

ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.384.82

*Е.В. Мамонтов, А.А. Дягилев, Е.Ю. Грачев***ОБРАЗОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ СИСТЕМАМИ ПЛОСКИХ ДИСКРЕТНЫХ ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ**

Рассматривается возможность образования двумерных линейных электрических полей с помощью систем плоских дискретных электродов. Идея основана на создании вдоль оси дрейфа ионов дискретного линейного распределения среднего значения потенциала. Рассмотрены два варианта электродных систем: с переменной вдоль оси дрейфа ионов электрической прозрачностью и с переменной плотностью распределения элементов дискретных электродов. Показана возможность формирования двумерных электрических полей с помощью систем такого типа. Приведены результаты компьютерного моделирования траекторий движения заряженных частиц.

Ключевые слова: масс-спектрометрия, времяпролетное разделение заряженных частиц, двумерное линейное распределение потенциала, плоские дискретные электроды.

Введение. Современные научные исследования и технологии предполагают использование масс-спектрометрических средств, позволяющих оперативно и точно определять состав и структуру вещества. Эффективными являются времяпролетные масс-спектрометры (ВПМС), обладающие высокой скоростью анализа [1]. В настоящее время широко используются ВПМС со статическими электрическими и магнитными полями, но для них характерны проблемы, связанные с ограниченностью диапазона начальных энергий и величины пространственного заряда анализируемых ионов. Эти недостатки ВПМС компенсируются в радиочастотных масс-рефлектронах с линейными электрическими ВЧ полями [2]. Практическая реализация таких приборов связана с созданием анализаторов с протяженной вдоль оси дрейфа ионов рабочей областью с двумерным линейным распределением ВЧ потенциала.

Электродные системы с дискретно-линейным распределением потенциала. В [3] показано, что для решения задачи образования двумерных линейных электрических полей использование гиперболических электродных систем не эффективно из-за их значительных

размеров в направлении, перпендикулярном к оси дрейфа ионов, и предложены анализаторы из плоских с дискретно-линейным распределением потенциала электродов. В [4] рассмотрены варианты таких масс-анализаторов на основе индуктивных и емкостных линейных делителей ВЧ напряжения, однако их практическая реализация достаточно сложна конструктивно и технологически. *Цель работы* – показать возможность создания масс-анализаторов с двумерными линейными электрическими полями для радиочастотных ВПМС при использовании систем электродов из множества плоских эквипотенциальных дискретных элементов.

Масс-анализаторы с плоскими дискретными эквипотенциальными электродами. Идея построения таких анализаторов основана на создании вдоль одной из осей плоских электродов дискретного линейного распределения среднего значения потенциала. Известно, что электростатическая задача Дирихле для полупространства $x > 0$ может быть решена на основе функции Грина [5]. При произвольном распределении потенциала $\varphi(\xi, \eta)$ на плоскости $\xi = 0$ выражение для потенциала в какой-либо точке $M(x, y, z)$ полупространства $x > 0$ с по-

мощью функции Грина записывается в виде:

$$\varphi_M(x, y, z) = \frac{x}{2\pi s} \int \varphi(\xi, \eta) \frac{dS}{r^3}, \quad (1)$$

где r – расстояние от точки $M(x, y, z)$ до точек плоскости $x = 0$. В случае плоской задачи, когда $\varphi(\xi, \eta) = \varphi(\eta)$, выражение (1) преобразуется к виду:

$$\varphi_M(x, y) = \frac{x}{2\pi l} \int \varphi(\eta) \frac{d\eta}{r^2}. \quad (2)$$

Модель дискретной поверхности, образованной множеством эквипотенциальных элементов, представлена на рисунке 1. В удаленных точках $M(x, y)$ полупространства $x > 0$ с координатами $x \gg \Delta y$, где Δy – шаг дискретности распределения потенциала на поверхности $x = 0$ вдоль оси Y , выражение (2) для потенциала, создаваемого i -м элементом поверхности, можно преобразовать к виду:

$$\varphi_i(x, y) \cong \frac{\Phi_i \Delta y \cdot x}{2\pi \cdot [x^2 + (y - \eta)^2]}, \quad (3)$$

где $\Phi_i = \frac{1}{\Delta y} \int \varphi(\eta) d\eta$ – среднее значение потенциала i -го элемента дискретной поверхности. Потенциал от множества элементов дискретной поверхности определяется на основе принципа суперпозиции [4]:

$$\varphi_M \cong \frac{\Delta y \cdot x}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i}{x^2 + (y - y_i)^2}, \quad (4)$$

где y_i – средняя координата i -го элемента поверхности.

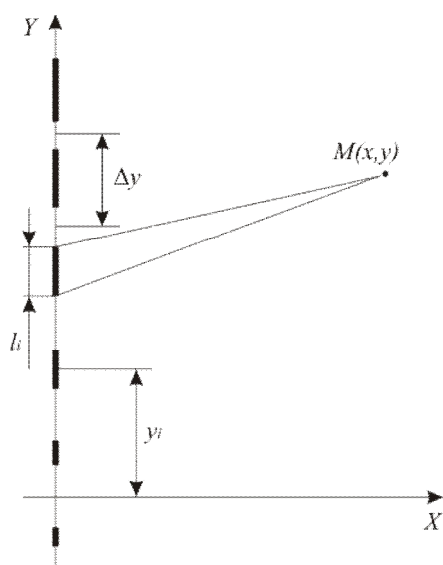


Рисунок 1 – Схема дискретной поверхности из множества эквипотенциальных элементов

При решении практических задач образования двумерных линейных электрических полей

непрерывное распределение потенциала на проводящих поверхностях можно приближенно представить дискретным распределением. Требуемая точность распределения потенциала в рабочей области $x \gg 1$ в этом случае может быть достигнута выбором шага дискретности Δy электродов. Это позволит для формирования двумерных линейных электрических полей использовать системы из плоских многоэлементных электродов. Наибольший интерес представляют электроды из множества эквипотенциальных элементов.

Рассмотрим два варианта такого рода плоских дискретных электродов: с переменной вдоль оси Y электрической прозрачностью и с переменной вдоль оси Y плотностью распределения элементов.

В первом случае двумерные линейные электрические поля образуются системами из парных электродов (рисунок 2), один из которых сплошной потенциальный, а другой полупрозрачный заземленный. Расстояние d между сплошным и дискретным электродами выбирается из условия $d < \Delta y$. Элементы полупрозрачного электрода расположены вдоль оси Y равномерно с шагом Δy , а их ширина l_i выбирается таким образом, чтобы средний потенциал S_i элемента был пропорционален его номеру. Электрическое поле сплошного потенциального электрода через щели в полупрозрачном электроде проникает в рабочее пространство анализатора и формирует там поле с двумерным линейным распределением потенциала.

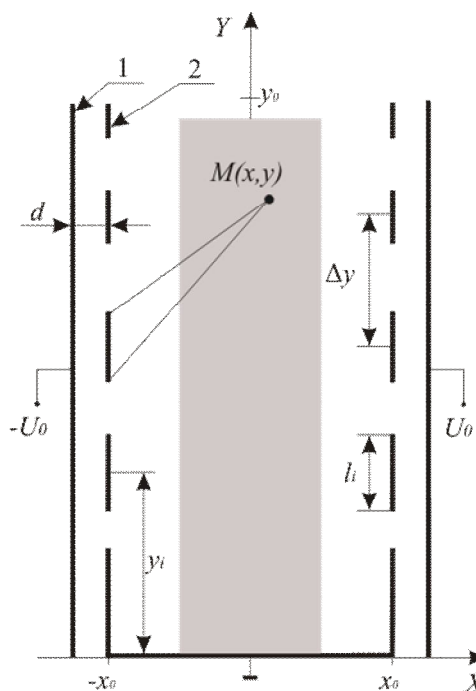


Рисунок 2 – Масс-анализатор с дискретными с переменной прозрачностью электродами

Расчет масс-анализаторов заряженных частиц с электродами подобного типа можно выполнить на основе аналитических соотношений для электрических полей систем с узкими щелями [6]. Однако требуемая точность расчетов достигается при условии $(\Delta y - l_i) < d$, которое выполняется не всегда (например, в случае электродных систем для радиочастотных масс-рефлектронов). В более общем случае, когда значения параметра l_i/d изменяются в широком диапазоне, геометрия плоских дискретных электродов может быть определена с использованием результатов компьютерного моделирования.

На рисунке 3 результаты численного моделирования представлены в виде нормированных зависимостей среднего значения потенциала S щели в заземленном экране от ее ширины $l_{щ} = \Delta y - l_i$. Кривая 1 рассчитана для одиночной щели в заземленном экране, а кривая 2 для системы из 5 щелей, расположенных на равных расстояниях $\Delta y = 5d$. Моделирование электрических полей, создаваемых системами щелей в плоском заземленном экране, показало, что электростатические связи между элементами дискретного электрода через сплошной потенциальный электрод (взаимные емкости) при $l_{щ} > 2d$ достаточно учитывать внутри групп из 5 соседних элементов.

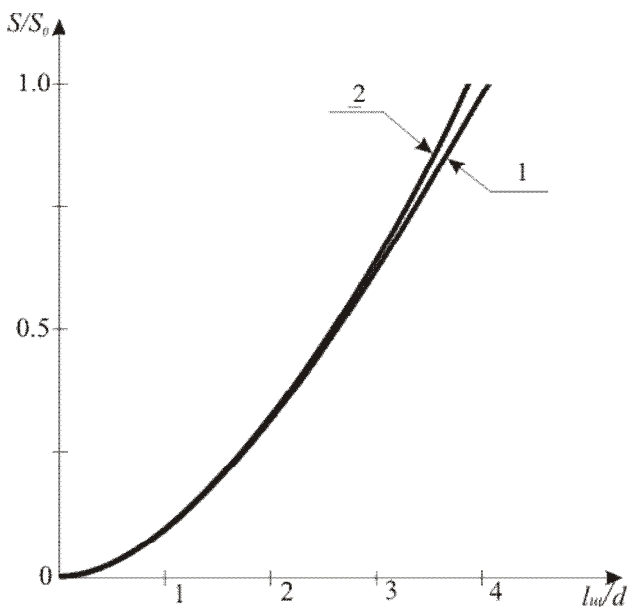


Рисунок 3 – Зависимости среднего потенциала от ширины щели для одиночной щели (1) и системы из пяти щелей (2)

В другом случае двумерное линейное поле образуется системами из парных электродов, один из которых сплошной заземленный, а другой состоит из множества одинаковых

эквипотенциальных элементов (рисунок 4). В качестве элементов дискретных электродов могут использоваться тонкие, параллельные оси Z , металлические нити одинакового диаметра.

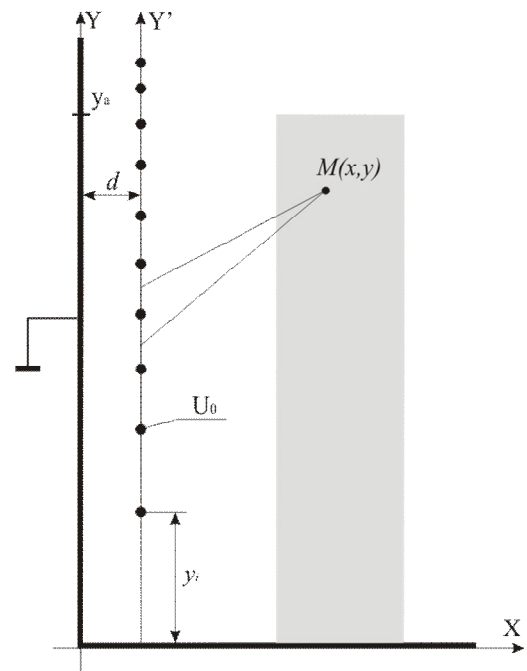


Рисунок 4 – Электродная система с неравномерным распределением координат дискретных элементов

Линейное распределение среднего потенциала в плоскости дискретного электрода вдоль оси Y в этом случае обеспечивается изменением расстояния между нитями. Без учета электростатического взаимодействия между нитями координаты их центров y_i вычисляются по формуле:

$$y_i = y_1 \sqrt{i}, \quad (5)$$

где y_1 – координата первой нити, i – номер нити. Взаимные связи между нитями можно учесть добавлением к (5) полинома n -й степени. Коэффициенты полинома определяются в процессе компьютерного моделирования электрического поля в рабочей области анализатора по минимуму отклонения распределения потенциала от линейного.

Результаты компьютерного моделирования. Для оценки аналитических возможностей радиочастотных времяпролетных масс-анализаторов с электродами из множества эквипотенциальных элементов проведено компьютерное моделирование электрических полей и траекторий движения заряженных частиц. Исследовался радиочастотный масс-рефлектор с плоскими дискретными электродами (рисунок 2) с параметрами: $x_0=20$ мм, $y_0=200$ мм, $\Delta y=5$ мм, $n=40$ – число элементов. В качестве критерия

точности соответствия расчетного распределения потенциала в рабочей области $|x| < x_0 / 2$ идеальному линейному распределению использовалась относительная погрешность, определяемая соотношением:

$$\delta_\varphi = \frac{\varphi_{\text{расч}} - \varphi_{\text{ид}}}{\varphi_{\text{ид}}}, \quad (6)$$

где $\varphi_{\text{расч}}(x, y)$ и $\varphi_{\text{ид}}(x, y) = \varphi_0 \frac{xy}{x_0 y_0}$ – расчетное и идеальное распределения потенциала.

Результаты моделирования в виде распределения относительной погрешности вдоль оси дрейфа ионов Y в трех сечениях анализатора приведены на рисунке 5.

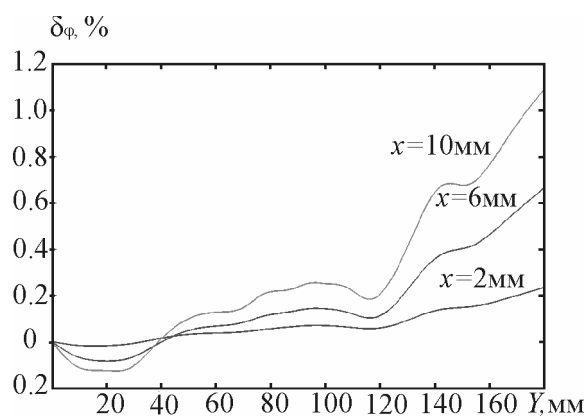
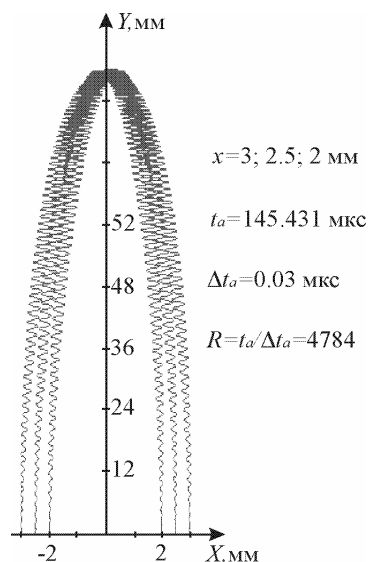


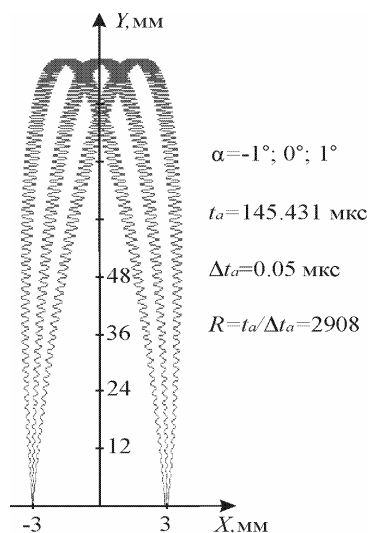
Рисунок 5 – Зависимости относительной погрешности в различных сечениях анализатора

Интегральная оценка возможности использования электродных систем из дискретных эквипотенциальных элементов в качестве время-пролетных радиочастотных масс-анализаторов сделана на основе компьютерного моделирования траекторий движения заряженных частиц. Траектории ионов с различными начальными энергиями, углами и координатами влета в таком анализаторе показаны на рисунке 6. Для компьютерного моделирования масс-рефлектрона с параметрами ВЧ питания: $V_m = 10^3\text{ В}$, $f = 1\text{ МГц}$, время дрейфа ионов с массой $m = 100\text{ а.е.м}$ составляет $t_a = 145.431\text{ мкс}$.

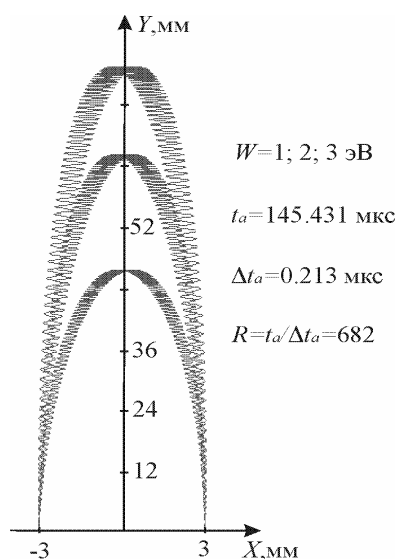
Результаты анализа траекторий движения ионов со значительным для времяпролетных масс-спектрометров разбросом начальных энергий $W_{\text{max}}/W_{\text{min}} = 3$, углов влета $\alpha = \pm 1^\circ$, начальных координат $x_{\text{max}}/x_{\text{min}} = 1.5$ показали, что достигнутая в масс-рефлектроне с плоскими дискретными электродами точность распределения потенциала соответствует разрешающей способности 680. Путем оптимизации геометрии электродной системы разрешение может быть увеличено в 2-3 раза.



а



б



в

Рисунок 6 – Траектории движения ионов с различными начальными параметрами: а – координатами; б – углами влета; в - энергиями

Заключение. Рассмотренные системы из плоских дискретных эквипотенциальных электродов, позволяющие формировать двумерные линейные электрические поля с высокой точностью, являются основой для создания радиочастотных времяпролетных масс-анализаторов с простой и технологичной конструкцией и обладающих свойствами пространственно-временной фокусировки ионов по начальным координатам, энергиям и углам влета.

Библиографический список

1. Артеменко К.А. Времяпролетная масс-спектрометрия: преимущества для рутинного анализа // Тезисы докладов 2 Всероссийской конференции «Масс-спектрометрия и ее прикладные проблемы». – Москва, 2007.

2. Мамонтов Е.В., Гуров В.С., Филиппов И.В., Дятлов Р.Н. Времяпролетное разделение ионов по

удельному заряду в ВЧ полях с квадратичным распределением потенциала // Журнал технической физики. - 2007. - Т.77. - Вып.7. - С.139-142.

3. Гуров В.С., Мамонтов Е.В., Дягилев А.А. Электродные системы с дискретным линейным распределением высокочастотного потенциала для масс-анализаторов заряженных частиц // Масс-спектрометрия. 2007. № 4 (2). - С. 139-142.

4. Гуров В.С., Мамонтов Е.В., Филиппов И.В., Дягилев А.А. Времяпролетный масс-спектрометр с линейным ВЧ полем // Вестник РГРТУ. 2008. Вып. 23. - С. 131-134.

5. Миролюбов Н.Н. и др. Методы расчета электрических полей. - М.: Высшая школа, 1963. - 416 с.

6. Страшкевич А.М. Поля электрических систем с узкими щелями, как цилиндрические электронные линзы // Журнал технической физики. 1940. Том 10. Вып. 2. – С. 91-111.

УДК 621.372.413

И.А. Львова

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ДЛЯ МИКРОВОЛНОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Моделируется обобщенный многослойный цилиндрический диэлектрический резонатор с помощью строгого метода согласования мод. Рассматривается колебательная система на основе кольцевого диэлектрического резонатора с подстроечным элементом в виде диэлектрического диска. Для основного колебания TE_{01} получены зависимости диапазона перестройки и резонансной частоты от геометрических размеров элементов колебательной системы.

Ключевые слова: диэлектрический резонатор, колебательная система, диапазон перестройки, метод согласования мод.

Введение. В настоящее время разработка и создание высокоэффективных измерительных устройств и их основных функциональных элементов – датчиков – имеют приоритетное значение. В работе [1] смоделирован датчик малых перемещений на основе автогенераторной схемы с цилиндрическим диэлектрическим резонатором (ДР). Диапазон измерений данного устройства составляет 2 мм и определяется диапазоном перестройки частоты ДР, которая осуществляется посредством возмущения поля колебаний диэлектрического резонатора металлическим диском. Перестройка частоты в более широких пределах приводит к существенному ухудшению добротности колебательной системы (КС) и характеристик устройства, в котором она

используется. Несмотря на то, что к настоящему времени проведено уже достаточно много исследований [2...4] на предмет поиска эффективных методов моделирования и расчета колебательных систем на основе аксиально-симметричных диэлектрических резонаторов, эта задача по-прежнему представляет значительный интерес ввиду многообразия их конструкций и сложности теоретического анализа.

Целью работы является: моделирование обобщенного многослойного цилиндрического диэлектрического резонатора с одной осью анизотропии строгим методом согласования мод; исследование характеристик КС на основе кольцевого ДР, перестраиваемого диском из диэлектрика.

Теоретическая часть. Строение рассматриваемого резонатора показано на рисунке 1 в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) .

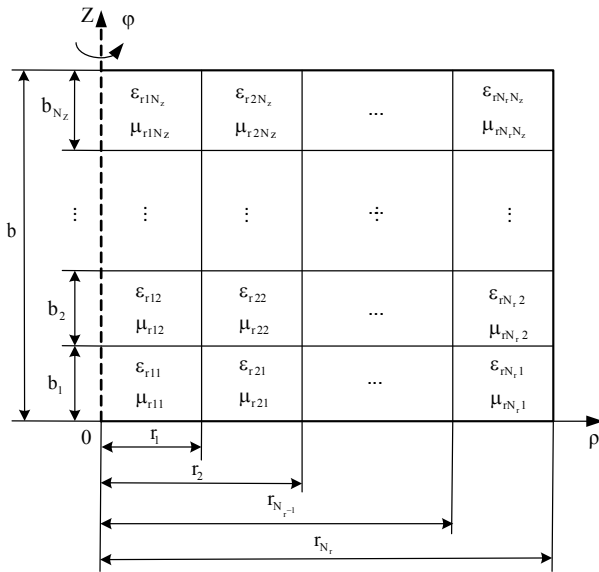


Рисунок 1 – Обобщенный цилиндрический ДР

Здесь N_z слоев в направлении z и N_r слоев в направлении ρ . Для анализа с помощью метода согласования мод структура разбивается на $N_z \times N_r$ областей. Каждая из областей заполнена анизотропным вдоль одной оси материалом с тензором относительной диэлектрической проницаемости $(\bar{\epsilon}_r)_{ij}$, тангенсом угла диэлектрических потерь $(\text{tg}\delta)_{ij}$ и относительной магнитной проницаемостью $(\bar{\mu}_r)_{ij}$. Стенки экрана являются идеально проводящими электрическими или магнитными.

Тензор диэлектрической проницаемости записывается следующим образом:

$$\bar{\epsilon}_r = \begin{bmatrix} \epsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

В случае изотропного диэлектрика ϵ_t и ϵ_z равны. Количество слоев N_z и N_r резонатора выбрано произвольно, поэтому и диэлектрические постоянные в каждой области выбираются произвольно. В связи с этим конфигурация резонатора обобщенная и позволяет анализировать почти неограниченный спектр резонансных структур.

Из уравнений Максвелла получаем волновые уравнения в среде без нагрузок с анизотропией вдоль одной оси [5]:

$$\nabla^2 \vec{E} - \left(1 - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_t}\right) \nabla \left(\frac{\partial E_z}{\partial z}\right) + k_0^2 \mu_r \epsilon_z \vec{E} = 0. \quad (2)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + j\omega \epsilon_0 \epsilon_t \left(1 - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_t}\right) \nabla \times (z E_z) + \quad (3)$$

$$+ k_0^2 \mu_r \epsilon_t \vec{H} = 0.$$

Для упрощения анализа моды разбиваются на два ряда ортогональных решений, т.е. TE_z -моды ($E_z=0$) и TM_z -моды ($H_z=0$) для получения только z -компонент волнового уравнения. Полное электромагнитное поле суммируется из собственных полей обоих рядов. Поперечные электромагнитные поля в каждой области выражены в виде:

$$\vec{E}_t^p(\rho, \varphi, z) = \sum_j^{N_p^e} \left\{ C_j^{pe} B_{CE_j}^{pe}(\rho) + D_j^{pe} B_{DE_j}^{pe}(\rho) \right\} \times \vec{e}_{ij}^{pe}(\rho, \varphi, z) + \sum_j^{N_p^h} \left\{ C_j^{ph} B_{CE_j}^{ph}(\rho) + D_j^{ph} B_{DE_j}^{ph}(\rho) \right\} \times \vec{e}_{ij}^{ph}(\rho, \varphi, z), \quad (4)$$

$$\vec{H}_t^p(\rho, \varphi, z) = \sum_j^{N_p^e} \left\{ C_j^{pe} B_{CH_j}^{pe}(\rho) + D_j^{pe} B_{DH_j}^{pe}(\rho) \right\} \times \vec{h}_{ij}^{pe}(\rho, \varphi, z) + \sum_j^{N_p^h} \left\{ C_j^{ph} B_{CH_j}^{ph}(\rho) + D_j^{ph} B_{DH_j}^{ph}(\rho) \right\} \times \vec{h}_{ij}^{ph}(\rho, \varphi, z), \quad (5)$$

где N_p^e и N_p^h - количество TE и TM -мод в областях p , $p=1, 2, \dots, N_r$, соответственно; $\tilde{N}_j^{pe}, D_j^{pe}, \tilde{N}_j^{ph}, D_j^{ph}$ - коэффициенты поля в каждой области; $B_{Ej}^{pe}, B_{Hj}^{ph}, B_{Hj}^{pe}, B_{Ej}^{ph}$ - коэффициенты поля, определяемые функциями Бесселя 1-го и 2-го рода. $\vec{e}_{ij}^{pq}, \vec{h}_{ij}^{pq}$ - векторы поперечного собственного поля TE -моды ($q=h$) и TM -моды ($q=e$) многослойного анизотропного радиального волновода с диэлектрической нагрузкой, состоящего из двух параллельных пластин в z -направлении, получаются следующим образом:

$$\vec{e}_{ij}^{pe}(\rho, \varphi, z) = z \begin{Bmatrix} \sin(n\varphi) \\ \cos(n\varphi) \end{Bmatrix} e_{zj}^{pe}(\gamma_j^{pe}, z) - \varphi \frac{1}{\xi_j^{pe^2}} \frac{n}{\rho} \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ -\sin(n\varphi) \end{Bmatrix} \times \frac{\epsilon_z^p}{\epsilon_t^p} \frac{\partial}{\partial z} e_{zj}^{pe}(\gamma_j^{pe}, z), \quad (6)$$

$$\vec{e}_{ij}^{ph}(\rho, \varphi, z) = \varphi \frac{\mu_r^p}{\xi_j^{ph^2}} \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ -\sin(n\varphi) \end{Bmatrix} h_{zj}^{ph}(\gamma_j^{ph}, z), \quad (7)$$

$$j\omega \mu_0 \vec{h}_{ij}^{pe}(\rho, \varphi, z) = \varphi \frac{k_0^2 \epsilon_z^p}{\xi_j^{pe^2}} \begin{Bmatrix} \sin(n\varphi) \\ \cos(n\varphi) \end{Bmatrix} \times e_{zj}^{pe}(\gamma_j^{pe}, z), \quad (8)$$

$$j\omega\mu_0 \vec{h}_{ij}^{ph}(\rho, \varphi, z) = z \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ -\sin(n\varphi) \end{Bmatrix} h_{zj}^{ph}(\gamma_j^{ph}, z) -$$

$$-\varphi \frac{1}{\xi_j^{ph^2}} \frac{n}{\rho} \begin{Bmatrix} \sin(n\varphi) \\ \cos(n\varphi) \end{Bmatrix} \times \frac{\partial}{\partial z} h_{zj}^{ph}(\gamma_j^{ph}, z), \quad (9)$$

$$\xi_j^{e^2} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_t} \gamma_j^{e^2} + k_0^2 \mu_r \varepsilon_z, \quad (10)$$

$$\xi_j^{h^2} = \gamma_j^{h^2} + k_0^2 \mu_r \varepsilon_t, \quad (11)$$

где ξ_j^{ph}, ξ_j^{pe} - волновые числа TE и TM -мод в рассматриваемой области; $h_z^h(\gamma_z^h, z)$ и $e_z^e(\gamma_z^e, z)$ - собственные функции TE_z и TM_z -мод в каждом слое волновода, показанного на рисунке 2.

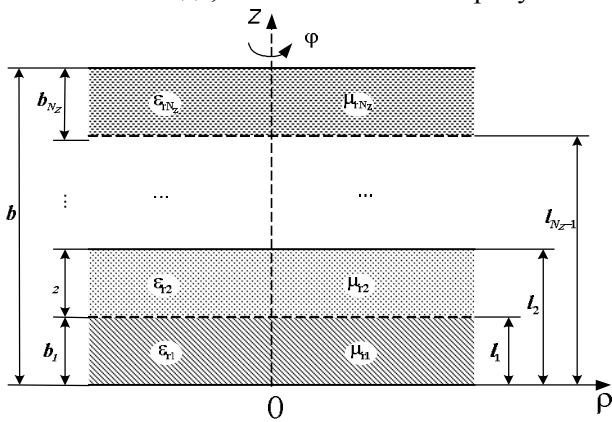


Рисунок 2 - Многослойный радиальный волновод, состоящий из двух параллельных пластин

Они соотносятся с ξ^q и γ^q через дифференциальные уравнения следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial z^2} e_z^e(\gamma_z^e, z) - \gamma_z^{e^2} e_z^e(\gamma_z^e, z) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial z^2} h_z^h(\gamma_z^h, z) - \gamma_z^{h^2} h_z^h(\gamma_z^h, z) = 0. \quad (13)$$

Основное решение (12) и (13) в каждом слое представляется как

$$\begin{Bmatrix} e_i^{e^z}(\gamma_i^{e^z}, z) \\ h_i^{h^z}(\gamma_i^{h^z}, z) \end{Bmatrix} = C_{s_i} sh(\gamma_{z_i}^{e,h} z - a_i) + C_{c_i} ch(\gamma_{z_i}^{e,h} z - a_i), \quad (14)$$

где a_i представляется как $a_1 = 0, a_i = l_i, (i = 2, \dots, N_z - 1)$ и $a_{N_z} = b$; C_{s_i}, C_{c_i} - коэффициенты собственных функций в каждом слое, причем один из коэффициентов верхнего и нижнего слоев равен нулю из-за применения граничных условий.

Граничные условия на поверхности раздела

слоев требуют, чтобы касательные электромагнитного поля были непрерывны. Поэтому для TE_z -моды:

$$\mu_{r_i} h_{z_i}^h(\gamma_{z_i}^h, z) \Big|_{z=l_i} = \mu_{r_{i+1}} h_{z_{i+1}}^h(\gamma_{z_{i+1}}^h, z) \Big|_{z=l_i}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial h_{z_i}^h(\gamma_{z_i}^h, z)}{\partial z} \Big|_{z=l_i} = \frac{\partial h_{z_{i+1}}^h(\gamma_{z_{i+1}}^h, z)}{\partial z} \Big|_{z=l_i}. \quad (16)$$

Для TM_z -моды получим:

$$\varepsilon_{r_i} e_{z_i}^e(\gamma_{z_i}^e, z) \Big|_{z=l_i} = \varepsilon_{r_{i+1}} e_{z_{i+1}}^e(\gamma_{z_{i+1}}^e, z) \Big|_{z=l_i}, \quad (17)$$

$$\frac{\varepsilon_{r_{z_i}}}{\varepsilon_{r_{i+1}}} \frac{\partial e_{z_i}^e(\gamma_{z_i}^e, z)}{\partial z} \Big|_{z=l_i} = \frac{\varepsilon_{r_{z_{i+1}}}}{\varepsilon_{r_{i+1}}} \frac{\partial e_{z_{i+1}}^e(\gamma_{z_{i+1}}^e, z)}{\partial z} \Big|_{z=l_i}, \quad (18)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_z - 1.$$

Подставляя уравнения граничных условий в выражения для собственных функций полей каждого слоя, получаем связь между коэффициентами поля. Характеристическое уравнение для радиального волнового числа ξ^h собственных мод, содержащее коэффициенты поля $C_{s_{N_z-1}}^p$ и $C_{c_{N_z-1}}^p$ слоя $N_z - 1$, окончательно определено путем исключения коэффициентов $C_{s_{N_z}}^h$ или $C_{c_{N_z}}^h$ из уравнения непрерывности поля для последнего слоя.

Для заданной частоты значение ξ^p , удовлетворяющее характеристическому уравнению, дает постоянную распространения собственных мод двух параллельных пластин волновода, где $\gamma_{z_i}^p$ определяется из $\xi^p, p=h$ или e . Коэффициенты поля $C_{s_{N_z-1}}^p$ и $C_{c_{N_z-1}}^p$ могут быть получены из многократного расчета C_s^p и C_c^p предыдущих слоев через уравнения граничных условий. Все коэффициенты поля собственных функций двух параллельных пластин волновода определяются путем присвоения ненулевых значений $C_{s_1}^p$ и $C_{c_1}^p$.

На данном этапе получены собственные функции в направлении z и все собственные функции компонент поля радиального волновода. Далее определяем неоднородность многослойной структуры в радиальном направлении с помощью строгого метода согласования мод. В этом случае рассматривается N_r радиальных областей резонатора, и каждая из них имеет N_z слоев диэлектрика в направлении z . На

рисунке 3 показана неоднородность в радиальном направлении между i и $i+1$ слоями резонатора. Получив решение для компонент поля на границе неоднородности для i -го и $(i+1)$ -го слоя, можно определить все коэффициенты поля собственных мод волновода.

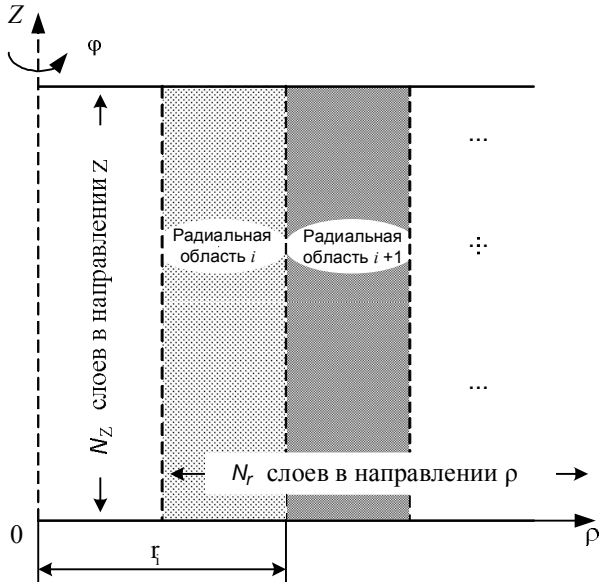


Рисунок 3 - Неоднородность в радиальном направлении между i и $i+1$ слоями резонатора

Граничные условия на поверхности раздела двух областей многослойного волновода при $\rho = r_i$ дают выражения:

$$\vec{E}_t^i(\rho = r_i, \varphi, z) = \vec{E}_t^{i+1}(\rho = r_i, \varphi, z), \quad (19)$$

$$\vec{H}_t^i(\rho = r_i, \varphi, z) = \vec{H}_t^{i+1}(\rho = r_i, \varphi, z), \quad (20)$$

где i – внутренняя область, $i+1$ – внешняя область. Скалярное произведение двух полей на поверхности S областей определено как [6]:

$$\begin{aligned} \langle \vec{e}^{p_1}, \vec{h}^{p_2} \rangle &= \int_S \vec{e}^{p_1} \times \vec{h}^{p_2} \cdot \rho dS = \\ &= \iint_{S^s} (e_\varphi^{p_1} h_z^{p_2} - e_z^{p_1} h_\varphi^{p_2}) \rho d\varphi dz. \end{aligned} \quad (21)$$

Если взять скалярное произведение вектора электрического поля (19) с вектором магнитного поперечного собственного поля \vec{h}^{i+1} во внешней области и скалярное произведение магнитного поля с электрическим поперечным собственным полем \vec{e}^i во внутренней области, то получаем уравнение зависимости коэффициентов поля двух областей:

$$\begin{aligned} \langle \vec{e}^i, \vec{h}^{i+1} \rangle \{ [\mathbf{B}_{CE}^i] [C^i] + [\mathbf{B}_{DE}^i] [D^i] \} = \\ = \langle \vec{e}^{i+1}, \vec{h}^{i+1} \rangle \{ [\mathbf{B}_{CE}^{i+1}] [C^{i+1}] + [\mathbf{B}_{DE}^{i+1}] [D^{i+1}] \}. \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{и} \\ \langle \vec{e}^i, \vec{h}^i \rangle \{ [\mathbf{B}_{CH}^i] [C^i] + [\mathbf{B}_{DH}^i] [D^i] \} = \\ = \langle \vec{e}^{i+1}, \vec{h}^{i+1} \rangle \{ [\mathbf{B}_{CH}^{i+1}] [C^{i+1}] + [\mathbf{B}_{DH}^{i+1}] [D^{i+1}] \}. \end{aligned} \quad (23)$$

Рассмотрим границы неоднородности между радиальными областями i и $i+1$. Полагаем, что матрица коэффициентов поля $[\mathbf{T}_{CD}^i]$ внутренней области i известна из решения неоднородности предыдущей области как:

$$[D^i] = [\mathbf{T}_{CD}^i] [C^i]. \quad (24)$$

Заменяем (24) на (22) и (23) и получаем матрицу коэффициентов зависимости для внешней области $i+1$:

$$[D^{i+1}] = [\mathbf{T}_{CD}^{i+1}] [C^{i+1}], \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_{CD}^{i+1}] = \{ [\lambda^{i+1}] [\mathbf{B}_{DE}^{i+1}] - [\mathbf{A}] [\mathbf{B}_{DH}^{i+1}] \}^{-1} \times \\ \times \{ [\mathbf{A}] [\mathbf{B}_{CH}^{i+1}] - [\lambda^{i+1}] [\mathbf{B}_{CE}^{i+1}] \}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} [\mathbf{A}] = [\mathbf{M}^{i+1,i}] \{ [\mathbf{B}_{CE}^i] + [\mathbf{B}_{DE}^i] [\mathbf{T}_{CD}^i] \} \times \\ \times \{ [\lambda^i] [\mathbf{B}_{CH}^i] + [\lambda^i] [\mathbf{B}_{DH}^i] [\mathbf{T}_{CD}^i] \}^{-1} \times \\ \times [\mathbf{M}^{i+1,i}]^T, \end{aligned} \quad (27)$$

$$[\mathbf{M}^{p_1, p_2}] = \left[\langle \vec{e}^{p_1}, \vec{h}^{p_2} \rangle \right], \quad (28)$$

$$[\lambda^p] = \left[\langle \vec{e}^p, \vec{h}^p \rangle \right]. \quad (29)$$

Как только все элементы матрицы \mathbf{T}_{CD}^1 внутренней наибольшей области, содержащей точку $\rho = 0$, будут равны нулю, можно определить коэффициенты матрицы \mathbf{T}_{CD}^2 . Повтор каскадирования коэффициентов матрицы от внутреннего к внешнему слою резонатора приводит к уравнению зависимости коэффициентов поля внешней самой большой области:

$$[\mathbf{M}_C^{N_r}] [C^{N_r}] + [\mathbf{M}_D^{N_r}] [D^{N_r}] = 0. \quad (30)$$

Использование граничных условий боковой стенки $\rho = r_{N_r}$ ведет к окончательному характеристическому уравнению для определения резонансной частоты резонатора. Для получения нетривиального решения необходимо определить приравнять к нулю:

$$\det[\mathbf{X}]_{N_r \times N_r} = 0, \quad (31)$$

$$[X] = [M_C^{N_r}] [M_D^{N_r}] [T_{CD}^{N_r}]. \quad (32)$$

Таким образом, получаем резонансные частоты мод рассматриваемого резонатора. Решение характеристического уравнения с учетом условия непрерывности поля на поверхности диэлектрических слоев позволяет получить коэффициенты поля для каждого слоя радиального волновода.

Экспериментальные исследования. На основе приведенной обобщенной методики исследованы свойства колебательной системы с кольцевым ДР. Подстроечным элементом в данной системе является диск из диэлектрика (рисунок 4). Приведены расчётная и экспериментальная зависимости резонансной частоты основного колебания TE_{01} кольцевого резонатора от величины зазора g между резонатором и элементом подстройки. Погрешность расчета составляет около 1 % для моды данного типа.

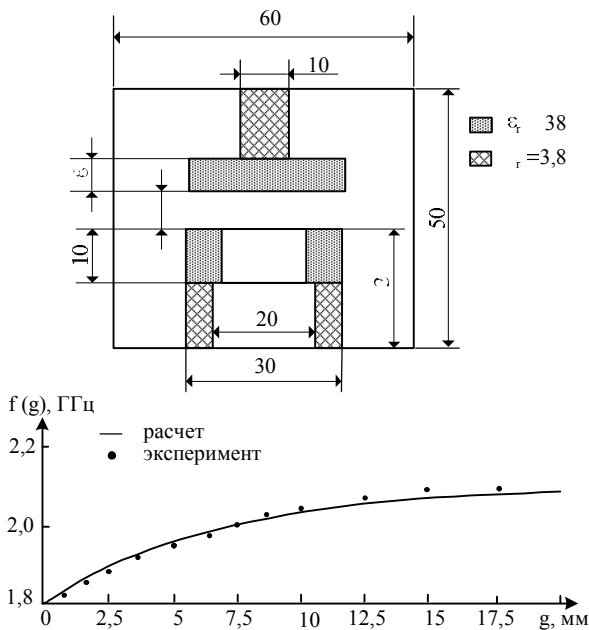


Рисунок 4 - Зависимость резонансной частоты КС с кольцевым диэлектрическим резонатором от величины зазора g между резонатором и элементом подстройки

На рисунке 5 показана зависимость относительного диапазона перестройки TE_{01} -колебания от геометрических размеров резонатора и подстроечного элемента для данной КС.

Диапазон перестройки увеличивается, как только высота T подстроечного диска приближается по размеру к высоте S резонатора. Для фиксированного отношения высоты диска и резонатора диапазон перестройки возрастает с увеличением отношения внутреннего диаметра резонатора к его высоте. Это объясняется тем, что объем подстроечного диска становится большим по сравнению с объемом резонатора,

значит, электромагнитные поля ограничены в резонаторе в меньшей степени и их легче возмутить неоднородностью в виде диска.

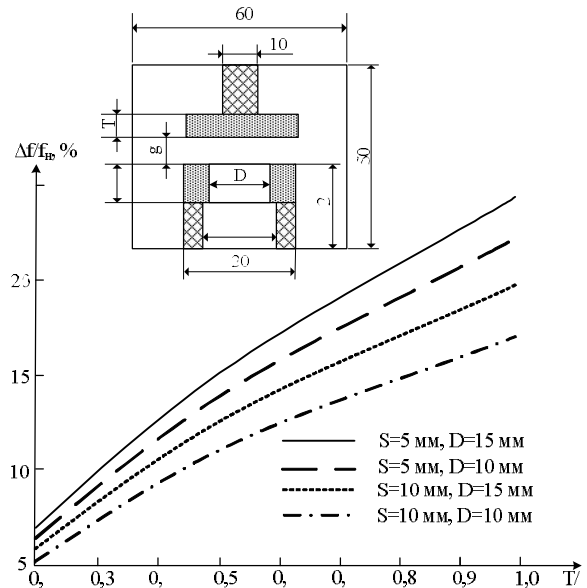


Рисунок 5 - Зависимость относительного диапазона перестройки частоты колебания TE_{01} кольцевого диэлектрического резонатора от соотношения геометрических размеров резонатора и подстроечного элемента (f_0 – начальная частота диапазона)

Заключение. Предложенная обобщенная методика расчета на основе строгого метода согласования мод позволяет анализировать и проектировать колебательные системы на основе изотропных и анизотропных ДР различной формы. Для КС с однородными резонатором и элементом подстройки погрешность расчёта частоты составляет 1 % для колебания TE_{01} , в то время как погрешность расчета по существующим методикам [2...4] составляет 3...6 %. Показано, что увеличение диапазона перестройки частоты КС при сохранении неизменными размеров самого резонатора в пределах этого диапазона возможно за счет использования в качестве подстроечного элемента диска из диэлектрика. Это позволяет как минимум в 3 раза увеличить диапазон измерений устройств на основе КС с ДР, а следовательно, и расширить область их применения.

Библиографический список

1. Васильев Е.П., Жулев В.И., Львова И.А. Измерительные преобразователи механических величин на объемных диэлектрических резонаторах // Датчики и системы. 2009. - №4.- С.9 – 12.
2. Ильченко М.Е., Взятыхшев В.Ф., Гассанов Л.Г. Диэлектрические резонаторы. - М.: Радио и связь, 1989. – 328 с.
3. Добромислов В.С., Калинин В.И., Крюков А.В. Расчёт спектра собственных колебаний

экранированных диэлектрических резонаторов // Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1990. Т. 33. №9. С.1068-1076.

4. *Kajfez D., Guillon P.* Dielectric resonators. - Atlanta: Noble Publishing Corporation, 1998. - 571p.

5. *Kobayashi Y., Senju T.* Resonant modes in

shielded uniaxial anisotropic dielectric rod resonators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol. 41. P. 2198-2205. Dec. 1993.

6. *Chen W., Zaki K.* Dielectric ring resonators loaded in waveguide and on substrate // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Vol. 39. P. 2069-2076. Dec. 1991.