ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ

***Опр.* 1.** Функция $f(x)$ с симметричной относительно нуля областью определения X называется *четной*, если для любого $x \in X$ выполняется равенство $f(x) = f(-x)$.

Из определения четной функции следует, что ее график симметричен относительно оси ординат. Например, функции $y = x^2$, $y = |x|$ являются четными.

Опр.* *2. Функция $f(x)$ с симметричной относительно нуля областью определения X называется *нечетной*, если для любого $x \in X$ выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат. Например, функции $y = x^3$ и $y = 2x$ являются нечетными.

Функция $y = x^2 + x$ не является ни четной, ни нечетной, так как $(-x)^2 + (-x) = x^2 - x \neq \pm y$. Такие функции называются *функциями общего вида*.

***Опр.* 3.** Функция $y = f(x)$ называется *периодической*, если существует такое число $T \neq 0$, что для любого $x \in X$ выполнены условия:

1) $x + T \in X; x - T \in X;$

2) $y = f(x+T) = f(x)$.

Число T называется *периодом* функции $y = f(x)$.

Наименьший положительный период называют *основным периодом* функции $T_{осн}$.

Если функция $y = f(x)$ периодическая с основным периодом $T_{осн}$, то период функции $y = f(kx + a)$ равен $\dfrac{T_{осн}}{k}$.

Множество значений числовой функции может быть ограниченным, ограниченным сверху (снизу) и неограниченным. В соответствии с этим подразделяются и сами функции.

***Опр.* 4.** Функция f называется *ограниченной* на множестве $X \subset D(f)$, если существует положительное число M такое, что для всех $x \in X$ выполняется $|f(x)| \leq M$.

Например, функция $y = \sin x$ ограничена на всей числовой оси; $y = x^3$ ограничена на любом промежутке конечной длины, но не ограничена на всей области определения $x \in \mathbf{R}$.

Пусть $y = f(x)$ определена на множестве $D(f)$ и множество $X \subset D(f)$.

Опр. 5. Если для любых $x_1, x_2 \in X$:

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, то $f(x)$ *возрастающая* на X;

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$, то $f(x)$ *неубывающая* на X;

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, то $f(x)$ *убывающая* на X;

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$, то $f(x)$ *невозрастающая* на X.

Все четыре типа в совокупности называются *монотонными* на X, а возрастающие и убывающие – *строго монотонными* на X.

Литература

1. Опорные конспекты по высшей математике. Часть 1: учеб. пособие / К.В. Бухенский; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. – Рязань, 2010. – 168 с.