

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.Ф. УТКИНА**

**А.П. СОКОЛОВ, И.Г. ВЕСНОВ,
А.Н. ВЛАСОВ, А.В. НИКОЛАЕВ**

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Рязань 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический университет
им. В.Ф. Уткина

А.П. СОКОЛОВ, И.Г. ВЕСНОВ,
А.Н. ВЛАСОВ, А.В. НИКОЛАЕВ

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Учебное пособие

*РЕКОМЕНДОВАНО НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИМ СОВЕТОМ
« ФГБОУ ВО РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.Ф. УТКИНА»
В КАЧЕСТВЕ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ОЧНОЙ И ЗАОЧНОЙ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ
ВСЕХ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
(УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ, СПЕЦИАЛИТЕТ)
И НАПРАВЛЕНИЯ 38.03.02 «МЕНЕДЖМЕНТ» (УРОВЕНЬ: БАКАЛАВРИАТ)*

Рязань 2022

УДК 539

Дифракция света: учеб. пособие / А.П. Соколов, И.Г. Веснов, А.Н. Власов, А.В. Николаев; Рязан. гос. радиотехн. ун-т им. В. Ф. Уткина. Рязань, 2022. 48 с.

Рассмотрены основные вопросы, связанные с дифракцией света, описан порядок выполнения лабораторных работ по этой теме. Даны указания по обработке результатов эксперимента. Приведены вопросы для проверки знаний и самоконтроля.

Предназначено для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплины «Физика» и «Научные основы инновационных технологий».

Табл. 4. Ил. 21. Библиогр.: 10 назв.

Дифракция, зоны Френеля, дифракционная решётка, разрешающая способность, угловая дисперсия

Печатается по решению научно-методического совета Рязанского государственного радиотехнического университета им. В. Ф. Уткина.

Рецензенты: А. А. Трубицын, д-р. физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры промышленной электроники ФГБОУ ВО «Рязанский государственный радиотехнический университет им. В. Ф. Уткина»;

Т. Г. Авачёва, канд. физ.-мат. наук., доцент, заведующая кафедрой математики, физики и медицинской информатики ФГБОУ ВО «Рязанский государственный медицинский университет имени академика И. П. Павлова».

С о к о л о в Александр Павлович
В е с н о в Игорь Геннадьевич
В л а с о в Александр Николаевич
Н и к о л а е в Артём Владимирович

Дифракция света

Редактор Р. К. Мангутова
Корректор С. В. Макушина

Подписано в печать 07.06.22. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,0.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный
радиотехнический университет
им. В. Ф. Уткина, 2022

1. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

1.1. Принцип Гюйгенса – Френеля

Под *дифракцией света* понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, если оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления. Если в среде имеются мельчайшие частицы постороннего вещества или показатель преломления заметно меняется на расстояниях порядка длины волны, то в этих случаях говорят о рассеянии света и термин «дифракция» не употребляется. Иными словами, дифракция света – это совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел). Явление легко наблюдается для длинноволновых объектов – звуковых и радиоволн, играет важную роль в области видимого света и рентгеновских лучей. Это наблюдение проходит, как правило, следующим образом. Непрозрачная преграда, которая закрывает часть световой волны, помещается на её пути. За этой преградой располагается экран, на котором и может наблюдаться дифракционная картина. Исследование полученного распределения интенсивности света на экране является важной задачей, так как даёт информацию как о свойствах самой световой волны, так и о влиянии преграды на эти свойства. Различают дифракцию Френеля в расходящихся лучах и дифракцию Фраунгофера в параллельных лучах.

Между дифракцией и интерференцией нет существенного различия. Оба явления заключаются в перераспределении энергии потока волн в результате суперпозиции. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в

результате суперпозиции волн, возбужденных конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, распределенными в пространстве непрерывно, принято называть дифракцией волн.

Природа и основные качественные закономерности дифракции света могут быть установлены с помощью принципа Гюйгенса - Френеля, который состоит из двух частей.

1. **Принцип Гюйгенса:** каждая точка, до которой доходит световое колебание, является источником вторичных волн.

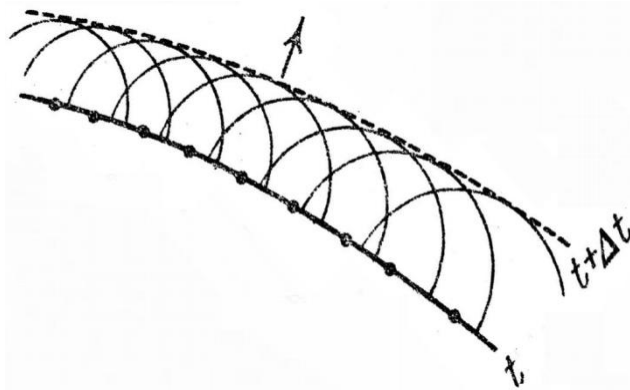


Рис. 1.1

Принцип предложен в 1690 г. Гюйгенсом и рассматривается как простой способ нахождения волновой поверхности или волнового фронта в момент времени $t + \Delta t$, если известно их положение в момент времени t . Отсюда источник волн можно

заменить системой фиктивных источников, возбуждающих вторичные волны. Этими источниками могут служить малые участки dS волновой поверхности, в частности в случае точечного источника – участки dS сферической поверхности (см. рис. 1.1).

В случае точечного источника света волновые поверхности вторичных волн представляют собой систему концентрических сфер, в случае плоского источника – систему параллельных плоскостей.

Однако принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн,

распространяющихся в различных направлениях. Во всех применениях вторичные волны Гюйгенса выступают не как реальные волны, а как *вспомогательные сферы*, используемые для построения волновых фронтов. Эти сферы, построенные из точек волнового фронта как из центров, проявляют свое действие только на огибающей, которая и дает новое положение волнового фронта. Кроме этого, оставалось неясным, почему при распространении волны не возникает обратная волна.

2. Добавление Френеля: *вторичные источники света являются когерентными, причем мощность всех вторичных источников одинакова. Поэтому результирующее колебание*

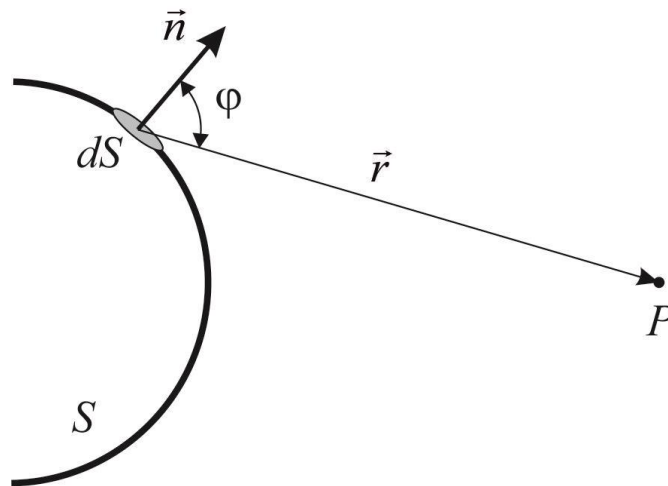


Рис. 1.2

в точке наблюдения P – результат интерференции всех вторичных волн (см. рис. 1.2).

Таким образом, дифракция света – *интерференционный эффект*; только если интерференция света обусловлена конечным числом источников, то дифракция – их непрерывным распределением. Принцип Гюйгенса – Френеля не связан с конкретной физической природой волн и применим как для упругих волн, так и для электромагнитных (световых) волн.

По теории Френеля свет должен наблюдаться во всех местах пространства, где при интерференции вторичные волны усиливаются; в тех же местах, где они взаимно гасят

друг друга, должна наблюдаться темнота. При этом становится понятным физический смысл огибающей. К огибающей все вторичные волны приходят в одинаковых фазах, и их интерференция приводит к большей интенсивности света. Вторичные волны, идущие от волнового фронта вперед, вступают в свободное от возмущений пространство. Они интерферируют только друг с другом. Напротив, вторичные волны, идущие назад, вступают в пространство, где есть уже волновое возмущение – прямая волна. При интерференции вторичные волны гасят прямую волну, так что после прохождения волны пространство за ней оказывается невозмущенным.

С помощью усовершенствованного им принципа Френеля удалось объяснить ряд дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света – показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, а дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через препятствие света, говорят о **дифракции Фраунгофера** или о дифракции в параллельных лучах. Если на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него, то говорят о **дифракции Френеля** или о дифракции в сходящихся лучах.

1.2. Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса – Френеля позволяет проанализировать все основные дифракционные явления. Поскольку точек фронта, являющихся когерентными источниками

новых волн, бесчисленное множество, то расчет интерференции в принципе сводится к довольно громоздкому интегрированию. Для упрощения этого интегрирования Френелем был предложен изящный метод, основанный на разбиении волновой поверхности на кольцевые участки – зоны Френеля (см. рис. 1.3). Для этого он предложил провести ряд сфер с центрами в точке P и радиусами, соответственно равными:

$$b + \frac{\lambda}{2}, \quad b + 2\frac{\lambda}{2}, \quad b + 3\frac{\lambda}{2}, \quad \dots b + m\frac{\lambda}{2}.$$

Расстояние от соседних зон до точки наблюдения P при

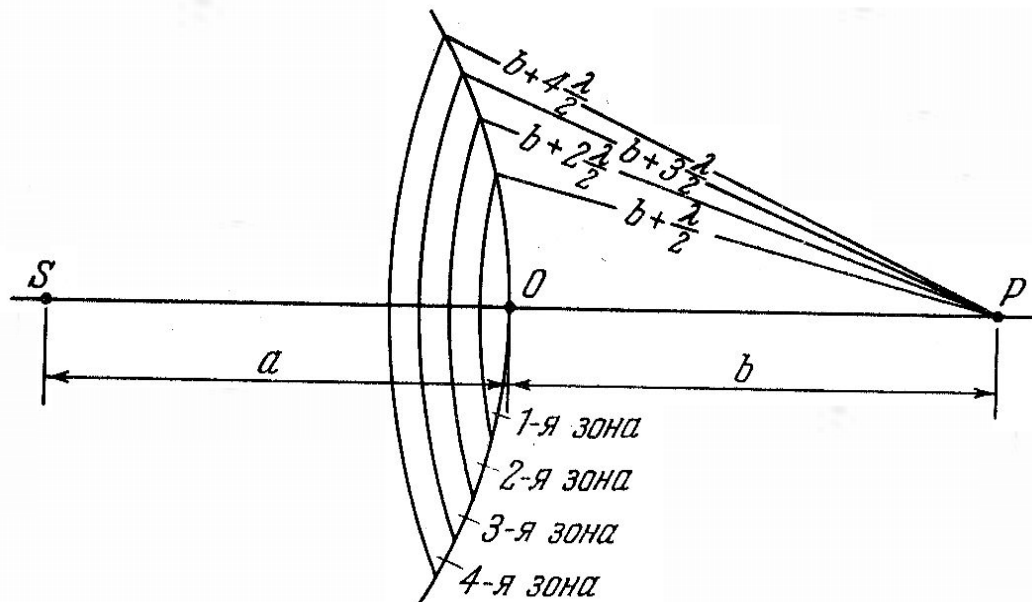


Рис. 1.3

этом будет отличаться на половину длины волны $\lambda/2$, где λ —длина волны света в среде, в которой он распространяется. Тем самым фронт волны разобьется на ряд кольцевых зон. Волны, приходящие в точку P от точек каждой последующей зоны, сдвинуты по отношению к волнам, приходящим от соответствующих точек предыдущей зоны, на $\lambda/2$, т. е. находятся в противоположных фазах и их амплитуды при интерференции вычитаются.

Элементарный расчёт показывает, что при разбиении сферического волнового фронта на зоны Френеля площади всех зон с точностью до $(\lambda/2)^2$ одинаковы. Для доказательства последнего используем рис. 1.4.

Найдем площади зон. Как видно из рис. 1.4, внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m . Пусть площадь этого сегмента будет равна S_m . Тогда площадь m -й зоны можно представить в виде

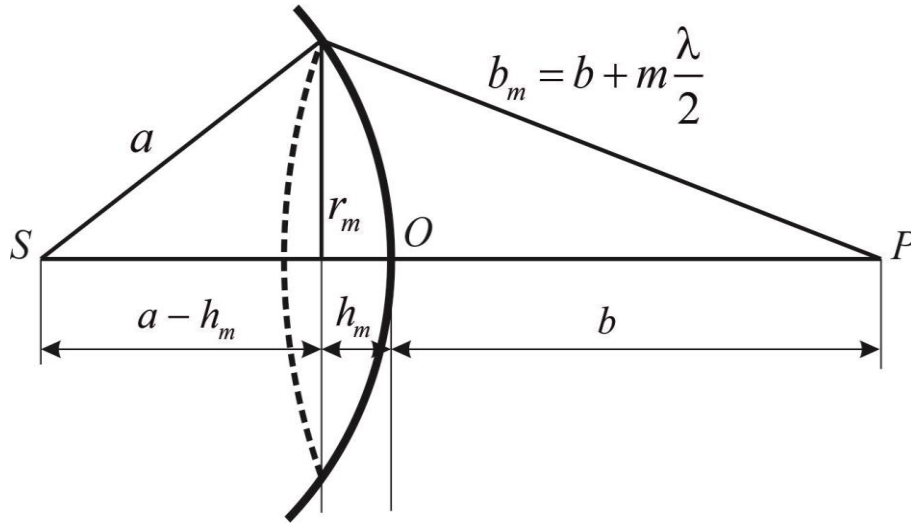


Рис. 1.4

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_{m-1} – площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Если принять, что a – радиус волновой поверхности, r_m – радиус внешней границы m -й зоны, то:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (1.1)$$

Возведя скобки в квадрат, получим:

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}. \quad (1.2)$$

Ввиду малости λ и при не слишком большом m можно

пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом случае

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (1.3)$$

Площадь сферического сегмента равна

$$S = 2\pi Rh, \quad (1.4)$$

где R – радиус сферы, h – высота сегмента. Следовательно:

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda. \quad (1.5)$$

Но тогда площадь m -й зоны

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (1.6)$$

Как видно, полученное выражение не зависит от номера зоны m . Это означает, что при не слишком больших m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Амплитуда колебаний A в точке P равна сумме колебаний от всех зон Френеля $A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$, т.е. образует знакочередующийся ряд, члены которого монотонно убывают при увеличении номера зоны. Изменение знака членов ряда обусловлено изменением фазы колебаний между чётными и нечётными зонами на величину π . Поэтому и результирующая амплитуда, а следовательно, и интенсивность, зависит от того, чётное или нечётное число m зон Френеля укладывается в отверстие для данной точки наблюдения P . При нечётном числе зон в точке P мы имеем максимум, при чётном числе—минимум.

Само число зон в отверстии можно менять. Например, для того, чтобы число зон увеличить, необходимо расширить отверстие, или уменьшить расстояние до экрана, или и то и другое.

Уменьшение амплитуды A_m с ростом номера зоны m , согласно предположению Френеля, связано с уменьшением вклада колебаний поля световой волны в точке наблюдения P , приходящих от зон, которые дальше отстоят от центральной зоны(см. рис. 1.2).

Пусть S на рис. 1.2 представляет собой одну из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Амплитуда светового колебания в точке P , лежащей перед этой поверхностью, может быть согласно Френелю найдена из следующих соображений. Каждый элемент поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS . Амплитуда сферической волны в точке P (A_P) убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$. Кроме того, с ростом r увеличивается угол φ , а так как амплитуда в точке P меняется по закону $A_P \sim \cos\varphi$, то с ростом r и φ наблюдается монотонное убывание амплитуды колебания в точке P . При полностью открытом волновом фронте выражение для амплитуды A можно представить в виде

$$A = A_1/2 + (A_1/2 - A_2 + A_3/2) + (A_3/2 - A_4 + A_5/2) + \dots$$

Сумма членов в скобках приблизительно равна нулю, поэтому $A = A_1/2$. Иными словами, амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Поэтому свет распространяется от S к P как бы внутри узкого прямого канала, т. е. **прямолинейно**. Если круглое отверстие открывает m зон Френеля, то $A = A_1/2 - A_m/2$ при чётном m и $A = A_1/2 + A_m/2$ при нечётном m .

Из равенства (1.1) можно легко найти радиусы зон. Если число зон не очень велико, то высота сегмента $h_m \ll a$ и можно считать, что $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив значение h_m из (1.3), можно получить выражение для радиуса внешней границы m -й зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (1.7)$$

где a – расстояние от точечного источника до центральной зоны, b – расстояние от центральной зоны до точки P .

Условием наблюдения дифракции является сравнимость размеров препятствия на пути световой волны с

размерами первой зоны Френеля. Если в пределах препятствия укладывается относительно небольшое число зон Френеля, то это является необходимым и достаточным условием получения дифракционной картины.

Различают две области наблюдения дифракции: область дифракции Френеля и область дифракции Фраунгофера. Дифракция Френеля наблюдается в ближней зоне, то есть при таком расстоянии от препятствия b до точки наблюдения P , когда характерный размер препятствия

$\rho \sim r_1 = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$. Если фронт падающей на препятствие световой

волны является плоским, что соответствует $a \rightarrow \infty$, то с учетом $h_m \rightarrow 0$ можно получить

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}, \quad (1.8)$$

а область дифракции Фраунгофера начинается при $b \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$.

Выполнение этого условия означает, что при удалении экрана, на котором наблюдается дифракция, на расстояние, большее чем b , в характерном размере препятствия ρ укладывается малая часть первой зоны Френеля. Дифракционная картина при этом образуется в результате суперпозиции практически плоских (квазиплоских) волн, приходящих в область наблюдения под различными углами.

Как уже было сказано выше, колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке наблюдения P резко возрастет. Если общее число зон, уместяющихся на пластинке, равно $2k$ и это число не слишком велико, то освещённость экрана в точке наблюдения будет в k^2 раз больше, чем при беспрепятственном распространении света от источника в точку P . Такая пластинка называется **зонной пластинкой**. Она действует подобно собирающей линзе.

Однако необходимо отметить, что метод зон Френеля позволяет достаточно просто определить интенсивность света только в точке P , которая располагается на оси круглого отверстия в экране. Распределение же интенсивности для всей дифракционной картины намного сложнее, так как вся картина обладает круговой симметрией и представляет собой чередование тёмных и светлых колец, плавно переходящих друг в друга.

1.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиусом r_0 . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S , попал в центр отверстия (рис. 1.5, а). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку P . Здесь a равно расстоянию от источника S до преграды, а b – расстоянию от преграды до точки P . Если расстояния a и b удовлетворяют условию

$$r_0 = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (1.9)$$

где m – целое число, то отверстие оставит открытым ровно m первых зон Френеля. Следовательно, число открытых зон Френеля легко определяется из соотношения

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (1.10)$$

Амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (1.11)$$

Если m нечетное, то перед A_m берется знак «плюс», а если m четное, то берется знак «минус». Так как амплитуды двух соседних зон практически одинаковы, то при малых m амплитуда A_m мало отличается от A_1 .

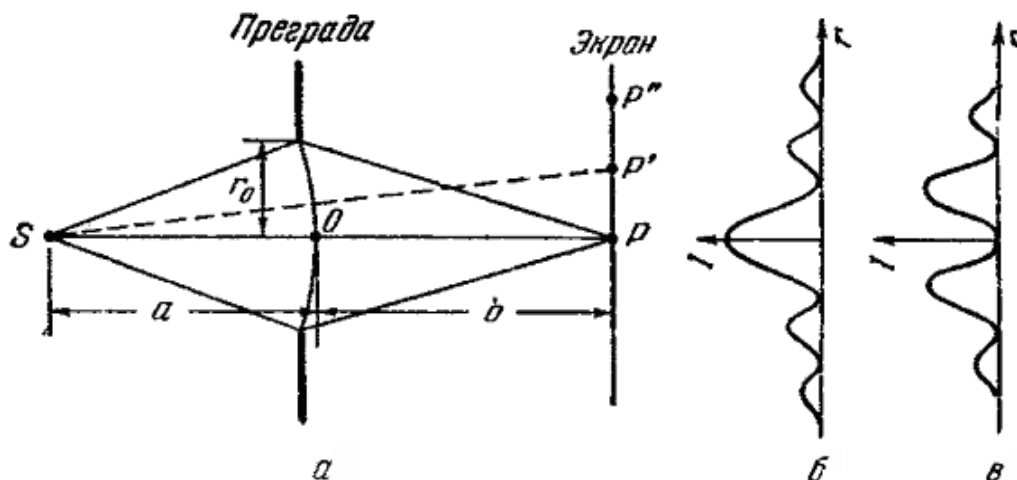


Рис.1.5

Следовательно, *при нечетных m амплитуда в точке P будет приблизительно равна A_1 (т. е. будет наблюдаться максимум интенсивности), а при четных m — нулю (минимум интенсивности)* (см. рис. 1.5, б, в). Если убрать преграду (т.е. экран), то амплитуда в точке P станет равной $A_1/2$. Таким образом, экран с отверстием не только не ослабляет освещенность в точке P , но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза (интенсивности же — в четыре раза). Однако это справедливо для случая достаточно малых m .

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередования светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

Таким образом, *дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид чередующихся светлых и темных concentric колец. В центре картины будет*

наблюдаться либо светлое (m нечетное), либо темное (m четное) пятно.

Ход интенсивности I с расстоянием r от центра дифракционной картины изображен на рис. 1.5, б (для нечетного m) и на рис. 1.5, в (для четного m). При перемещении экрана параллельно самому себе вдоль прямой SP картины, изображенные на рис. 1.5, б и 1.5, в, будут сменять друг друга [согласно (1.10) при изменении b значение m становится то нечетным, то четным].

Если центральные зоны Френеля закрываются круглым непрозрачным диском, то дифракционная картина также имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец, но в центре картины **всегда** помещается светлое пятно. Рассмотрим это на рис. 1.6, а. Если диск закроет m первых зон Френеля, то амплитуда в точке P будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = A_{m+1} / 2 + (A_{m+1} / 2 - A_{m+2} + A_{m+3} / 2) + \dots \quad (1.12)$$

Выражение, стоящее в скобках, можно считать равным нулю. Следовательно,

$$A = A_{m+1} / 2. \quad (1.13)$$

Характер дифракционной картины, получающейся на экране, расположенном в точке P перпендикулярно к линии SP , представлен на рис. 1.6, б. Очевидно, что интенсивность света может зависеть только от расстояния x от центра картины P . При небольшом числе закрытых зон A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому в точке P интенсивность будет почти такая же, как при отсутствии преграды между S и P .

При смещении точки P в любом радиальном направлении диском будет перекрываться уже часть $(m+1)$ -й зоны Френеля, но откроется часть m -й зоны. В результате интенсивность упадет и при некотором положении точки P она станет равной нулю. Если смещение продолжится, то диском будет перекрываться дополнительно часть $(m+2)$ -й

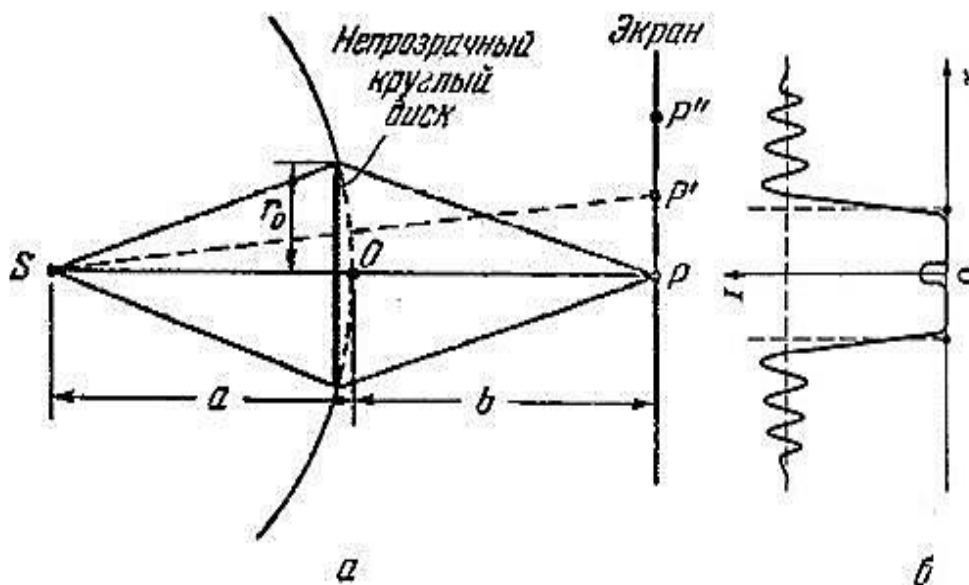


Рис. 1.6

зоны при одновременном открытии $(m-1)$ -й зоны. В результате этого интенсивность возрастёт и достигнет максимума.

Таким образом, в случае круглого непрозрачного диска дифракционная картина будет представлять собой последовательность чередующихся концентрических темных и светлых колец. В центре этой картины при любом m (чётном и нечётном) будет наблюдаться светлое пятно (см. рис. 1.6).

Если непрозрачным диском закрывается много зон Френеля, то чередование светлых и тёмных колец будет иметь место лишь в узкой области на границе геометрической тени. При этом $A_{m+1} \ll A_1$ и значение (1.13) станет очень малым, так что интенсивность света в области геометрической тени практически в любой точке станет равной нулю. Если диском закрывается небольшая часть первой зоны Френеля, то тень им не отбрасывается и освещённость на экране везде остаётся такой же, как и без экрана.

Наличие светлого пятнышка в центре тени, отбрасываемой диском, явилось причиной инцидента,

который произошёл между Пуассоном и Френелем. В 1818 году Парижская академия наук выдвинула дифракцию света на премию за текущий год.

Однако рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший тогда членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что по теории Френеля следует «нелепый» вывод: в центре тени, которая отбрасывается небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Но друг Френеля Доминик Араго сразу же повторил опыт и доказал, что пятно действительно есть. С чисто французской галантностью оно было названо «пятном Пуассона», а волновой теории света, сторонником которой был Френель, это принесло победу и всеобщее признание.

1.4. Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим дифракцию плоской волны на узкой и бесконечно длинной щели, образованной двумя непрозрачными экранами, расстояние между которыми равно b . Это явление носит название **дифракции Фраунгофера от щели**.

Согласно условиям дифракции Фраунгофера дифракционная картина наблюдается на экране при его достаточно большом удалении от щели. Поэтому точка наблюдения P настолько удалена от щели, что лучи, идущие под углом дифракции φ и сходящиеся в точке наблюдения P , практически могут считаться параллельными. Математически задача дифракции в этом случае решается как дифракция плоских волн. Суперпозиция этих волн, распространяющихся под различными углами φ , образует на экране дифракционную картину.

Дифракция плоских волн может наблюдаться и на небольшом расстоянии от щели, если после щели поместить собирающую линзу, в фокальной плоскости которой находится экран (рис. 1.7). Излучение точечного источника, находящегося в фокусе линзы L_1 , превращается линзой в плоскую волну, которая проходит через щель $Щ$. Линза L_2

собирает в различных участках своей фокальной плоскости все лучи, прошедшие через щель, в том числе и отклонившиеся на угол ϕ от первоначального направления.

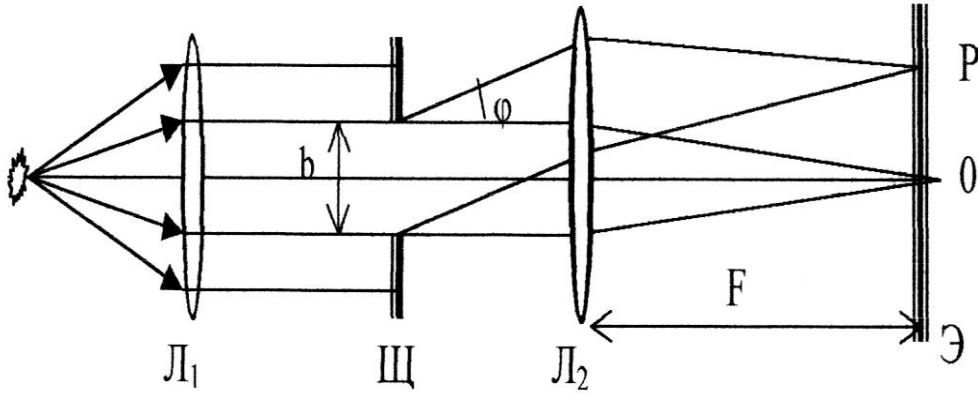


Рис.1.7

Найдём распределение интенсивности света в дифракционной картине на экране Э. Выделим элементарную полоску шириной dx , расположенную на расстоянии x от края щели (см. рис. 1.8), т.е. от точки 0. Каждая полоска в плоскости щели создаёт поле световой волны $dE_0 = cdx \cos \omega t$, где c – постоянная величина, ω – частота.

Если амплитуду световой волны, падающей на щель, обозначить E_0 , то очевидно, что $E_0 = \int_0^b cdx = cb$.

Следовательно,

$$dE_0 = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t. \quad (1.14)$$

Участок щели dx посылает в направлении, определяемом углом ϕ , плоскую волны с запаздыванием по фазе на $k\Delta = kx \sin \phi$ относительно левого края щели, т.е.

$$dE_\phi = \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \phi) dx, \quad (1.15)$$

где $k=2\pi/\lambda$ —волновое число.

Вследствие когерентности возмущений от всех полосок

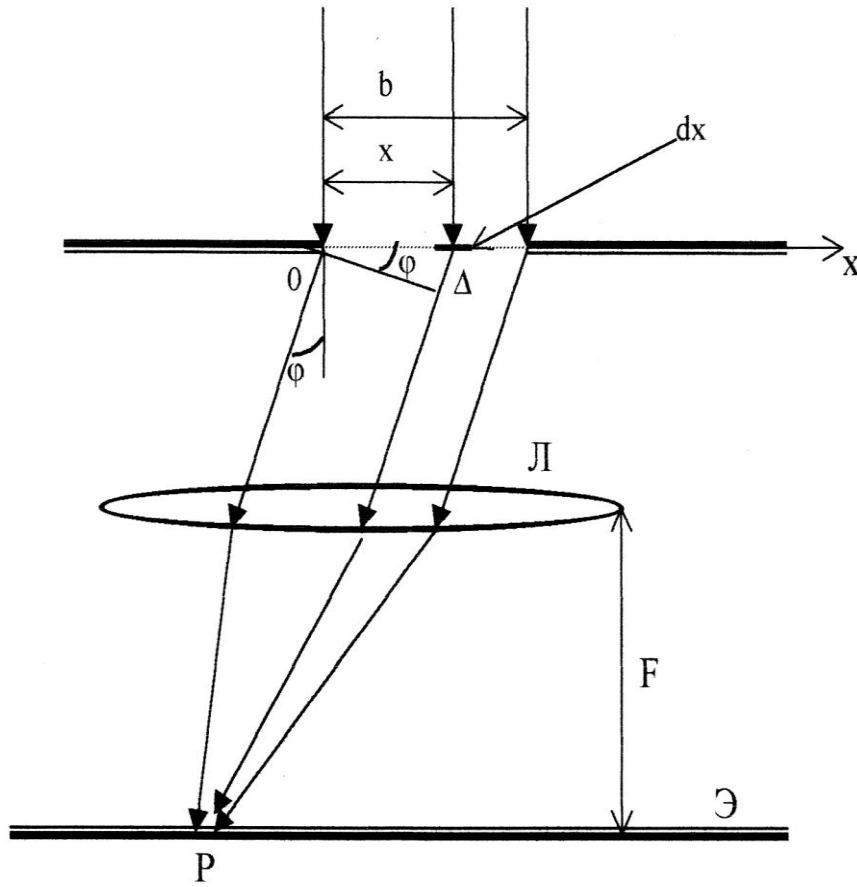


Рис. 1.8

нахождение результирующей амплитуды в произвольной точке P сводится к решению задачи интерференции, т.е. сложению колебаний от всех полосок с учётом амплитуды и фазы.

Отметим, что линза L (рис. 1.8) дополнительной разности фаз не вносит. Проинтегрируем выражение (1.15) по всей ширине щели от 0 до b :

$$E = \int_0^b dE_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi\right). \quad (1.16)$$

Как видно из (1.16) амплитуда результирующей волны в точке P не зависит от времени, т.е.

$$E_p = \left| E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi} \right|. \quad (1.17)$$

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы имеет вид:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)^2}. \quad (1.18)$$

Из выражения (1.18) следует, что при

$$\frac{kb}{2} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = n\pi, \quad (1.19)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, освещённость равна нулю. Условие

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda \quad (1.20)$$

определяет угловое положение минимумов при дифракции Фраунгофера на щели.

Если $\varphi \rightarrow 0$, то $\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \rightarrow 0$ и $I_\varphi \rightarrow I_0$. Поэтому при $\varphi=0$ возникает дифракционный максимум наибольшей интенсивности, равной I_0 . Следующие максимумы значительно уступают по абсолютной величине главному.

График функции вида $I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$, где $u = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$, показан на рис. 1.9. Как следует из формулы (1.18), максимальные значения интенсивности света быстро убывают с увеличением угла дифракции φ . Расчёт по формуле (1.18) показывает, что соотношение максимумов интенсивности разных порядков имеет вид: $I_0 : I_1 : I_2 = 1 : 0,047 : 0,017$.

Следовательно, основной световой поток сконцентрирован в пределах центрального дифракционного

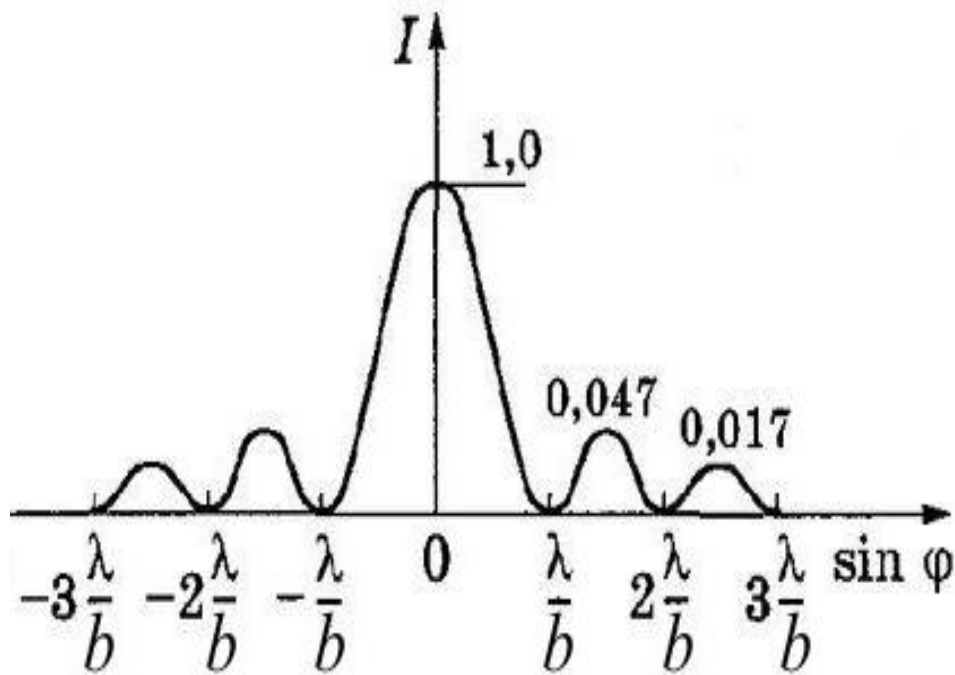


Рис.1.9

максимума, определяемого значениями

$$\sin \phi = \pm \frac{\lambda}{b}. \quad (1.21)$$

При малых углах дифракции координата x_m , определяющая положение на экране минимума интенсивности света (тёмной полосы) m -го порядка относительно главной оптической оси собирающей линзы, может быть найдена из

формулы (1.20), при $\sin \phi \approx \operatorname{tg} \phi = \frac{x_m}{F}$, т.е.

$$x_m = \frac{mF\lambda}{b}. \quad (1.22)$$

Ширина центрального дифракционного максимума, как следует из (1.22), может быть рассчитана по формуле

$$\Delta_0 = \frac{2F\lambda}{b}. \quad (1.23)$$

Из формулы (1.23) следует, что с уменьшением ширины щели центральная светлая полоса расширяется. Иными словами, с уменьшением b освещённость стремится стать равномерной по всему экрану.

С другой стороны, при увеличении ширины щели положение первых минимумов смещается к центру картины и центральный максимум становится более резким. При этом согласно (1.18) относительная интенсивность максимума остаётся неизменной, тогда как абсолютная возрастает (что объясняется возрастанием энергии, проходящей через увеличенную щель). При очень большой щели (в сравнении с λ) в центре получается резкое изображение линейного источника.

1.5. Дифракционная решетка

Дифракционная решётка—важнейший спектральный прибор, предназначенный для *разложения света в спектр и измерения длин волн*. Она представляет собой плоскую стеклянную или металлическую поверхность, на которой с помощью делительной машины нарезано множество прямых равноотстоящих друг от друга штрихов. Их число может достигать сотен тысяч. Если решётка стеклянная, то наблюдение может вестись как в проходящем, так и в отражённом свете. Если она металлическая, то только в отражённом. Используются и вогнутые металлические решётки. В них штрихи наносятся на вогнутой сферической поверхности.

Одномерной дифракционной решеткой называется система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделённых равными по ширине непрозрачными промежутками. Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решётке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех

щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется *многолучевая интерференция* когерентных *дифрагированных* пучков света, идущих от всех щелей.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Определим условия, при которых в данной точке бесконечно удалённого экрана наблюдается максимум интенсивности света. Зададим угол дифракции φ_m (рис. 1.10), который определяет избранное направление наблюдения. Пусть a – ширина щели, b – ширина промежутка между щелями, $d=(a+b)$ – постоянная решётки.

Если перпендикулярно к поверхности решётки падает свет с длиной волны λ , то, как следует из рис. 1.10, лучи, идущие под углом φ_m к первоначальному направлению от соответствующих мест каждой из щелей, обладают разностью хода $\Delta = d \sin \varphi_m$ (I-й и II-й лучи), $2d \sin \varphi_m$ (I-й и III-й лучи) и т.д. В тех направлениях, для которых эта разность хода равна целому числу длин волн, т.е. выполняется условие $d \sin \varphi_m = m\lambda$, наблюдаются максимумы интенсивности. Направление на эти максимумы определяется выражением $\sin \varphi_m = \frac{m\lambda}{d}$ или

$$d \sin \varphi_m = m\lambda, \quad (1.24)$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок спектра главных максимумов дифракционной картины. Выражение (1.24) можно получить еще более простым способом. Для этого вспомним, что для получения интерференционного максимума необходимо выполнить условие, при котором разность фаз между интерферирующими лучами должна быть равна

$$\delta = 2\pi m. \quad (1.25)$$

С другой стороны,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \varphi}{\lambda} \quad (1.26)$$

Приравнявая (1.25) и (1.26), легко получить (1.24). Зависимость угла дифракции от длины волны λ определяет возможности решетки разлагать свет в спектр. Иными

словами, дифракционная решётка представляет собой спектральный прибор.

Если излучение имеет сложный спектральный состав (например, белый свет), то максимумы интенсивности для различных длин волн пространственно разделяются, т.е. образуется дифракционный спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Значение $m=0$ даёт максимум по направлению $\varphi=0$ для всех значений λ . Поэтому в этом направлении (направлении первичного пучка) будет собираться излучение всех длин волн, а нулевой спектр будет представлять собой белое изображение источника. Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут

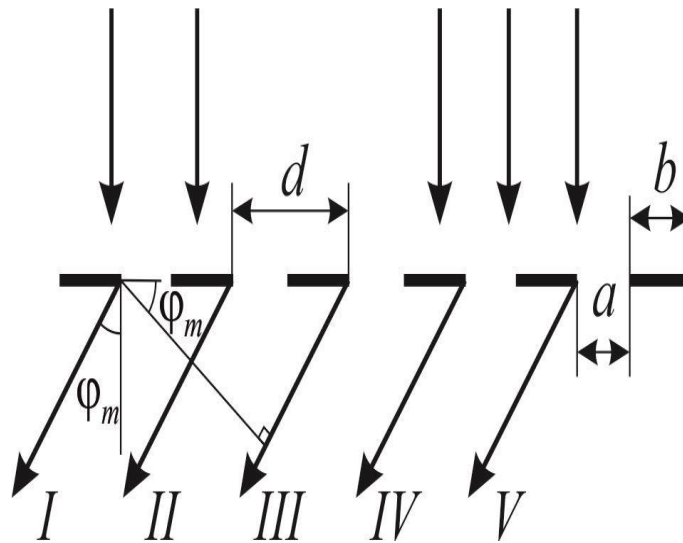


Рис. 1.10

максимумы.

Пусть плоская волна падает на дифракционную решётку под некоторым углом θ (рис. 1.11). Полная разность хода для двух волн равна

$$AC-DB=d\sin\theta - d\sin\varphi. \quad (1.27)$$

В этом случае для главных максимумов выполняется условие

$$d(\sin \theta - \sin \varphi_m) = m\lambda, \quad (1.28)$$

где φ_m — направление на главный максимум порядка m , а $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Последнее выражение можно представить в виде

$$2d \cos \left[\frac{1}{2} (\varphi_m + \theta) \right] \sin \left[\frac{1}{2} (\theta - \varphi_m) \right] = m\lambda. \quad (1.29)$$

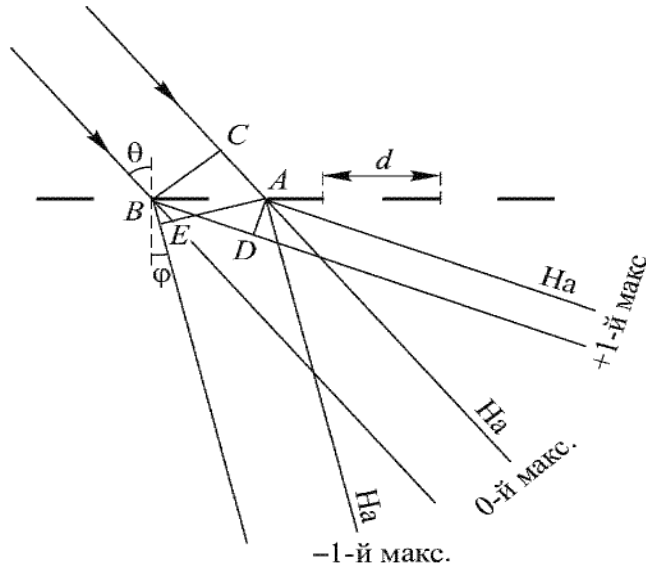


Рис.1.11

Если решётка достаточно груба, т.е. период её d значительно больше λ , то углы дифракции малы и тогда угол φ_m будет мало отличаться от угла θ . В этом случае можно положить, что

$$\frac{1}{2} (\varphi_m + \theta) \approx \theta \text{ и } \sin \left[\frac{1}{2} (\theta - \varphi_m) \right] \approx \frac{1}{2} (\theta - \varphi_m). \quad (1.30)$$

Итак, окончательно имеем

$$d \cos \theta (\theta - \varphi_m) = m\lambda. \quad (1.31)$$

В случае нормального падения лучей на дифракционную решётку $d \sin \varphi_m = m\lambda$ или $d\varphi_m = m\lambda$ (если угол φ_m мал). Данное сравнение показывает, что угол между направлениями на нулевой максимум и на ненулевые максимумы $(\theta - \varphi_m)$ вычисляются так же, как если бы падение было нормальным, но с другим периодом, а именно $d \cos \theta$.

В случае близости θ к 90° наблюдается весьма заметное уменьшение периода. Таким образом, если направить на грубую решётку свет под углом, близким к 90° , можно наблюдать отчётливую дифракционную картину.

Данное обстоятельство нашло важное применение при изучении дифракции рентгеновских лучей. Так как длины волн рентгеновских лучей, как правило, в тысячи раз меньше длин волн видимого света, то все созданные решётки оказываются для рентгеновских лучей слишком грубыми (так как $d/\lambda \sim 1000$).

Только при использовании косого падения излучения удалось получить ярко выраженную дифракционную картину рентгеновских лучей на сравнительно грубой решётке ($d \approx 0,02$ мм).

Качество спектров, получаемых с помощью дифракционных решеток, определяется их основными характеристиками – угловой дисперсией, дисперсионной областью и разрешающей способностью.

Угловая дисперсия D_φ характеризует способность спектрального прибора пространственно разделять световые пучки различных длин волн. Мерой угловой дисперсии является

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (1.32)$$

где $d\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающиеся по длине волны на $d\lambda$.

Дифференцируя обе части (1.24), получаем для дифракционной решетки

$$D \cos \varphi_m d\varphi_m = m d\lambda. \quad (1.33)$$

Из совместного решения уравнений (1.32) – (1.33) следует, что

$$D_\varphi = \frac{d\varphi_m}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}. \quad (1.34)$$

При малых φ_m приближённо можно считать, что

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d}. \quad (1.35)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию определяют путем измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между желтыми линиями ртути). Наличие косинуса в знаменателе доказывает выгоду скользящего падения лучей.

Дисперсионная область. Если спектры соседних порядков перекрываются, то исследование соответствующего участка спектра становится невозможным. *Максимальная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$, при котором перекрытие ещё не наблюдается, называется дисперсионной областью спектрального прибора.* Если длины волн падающего излучения лежат в спектральном интервале от λ до λ^1 , то для дифракционной решётки эта область (для данного участка спектра) определяется как

$$\Delta\lambda = \lambda^1 - \lambda = \lambda/m. \quad (1.36)$$

Если длина волны определена, то она определяется только порядком спектра m . Очевидно, что чем больше m , тем уже дисперсионная область. Так как в дифракционных решётках используются спектры низких порядков (как правило второй и третий), то они характеризуются широкими областями дисперсии и поэтому оказываются пригодными для исследования широких участков спектра. Это является основным преимуществом дифракционных решёток перед интерференционными приборами, у которых из-за больших порядков m дисперсионные области очень узкие.

Разрешающая способность дифракционной решетки. Этот параметр характеризует возможность разделять (разрешать) спектральные линии, мало отличающиеся по длинам волн, и зависит от их ширины. За меру разрешающей способности принимают величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (1.37)$$

где λ — длина волны, вблизи которой производят измерения, $\delta\lambda$ — наименьшая разница в длинах волн двух еще разрешаемых спектральных линий.

Каждая из спектральных линий даёт в спектре дифракционной решётки максимум. Критерий разрешения двух дифракционных картин впервые предложил Рэлей: *считать их разрешёнными, если ордината минимума составляет 0,8 от максимальных ординат суммарной кривой* (рис. 1.12).

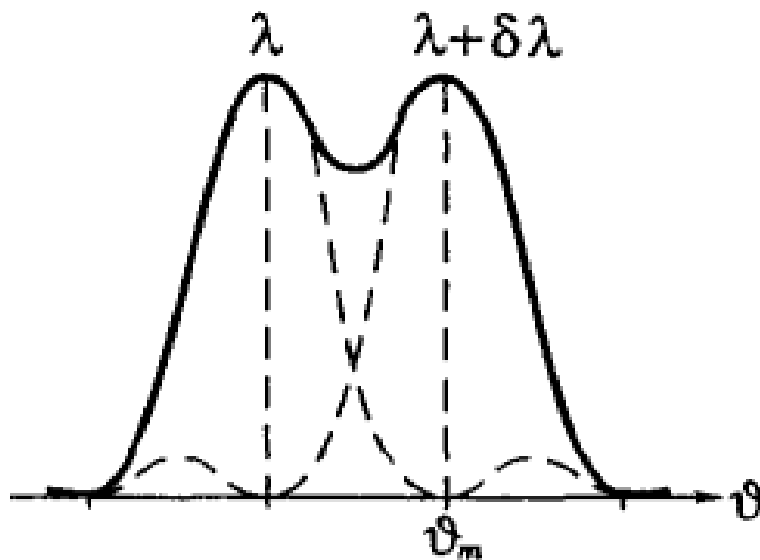


Рис.1.12

В этом случае между двумя максимумами создаётся провал, составляющий около 20 % от интенсивности в максимумах, что глаз воспринимает по контрасту как наличие тёмного промежутка между ними. Другими словами спектральные линии с разными длинами волн, но одинаковой интенсивности считаются разрешёнными (т.е. провал достигает 20 %) в том случае, когда главный максимум одной из кривых приходится на первый минимум второй кривой.

Для дифракционной решётки разрешающая способ-

ность определяется соотношением

$$R = mN, \quad (1.38)$$

где N – число действующих штрихов решетки.

Данная формула определяет верхний предел разрешающей способности. Она выполняется лишь при соблюдении следующих условий:

- интенсивность обоих максимумов должна быть одинаковой;
- уширение линий должно определяться только дифракцией;
- падающий на решётку свет должен иметь радиус когерентности, превышающий размер решётки. Только тогда все N штрихов решётки «работают» согласованно и достигается нужный результат.

Как было сказано выше, принцип действия дифракционной решетки основан на интерференции пучков света, испытывающих дифракцию на элементах регулярной структуры. Как следует из (1.35) и (1.38), угловая дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки растут с увеличением порядка спектра. Поэтому щелевая дифракционная решетка,

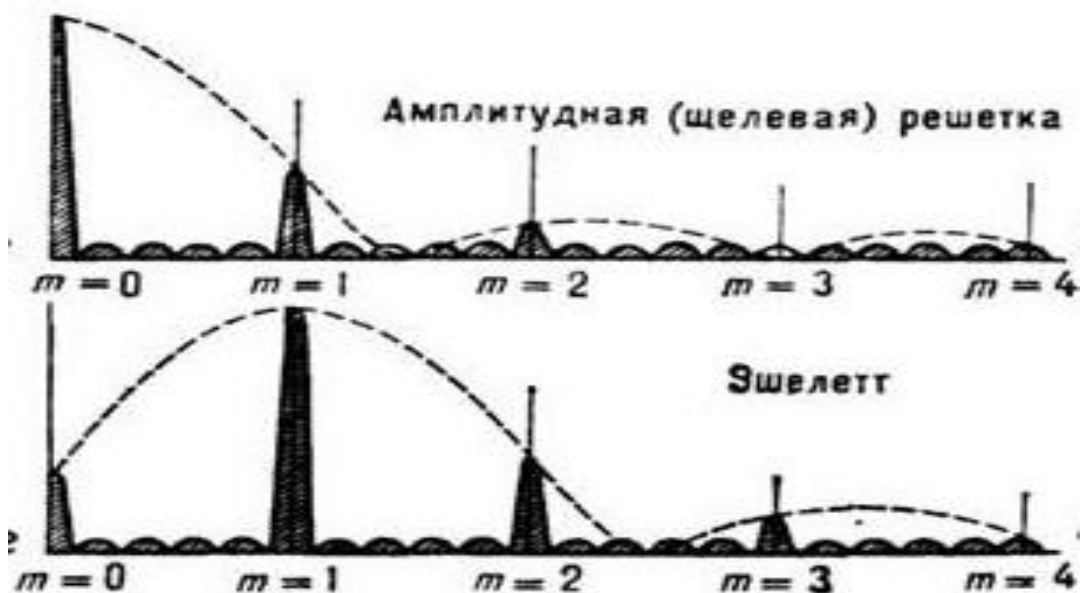


Рис. 1.13

наиболее интенсивным спектром которой является спектр нулевого порядка (см. рис. 1.13), практически не применяется в монохроматорах. Наиболее широкое применение нашла отражательная дифракционная решетка – эшелетт (рис.1.14), способная концентрировать дифрагированное излучение в каком либо определённом (но не нулевом) порядке спектра, ослабляя остальные (рис. 1.13), что является важным преимуществом таких решёток.

Это достигается путём введения дополнительной разности хода в каждом отдельном штрихе, имеющем, как правило, профиль треугольной формы. Эшелетт представляет собой некую систему одинаковых зеркальных площадок, плоскости которых параллельны одна другой и образуют с плоскостью заготовки некоторый угол. В случае падения на эшелетт параллельного пучка лучей на каждой зеркальной площадке происходит дифракция (так же, как на узкой щели), и полученные таким образом дифрагированные пучки интерферируют. Современные эшелетты позволяют в спектре одного порядка концентрировать до 70—80 % энергии падающего излучения.

Условие наблюдения максимумов отраженного от эшелетта света можно записать в виде

$$d(\sin \psi + \sin \varphi) = m\lambda, \quad (1.39)$$

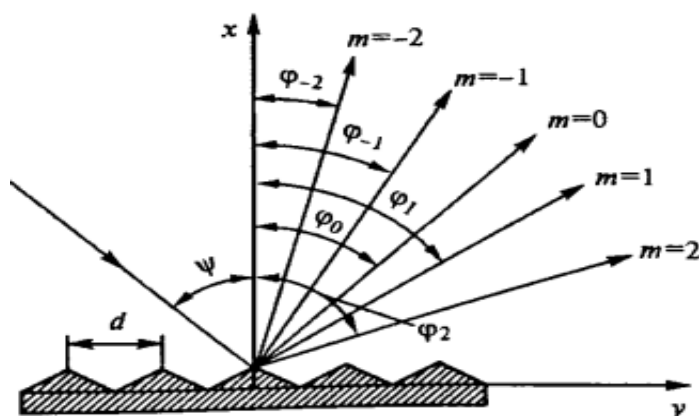


Рис.1.14

где m – порядок спектра, d – постоянная (период) решетки, ψ – угол падения, φ – угол отражения (дифракции).

Наряду с отражательными решётками, которые изготавливаются нанесением штрихов на плоское зеркало, широкое применение нашли так называемые *вогнутые решётки*. В таких решётках штрихи наносятся на поверхность сферического вогнутого зеркала на равных расстояниях друг от друга, отсчитывая по хорде. За счёт такой конструкции она обладает фокусирующими свойствами и может использоваться без всяких линз, что является её большим преимуществом по сравнению с плоской решёткой. Если щель S и вогнутая решётка G (рис.1.15) помещены на окружности диаметром, равным радиусу кривизны решётки R (круг Роуланда), то спектр фокусируется на той же окружности. Из условия максимумов дифракционной решётки следует, что должно быть выполнено условие $m \frac{\lambda}{d} \leq 1$, так как $\sin \varphi$ не может быть

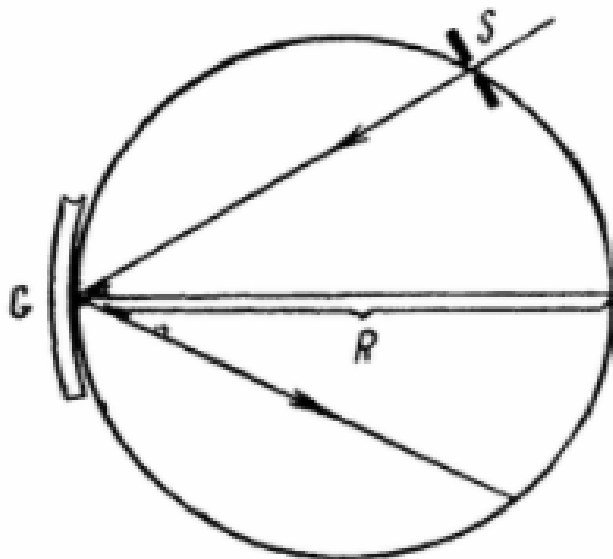


Рис. 1.15

больше единицы. Следовательно, максимальная длина волны, которая может наблюдаться в спектре m -го порядка, должна удовлетворять неравенству $\lambda_{\max} < d/m$. В случае

спектра первого порядка наибольшая длина волны, дающая максимум в этом порядке, должна быть меньше постоянной решётки d (в случае косого падения света на решётку $\lambda_{\max} < 2d$). Именно поэтому для наблюдения спектров инфракрасного диапазона непригодны решётки с большим числом штрихов на единицу длины. В этом случае для исследования далёких инфракрасных спектров используются эшелетты, решётки с несколькими (2—10) штрихами на мм.

Необходимо отметить, что, кроме прозрачных и отражательных решёток, используются ещё так называемые *фазовые решётки*. Такие решётки влияют не на амплитуду световой волны, а на фазу, внося в неё периодические изменения. Поэтому их и называют фазовыми. Например, пластмассовая кювета с прозрачной жидкостью, в которой возбуждается плоская стоячая ультразвуковая волна, является фазовой. В этом случае наблюдается периодическое изменение плотности жидкости и, как следствие, меняются показатель преломления и оптическая разность хода. Подобная структура не изменяет амплитуду проходящего поперёк волны света, а только её фазу, что находит широкое практическое применение.

В широком смысле слова под дифракционной решёткой понимается всякая структура, имеющая пространственную периодичность. Если свойства такой структуры периодически меняются только в одном направлении, то это одномерная или линейная решётка. Если же подобное изменение происходит в двух или трёх направлениях, то решётка называется соответственно дву- или трёхмерной. Последнюю называют также пространственной.

Например, если поставить две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи пересекались под некоторым углом (в частном случае были взаимно перпендикулярными), то получится *двумерная решетка*. Свойства такой решетки, как нетрудно понять, будут периодически меняться в двух различных направлениях. В физике рентгеновских лучей важную роль играют так

называемые *трехмерные пространственные решетки*, которые обладают периодичностью в трех различных направлениях.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками, имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx 10^{-7}$ м).

Эти факты позволили немецкому физiku М. Лауэ (1879 - 1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с λ рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м). Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга российским физиком Г. В. Вульфom и английскими физиками – отцом Генри и сыном Лоуренсом Брэггами. Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллель-

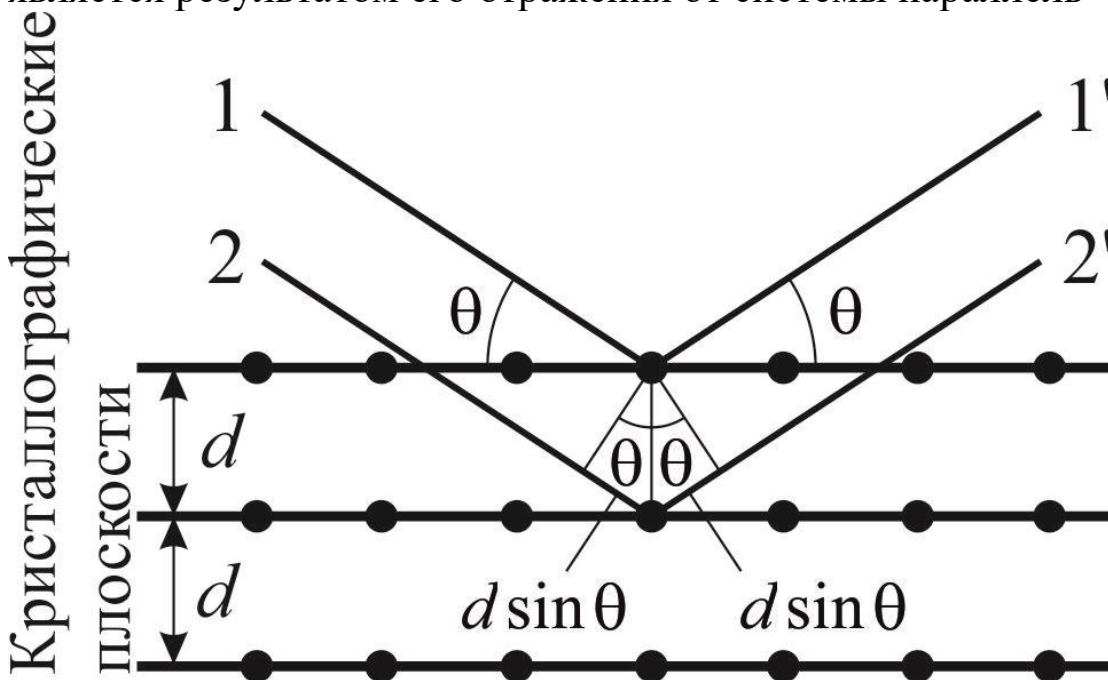


Рис. 1.16

ных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки).

Представим кристаллы в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис.1.16), отстоящих друг от друга на расстояние d . Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под углом скольжения θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки.

Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют **формуле Вульфа – Брэггов**

$$2d\sin\theta = m\lambda \quad (m=1,2,3\dots), \quad (1.40)$$

т.е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ , наблюдается дифракционный максимум. При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракции не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти соответствующий угол скольжения.

Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром, испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн λ , удовлетворяющие условию (1.40).

Формула Вульфа - Брэггов используется при решении двух важных задач.

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре

неизвестного строения и измеряя θ и m , можно найти межплоскостное расстояние d , т. е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе **рентгеноструктурного анализа**. Формула Вульфа – Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов.

Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно **электронографией и нейтронографией**. Электронография дает уникальную возможность определить величину параметра решетки (и её изменение вследствие различных воздействий) с ошибкой, не превышающей $2 \cdot 10^{-14}$ м (!!!). Нейтронография позволяет исследовать такие тонкие явления, как тепловые колебания узлов кристаллической решетки. Правда, для получения достаточного потока нейтронов требуется атомный реактор.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известном d и измеряя θ и m , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе **рентгеновской спектроскопии** и позволяет производить прецизионный спектральный анализ, в том числе пленочных конструкций, хотя пространственное разрешение по современным понятиям оставляет желать лучшего.

В рентгеноструктурном анализе разработаны два метода:

1. **Метод Лауэ**. В данном методе узкий пучок рентгеновского излучения направляется на исследуемый монокристалл. Для любой системы кристаллических плоскостей в рентгеновском излучении всегда найдётся длина волны, чтобы выполнялось условие (1.40). При этом на фотопластинке, помещённой за кристаллом, образуется система пятен-максимумов. Эта картина получила название **лауэграмма**. Такое расположение пятен характеризует симметрию кристалла. Определив расстояние между максимумами и их интенсивность, можно расшифровать структуру исследуемого кристалла.

2. Метод Дебая - Шерера. Метод основан на использовании узкого пучка монохроматического рентгеновского излучения и поликристаллического образца. Данный образец кристалла предварительно измельчается в порошок (с образованием очень мелких кристалликов), а затем прессуется в виде стерженька. В таком большом числе беспорядочно ориентированных кристалликов всегда найдётся множество таких, для которых будет выполняться условие (1.40). Дифрагированный при этом пучок будет образовывать конус направлений. При этом каждая система межплоскостных расстояний с постоянной d и порядком дифракции m будет иметь свой конус. Для того чтобы все кристаллики последовательно вывести в отражающее положение, образец равномерно вращают вокруг оси, перпендикулярной к направлению первичного пучка. Полученная по этому методу рентгенограмма образца получила название *дебайграмма*. Она представляет собой систему концентрических колец, расшифровав которую, также можно определить структуру опытного образца. Метод, как правило, используется для установления размеров и формы элементарной кристаллической ячейки, размеров и пространственной ориентации кристалликов, определения деформаций и напряжений, а также для фазового анализа поликристаллических объектов.

2. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

2.1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3-3

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА ОТ ЩЕЛИ

Цель работы: ознакомиться с основными понятиями теории дифракции и способами её наблюдения, определить длину волны излучения источника света, наблюдая дифракцию Фраунгофера на прямоугольной щели.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема установки показана на рис. 2.1, где 1 и 2 – светоизлучающие диоды в красном и зелёном участках спектра, 3 – коллиматор, образующий параллельный пучок света, 4 – регулируемая по ширине щель, 5 – линза, 6 – окуляр-микрометр. Все элементы установки закреплены в оптических рейтерах 7, 8, 9, 10, 11 на скамье 12.

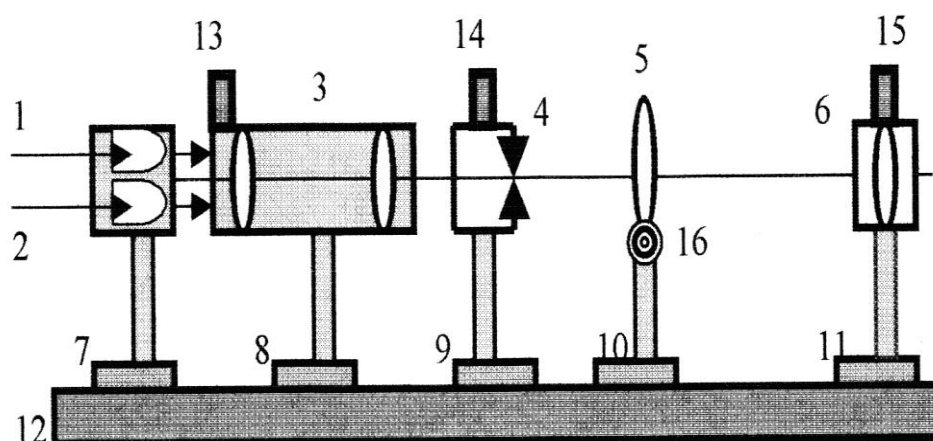


Рис. 2.1

Внимание! Оптическая система настроена, и без разрешения преподавателя или лаборанта перемещать рейтеры и оптические элементы схемы нельзя. Подлежат регулировке только ширина щели при помощи барабанчика 14 и перемещения креста окулярного микрометра вращением барабанчика 15.

ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Включить источник питания светодиодов. Тумблер на рейтере 7 поставить в положение «красный».
2. Установить с помощью барабанчика 14 с нанесёнными на нём делениями минимальную ширину щели.
3. Увеличивая ширину щели, получить дифракционную картину при наблюдении её через окуляр микрометра. Вид

дифракционной картины в поле зрения окуляра показан на рис. 2.2.

4. Крест окулярного микрометра, вращая барабанчик 15, вывести в центр поля зрения. Для удобства отсчётов совместить шкалу барабанчика 15 с нулевой отметкой. С помощью винта 16 установить крест на центр полосы нулевого порядка.

5. Измерить расстояние между линзой 5 и окулярным микрометром 6, которое приблизительно равно фокусному расстоянию линзы F. Это расстояние указано на оправе линзы.

6. Вращая барабанчик окулярного микрометра, совместить перекрестие с полосами минимальной интенсивности \pm первого, \pm второго, \pm третьего и т.д. порядка, насколько это позволяет дифракционная картина. Эти полосы расположены справа и слева от центральной полосы. Записать показания микрометра окуляра N_+^k и N_-^k для полос $\pm k$ -го порядка. Эти измерения повторить не менее трёх раз и свести в табл. 1.

7. Вычислить ширину щели b по формуле

$$b = \frac{kF\lambda}{x_k}, \quad (2.1)$$

где длина волны красного светодиода $\lambda=650$ нм,

$$x_k = \frac{\langle N_+^k \rangle + \langle N_-^k \rangle}{2} 0,004 \text{ mm},$$

расстояние $2x_k$ между двумя симметрично расположенными тёмными полосами отсчитано в делениях барабана окулярного микрометра, цена деления которого равна 0,004 мм, а общее число делений равно 100. Обратить внимание на

Таблица 1

[illegible]

то, что при вращении барабана его шкала может перейти нулевую отметку. Поэтому к показаниям N_+^k либо N_-^k нужно прибавить $\Delta x_k = (100 \cdot n) \cdot 0,004$ мм, где n – число полных оборотов барабана после прохождения нулевой отметки.

Один оборот барабана соответствует перемещению по неподвижной шкале микрометра на одно деление, т.е. на 0,4 мм. Изменяя ширину щели вращением барабана 14 с шагом 0,01 мм для пяти значений ширины щели b , отсчитанных по микрометрическому устройству, измерить ширину центрального дифракционного максимума $\Delta_0 = x_1 - x_{-1}$, помещая перекрестие окулярного микрометра на минимум интенсивности с правой и левой от него стороны. Результаты измерений занести в табл. 2 и представить в виде графической зависимости Δ_0 от b .

Таблица 2

№ п/п	x_1 , мм	x_{-1} , мм	$\Delta_0 = x_1 - x_{-1}$, мм	b , мм
1				
2				
3				
4				
5				

8. Построить график теоретической зависимости Δ_0 от b ,

рассчитанной по формуле $\Delta_0 = \frac{2F\lambda}{b}$.

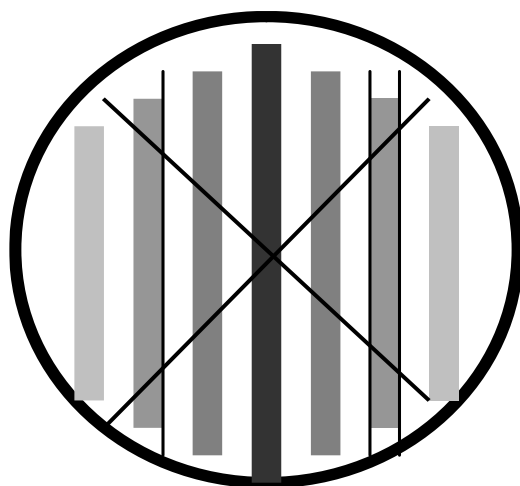


Рис. 2.2

9. Переключить тумблер на рейтере 7 в положение «зелёный». По указаниям п. 6 измерить расстояния между полосами минимальной интенсивности наблюдаемой дифракционной картины, установив ширину ще-

ли в положение, найденное согласно п. 7.

10. По формуле (2.1) вычислить длину волны излучения зелёного светодиода.

11. Оценить погрешности полученных результатов.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Объяснить явление дифракции света на основе принципа Гюйгенса - Френеля.

2. Сформулировать метод зон Френеля и вывести формулу для радиусов зон Френеля.

3. Пояснить дифракционную картину от круглого отверстия.

4. Пояснить дифракционную картину от круглого непрозрачного диска.

5. Объяснить различие между дифракциями Френеля и Фраунгофера.

6. Изобразить оптическую схему для наблюдения дифракции Фраунгофера и дать её обоснование.

7. Получить и проанализировать формулу для распределения интенсивности света в зависимости от угла дифракции при дифракции Фраунгофера на щели.

8. Объяснить вывод расчётных формул для ширины щели и для ширины центрального максимума.

9. На основе формул (1.21) и (1.22) оценить угол дифракционной расходимости φ плоской световой волны в зависимости от длины волны λ при её падении на щель шириной b .

10. Что такое зонная пластинка?

11. Объясните термин «пятно Пуассона».

12. Объясните прямолинейность распространения света.

2.2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3-4

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЁТКЕ

Цель работы: изучить явление дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке, ознакомиться с принципом действия дифракционной решетки, определить постоянную дифракционной решётки, а также ее угловую дисперсию.

Приборы и принадлежности: дифракционная решетка, ртутная лампа с блоком питания, натриевая лампа с блоком питания, гониометр.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Работа выполняется на гониометре Г5 – контрольно-измерительном приборе, предназначенном для точного измерения углов. **Гониометр Г5 требует бережного и осторожного обращения.** Строго запрещается прилагать усилие к винтам и к алидаде при закреплённом стопорном винте 7 (рис. 2.3). Это приведет к поломке прибора.

Внешний вид гониометра приведён на рис. 2.3, где

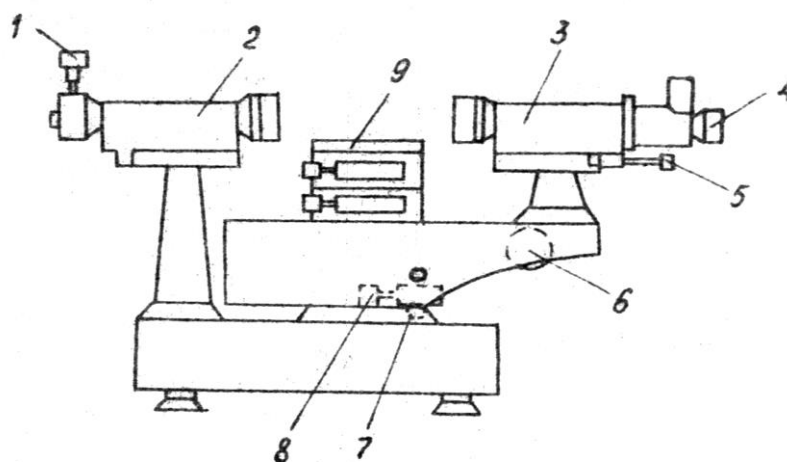


Рис. 2.3

цифрами отмечены необходимые для проведения измерений узлы коллиматора 2, в в передней фокальной плоскости объектива которого расположены узкая раздвижная щель, регулируемая микрометрическим винтом 1, зрительная труба 3 с окуляром 4, угломерное отсчетное устройство с лупой 5, через которую производится отсчет углов по шкале лимба, находящегося внутри прибора; маховичок 6 отсчётного микрометра, предметный столик 9, который может вращаться вокруг вертикальной оси.

Зрительная труба укреплена на подвижном кронштейне-алидаде, которую можно поворачивать вокруг вертикальной оси, проходящей через центр предметного столика. Поворот алидады с трубой осуществляется без усилий от руки и всегда только **после освобождения стопорного винта 7**. Тонкое перемещение зрительной трубы осуществляется винтом 8.

Оптическая схема установки представлена на рис. 2.4. Световой пучок от источника света S попадает на узкую раздвижную щель D , расположенную в передней фокальной плоскости объектива O_1 коллиматора K ; затем, после объектива O_1 , параллельным пучком падает на дифракционную решетку P , расположенную на предметном столике C . Продифрагировавший на решетке параллельный

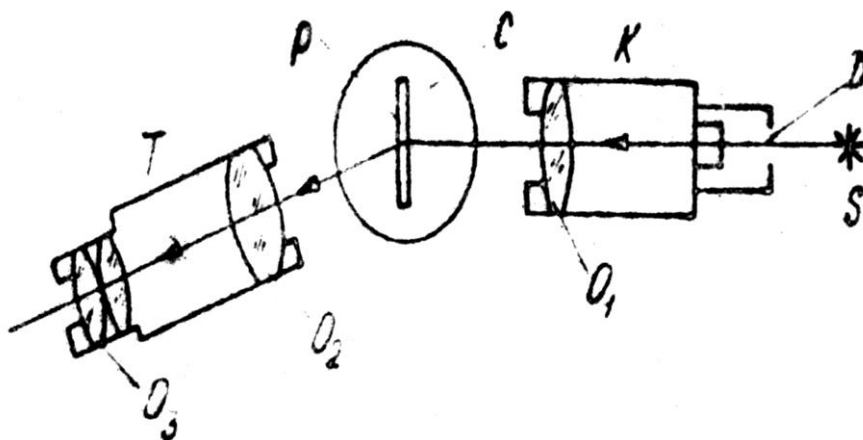


Рис.2.4

пучок света направляется на объектив O_2 зрительной трубы T , в фокальной плоскости которого образуется изображение дифракционной картины. Наблюдение ведется через окуляр O_3 зрительной трубы. Линза окуляра имеет диоптрийную наводку на резкость. В качестве источника света используются натриевая и ртутная лампы, которые включаются в сеть 220 В через специальные блоки питания.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произвести подготовку экспериментальной установки к измерениям. Для этого необходимо:

1.1. Убедиться, что все тумблеры выключены.

1.2. Включить штепсельную вилку питающего шнура гониометра.

1.3. Включить освещение шкалы лимба и сетки зрительной трубы гониометра тумблером «Включено».

1.4. Вращением накатанного кольца окуляра 4 (рис. 2.3) добиться четкого изображения визирного перекрестия зрительной трубы в его поле зрения.

2. Приступить к выполнению заданий.

2.1. Задание 1. Определение постоянной дифракционной решётки.

2.1.1. Установить натриевую лампу перед входной щелью коллиматора гониометра, включить штепсельную вилку в розетку и установить тумблер блока питания в положение «Включено».

2.1.2. Установив зрительную трубу 3 вдоль оси коллиматора 2, наблюдать через окуляр 4 изображение щели. В поле зрения окуляра должна появиться узкая полоска света.

2.1.3. Закрепив зрительную трубу винтом 7 и вращая винт 8 тонкой наводки, совместить вертикальный штрих

визирного перекрестия с изображением щели. С помощью отсчётного устройства (отсчёт ведётся через лупу 5 согласно инструкции, прилагаемой к работе) заметить положение зрительной трубы φ_0 . Для этого повернуть без усилий маховичок 6 оптического микрометра в ту или другую сторону так, чтобы верхние и нижние изображения штрихов лимба в левом окне отсчётного устройства точно совместились. Число градусов равно ближайшей левой от вертикального индекса цифре. Число десятков минут равно числу интервалов, заключенных между верхней левой цифрой, показывающей целые градусы, и правой нижней цифрой, отличающейся от левой на 180° . Число минут отсчитывается по шкале микрометра в правом окне по горизонтальной черте в левом ряду чисел. Число секунд – в том же окне по правому ряду чисел (см. рис. 2.5).

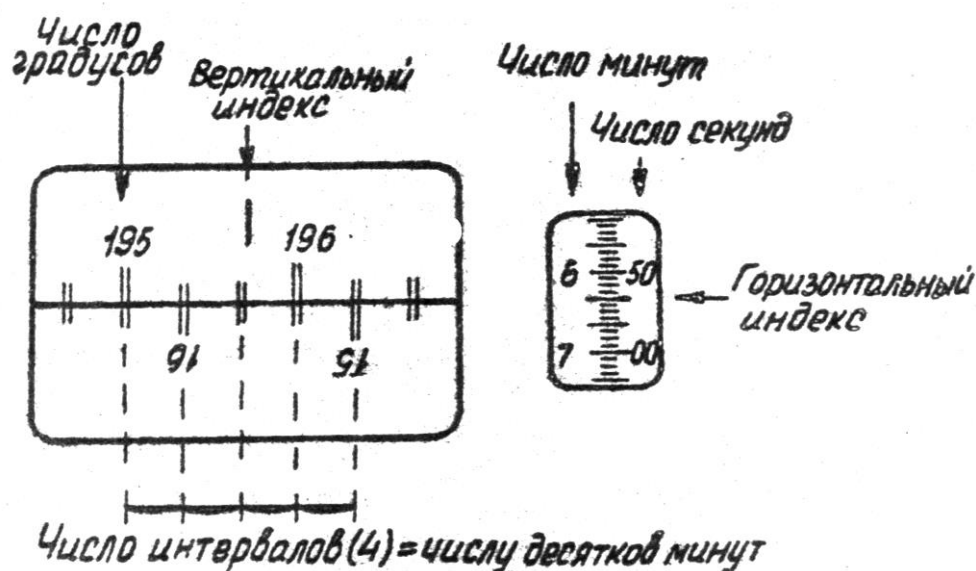


Рис. 2.5

2.1.4. В центре предметного столика 9 установить дифракционную решетку и наблюдать через окуляр 4 дифракционную картину.

2.1.5. Освободив стопорный винт 7 и вращая зрительную трубу 3, совместить вертикальный штрих перекрестия с левым максимумом первого порядка ($m=l$) и произвести отсчёт положения трубы. Результаты измерений $\varphi_{1лев}$ занести в табл. 3.

2.1.6. Совместить перекрестие трубы с правым максимумом первого порядка ($m=+l$), сделать отсчёт $\varphi_{1прав}$ положения зрительной трубы и занести результат измерений в табл. 3.

Таблица 3

Порядок спектра	$\varphi_{1лев}$	$\varphi_{1прав}$	φ_m	$d, \text{ мкм}$	Δd

2.1.7. Вычислить угол дифракции φ_1 по формуле

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_{1лев} - \varphi_{1прав}}{2}. \quad (2.2)$$

2.1.8. Аналогичные измерения произвести для максимумов второго и третьего порядков.

2.1.9. Выключить натриевую лампу.

2.1.10. Для каждого максимума определить постоянную d дифракционной решетки по формуле

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \varphi_m} \quad (2.3)$$

и оценить систематическую погрешность измерений.

2.2. Задание 2. Определение длин волн спектральных линий паров ртути.

2.2.1. Установить ртутную лампу перед входной щелью коллиматора гониометра, а тумблер блока питания в положение «Включено».

2.2.2. Совместить вертикальный штрих перекрестия

сначала с левым, затем с правым максимумами первого порядка для фиолетовой линии. Результаты измерений положения трубы $\varphi_{1\text{лев}}$ и $\varphi_{1\text{прав}}$ занести в табл. 4.

2.2.3. Вычислить φ_1 для фиолетовой линии спектра в первом порядке, используя формулу (2.1).

2.2.4. Провести аналогичные измерения для фиолетовых линий в спектрах второго ($m=2$) и третьего ($m=3$) порядков. Вычислить соответствующие углы дифракции φ_2 и φ_3 .

2.2.5. Произвести подобные измерения и вычисления для других линий спектра.

Таблица 4

Порядок спектра m	Цвет линии	$\varphi_{m\text{лев}}$	$\varphi_{m\text{прав}}$	φ_m	$\lambda_m, \text{нм}$	$\Delta \lambda_m, \text{нм}$

2.2.6. Выключить тумблеры гониометра и блока питания ртутной лампы. Отключить приборы от сети. Отсоединить шнуры от питающих розеток.

2.2.7. Вычислить для каждой из линий в каждом порядке спектра длину волны по формуле

$$\lambda_m = \frac{d \sin \varphi_m}{m} \quad (2.4)$$

и найти среднее значение $\langle \lambda \rangle$ в нм.

2.2.8. Оценить систематическую погрешность измерений.

2.3. Задание 3. Определение угловой дисперсии дифракционной решётки.

2.3.1. Определить экспериментально угловую дисперсию по формуле (1.27). Необходимые для расчёта

величины взять из табл. 4.

Угловое расстояние $\Delta\varphi = |\varphi_{ж1} - \varphi_3|$ между близкими линиями разного цвета перевести в радианы (1 радиан = $=57^\circ 18'$), период решетки d измеряется в нанометрах. В качестве углов $\varphi_{ж1}$ и φ_3 взять соответствующие значения по левому и правому спектрам первого порядка.

2.3.2. Определить угловую дисперсию по теоретической формуле

$$D_m = \frac{m}{d \cos \varphi_m} . \quad (2.5)$$

В качестве угла в этом случае следует использовать среднее угловое расстояние обеих линий в градусах:

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_{ж1} - \varphi_3}{2} .$$

2.3.3. Сопоставить результаты, полученные экспериментально и теоретически.

2.3.4. Оценить систематическую погрешность измерений.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что называется дифракцией света?
2. Сформулируйте и поясните принцип Гюйгенса - Френеля.
3. Объясните образование максимумов и минимумов дифракционной картины.
4. Объясните действие дифракционной решётки.
5. Что называется дисперсией решётки? От чего она зависит?
6. Что называется разрешающей способностью дифракционной решётки? Чем она определяется?
7. Что такое область дисперсии?
8. Объясните действие вогнутой отражательной решётки.
9. В чём заключается принцип действия отражательной

дифракционной решётки эшелетт.

10. Что такое пространственная решётка?

11. Объясните явление дифракции на пространственной решётке.

12. Поясните, в чём заключается метод Лауэ.

13. В чём заключается метод Дебая - Шерера.

14. Поясните, что понимается под рентгеновской спектроскопией и рентгеноструктурным анализом.

15. Как определяется полное число максимумов, даваемое дифракционной решёткой.

16. Чем определяется возможность решётки разлагать свет в спектр?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Физическая энциклопедия / под ред. А.М. Прохорова. Т. 1 – 5.— М.: Сов. энциклопедия; Большая российская энциклопедия, 1988 – 1998.
2. Детлаф А. А. Курс физики: учеб. пособие для студентов высших технических учебных заведений / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2014. – 720 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 20-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2014. – 560 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики в 4-х томах.- Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: учеб. пособие / И.В. Савельев; под общ. ред. В.И. Савельева. – 2-е изд., стереотип. – М.: КНОРУС, 2012. – 576 с.
5. Ландсберг Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов. – 6-е изд., стереотип. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 848 с.
6. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы: учебник. – 7-е изд. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. – 265 с.

7. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учебник. Т. 4: Оптика. 3-е изд., стереотип. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 792 с.
8. Буробин М.А., Дубков М.В., Малютин А.Е., Соколов А.П. Физика. Краткий курс лекций. Часть 3: учеб. пособие.— Рязань: РГРТУ, 2018.—96 с.
9. Дубков М.В., Буробин М.А., Иванов В.В., Малютин А.Е., Соколов А.П. Общая физика. Часть 2: учеб. пособие.—Рязань: РГРТУ, 2020.—160 с.
10. Соколов А.П. Дифракция света: методические указания.— Рязань: РГРТУ, 2010.— 16 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.....	3
1.1.	Принцип Гюйгенса-Френеля.....	3
1.2.	Метод зон Френеля.....	6
1.3.	Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.....	12
1.4.	Дифракция Фраунгофера на щели.....	16
1.5.	Дифракционная решётка.....	21
2.	ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ.....	35
2.1.	Лабораторная работа № 3-3. Изучение дифракции Фраунгофера от щели.....	35
2.2.	Лабораторная работа № 3-4. Изучение дифракции Фраунгофера на дифракционной решётке.....	40
	БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	47