

Авдеев В. В.  
Конспект лекций по дисциплине  
«Основы радиотехники»

## Раздел 3.

### Нелинейные РТЦ. Методы анализа. Применение.

#### §1. Понятие нелинейной РТЦ. Нелинейные элементы и методы аппроксимации их характеристик.

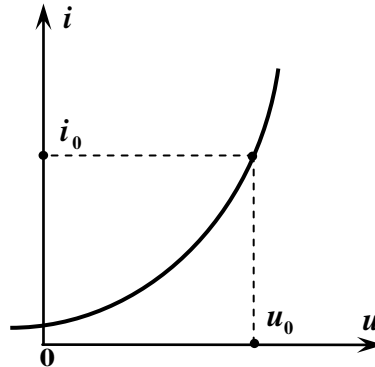
Цепь называется нелинейной, если содержит кроме линейных элементов хотя бы один нелинейный. Элемент называется нелинейным, если его параметры зависят от протекающего тока или приложенного напряжения. Все нелинейные элементы можно разделить на три группы:

1. Нелинейный резистивный элемент (нелинейное сопротивление, нелинейная проводимость). Отличительная черта этого элемента – нелинейность ВАХ.

$$\begin{aligned} u &= R_0(i) \cdot i \\ i &= G_0(u) \cdot u \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{где } R_0(i) = \left. \frac{u}{i} \right|_{i=i_0}$$

$$G_0(i) = \left. \frac{i}{u} \right|_{u=u_0}$$



Из выражений (1) следует, что при гармоническом токе (напряжении), напряжение (ток) в общем случае является негармоническим. Это свидетельствует о преобразовании спектра колебания в нелинейном резистивном элементе. На практике часто вводят понятие дифференциальных сопротивлений и проводимости.

$$R(i) = \left. \frac{du}{di} \right|_{i=i_0}$$

$$G(u) = \left. \frac{di}{du} \right|_{u=u_0}$$

Примеры: диод, транзистор.

2. Нелинейная емкость.

Отличительная черта этого элемента – нелинейность ВКХ (Вольт – Кулонная характеристика).

$$q(u) = C_0(u) \cdot u \quad (2)$$

$$C(u) = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=u_0} \quad \text{– дифференциальная емкость;}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq(u)}{du} \cdot \frac{du}{dt}$$

$$i = C(u) \cdot \frac{du}{dt} \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что при гармоническом напряжении ток в общем случае является негармоническим. Это свидетельствует о преобразовании спектра сигнала в нелинейной емкости.

Пример: варикап.

3. Нелинейная индуктивность.

Отличительная черта этого элемента – нелинейность АВХ (Ампер – Веберная характеристика).

$$\Phi(i) = L_0(i) \cdot i \quad (4)$$

$$L(i) = \left. \frac{d\Phi(i)}{di} \right|_{i=i_0} \quad \text{– дифференциальная индуктивность;}$$

$$u(i) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{d\Phi(t)}{di} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$u(i) = L(i) \cdot \frac{di}{dt} \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что при гармоническом токе напряжение в общем случае является негармоническим. Это свидетельствует о преобразовании спектра сигнала в нелинейной индуктивности.

Пример: катушка с сердечником из ферромагнетика.

Элементы называются нелинейными, т.к. соответствующие их характеристики являются нелинейными. С этим связано преобразование спектра сигнала. Поскольку реальные характеристики нелинейных элементов бывают сложными, применяют различные способы их приближенного математического описания (аппроксимация характеристик).

Существуют три метода аппроксимации этих характеристик:

1) с помощью трансцендентных функций (тригонометрических, экспоненциальных, логарифмических);

2) с помощью полиномов n-ой степени.

При аппроксимации в окрестности рабочей точки  $U_0$ :

$$i(u) = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 + \dots + a_n(u - U_0)^n;$$

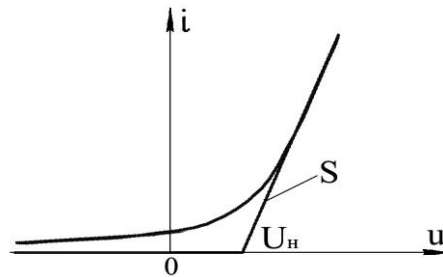
При аппроксимации в районе 0:

$$i(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + \dots + a_nu^n;$$

3) с помощью отрезков прямых (кусочно-линейная аппроксимация), при этом чаще всего применяют два отрезка. (см. рисунок)

$$i(u) = \begin{cases} 0 & , u \leq U_H \\ S(u - U_H), & u > U_H \end{cases}$$

где  $S = \frac{di}{du}$  – крутизна;



## §2. Преобразование спектра сигнала нелинейным резистивным элементом при аппроксимации ВАХ степенным полиномом.

Аппроксимируем ВАХ нелинейного элемента полиномом n-ной степени:

$$i(u) = a_0 + a_1(u - U_0) + a_2(u - U_0)^2 + \dots + a_n(u - U_0)^n$$

1) Воздействие в виде гармонического сигнала

$$u = U_0 + U_m \cos \omega_H t$$

$$i = a_0 + a_1 U_m \cos(\omega_H t) + a_2 U_m^2 \cos^2(\omega_H t) + \dots + a_n U_m^n \cos^n(\omega_H t)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\cos^3 x = \frac{3}{4} \cos x + \frac{1}{4} \cos 3x$$

$$i = I_0 + I_1 \cos(\omega_H t) + I_2 \cos(2\omega_H t) + \dots + I_n \cos(n\omega_H t)$$

Из этого выражения следует, что при гармоническом воздействии с частотой  $\omega_H$  на нелинейный резистивный элемент, его ток может содержать постоянную составляющую  $I_0$ , гармоническую составляющую с частотой воздействия и амплитудой  $I_1$  и гармонические составляющие с частотами, кратными  $\omega_H$  и амплитудами  $I_k$ ,  $k = 2 \dots n$ . Заметим, что гармоник с частотами, не кратными  $\omega_H$ , в составе тока быть не может.

$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{3}{8}a_4U_m^4 + \dots$$

$$I_1 = a_1 + \frac{3}{4}a_3U_m^3 + \frac{5}{8}a_5U_m^5 + \dots$$

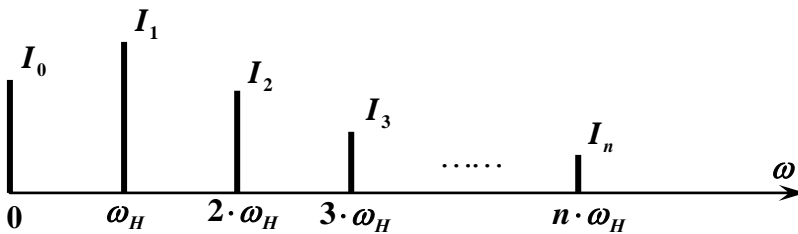
$$I_2 = \frac{1}{2}a_2U_m^2 + \frac{1}{2}a_4U_m^4 + \dots$$

$$I_3 = \frac{1}{3}a_3U_m^3 + \frac{5}{16}a_5U_m^5 + \dots$$

Амплитудный спектр воздействия

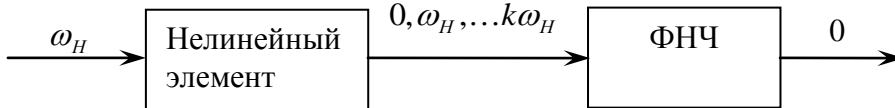


Амплитудный спектр тока

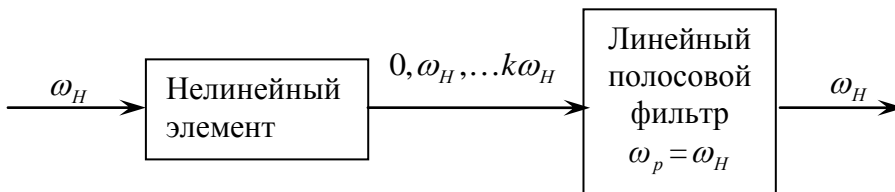


Появление новых гармоник в спектре тока (второй, третьей и т.д.) – нежелательный эффект, который приводит к нелинейным искажениям сигнала. Однако, иногда его можно использовать для осуществления ряда радиотехнических процессов:

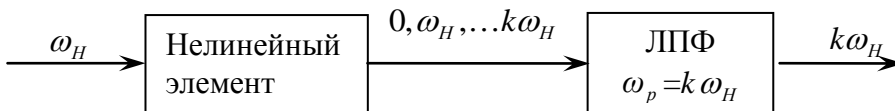
1. Выпрямление



2. Усиление сигнала



3. Умножение частоты сигнала



Комбинация НЭ и ЛФ называется типовым радиотехническим звеном.

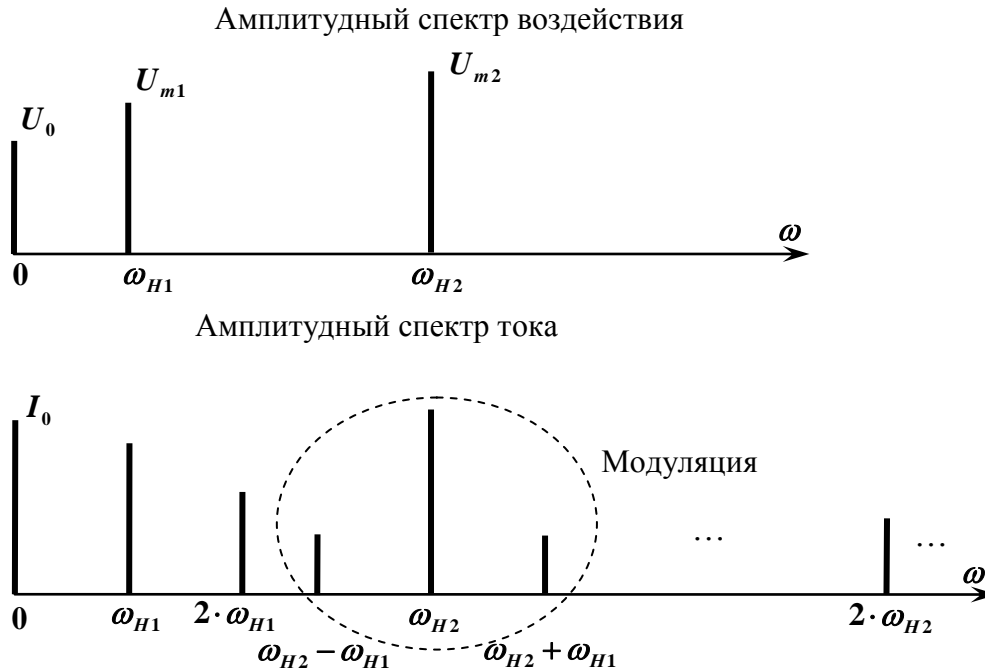
2) Бигармоническое воздействие.

$$u = U_0 + U_{m1} \cos(\omega_{H1}t) + U_{m2} \cos(\omega_{H2}t)$$

Подставим в полином:

$$\begin{aligned}
 i &= a_0 + a_1 U_{m1} \cos(\omega_{H1} t) + a_1 U_{m2} \cos(\omega_{H2} t) + a_2 [U_{m1} \cos(\omega_{H1} t) + U_{m2} \cos(\omega_{H2} t)]^2 + \dots = \\
 &= a_0 + a_1 U_{m1} \cos(\omega_{H1} t) + a_1 U_{m2} \cos(\omega_{H2} t) + \frac{a_2 U_{m1}^2}{2} + \frac{a_2 U_{m1}^2}{2} \cos(2\omega_{H1} t) + \\
 &+ \frac{a_2 U_{m2}^2}{2} + \frac{a_2 U_{m2}^2}{2} \cos(2\omega_{H2} t) + a_2 U_{m1} U_{m2} \cos[(\omega_{H2} - \omega_{H1}) t] + a_2 U_{m1} U_{m2} \cos[(\omega_{H2} + \omega_{H1}) t] + \dots
 \end{aligned}$$

Из этого выражения следует, что при бигармоническом воздействии, ток нелинейного элемента может содержать постоянную составляющую  $I_0$ , гармонические колебания с частотами воздействия  $\omega_{H1}$  и  $\omega_{H2}$ , гармонические колебания с частотами  $k\omega_{H1}$ ,  $k\omega_{H2}$ , гармоники с комбинационными частотами  $k\omega_{H2} \pm m\omega_{H1}$ ;  $k + m \leq n$ .



Обогащение спектра тока новыми частотами, с одной стороны, паразитное явление, а с другой стороны, позволяет осуществить ряд радиотехнических процессов:

- а) выпрямление,
- б) усиление,
- в) умножение частоты,
- г) преобразование частоты,
- д) модуляция.

3) Воздействие в виде суммы трех гармоник: АМК с гармоническим законом модуляции

$$\left. \begin{array}{l} \omega_H \\ \omega_H + \Omega \\ \omega_H - \Omega \end{array} \right\} \rightarrow \overline{HЭ} \rightarrow 0; \omega_H; k\omega_H; \omega_H \pm \Omega; k(\omega_H \pm \Omega); k\omega_H \pm m(\omega_H \pm \Omega);$$

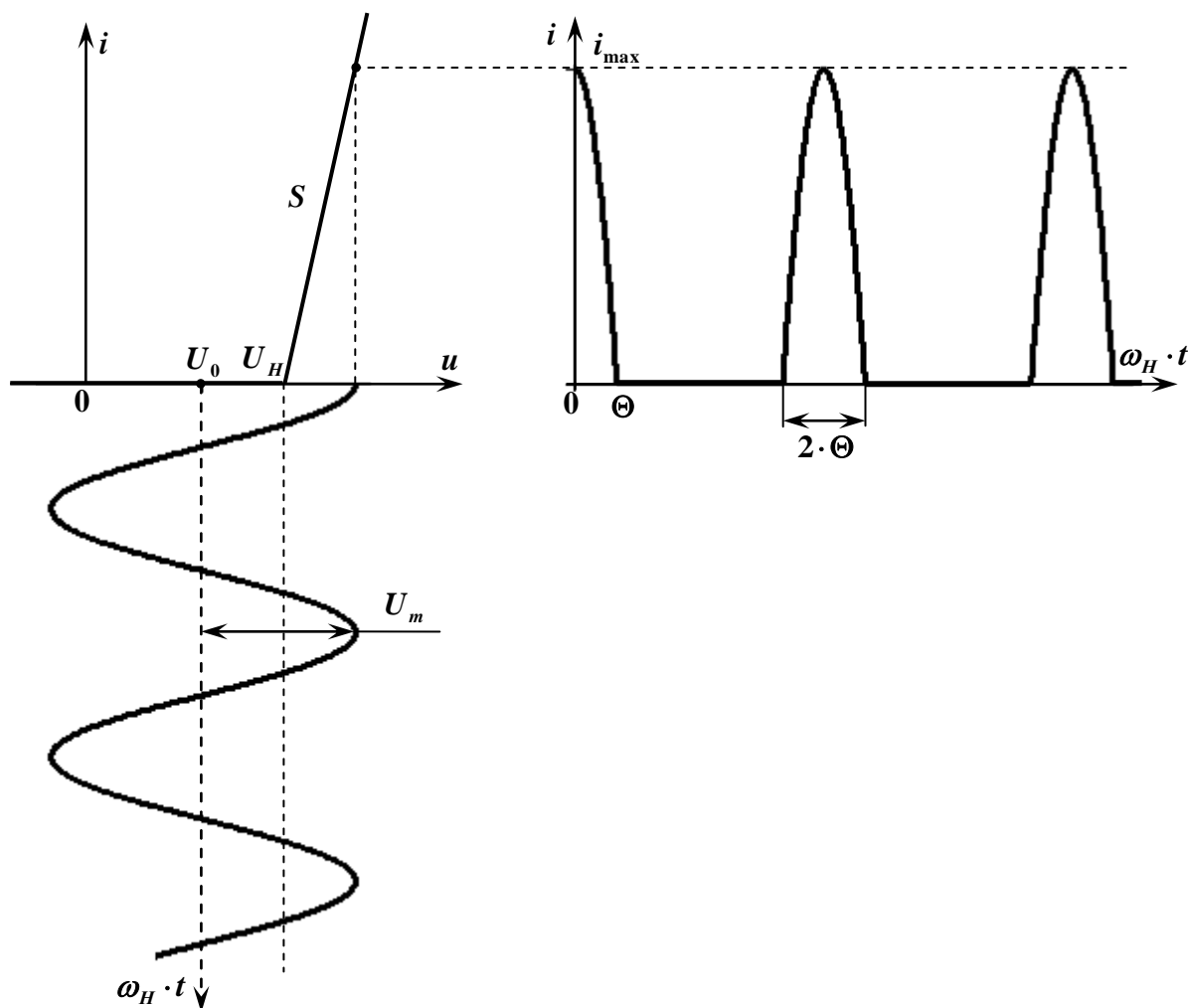
Применение:

- а) выпрямление,
- б) усиление,
- в) умножение,
- г) преобразование частоты,
- д) модуляция,
- е) детектирование.

### §3. Преобразование спектра сигнала нелинейным резистивным элементом при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ.

$$i = \begin{cases} 0, & u < U_H \\ S(u - U_H), & u \geq U_H \end{cases} \text{ – кусочно-линейная аппроксимация ВАХ; } \quad (1)$$

$$u = U_0 + U_m \cos(\omega_H t) \text{ – воздействие; } \quad (2)$$



$\theta$  – угол отсечки тока (сдвиг по фазе, при котором значение тока изменяется от максимального значения до нуля);

$i_{\max}$  – амплитуда импульсов тока;

$U_0$  – напряжение смещения.

Если:

$$U_0 = U_H, \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$U_0 < U_H, \quad \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$U_0 \leq U_H - U_m, \quad \theta = 0^\circ$$

$$U_0 > U_H, \quad \theta > \frac{\pi}{2}$$

$$U_0 \geq U_H + U_m, \quad \theta = \pi \text{ (линейный режим работы)}$$

В общем случае для нелинейного элемента  $0^\circ < \theta < 180^\circ$

Подставив (2) в (1), получим при  $u \geq U_H$ :

$$i = S(U_0 + U_m \cos \omega_H t - U_H) = SU_m \left( \cos \omega_H t - \frac{U_H - U_0}{U_m} \right) \quad (3)$$

Если  $\omega_H t = \theta$ , то  $i = 0$ , следовательно

$$\frac{U_H - U_0}{U_m} = \cos \theta \quad (4)$$

$$\text{Поэтому } i = \begin{cases} SU_m (\cos \omega_H t - \cos \theta) & , u \geq U_H \\ 0 & , u < U_H \end{cases} \quad (5)$$

Выражение (5) описывает периодическую последовательность импульсов тока ( $T = \frac{2\pi}{\omega_H}$ ) и

может быть представлена рядом Фурье:

$$i = I_0 + I_1 \cos \omega_H t + I_2 \cos 2\omega_H t + \dots + I_k \cos k\omega_H t + \dots, \quad (6)$$

где коэффициенты разложения (амплитуды составляющих) могут быть выражены через функции Берга А.И.  $\gamma_k(\theta)$ :

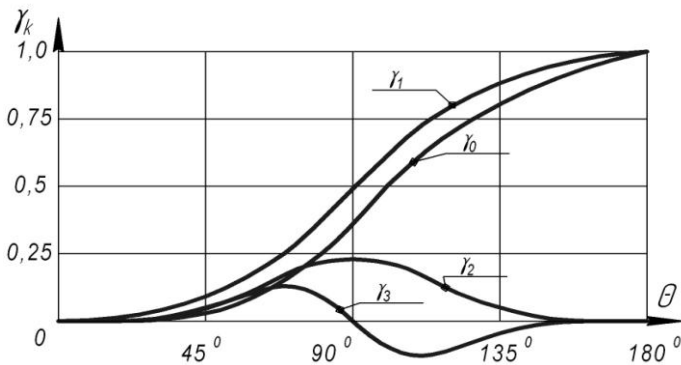
$$I_k = SU_m \gamma_k(\theta) \quad (7)$$

В частности:

$$\gamma_0 = \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi} \quad (8)$$

$$\gamma_1 = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi}$$

На рисунке представлены зависимости некоторых функций  $\gamma_k(\theta)$  от угла отсечки  $\theta$ .



**Вывод:** если изменение угла отсечки осуществлять только изменением напряжения смещения при постоянном  $U_H$  и  $U_m$ , то максимальная амплитуда  $k$ -ой гармоники тока будет при  $\theta = 180^\circ/k$ .

$$\theta = \theta(U_0) \Big|_{\substack{U_H = \text{const} \\ U_m = \text{const}}}$$

$$I_k = \max \text{ при } \theta = \frac{180^\circ}{k}$$

Если стремятся к полному использованию размаха ВАХ нелинейного элемента, то есть стремятся получить амплитуду импульсов тока максимальной, то для изменения угла отсечки придется одновременно изменять и напряжение смещения  $U_0$  и амплитуду воздействия  $U_m$ .

$$\text{При } \omega_H t = 0 \rightarrow i = i_{\max} = SU_m (1 - \cos \theta)$$

$$SU_m = \frac{i_{\max}}{1 - \cos \theta}$$

$$i = \begin{cases} 0 & , u < U_H \\ \frac{i_{\max}}{(1 - \cos \theta)} (\cos \omega_H t - \cos \theta), & u \geq U_H \end{cases} \quad (9)$$

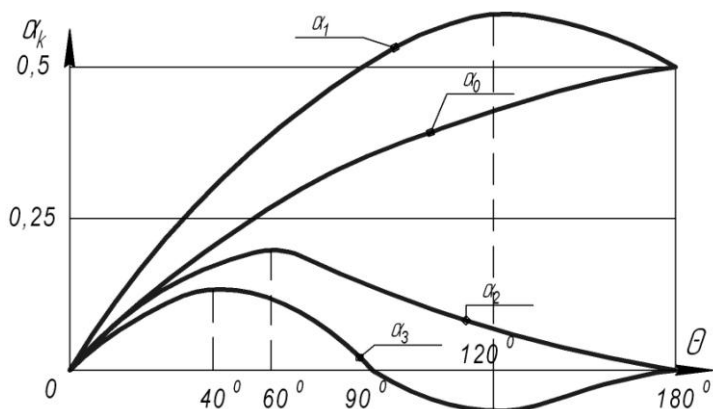
Разложив периодическую последовательность импульсов тока (9) в ряд Фурье (6), можно представить коэффициенты разложения через функции Берга А.  $\alpha_k(\theta)$ :

$$I_k = i_{\max} \alpha_k(\theta) \quad (10),$$

где  $\alpha_k = \frac{\gamma_k(\theta)}{1 - \cos \theta}$

$$\alpha_0 = \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

$$\alpha_1 = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

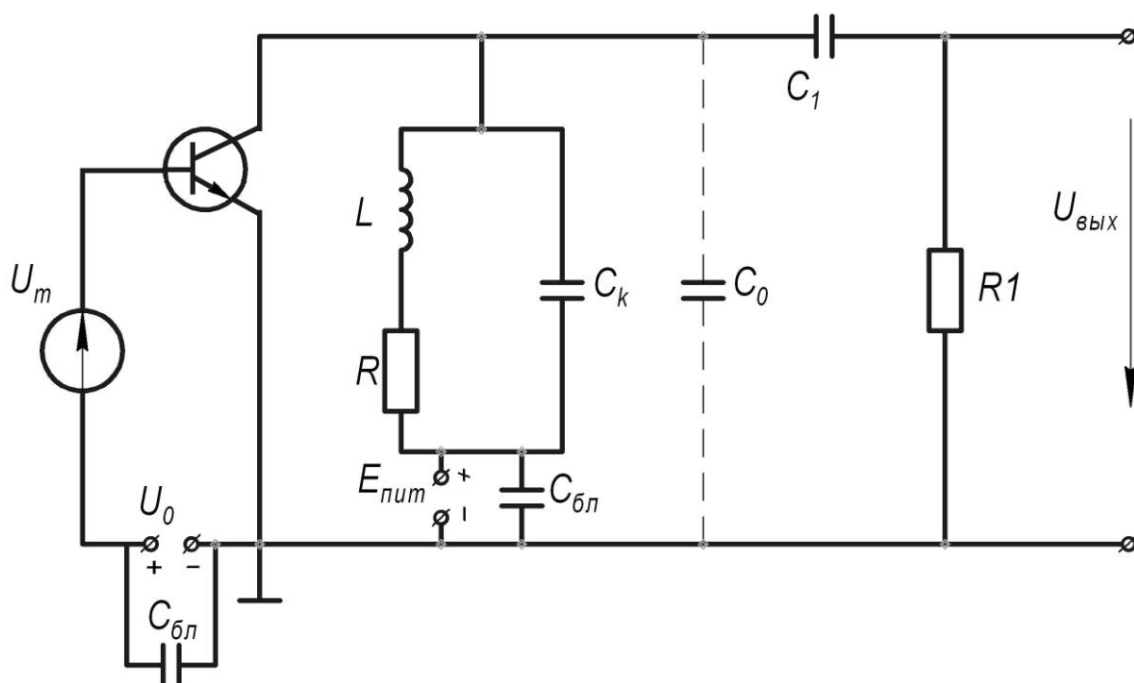


Очевидно, что

$$\alpha_k = \max \text{ при } \theta = \frac{120^\circ}{k}$$

#### §4. Нелинейное резонансное усиление колебаний.

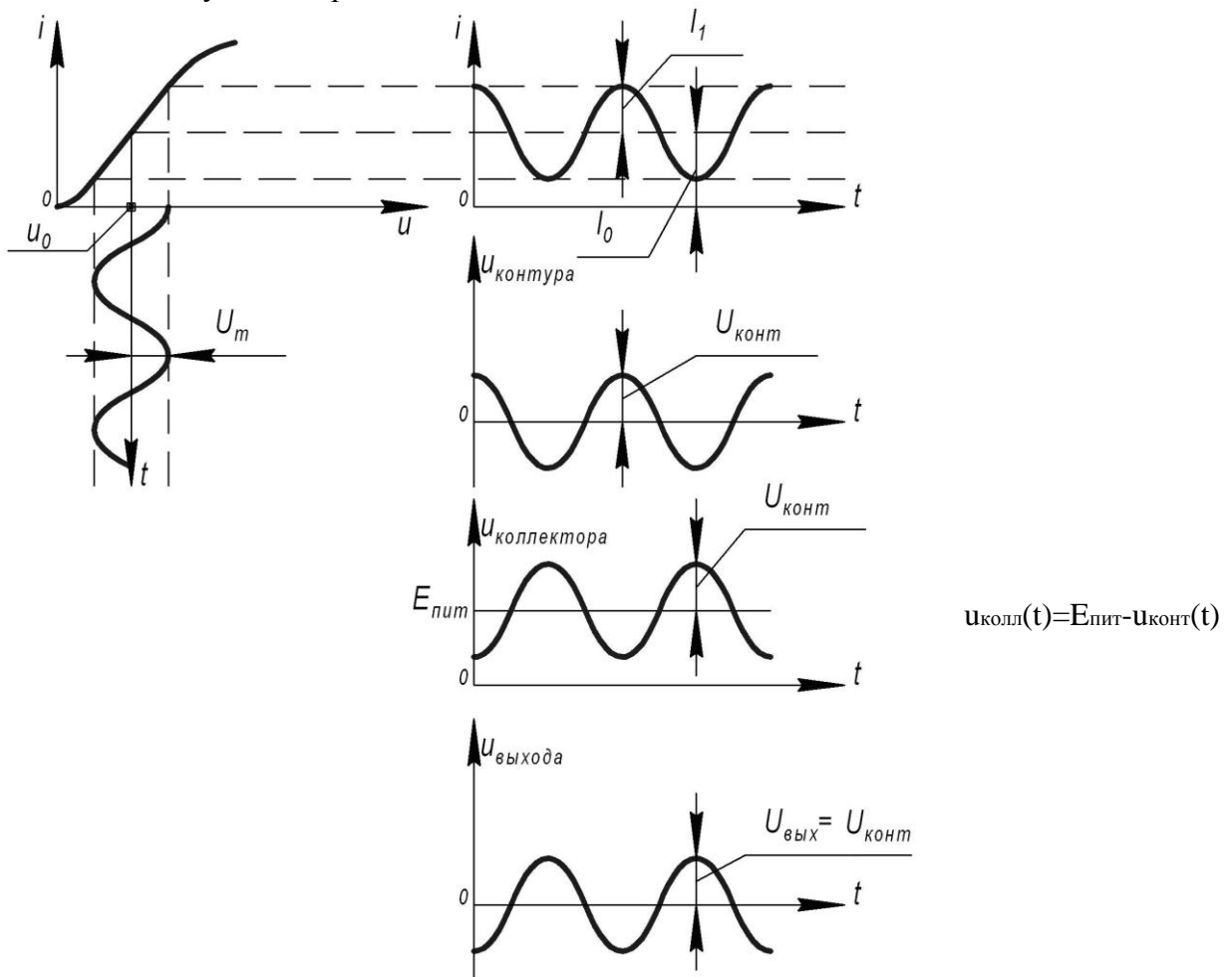
Изобразим схему резонансного усилителя:



РУ может быть линейным и нелинейным, в зависимости от режима работы транзистора. Чтобы усилитель был линейным, необходимо выбрать напряжение смещения  $U_0$  и амплитуду



гармонического воздействия  $U_m$ , такими, чтобы изменение входного напряжения не выходило за пределы линейного участка проходной ВАХ.



$$u_{колл} = E_{пит} - u_{конт}$$

$$U_{вых} = U_{конт} = I_1 \cdot R_{oe}, \text{ (без учёта } R_i \text{ и } R_l)$$

где  $I_1 = S \cdot U_m$  - амплитуда первой гармоники тока;

$R_{oe}$  - резонансное сопротивление контура;

$$U_{вых} = U_{конт} = S \cdot U_m \cdot R_{oe}.$$

Резонансный коэффициент усиления:

$$H_0 = \frac{U_{вых}}{U_m} = S \cdot R_{oe}.$$

Недостатками линейного резонансного усилителя являются:

а) малая амплитуда выходного сигнала и, следовательно, малая выходная мощность (так как вынуждены работать на ограниченном участке ВАХ).

б) Малый коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{P_{вых}}{P_{пот}} = \frac{1/2 U_{вых} \cdot I_1}{I_0 E_{пит}} < \frac{1}{2} \text{ (реально около 25\%),}$$

т.к.  $I_1 < I_0$ ;

$$U_{вых} < E_{пит};$$

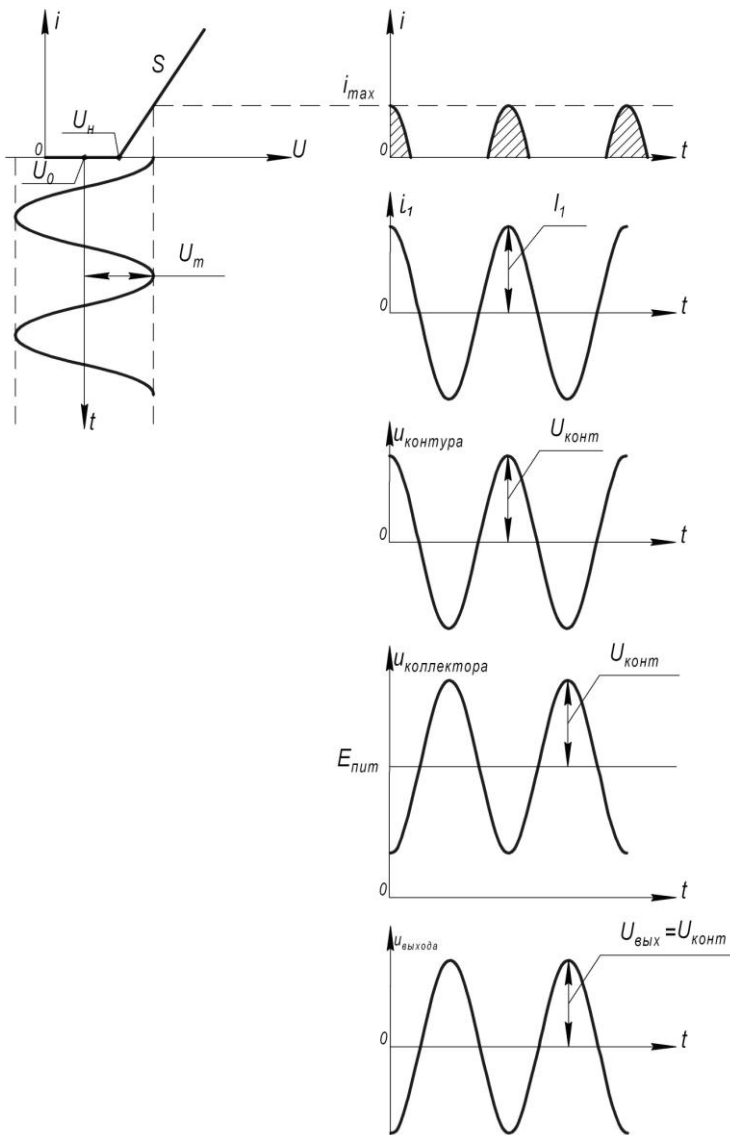
$P_{вых}$  - полезная (колебательная) мощность;

$P_{пот}$  - мощность, потребляемая от источника питания;

Нелинейное резонансное усиление: если перейти к нелинейному режиму работы (транзистора), то можно снять ограничение амплитуды воздействия и использовать полный размах ВАХ транзистора. Это позволит существенно увеличить выходную мощность. Для устранения связанных с этим нелинейных искажений выходного сигнала (появление паразитных гармоник в

составе тока), можно увеличить добротность контура так, чтобы на нем заметное падение напряжения создавала лишь первая гармоника тока. Для этого необходимо чтобы  $\omega_{рез} = \omega_n$ , а полоса пропускания была меньше  $\omega_n$ .

Рассмотрим, что будет при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ.



Как видим, нелинейный резонансный усилитель, при высокой добротности контура, дает отклик на гармонический сигнал гармонической формы (как в линейном усилителе).

Анализ нелинейного усилителя.

1) Амплитуда выходного напряжения (без учёта  $R_i$  и  $R_1$ )

$$U_{вых} = U_{конт} = I_1 R_{oe}, \text{ где } I_1 = S U_m \gamma_1(\theta) \quad (1)$$

$$\cos \theta = \frac{U_H - U_0}{U_m}$$

Обозначим  $S \gamma_1(\theta) = S_{cp}$  – средняя крутизна транзистора, или крутизна, приведенная к первой гармонике тока.

$S_{cp} = S_{cp}(\theta) = S_{cp}(U_m)$  (зависит от амплитуды воздействия  $U_m$ ) – это признак нелинейной цепи.

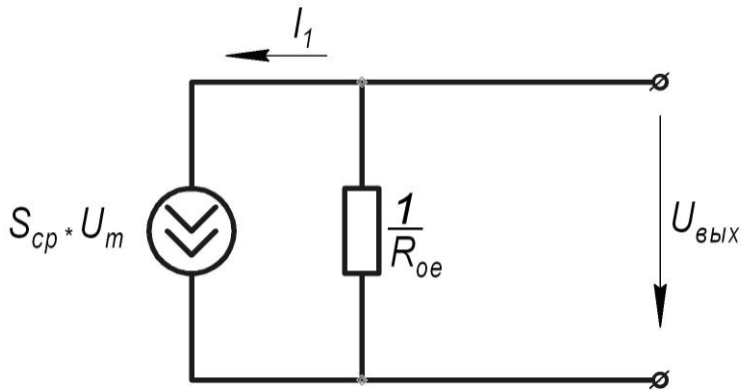
$U_{вых} = S_{cp} U_m R_{oe}$  (2) – это выражение отличается от полученного для линейного усилителя тем, что  $S$  заменена  $S_{cp}$ .

В общем случае нельзя сказать, что  $U_{вых} \sim U_m$ , так как  $S_{cp}$  тоже зависит от  $U_m$ .

Если  $U_m = const$ , то  $S_{cp} = const$  и, следовательно,  $U_{вых} \sim U_m$  (как в линейном усилителе).

Это типично для гармонического воздействия или радиосигнала с угловой модуляцией.

При этом для нелинейного резонансного усилителя можно использовать квазилинейную схему замещения.



Эта схема квазилинейна, так как в нее входит параметр  $S_{cp}$ , который зависит от  $U_m$ , но при  $U_m = const, S_{cp} = const$ .

Эта схема изображена без учета  $R_i$  и  $R_l$ :

Резонансный коэффициент усиления для нелинейного усилителя

$$H_{0HY} = \frac{U_{вых}}{U_m} = S_{cp} \cdot R_{oe}$$

$$0 < S_{cp} < S, \text{ при } 0 < \theta < 180^\circ, 0 < H_{0HY} < H_{0ЛУ}$$

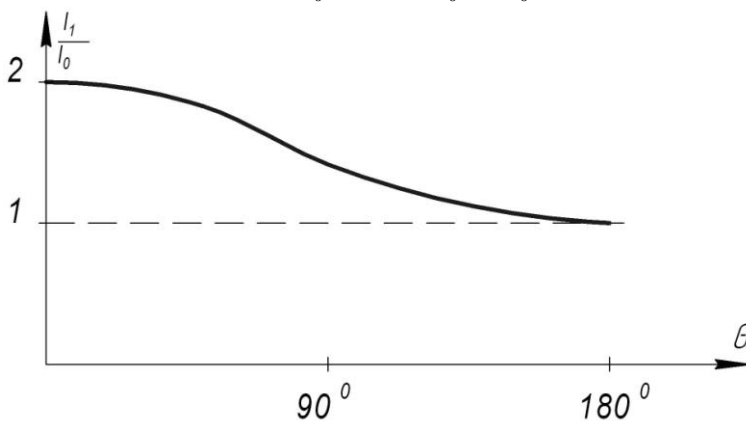
Самый большой  $H_{0HY}$ , если  $\theta \rightarrow 180^\circ$ .

Рассмотрим, что будет с КПД:

$$\eta = \frac{P_{вых}}{P_{вх}} = \frac{\frac{1}{2} U_{вых} \cdot I_1}{I_0 E_{пит}}$$

В нелинейном режиме можно  $U_{вых}$  сделать близким к  $E_{пит}$ .

Найдём, как зависит  $\frac{I_1}{I_0}$  от  $\theta$ :  $\frac{I_1}{I_0} = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$



Как видно из рисунка, для увеличения КПД необходимо  $\theta$  сделать как можно меньше.

$$\theta \rightarrow 0, \frac{I_1}{I_0} \rightarrow 2, \eta \rightarrow 1$$

В нелинейном РУ КПД выше, чем в линейном усилителе.

$$\text{В частности, при } \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{I_1}{I_0} = 1,57 \Rightarrow \eta = 0,78\%, H_{0HY} = \frac{H_{0ЛУ}}{2}$$

«Похожесть» НРУ и ЛРУ заключается в том, что при воздействии радиосигнала с постоянной огибающей амплитуда отклика усилителя пропорциональна амплитуде воздействия

как в линейном, так и в нелинейном РУ. Это позволяет использовать для анализа НРУ квазилинейную схему замещения.

Ранее при построении схемы замещения нелинейного резонансного усилителя не учитывалось влияние выходного сопротивления транзистора. Чтобы учесть это влияние, то есть влияние выходного напряжения на ток транзистора, нужно ввести понятие управляющего напряжения.

$$U_{упр} = U_m - D \cdot U_{вых} - \text{амплитуда управляющего напряжения,}$$

$$D = \frac{1}{\mu} - \text{проницаемость прибора,}$$

$\mu$  - коэффициент усиления транзистора.

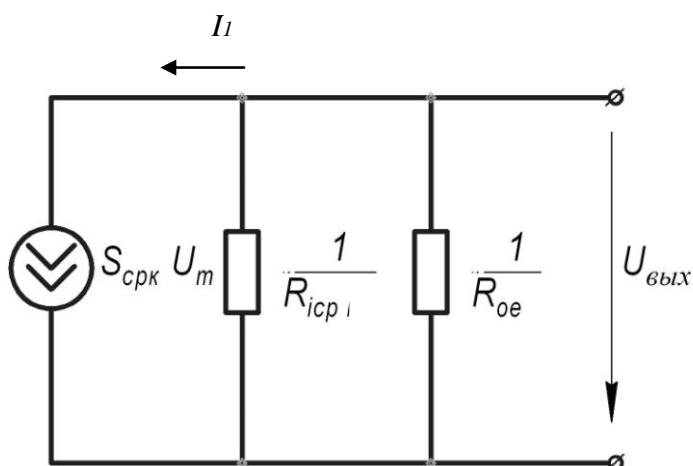
$$I_1 = S_{cp} \cdot U_{упр} = S_{cp} \cdot U_m - S_{cp} \cdot D \cdot U_{вых}$$

$$\text{Обозначим } \frac{1}{S_{cp} D} = R_{i\text{cp}} = \frac{R_i}{\gamma_1(\theta)}$$

$R_{i\text{cp}}$  – выходное сопротивление транзистора, приведенное к первой гармонике тока.

$$I_1 = S_{cp} \cdot U_m - \frac{1}{R_{i\text{cp}}} U_{вых}$$

Квазилинейная схема замещения резонансного усилителя:



$S_{cp}$  и  $R_{i\text{cp}}$  зависят от  $U_m$ .

Рассмотренный подход к анализу нелинейного резонансного усилителя, с применением квазилинейной схемы замещения, называется квазилинейным методом анализа.

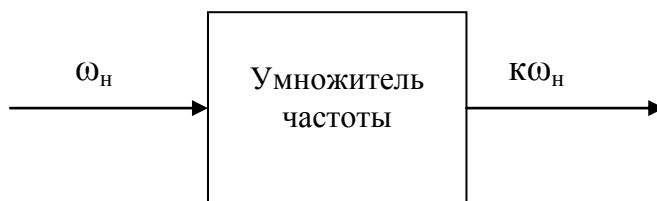
Условия применимости этого метода:

- 1) Высокая добротность контура, позволяющая сохранить гармоническую форму отклика.
- 2) Огибающая входного сигнала должна быть постоянной.

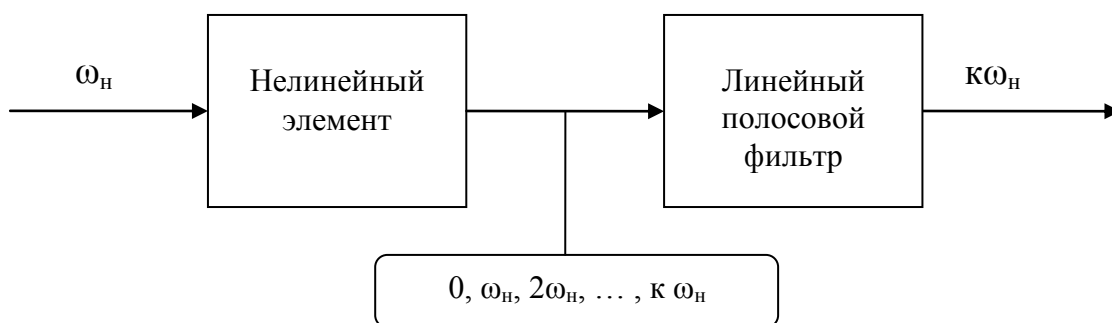
Заметим, что если воздействие АМ колебание, т. е.  $U_m \neq \text{const}$  нужно  $U_0$  приравнять  $U_n$ , тогда  $\theta = \pi/2$ , при любом  $U_m$ .

## §5. Применение нелинейной РТЦ для умножения частоты колебаний (умножитель частоты).

Умножитель частоты – устройство, преобразующее гармоническое колебание с частотой  $\omega_n$ , в гармоническое колебание с частотой, кратной  $\omega_n$ , то есть  $k\omega_n$ .



Поскольку выходная частота отличается от входной, умножитель частоты не может быть линейной РТЦ. Он может быть нелинейной цепью. Воспользуемся типовым радиотехническим звеном.



Полосовой фильтр должен быть настроен на частоту  $k\omega_n$ , а его полоса пропускания  $2\Delta\omega$  должна быть менее  $\omega_n$ .

Умножитель можно реализовать на базе приведенной ранее схемы НРУ, если настроить контур усилителя на частоту  $\omega_p = k\omega_n$ .

Если воспользоваться кусочно-линейной аппроксимацией ВАХ и сделать высокую добротность контура, то для его анализа можно воспользоваться квазилинейным методом.

$S_{cpk} = S \cdot \gamma_k(\theta)$  - крутизна транзистора приведенная к  $k$ -ой гармонике тока.

$$I_k = S_{cpk} \cdot U_m$$

$S_{cpk} = S_{cpk}(\theta) = S_{cpk}(U_m)$  - параметр зависит от приложенного напряжения (нелинейный элемент).

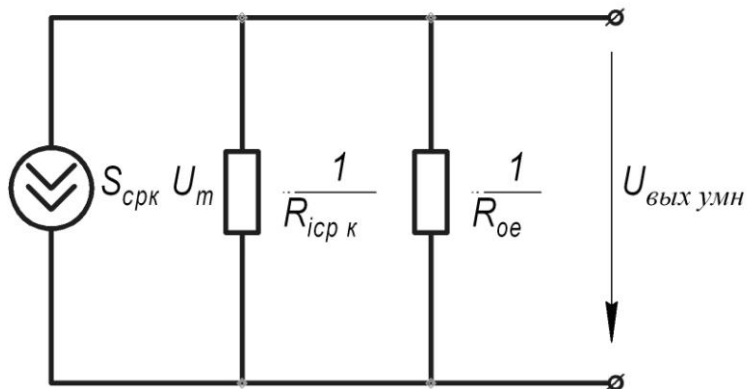
На контуре умножителя заметное падение напряжения создает лишь  $k$ -ая гармоника тока.

$$U_{вых\ умн} = I_k \cdot R_{oe} = S_{cpk} \cdot R_{oe} \cdot U_m \text{ (без учета } R_i \text{ и } R_1)$$

В частном случае, когда  $U_m = const$ , амплитуда выходного напряжения умножителя пропорциональна  $U_m$  ( $U_{вых\ умн} \sim U_m$ ), можно использовать квазилинейную схему замещения. Если учесть влияние выходного сопротивления транзистора то:

$$R_{i\ cpk} = \frac{1}{S_{cpk} \cdot D}$$

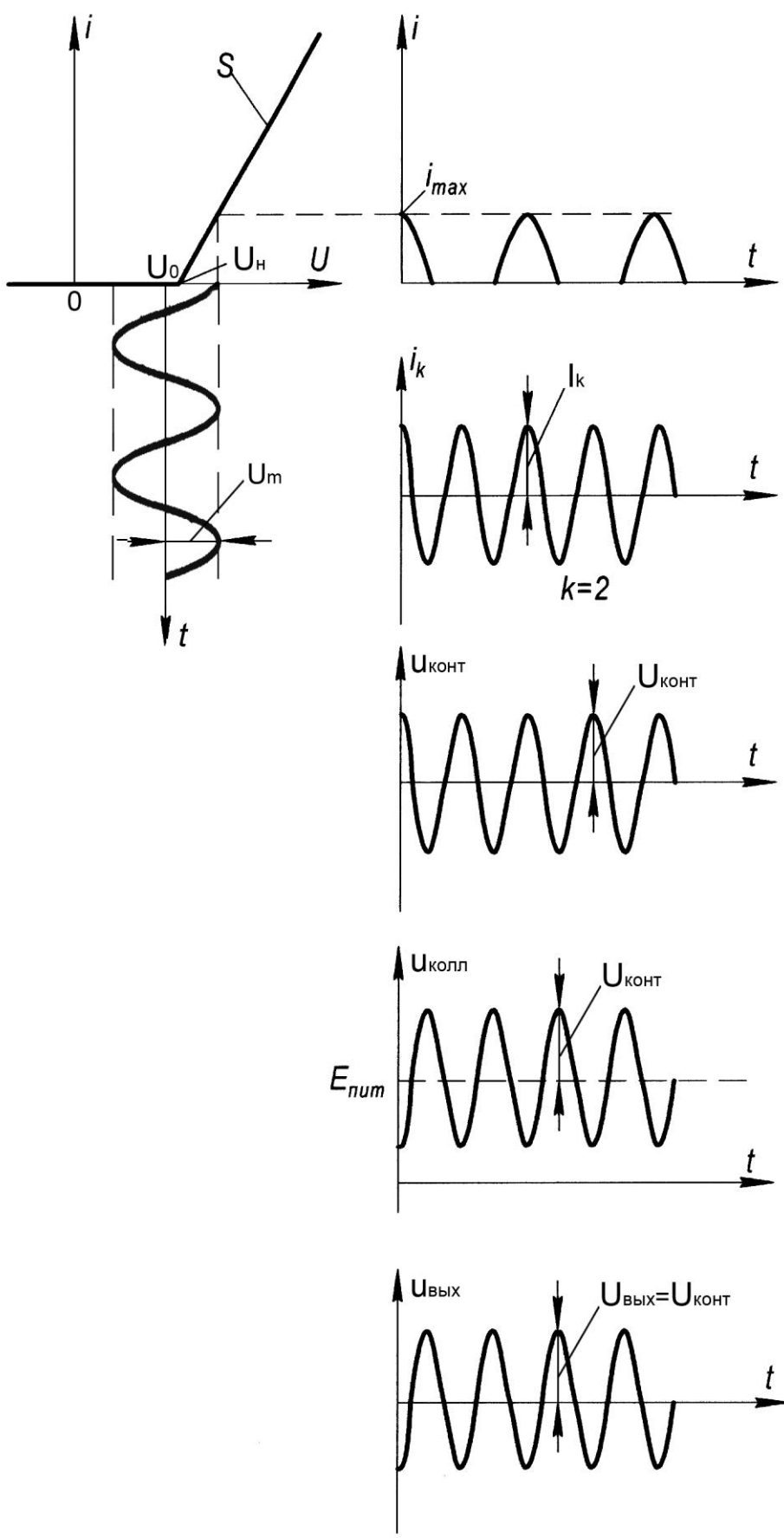
$$R_{i\ cpk} = \frac{R_i}{\gamma_k(\theta)}$$



При выборе оптимального угла отсечки для умножителя необходимо учесть следующее:

- 1) Если  $U_m = \text{const}$ , то  $U_{вых умн.} = \text{max}$  при  $\gamma_k = \text{max}$ , т. е. при  $\theta = \frac{180^\circ}{\kappa}$
- 2) Если  $i_{max} = \text{const}$ , а подбор необходимого угла отсечки осуществляется одновременным изменением  $U_0$  и  $U_m$ , то  $U_{вых умн.} = \text{max}$  при  $\alpha_k = \text{max}$ , т. е. при  $\theta = \frac{120^\circ}{\kappa}$

Изобразим временные диаграммы, характеризующие работу умножителя частоты ( $k=2$ ) при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ транзистора.

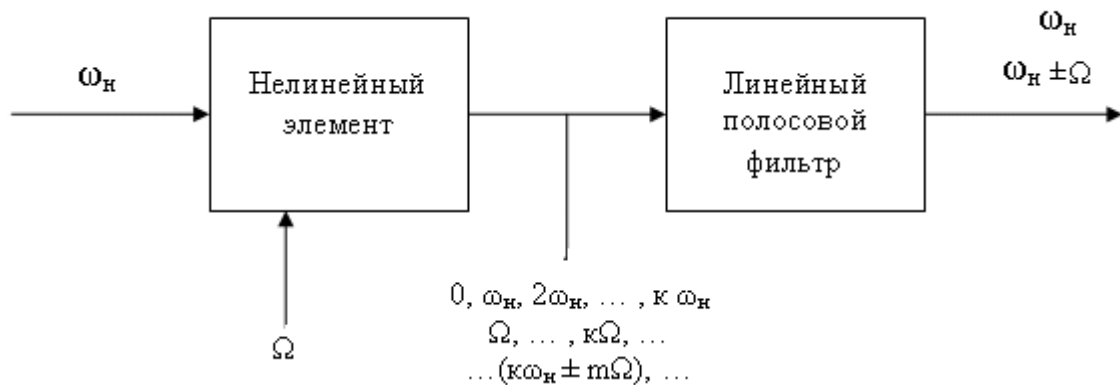


## §6. Применение нелинейной РТЦ для получения АМК (амплитудный модулятор смещением).

Амплитудный модулятор – устройство, предназначенное для получения АМК.



Так как на выходе модулятора появляются новые частоты, то для амплитудной модуляции нельзя использовать линейную РТЦ. Воспользуемся типовым радиотехническим звеном.



Полосовой фильтр должен быть настроен на частоту  $\omega_n$ , а его полоса пропускания должна быть порядка  $2\Omega$

Рассмотрим можно ли построить амплитудный модулятор на базе нелинейного резонансного усилителя. При подаче на его вход несущего колебания с амплитудой  $U_m$  при кусочно-линейной аппроксимации ВАХ получим.

$$U_{\text{вых}} = I_1 \cdot R_{oe}, \text{ где } I_1 = S_{cp} \cdot U_m = S \cdot \gamma_1(\theta) \cdot U_m \quad (1),$$

$$\text{где } \gamma_1(\theta) = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi};$$

$U_m$  – амплитуда несущего колебания (постоянна).

При амплитудной модуляции  $U_{\text{вых}} \sim s(t)$ , для этого необходимо, чтобы

$$I_1 \sim s(t)$$

$$\theta \sim \theta(t)$$

Чтобы осуществить амплитудную модуляцию, нужно менять  $\theta$  во времени одним из  $2^x$  – способов:

$$1) U_0 = const$$

$$2) U_H = const$$

$$U_H = U_H(s(t))$$

$$U_0 = U_0(s(t))$$

Рассмотрим второй вариант (модуляцию смещением). Основной характеристикой модулятора смещением является статическая модуляционная характеристика (СМХ),

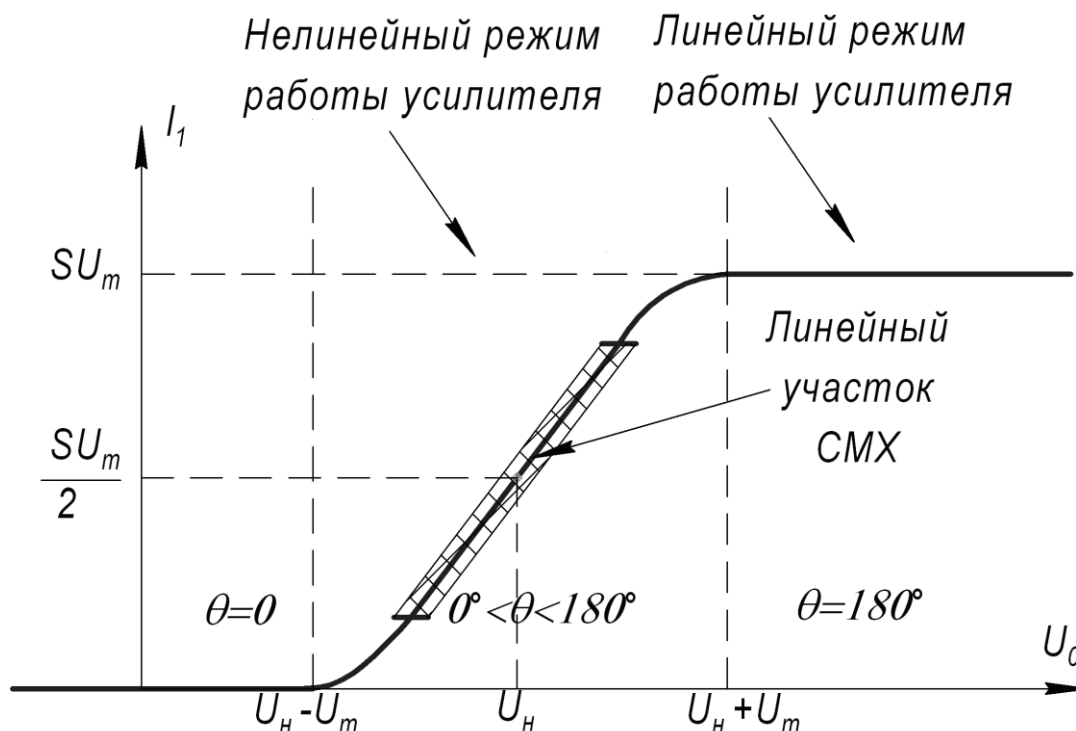


представляющая собой зависимость амплитуды первой гармоники тока  $I_1$  от напряжения смещения  $U_0$ , при постоянной амплитуде воздействия  $U_m$ .

$$I_1 = I_1(U_0) \Big|_{U_m = \text{const}} - \text{СМХ}$$

$$I_1 = \frac{SU_m}{\pi} (\theta - \sin \theta \cos \theta), \text{ где } \theta = \theta(U_0) \quad (2)$$

Построим статическую модуляционную характеристику (СМХ), используя выражение (2):



1)  $U_0 \geq U_H + U_m$ ;  $\theta = \pi$ ;  $I_1 = SU_m$  - линейный режим работы транзистора (модуляция отсутствует)

2)  $U_0 \leq U_H - U_m$ ;  $\theta = 0$ ;  $I_1 = 0$  - транзистор закрыт

3)  $U_H - U_m < U_0 < U_H + U_m$  - нелинейный режим работы транзистора (происходит

амплитудная модуляция). В частности, при  $U_0 = U_H$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $I_1 = \frac{SU_m}{2}$ .

Чтобы амплитудная модуляция была неискаженной, то есть  $I_1 \sim U_0$ , нужно работать на линейном участке СМХ (заштриховано). Заметим, что этот участок составляет 70% от всего размаха СМХ. Следовательно, максимальный коэффициент модуляции, при отсутствии искажений, не может быть больше 0.7.

Рассмотрим гармонический закон модуляции:

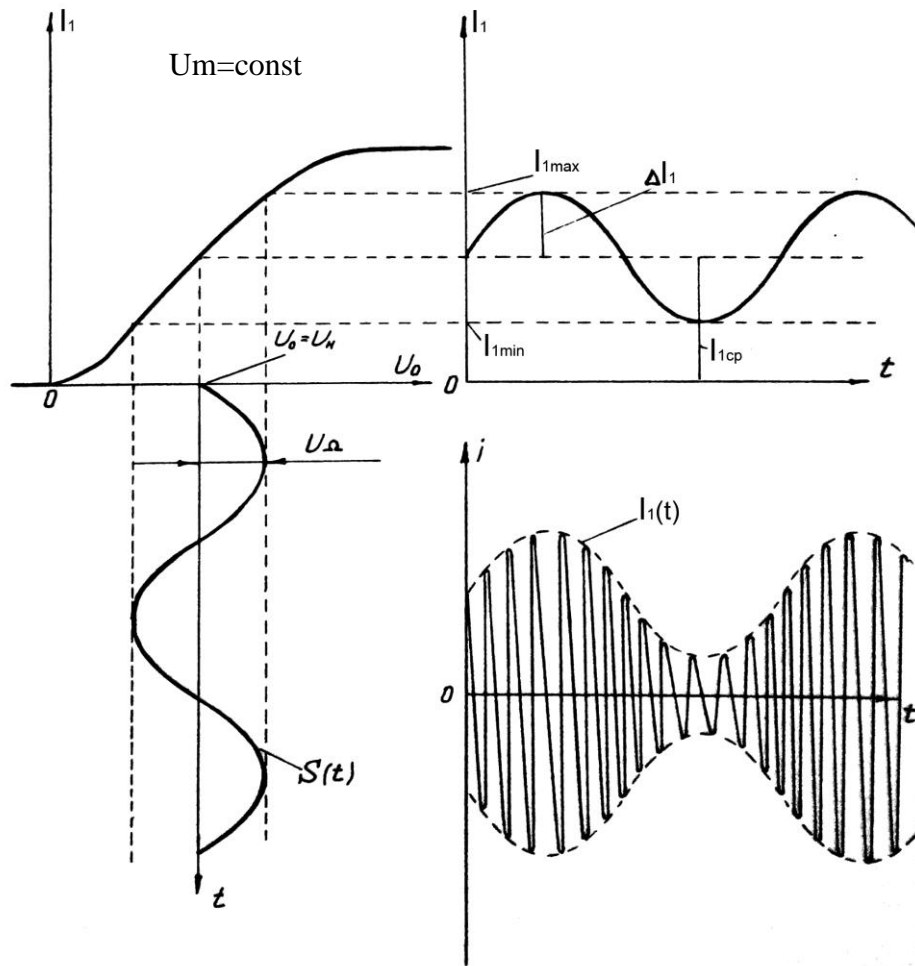
$$s(t) = U_\Omega \cdot \cos(\Omega t)$$

$$\Omega \ll \omega_H;$$

$$U_0 = U_{00} + s(t);$$

$$U_0 = U_{00} + U_\Omega \cos(\Omega t)$$

Для полного использования линейного участка СМХ выбирают среднее значение напряжения смещения  $U_{00} = U_H$ .



$$M_{I_1} = \frac{\Delta I_1}{I_{1cp}} = \frac{I_{1max} - I_{1min}}{I_{1max} + I_{1min}}$$

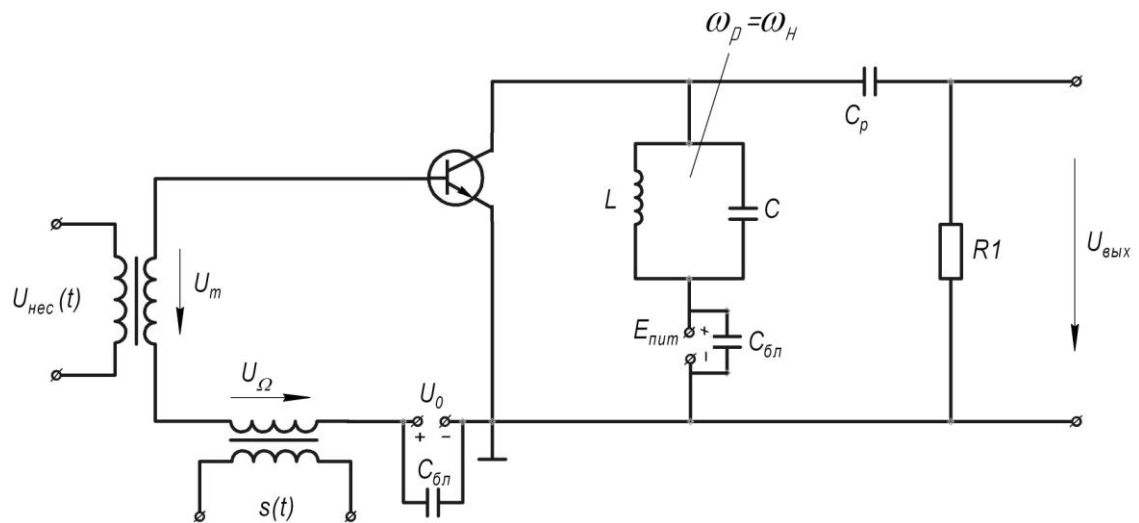
$$U_{\Omega} \uparrow \rightarrow M_I \uparrow$$

$$\text{Если } \Delta I_1 = \frac{1}{2} I_{1cp}; M_{I_1} = 50\%$$

По известной СМХ можно найти:

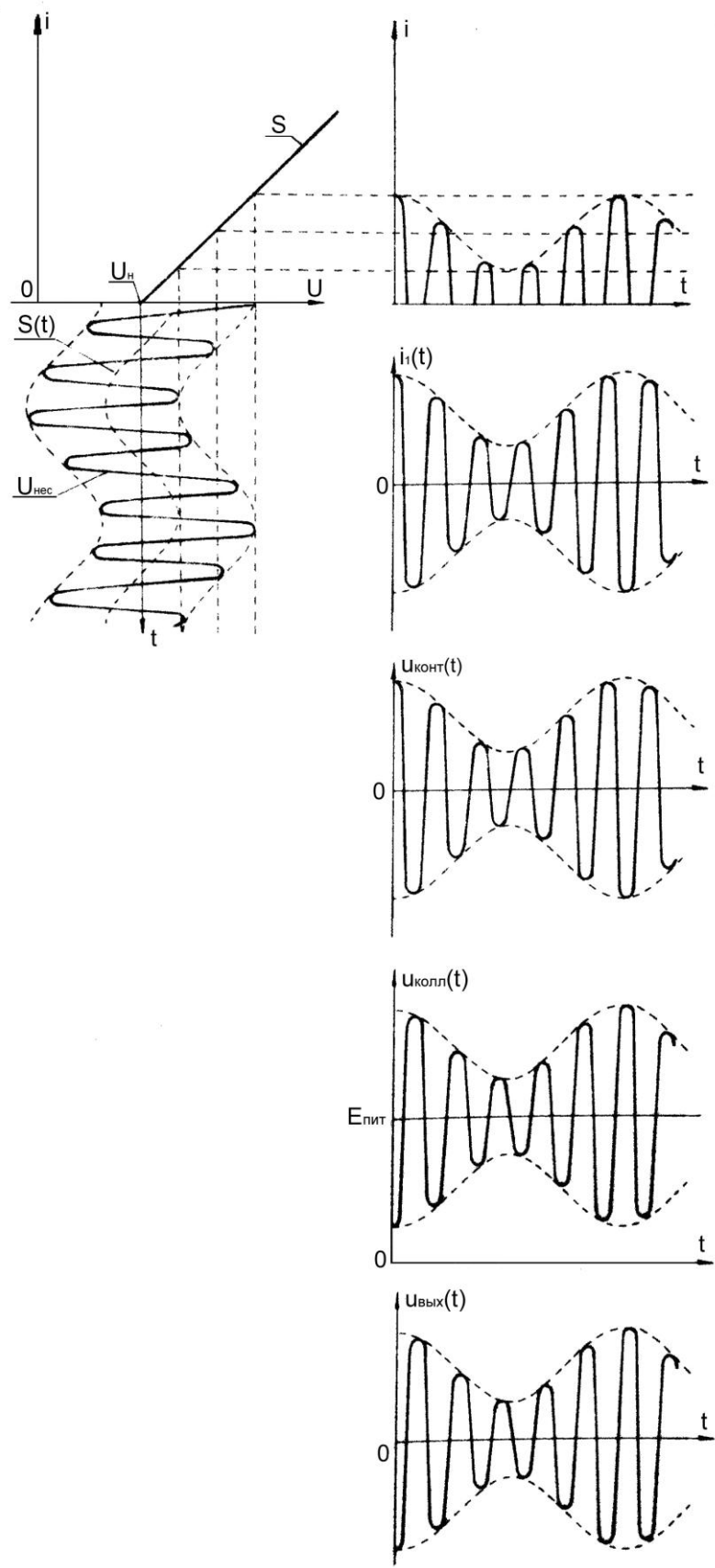
- 1) глубину модуляции  $M_{II}$  при заданной амплитуде  $U_{\Omega}$ ;
- 2) требуемую величину  $U_{\Omega}$  при заданной глубине модуляции.

Изобразим схему амплитудного модулятора:



LC-контур выполняет функции линейного полосового фильтра. Этот контур должен быть настроен на частоту  $\omega_{\text{ц}}$ .

Временные диаграммы в модуляторе:



Если АЧХ контура прямоугольная, то полоса пропускания должна быть равной  $2\Delta\omega = 2\Omega_{\text{max}}$ , а средняя частота полосы пропускания  $\omega_p = \omega_H$ . Тогда глубина модуляции выходного напряжения

$$M_{U_{\text{вых}}} = M_{I_1}$$

Для реального резонансного контура с эквивалентной добротностью  $Q_3$  АЧХ неравномерна,

поэтому  $M_{U_{\text{вых}}} < M_{I_1}$ , т.к.  $M_{U_{\text{вых}}} = \frac{M_{I_1}}{\sqrt{1 + \left(2Q_3 \frac{\Omega}{\omega_p}\right)^2}}$

На практике для того, чтобы  $M_{U_{\text{вых}}} \approx M_{I_1}$  берут полосу пропускания на уровне 0.7:  
 $2\Delta\omega_{0.7} = (3 \dots 4)\Omega_{\text{max}}$ .

### §7. Применение нелинейной РТЦ для детектирования АМК.

Амплитудный детектор – устройство, предназначенное для выделения того управляющего колебания, которым была промодулирована амплитуда несущего колебания.

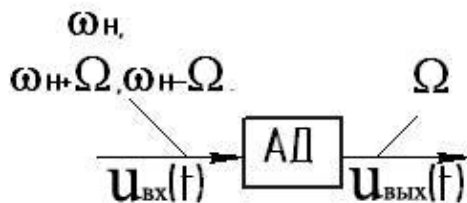
$$u_{\text{ex}}(t) = U_{\text{ex}}(t) \cdot \cos(\omega_H t)$$

$U_{\text{ex}}(t)$  – огибающая входного колебания,

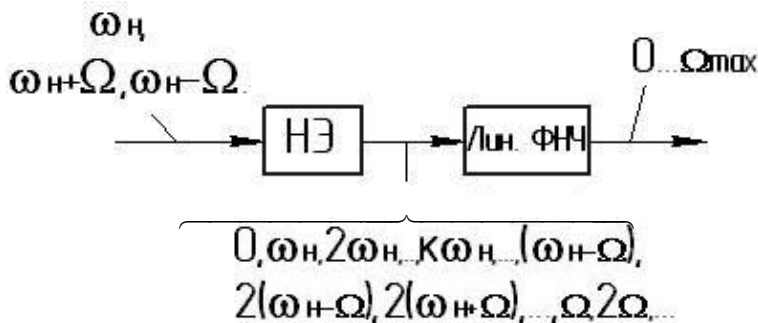
Так как  $U_{\text{ex}}(t) \sim s(t)$ , то должно выполняться условие  $u_{\text{вых}}(t) \sim U_{\text{ex}}(t) \sim s(t)$

#### При гармонической АМ

Так как в детекторе происходит преобразования спектра сигнала, то он не может быть линейной цепью.

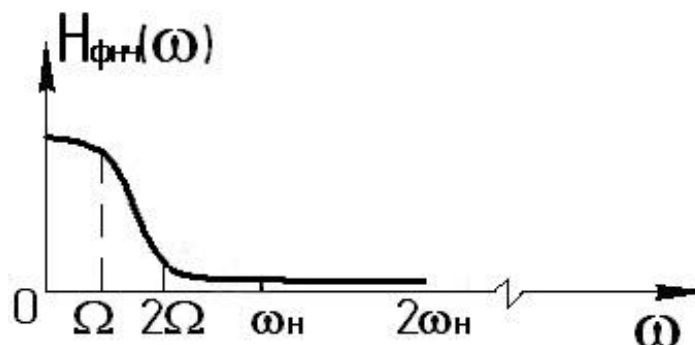


Вспользуемся типовым радиотехническим звеном

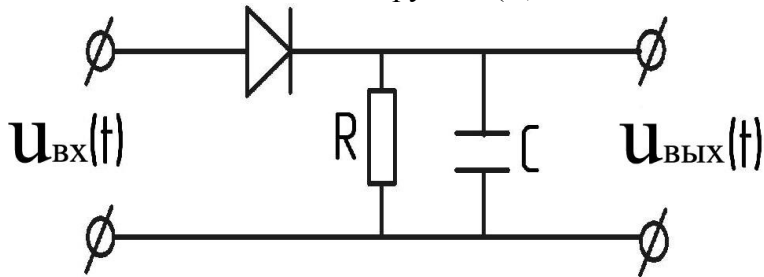


$$\underbrace{0, \omega_H, 2\omega_H, k\omega_H, (\omega_H - \Omega), 2(\omega_H - \Omega), 2(\omega_H + \Omega), \dots, \Omega, 2\Omega, \dots}_{\text{ФНЧ}}$$

#### ФНЧ



Рассмотрим одну из возможных схем детектора, а именно диодный амплитудный детектор с последовательно включенной нагрузкой (R).



Диод – нелинейный элемент.

RC-цепь – ФНЧ.

$$\tau_{\text{и}} = RC ; \omega_{\text{ср}} = \frac{1}{RC} - \text{границная частота ФНЧ.}$$

$$\frac{1}{\omega_{\text{н}}} \ll RC \ll \frac{1}{\Omega_{\text{мак}}}, \text{ потому что } \Omega \ll \omega_{\text{н}}.$$

Различают два режима работы диодного детектора:

- 1) детектирование слабых сигналов;
- 2) детектирование сильных сигналов.

1) Детектирование слабых сигналов.

ВАХ диода на начальном участке похожа на параболу.

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$$

$$u = u_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}}(t) \cdot \cos(\omega_{\text{н}} t)$$

$$i = a_0 + a_1 \cdot U_{\text{вх}}(t) \cdot \cos(\omega_{\text{н}} t) + \frac{a_2 \cdot U_{\text{вх}}^2(t)}{2} + \frac{a_2 \cdot U_{\text{вх}}^2(t)}{2} \cos(2\omega_{\text{н}} t)$$

$$i_{\text{ФНЧ}} = a_0 + \frac{a_2 \cdot U_{\text{вх}}^2(t)}{2} \sim U_{\text{вх}}^2(t)$$

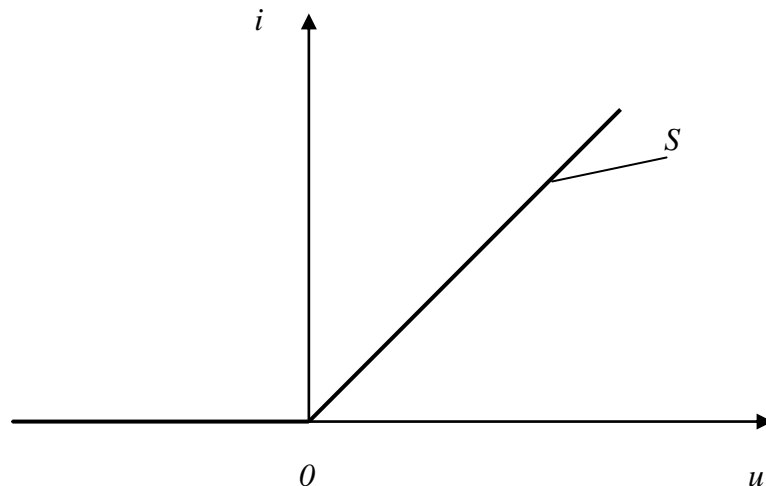
$$U_{\text{вых дет}}(t) \sim U_{\text{вх}}^2(t) \sim s^2(t)$$

Вывод: детектирование слабых сигналов квадратичное.

Это приводит к искажению сигнала на выходе. Поэтому, при детектировании АМК режим детектирования слабых сигналов не допускается

2) Детектирование сильных сигналов.

При детектировании сильных сигналов применяют грубую(кусочно-линейную) аппроксимацию ВАХ диода.



$$U_H = 0, i = \begin{cases} 0, & u < 0 \\ Su, & u \geq 0 \end{cases}$$

а) Детектирование немодулированного сигнала (выпрямление).

$$u_{\text{ex}}(t) = U_{\text{ex}} \cdot \cos(\omega_H t), \text{ где } U_{\text{ex}} = U_m = \text{const}$$

Если гармонический сигнал воздействует на нелинейный элемент, то его ток содержит составляющие с частотами  $\theta, \omega_H, 2\omega_H, \dots, k\omega_H, \dots$ . Фильтр нижних частот пропускает только постоянную составляющую тока ( $I_0$ ).

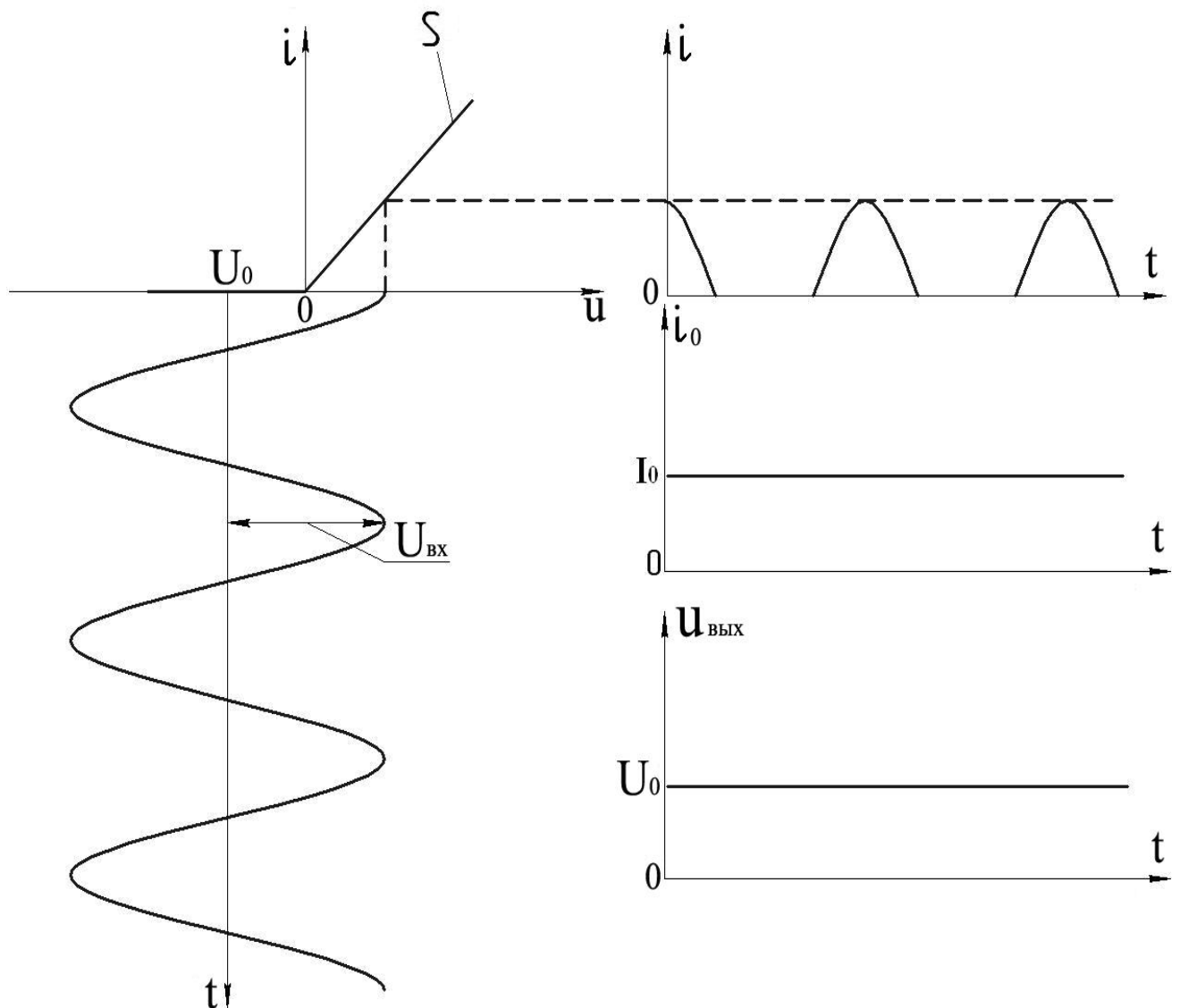
$$u_{\text{вых}}(t) = I_0 R = U_0 = \text{const}, \text{ где}$$

$$I_0 = S \cdot U_{\text{ex}} \cdot \gamma_0(\theta); \quad \gamma_0(\theta) = \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi}$$

Следовательно

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{S U_{\text{ex}} R}{\pi} (\sin \theta - \theta \cos \theta) \quad (1)$$

Выпрямленное напряжение  $U_0$  для диода является напряжением смещения (отрицательным). Изобразим с учётом этого временные диаграммы:



Известно, что  $\cos \theta = \frac{U_H - U_0}{U_{ex}} = -\frac{U_0}{U_{ex}} = \frac{|U_0|}{U_{ex}}$

Отсюда  $u_{вых} = U_0 = U_{ex} \cos \theta$  (2).

Приравняем (1) и (2).

$$\frac{SR}{\pi} (\sin \theta - \theta \cos \theta) = \cos \theta$$

$$\operatorname{tg} \theta - \theta = \frac{\pi}{RS} \quad (3)$$

$$S = \frac{1}{R_i} \text{ - крутизна диода.}$$

$$\operatorname{tg} \theta - \theta = \pi \frac{R_i}{R} \quad (3a)$$

$R$  – Сопротивление нагрузки,

$R_i$  – сопротивление диода (в прямом направлении).

Из выражений (3) и (3a) следует, что угол отсечки зависит от  $R_i$  и  $R$ , и не зависит от  $U_{ex}$  – амплитуды воздействия.

$$\theta = \theta(R_i, R)$$

На практике иногда применяют приближенное выражение:

$$\theta \approx \sqrt[3]{3\pi \frac{R_i}{R}} \quad (4)$$

Так как угол отсечки  $\theta$  не зависит от  $U_{ex}$ , то в соответствии с (2),  $u_{вых} \sim U_{ex}$ , следовательно, режим детектирования сильных сигналов приводит к линейному детектированию. Напряжение смещения  $U_0$  пропорционально амплитуде воздействия  $U_{вх}$  (автоматическое смещение рабочей точки).

Введем понятие коэффициента передачи детектора (выпрямителя):

$$H_{дет} = \frac{U_0}{U_{ex}} = \cos \theta \quad (5)$$

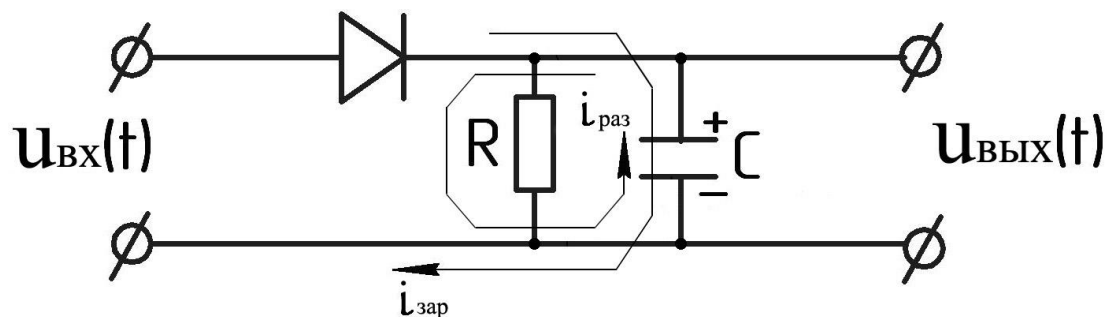
$$u_{вых} = H_{дет} \cdot U_{ex}$$

$$H_{дет} \rightarrow 1 \text{ при } \theta \rightarrow 0^\circ, \text{ т.е. при } R \gg R_i$$

Сформулируем требования к параметрам выпрямителя

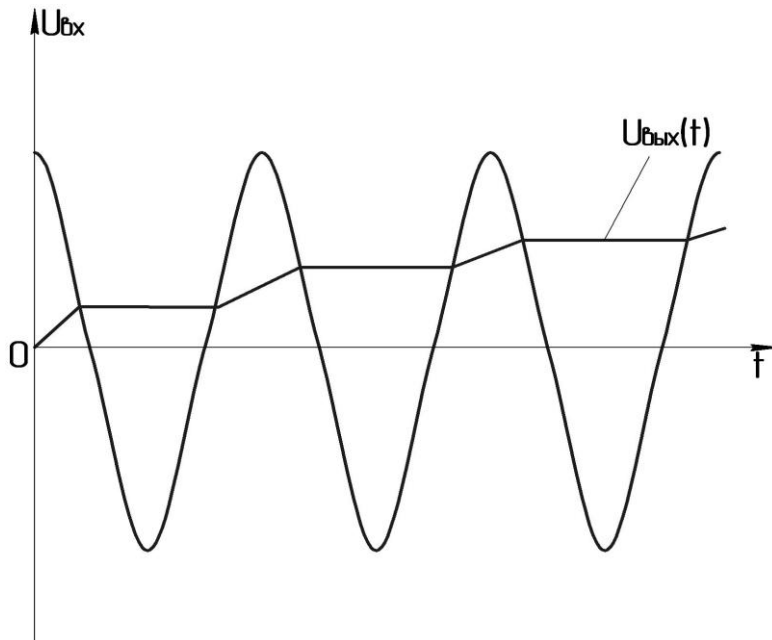
1. RC цепь должна работать как фильтр нижних частот, поэтому  $RC \gg \frac{1}{\omega_H}$  или  $R \gg \frac{1}{\omega_H C}$ ;
2.  $R \gg R_i$ ;
3. Емкость  $C \gg C_d$ ;  $C_d$  - паразитная емкость диода.

Рассмотрим физические процессы в диодном детекторе при подаче на его вход гармонического сигнала (заряд и разряд конденсатора  $C$ ).



Постоянная заряда  $\tau_{зар} = R_i C$ , а постоянная разряда  $\tau_{раз} = R C$ .

$$\tau_{раз} \gg \tau_{зар}$$



В установившемся режиме среднее значение  $u_{\text{вых}} = U_o$ . Пульсации выходного напряжения около среднего значения объясняются неполной фильтрацией в.ч. составляющих тока диода.

б) детектирование АМК. Напомним, что в АМК амплитуда огибающей  $U_{\text{вх}}(t)$  меняется медленно по сравнению с частотой  $\omega_{\text{н}}$ . Так как при детектировании сильных сигналов осуществляется линейное детектирование, то можно утверждать, что выходное напряжение детектора  $u_{\text{вых}} \sim U_{\text{вх}}$ .

$$u_{\text{вых}}(t) = H_{\text{дет}} \cdot U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}}(t) \cdot \cos \theta$$

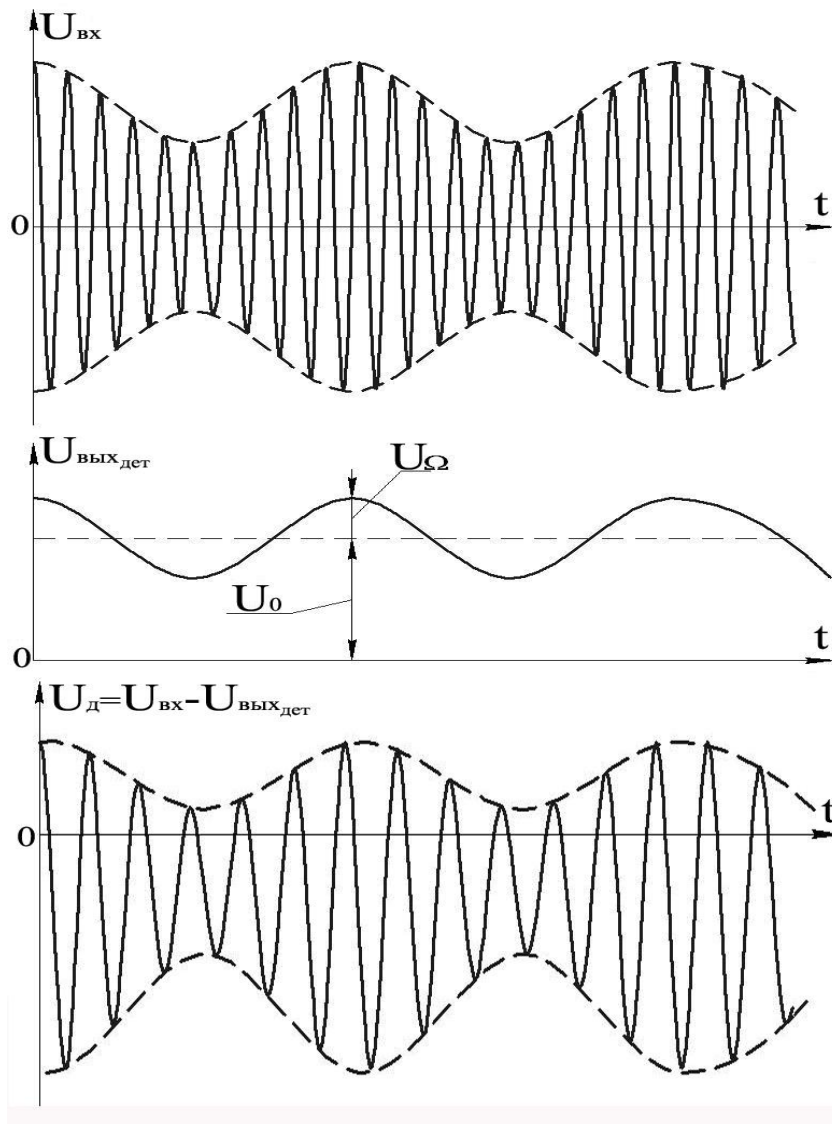
При гармонической амплитудной модуляции:

$$U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}} [1 + M \cos(\Omega t)]$$

$$u_{\text{вых}}(t) = \underbrace{U_{\text{вх}} \cdot \cos \theta}_{U_0} + \underbrace{M \cdot U_{\text{вх}} \cos \theta}_{U_{\Omega}} \cos(\Omega t)$$

$$u_{\text{вых}}(t) = U_0 + U_{\Omega} \cos(\Omega t), \text{ где } U_{\Omega} = M U_{\text{вх}} \cos \theta$$





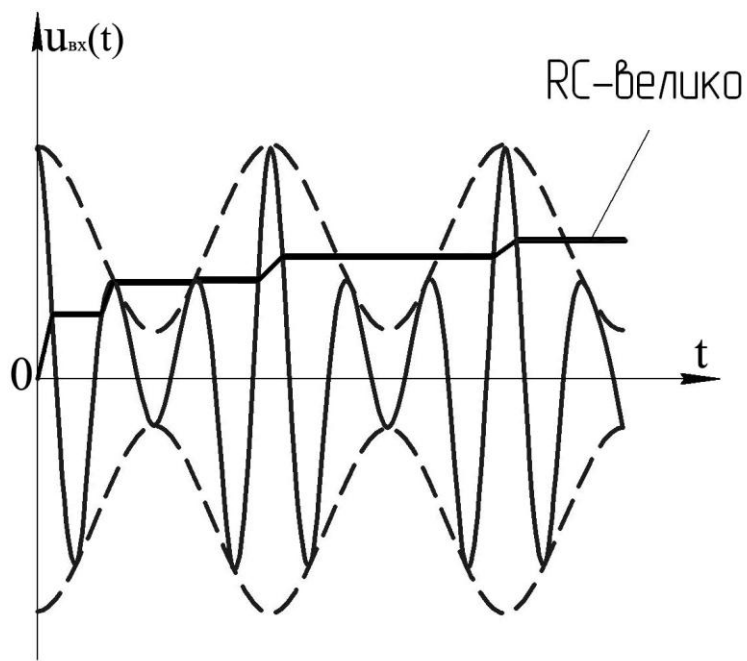
При выборе параметров амплитудного детектора, остаются все требования к выпрямителю:

- 1)  $RC \gg \frac{1}{\omega_H}$ ,  $R \gg \frac{1}{\omega_H C}$  - для подавления высокочастотной составляющей.
- 2)  $R \gg R_i$
- 3)  $C \gg C_d$

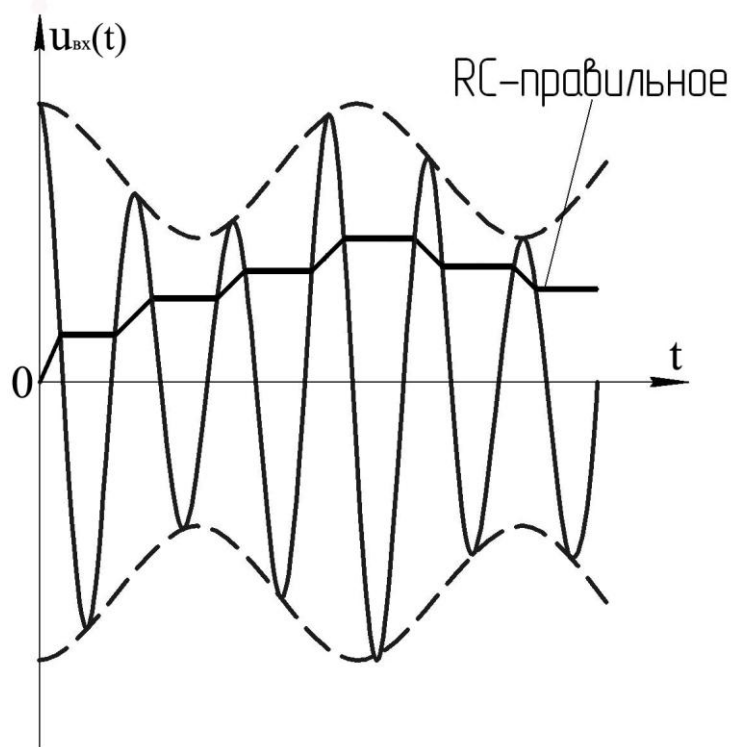
Кроме того, появляется требование прохождения через ФНЧ составляющей с частотой модуляции  $\Omega$ .

$$4) RC \ll \frac{1}{\Omega_{\max}}; R \ll \frac{1}{\Omega_{\max} C}$$

Если условие (4) не выполняется (т.е.  $\tau_{раз} = RC$  - очень велико), то выходное напряжение не повторяет закон изменения огибающей  $U_{вх}(t)$  и детектор превращается в выпрямитель.



При выполнении условия (4) осуществляется амплитудное детектирование. Пульсации выходного напряжения объясняются неполной компенсацией в.ч. составляющих тока диода.



Примечание: одной из важных характеристик детектора является его входное сопротивление  $R_{ex\ det}$ , которое должно быть как можно больше, чтобы не шунтировать предыдущий усилительный каскад.

Из литературы по радиотехнике известно, что для приведенной схемы диодного детектора

$$R_{ex\ det} \approx \frac{R}{2}$$

## §8. Применение нелинейной РТЦ для детектирования ФМК (фазовый детектор).

ФД предназначен для выделения того управляющего колебания  $s(t)$ , в соответствии с которым изменялась фаза несущего колебания.

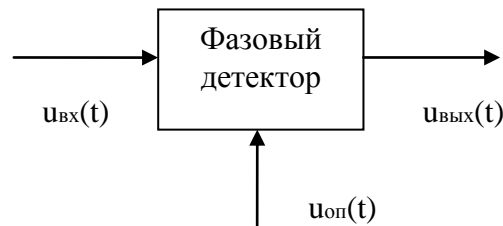
$$U_{ex}(t) = U_{ex} \cos[\omega_H t + \varphi(t)],$$

где  $\varphi(t) \sim s(t)$

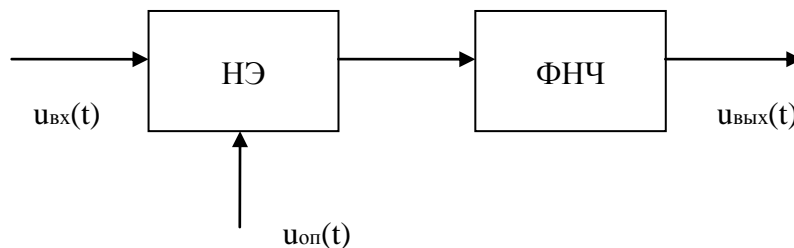
$$U_{вых}(t) \sim \varphi(t) \sim s(t)$$

Заметим, что фаза является относительным параметром, поэтому на фазовый детектор кроме входного колебания нужно подавать опорное колебание с постоянной амплитудой, с фиксированной фазой, с той же частотой  $\omega_H$ .

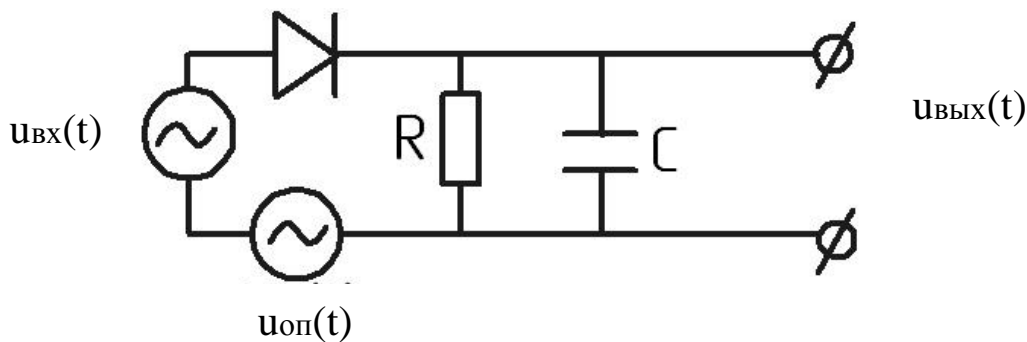
$U_{on}(t) = U_{on} \cos(\omega_H t)$  - опорное колебание.



Так как при детектировании обязательно происходит преобразование спектра сигнала, то фазовый детектор не может быть линейной цепью.



Рассмотрим одну из возможных схем фазового детектора – диодный фазовый детектор.



Функцию ФНЧ выполняет здесь RC-цепь.

Аппроксимируем ВАХ диода полиномом второй степени.

$$i(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$$

$$u = u_{ex}(t) + u_{on}(t)$$

Разложим ток в ряд Тейлора при условии, что амплитуда  $U_{on}$  больше  $U_{ex}$ :

$$U_{on} \gg U_{ex}$$

$$i = i(u_{on}) + \left. \frac{di}{du} \right|_{u=u_{on}} \cdot u_{ex} + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2i}{du^2} \right|_{u=u_{on}} \cdot u_{ex}^2 + \dots \cong$$

Ввиду малости входного сигнала по сравнению с  $U_{on}$ , можно пренебречь слагаемыми содержащими  $u_{ex}^2, u_{ex}^3 \dots$

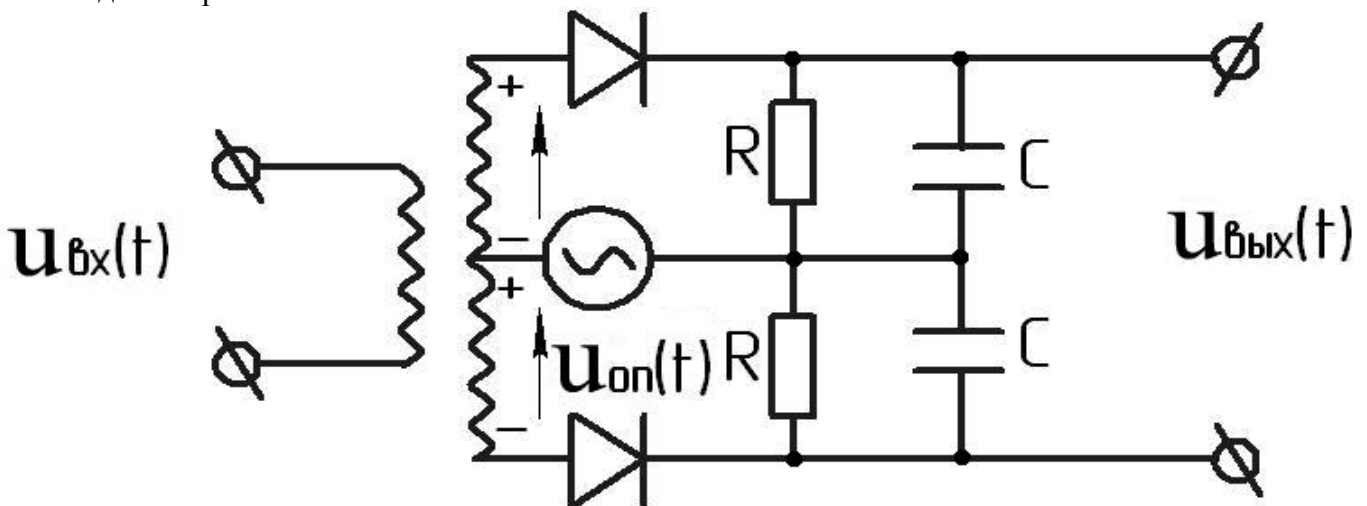
$$\begin{aligned} \text{Тогда } i \cong i(u_{on}) + \left. \frac{di}{du} \right|_{u=u_{on}} \cdot u_{ex} &= a_0 + a_1 u_{on} + a_2 u_{on}^2 + (a_1 + 2a_2 u_{on}) u_{ex} = a_0 + a_1 U_{on} \cos(\omega_H t) + \frac{a_2 U_{on}^2}{2} + \\ &+ \frac{a_2 U_{on}^2}{2} \cos(2\omega_H t) + a_1 U_{ex} \cos[\omega_H t + \varphi(t)] + a_2 U_{on} U_{ex} \cos \varphi(t) + a_2 U_{on} U_{ex} \cos[\omega_H t + \varphi(t)] \end{aligned}$$

ФНЧ выделяет лишь постоянную и низкочастотные (медленно изменяющиеся) составляющие.

$$i_{ФНЧ} = a_0 + \frac{a_2 U_{on}^2}{2} + a_2 U_{on} U_{ex} \cos \varphi(t)$$

$$\text{Тогда } u_{вых}(t) \sim i_{ФНЧ} = const + k \cos \varphi(t)$$

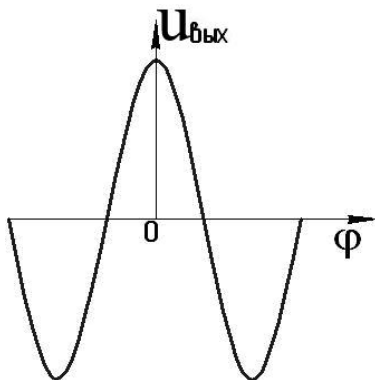
Чтобы избавиться от постоянной составляющей, применяют другую, балансную схему фазового детектора.



Опорное напряжение подается на оба детектора в фазе, входной сигнал в противофазе.

Выходное напряжение равно разности верхнего и нижнего ФД.

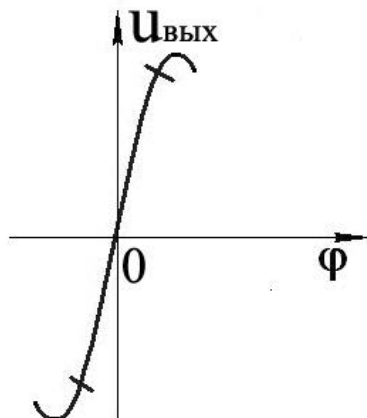
При точной балансировке схемы:  $u_{вых}(t) \sim \cos \varphi(t)$



Недостатки: этот детектор не чувствует знак фазы, т.к. зависимость косинусоидальная.

Чтобы избавиться от этого недостатка, нужно опорное или входное колебание сдвинуть по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . Тогда

$$u_{\text{вых}}(t) \sim \sin \varphi(t)$$



При небольшом изменении фазы, детектирование проходит без искажений  $u_{\text{вых}} \sim \varphi$ , т. к. начальный участок синусоиды практически линеен.

### §9. Применение нелинейной РТЦ для детектирования ЧМК.

Частотный детектор – это устройство, выделяющее то управляющее колебание  $s(t)$ , в соответствии с которым изменяется частота несущего колебания  $\omega(t) \sim s(t)$ . При гармонической частотной модуляции по закону  $\cos(\Omega t)$ , аналитическое выражение ЧМК имеет вид:

$$u_{\text{ex}}(t) = U_m \cos(\omega_H t + m \sin \Omega t)$$

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_H + \omega_D \cos(\Omega t),$$

где  $\omega_D = m \cdot \Omega$

$m$ -индекс угловой модуляции.

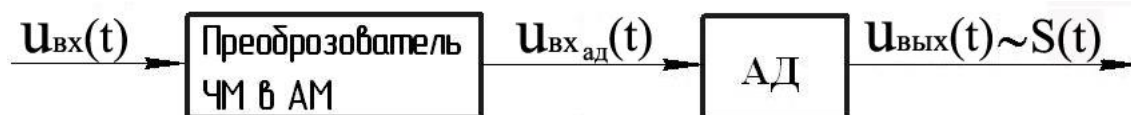
$$S(t) = \cos(\Omega t)$$

т.е  $\omega(t) \sim s(t)$

При частотном детектировании:

$$u_{\text{вых}}(t) \sim \omega(t) \sim s(t)$$

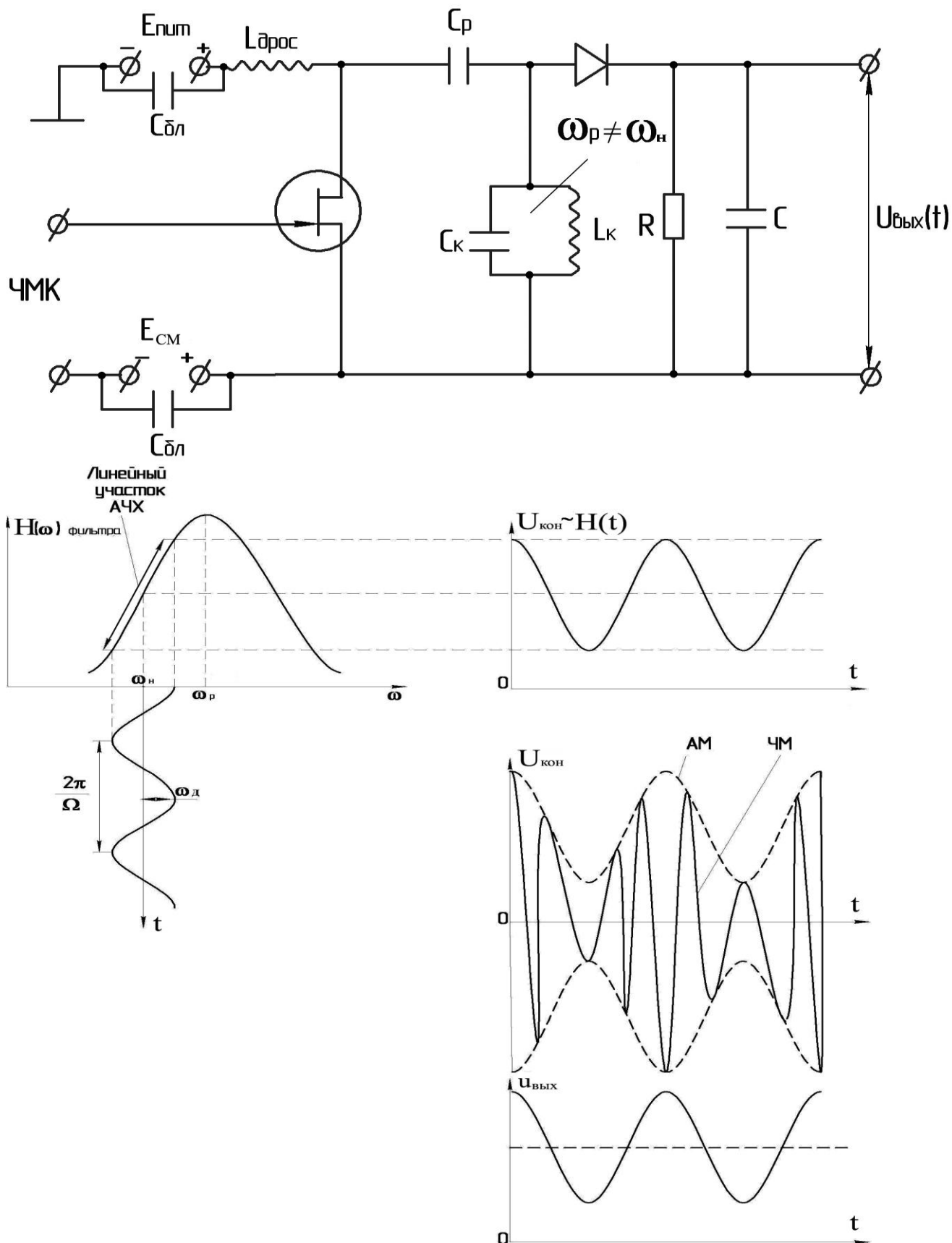
Чаще всего частотное детектирование осуществляется в два приема. Сначала ЧМ преобразуют в АМ, а затем применяют амплитудное детектирование.



$$U_{\text{ex АД}}(t) \sim \omega(t) \sim s(t)$$

$$u_{\text{вых АД}}(t) \sim U_{\text{ex АД}}(t)$$

В качестве преобразователя ЧМ в АМ можно применить расстроенный резонансный усилитель ( $\omega_p$  не совпадает с  $\omega_n$ ). Здесь используется эффект появления паразитной АМ.



Примечание: неискаженное детектирование получается, если изменение  $\omega(t)$  не выходит за пределы линейного участка АЧХ усилителя, что накладывает ограничения на величину девиации частоты  $\omega_d$ .

## §10. Применение нелинейной РТЦ для преобразования частоты сигнала.

Преобразователь частоты – устройство, которое преобразует модулированный сигнал с несущей частотой  $\omega_c$  в модулированный сигнал с частотой  $\omega_{np}$ , причем закон модуляции не изменяется.

$$u_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}}(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

$$u_{\text{вых}}(t) \sim U_{\text{вх}}(t) \cos[\omega_{np} t + \varphi(t)]$$

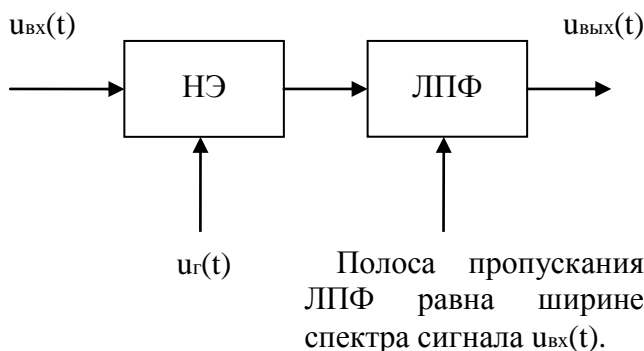
где  $\omega_{np} = |\omega_c - \omega_r|$ ; или  $|\omega_c + \omega_r|$

Где  $\omega_r$  - частота опорного местного генератора (гетеродина)

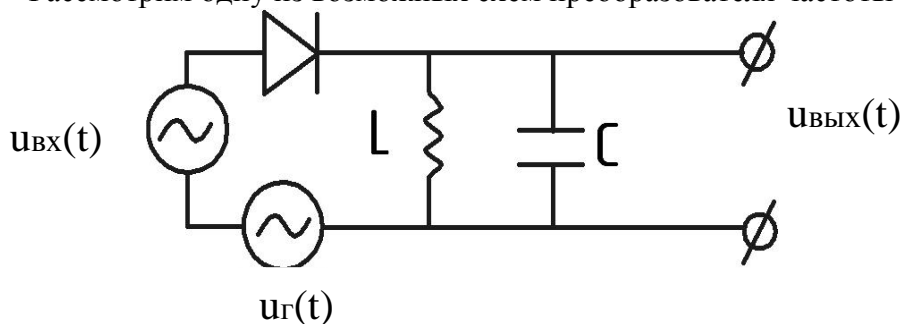
$\omega_{np}$  - промежуточная частота (преобразованная)

$$u_r(t) = U_r \cos(\omega_r t)$$

Поскольку в этом устройстве происходит преобразование спектра сигнала, то оно не может быть линейной РТЦ.



Рассмотрим одну из возможных схем преобразователя частоты – диодного преобразователя.



Роль полосового фильтра выполняет LC- цепь. ( $\omega_p = \omega_{np}$ ).

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2, \text{ где } u = u_{\text{вх}} + u_r, U_r \gg U_{\text{вх}}(t)$$

$$i \approx i(u_r) + \left. \frac{di}{du} \right|_{u=u_r} \cdot u_{\text{вх}} = a_0 + a_1 u_r + a_2 u_r^2 + (a_1 + 2a_2 u_r) u_{\text{вх}} = a_0 + a_1 u_r \cos(\omega_r t) + \frac{a_2 U_r^2}{2} +$$

$$+ \frac{a_2 U_r^2}{2} \cos(2\omega_r t) + a_1 U_{\text{вх}}(t) \cos[\omega_r t + \varphi_c(t)] + a_2 U_r U_{\text{вх}}(t) \cos[(\omega_c - \omega_r)t + \varphi_c(t)] +$$

$$+ a_2 U_r U_{\text{вх}}(t) \cos[(\omega_c + \omega_r)t + \varphi_c(t)]$$

$$i_{n\phi} = a_2 U_r U_{\text{вх}}(t) \cos[\omega_{np} t + \varphi_c(t)]$$

$$u_{\text{вых}}(t) \sim U_{\text{вх}}(t) \cos[\omega_{np} t + \varphi_c(t)]$$