

**5233**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

# **ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

Методические указания  
к лабораторной работе

Рязань 2018

УДК 537.86

Изучение затухающих электромагнитных колебаний: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: И.А. Харланов. Рязань, 2018. 8 с.

Содержат основные теоретические сведения, описание экспериментальной установки, порядок выполнения работы, вопросы и задания для самоконтроля.

Предназначены для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 1. Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

*Электромагнитные колебания, затухающие колебания, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания*

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (зав. кафедрой доц. М.В. Дубков)

Изучение затухающих электромагнитных колебаний

Составитель Х а р л а н о в Игорь Алексеевич

Редактор Р.К. Мангутова

Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 12.03.18. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,5.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

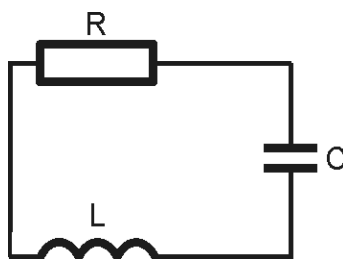
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

**Цель работы:** изучение процесса затухания колебаний в RLC – контуре, исследование зависимости коэффициента затухания от сопротивления в электрической цепи и определение индуктивности.

**Приборы и принадлежности:** электрическая схема с набором сопротивлений, генератор низкой частоты, осциллограф.

### Элементы теории

Свободные колебательные процессы в природе из-за наличия сил сопротивления имеют затухающий характер. Любая электрическая цепь обладает сопротивлением, отличным от нуля, поэтому запасенная энергия электромагнитного поля уменьшается в результате выделения лентджоулева тепла. Схема RLC-контурa изображена на рис. 1.



**Рис. 1.** Электрическая схема колебательного контура

Согласно правилу Кирхгофа сумма падений напряжений на каждом элементе равна сумме ЭДС источников в цепи:

$$U_R + U_C = U_L, \quad (1)$$

Падение напряжения на сопротивлении через заряд, протекающий за единицу времени, выражается следующим образом:

$$U_R = RI = R\dot{q}. \quad (2)$$

Разность потенциалов на обкладках конденсатора определяется его ёмкостью  $C$  и зарядом  $q$ :

$$U_c = q / C. \quad (3)$$

Из закона самоиндукции определяется напряжение на индуктивности:

$$U_L = -L\dot{I} = -L\ddot{q}. \quad (4)$$

Подставляя формулы (2), (3) и (4) в (1), получаем уравнение (5):

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (5)$$

Обозначим собственную частоту колебательного контура как

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (6)$$

и коэффициент затухания

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (7)$$

В итоге получаем дифференциальное уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (8)$$

Решение данного уравнения запишем в следующем виде:

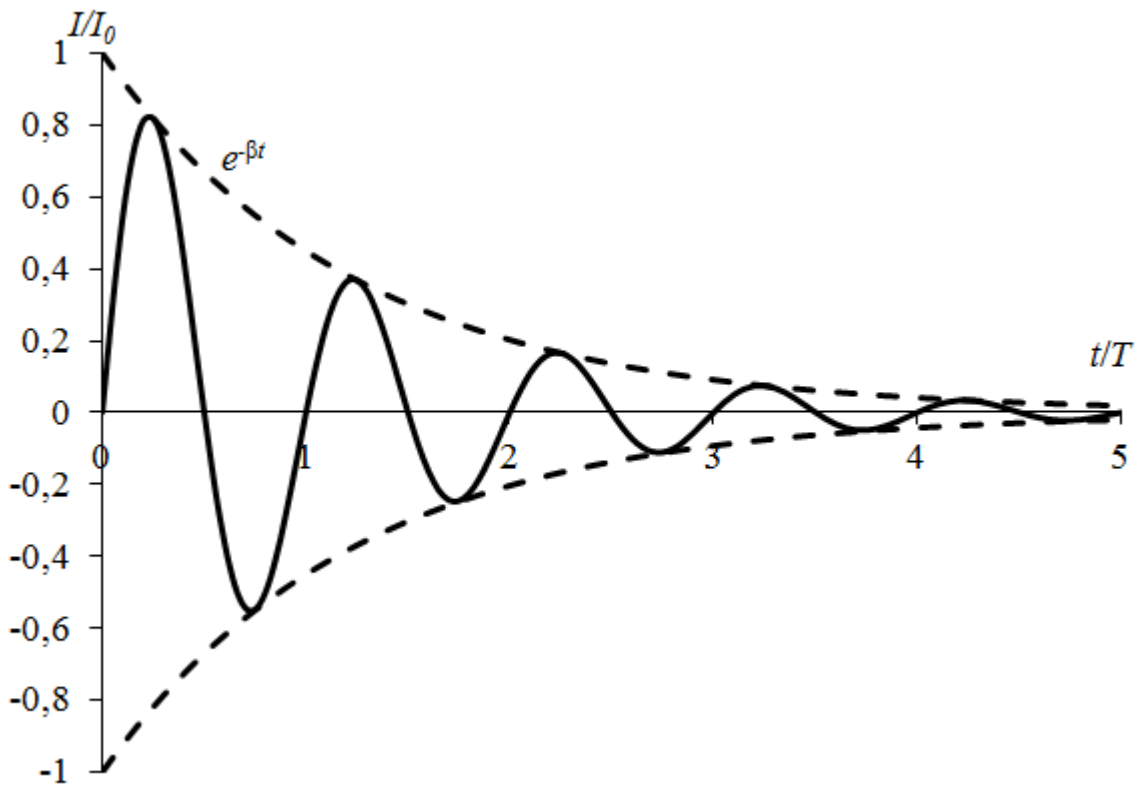
$$q = q_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (9)$$

где  $q_0$  – амплитуда заряда на обкладках конденсатора в начальный момент времени,  $\varphi_0$  – начальная фаза колебаний,  $\omega$  – циклическая частота затухающих колебаний. Отметим, что частота затухающих колебаний отличается от собственной частоты колебательного контура и рассчитывается по формуле  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .

Продифференцировав выражение (9) по времени, получим уравнение затухающих колебаний тока в цепи:

$$I = \dot{q} = I_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (10)$$

где  $I_0 = \omega q_0$  – начальная амплитуда тока в цепи,  $\varphi_1 = \varphi_0 - \pi/2$  – начальная фаза колебаний тока. График зависимости тока от времени при затухающих колебаниях показан на рис. 2.



**Рис. 2.** Затухающее колебание

Из формулы (10) видно, что амплитуда колебаний изменяется во времени по экспоненциальному закону  $I_m = I_0 \exp(-\beta t)$ . Коэффициент затухания  $\beta$  характеризует скорость уменьшения амплитуды колебаний. За время релаксации  $\tau = 1/\beta$  амплитуда колебаний уменьшится в  $e$  раз.

Также характеристикой затухающих колебаний служит логарифмический декремент затухания  $\theta$ :

$$\theta = \ln \left( \frac{I_m(t)}{I_m(t+T)} \right) = \beta T. \quad (11)$$

$N=1/\theta$  – число колебаний, после которых амплитуда уменьшится в  $e$  раз.

Добротность колебательного контура  $Q$  характеризует потерю энергии за период колебаний  $T$  и пропорциональна отношению запасенной энергии  $W(t)$  к теряемой за период колебания  $\Delta W(t+T)$ :

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W(t+T)},$$

в случае слабого затухания  $\beta \ll \omega_0$  :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\pi}{\theta}.$$

Стоит отметить, что при больших значениях времени коэффициента затухания  $\beta \gg \omega_0$  частота колебаний становится мнимой и затухающие колебания в электрической цепи не происходят, такой режим работы называется апериодической разрядкой конденсатора.

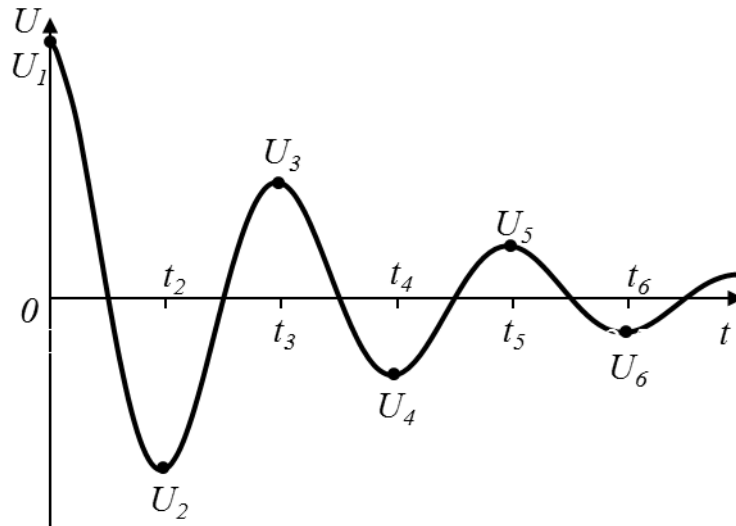
### Описание экспериментальной установки



**Рис. 3.** Схема установки

Генератор низкой частоты (ГНЧ) создаёт импульс тока, заряжающий конденсатор, разрядка конденсатора происходит через сопротивление и индуктивность, к которым подключен осциллограф. На экране осциллографа отображается развертка во времени напряжения на индуктивности и сопротивлении. Блок резисторов позволяет переключать сопротивление в цепи с шагом 50 Ом. При этом согласно формуле (7) пропорционально увеличению сопротивления увеличивается коэффициент затухания.

Для определения коэффициента затухания  $\beta$  нужно измерить зависимость амплитуды напряжения от времени (точки  $U_1-t_1, U_2-t_2, \dots, U_n-t_n$  на рис. 4) при выбранном значении сопротивления.



**Рис. 4.** Зависимость напряжения от времени

Функция колебаний на экране осциллографа описывается формулой

$$U = U_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (12)$$

где  $U_0$  – амплитуда колебания в начальный момент времени,  $\varphi_0$  – фаза колебания в начальный момент времени,  $\omega$  – частота колебаний.

Прологарифмировав выражение (12), получим линейную зависимость логарифма напряжения от времени:

$$\ln(U / U_0) = -\beta t. \quad (13)$$

Угловым коэффициентом зависимости  $\ln(U) = f(t)$  – коэффициент затухания. Для его определения в данной работе предлагается снять зависимость амплитуды колебаний от времени.

Для проверки линейной зависимости коэффициента затухания от сопротивления необходимо определить значения коэффициентов затухания для различных сопротивлений, а затем построить график зависимости  $\beta = f(R)$ . Угловым коэффициентом данной зависимости согласно фор-

муле (7) равен  $1/2L$ , по нему находится искомое значение индуктивности колебательного контура.

### Порядок выполнения работы

1. Проверить целостность схемы согласно рис. 3.
2. Включить генератор низких частот в сеть 220 В, 50 Гц.
3. Включить ГНЧ (предел частоты 200 Гц, частота  $50 \div 100$  Гц).
4. Включить осциллограф.
5. Выбрать сопротивление в цепи в пределах  $50 \div 450$  Ом.
6. Получить на осциллографе изображение затухающих колебаний.
7. Измерить зависимость амплитуды колебания от времени и занести данные в таблицу.

№ п/п	$R_1 = \dots$ Ом			$R_2 = \dots$ Ом			$R_3 = \dots$ Ом		
	$U_i$ , В	$t$ , мс	$\ln(U_i)$	$U_i$ , В	$t$ , мс	$\ln(U_i)$	$U_i$ , В	$t$ , мс	$\ln(U_i)$
1		0			0			0	
2									
...									
N									

8. Повторить пп. 5–7 для двух других значений сопротивлений цепи.
9. Выключить осциллограф и генератор.
10. Построить графики зависимостей  $\ln(U_i)=f(t)$  для каждого из сопротивлений.
11. По угловым коэффициентам зависимостей  $\ln(U_i)=f(t)$  определить коэффициенты затухания для каждого сопротивления.
12. Определить логарифмические декременты затухания по формуле (11).



13. Построить график зависимости коэффициента затухания от сопротивления  $\beta(R)$ .
14. По угловому коэффициенту зависимости  $\beta(R)$ , согласно формуле (7), определить индуктивность колебательного контура. Оценить погрешность измерения индуктивности. Одна из методик оценки погрешности приведена в приложении.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое электромагнитные колебания? Колебательный контур?
2. Какие колебания называются затухающими? Выведите дифференциальное уравнение затухающих колебаний.
3. Собственная частота RLC-контура. Частота затухающих колебаний.
4. Что такое коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания? Добротность?
5. Опишите методику определения  $\beta$  и  $L$ , используемую в данной работе.

### **Библиографический список**

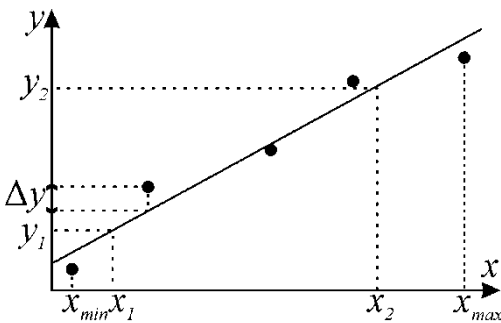
1. Детлаф А.А, Яворский Б. М. Курс физики: учеб.пособие для втузов. – 4-е изд., испр. – М.: Высш.шк., 2002. – 718 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1.–М.: Наука, 1989 – 352 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2.–М.: Наука, 1982 – 496 с.

## Приложение. Графическая обработка данных

Графический метод анализа экспериментальных данных является наиболее наглядным и при правильном использовании может предоставить множество информации об исследуемых зависимостях физических величин.

При построении графика необходимо выбрать масштаб и интервалы осей таким образом, чтобы график занимал максимальную область чертежа. Далее на графике точками отмечаются значения измеренных экспериментальных величин. В данной работе все зависимости физических величин приводятся к линейному виду. По экспериментальным данным необходимо провести «наилучшую» прямую таким образом, чтобы равное количество экспериментальных точек лежало выше и ниже прямой, а также их отклонения от прямой были минимальны.

Уравнение прямой запишем в виде  $y=kx+b$ ,  $k$  – угловой коэффициент прямой, для его нахождения необходимо выбрать две произвольные точки  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  на прямой, желательно дальше расположенные друг от друга, и воспользоваться формулой



$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Оценка погрешности углового коэффициента

$$\Delta k = \frac{\Delta y}{x_{\max} - x_{\min}},$$

где  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  – граничные значения аргумента экспериментальной функции;  $\Delta y$  – погрешность определения  $y$  или максимальное отклонение экспериментальной точки от «наилучшей» прямой.

Погрешность индуктивности рассчитывается по формуле

$$\Delta L = \frac{\Delta k}{2k^2},$$

где  $k$  – угловой коэффициент зависимости  $\beta(R)$ .