

На правах рукописи



**Бу Куанг Минь**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ  
ДВИЖЕНИЯ СУБСПУТНИКА В ОКРЕСТНОСТИ БАЗОВОГО  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Рязань 2019

Работа выполнена на кафедре «Высшая математика» в ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина» (ФГБОУ ВО «РГРТУ»).

Научный руководитель: **Миронов Валентин Васильевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры высшей математики Рязанского  
государственного радиотехнического университета  
имени В.Ф. Уткина, г. Рязань

Официальные оппоненты: **Клюшников Валерий Юрьевич**,  
доктор технических наук, старш. науч. сотр.,  
заместитель начальника Центра системного  
проектирования Центрального научно-  
исследовательского института машиностроения  
(ЦНИИМАШ), г. Королев, Московская область.

**Корсун Олег Николаевич**,  
доктор технических наук, профессор, начальник  
лаборатории Государственного научно-  
исследовательского института авиационных систем  
(ГОСНИИАС), г. Москва.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский национальный исследовательский  
университет имени академика С.П. Королева»  
(Самарский университет), г. Самара.

Защита диссертации состоится « 02 » октября 2019 г. в 12.00 часов на  
заседании диссертационного совета Д 212.211.02 в ФГБОУ ВО «РГРТУ» по  
адресу: 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Рязанский  
государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина», а также на  
сайте ФГБОУ ВО «РГРТУ» [www.rsreu.ru](http://www.rsreu.ru).

Автореферат разослан « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
д-р. техн. наук, доцент



Перепелкин  
Дмитрий Александрович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Одной из современных тенденций развития космической техники являются создание и эксплуатация малых космических аппаратов (МКА). Относительно небольшая стоимость отдельного МКА позволяет значительно снизить стоимость реализации космических проектов без ущерба для их качества. Так, стало возможным, находясь в рамках ограниченного финансирования, с меньшими затратами создавать и выводить на орбиту вместо одного большого (тяжелого) КА целую группировку МКА, предназначенных для решения общей задачи. Ныне к таким основным задачам МКА относятся: дистанционное зондирование Земли в оптическом и радиодиапазонах, космическая связь, глобальная навигация, астрономические наблюдения, космология, обслуживание базовых космических аппаратов и космических станций, космические роботы и др.

В данной работе рассматриваются МКА типа субспутников (СС) с управлением, т.е. такие МКА, которые стартуют с базового космического аппарата (БКА) и в режиме ограниченного управления достигают космической цели (КЦ). Спутник-инспектор способен с помощью специальной аппаратуры диагностировать техническое состояние отечественных спутников с минимально возможным расстояния.

Изучаемые в диссертации задачи могут лежать в следующих плоскостях: инспекция, орбитальное обслуживание на орбите КА, поддержка внекорабельной деятельности космонавтов и т.д.

К основным и актуальным задачам эксплуатации МКА, несомненно, относятся вопросы управляемости такими аппаратами и их наблюдаемости в различных условиях и сопутствующие этому процессу задачи. При этом классическая теория управления нуждается в модернизации, введении дополнительных ограничений ввиду ограниченных возможностей МКА.

В представленной диссертационной работе решены актуальные задачи: аналитическое моделирование движения МКА относительно БКА в направлении рассчитанной окрестности управления космической целью (ОКЦ); численно-аналитическое моделирование управления МКА при его перелете из точки ОКЦ до космической цели, не выходя за пределы наперед заданной пространственной окрестности КЦ; численное восстановление состояния движения МКА на протяжении всего процесса достижения КЦ; собственно расчет окрестности управления КЦ; создание программного комплекса решения всех поставленных задач по анализу движения МКА.

Условие ограниченности пространства для маневра СС и времени движения породило новый подход в теории управления и наблюдения, выражаемый термином «в малом».

В свою очередь фундаментальный результат Р. Беллмана и его учеников о взаимосвязи классической управляемости и наблюдаемости оказался справедлив, как доказано в диссертационной работе, и для управляемости и наблюдаемости движения «в малом» при наложении дополнительных условий, порождаемых спецификой эксплуатации МКА.

Идеи, реализованные в диссертации, имеют существенное значение для космической отрасли и одновременно могут быть применены в других технических проектах при управлении объектами в ограниченных условиях.

### **Степень разработанности темы диссертации**

Тема математического моделирования управления движением объектов, в том числе космических, к настоящему времени получила значительное освещение в теории и ее приложениях. Имеется обширная библиография по этому вопросу, а такие имена, как В.Ф. Уткин, М.К. Тихонравов, Т.М. Энеев, П.Е. Эльясберг, А.А. Петров, П.С. Краснощеков, американский математик Дж. фон Нейман, их ученики и последователи, широко известны в мире математического моделирования и его приложений.

При решении конкретных задач моделирования возникает потребность модернизации общих принципов построения моделей (работы В.Ю. Ключникова, А.В. Семенова, Р.Р. Назирова, Г.Н. Мальцева и др.) Создание математической теории управления системами, в том числе оптимального управления, основано на трудах выдающихся ученых Л.С. Понтрягина, В.Г. Болтянского, Р.В. Гамкрелидзе, Н.Н. Красовского, В.И. Зубова, американских математиков Р. Калмана, Р. Беллмана, М. Атанса, П. Фалба и др. Модернизацию общих принципов можно проследить по работам О.Н. Косуна, Д.А. Новикова, С.А. Прохорова и др.

Традиционные методы оптимального управления могут оказаться малоэффективными в конкретных ситуациях, когда, к примеру, нужно так управлять СС, чтобы он достиг цели управления и при этом не вышел за пределы некоей пространственной области. В частности, такие «особые» условия возникают при управлении МКА вблизи космических станций.

Для целей учета специфических ситуаций в общей теории управления и была разработана концепция управления «в малом», созданная на базе школы академика Е.А. Барбашина учеными Рязанского радиотехнического университета: Л.Н. Ешуков, И.П. Карасев, Ю.С. Митрохин, В.В. Миронов, А.В. Кузнецов.

В данной диссертации поиски в этом направлении учета «малости» продолжаются в приложении к СС на базе БКА. Вообще, вопросам развертывания систем МКА уделяется большое внимание в разных странах (особенно в России, США, Европе, Китае, в январе 2019 г. запущен первый вьетнамский МКА), в то же время специфические вопросы управления и наблюдения МКА в ограниченных условиях (управление и наблюдение «в малом»), рассмотренные в диссертации, – новые.

Освещение степени разработанности темы диссертации базируется на 80 библиографических источниках.

**Цели работы.** Разработка модели управления СС «в малом» для эффективного достижения цели по критерию минимальности времени. Разработка модели наблюдения СС «в малом» в процессе достижения цели для контроля движения СС. Реализация разработанных методов численно-аналитически и алгоритмически для построения программного комплекса

автоматического решения задач. Создание программного комплекса для автоматического решения поставленных задач.

**Задачи исследования.** Актуальность исследования и цели работы конкретизированы в задачах исследования:

- 1 Создать упрощенную математическую модель движения СС относительно БКА, позволяющую управлять СС в автоматическом режиме для достижения цели за минимальное время.
- 2 Модернизировать численный метод и алгоритм определения области достижимости для СС с целью определения моментов переключения управлений.
- 3 Реализовать численно-аналитическое решение задачи об устойчивом движении СС к цели для гарантированного попадания СС в зону управляемости.
- 4 Реализовать методы и алгоритмы управления и наблюдения СС «в малом» для достижения цели при оптимальности движения по времени в программном комплексе для целей исследования.
- 5 Решить сопутствующие задачи (управляемость «в малом» в особой точке траектории; управляемость при предначальных условиях) для управления СС в нештатных ситуациях.

**Объектом исследования** являются малые космические аппараты (МКА), в частности СС, особенности управления ими при определенных ограничительных условиях. Результаты исследования закреплены в модельных экспериментах.

**Предметом исследования** являются модернизированные модели движения космических объектов вообще и СС в частности относительно БКА. Модели управления и наблюдения МКА в контексте «малости». Методы оценки параметров движения МКА на основе траекторной информации и выбор вариантов управления МКА.

**Соответствие специальности.** Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по пунктам:

- п.1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений»;
- п.3 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных численных методов с применением ЭВМ»;
- п.8 «Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования».

**Методы решения задач.** При проведении исследований в диссертации были использованы методы математического моделирования движения КА, методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, методы качественной теории динамических систем и теории оптимального управления, численные методы, комплексы программ, структурное программирование, а также теоретические основы механики космического полета.

**Научная новизна.** Основные идеи и результаты предлагаемой работы:

- 1 Создание упрощенной нелинейной модели движения и управления «в малом» до линейной модели движения субспутника за счет программы работы двигателей коррекции МКА в окрестности БКА и модели управления «в малом» таким субспутником.
- 2 Модернизация метода обратного времени для численного расчета области достижимости СС «в малом». Постановка и решение задачи о моделировании управляемости СС «в малом» и задачи о наблюдаемости СС «в малом» в случае неавтономного движения СС на основе упрощения модели движения СС.
- 3 Установление связи между управляемостью и наблюдаемостью «в малом» (новый принцип двойственности «в малом»). Применение принципа двойственности «в малом» к анализу движения СС.
- 4 Метод решения задачи об управляемости и наблюдаемости «в малом» в особой точке траектории СС. Обоснование задачи об управляемости «в малом» СС при предначальных условиях на примере линейного управления.
- 5 Построение программного комплекса анализа движения СС «в малом» (область достижимости, устойчивость, управляемость и наблюдаемость).

**Практическая значимость.** Получены новые модели движения объектов относительно БКА и модели управления и наблюдения объектов «в малом». Созданы программы, решающие новые задачи управляемости и наблюдаемости «в малом» объектов, в частности МКА, в случае линейных неавтономных моделей для достижения объектом (МКА) заданной цели. Предложен численный метод восстановления области управляемости «в малом» МКА. В инженерном плане реализованы две практические задачи: управление «в малом» объектами, в частности МКА, в особых точках фазовой траектории; восстановление состояния МКА при предначальных условиях для достижения заданной цели. Доказано, что новые методы эффективнее классических методов теории управления в 1,3 – 2,7 раза (в зависимости от конкретных ситуаций).

**Достоверность полученных результатов** подтверждается обоснованным применением апробированных методов математического моделирования, методов теории обыкновенных дифференциальных уравнений и качественной теории динамических систем, теорий оптимального управления, численных методов и комплексов программ. В основу исследований положена приемлемая по достоверности информация об исследуемых объектах, что подтверждается анализом ранее проводившихся исследований другими авторами. Достоверность подтверждается аналогичными методами работ на других объектах, как автором диссертации, так и другими авторами. Результаты новых методов совпадают по точности с классическими методами, одновременно превосходя их в «быстродействии».

**Реализация и внедрение результатов.** Теоретическое и практическое использование результатов диссертации подтверждено актами внедрения в

различных организациях технических отраслей (акты приведены в приложении к диссертации):

- 1 ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина», кафедра «Космические технологии».
- 2 Научно-исследовательский институт обработки аэрокосмических изображений «ФОТОН», РГРТУ.
- 3 Астрономическая обсерватория «Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина».
- 4 Нукусский филиал Ташкентского университета информационных технологий (в Узбекистане).

**Основные положения, выносимые на защиту:**

- 1 Создание динамической модели движения субспутника (СС), позволяющей управлять СС «в малом» в автоматическом режиме для достижения цели за минимальное время. Модернизация численного метода и создание алгоритма определения области достижимости для СС. Численное нахождение момента переключения управления СС для достижения цели в автоматическом режиме за минимальное время.
- 2 Создание модели управляемости и наблюдаемости СС «в малом» и метода решения задачи наблюдаемости СС «в малом» в случае линейных неавтономных моделей плоского и пространственного движения. Разработка модели связи между управляемостью и наблюдаемостью «в малом» в системе СС-БКА (аналог принципа двойственности Калмана) для контроля движения СС. Применение модели связи между управляемостью и наблюдаемостью «в малом» к анализу движения СС.
- 3 Создание численного метода решения задачи об управляемости «в малом» в особой точке фазовой траектории для управления СС в нештатных ситуациях. Численно-аналитическое исследование вопроса о предначальных условиях движения субспутника.
- 4 Построение программного комплекса анализа движения БКА-СС (управляемость и наблюдаемость, восстановление области достижимости, устойчивость) «в малом» для автоматического решения поставленных задач.

**Апробация результатов.** Основные положения исследования изложены в опубликованных научных статьях и тезисах докладов. Результаты исследований докладывались и обсуждались на 8-ти научных конференциях международного и всероссийского уровней.

**Публикации.** Основное содержание диссертации отражено в 17 публикациях автора: 4 статьи в журналах, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК, 1 монография, 8 тезисов докладов на международных и всероссийских конференциях, 3 статьи в межвузовских сборниках, 1 свидетельство о государственной регистрации программного комплекса.

Общий объем опубликованных работ – более 15 печ. л.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех основных глав, заключения, списка цитированной литературы, приложений. Объем диссертации – 143 с., библиографический список содержит 106 наименований. В диссертацию включено 9 таблиц и 39 рисунок.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность работы по моделированию движения объектов с целью управления и наблюдения их в ограниченных условиях, распространенных на малые космические аппараты (МКА), и степень ее (темы) разработки. Обозначены объект и предмет исследования, указана цель работы, поставлены задачи исследования.

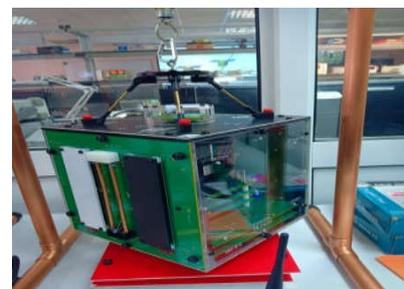
**В первой главе** рассматриваются основные характеристики малых космических аппаратов; освещается *степень разработанности темы*, приведен *обзор предшествующих результатов* в части моделирования, оптимального управления, численных методов и алгоритмов по теме диссертации; *сформулированы нерешенные проблемы*. Сформулированы новые для отрасли задачи управляемости и наблюдаемости «в малом» объектов, в частности МКА, в случае линейных неавтономных моделей для достижения объектом заданной цели за минимальное время, при этом управление МКА происходит на максимальных режимах работы двигателей.

Обоснованы динамическая модель движения объектов, в частности МКА, и модель управления и наблюдения «в малом». Для МКА модель строится в подвижной орбитальной системе координат (СК) с центром в цели управления (ЦУ) или в БКА, а оси координат направлены наиболее удобным для конкретной задачи образом. Приведены основные определения и доказаны важные свойства объектов, вошедшие в основные результаты диссертации.

Общий вид одного из реальных МКА представлен на рисунке 1. Для управления МКА используются стационарные плазменные двигатели, работающие на ксеноне и считающиеся наиболее перспективными для подобных задач. Двигатели имеют центрально-симметричные относительно центра масс МКА сопла. На рисунке 2 приведен МКА с гироскопической системой ориентации и системой управления, готовится в РГРТУ к запуску.



**Рисунок 1** – Субспутник в 10 U



**Рисунок 2** – МКА РГРТУ

Описана система управления движением (СУД) малых космических аппаратов. Сформулирована классическая общая задача управления объектами, в том числе космическими. Построены динамические модели движения МКА и модели управления МКА в специальной подвижной орбитальной системе координат (СК). Управление МКА осуществляется за счет выбора режима работы БКД и класса управляющих воздействий на МКА со стороны БКД (кусочно-постоянные, кусочно-линейные, кусочно-непрерывные и т.п.). Анализ показывает, что процесс управления МКА должен состоять из операций быстрых смен направлений движения в выбранной подвижной СК.

О системах координат. Предложенная в работе модель управления МКА зиждется на двух системах координат: геоцентрической земной (S1) и подвижной орбитальной (S2). Необходимость использования различных СК вызвана: 1) трудностью моделирования траектории МКА на околоземной орбите при сложно описываемых возмущающих силах, действующих на МКА (форма геоида Земли, гравитация Земли, световое давление, сопротивление атмосферы и т.д.); 2) возможностью упрощения модели движения МКА в случае (рассматриваемом в диссертации), когда МКА-СС запускается специальной пусковой установкой (СПУ) с базового космического аппарата (БКА) и движется к цели управления, «зависшей» в космическом пространстве неподвижно относительно БКА.

Система (S1) – абсолютная прямоугольная декартова земная система координат  $OXYZ$  с началом – точка  $O$  – в центре Земли, ось  $OY$  направлена по оси вращения Земли [иногда с учетом ее пространственного смещения (прецессия оси Земли) для наивысшей точности определения координат МКА, иногда без учета ее смещения], оси  $OX$  и  $OZ$  лежат в экваториальной плоскости Земли, при этом ось  $OZ$  направлена в точку весеннего равноденствия.

Система (S2) – система  $Oxyz$  подвижная прямоугольная декартова система координат с началом – точка  $O$  – в центре масс цели управления (иногда БКА), ось  $Oy$  направлена по оси вращения Земли (иногда с учетом ее смещения, иногда без учета ее смещения), оси  $Ox$  и  $Oz$  лежат в экваториальной плоскости Земли, при этом ось  $Oz$  направлена в точку весеннего равноденствия.

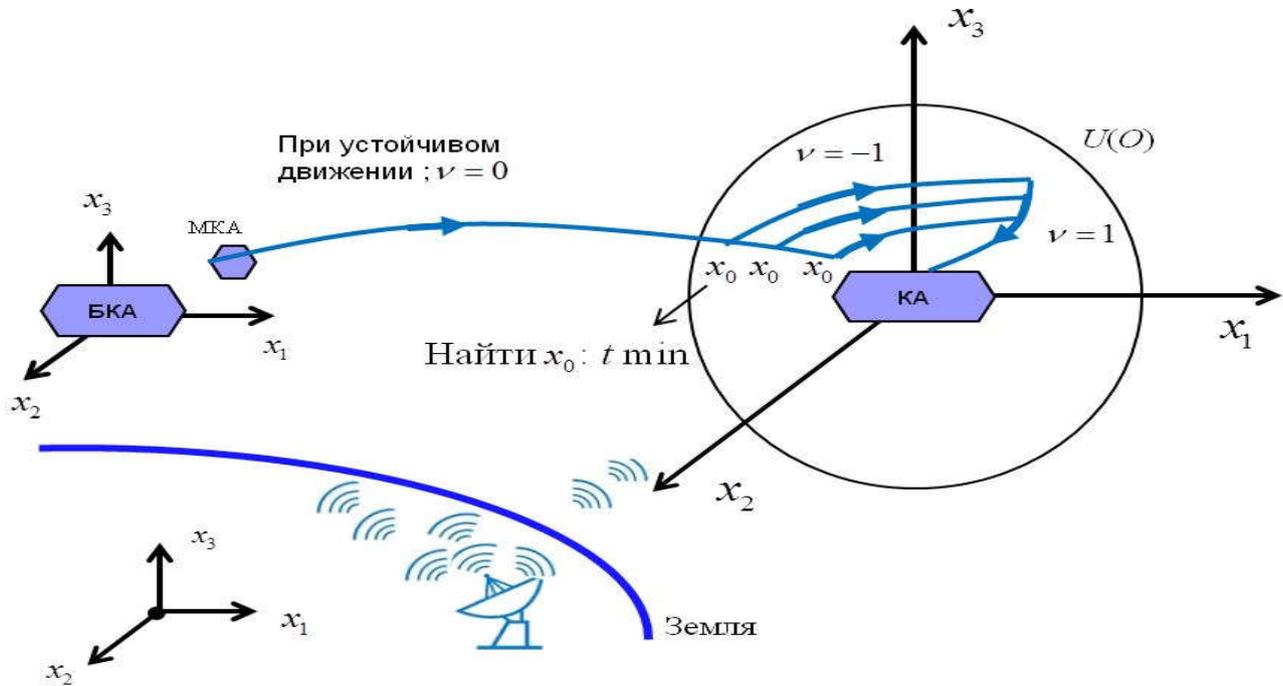
Динамическая модель движения МКА. Классическая (кеплеровская) модель движения космического тела (в частности, МКА) с пренебрежимо малой массой по возмущенной орбите вокруг Земли массой  $M$  имеет вид:

$$\ddot{\vec{r}}(t) = -\frac{\mu}{|\vec{r}(t)|^3} \vec{r}(t) + \sum_i 1(t) \cdot \vec{j}_i(t),$$

где  $\vec{r} = (\alpha_1, \dots, \alpha_6)$  – радиус-вектор МКА в системе (S1),  $\alpha_i$  – кеплеровы элементы: большая полуось, эксцентриситет, наклонение, долгота восходящего узла, аргумент перигея, средняя аномалия,  $\mu = g M$ ,  $g$  – гравитационная константа,  $\vec{J} = \sum_i 1(t) \vec{j}_i(t)$  – вектор возмущающего ускорения, зависящий от времени и включающий в себя многие (не всегда точно учитываемые) факторы

$\bar{j}_i$ . Вектор ускорений  $\bar{J}$  имеет очень сложную природу и зависимость от внешних сил.

В диссертационной работе рассматривается ситуация, когда МКА доставляется ракетой-носителем на БКА. Установка СПУ запускает МКА-СС «в сторону» цели управления (ЦУ) (рисунок 3).



**Рисунок 3** – Схема движения СС от БКА к ЦУ с выбором минимального времени достижения цели

Важно отметить: в работе предполагается, что модель движения МКА в околоземном пространстве «пересчитывается» наземным комплексом управления (НКУ) из геоцентрической системы (S1) в систему (S2) с учетом возможностей СПУ и таким образом, что движение МКА относительно *цели полета* или цели управления (ЦУ) – достижения некоторого КА описывается системой линейных неавтономных дифференциальных уравнений в системе (S2). Именно эта ситуация с системой координат рассматривается в прикладном плане в диссертации.

Ввиду обоснования подвижной СК в работе модель управляемого и наблюдаемого движения МКА в системе БКА-СПУ-СС-ЦУ (норма  $\Delta = |\bar{J}_{СС} - \bar{J}_{ЦУ}| \rightarrow 0$ ) представлена в виде неавтономных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + v(t)u; \\ y(t) &= C(t)x(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t)$  – 3-мерный вектор фазового состояния, зависящий от времени  $t$ ;  $y$  – это  $p$ -мерный вектор наблюдения ( $1 \leq p \leq 3$ );  $u$  – постоянный вектор, заданный

координатами  $u_1, u_2, u_3$  (коэффициенты усиления управления по осям координат);  $A(t), C(t)$  – матрицы соответствующих размерностей с вещественными и непрерывными при  $t \in [0, +\infty)$  элементами, где  $v(t)$  – кусочно-постоянная функция из области  $U$ , называемая допустимым управлением для МКА и удовлетворяющая условию

$$(\forall t) \quad |v(t)| \leq 1. \quad (2)$$

### Численное моделирование

Рассмотрим систему (1) при  $A = \begin{bmatrix} -2t & 0 \\ t & -t^2 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, -1 \leq v \leq 1$ .

Пусть МКА начинает двигаться из БКА с координатами (-20 км; 20 км) до цели управления (начало координат). Найти оптимальную точку  $x_0$  в окрестности  $U(O)$  (окружность радиусом 4 км) так, чтобы МКА достиг цели за минимальное время, не выходя за пределы окрестности  $U(O)$ . Пусть рабочий интервал времени МКА:  $[0, 30]$  мин.

$t_1$  – время движения МКА от БКА в точку  $x_0$  в окрестности  $U(O)$  ( $v = 0$ ). (при устойчивом движении).

$t_2$  – время движения МКА от точки  $x_0$  до кривой переключения ( $v = 1$ ).

$t_3$  – время движения МКА от момента переключения управления до попадания в цель ( $v = -1$ ).

$T$  – суммарное время движения МКА от БКА до цели управления.

Методом замороженных коэффициентов мы делаем вывод, что система (1) устойчива в рабочем интервале времени.

**Таблица 1** – Численные расчеты времени движения МКА для достижения цели

№ п/п	$x_0$ , км	$t_1$ , мин	$t_2$ , мин	$t_3$ , мин	$T$ , мин
1	(-0.97; 3.46)	17.39	6.39	1.25	25.03
2	(-0.83; 3.03)	17.85	5.62	1.42	24.89
3	(-0.71; 2.63)	18.26	5.6	1.16	25.02
4	(-0.61; 2.26)	18.7	5.17	1.11	24.98
5	(-0.51; 1.94)	19.13	5.1	1.14	25.37
6	(-0.43; 1.65)	19.57	4.63	1.07	25.27
7	(-0.36; 1.39)	20	4.53	1.1	25.63
8	(-0.31; 1.16)	20.43	4.45	1.13	26.01
9	(-0.26; 0.97)	20.87	3.99	1.06	25.92
10	(-0.21; 0.8)	21.3	3.71	0.86	25.87

Из таблицы 1 следует, что **второй вариант**  $x_0(-0.83; 3.03)$  соответствует суммарному минимальному времени движения **МКА от БКА до цели** ( $T=24.89$  мин).

Соответствующее время при включенном режиме двигателя ( $t_2 + t_3$ ) =  $=5.62+1.42=7.04$  мин.

Рассмотрены варианты управления СС при различных управлениях (см. табл. 2) для оптимальной точки  $x_0(-0.83; 3.03)$ . Из рассмотрения вытекает, что минимальное время для достижения СС цели движения достигается при максимальных усилиях двигательных установок, описываемых управлением  $v(t) = \pm 1$ . Этот факт может быть доказан и теоретически для любых линейных нестационарных моделей движения.

**Таблица 2** – Численные расчеты времени движения МКА при различных значениях  $v$

№ п/п	$v$	$t_2$ , МИН	$t_3$ , МИН	$t_2 + t_3$ , МИН
1	$v = \pm 1$	5.62	1.43	7.05
2	$v = \pm 0.9$	6.03	1.18	7.212
3	$v = \pm 0.8$	6.4	1.22	7.62
4	$v = \pm 0.7$	6.03	1.09	7.12
5	$v = \pm 0.6$	6.43	1.14	7.57
6	$v = \pm 0.5$	6.48	0.79	7.27
7	$v = \pm 0.4$	6.52	0.69	7.21
8	$v = \pm 0.3$	6.86	0.56	7.42
9	$v = \pm 0.2$	6.99	0.26	7.25
10	$v = \pm 0.1$	7.14	0.11	7.25

Ввиду ограничений на размер области маневрирования МКА в пространстве и времени требуются новые методы управления и наблюдения МКА. К таким новым методам и относятся предлагаемые в диссертации методы наблюдаемости и управляемости «в малом», являющиеся частным случаем общей теории управления.

**Во второй главе** диссертации предложена модернизация метода (и алгоритм) решения задачи управляемости и наблюдаемости объектов (МКА) «в малом» для случая линейных неавтономных моделей движения МКА. Предложена модификация численного метода нахождения области управляемости МКА для ограниченной области ЦУ. Предложена модификация численного метода нахождения моментов переключения с целью минимизации времени за счет малой окрестности ЦУ и устойчивости модели движения МКА.

Найдена связь между управляемостью и наблюдаемостью «в малом» в системе БКА-МКА (аналог «в малом» принципа двойственности Р. Калмана). Применена связь между управляемостью и наблюдаемостью «в малом» к анализу движения конкретного МКА.

**Определение 1.** Детерминированную систему, описываемую уравнением (1) [соответственно, систему уравнений (1)], назовем управляемой «в малом» в фиксированный момент времени  $T^0 \in [t_0, T]$  для начала координат  $O$ , если для любой окрестности  $S(O)$  найдется окрестность  $V(O) \subset S(O)$  такая, что для любой точки  $x_0 \in V(O)$  можно указать допустимое управление  $v(t)$ , при котором положительная полутраектория системы (1), выходящая из точки  $x_0$ , достигает начала координат – точку  $O$  за конечное время  $[T^0, T^1]$ , не выходя из окрестности  $S(O)$  (при этом не исключено, что  $(T^1 \geq T)$ ). Это также значит, что тогда начало координат достижимо «в малом» для системы (1).

**Определение 2.** Систему (1) назовем управляемой «в малом» на отрезке  $[t_0, T]$  если она управляема «в малом» в каждом моменте времени  $T^0 \in [t_0, T]$ .

**Определение 3.** Детерминированную систему, описываемую уравнением (1) (соответственно, систему уравнений (1)) назовем наблюдаемой «в малом» в фиксированный момент времени  $T^0 \in [t_0, T]$  для начала координат  $O$ , если для любой окрестности  $S(O)$  найдется окрестность  $V(O) \subset S(O)$  такая, что для любой точки  $x_0 \in V(O)$  можно указать допустимое управление  $v(t)$ , при котором положительная полутраектория системы (1), выходящая из точки  $x_0$ , достигает начала координат – точку  $O$ , за конечное время  $[T^0, T^1]$ , не выходя из окрестности  $S(O)$  (при этом не исключено, что  $T^1 \geq T$ ), и любая начальная точка  $x_0 \in V(O)$  может быть однозначно восстановлена по результатам измерений функций выхода  $y(t)$  и управления. Это значит, что система (1) наблюдаема «в малом» для начала координат  $O$ .

#### ***Основные задачи исследования.***

**Задача 1.** (О наблюдаемости и управляемости МКА «в малом» для начала координат.) При каких условиях, наложенных на систему (1), система (в частности, МКА) управляема и наблюдаема «в малом» для начала координат на отрезке  $[t_0, T]$ ?

**Задача 2.** О связи между управляемостью и наблюдаемостью «в малом». Обосновать новый принцип двойственности «в малом».

В работе в принципиальном плане рассмотрен вопрос о применении гироскопической системы для стабилизации движения МКА в космическом пространстве (с целью «штатной» стыковки МКА и ЦУ). При этом предполагается, что гироскопическая система управляема.

На рисунке 4 приведена схема построения области достижимости.

### Численный метод построения области достижимости «в малом»

- 1 Построить кривую переключения.
- 2 Определить точки пересечения  $A_1$  и  $A_2$  кривой переключения с областью  $U(O)$ .
- 3 Построить методом обратного времени отрицательные траектории  $e_1$  и  $e_2$  из  $A_1, A_2$ .
- 4 Построить отрицательные полутраектории из всех точек кривой переключения, взятых до точек пересечения  $A_1$  и  $A_2$ .
- 5 Построить выпуклую оболочку всех найденных точек  $x_0$  «старта» СС.

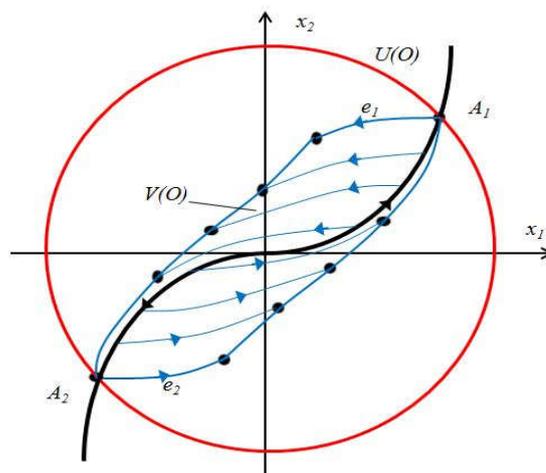


Рисунок 4 – Схема построения области достижимости «в малом»

### Численный метод нахождения момента переключения управления

- 1 Методом обратного времени построить кривую (поверхность)  $l$  переключения управления.
- 2 Определить положение МКА относительно кривой переключения.
- 3 Численным методом построить траекторию МКА.
- 4 Определить точку пересечения траектории с кривой переключения.
- 5 Определить момент переключения управления.

Метод реализован в двух вариантах (рисунок 5): при раздельном и при одновременном построении траектории МКА и линии смены управления.

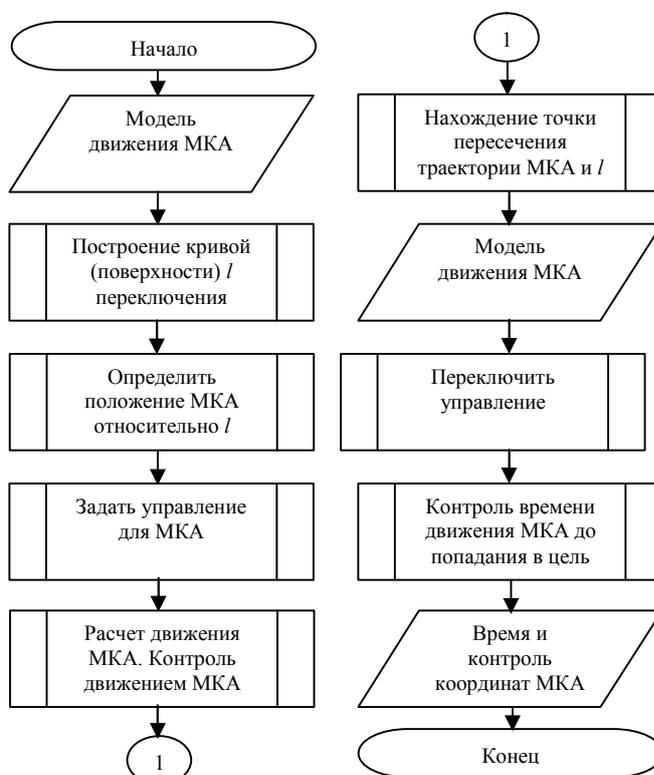


Рисунок 5 – Алгоритм численного поиска момента переключения управления МКА

**Теорема.** Точка  $x_0$  принадлежит области достижимости «в малом» тогда и только тогда, когда система (1) (и, следовательно, МКА) управляема «в малом».

Кроме этих *основных задач* и их модификаций в работе рассмотрены и *другие задачи* теории и практики управления малыми космическими аппаратами.

*Основной результат* главы 2 по управлению движением «в малом» и наблюдению для МКА содержится в следующих теоремах.

**Теорема 2.1.** Для того чтобы система (1) была наблюдаема «в малом» для начала координат на отрезке  $[t_0, T]$ , необходимо и достаточно, чтобы система (1) была управляема «в малом» и наблюдаемой (в классическом смысле) на отрезке  $[t_0, T]$ .

**Решение задачи об управляемости «в малом» для линейных систем.**

**Теорема 2.2.** Если линейная нестационарная система *полностью классически* управляема на отрезке  $[t_0, T]$ , то она управляема «в малом» на отрезке  $[t_0, T]$ .

**Решение задачи о наблюдаемости МКА «в малом» в плоскости.**

Обобщая всю ситуацию по исследованию достижимости цели для МКА, можно сказать, что плоское управляемое движение МКА описывается векторным дифференциальным уравнением второго порядка вида (1), где  $x = x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ , остальные параметры сохранили свое содержание по сравнению с (1), (2).

Пусть  $Y(t)$  - фундаментальная матрица однородной системы  $\dot{x} = A(t)x$  при заданной матрице  $A(t) = \begin{bmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{bmatrix}$  и матрица  $H(t) = C(t)Y(t)Y^{-1}(t_0)$ .

**Теорема 2.3.** Система (1) наблюдаема «в малом» для начала координат на отрезке  $[t_0, T]$  тогда и только тогда, когда для любого времени из отрезка  $[t_0, T]$  для координат  $u_1, u_2$  вектора усиления управления  $u(u_1, u_2)$  число  $k = u_2/u_1$  не является корнем уравнения

$$b(t)z^2 + [a(t) - d(t)]z - c(t) = 0 \quad (3)$$

и столбцы матриц  $H(t)$  являются линейно независимыми на отрезке  $[t_0, T]$ .

**Следствие.** При нарушении условий теоремы в какие-то моменты времени система (и, следовательно, МКА) не наблюдаема даже «в малом».

**Решение задачи о наблюдаемости МКА «в малом» в пространстве.**

**Теорема 2.4.** Система (1) наблюдаема «в малом» для начала координат на отрезке  $[t_0, T]$  тогда и только тогда, когда векторы  $\overset{\cdot}{x}_0, \overset{\cdot\cdot}{x}_0, \overset{\cdot\cdot\cdot}{x}_0$ , вычисленные в начале координат, линейно независимы в области  $U_1 \subset U$ , где  $U_1$  - такая область, что противоположные управления принадлежат  $U_1$ , и столбцы матрицы  $H(t)$  являются линейно независимыми на отрезке  $[t_0, T]$ .

**Модернизированный метод наблюдаемости «в малом»:**

- 1) проверить условия управляемости «в малом» системы СС на отрезке  $[t_0, T]$ ;
- 2) проверить условия наблюдаемости системы СС на отрезке  $[t_0, T]$ ;

3) оценить наблюдаемость «в малом» системы СС.

При доказательстве теоремы 2.3 в работе конструктивно строятся поверхности переключения управления МКА, а для моделирования эти поверхности рассчитываются численно с заданной точностью.

Численный расчет осуществляется с помощью разработанного автором и зарегистрированного в Роспатенте программного комплекса.

**Численное моделирование.** Для иллюстрации разработанной методики приведем конкретный пример. Необходимые расчеты проводились численно-аналитически с помощью программного комплекса, при этом данные вводились «вручную». Пусть МКА в системе координат  $(O; x_1, x_2, x_3)$ , жестко связанной с БКА, движется по траектории, описываемой системой:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \nu u, \quad y(t) = C(t)x, \quad (4)$$

где  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ ,  $A(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix}$ ,  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ ,  $C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t \\ 0 & 1 & 0 \\ t & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$ , управление

$\nu(t)$  по условию кусочно-постоянное и  $|\nu(t)| \leq 1$ .

*Вопрос.* Наблюдаем ли «в малом» в принципе (за какое-то конечное время) этот МКА с БКА?

*Ответ.* В работе доказывается, что МКА наблюдаем «в малом» для начала координат в интервалах времени  $[0; 1)$  и  $(1; +\infty]$ .

**О связи между управляемостью и наблюдаемостью «в малом».** Обосновать новый принцип двойственности «в малом».

Рассмотрим линейную нестационарную систему (1) (восстановим ее для удобства чтения) и ее сопряженную систему управления (5):

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A^T(t)x(t) + \nu(t)C^T(t), \\ y(t) &= u^T x(t) + g(t). \end{aligned} \quad (5)$$

**Теорема 2.5.** (Принцип двойственности «в малом»). Система (1) полностью наблюдаема «в малом» на отрезке  $[t_0, T]$  и управляема «в малом» на отрезке  $[t_a, t_b]$ , если и только если ее сопряженная система (5) соответственно управляема «в малом» на отрезке  $[t_0, T]$  и наблюдаема «в малом» на  $[t_a, t_b]$ .

**Численное моделирование.** Для иллюстрации доказанных теорем приведем пример в «плоском» выражении. Пусть МКА в системе координат  $(O, x_1, x_2)$ , жестко связанной с БКА, движется по траектории, описываемой системой:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + \nu(t)u, \\ y(t) &= C(t)x(t), \end{aligned}$$

где  $A = \begin{bmatrix} t & t-1 \\ 2 & \sin t \end{bmatrix}$ ,  $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = [2t \quad 5]$ ,  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ ,  $y = y_1$ , управление кусочно-  
 постоянное и всегда  $|v(t)| \leq 1$ .

**Задача.** Исследовать движением МКА на наблюдаемость и управляемость «в малом».

Решение модельной задачи приведено в диссертации.

*Ответ.* В моменты  $t=1,705$  и  $t=4,438$  МКА не наблюдаем «в малом», в остальные моменты времени МКА наблюдаем.

**В третьей главе** диссертации поставлены и решены задача об управляемости «в малом» в (возможной) особой точке (траектория имеет ветвление в такой точке) фазовой траектории и задача о восстановлении траектории и состоянии движения МКА при предначальных условиях [когда известно, что происходило с МКА до включения управления, то есть к моменту  $t = 0$ , но слева от нуля; такое состояние координат МКА принято называть предначальными условиями, а начальную точку обозначать  $x(0_-)$ ].

В работе в проблемном плане обсуждена актуальная проблема влияния особых точек траектории на предлагаемый метод и алгоритм управления и наблюдения «в малом» движения МКА. Как управлять «в малом» МКА в особых точках фазовой траектории? На этот сложный вопрос в работе приведена программа возможного решения проблемы.

Рассмотрим автономную систему в виде плоского движения.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + v(t)u, \text{ где } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, u = [u_1 \quad u_2]^T, x = [x_1 \quad x_2]^T, |v(t)| \leq 1.$$

### **Решение задачи управляемости в малом в особой точке**

1. Определить особую точку  $S$  по виду модели.

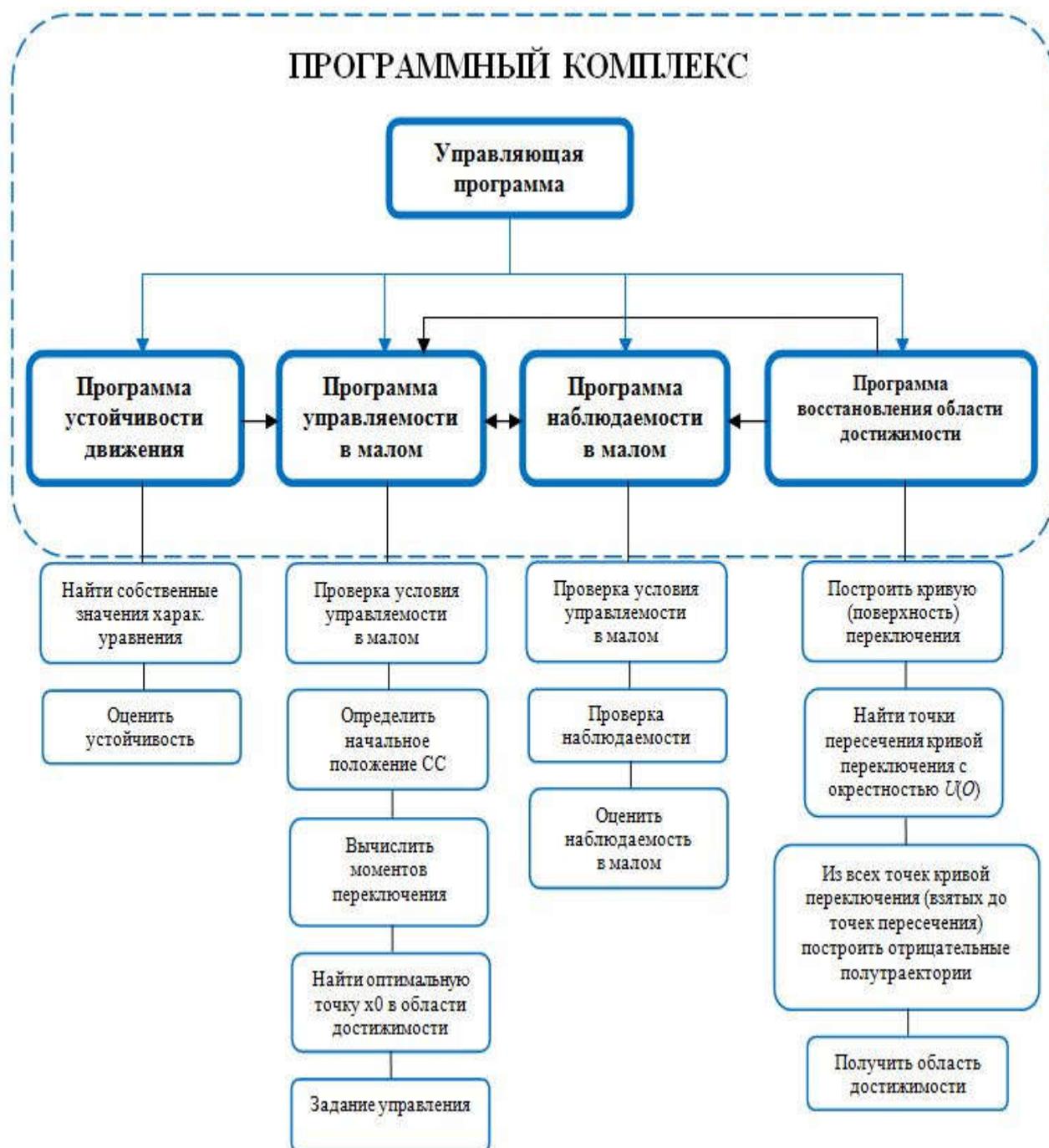
2. Оценить траекторию СС после точки  $S$  с помощью приборов наблюдения. В реальном космическом эксперименте ЦУП (или БКА, с которого стартует МКА) непрерывно оценивает (позиционирует) положение МКА на расчетной орбите, обрабатывая траекторную информацию от приборов наблюдения. Одновременно ЦУП или базовая космическая платформа производят расчет реального времени переключения управления МКА и передают информацию на МКА, который переключает управление в автоматическом режиме. Обработка траекторной информации происходит также и на этапе выбора класса управляющих воздействий на МКА.

3. Если траектория СС ближе к цели, то управление остается прежним.

Если СС идёт дальше от цели, то переключить управление с  $v = -1$  на  $v = 1$  (или наоборот).

4. СС вернется к начальной расчетной траектории в точке  $C$ , переключим управление с  $v = 1$  на  $v = -1$  (рисунок 6).





**Рисунок 7** – Структура программного комплекса

Программный комплекс предназначен для моделирования управляемости и наблюдаемости «в малом» динамических линейных систем объектов, в том числе малых космических аппаратов. Программа планирует управление для МКА, определяет моменты переключения управления и попадания в цели, восстанавливает область достижимости «в малом» и исследует МКА на устойчивость.

Языком программирования для программного комплекса является MATLAB. Комплекс зарегистрирован в Роспатент (Свидетельство № 20196153212 от 12.04.2019).

Все объекты данных, используемые в программном комплексе, являются либо константами стандартных типов языка MATLAB, либо переменными стандартных типов языка MATLAB, либо структурами языка MATLAB, состоящими из переменных стандартных типов языка MATLAB и/или переменных типов ВЕКТОР, МАТРИЦА и/или других структур языка MATLAB.

**В заключении** подводятся итоги всей диссертационной работы и намечаются возможные направления развития результатов.

**В приложении** приведены акты внедрения и свидетельство о регистрации программных продуктов.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1 Создана упрощенная неавтономная нелинейная модель движения и управления СС «в малом» в подвижной орбитальной системе координат (СК) с центром в БКА за счет свойств пусковой установки БКА и двигателей коррекции СС. Адекватность и достоверность модели подтверждаются свойствами классических моделей и достоверными формулами пересчета координат в разных СК.

2 Модернизирован метод обратного времени для расчета области достижимости СС «в малом». Модернизация основана на задании предельного времени управления и фиксации зоны пребывания СС. Это позволило разграничить зоны управляемости СС и сократить время достижения цели от 1.3 до 2.7 раза и более по сравнению с классическими управлениями (в зависимости от исходной точки).

3 На основе пп. 1, 2 и метода замороженных коэффициентов построена процедура прогнозирования устойчивости нестационарной модели движения СС, что позволило численно рассчитать время пребывания СС в области достижимости и найти момент переключения управления.

4 Методом перебора «точек старта» СС численно решена задача минимизации времени достижения цели. Созданы модели управления и наблюдения СС «в малом» и установлена связь между ними, позволяющая контролировать движение СС. Предложена модель управления СС в особой точке траектории, позволяющая избежать срыва управления. Предложено решение задачи об управляемости «в малом» СС при предначальных условиях на примере линейного управления.

5 Построен и зарегистрирован в Роспатент программный комплекс анализа движения СС «в малом» в окрестности БКА, вбирающий в себя все рассмотренные задачи. В экспериментах МКА переключает управление в автоматическом режиме на основе обработки *траекторной информации*. Анализ траекторной информации производится также и на этапе выбора класса управляющих воздействий.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. **Ву, К. М.** Управляемость «в малом» в задаче динамики микромеханического гироскопа [Текст] / К. М. Ву // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). – 2016. – № 58. – С. 123-128.
2. **Ву, К. М.** Проблема наблюдаемости «в малом» для неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения малого космического аппарата [Текст] / К. М. Ву // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). – 2019. – № 67. – С. 73-80.
3. **Ву, К. М.** Задача оптимального управления «в малом» и ее реализация для малых космических систем [Текст] / К. М. Ву, И. П. Карасев // Информатизация образования и науки. – 2019. – № 42. – С. 56-64.
4. **Ву, К. М.** Принцип двойственности «в малом» для линейных систем и его приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарата [Текст] / К. М. Ву, В. В. Миронов // Информатизация образования и науки. – 2019. – № 43. – С. 100-109.

### Научная монография

5. **Ву, К. М., Миронов В. В.** Проблема управляемости и наблюдаемости «в малом» неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарата: монография. Рязань: Book Jet, 2019. 150 с.

### Тезисы докладов конференций

6. **Ву, К. М.** Численный метод в управляемости «в малом» гироскопических систем [Текст] / К. М. Ву // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2017: сб. тр. междунар. науч.-техн. и науч.-метод. конф.: в 8 т. Т.2. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2017. – С. 153-158.
7. **Ву, К. М.** Управляемость «в малом» в задаче динамики микромеханического гироскопа [Текст] / К. М. Ву // 7-я междунар. науч.-техн. конф. «К.Э. Циолковский - 160 лет со дня рождения. Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика»: Тез. докл. – Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань, 2017. – С. 190-195.
8. **Ву, К. М.** Численный метод в задаче микромеханического гироскопа [Текст] / К. М. Ву // Труды 60-й Всеросс. научн. конф. МФТИ. 20–26 ноября 2017 г. Прикладная математика и информатика. – М.: МФТИ, 2017. – С. 151-153.
9. **Ву, К. М.** Численный метод в задаче управления гиросtabilизаторами в медицине [Текст] / К. М. Ву // Биотехнические, медицинские, экологические системы и робототехнические комплексы – Биомедсистемы-2018: сб. тр. XXXI Всерос. науч.-техн. конф. студ., мол. ученых и спец., 4-6 декабря 2018 г. / под общ. ред. В.И. Жулева. – Рязань: ИП Коняхин А.В. (Book Jet), 2018. – С. 186-189.

10. **Ву, К. М.** Управление одноосным гиросtabilизатором в малом [Текст] / К. М. Ву // Новые информационные технологии в научных исследованиях: материалы XXIII Всеросс. научн.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов. Том 1. Рязанский государственный радиотехнический университет. 2018. – С. 264-266.
11. **Ву, К. М.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования третьего порядка [Текст] / К. М. Ву., В. В. Миронов // Современные технологии в науке и образовании. Вычислительная техника и автоматизированные системы – СТНО-2019: сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2019. – С. 136-139.
12. **Ву, К. М.** Численный метод оценки области достижимости для линейных неавтономных систем [Текст] / К. М. Ву // Современные технологии в науке и образовании. Вычислительная техника и автоматизированные системы – СТНО-2019: сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2019. – С. 111-115.
13. **Ву, К. М.** Наблюдаемость «в малом» малых космических аппаратов для радиотехнических систем [Текст] / К. М. Ву., В. В. Миронов // Современные технологии в науке и образовании. Радиотехника и электроника – СТНО-2019: сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2019. – С. 133-135.

#### **Статьи в рецензируемых научных сборниках**

14. **Ву, К. М.** Нахождение фундаментальной матрицы в линейной системе управления [Текст] / К. М. Ву // Межвуз. сб. науч. тр. «Информационные технологии». – Рязань, 2019. – С. 53-55.
15. **Ву, К. М.** Управляемость «в малом» для линейных неавтономных систем второго порядка [Текст] / К. М. Ву // Межвуз. сб. науч. тр. «Информационные технологии». – Рязань, 2019. – С. 55-57.
16. **Ву, К. М.** Связь предначальных и начальных условий в задачах управления [Текст] / К. М. Ву // Межвуз. сб. науч. тр. «Информационные технологии». – Рязань, 2019. – С. 57-60.

#### **Зарегистрированные программы для ЭВМ в Роспатент**

17. **Ву, К. М., Миронов В. В.** Программный комплекс по управлению и наблюдению «в малом» малых космических аппаратов для плоского автономного случая / К. М. Ву, В. В. Миронов – М.: Роспатент.-Свидетельство № 20196153212 от 12.04.2019.

**Бу Куанг Минь**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ И НАБЛЮДАЕМОСТИ  
ДВИЖЕНИЯ СУБСПУТНИКА В ОКРЕСТНОСТИ БАЗОВОГО  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Подписано в печать 01.07.2019 г. Формат бумаги 60 x 84 1/16.

Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,25.

Тираж 100 экз.

Областная типография BookJet (ИП Коняхин)

Тел.: +7 (4912) 46-61-51,

моб.: +7 (920) 955-01-82.

Почта: [info@bookjet.ru](mailto:info@bookjet.ru).

Адрес: 390046, г. Рязань, ул. Пушкина, д. 18.

