эффекта Холла, используются в контрольно-измерительном оборудовании в качестве магнитометров в различных устройствах.

1.6. Виды магнетиков

Магнитные свойства различных веществ гораздо разнообразнее, чем электрические свойства. Магнитная проницаемость μ вещества может быть как больше, так и меньше единицы. Вещества, для которых $\mu < 1$, называются *диамагнетиками*, а вещества с $\mu > 1$ – *парамагнетиками*. Так как магнитная восприимчивость $\chi = \mu - 1$, то для парамагнетиков χ положительна, а для диамагнетиков – отрицательна. В отдельный вид выделяют *ферромагнетики*, у которых $\mu \gg 1$. Кроме того, у ферромагнетиков наблюдается нелинейная и неоднозначная зависимость намагниченности J от напряженности H внешнего поля и, как следствие, наличие спонтанной намагниченности в отсутствие внешнего магнитного поля и явление магнитного гистерезиса.

Диамагнетики

Диамагнетизм наблюдается у таких веществ, атомы которых в отсутствие магнитного поля не обладают магнитными моментами. Диамагнетиками являются:

- 1) инертные газы, молекулярные водород и азот;
- 2) металлы – висмут, цинк, медь, золото, серебро;
- 3) полупроводники – кремний, германий;
- 4) жидкости – вода, глицерин, ацетон, нафталин и др.

При наличии внешнего магнитного поля внутреннее движение электрона атома не изменится, но атом в целом получает дополнительное вращение с некоторой угловой скоростью. Этот результат называется *теоремой Лармора*. Определим эту угловую скорость. Движение электрона вокруг ядра по круговой орбите подобно движению гироскопа в поле внешних сил. Если атом находится во внешнем магнитном поле, то при соответствующих условиях должна возникать прецессия электронной ор-

биты. В этом случае на орбиту действует вращательный момент $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, стремящийся установить магнитный момент \vec{p}_m электрона по направлению поля, а механический момент \vec{L} – против поля. Под действие момента сил \vec{M} векторы \vec{p}_m и \vec{L} совершают прецессию вокруг вектора магнитной индукции \vec{B} (рис. 1.17).

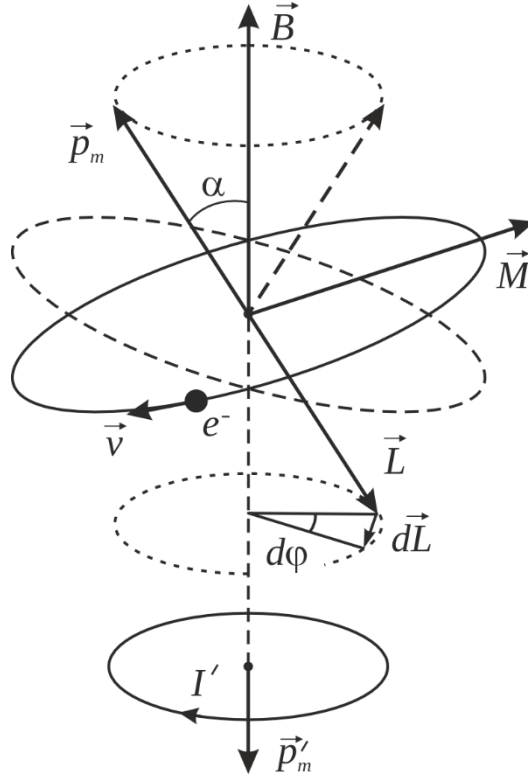


Рис. 1.17

Определим угловую скорость прецессии. За время dt момент импульса получает приращение $d\vec{L} = \vec{M}dt$, а плоскость, в которой лежат векторы \vec{L} и \vec{B} , повернется вокруг вектора \vec{B} на угол

$$d\phi = \frac{dL}{L \sin \alpha} = \frac{p_m B \sin \alpha dt}{L \sin \alpha} = \frac{p_m B}{L} dt.$$

Угловая скорость прецессии может быть определена как

$$\omega_L = \frac{d\phi}{dt} = \frac{p_m B}{L}. \quad (1.66)$$

Используя гиромагнитное соотношение (1.36), определим вектор угловой скорости (циклической частоты) прецессии по формуле

$$\vec{\omega}_L = \frac{e\vec{B}}{2m}. \quad (1.67)$$

Величину ω_L называют *ларморовской частотой прецессии*. Она одинакова для всех электронов, входящих в состав атома.

Из формулы (1.67) видно, что вектор $\vec{\omega}_L$ совпадает по направлению с вектором индукции \vec{B} . Так как заряд электрона отрицательный, то магнитный момент, связанный с этим вращением, направлен против вектора \vec{B} . Таким образом, под действием магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с угловой скоростью ω_L .

Дополнительное движение электронов приводит к возникновению индуцированного кругового тока I' и магнитного момента \vec{p}_m атома (см. рис. 1.17), направленного против внешнего поля. Вектор намагниченности \vec{J} среды направлен также против поля. Это и есть проявление диамагнетизма. Следует отметить, что магнитные силы не могут сообщить атому ларморовское вращение, так как они направлены перпендикулярно к вектору скорости и работы не совершают. Магнитные силы могут лишь поддерживать это вращение. Во время включения магнитного поля возникает вихревое электрическое поле. Оно-то и сообщает атому ларморовское вращение. Магнитная восприимчивость диамагнетиков определяется как

$$\chi = -\frac{ne^2Z\langle S_{\perp} \rangle \mu_0}{4\pi m}, \quad (1.68)$$

где n – концентрация атомов (молекул); $\langle S_{\perp} \rangle$ – среднее значение проекции площади прецессирующей орбиты электрона на плоскость, перпендикулярную к \vec{B} ; Z – зарядовое число.

Магнитная восприимчивость χ составляет величину $\sim 10^{-8} - 10^{-7}$.

Парамагнетики

Парамагнетизм наблюдается у тех веществ, атомы которых обладают магнитными моментами в отсутствие магнитного поля. К парамагнетикам относятся:

- 1) щелочные и щелочноземельные металлы, некоторые переходные металлы и их сплавы;
- 2) кислород, оксид азота;
- 3) оксид марганца, хлорное железо и др.

Пока нет магнитного поля, атомы совершают беспорядочное тепловое движение, а их магнитные моменты ориентируются в пространстве также беспорядочно. В магнитном поле устанавливается некоторая преимущественная ориентация магнитных моментов вдоль поля, возникает намагниченность вещества. Как было показано ранее, атом в магнитном поле вращается с ларморовской частотой ω_L , т. е. совершает прецессию вокруг направления магнитного поля. При такой прецессии угол между механическим моментом и вектором индукции остается неизменным. Прецессия сама по себе не может привести к намагничиванию парамагнетика. Намагничивание возникает при взаимодействии атомов между собой. Для простоты будем рассматривать взаимодействие атомов как столкновения. Если атом получает толчок в направлении прецессионного вращения, то соответствующий ему момент сил вызовет прецессию вокруг оси, перпендикулярной к магнитному полю. В результате угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} увеличится, т. е. будет происходить размагничивание парамагнетика. Если же толчок произведен в направлении, противоположном прецессионному вращению, то этот угол уменьшится, парамагнетик будет намагничиваться. Эффект намагничивания будет преобладать над эффектом размагничивания, так как толчки против прецессионного вращения в целом сильнее толчков противоположного направления. Маг-

нитное поле при этом способно лишь поддерживать намагничивание парамагнетика. Намагничивание создается и устанавливается в результате столкновения атомов между собой.

Классическая теория парамагнетизма была разработана *П. Ланжевеном* в 1905 г., она применима к газам, взаимодействие между атомами которых слабое. Качественные результаты применимы также к жидкостям и твердым телам, электронные оболочки которых могут относительно свободно вращаться относительно атомных ядер.

Атом обладает в магнитном поле потенциальной энергией $W_p = -p_m B \cos \alpha$. Тогда распределение моментов p_m по направлениям должно подчиняться распределению Больцмана:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{W_p}{kT}\right). \quad (1.69)$$

Согласно этому распределению, вероятность того, что магнитный момент атома будет образовывать с направлением вектора \vec{B} угол, заключенный в пределах от α до $\alpha + d\alpha$, пропорциональна:

$$\exp\left(-\frac{W_p}{kT}\right) = \exp\left(\frac{p_m B}{kT} \cos \alpha\right) = \exp(a \cos \alpha),$$

где $a = p_m B / (kT)$.

В отсутствие поля все направления магнитных моментов равновероятны. Следовательно, вероятность dP того, что направление момента образует с некоторым направлением z угол в пределах от α до $\alpha + d\alpha$, равна (рис. 1.18):

$$dP = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi \sin \alpha d\alpha}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \alpha d\alpha,$$

где $d\Omega = 2\pi \sin \alpha d\alpha$ – телесный угол, заключенный между конусами с углами растворов α и $\alpha + d\alpha$.

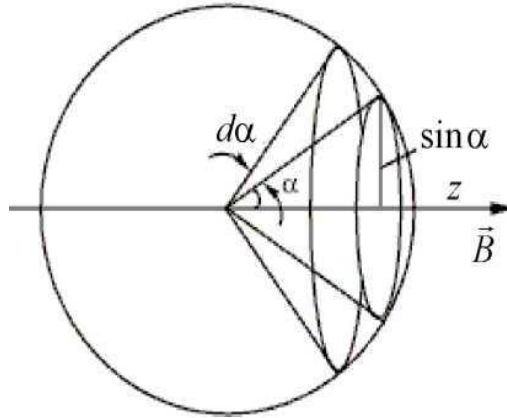


Рис. 1.18

При наличии поля в выражении вероятности появится множитель $\exp(a \cos \alpha)$, и тогда:

$$dP = \frac{1}{2} A \exp(a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha, \quad (1.70)$$

где A – неизвестный пока коэффициент пропорциональности.

При достигаемых обычно полях магнитная индукция бывает порядка 1 Тл, а магнитный момент атома имеет величину порядка магнетона Бора $\mu_B \sim 10^{-23}$ Дж/Тл. Величина kT при комнатной температуре равна примерно $4 \cdot 10^{-21}$ Дж. Таким образом,

$$a = \frac{p_m B}{kT} \ll 1. \quad (1.71)$$

Тогда экспоненциальный множитель в формуле (1.70) будет приближенно равен $\exp(a \cos \alpha) \approx 1 + a \cos \alpha$. В этом приближении выражение (1.70) принимает вид:

$$dP = \frac{1}{2} A (1 + a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha.$$

Так как сумма вероятностей для всех возможных значений угла α должна быть равна единице, то:

$$1 = \int_0^\pi \frac{1}{2} A (1 + a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha.$$

Отсюда $A = 1$ и $dP = \frac{1}{2} (1 + a \cos \alpha) \sin \alpha d\alpha$.

Пусть в единице объема парамагнетика содержится n атомов. Тогда число атомов, магнитные моменты которых образуют с направлением поля углы от α до $\alpha+d\alpha$, будет равно $dn = ndP$. Каждый из этих атомов вносит в результирующий магнитный момент вклад, равный $p_m \cos \alpha$. Следовательно, для магнитного момента единицы объема (т. е. для намагниченности) получается выражение:

$$J = \int_0^\pi p_m \cos \alpha d\alpha = \frac{1}{2} np_m \int_0^\pi (1 + a \cos \alpha) \cos \alpha \sin \alpha d\alpha =$$

$$= \frac{np_m a}{2} = \frac{np_m^2 B}{3kT}. \quad (1.72)$$

Учитывая, что $J = \chi B / \mu_0$, и заменив n числом Авогадро N_A , получим выражение для восприимчивости:

$$\chi = \frac{\mu_0 np_m^2}{3kT} = \frac{C}{T} \quad (1.73)$$

закон Кюри (П. Кюри, 1895 г.).

Здесь $C = \mu_0 np_m^2 / (3k)$ – постоянная, зависящая от рода вещества. Значения χ , определенные по формуле (1.73), в ряде случаев хорошо согласуются со значениями, полученными из опыта. Магнитная восприимчивость для парамагнетиков имеет значение $\chi = 10^{-7} - 10^{-6}$.

Обобщим формулы (1.72) и (1.73) на случай сильных полей или низких температур, когда условие (1.71) не выполняется. В классической теории Ланжевена не учитывается квантование магнитных моментов атомов, что в области низких температур становится существенным. Для учета квантования будем считать магнитный момент атома p_m равным магнетону Бора μ_B и примем во внимание все возможные ориентации вектора \vec{p}_m , допускаемые правилами квантования. В магнитном поле возможны только две ориентации вектора \vec{p}_m относительно вектора \vec{B} : параллельная и антипараллельная. При параллельной ориентации проекция

магнитного момента на направление магнитного поля равна $+\mu_B$, а при антипараллельной – $-\mu_B$.

Согласно распределению Больцмана, числа атомов в единице объема с параллельной и антипараллельной ориентациями будут равны соответственно

$$n_1 = C e^a, \quad n_2 = C e^{-a}. \quad (1.74)$$

Здесь $a = p_m B / (kT)$. Нормировочный множитель C определяется из условия:

$n = n_1 + n_2$, где n – полное число атомов в единице объема. Тогда

$$C = \frac{n}{e^a + e^{-a}}.$$

Намагниченность парамагнетика равна

$$J = (n_1 - n_2) p_m = n p_m \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}} = n p_m \tanh a. \quad (1.75)$$

Соотношение (1.75) можно переписать в виде

$$J = n p_m L_{1/2}(a), \quad (1.76)$$

где $L_{1/2}(a)$ – функция Ланжевена.

При малых значениях аргумента

$$L_{1/2}(a) = a - \frac{1}{3} a^3 + \dots \quad (1.77)$$

На рис. 1.19 показан вид функции Ланжевена $L_{1/2}(a)$.

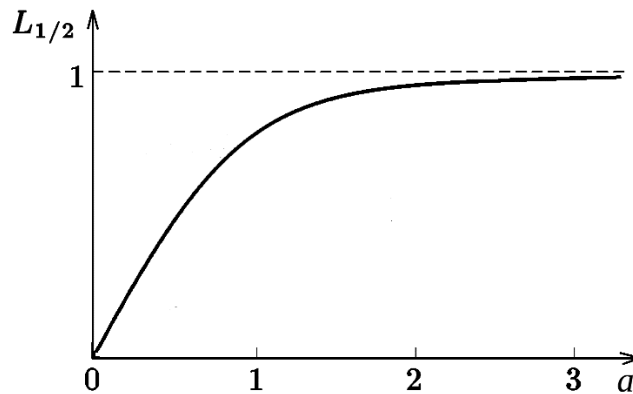


Рис. 1.19

В области слабых магнитных полей $a \ll 1$ и $L_{1/2}(a) \approx a$, поэтому

$$J = \frac{np_m^2 B}{kT}, \quad (1.78)$$

т. е. намагниченность J зависит от индукции B линейно, как и в классическом приближении. Однако формула (1.78) в отличие от формулы (1.72) дает результат, отличающийся в три раза.

В сильных магнитных полях $a \gg 1$ функция $L_{1/2}(a)$ асимптотически стремится к единице, а намагниченность J вещества достигает насыщения. При этом магнитные моменты всех атомов выстраиваются параллельно магнитному полю. Аналогичная ситуация возникает и при очень низких температурах.

Ферромагнетики

К ферромагнетикам относятся сильномагнитные вещества, такие как железо, никель, кобальт, гадолиний и их сплавы. Также к ферромагнетикам относятся ферримангнитные полупроводники – ферриты. Ферромагнетиками могут быть только кристаллические вещества.

Первая количественная теория ферромагнетизма была разработана французским физиком *П. Вейссом* в 1907 г. Вейсс предположил, что атомы ферромагнетика, как и парамагнетика, обладают магнитными моментами и взаимодействуют между собой с силами, зависящими от угла между этими магнитными моментами. Эти силы стремятся установить магнитные моменты соседних атомов параллельно друг другу. В результате ориентации магнитных моментов атомов в определенном направлении и создается намагничивание ферромагнетика. В теории Вейсса сила взаимодействия между атомами формально сводится к некоторому «эффективному» магнитному полю, которое и ориентирует атомы ферромагнетика. Эффективное поле складывается из обычного макроскопического поля в веществе и некоторого гипотетического «молекулярного поля», величина которого пропорциональна намагниченности ферромагнетика.

Ферромагнетик будет спонтанно намагничен и в отсутствие магнитного поля, так как благодаря гипотетическому взаимодействию между атомами, введенному Вейссом, состояние спонтанного намагничивания «энергетически выгодно». Если допустить, что вначале магнитные моменты ориентированы хаотически, то в результате флуктуации магнитные моменты двух или нескольких атомов установятся параллельно в некотором направлении, в связи с чем вейссовское внутреннее поле заставит магнитные моменты остальных атомов предпочесть то же направление. Намагничивание же не достигнет насыщения, так как этому препятствует тепловое движение. Благодаря анизотропии кристаллической решетки в ней имеются оси легкого намагничивания, вдоль которых и предпочитают выстраиваться магнитные моменты атомов кристалла. Ориентированным атомам нелегко изменить направление, в котором они выстроились, так как для этого им пришлось бы пройти через ряд менее предпочтительных направлений. По этой причине спонтанное намагничивание, раз возникнув в кристалле, сохраняется в нем и в дальнейшем. Таким образом, при $T < T_K$ ферромагнетик должен быть спонтанно намагничен. Энергии теплового движения недостаточно, чтобы разрушить это намагничивание. Величина T_K называется температурой или точкой Кюри.

Выше точки Кюри ферромагнетик превращается в парамагнетик, причем зависимость магнитной восприимчивости от температуры определяется законом Кюри – Вейсса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}, \quad (1.79)$$

где C – постоянная, зависящая от рода вещества.

Можно сказать, что ниже точки Кюри вещество находится в упорядоченном состоянии. В точке Кюри происходит фазовый переход из упорядоченного в неупорядоченное состояние, в котором намагничивание отсутствует.

Таким образом, теория Вейсса объясняет основные факты из области ферромагнетизма: спонтанную намагниченность, существование температуры Кюри. Физическая же природа молекулярного поля Вейсса была установлена советским физиком *Я. И. Френкелем* и независимо от него немецким физиком *В. Гейзенбергом* в 1928 г.

Поведение ферромагнетиков в магнитном поле и их магнитные свойства объясняются законами квантовой механики. Ответственными за магнетизм ферромагнетиков являются собственные магнитные моменты (спины) электронов. Специфическое *квантовое обменное взаимодействие* электронов соседних атомов и молекул заставляет магнитные моменты электронов выстраиваться в одном направлении. Так как при этом увеличивается размагничивающее поле поверхностей образца, в результате в ферромагнетике возникают *домены*, области самопроизвольной намагниченности, в пределах которых вещество намагничено до насыщения. У простых ферромагнетиков домены имеют размеры порядка $10^{-4} - 10^{-3}$ см.

Квантовая теория ферромагнетизма далека от совершенства и представляет собой скорее качественное, нежели количественное объяснение природы этого феномена. Тем не менее, квантовая теория дала более глубокие представления о ферромагнетизме и объяснила многие причины этого физического состояния, которые до этого были неизвестными. Далее приводится краткое изложение сути этой теории.

Элементарными носителями ферромагнетизма являются спиновые магнитные моменты электронов. В большинстве атомов эти моменты антипараллельны попарно и скомпенсированы так, что суммарный момент их равен нулю. В то же время существуют атомы, у которых имеются электроны с некомпенсированными спиновыми магнитными моментами, в частности у атомов *Fe, Co, Ni, Gd*.

Первая внутренняя оболочка любого атома содержит два электрона (1s-электроны), вторая – восемь (2s- и 2p-электроны), третья должна со-

держат 18 электронов и состоит из 3-х подоболочек: $3s$, $3p$ и $3d$. В каждой подоболочке электроны обладают спинами, в частности спиновыми магнитными моментами, которые попарно антипараллельны. Так, на оболочке $1s$ имеем 2 электрона со спинами $+1/2$ и $-1/2$, что означает противоположные направления их магнитных спиновых моментов. На подоболочке $2s$ – тоже 2 электрона со спинами $\pm 1/2$, на $2p$ -подоболочке – 6 электронов со спинами $\pm 1/2$ и т. д. Во всех этих случаях суммарный магнитный спиновый момент электронов равен нулю.

Однако, как установлено из опытов, на подоболочке $3d$ атома железа недостает 4-х электронов — это так называемая недостроенная подоболочка. Для неё суммарный магнитный спиновый момент электронов не равен нулю. Это не противоречит принципу Паули, так как для этих электронов четверки квантовых чисел (n, l, m, m_s) различны. Экспериментальные исследования доказывают, что те вещества, атомы которых имеют недостроенные оболочки, как правило, обнаруживают сильный парамагнетизм. Это элементы переходной группы таблицы Менделеева: Sc, Ti, V, Cr, Mn и редкоземельные элементы: Dy, Er, Yb и другие. А элементы Fe, Ni, Co, Gd проявляют сильный ферромагнетизм.

Все это указывает на то, что одним из необходимых условий возникновения ферромагнетизма является наличие некомпенсированных магнитных моментов у атомов ферромагнитного вещества. Для образования доменной структуры необходимы силы, которые способны обеспечить существование в веществе макроскопических объемов одинаково направленных спиновых магнитных моментов. Эти объемы и представляют собой домены (области самопроизвольной намагниченности).

Таким образом, ферромагнетик состоит всегда из доменов, даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Каждый домен имеет магнитный момент

$$\vec{p}_D = \vec{J}_D V, \quad (1.80)$$

где \vec{J}_D – вектор намагниченности в области домена; V – объем домена.

Два соседних домена, даже если они одинаковы по размерам, отличаются только тем, что их моменты \vec{p}_D направлены неодинаково. Магнитный момент домена неуничтожаем никакими полями при условии, что они не нагревают ферромагнетик до температуры Кюри, при которой исчезает ферромагнетизм вообще. Между соседними доменами существуют так называемые междоменные границы (стенки). На рис. 1.20 показана схема одного из типов доменной структуры.

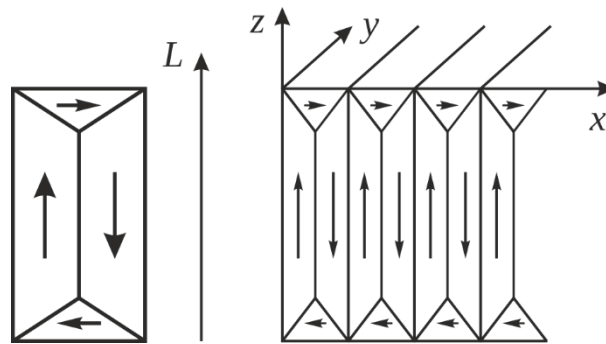


Рис. 1.20

Такую картину доменов можно наблюдать с помощью микроскопа и мелкого магнитного порошка, располагающегося по границам доменов на полированной поверхности кристалла, например кремистого железа, имеющего форму правильного параллелепипеда. На рис. 1.20 изображены четыре магнитных фазы. Все домены, которые намагничены в одном направлении, составляют одну магнитную фазу.

При отсутствии внешнего (намагничивающего) поля любой ферромагнетик сохраняет доменную структуру в таком виде, который удовлетворяет минимуму свободной энергии. При условии, что магнитные потоки всех доменов ферромагнитного тела замыкаются внутри его, ферромагнетик считается размагниченным. Его результирующий магнитный момент равен нулю:

$$\vec{p}_m = \sum_i \vec{p}_{Di} = 0.$$

Магнетик является намагниченным, если $\vec{p}_m \neq 0$. Значение и направление \vec{p}_m зависят от величины и направления напряженности намагничивающего поля (\vec{H}). Изменение \vec{p}_m от \vec{H} связано с процессами смещения междоменных границ и вращения вектора \vec{p}_m . Для понимания процесса смещения необходимо рассмотреть внутреннюю структуру междоменной границы. На рис. 1.21 показана схема такой границы.

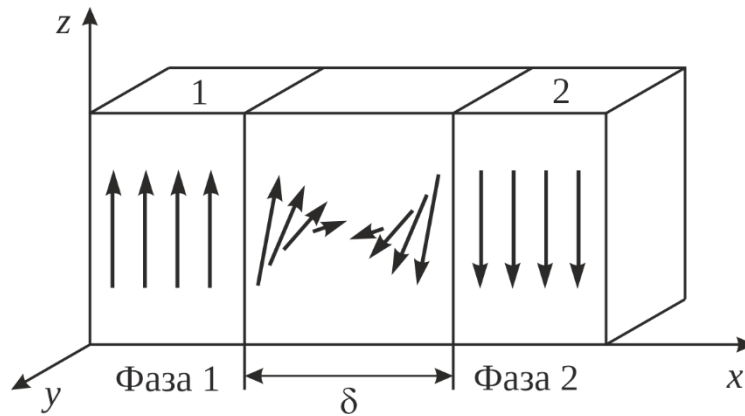


Рис. 1.21

На рис. 1.21 введены следующие обозначения: δ – толщина границы; 1 и 2 – домены, между которыми междоменная граница. Стрелки внутри доменов и границы – это собственные магнитные моменты (спины) электронов, ответственных за магнетизм.

При перемагничивании ферромагнетика, например, в направлении 2 происходят рост фазы 1 и уменьшение фазы 2, то есть объем домена 1 растет, а домен 2 уменьшается в размерах за счет того, что междоменная стенка будет перемещаться в сторону от 1 к 2, не уменьшаясь по толщине. Процесс смещения границы осуществляется за счет того, что под действием роста \vec{H} спины (моменты) внутри стенки меняют свое направление так, что фаза 1 растет, а фаза 2 уменьшается.

Таким образом, рост \vec{H} ведет к смещению границы с определенной скоростью, а также к росту фазы 1 и к уменьшению фазы 2. Этот процесс может продолжаться до тех пор, пока не исчезнет полностью одна из фаз, в данном случае фаза 2. Тогда магнетик будет состоять из одной фазы или одного домена. Если при этом его магнитный момент \vec{p}_m будет параллельным вектору напряженности \vec{H} , то дальнейшее увеличение \vec{H} не приведет к росту \vec{p}_m и намагниченности \vec{J} . Это означает, что данный ферромагнетик намагничен до насыщения $J = J_s$.

Реальные ферромагнетики весьма неоднородны. В них всегда присутствуют посторонние примеси, пустоты, локальные нарушения кристаллической структуры и т. д., поэтому энергия доменов зависит от положения границы по сложному закону, определяемому видом и расположением этих неоднородностей. Этот процесс носит скачкообразный характер, суммарная намагниченность увеличивается при этом микроскопическими скачками, называемыми «скачками Баркгаузена».

Возможен и другой вариант. Известно, что внутри кристаллов существует магнитная анизотропия. В одних направлениях кристалл намагничивается легче, чем в других. Существуют оси «легкого» (L) и «трудного» (T) намагничивания. Такой кристалл может быть намагничен до насыщения в направлении легкого намагничивания внешним полем, направленным под углом φ к оси L , то есть в кристалле будет реализована одна фаза, но процесс намагничивания в направлении \vec{H} будет незаконченным, так как вдоль \vec{H} намагниченность будет равна $J_s \cos \varphi$. Для получения намагниченности насыщения J_s вдоль \vec{H} необходимо еще увеличивать напряженность поля до тех пор, пока вектор \vec{J}_s не повернется в направлении вектора \vec{H} . Этот процесс называют процессом вращения.

Число доменов в образце, их размер, форма и направление намагниченности удовлетворяют условию минимума свободной энергии, складывающейся из энергии обменных сил, энергии магнитного поля и так называемой энергии анизотропии. Эта энергия связана с тем, что величина внешнего магнитного поля, необходимого для того, чтобы довести ферромагнитный кристалл до насыщения, зависит от направления поля относительно кристаллографических осей. Так, в монокристалле железа напряженность внешнего поля, необходимого, чтобы намагнитить образец до насыщения, оказывается наименьшей для намагничивания вдоль ребер куба («легкие» направления), несколько возрастает, если намагничивать кристалл вдоль диагоналей, лежащих в плоскостях граней куба, и максимальна при намагничивании вдоль пространственных диагоналей («трудные» направления). Превышение энергии, необходимой для того, чтобы намагнитить кристалл в заданном направлении, над энергией, которая нужна для намагничивания в «легком» направлении, и называется энергией анизотропии.

При уменьшении поля до нуля перестраивание доменной структуры происходит с некоторой задержкой, т. е. смещение границ доменов и поворот вектора намагниченности отстают от изменения поля, в результате чего часть доменов оказывается ориентированной преимущественно в направлении предыдущего поля. Этим объясняется существование остаточной намагниченности и явления *гистерезиса* в целом.

На рис. 1.22 показана типичная кривая намагничивания. Для магнитомягких ферромагнетиков участок 0–1 обусловлен преимущественно процессами смещения междоменных границ, участок 1–2 – процессами вращения вектором намагниченности и 2–3 – парапроцессом, который состоит в том, что намагниченность насыщения J_S увеличивается (сравнительно слабо) за счет ориентации

спиновых моментов намагничивающим полем, которое уменьшает их дезориентацию, вызванную тепловым движением частиц.

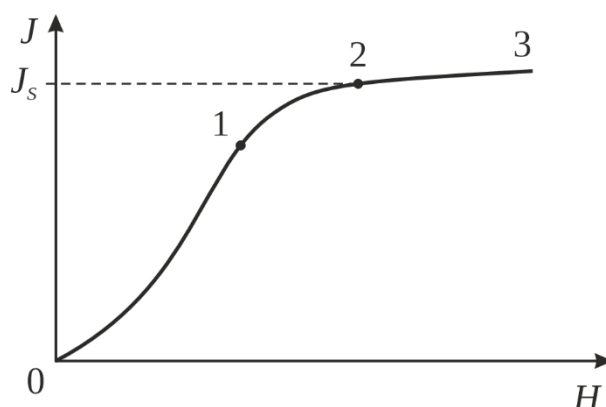


Рис. 1.22

При уменьшении напряженности магнитного поля наблюдается гистерезис, который выражается в том, что при размагничивании ферромагнетика зависимости $J(H)$ и $B(H)$ не соответствуют начальной кривой намагничивания (рис. 1.23).

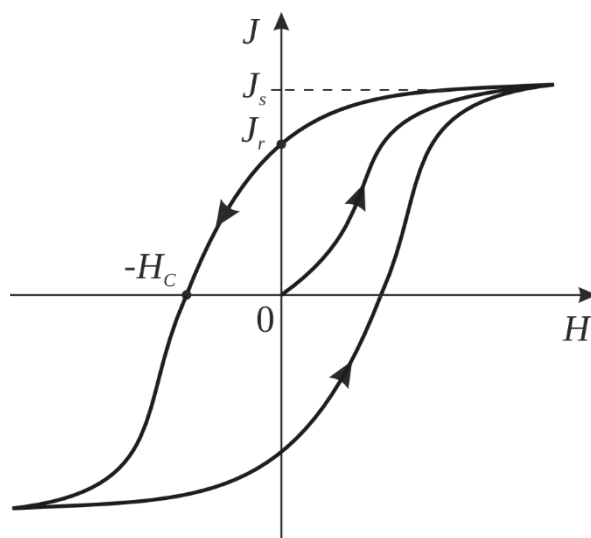


Рис. 1.23

В результате этого при $H = 0$ у ферромагнетика наблюдаются остаточная намагниченность J_r и остаточная индукция B_r . Для того чтобы полностью размагнитить ферромагнетик, нужно увеличивать магнитное поле в направлении,

противоположном полю, вызывавшему намагничивание. В итоге при определенном значении H_C , называемом *коэрцитивной силой*, ферромагнетик полностью размагнитится. При дальнейшем увеличении поля в ферромагнетике будут происходить те же самые процессы, что и при первоначальном намагничивании. Таким образом, зависимости $J(H)$ и $B(H)$ будут представлять собой замкнутые кривые, называемые *петлями гистерезиса*.

При намагничивании вещества совершается работа. Если при небольшом изменении напряженности поля H магнитная индукция изменяется на величину dB , то работа в единице объема при таком изменении поля будет $dA = HdB$. Легко показать, что работа, совершаемая за один полный цикл перемагничивания, будет равна площади петли гистерезиса $B(H)$. При этом совершаемая работа переходит во внутреннюю энергию образца, т. е. в тепло.

Из гистерезисного характера зависимости $J(H)$ следует неоднозначный, т. е. тоже гистерезисный, характер зависимости $\chi(H)$. Если для основной кривой намагничивания можно определить восприимчивость как $\chi = J/H$, поскольку сама эта кривая определяется однозначно, то для восходящей и нисходящей кривых петли гистерезиса значения χ достигают бесконечности при $H = 0$, что физически бессмысленно. В этом случае однозначно определяемой характеристикой является дифференциальная восприимчивость: $\chi_{\text{диф}} = dJ/dH$.

В конце 20-х и начале 30-х гг. XX века были обнаружены соединения (окислы и хлориды марганца, железа, кобальта, никеля), обладающие совершенно иным видом температурной зависимости магнитной восприимчивости $\chi(T)$. Советский физик *Л. Д. Ландау* и французский физик *Л. Неель* объяснили указанные выше аномалии переходом парамагнетика в новое состояние, названное *антиферромагнитным*. В антиферромагнетиках собственные магнитные моменты электронов самопроизвольно ориентированы антипараллельно друг другу. Такая ориентация охватывает попарно соседние атомы. В результате антиферромагнетики обладают

крайне малой магнитной восприимчивостью и ведут себя как очень слабые парамагнетики. Для антиферромагнетиков также существует температура, при которой антипараллельная ориентация спинов исчезает. Эта температура называется антиферромагнитной точкой Кюри или *точкой Нееля*. У некоторых антиферромагнетиков (например, у эрбия, диспрозия, сплавов марганца и меди) таких температур две (верхняя и нижняя точки Нееля), причем антиферромагнитные свойства наблюдаются только при промежуточных температурах. Выше верхней точки вещество ведет себя как парамагнетик, а при температурах, меньших нижней точки Нееля, становится ферромагнетиком.

Ферромагнитные материалы широко используются в технике. *Магнитомягкие материалы* (с узкой петлей гистерезиса и малой коэрцитивной силой) используются в электротехнике при изготовлении трансформаторов, электромоторов, генераторов, в слаботочной технике связи и радиотехнике. *Магнитожесткие материалы* (с широкой петлей гистерезиса и большой коэрцитивной силой) применяют при изготовлении постоянных магнитов. За последние десятилетия большое значение приобрели искусственные полупроводниковые ферромагнетики, названные *ферритами* и *оксиферами*. Ферриты – это сложные металлические окислы (соли железной кислоты) с магнитной проницаемостью от 10 до 2000. Удельное электрическое сопротивление ферритов в миллиарды раз больше, чем металлов. Поэтому в ферритах очень малы потери на вихревые токи, и из них изготавливают сердечники трансформаторов и других электромагнитных приборов, работающих на переменных токах высокой частоты.

2. Лабораторный практикум

Лабораторная работа 2-10

Измерение магнитной проницаемости ферромагнетика

Цель работы: изучение зависимости полной магнитной проницаемости замкнутого магнитопровода из ферромагнитного материала от напряженности перемещающего поля.

Приборы и принадлежности: макет установки, вольтметр, лабораторный автотрансформатор (ЛАТР), источник переменного напряжения, набор соединительных проводов.

Метод эксперимента

Характерной особенностью ферромагнетиков является нелинейный характер зависимостей намагниченности J и индукции B от напряженности H магнитного поля. На рис. 2.1 показаны обе эти зависимости при одних и тех же значениях напряженности H .

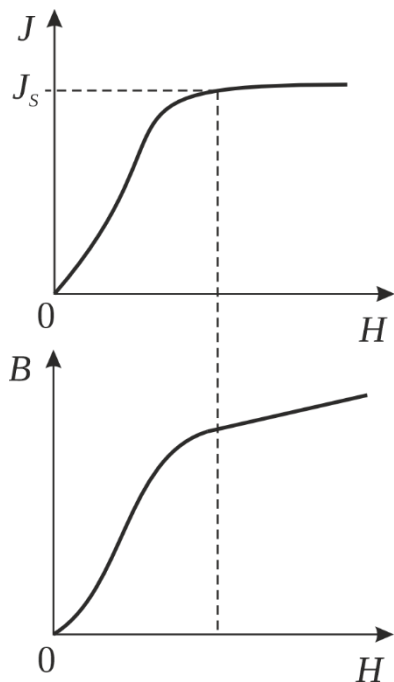


Рис. 2.1

При увеличении напряженности H магнитного поля происходит намагничивание вещества, величина J увеличивается, достигая насыщения J_s . При этом магнитная индукция B продолжает увеличиваться по линейному закону:

$$B = \mu_0 (H + J_s) = \mu_0 H + \mu_0 J_s. \quad (2.1)$$

Из-за нелинейности функции $B(H)$ магнитную проницаемость ферромагнетика, определяемую как

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}, \quad (2.2)$$

нельзя считать постоянной величиной, характеризующей магнитные свойства вещества. Поэтому имеет место зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности H магнитного поля, показанная на рис. 2.2. На этом же рисунке пунктирной линией показана зависимость $B(H)$.

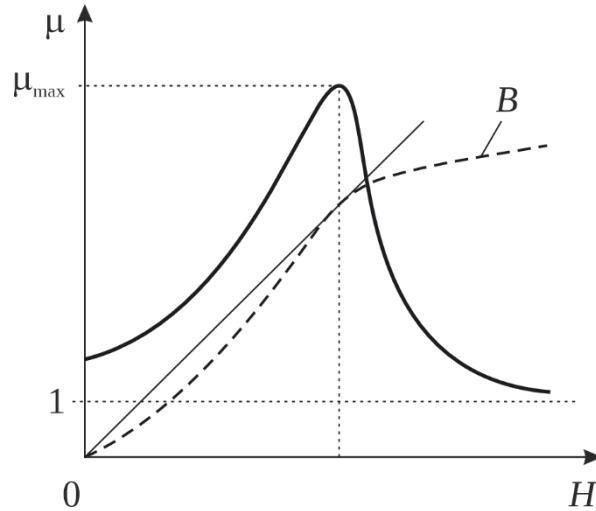


Рис. 2.2

Из формулы (2.2) видно, что магнитная проницаемость пропорциональна тангенсу угла наклона касательной в каждой точке кривой $B(H)$. Пока намагниченность ферромагнетика не достигла насыщения, кривая $B(H)$ резко возрастает, а значит, растет и магнитная проницаемость μ . В точке перегиба кривой $B(H)$ магнитная проницаемость достигает максимального значения μ_{\max} . При дальнейшем увеличении напряженности H поля индукция B незначительно возрастает, а магнитная проницаемость μ падает, стремясь к единице:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{J_s}{H}. \quad (2.3)$$

Максимальное значение μ_{\max} у многих ферромагнетиков при обычных температурах может достигать величины порядка $10^2 - 10^3$. У специально подготовленных сплавов $\mu_{\max} \sim 10^6$. Ферромагнетики с большими значениями магнитной проницаемости находят применение, например, при изготовлении электромагнитов.

Если образец из исследуемого ферромагнитного материала является замкнутым (например, имеет форму тора), то магнитную проницаемость μ можно найти по основной кривой индукции $B(H)$ непосредственно по формуле (2.2). Для любого частного цикла гистерезиса его вершина соответствует определенным значениям B и H , входящим в формулу (2.2). Для того чтобы измерить μ для разных H , достаточно получить серию частных циклов перемагничивания, измерить B и H в их вершинах.

Частные циклы можно получить при перемагничивании ферромагнетика переменным полем невысокой частоты, например 50 Гц. Более высокие частоты вызывают динамические эффекты в ферромагнетиках (токи Фуко, магнитное последствие), которые меняют форму петли гистерезиса. При частоте $\nu \leq 50$ Гц эти эффекты заметно не сказываются на петле, поэтому $\mu(H)$ зависит только от свойств вещества и не зависит от времени перемагничивания. Такой режим перемагничивания называется квазистатическим.

Существуют различные методы измерения зависимости $\mu(H)$. В данной работе предлагается один из них, который состоит в следующем. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из включенных последовательно источника переменного напряжения амплитудой U_0 , резистора R и катушки индуктивности L (рис. 2.3).

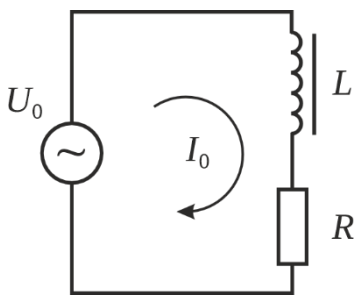


Рис. 2.3

В цепи течет переменный ток

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

где I_0 – амплитуда силы тока; ω – циклическая частота переменного тока.

Согласно закону Ома, амплитуда силы тока определяется как

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{(\omega L)^2 + (R + r)^2}}, \quad (2.4)$$

где r – омическое сопротивление катушки.

Произведение ωL называется *индуктивным сопротивлением* катушки. Из формулы (2.4) выражаем индуктивность:

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_0}{I_0}\right)^2 - (R + r)^2}. \quad (2.5)$$

С другой стороны, индуктивность L катушки с сердечником в форме тора, радиус которого много больше радиуса витка на нем, мы имеем дело именно с такой катушкой, определяется формулой:

$$L = \mu \mu_0 N^2 \frac{S}{l}, \quad (2.6)$$

где N – число витков катушки; S – площадь поперечного сечения сердечника; l – длина сердечника (длина средней линии тора); μ – магнитная проницаемость сердечника.

Индуктивность такой же катушки, но с немагнитным сердечником ($\mu = 1$), будет равна

$$L_0 = \mu_0 N^2 \frac{S}{l}. \quad (2.7)$$

Из формул (2.6) и (2.7) получаем:

$$\mu = \frac{L}{L_0}. \quad (2.8)$$

Значение L_0 можно рассчитать теоретически, а L можно измерить с помощью схемы, показанной на рис. 2.4.

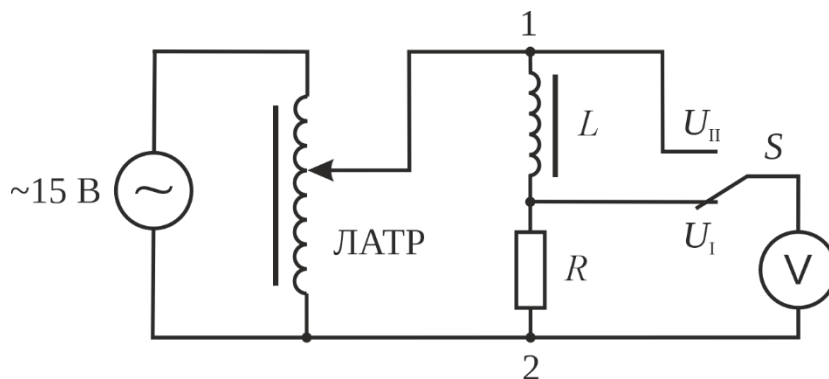


Рис. 2.4

Амплитуда переменного напряжения U_0 , подаваемого на схему от источника напряжения (~ 15 В), регулируется с помощью ЛАТР. Переключатель S позволяет поочередно подключать вольтметр то для измерения напряжения U_I на резисторе R , то для измерения напряжения U_{II} на участке 1-2. В обоих случаях вольтметр измеряет эффективные значения напряжений U_I и U_{II} . На их основе можно определить амплитуду I_0 силы тока, протекающего через резистор R , а также амплитуду U_0 напряжения на участке 1-2 по формулам:

$$I_0 = \frac{U_I \sqrt{2}}{R}, \quad (2.9)$$

$$U_0 = U_{II} \sqrt{2}. \quad (2.10)$$

Подставив (2.9) и (2.10) в (2.5), получим:

$$L = \frac{R}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_{II}}{U_I}\right)^2 - \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}. \quad (2.11)$$

Из формул (2.7), (2.8) и (2.11) находим магнитную проницаемость μ по формуле:

$$\mu = A \sqrt{\left(\frac{U_{II}}{U_I}\right)^2 - \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}. \quad (2.12)$$

Коэффициент A в этой формуле определяется как

$$A = \frac{Rl}{\mu_0 N^2 S \omega}. \quad (2.13)$$

Параметры электрической цепи: $R = 4$ Ом, $r = 0,2$ Ом, $l = 0,04$ м, $N = 58$, $S = 1,2 \cdot 10^{-4}$ м², $\omega = 2\pi\nu$, $\nu = 50$ Гц.

Пренебрегая величиной $r/R = 0,05$ по сравнению с единицей в формуле (2.12), получаем окончательное выражение для расчета магнитной проницаемости:

$$\mu = A \sqrt{\left(\frac{U_{II}}{U_I}\right)^2 - 1}. \quad (2.14)$$

Напряженность магнитного поля H внутри катушки индуктивности определяется как

$$H = \frac{N}{l} I_0.$$

Подставляя I_0 из формулы (2.9), получаем:

$$H = \frac{N\sqrt{2}}{lR} U_I. \quad (2.15)$$

Таким образом, для того, чтобы измерить зависимость магнитной проницаемости μ ферромагнетика от напряженности H магнитного поля, достаточно измерить зависимость между U_I и U_{II} .

Порядок выполнения работы

1. Соберите схему согласно рис. 2.4.
2. Включите источник переменного напряжения и цифровой вольтметр в сеть и прогрейте их в течение 3 – 5 мин.
3. Перед началом измерений размагнитьте сердечник катушки индуктивности. Для этого поставьте переключатель S в среднее положение и поверните ручку регулятора напряжения на ЛАТРе от одного крайнего положения до другого.
4. Переведите переключатель S в положение I и с помощью ЛАТРа установите минимальное ($\sim 0,06$ В) напряжение U_I по показаниям вольтметра.
5. Переведите переключатель S в положение II и измерьте напряжение U_{II} .
6. Увеличивая напряжение U_I до 7 В, измеряйте соответствующие значения напряжения U_{II} . Результаты измерений занесите в таблицу.

Измерения значений U_I в диапазоне от 0,06 В до 0,5 В рекомендуется производить с интервалом 0,05 В; в диапазоне от 0,5 до 1,0 В – с интервалом 0,1 В; в диапазоне от 1 до 3 В – с интервалом 0,5 В; в диапазоне от 3 до 7 В – с интервалом 1 В.

U_I , В	U_{II} , В	H , А/м	μ , 10^3

7. По формулам (2.14) и (2.15) для каждой пары значений U_I и U_{II} рассчитайте μ и H и занесите результаты в таблицу.

8. Постройте график зависимости магнитной проницаемости μ от напряженности H магнитного поля.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое магнитная восприимчивость χ и магнитная проницаемость μ вещества? Как они связаны между собой?
2. Как классифицируются магнетики по величине магнитной проницаемости?
3. Какие вещества называют ферромагнетиками? Каковы отличительные особенности ферромагнетиков?
4. Что такое остаточная намагниченность (остаточная индукция) и коэрцитивная сила? Каким образом можно размагнитить ферромагнетик?
5. Объясните ход кривой $\mu(H)$.
6. Выведите формулу (2.14) для расчета магнитной проницаемости.

Лабораторная работа 2-11

Изучение магнитных характеристик ферромагнетика

Цель работы: получение петли гистерезиса на экране осциллографа и измерение основных характеристик ферромагнетика осциллографическим методом.

Приборы и принадлежности: экспериментальный макет, включающий в себя замкнутую магнитную цепь из ферромагнитного материала с обмотками и RC -цепью, осциллограф.

Метод эксперимента

Одной из основных характеристик магнитных свойств вещества является вектор намагниченности \vec{J} , который связан с индукцией \vec{B} магнитного поля в веществе и напряженностью \vec{H} внешнего магнитного поля соотношением:

$$\vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}. \quad (2.16)$$

При изменении напряженности внешнего магнитного поля зависимости $J(H)$ и $B(H)$ для ферромагнетиков имеют нелинейный и неоднозначный характер. Кроме того, значения намагниченности J и индукции B зависят от предшествующей истории намагничивания. В этом проявляется явление *магнитного гистерезиса*. Если напряженность H магнитного поля увеличивать от 0 до некоторого значения $+H_m$, а затем уменьшать от $+H_m$ до $-H_m$, то кривая намагничивания не пойдет по прежнему пути, а будет идти выше. Если теперь увеличивать H от $-H_m$ до $+H_m$, то кривая намагничивания пойдет ниже. При этом в точку, в которой $H=0$ и $B=0$, она не вернется. Получится замкнутая кривая, называемая *петлей гистерезиса*.

На рис. 2.5 показана типичная петля гистерезиса в координатах $B(H)$.

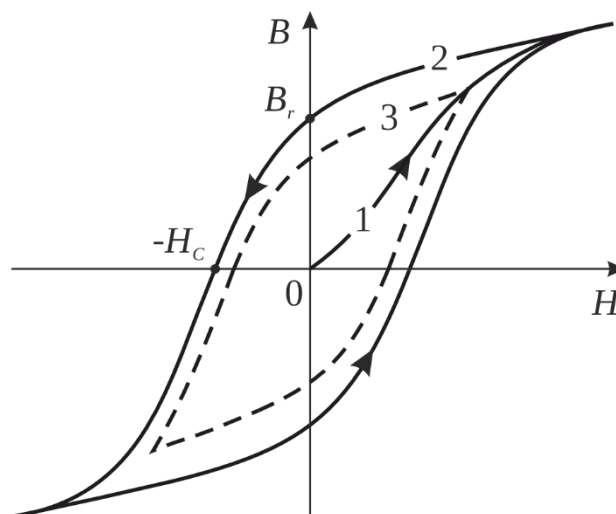


Рис. 2.5

Кривая, проведенная из нуля (кривая 1), называется основной или первоначальной кривой индукции. Гистерезис проявляется при перемагничивании ферромагнетика. Существуют полный цикл и частные циклы перемагничивания. Для получения полного цикла ферромагнетик вначале намагничивают до насыщения ($J = J_s$). Затем, начиная с намагниченности насыщения, уменьшают ее до $-J_s$ и снова увеличивают до J_s . В результате величина B изменяется по внешней петле (кривая 2).

Величина B_r называется остаточной индукцией, H_c – коэрцитивной силой (величиной напряженности магнитного поля, которая снимает остаточную индукцию). Для получения частного цикла (кривая 3) необходимо менять H так, чтобы наибольшие значения J не достигали значения J_s . Таких циклов можно получить множество. Вершины частных циклов всегда лежат на основной кривой индукции.

Для получения петли гистерезиса на экране осциллографа используется установка, схема которой показана на рис. 2.6.

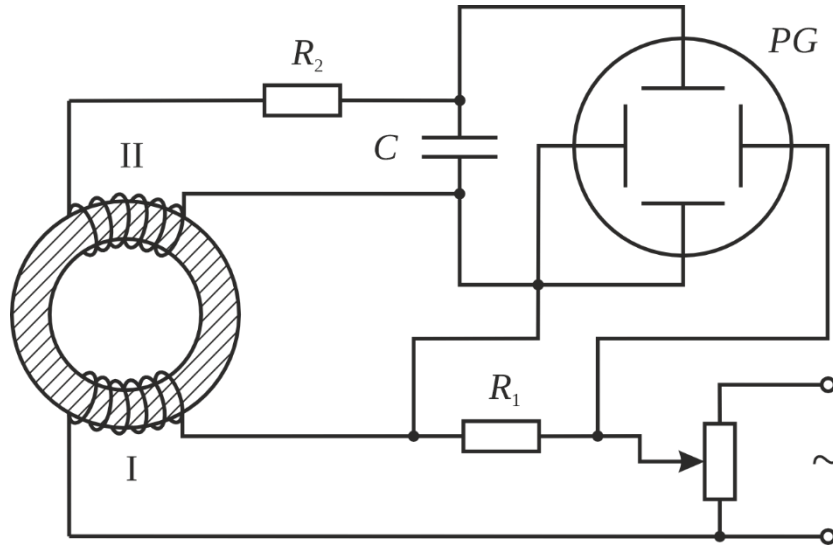


Рис. 2.6

Замкнутая магнитная цепь в форме тора из ферромагнитного материала содержит две обмотки. Первичная (I) обмотка намагничивает ферромагнетик переменным магнитным полем, напряжённость H которого пропорциональна силе тока I_1 . Поэтому напряжение U_x , подаваемое с резистора R_1 на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа PG , пропорционально H :

$$H = \frac{I_1 N_1}{l} = \frac{N_1}{R_1 l} U_x, \quad (2.17)$$

где N_1 – число витков первичной обмотки; l – длина средней линии магнитной цепи.

Напряжение U_2 , индуцируемое во вторичной (II) обмотке вследствие изменения магнитного потока, равно

$$U_2 = N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (2.18)$$

где N_2 – число витков вторичной обмотки; S – площадь поперечного сечения магнитного образца.

Из формулы (2.18) видно, что напряжение U_2 пропорционально dB/dt . Для получения напряжения, пропорционального индукции B ,

напряжение со вторичной обмотки подается на интегрирующую ячейку R_2C , удовлетворяющую условию

$$R_2 \gg \frac{1}{\omega C}, \quad (2.19)$$

где ω – циклическая частота изменения магнитного поля.

При выполнении условия (2.19) падение напряжения на конденсаторе мало по сравнению с падением напряжения на резисторе R_2 . Тогда сила тока I_2 в цепи вторичной обмотки будет равна

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{SN_2}{R_2} \frac{dB}{dt}. \quad (2.20)$$

В итоге напряжение U_y , подаваемое с выхода интегрирующей ячейки на вертикально отклоняющие пластины осциллографа, равно

$$U_y = \frac{1}{C} \int I_2 dt = \frac{SN_2}{R_2 C} \int dB = \frac{SN_2}{R_2 C} B. \quad (2.21)$$

Отсюда:

$$B = \frac{R_2 C}{SN_2} U_y. \quad (2.22)$$

Таким образом, на экране осциллографа изображается петля гистерезиса в координатах $B(H)$.

Порядок выполнения работы

1. Соберите схему согласно рис. 2.6.
2. Включите осциллограф в сеть и прогрейте его в течение 3 – 5 минут.
3. Переведите осциллограф в режим сложения колебаний, для чего установите переключатель «ВРЕМЯ/ДЕЛ» в положение «Х-У».
4. С помощью ручек « \updownarrow » и « \leftrightarrow » регулировок смещения луча по осям X и Y выведите светящееся пятно в центр экрана.

5. Включите в сеть экспериментальный макет, изменяя ток в первичной цепи, добейтесь того, чтобы петля гистерезиса занимала большую часть экрана. Для повышения точности измерений можно, уменьшив ток в первичной цепи до нуля, сместить светящееся пятно в левый нижний угол экрана. Затем, увеличивая ток, получить изображение половины петли гистерезиса на всем экране.

6. Ручками «ВОЛЬТ/ДЕЛ» установите чувствительность осциллографа по осям X и Y , обеспечивающую наилучший масштаб для наблюдения петли гистерезиса. Рекомендуемые значения чувствительности: $U_{x0}=0,5$ В/дел, $U_{y0}=20$ мВ/дел.

7. Определите координаты вершины петли гистерезиса X и Y относительно ее центра в делениях шкалы осциллографа и занесите результат в таблицу. Уменьшая ток в первичной обмотке, получите на экране петли меньшего размера и определите координаты их вершин. Прodelайте таким образом 10 – 15 измерений, пока петля не стянется в точку. Не забывайте, что 1 деление шкалы осциллографа соответствует 1 клетке.

№ п/п	X , дел	Y , дел	H , А/м	B , Тл	μ , 10^3
1					
2					
3					
...					

8. Выключите осциллограф и экспериментальный макет из сети.

9. Для каждой пары значений X и Y рассчитайте величины H и B по формулам:

$$H = k_x X,$$

$$B = k_y Y,$$

где

$$k_x = U_{x0} \frac{N_1}{R_1 l}; k_y = U_{y0} \frac{C R_2}{S N_2}.$$

Здесь U_{x0} , U_{y0} – цена деления (чувствительность) осциллографа по осям X и Y соответственно. Параметры электрической цепи: $R_1 = 8,2 \text{ Ом}$; $R_2 = 22 \text{ кОм}$; $C = 10 \text{ мкФ}$; $S = 0,5 \text{ см}^2$; $l = 8 \text{ см}$; $N_1 = 102$; $N_2 = 640$.

10. Рассчитайте значения магнитной проницаемости μ для вершины каждого частного цикла гистерезиса по формуле

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

11. Постройте начальную кривую индукции как график зависимости $B(H)$, а также график зависимости $\mu(H)$.

Дополнительное задание

Дополнительное задание выполняется по указанию преподавателя.

1. По графику зависимости $B(H)$, разбивая его на малые отрезки ΔH и определяя соответствующие изменения ΔB , рассчитайте дифференциальную магнитную проницаемость:

$$\mu_{\text{диф}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta B}{\Delta H}.$$

2. Постройте график зависимости $\mu_{\text{диф}}(H)$ и сравните его с графиком $\mu(H)$.

3. Нарисуйте максимальный цикл гистерезиса (можно срисовать с экрана осциллографа) в координатах H и B . Оцените по площади цикла работу, совершаемую за один цикл перемагничивания единицы объема материала образца.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дать определения характеристик магнитного поля и магнитных свойств вещества. Показать размерности величин исходя из их определений.
2. Какие вещества называют ферромагнетиками? Дать качественное объяснение природе ферромагнетизма.
3. Объяснить ход кривой намагничивания и причины гистерезиса.
4. Описать методику получения петли гистерезиса на экране осциллографа.
5. Какие магнитные характеристики должен иметь ферромагнетик, используемый в трансформаторах?
6. Где могут использоваться ферромагнетики с большими значениями коэрцитивной силы? С прямоугольной петлей гистерезиса? С очень узкой петлей гистерезиса?

Лабораторная работа 2-23

Определение точки Кюри ферромагнетика

Цель работы: исследование температурной зависимости индукции магнитного поля в ферромагнетике и определение точки Кюри.

Приборы и принадлежности: экспериментальный макет ФЭЛ-4, состоящий из исследуемого ферромагнитного образца, нагревателя, источника переменного тока, многофункционального цифрового измерительного прибора.

Метод эксперимента

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, при которой области спонтанного намагничивания – домены распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства (становится обычным парамагнетиком). Эта температура называется *точкой Кюри*. Точка Кюри – это температура T_K , выше которой намагниченность каждого домена ферромагнетика равна нулю. Причина этого – тепловое движение молекул, оказывающее дезориентирующее влияние на их собственные магнитные моменты. По мере уменьшения температуры ферромагнетика от точки Кюри его намагниченность возрастает, так как магнитные моменты его молекул в пределах каждого домена стремятся выстроиться параллельно друг другу. При достаточно низких температурах магнитные моменты всех доменов устанавливаются вдоль внешнего магнитного поля. Наступает магнитное насыщение, при котором намагниченность ферромагнетика максимальна ($J = J_S$), а следовательно, и магнитная индукция также максимальна: $B_S \approx \mu_0 J_S$. Строго говоря, полное насыщение возможно лишь при абсолютной температуре $T=0$ К.

В данной работе изучается железный сердечник трансформатора тороидальной формы, который при протекании тока в первичной (намагни-

чивающей) обмотке намагничивается. Форма сердечника такова, что линии магнитной индукции проходят целиком в нем. В таком случае напряженность магнитного поля в ферромагнетике равна напряженности поля намагничивающих токов и может быть определена по формуле

$$H = In_1,$$

где I – сила тока; n_1 – число витков, приходящееся на единицу длины первичной обмотки.

При протекании в первичной обмотке переменного тока с циклической частотой ω

$$I = I_{\max} \sin \omega t \quad (2.23)$$

сердечник перемагничивается с той же частотой. При этом максимальное значение напряженности поля H_{\max} зависит от амплитудного значения силы тока:

$$H_{\max} = I_{\max} n_1.$$

Для определения соответствующего максимального значения магнитной индукции B_{\max} воспользуемся явлением электромагнитной индукции во вторичной (измерительной) обмотке трансформатора.

Допустим, ток в первичной обмотке изменяется по закону (2.23). Тогда магнитный поток Φ , пронизывающий поперечное сечение сердечника, должен меняться по тому же закону:

$$\Phi = \Phi_{\max} \sin \omega t. \quad (2.24)$$

Амплитуду магнитного потока Φ_{\max} выразим через магнитную индукцию B_{\max} и площадь S поперечного сечения сердечника:

$$\Phi_{\max} = B_{\max} S. \quad (2.25)$$

Согласно закону электромагнитной индукции, при изменении магнитного потока в поперечном сечении сердечника во вторичной обмотке трансформатора возникнет ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (2.26)$$

где N_2 – число витков во вторичной обмотке.

С учетом (2.24) и (2.25) выражение (2.26) примет вид

$$\mathcal{E}_i = -N_2 \frac{d}{dt}(\Phi_{\max} \sin \omega t) = -\omega N_2 B_{\max} S \cos \omega t. \quad (2.27)$$

В формуле (2.27) амплитудное значение ЭДС индукции равно

$$\mathcal{E}_{\max} = \omega N_2 B_{\max} S.$$

Отсюда:

$$B_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\omega N_2 S} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\pi\nu N_2 S}, \quad (2.28)$$

где $\nu = \omega / 2\pi$ – частота переменного тока.

Вольтметр, подключенный к вторичной обмотке трансформатора, покажет не амплитудное, а эффективное значение напряжения $U_2 = \mathcal{E}_{\max} / \sqrt{2}$. В итоге получаем:

$$B_{\max} = \frac{U_2 \sqrt{2}}{2\pi\nu N_2 S}. \quad (2.29)$$

Таким образом, измеряя напряжение U_2 во вторичной обмотке трансформатора, можно найти магнитную индукцию B_{\max} в сердечнике.

Описание экспериментальной установки

Для определения точки Кюри в данной работе применяется установка, упрощённая принципиальная блок-схема которой приведена на рис. 2.7. Конструктивно установка состоит из электропечи, которая нагревает исследуемый образец – ферромагнитный сердечник трансформатора. Температура измеряется с помощью цифрового термометра, датчик которого размещен в полости электропечи. Точность измерения температуры составляет ± 1 °С.

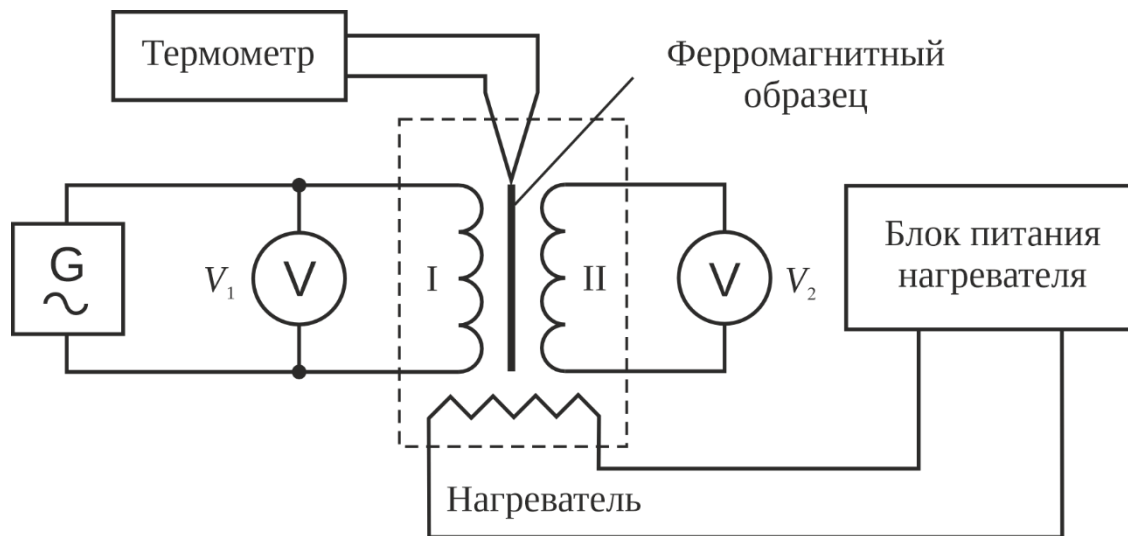


Рис. 2.7

К первичной обмотке трансформатора подключен источник переменного тока G . Напряжение U_1 на первичной (I) обмотке и напряжение U_2 на вторичной (II) обмотке измеряются вольтметрами V_1 и V_2 соответственно. Значения температуры t , напряжений U и U_2 отображаются на ЖК-дисплее многофункционального измерительного устройства.

Нагревом образца управляют с помощью кнопок «МОЩНОСТЬ НАГРЕВАТЕЛЯ». Нажатие и удержание одной из кнопок приводит к плавному изменению (увеличению или уменьшению) мощности нагрева. Величина мощности P_{ht} также отображается на дисплее измерительного устройства в процентах от максимально возможного значения.

В установке предусмотрена система принудительного охлаждения печи, управление которой осуществляется кнопками «ОХЛАЖДЕНИЕ ВКЛ/ВЫКЛ» при их нажатии и удержании в течение 1 секунды. В момент переключения на дисплее измерительного устройства появляется информация о текущем состоянии системы охлаждения: «FAN ON» или «FAN OFF». В случае перегрева печи свыше $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ нагрев прекращается и автоматически включается охлаждение.

Порядок выполнения работы

1. Перед началом работы ознакомиться с принципиальной схемой лабораторной установки, разобраться в назначении кнопок и переключателей.

2. Подготовить таблицу для записи результатов измерений.

$t, ^\circ\text{C}$	T, K	$U_2, \text{В}$	$B_s, \text{Тл}$
30			
34			
38			
...			

3. Включить установку переключателем «СЕТЬ», при этом должны загореться световой индикатор и подсветка ЖК-дисплея измерительного устройства. Дать установке прогреться в течение 3 – 5 минут.

4. Установить мощность нагрева печи равной 50 % от максимальной. Приступить к измерению зависимости $U_2 = f(t)$, записывая через 4 °С значения температуры и напряжения. Измерение рекомендуется начинать при температуре 30 °С, когда ферромагнитный образец достаточно равномерно прогреется.

5. При достижении температуры 50 °С мощность нагрева рекомендуется повысить до 70 – 90 % и измерения температуры производить с шагом 2 °С.

6. Нагрев производить до температуры 74 – 76 °С, после чего включить охлаждение и охлаждать печь в течение 15 – 30 минут до достижения практически комнатной температуры (25 °С).

Внимание! Не выключать охлаждение, пока печь не остынет.

7. Выключить установку переключателем «СЕТЬ».

Обработка результатов

1. По данным таблицы по формуле (2.29) рассчитайте для каждой температуры значения магнитной индукции насыщения $B_s = B_{\max}$ и занесите их в таблицу. Данные для расчётов: количество витков вторичной обмотки $N_2=500$; частота переменного тока $\nu=50$ Гц; площадь поперечного сечения сердечника $S=4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

2. Выразив температуру в кельвинах, постройте график зависимости $B_s = f(T)$.

3. По графику определите температуру Кюри T_K данного ферромагнетика как точку пересечения экспериментальной кривой с осью T . Если последняя точка отстоит далеко от оси температур, то T_K найдите путем линейной экстраполяции кривой до значения $B_s=0$ (рис. 2.8).

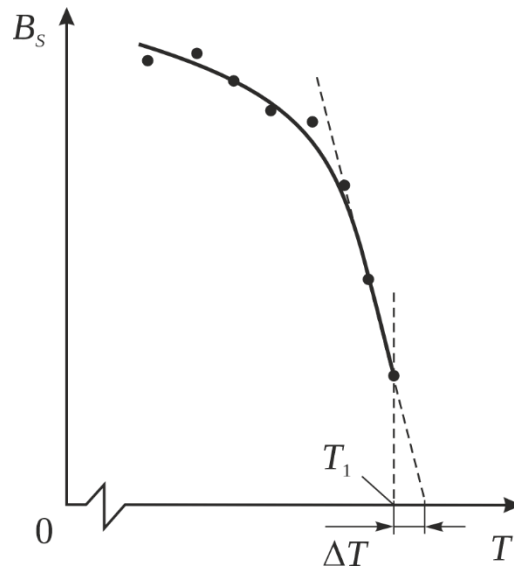


Рис. 2.8

Для этого продолжите полученную кривую из конечной точки до оси абсцисс двумя линиями: касательной к кривой и нормалью к оси. Измерив ширину интервала ΔT и температуру T_1 , оцените в первом приближении значение точки Кюри по формуле

$$T_K = T_1 + \frac{\Delta T}{2}.$$

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое магнетик? Опишите механизм намагничивания вещества.
2. Как классифицируются магнетики?
3. Запишите закон Кюри – Вейсса. Что такое точка Кюри? Почему при температуре Кюри ферромагнетики изменяют свои магнитные свойства?
4. Начертите и объясните схему установки.
5. Почему ЭДС индукции во вторичной обмотке трансформатора резко уменьшается при достижении ферромагнитным сердечником точки Кюри?
6. Объясните методику определения точки Кюри ферромагнетика, применяемую в данной работе.

Библиографический список

1. Савельев И. В. Курс общей физики: в 4 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: учеб. пособие / И. В. Савельев; под общ. ред. В. И. Савельева. 2-е изд., стереотип. – М.: КНОРУС, 2012. – 576 с.
2. Иродов И. Е. Электромагнетизм. Основные законы / И. Е. Иродов. – 11-е изд. – М.: Лаборатория знаний, 2019. – 319 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. Т. 3. Электричество. – 4-е изд., стереотип. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2004. – 656 с.
4. Детлаф А. А. Курс физики: учеб. пособие для студентов высших технических учебных заведений / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2014. – 720 с.
5. Калашников С. Г. Электричество: учеб. пособие. – 6-е изд., стереотип. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 624 с.
6. Удалов В. Ф. Физические основы ферромагнетизма и процессов перемангничивания ферромагнетиков: учеб. пособие / В. Ф. Удалов. – Рязан. гос. радиотехн. акад. Рязань, 1994. – 32 с.
7. Дубков М. В. Общая физика. Ч. 1. Механика. Молекулярная физика. Электричество и магнетизм: учеб. пособие / М. В. Дубков, М. А. Бурбин, В. В. Иванов, А. Е. Малютин, А. П. Соколов. – М.: КУРС, 2020. – 208 с.
8. Руководство к лабораторным занятиям по физике / под ред. Л. Л. Гольдина. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1973. – 687 с.

Оглавление

1. Элементы теории	3
1.1. Магнитное поле.....	3
1.2. Основные законы электромагнетизма	7
1.3. Магнитомеханические явления	19
1.4. Магнитное поле в веществе	23
1.5. Эффект Холла в проводнике.....	37
1.6. Виды магнетиков	39
2. Лабораторный практикум	58
Лабораторная работа 2-10	
Измерение магнитной проницаемости ферромагнетика	58
Лабораторная работа 2-11	
Изучение магнитных характеристик ферромагнетика	65
Лабораторная работа 2-23	
Определение точки Кюри ферромагнетика	72
Библиографический список.....	79