

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»
Рязанский станкостроительный колледж РГРТУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по дисциплине
МАТЕМАТИКА

Специальность
Форма обучения

15.02.08 Технология машиностроения
Заочная

Рязань 2023

Рассмотрено и рекомендовано к утверждению на заседании цикловой комиссии естественных и математических дисциплин.

Протокол №12 от 21.04.2023
Председатель комиссии Белоусова И.М.

Разработчик: Качковский Юрий Валентинович, преподаватель РССК «РГРТУ»

Оглавление

1 ВВЕДЕНИЕ	4
1.1 Предисловие	4
1.2 Требования предъявляемые к контрольной работе	4
1.3 Разбивка по вариантам контрольной работы	5
2 ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	6
2.1 Паспорт рабочей программы учебной дисциплины: Математика	6
2.1.1 Область применения программы	6
2.1.2. Место учебной дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена	6
2.1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины	6
2.1.4. Количество часов на освоение программы дисциплины	7
2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины: Математика	7
2.3. Экзаменационные вопросы	9
3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ	12
Применяя метод Гаусса решить системы уравнений (1-10)	12
Решить систему уравнений по формулам Крамера(11-20)	13
Вычислить следующие пределы(21-30)	14
Исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики с асимптотами(41-50)	16
Выполнить задания(51-60)	17
Выполнить задания(61-70)	18
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ. ..	20
Методические указания по решению задач 1-10	20
Методические указания по решению задач 11-20	21
Методические указания к решению задач 21-30	22
Методические указания для решения задач 31-40	24
Методические указания к решению задач 41-50	25
Методические указания по решению задач 61-70	28
5 СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	28

1 ВВЕДЕНИЕ

1.1 Предисловие

Данные методические рекомендации предназначены для обеспечения студентов необходимыми математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения специальных дисциплин, разработки курсовых работ, для профессиональной деятельности и продолжения образования.

В дисциплине рассматриваются разделы:

- Основы линейной алгебры;
- Основы математического анализа;
- Основы теории вероятностей и математической статистики

С помощью данного пособия студент заочного отделения может организовать самостоятельную работу по написанию контрольной работы по дисциплине «Математика». Курс дисциплины включает в себя изучение трех разделов, выполнение контрольной работы, сдача экзамена.

К экзамену допускаются студенты, у которых выполнена контрольная работа. Контрольная работа содержит семь задач. В данном пособии приведены примеры по каждому типу задач.

Также в пособии приведен перечень экзаменационных вопросов с указанием параграфов учебников, где можно найти ответы на данные вопросы.

Настоящее пособие позволит сэкономить личное время на изучение той или иной темы дисциплины, качественно выполнить контрольную работу.

1.2 Требования предъявляемые к контрольной работе

1. Правильно и аккуратно переписать задание контрольной работы по своему варианту. Работы, выполненные по другому варианту, возвращаются без проверки.

2. Решения сопровождать пояснениями, указывать единицы величин.

3. Работу выполнять чернилами разборчиво(либо печатным текстом).

4. В тетради необходимо оставлять поля и место в конце работы для замечаний и заключения преподавателя. Страницы пронумеровать.

5. В конце работы привести перечень литературы, проставить дату выполнения работы и подпись.

1.3 Разбивка по вариантам контрольной работы

Предпо- следняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,11,30 31,41,51 61	2,12,29 32,42,52 62	3,13,28 33,43,53 63	4,14,27 34,44,54 64	5,15,26 35,45,55 65	6,16,25 36,46,56 66	7,17,24 37,47, 57,67	8,18,23, 38,48,58, 68	9,19,22. 39,49,59, 69	10,20, 21,40, 50,60 70
1	2,12,21 31,41,60 66	3,13,22 32,42,51 65	4,14,23 33,43,52 64	5,15,24 34,44,53 ,63	6,16,25 35,45,54 62	7,17,26 36,46,55 61	8,18,27 37,47, 56,70	9,19,28, 38,48,57, 70	10,20,29, 39,49,58, 68	1,11,30 40,50, 59,64
2	3,13,21 40,50,51 70	4,14,22 39,49,52 61	5,15,23, 38,48,53 62	6,16,24 37,47,54 63	7,17,25 36,46,55 64	8,18,26 35,45,56 65	9,19,27 34,44, 57, 66	10,20, 28,33, 43,58, 67	1,11,29, 31,42,59, 68	2,12,30 32,41, 60,69
3	4,14,22 39,43,60 62	5,15,23 38,42,60 61	6,16,24 36,41,58 68	7,17,25 35,44,59 67	8,18,26 34,45,57 66	9,19,27 33,46,56 65	10,20, 28,32, 47,54 64	1,11,29, 31,48,53, 63	2,12,30, 37,49,52, 62	3,13,21 40,50, 51,70
4	5,15,23 32,45,59 65	6,16,24, 33,46,58 66	7,17,25 34,47,57 67	8,18,26 35,48,56 68	9,19,27 36,49,54 69	10,20,28 34,50,53 70	1,11,29 35,44, 52,64	2,12,30, 31,48,53, 63	3,13,22, 40,42,50, 62	4,14,21 39,415 5 61
5	6,16,29 33,42,58 70	7,17,28, 34,43,57 69	8,18,27 35,44,56 68	9,19,26 36,45,54 67	10,20,25 37,46,53 65	1,11,24 38,47,52 66	2,12,23 39,48, 51,64	3,13,22, 40,49,59, 63	4,14,21, 31,50,60, 62	5,15,30 32,41,5 8, 61
6	7,17,28 34,49,53 64	8,18,27, 35,48,52 63	9,19,26 36,47,51 62	10,20,25 37,46,54 61	1,11,24 38,46,59 65	2,12,23 34,44,56 66	3,13,22 40,43, 57,67	4,14,21, 31,42,58, 68	5,15,29, 32,41,59, 69	6,16,30 33,50, 60,70
7	8,18,26 34,50,55 61	9,19,25, 35,49,56 62	10,20,24 36,48,57 63	1,11,23 37,47,58 64	2,12,22 38,46,59 65	3,13,21, 39,45,60 66	4,14,27 40,44, 51,67	5,15,28, 34,43,52, 68	6,16,29, 32,50,54, 62	7,17,30 32,41, 54,70
8	9,19,27 35,42,57 68	10,20,26, 36,43,56 69	1,11,25 37,44,55 70	2,12,24 38,45,54 67	3,13,23 39,46,53 66	4,14,22 40,47,52 65	5,15,21 34,48, 51,64	6,16,30, 33,49,52, 63	7,17,29, 32,50,54, 62	8,18,28 31,42, 53,61
9	10,20,24 37,48,51 69	1,21,25, 36,47,52 70	2,22,26 35,46,53 68	3,23,27 34,45,54 67	4,24,28 33,44,55 65	2,25,29 32,43,56 64	6,26,30 31,50, 57,63	7,23,27, 38,41,58, 62	8,22,28, 39,42,59, 61	9,21,29 40,44, 60,69

2 ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Паспорт рабочей программы учебной дисциплины: Математика

2.1.1 Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС СПО по специальности 15.02.08 Технология машиностроения

2.1.2. Место учебной дисциплины в структуре программы подготовки специалистов среднего звена

Учебная дисциплина «Математика» относится к математическому и общему естественнонаучному учебному циклу.

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии следующих общих компетенций:

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Разрабатывать и внедрять управляющие программы обработки деталей.

ПК 1.5. Использовать системы автоматизированного проектирования технологических процессов обработки деталей.

ПК 3.2. Проводить контроль соответствия качества деталей требованиям технической документации.

ПК 4.2 Выполнять токарную обработку заготовок на универсальном токарно-винторезном станке или токарном станке с программным управлением с применением стандартного режущего инструмента и универсальных приспособлений.

2.1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- анализировать сложные функции и строить их графики;
- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления;
- вычислять значения геометрических величин;
- производить операции над матрицами и определителями;

- решать системы линейных уравнений различными методами;
- выполнять действия над комплексными числами;
- решать задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности
- основные математические методы решения прикладных задач;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, теорию комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики.

2.1.4. Количество часов на освоение программы дисциплины

максимальной учебной нагрузки обучающегося **144** часа, в том числе:
 обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося **20** часов;
 самостоятельной работы обучающегося **124** часов.

2.2 Тематический план и содержание учебной дисциплины: Математика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные занятия и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся,)	Объем часов	Литература (номер и параграфы)	Контроль работы (номера вопросов и задач)	
1	2	3	4	5	
Раздел 1. Основные понятия и методы математического анализа				1	2
Тема 1.1. Основы дифференциального исчисления	Содержание учебного материала				
	1 Роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности .Предел функции. Раскрытие неопределённости: ∞/∞ . Асимптоты. Производная. Производная высших порядков.	2	[1] п.1.3, 1.6, п.3.1-3.3; [34] стр. 128-129, 131-132 [1] п.3.2; [3] стр.129-133 [1] п.3.4; [3] стр.129-131 стр.128-134 [1] п.4.1-4.4; [3] стр.135-138		
	2 Анализ сложных функций и построение их графиков.	2	[1] п.4.4		
	Лабораторные занятия	-	[1] п.4.3-4.4, 4.6; [3]		

	Практические занятия: Вычисление предела в точке и на бесконечности. Вычисление производных элементарных функций. Нахождение уравнений асимптот. Анализ сложных функций и построение их графиков. Решение прикладных задач с использованием производной.		2	стр.136-138 [1] п.4.7 [1] п.4.8, 4.9; [3] стр.138 [1] п.4.8 [1] п.4.10; [3] стр.139-141 [1] п.4.10; [3] стр.150		
	Контрольные работы		-	[1] п. 4.10; [3] стр.150		
	Самостоятельная работа обучающихся: Вычисление пределов. Раскрытие неопределённости (0/0). Вычисление производных элементарных и сложных функций заданных многочленом третьей степени, дробно –рациональным выражением. Выполнение заданий домашней контрольной работы.		28	[1] п.4.7-4.10; [3] стр.150 [1] п.4.1-4.4; [3] стр.135-138 [1] п.4.4 [1] п.4.3-4.4, 4.6; [3] стр.136-138 [1] п.4.7 [1] п.4.8, 4.9; [3] стр.138 [1] п.4.8 [1] п.4.10; [3] стр.139-141	№№(21-30) №№(31-40) №№(41-50)	
Тема 1.2 Основы интегрального исчисления	Содержание учебного материала			[1] п.5.1-5.3		
	1	Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Определённый интеграл и его свойства. Вычисление геометрических величин. Вычисление величины пути с помощью определённого интеграла.	2	[1] п.5.3-5.4; [3] стр.143, Стр.152-153 [1] п.5.4; [3] стр.143, стр.153-154		
	Лабораторные занятия		-	[1] п.5.5-5.6,5.7; [3] стр.144, стр.154-155		
	Практические занятия: Вычисление несложных неопределённых и определённых интегралов. Вычисление площадей фигур.		2	[1] п.5.7; [3] стр.143, стр.155-156		
	Самостоятельная работа обучающихся: Вычисление определённых и неопределённых интегралов. Решение прикладных задач. Выполнение заданий домашней контрольной работы.		26	[1] п.5.1-5.7; [3] стр.159	№№(51-60)	
				[2д] стр.181; [3] стр.127, 144		
Раздел 2. Основные понятия линейной алгебры			32			
Тема 2.1 Основные понятия линейной алгебры	Содержание учебного материала					
	1	Матрицы, основные понятия теории матриц. Определители. Основные понятия системы уравнений. Метод Гаусса.	2(1+1)	[2] п.2.1, [3] п.1.1 [2] п.1.1, 2.1, [3] п.1.2		
	Лабораторные занятия		-	[2] п.3.1, 3.2, [3] п.1.3,1.4		
	Практические занятия : Нахождение суммы матриц, умножение матрицы на число. Транспонирование матрицы. Вычисление определителей матриц. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.		1	[2] п.1.3, [3] п.1.3, 1.4 [2] п.3.4, 3.5, [1] стр.21-39		
	Контрольные работы		-			

	Самостоятельная работа обучающихся: Нахождение произведения матриц. Решение задач на операции с матрицами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и Крамера. Решение систем	29		№№(1-10), №№(11-20)	
Раздел 3. Комплексные					
Тема 3.1 Комплексные числа	Содержание учебного материала				
	1 Понятие комплексного числа. Геометрическое толкование комплексного числа. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа.	$2(1+1)$	[3] стр. 94-95, 101, 102		
	Лабораторные занятия:	-	[3] стр. 94-95, 101, 102		
	Практические занятия: Действия над комплексными числами. Нахождение модуля и аргумента комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической формах.	1	[3] п.3.1, п.3.2 [3] стр.94, 95, 102, 103 [3] стр.95-96		
	Контрольные работы	-	[3] стр.104, 108	№№(61-70)	
	Самостоятельная работа обучающихся: Действия над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной форме. Выполнение заданий домашней контрольной работы.	13			
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики					
Тема 4.1 Основные понятия и теоремы теории вероятностей	Содержание учебного материала				
	1 Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики. Решение простейших комбинаторных задач. Случайное событие. Вероятность случайного события.	2	[1] п.1.1-1.6 [1] п.6.3 [1] п.6.3	-	
	Лабораторные занятия				
	Практические занятия: Решение задач на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики.	2	[1] п.6.3 [1] п.6.1 [1] п.6.2		
	Контрольные работы	-	[1] п.6.1, 6.2		
	Самостоятельная работа обучающихся: Случайная величина и ее числовые характеристики. Вычисления характеристик дискретной случайной величины. Понятие о задачах математической статистики.	28	[1] п.6.5 [1] п.6.5 [1] п.6.6, 6.7, 6.8 [1] п.6.9, 6.11 [1] п.7.1		
	Всего	144			

2.3. Экзаменационные вопросы

Вопросы к экзамену	Задание
1. Предел функции в точке, его свойства.	[1] стр22-24
2. Предел функции на бесконечности. Замечательные пределы.	[1] стр24
3. Производная, таблица производных.	[1] стр.29-30
4. Производная сложной функции.	[1]стр.30-31
5. Производные высших порядков.	[1]стр.35
6. Монотонность и точки экстремума функции.	[1]стр.32-34,[3]стр.119
7. Выпуклость и точки перегиба функции.	[3]стр.120
8. Асимптоты функции.	[3] стр122
9. Схема анализа функций.	[3]стр.119-123
<i>Задачи на вычисление пределов, вычисление производных функций в точке, анализ сложных функций, решение прикладных задач с использованием элементов дифференциального исчисления.</i>	[1] стр25-26 [3] стр.128-141
10. Дифференциал функции. Первообразная.	[1]стр.38
11. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов.	[1]стр38-39
12. Определенный интеграл и его свойства.	[1] стр40-42
13. Геометрический смысл определенного интеграла.	[1]стр.42-44
14. Вычисление пути, пройденного телом, с помощью определенного интеграла.	[1]
<i>Задачи на вычисление неопределенных и определенных интегралов, решение прикладных задач с использованием элементов интегрального исчисления.</i>	[1]стр.42-45 [3] стр.143-145
15. Матричные модели, основные понятия теории матриц.	[3]стр4-5
16. Операции над матрицами.	[3]стр.5-7
17. Определители.	[2]стр4-8
18. Основные понятия системы уравнений.	[3] стр15-20
19. Метод Гаусса.	[2]стр.30-32
20. Метод Крамера.	[2]стр9-12
<i>Задачи на действия над матрицами, вычисление определителей, решение систем линейных уравнений методом Гаусса, решение систем линейных уравнений методом Крамера.</i>	[2]стр.12-15
21. Понятие комплексного числа.	[3]стр.92-93
22. Геометрическое толкование комплексного числа.	[3].стр93-95
23. Действия над комплексными числами.	[3]стр93
24. Тригонометрическая форма комплексного числа.	[3]стр.95-96
25. Показательная форма комплексного числа.	[1]
<i>Задачи на выполнение действий над комплексными числами.</i>	[1]
26. Предмет теории вероятностей. Элементы комбинаторики	[1]стр46,стр50

(размещение, сочетание, перестановки).	
27.Случайное событие. Вероятность случайного события.	[1]стр46-48
28.Случайная величина и её числовые характеристики.	[1]стр.58
29.Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.	[1]стр.62-64
30.Понятие о задачах математической статистики.	[1]стр73-76
<i>Задачи на вычисление вероятности с использованием элементов комбинаторики, вычисление характеристик дискретной случайной величины.</i>	[1]стр.50-51,69-70

3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Применяя метод Гаусса решить системы уравнений (1-10)

$$1. \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ 3x - y + 5z = 2, \\ x - 2y + 4z = 3. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 5x + y + 7z - 15 = 0, \\ 3x + 4y + 2z - 26 = 0, \\ 7x + 2y - 5z - 24 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x + 3y + 2z - 1 = 0, \\ 2x - 5y - 3z - 16 = 0, \\ 3x + 2y + 4z - 4 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 3y + 10z - 13 = 0, \\ 2x - 2y + 3z - 16,5 = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 0, \\ 3x - y + 9z - 33 = 0, \\ 5x + 3y - 2z - 21 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + 3y + 10z - 13 = 0, \\ 2x - 2y + 3z - 16,5 = 0, \\ 3x - y + 4z - 20 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y - z = -3, \\ 2x - y + 3z = 21, \\ x + y - z = -5. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x + 3y + 2z - 7 = 0, \\ x + 2y - z - 4 = 0, \\ 2x + y - z - 3 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0, \\ 3x + 3y + 2z - 10 = 0, \\ x + 2y + 3z = 4. \end{cases}$$

Решить систему уравнений по формулам Крамера(11-20)

$$11. \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ 4x - 3y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 5x + 3y + z = 7, \\ 4x - 2y - 3z = 3, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 4x + y - 3z + 4 = 0, \\ 2x - 3y + z - 2 = 0, \\ x + 5y - 4z + 5 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 7, \\ 2x - 2y + 3z = 5, \\ 7x - 8y + 5z = 13. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 4x - y + 2z - 15 = 0, \\ 2x + 3y + 5z - 23 = 0, \\ 6x - 2y + 3z - 22 = 0. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 4x - y + 2z = 8, \\ 3x - 2y + 5z = 14, \\ 5x + 3y - 3z = 2. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4, \\ 4x + 3y - 5z = 2, \\ 5x + 4y - 2z = 18. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ 4x - 3y + 2z = 1. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 4x + 5y + z = 3, \\ 2x - 8y + z = 2, \\ 8x + 3y - z = 3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x + 3y + z = 4, \\ 2x - y + 2z = 16, \\ 4x + 3y + 5z = 26. \end{cases}$$

Вычислить следующие пределы(21-30)

- | | | |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 21) а) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 4)$ | б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$ |
| 22) а) $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^3 - 100)$ | б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{x}$ |
| 23) а) $\lim_{x \rightarrow -2} (2x^4 - 20)$ | б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 5}$ |
| 24) а) $\lim_{x \rightarrow -2} (4x^2 - 50x)$ | б) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{49 - x^2}{x + 7}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{49 - x^2}{3x^2 + 7}$ |
| 25) а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x + 5}{2} \right)$ | б) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{x^2 - 121}{x - 11}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 121}{x - 11}$ |
| 26) а) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$ | б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 6}{3x^2 - 3}$ |
| 27) а) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^3 + x^2 - 8x + 10)$ | б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$ | в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 + 5}$ |
| 28) а) $\lim_{x \rightarrow 1} [(7x + 2)(4x - 3)(5x + 1)]$ | б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x - 1}{-5x^3 - x - 7}$ |
| 29) а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 3)(x - 2)}{x + 2}$ | б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 5x + 6}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 7}$ |
| 30) а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6}$ | б) $\lim_{x \rightarrow -3/2} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$ | в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 3}$ |

Найти производные функций(31-40)

31)а) $y = (2x^2 + x)\sqrt{x}$

б) $y = \frac{x^3 + 5x^2}{x+1}$

в) $y = \ln \sin(2x^2 + 1)$

32)а) $y = (2x^3 + 5)(3x + 4)$

б) $y = \frac{x-1}{x^2+2}$

в) $y = \cos e^{x^2}$

33)а) $y = x^3 \ln x$

б) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

в) $y = (\sin x^2)x$

34)а) $y = x \operatorname{tg} x$

б) $y = \frac{\ln x}{\sin x}$

в) $y = 5^{\sqrt{x^2+1}}$

35)а) $y = \sin x \cos x$

б) $y = \frac{x}{1-x^2}$

в) $y = \ln \sqrt[3]{x^2+1}$

36)а) $y = \ln x \operatorname{tg} x$

б) $y = \frac{\cos x}{\ln x}$

в) $y = e^{\sin(x^2+1)}$

37)а) $y = x \operatorname{ctg} x$

б) $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$

в) $y = \operatorname{tg} \ln(x^3 + 1)$

38)а) $y = (x^2 - 1) \sin x$

б) $y = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$

в) $y = \sqrt{\sin(e^{x^3})}$

39)а) $y = \ln x \cos x$

б) $y = \frac{\cos x}{(x^3 - 1)}$

в) $y = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 + 1}$

40)а) $y = (5x^2 + 1) \ln x$

б) $y = \frac{2x^2 + 1}{x}$

в) $y = \sqrt[3]{\ln(\cos x)}$

Исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики с асимптотами(41-50)

$$41) y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$42) y = \frac{x^2}{x - 1}$$

$$43) y = \frac{x^2 - 8}{x - 3}$$

$$44) y = \frac{x^2 + 9}{x + 4}$$

$$45) y = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$$

$$46) y = \frac{x^2 + 4}{x}$$

$$47) y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

$$48) y = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$$

$$49) y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$$

$$50) y = \frac{x^2 - 15}{x + 4}$$

Выполнить задания(51-60)

51) а) Вычислить интеграл: $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x - 5) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int (x-3)^5 dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=3t^2-2t-1$. Вычислить ее путь за 5 секунд от начала движения.

52) а) Вычислить интеграл: $\int \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8 \right) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int (5x+2)^7 dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=9t^2-2t-8$. Вычислить ее путь за 3 секунд от начала движения.

53) а) Вычислить интеграл: $\int (e^x + 2) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int (\sqrt{2x-2}) dx$

54) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=3t^2-2t+5$. Вычислить ее путь за 4^ю секунду от начала движения.

55) а) Вычислить интеграл: $\int (8x^3 - 6x^2 - 2x + 4) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int \sqrt{\ln x} \frac{dx}{x}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=t^2-5t+6$. Вычислить ее путь от начала движения до остановки.

56) а) Вычислить интеграл: $\int (x^4 - 8x^3 + 4x) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int \frac{8x^3}{2x^4 + 5} dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=6t^2-4t-10$. Вычислить ее путь за 4 секунды от начала движения.

57) а) Вычислить интеграл: $\int (e^x + 1) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int \frac{3x dx}{5+x^2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=8t^3+3t^2-1$ Вычислить ее путь за 1^ю секунду движения.

58) а) Вычислить интеграл: $\int (2x^3 - 5x^2 + 7x - 3) dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int \frac{x^3 dx}{3x^4 - 2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=t^2-7t+12$. Вычислить ее путь от начала движения до остановки.

59) а) Вычислить интеграл: $\int (x^{-2} - 6x^{-1} + 4)dx$

б) вычислить интеграл методом подстановки: $\int (x^2 + 1)^3 2x dx$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V = t^2 - 5t + 6$. Вычислить ее путь за 2 секунды от начала движения..

60) а) Вычислить интеграл: $\int (x^3 - 2x^2 + 17)dx$

б) Вычислить интеграл методом подстановки: $\int \frac{3dx}{(3x + 4)^2}$

в) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V = t^2 - 5t + 6$. Вычислить ее путь за 2^{10} секунду.

Выполнить задания(61-70)

61 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = 2 - 2i$

62 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 - 6x + 16 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = 1 + i$

63 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = -5i$

64 а) Решить квадратное уравнение:

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = i$

65 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 6x + 18 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = 3$

66 а) Решить квадратное уравнение:

$$3x^2 + x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = -2 - 2i$

67 а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = 1 + \sqrt{3}i$

68 а) Решить квадратное уравнение:

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = 1 - \sqrt{3}i$

69а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 8x + 17 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = -3$

70а) Решить квадратное уравнение:

$$x^2 + 6x + 18 = 0$$

б) Изобразить комплексное число, и записать его в тригонометрической форме: $z = -1 + i$

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ.

Методические указания по решению задач 1-10

Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \leftrightarrow \text{II} \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

Для того, чтобы перед переменной x_1 находился коэффициент 1 поменяем местами I и II уравнения

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \cdot (-2) + \text{II} \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \text{ I} \cdot (-7) + \text{II} \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Для того, чтобы уничтожить неизвестную x_1 во втором и третьем уравнениях первое уравнение умножим на (-2) и сложим с первым, и первое уравнение умножим на (-7) и сложим с третьим, результаты сложения запишем на место второго и третьего уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \text{ I} \cdot (-2) + \text{II} \\ 5x_2 - 7x_3 = 11, \text{ II} \cdot (-3) + \text{III} \\ 15x_2 - 22x_3 = 31 \end{cases}$$

Теперь уничтожаем неизвестную в третьем уравнении. Для этого второе уравнение умножаем на (-3) и складываем с третьим, результат записываем на место третьего уравнения.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3, \\ 5x_2 - 7x_3 = 11 \\ -x_3 = -2 \end{cases}$$

Теперь совершаем так называемый обратный ход из последнего уравнения

Находим $x_3 = 2$, подставляем найденное значение переменной x_3 во второе уравнение и находим значение переменной $x_2 = 5$.

В заключении подставляем x_2 и x_3 в первое уравнение последней системы уравнений и получаем $x_1 = 1$.

Ответ: (1; 5; 2.)

Решить систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение: Решим систему по формулам Крамера.

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (-4 - 2) + 2 \cdot (-3 + 4) + 4 \cdot (-3 - 8) = -18 + 2 - 44 = -60 \neq 0, \text{ значит, система} \\ &\text{имеет единственное решение.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 21 & -2 & 4 \\ 9 & 4 & -2 \\ 10 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 21 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} = \\ &= 21 \cdot (-4 - 2) + 2 \cdot (-9 + 20) + 4 \cdot (-9 - 40) = -126 + 22 - 196 = -300 \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-300}{-60} = 5$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \begin{vmatrix} 3 & 21 & 4 \\ 3 & 9 & -2 \\ 2 & 10 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} - 21 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (-9 + 20) - 21 \cdot (-3 + 4) + 4 \cdot (30 - 18) = 33 - 21 + 48 = 60 \end{aligned}$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{60}{-60} = -1$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & 21 \\ 3 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 10 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (40 + 9) - 3 \cdot (-20 + 21) + 2 \cdot (-18 - 84) = 147 - 3 - 284 = -60 \end{aligned}$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-60}{-60} = 1$$

Ответ: $x_1 = 5, x_2 = -1, x_3 = 1$

Методические указания к решению задач 21-30.

а) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 - 4x + 17) =$

Для решения данных задач необходимо подставить значения переменной под знак предела: $= 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 17 = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 17 = 12 + 8 + 17 = 37$

б) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6};$

Для вычисления такого предела надо разложить и (или) числитель и (или) знаменатель на множители для того чтобы можно было провести сокращение. В числителе мы используем известную формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, в знаменателе:

$$ax^2 - bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2).$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

x_1 или x_2 найдены из решения уравнения

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4a \cdot c \quad a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6 \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Тогда } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 2)(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x - 2} = \frac{3 + 3}{3 - 2} = 6$$

в) Вычислить предел:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Сначала мы смотрим на числитель и находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Итак, метод решения следующий: для того, чтобы раскрыть неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3 \rightarrow 0}{x} - \frac{5 \rightarrow 0}{x^2}}{\frac{1 \rightarrow 0}{x^2} + \frac{1 \rightarrow 0}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$.

Методические указания для решения задач 31-40

а) Для решения задач данного пункта необходимо изучить три вида формул производной элементарных функций, производная суммы, и произведения функций $(U \pm V)' = U' \pm V'$ и $(U \cdot V)' = U'V + V'U$

$$y' = ((2x^2 + x) \cdot \sqrt{x})' =$$

по формуле производной произведения получаем

$$= (2x^2 + x)' \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})' \cdot (2x^2 + x) =$$

Теперь используем формулы таблицы производных формулу

$$\text{производной суммы} = (4x + 1) \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (2x^2 + x) = (4x + 1) \cdot \sqrt{x} + \frac{2x^2 + x}{2\sqrt{x}};$$

б) При решении задач этого пункта надо использовать формулу

$$\text{производной частного} \left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - V' \cdot U}{V^2}$$

Найти производную функции $y = \frac{x^2 - 4x}{\cos x}$

$$y' = \frac{(x^2 - 4x)' \cdot \cos x - (\cos x)' \cdot (x^2 - 4x)}{\cos^2 x} = \frac{(2x - 4) \cdot \cos x + \sin x \cdot (x^2 - 4x)}{\cos^2 x}$$

в) Прежде чем приступить к решению задач данного пункта, необходимо основательно изучить понятие производной сложной функции

$$(y'_x = y'_u \cdot u'_x)$$

Пример: Вычислить производную сложной функции : $y = \ln(\sin 17x)$,
Производная сложной функции найдется как производная внешней функции на производную внутренней функции. Внешней является $y_u = \ln u$, внутренней $u = \sin t$, но функция $u = \sin t$ сама является сложной по отношению к переменной t $u'_t = \cos t \cdot t'$, где $t = 17x$.

Таким образом:

$$y'_x = (\ln \sin 17x)' = \frac{(\sin 17x)'}{\sin 17x} = \frac{\cos 17x \cdot (17x)'}{\sin 17x} = \operatorname{ctg} 17x \cdot 17 = 17 \operatorname{ctg} 17x.$$

Схема исследования функции.

1. Область определения функции
2. Интервалы возрастания и убывания функции
3. Точки минимума и максимума
4. Максимальные и минимальные значения функции
5. Области выпуклости и вогнутости
6. Точки перегиба (если они имеются)
7. Асимптоты
8. Построение графика

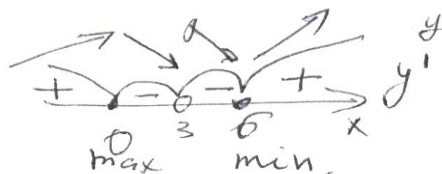
Применение Этой схемы рассмотрим на примере

Пример: Исследовать функцию $y = \frac{x^2}{x-3}$

1. Находим область определения $D(y) \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$
2. Для определения интервалов возрастания и убывания найдем производную, и приравняем ее к нулю

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{(x^2)' \cdot (x-3) - (x-3)' \cdot x^2}{(x-3)^2} = \frac{2x \cdot (x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2}$$

Производная обращается в нуль в точках $x=0$ и $x=6$ и терпит разрыв при $x=3$. Этими точками числовая прямая делится по четыре промежутка $-\infty < x < 0$, $0 < x < 3$, $3 < x < 6$ и $6 < x < \infty$ исследуем знак y' в каждом из них:



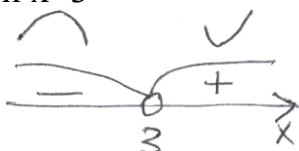
3. Находим максимальное и минимальное значение функции:

$$y(0)_{\max} = \frac{0^2}{0-3} = 0 \quad y(6)_{\min} = 12$$

4. Находим $y'' = \left(\frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2} \right)' = \frac{(x^2 - 6x)' \cdot (x-3)^2 - ((x-3)^2)' \cdot (x^2 - 6x)}{((x-3)^2)^2} =$

$$= \frac{(2x-6)(x-3)^2 - 2(x-3) \cdot (x^2 - 6x)}{(x-3)^4} = \frac{(x-3)((2x-6) \cdot (x-3) - 2(x^2 - 6x))}{(x-3)^4} = \frac{18}{(x-3)^3}$$

Вторая производная в нуль нигде не обращается и терпит разрыв при $x=3$



Точек перегиба нет, т.к. $x=3$ не принадлежит области определения

5. Приравниваем знаменатель к нулю. Так мы найдем уравнение вертикальных асимптот $x-3=0 \Rightarrow x=3$ – вертикальная асимптота.

Наклонные асимптоты ищем в виде $f(x)=kx+b$

Где $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x}$; $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (y - k \cdot x)$;

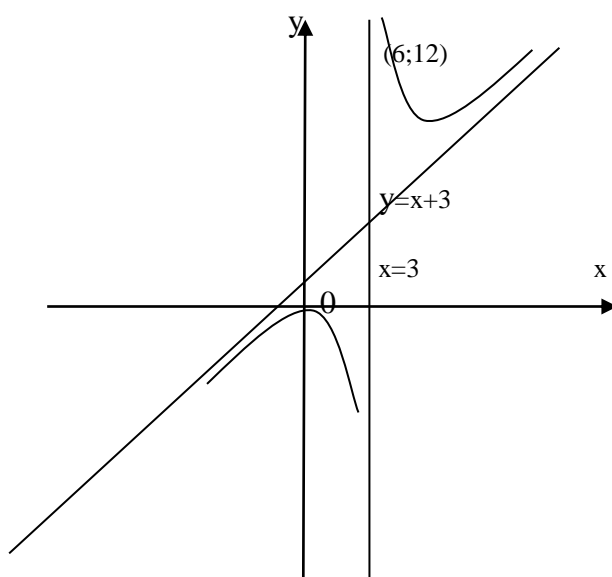
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x-3}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^2-3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\frac{3}{x^2}} = \frac{1}{1-\frac{3}{\infty}} = \frac{1}{1-0} = 1$$

Найдём теперь коэффициент в:

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-3} - 1 \cdot x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-3} - \frac{x^2-3x}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{x-3}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{1-\frac{3}{x}} = 3$$

тогда $f(x) = x + 3$ – уравнение наклонной асимптоты

6. На основании этих данных строим график функции:



а) Интегралы этого пункта вычисляются с помощью таблицы первообразных, и двух свойств неопределенного интеграла:

1. Вынесение постоянного множителя за знак интеграла

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

2. интеграл суммы функций = сумме интегралов этих функций

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Пример: вычислить интеграл: $\int (4x^3 - 8x^2 + 12x - 15)dx$

$$\int (4x^3 - 8x^2 + 12x - 15)dx = \int 4x^3 dx - \int 8x^2 dx + \int 12x dx - \int 15 dx =$$

$$= 4 \int x^3 dx - 8 \int x^2 dx + 12 \int x dx - 15 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 8 \frac{x^3}{3} + 12 \frac{x^2}{2} - 15x + c =$$

$$= x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 6x^2 - 15x + c$$

б) Для вычисления интегралов этого типа используют метод подстановки

Пример: Вычислить интеграл методом подстановки:

$$\int \sin 5x dx = \left| \begin{array}{l} 5x = t \\ d(5x) = dt \\ (5x)' dx = dt \\ 5dx = dt \\ dx = \frac{dt}{5} \end{array} \right| = \int \sin t \cdot \frac{dt}{5} = \frac{1}{5} \int \sin t dt = -\frac{1}{5} \cos t + c = -\frac{1}{5} \cos 5x + c$$

в) Решение этого типа задач требует знание темы – определенный интеграл и его приложения.

Пример: Скорость движения точки

$$V = (18t - 3t^2) \text{ м/с}$$

Найдите:

1. Путь пройденный точкой за 3с. от начала;
2. Путь пройденный точкой за 3^ю секунду;
3. Путь пройденный точкой от начала движения до ее остановки

Решение

1. Согласно условию $V = 18t - 3t^2$

Тогда путь пройденный точкой за 3с.

$$S = \int_0^3 (18t - 3t^2) dt = \left(18 \frac{t^2}{2} - 3 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^3 = (9t^2 - t^3) \Big|_0^3 = 54 \text{ м.}$$

$$2. S = \int_2^3 (18t - 3t^2) dt = (9t^2 - t^3) \Big|_2^3 = 26 \text{ м}$$

3. Найдем время, когда тело покоилось:

$$18t - 3t^2 = 0$$

$$V=0; 3t(6-t) = 0$$

$$t = 0; t = 6$$

$$\text{Теперь вычислим путь: } S = \int_0^6 (18t - 3t^2) dt = 9t^2 - t^3 \Big|_0^6 = 108 \text{ (м)}$$

Методические указания по решению задач 61-70.

Если число записано в виде $z = a + b \cdot i$, то его модуль r и аргумент φ находятся по формулам:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, & \text{если } a > 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi, & \text{если } a < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } a = 0, b > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{если } a = 0, b < 0 \end{cases}$$

ПРИМЕР. 1) Записать $z = -1 + \sqrt{3}i$ в тригонометрической форме.

Находим модуль r и аргумент φ комплексного числа. Так как его действительная часть $a = -1$ и мнимая часть $b = \sqrt{3}$, то

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad \text{и} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a} + \pi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3}}{-1} \right) + \pi = -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Следовательно,} \quad z = -1 + \sqrt{3}i = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right).$$

5 СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Основные источники:

1. Баврин И.И. Математика для технических колледжей и техникумов [Текст]: учебник и практикум для СПО/ И.И. Баврин. – 2-е изд., испр.и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018.-329 с.
2. Алпатов, А.В. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие для СПО / А.В. Алпатов. — Саратов, 2017. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>
3. Ахметгалиева, В.Р. Математика. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Р. Ахметгалиева, Л.Р. Галяутдинова, М.И. Галяутдинов.— М, 2017. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>
4. Бегларян, В.Е. Математика. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Е. Бегларян [и др.].— М., 2015.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>

Дополнительные источники:

1. Макусева Т.Г. Основные теоремы теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Т.Г. Макусева, О.В. Шемелова.— Саратов, 2018. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>
2. Математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Н.Б. Карбачинская [и др.].— М, 2015.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>
3. Общие вопросы математики. Математическая логика. Теория чисел. Алгебра. Топология. Геометрия. [Текст]/ Учредитель Всероссийский институт научной и технической информации Российской академии наук (ВИНИТИ РАН). – М.: «ПРО-ПРЕСС», 2014-2018.