

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**М.А. БУРОБИН, М.В. ДУБКОВ,
А.Е. МАЛЮТИН, А.П. СОКОЛОВ**

ФИЗИКА. КРАТКИЙ КУРС ЛЕКЦИЙ ЧАСТЬ 3

Учебное пособие

Рязань 2018

УДК 530.1

Физика. Краткий курс лекций. Часть 3: учеб. пособие / М.А. Буробин, М.В. Дубков, А.Е. Малютин, А.П. Соколов; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань, 2018. 96 с.

Рассмотрены основные законы упругих и электромагнитных волн, волновой и квантовой оптики.

Предназначено для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Ил. 66. Библиогр.: 7 назв.

Волны, интерференция, дифракция, поляризация, тепловое излучение, фотоны, фотоэффект

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(д-р техн. наук, профессор А.Н. Власов)

Буробин Михаил Анатольевич
Дубков Михаил Викторович
Малютин Александр Евгеньевич
Соколов Александр Павлович

Физика. Краткий курс лекций. Часть 3

Редактор М.Е. Цветкова

Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 10.07.18. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 6,0.

Тираж 50 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

© Рязанский государственный
радиотехнический университет, 2018

1. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

1.1. Упругие волны

Если в каком-либо месте упругой (твердой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v . Процесс распространения колебаний в пространстве называется **волной**. Волны, распространяющиеся в упругой среде, называются **упругими волнами**.

При этом частицы среды, в которой распространяется волна, не увлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают **продольные** и **поперечные волны**.

В продольной волне частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны. Упругие поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твердой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

На рис. 1.1 показано движение частиц при распространении в среде поперечной волны. Номера 1, 2 и т.д. обозначены частицы, отстоящие друг от друга на расстояние, равное $1/4 vT$, т.е. на расстояние, проходимое волной за четверть периода колебаний, совершаемых частицами. В момент времени, принятый за нулевой, волна, распространяясь вдоль оси слева направо, достигла частицы 1,

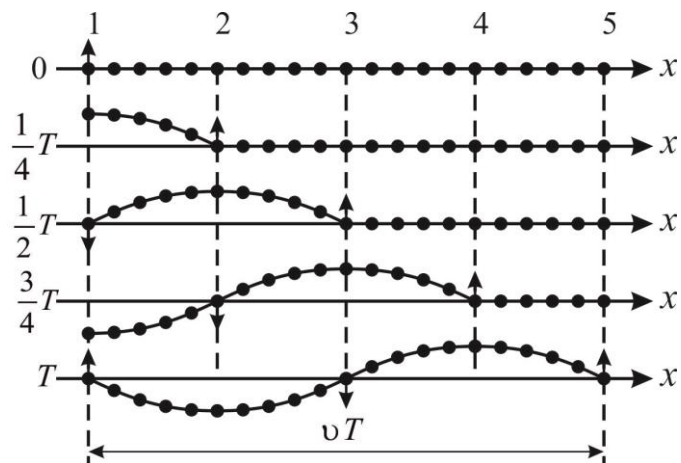


Рис. 1.1

вследствие чего частица начала смещаться из положения равновесия вверх, увлекая за собой следующие частицы. Спустя четверть периода частица 1 достигает крайнего верхнего положения; одновременно начинает смещаться из положения равновесия частица 2. По прошествии еще четверти периода первая частица будет проходить положение равновесия, двигаясь в направлении сверху вниз, вторая частица достигнет крайнего верхнего положения, а третья частица начнет смещаться вверх из положения равновесия. В момент времени, равный T , первая частица закончит полный цикл колебания и будет находиться в таком же состоянии движения, как и в

начальный момент. Волна к моменту времени T , пройдя путь νT , достигнет частицы 5.

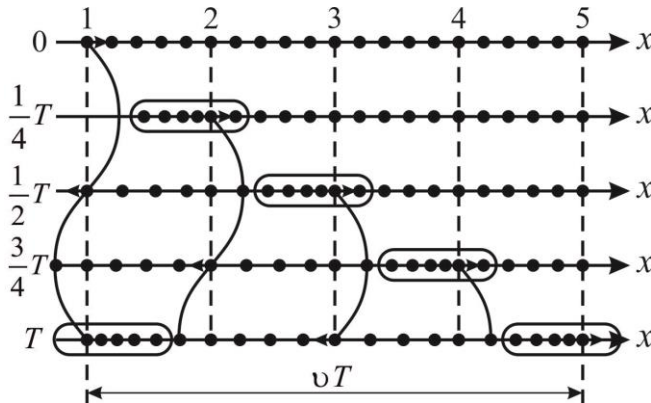


Рис. 1.2

На рис. 1.2 показано движение частиц при распространении в среде **продольной волны**. Все рассуждения, касающиеся поведения частиц в поперечной волне, могут быть отнесены и к данному случаю с заменой смещений вверх и вниз смещениями вправо и влево. Из рисунка видно, что при распространении

продольной волны в среде создаются чередующиеся сгущения и разрежения частиц (места сгущения частиц обведены на рисунке пунктиром), перемещающиеся в направлении распространения волны со скоростью ν .

На рис. 1.1 и 1.2 показаны колебания частиц, положения равновесия которых лежат на оси x . В действительности колеблются не только частицы, расположенные вдоль оси x , а совокупность частиц, заключенных в некотором объеме. Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые части пространства. При этом различают два понятия, характеризующих структуру волны в пространстве: фронт волны и волновая поверхность.

Фронт волны (волновой фронт) — это геометрическое место точек, до которых доходят колебания в данный конкретный момент времени. Он представляет собой поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

Волновая поверхность — геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновые поверхности остаются неподвижными. Волновой фронт во времени постоянно перемещается.

Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в этих случаях называется **плоской** или **сферической**. В плоской волне волновые поверхности представляют собой множество параллельных друг другу плоскостей, в сферической волне — множество концентрических сфер.

Рассмотрим случай, когда плоская волна распространяется вдоль оси x . Тогда все точки среды, положения равновесия которых имеют одинако-

вую координату x (но различные значения координат y и z), колеблются в одинаковой фазе.

На рис. 1.3 изображена кривая, которая дает смещение ξ из положения равновесия точек с различными x в некоторый момент времени. Не следует воспринимать этот рисунок как зримое изображение волны. На рисунке показан график функции $\xi(x, t)$ для некоторого фиксированного момента времени t . С

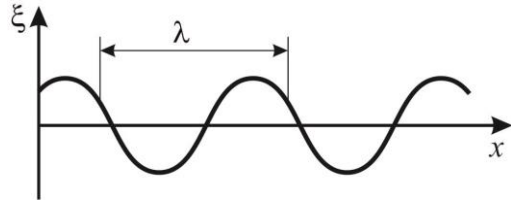


Рис. 1.3

течением времени график перемещается вдоль оси x . Такой график можно строить как для *продольной*, так и для *поперечной волны*. В обоих случаях он выглядит одинаково.

Одним из важнейших понятий, характеризующих волну, является **длина волны**. Ее можно определить двумя равнозначными способами.

Во-первых, длина волны – расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний частиц среды:

$$\lambda = vT, \quad (1.1)$$

где v – скорость волны, T – период колебаний.

Во-вторых, длина волны – расстояние между ближайшими точками среды, колеблющимися с разностью фаз, равной 2π (рис. 1.3).

Заменив в соотношении (1.1) T на $1/\nu$ (где ν – частота колебаний), получим

$$\lambda\nu = v. \quad (1.2)$$

1.2. Уравнение волны

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы от положения равновесия как функцию ее координат x, y, z и времени t :

$$\xi = \xi(x, y, z, t). \quad (1.3)$$

Эта функция должна быть периодической как относительно времени t , так и относительно координат x, y, z . Периодичность по времени вытекает из того, что ξ описывает колебания частицы с координатами x, y, z . Периодичность по координатам следует из того, что точки, отстоящие друг от друга на расстояние λ , колеблются одинаковым образом. Найдем вид функции ξ в случае плоской волны, предполагая, что колебания носят гармонический характер.

Для упрощения направим оси координат так, чтобы ось x совпала с направлением распространения волны. Тогда волновые поверхности будут перпендикулярными к оси x и, поскольку все точки волновой поверхности колеблются одинаково, смещение ξ будет зависеть только от x и t :

$$\xi = \xi(x, t).$$

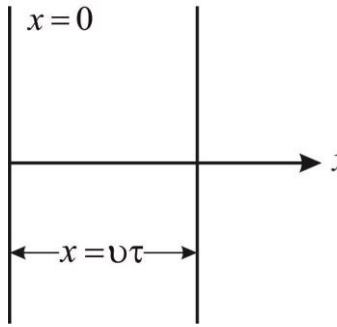


Рис. 1.4

Пусть колебания точек, лежащих в плоскости $x=0$ (рис. 1.4), имеют вид

$$\xi(0, t) = a \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где a – амплитуда, ω – циклическая частота и φ_0 – начальная фаза колебания.

Найдем вид колебания точек в плоскости, соответствующей произвольному значению x . Для того чтобы пройти путь от плоскости $x=0$ до этой плоскости, волне требуется время $\tau = x/v$ (v – скорость распространения волны). Следовательно, ко-

лебания частиц, лежащих в плоскости x , будут отставать по времени на τ от колебаний частиц в плоскости $x=0$, т.е. будут иметь вид

$$\xi(x, t) = a \sin\left[\omega(t - \tau) + \varphi_0\right] = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right].$$

Итак, **уравнение плоской синусоидальной волны** (как продольной, так и поперечной), распространяющейся в направлении оси x , выглядит следующим образом:

$$\xi(x, t) = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]. \quad (1.4)$$

Величина a представляет собой амплитуду волны. Начальная фаза волны φ_0 определяется выбором начал отсчета x и t . При рассмотрении одной волны начала отсчета времени и координаты обычно выбираются так, чтобы a была равной нулю. При совместном рассмотрении нескольких волн сделать так, чтобы для всех них начальные фазы равнялись нулю, как правило, не удастся.

Зафиксируем какое-либо значение фазы, стоящей в уравнении (1.4), положив

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0 = \text{const}. \quad (1.5)$$

Это выражение определяет связь между временем t и тем местом x , в котором фаза имеет зафиксированное значение. Вытекающее из него значение dx/dt дает скорость, с которой перемещается данное значение фазы. Продифференцировав выражение (1.5), получим:

$$dt - \frac{1}{v} dx = 0,$$

откуда

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (1.6)$$

Таким образом, скорость распространения волны v в уравнении (1.4) есть скорость перемещения фазы, в связи с чем ее называют **фазовой скоростью**.

Согласно (1.6) $dx/dt > 0$. Следовательно, уравнение (1.4) описывает волну, распространяющуюся в сторону возрастания x . Волна, распространяющаяся в противоположном направлении, описывается уравнением

$$\xi(x, t) = a \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]. \quad (1.7)$$

Действительно, приравняв к константе фазу волны (1.7) и продифференцировав получившееся равенство, придем к соотношению

$$\frac{dx}{dt} = -v,$$

из которого следует, что волна распространяется в сторону убывания x .

Уравнению плоской волны можно придать симметричный относительно x и t вид. Для этого введем величину

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1.8)$$

которая называется **волновым числом**. Умножив числитель и знаменатель выражения (1.8) на частоту ν , можно представить волновое число в виде

$$k = \frac{\omega}{v}. \quad (1.9)$$

Раскрыв в (1.4) круглые скобки и приняв во внимание (1.9), придем к следующему уравнению плоской волны, распространяющейся вдоль оси x :

$$\xi = a \sin(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (1.10)$$

Уравнение волны, распространяющейся в сторону убывания x , отличается от (1.10) только знаком при члене kx .

При выводе формулы (1.10) мы предполагали, что амплитуда колебаний не зависит от координаты. Для плоской волны это наблюдается в том случае, когда энергия волны не поглощается средой. При распространении в поглощающей энергию среде интенсивность волны с удалением от источника колебаний постепенно уменьшается — наблюдается затухание волны. Опыт показывает, что в однородной среде такое затухание происходит по экспоненциальному закону: $a = a_0 e^{-\gamma x}$. Соответственно уравнение плоской волны имеет следующий вид:

$$\xi = a_0 e^{-\gamma x} \sin(\omega t - kx + \varphi_0), \quad (1.11)$$

где a_0 — амплитуда в точках плоскости $x = 0$.

Теперь определим уравнение сферической волны. Всякий реальный источник волн обладает некоторой протяженностью. Однако если ограничиться рассмотрением волны на расстояниях от источника, значительно превышающих его размеры, то источник можно считать точечным. В изотропной и однородной среде волна, порождаемая точечным источником, будет сферической.

Допустим, что фаза колебаний источника равна $\omega t + \varphi_0$. Чтобы пройти путь r , волне требуется время $\tau = r/v$. Тогда точки, лежащие на волновой поверхности радиуса r , будут колебаться с фазой

$$\omega(t - r/v) + \varphi_0 = \omega t - kr + \varphi_0.$$

Амплитуда колебаний в этом случае, даже если энергия волны не поглощается средой, не остается постоянной – она убывает с расстоянием от источника. Следовательно, уравнение сферической волны имеет вид

$$\xi = a(r) \sin(\omega t - kr + \varphi_0). \quad (1.12)$$

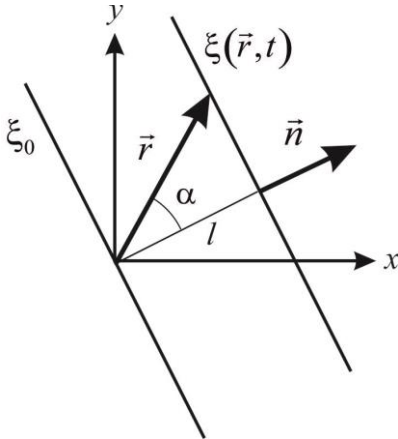


Рис. 1.5

Если плоская волна распространяется не вдоль оси x , а вдоль произвольно ориентированной прямой, то волновые поверхности представляют собой параллельные плоскости, ориентация которых характеризуется вектором нормали $\vec{n}$ (рис. 1.5). Уравнение плоской незатухающей волны в этом случае имеет вид:

$$\xi(\vec{r}, t) = a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0), \quad (1.13)$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из начала координат к точке на волновой поверхности, отстоящей от начала координат на расстоянии $l = \vec{n}\vec{r} = r \cos \alpha$, а вектор $\vec{k} = k\vec{n}$ равен по модулю волновому числу $k = 2\pi/\lambda$ и имеет направление нормали к волновой поверхности. Данный вектор называется **волновым вектором**.

В случае затухающей плоской волны в уравнение (1.13) добавить множитель, характеризующий затухание:

$$\xi(\vec{r}, t) = a e^{-\gamma \vec{m}\vec{r}} \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0).$$

Скалярное произведение волнового вектора и радиус-вектора $\vec{k}\vec{r}$ можно представить в виде:

$$\vec{k}\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z,$$

где $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha$, $k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta$, $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma$ [α, β, γ – углы между направлением распространения плоской волны (ее нормалью) и координатными осями]. Тогда уравнение плоской волны в декартовой системе координат примет вид:

$$\xi(x, y, z, t) = a \sin(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z + \varphi_0). \quad (1.14)$$

И в случае, когда $\vec{n}$ совпадает с направлением оси x , уравнение (1.14) переходит в (1.10).

1.3. Волновое уравнение и фазовая скорость волны

Уравнение любой волны является решением дифференциального уравнения, называемого волновым. Чтобы установить вид волнового уравнения, сопоставим вторые частные производные по координатам и времени от функции (1.14), описывающей плоскую волну. Продифференцировав эту функцию дважды по каждой из переменных, получим:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -\omega^2 \xi;$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k_x^2 a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_x^2 \xi;$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = -k_y^2 a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_y^2 \xi;$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -k_z^2 a \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0) = -k_z^2 \xi.$$

Сложение производных по координатам дает

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \xi = -k^2 \xi. \quad (1.15)$$

Сопоставив эту сумму с производной по времени и заменив k^2/ω^2 через $1/v^2$, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (1.16)$$

Это и есть **волновое уравнение**. Его можно записать также в виде:

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad \nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (1.17)$$

где Δ и ∇^2 – оператор Лапласа.

Всякая функция, удовлетворяющая уравнению вида (1.16), описывает некоторую волну, причем корень квадратный из величины, обратной коэффициенту при $\partial^2 \xi / \partial t^2$, дает фазовую скорость этой волны.

Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (1.18)$$

Найдем фазовую скорость продольной волны, распространяющейся в упругой среде.

Выделим в среде малый объем $\Delta V = S \Delta x$, ограниченный волновыми поверхностями с координатами x_1 и x_2 , такими что смещения частиц среды ξ_1 и ξ_2 мало отличаются друг от друга (рис. 1.6). Относительное изменение длины этого объема будет равно

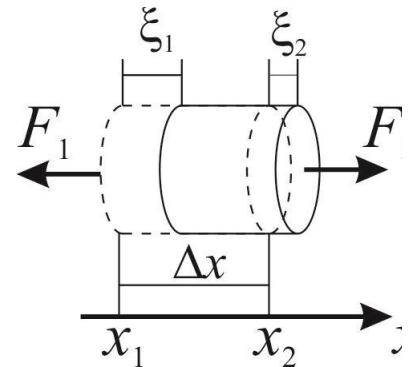


Рис. 1.6

$$\varepsilon = \frac{\xi_2 - \xi_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta \xi}{\Delta x}. \quad (1.19)$$

Для того чтобы получить относительную деформацию в сечении, надо устремить Δx к нулю:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \xi}{\Delta x} = \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (1.20)$$

По закону Гука на выделенный объем ΔV будет действовать сила упругости

$$F = F_2 - F_1 = ES\varepsilon_2 - ES\varepsilon_1 = ES \left(\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_2 - \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_1 \right) = ES \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x, \quad (1.21)$$

где E – модуль Юнга. В соответствии со вторым законом Ньютона выделенный объем ΔV плотностью ρ получит ускорение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{F}{m} = \frac{ES \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x}{\rho S \Delta x} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (1.22)$$

Сравнивая полученное выражение с волновым уравнением (1.18), получаем фазовую скорость продольной волны в упругой среде:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1.23)$$

Аналогичным образом можно получить фазовую скорость поперечных волн:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (1.24)$$

где G – модуль сдвига.

В газе распространяются только продольные волны, фазовая скорость которых зависит от частоты. При малых частотах процесс деформации газа близок к изотермическому, соответственно фазовая скорость:

$$v_{\text{изотерм}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{M}}, \quad (1.25)$$

где K – модуль объемной упругости, T – температура, M – молярная масса.

При высоких (звуковых и ультразвуковых) частотах процесс деформации газа близок к адиабатическому и модуль объемной упругости пропорционален показателю адиабаты γ . Соответственно фазовая скорость:

$$v_{\text{адиабат}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}. \quad (1.26)$$

1.4. Энергия волны

Упругая среда, в которой распространяются механические волны, обладает как кинетической энергией колебательного движения частиц, так и потенциальной энергией, обусловленной деформацией. Выделим в среде

объем ΔV (рис. 1.6), настолько малый, чтобы скорость движения частиц $v = \partial \xi / \partial t$ и относительную деформацию $\varepsilon = \partial \xi / \partial x$ (1.20) во всех точках этого объема можно было считать одинаковыми.

Выделенный нами объем обладает кинетической энергией

$$\Delta W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho \Delta V}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2. \quad (1.27)$$

Рассматриваемый объем обладает также потенциальной энергией упругой деформации

$$\Delta W_p = \frac{E \varepsilon^2}{2} \Delta V = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \Delta V,$$

где E – модуль Юнга среды.

Используя выражение (1.23), заменим модуль Юнга E на ρv^2 . Тогда выражение для потенциальной энергии объема ΔV примет вид

$$\Delta W_p = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \Delta V. \quad (1.28)$$

Выражения (1.27) и (1.28) в сумме дают полную энергию

$$\Delta W = \Delta W_k + \Delta W_p = \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right] \Delta V.$$

Разделив эту энергию на объем ΔV , в котором она содержится, получим **плотность энергии**:

$$w = \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \right]. \quad (1.29)$$

Дифференцирование уравнения (1.10) один раз по t , другой раз по x дает

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = a \omega \cos(\omega t - kx + \varphi_0), \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = -ak \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Подставив эти выражения в формулу (1.29) и приняв во внимание, что $k^2 v^2 = \omega^2$, получим:

$$w = \rho a^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (1.30)$$

В случае поперечной волны для плотности энергии получается такое же выражение.

Из (1.30) следует, что плотность энергии в каждый момент времени в разных точках пространства различна. В одной и той же точке плотность энергии изменяется со временем по закону квадрата синуса. Среднее значение квадрата синуса равно $1/2$. Соответственно среднее по времени значение плотности энергии в каждой точке среды равно

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2. \quad (1.31)$$

Таким образом, среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. При распространении волны эта энер-

гия передается от источника в различные точки среды, следовательно, волна переносит с собой энергию. Скорость переноса энергии волной равна скорости перемещения в пространстве поверхности, соответствующей максимальному значению объемной плотности энергии. Для синусоидальной волны эта скорость равна фазовой скорости.

Количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность в единицу времени, называется **потоком энергии** через эту поверхность:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (1.32)$$

Поток энергии – скалярная величина, размерность которой равна размерности энергии, деленной на размерность времени, т.е. совпадает с размерностью мощности.

Поток энергии может быть распределен по поверхности неравномерно. Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина, называемая плотностью потока энергии. **Плотность потока энергии** численно равна потоку энергии через единичную площадку, помещенную в данной точке перпендикулярно к направлению, в котором переносится энергия. Направление вектора плотности потока энергии совпадает с направлением переноса энергии.

Пусть через площадку $\Delta S_{\perp}$, перпендикулярную к направлению распространения волны, переносится за время Δt энергия ΔW . Тогда **плотность потока энергии** равна

$$j = \frac{\Delta \Phi}{\Delta S_{\perp}} = \frac{\Delta W}{\Delta S_{\perp} \Delta t}. \quad (1.33)$$

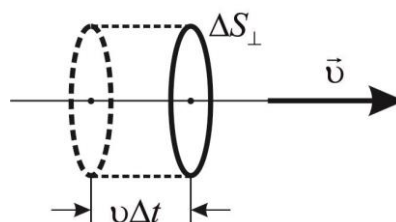


Рис. 1.7

Через площадку $\Delta S_{\perp}$ (рис. 1.7) будет перенесена за время Δt энергия ΔW , заключенная в объеме цилиндра с основанием $\Delta S_{\perp}$ и высотой $v\Delta t$:

$$\Delta W = w \Delta S_{\perp} v \Delta t.$$

Подставив это выражение в формулу (1.33), получим для плотности потока энергии:

$$j = w v. \quad (1.34)$$

Учитывая, что направление плотности потока энергии совпадает с направлением распространения волны (и переноса энергии), можно написать:

$$\vec{j} = w \vec{v}. \quad (1.35)$$

Этот вектор был впервые введен в рассмотрение выдающимся русским физиком Н.А. Умовым и называется **вектором Умова**. Вектор Умова в данной точке изменяется со временем так же, как плотность энергии w , а его среднее значение равно

$$\langle \vec{j} \rangle = \langle w \rangle \vec{v} = \frac{1}{2} \rho a^2 \omega^2 \vec{v}. \quad (1.36)$$

Выражение (1.36), так же как и (1.31), справедливо для волны любого вида (сферической, затухающей и т.д.).

Скалярная величина, равная модулю среднего значения вектора Умова, называется интенсивностью волны:

$$I = \left| \langle \vec{j} \rangle \right| = \frac{1}{2} \rho \omega^2 v a^2 \sim a^2. \quad (1.37)$$

Таким образом, интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату ее амплитуды.

В том случае, если малая площадка dS ориентирована произвольно, то за время dt через нее пройдет энергия dW , заключенная в изображенном на рис. 1.8 косом цилиндре. Объем этого цилиндра равен $dV = v dt dS \cos \varphi$. В нем содержится энергия

$$dW = w dV = w \cdot v dt dS \cos \varphi = dt \cdot j dS \cos \varphi = dt \cdot \vec{j} d\vec{S},$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$. Отсюда для элементарного потока энергии $d\Phi$ через площадку dS получается формула

$$d\Phi = \frac{dW}{dt} = \vec{j} d\vec{S}. \quad (1.38)$$

Полный поток энергии через произвольную поверхность равен сумме элементарных потоков (1.38):

$$\Phi = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (1.39)$$

То есть поток энергии равен потоку вектора Умова $\vec{j}$ через поверхность.

Вычислим среднее значение потока энергии через произвольную волновую поверхность сферической волны. В каждой точке этой поверхности векторы $\vec{j}$ и $d\vec{S}$ совпадают по направлению. Кроме того, модуль вектора $\vec{j}$ для всех точек сферической поверхности радиуса r одинаков. Следовательно,

$$\langle \Phi \rangle = \oint_S \langle \vec{j} \rangle d\vec{S} = \langle j \rangle S = I \cdot 4\pi r^2.$$

Так как в непоглощающей среде, в соответствии с законом сохранения энергии, энергия, переносимая в единицу времени через любую замкнутую волновую поверхность, охватывающую источник, будет одинакова, то интенсивность волны будет обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника:

$$I = \frac{\langle \Phi \rangle}{4\pi r^2} \sim \frac{1}{r^2}. \quad (1.40)$$

Учитывая (1.37), получаем, что амплитуда $a(r)$ незатухающей сферической волны обратно пропорциональна расстоянию r от источника волны, то есть уравнение сферической волны (1.12) примет вид:

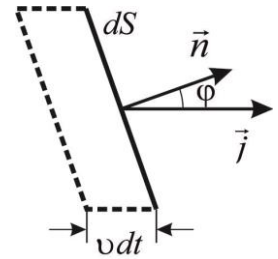


Рис. 1.8

$$\xi = \frac{a_0}{r} \sin(\omega t - kr + \varphi_0), \quad (1.41)$$

где a_0 – амплитуда на расстоянии 1 м от точечного источника.

В случае плоской затухающей волны амплитуда убывает с расстоянием по закону $a = a_0 e^{-\gamma r}$. Соответственно интенсивность волны убывает по закону

$$j = j_0 e^{-\alpha r}, \quad (1.42)$$

где $\alpha = 2\gamma$ – величина, называемая **коэффициентом поглощения волны**. Она имеет размерность, обратную размерности длины. Величина, обратная коэффициенту поглощения, равна расстоянию, на котором интенсивность волны уменьшается в e раз.

1.5. Принцип суперпозиции волн

В линейной среде фазовая скорость волны не зависит от интенсивности, поэтому волны распространяются независимо друг от друга. Следовательно, волны просто накладываются одна на другую, не возмущая друг друга. При этом выполняется **принцип суперпозиции волн**: если в линейной среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц среды оказываются геометрической суммой колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности:

$$\vec{\xi} = \sum \vec{\xi}_i. \quad (1.43)$$

Основываясь на принципе суперпозиции, любую несинусоидальную волну, распространяющуюся в линейной среде, можно заменить эквивалентной ей системой синусоидальных волн. Такая система волн называется также группой волн или волновым пакетом. Совокупность всех частот синусоидальных волн, образующих волновой пакет, **называется спектром частот**. Спектр частот может быть дискретным (например, для строго периодической несинусоидальной волны) или непрерывным (например, для ограниченного по времени сигнала).

Описание распространения волнового пакета просто только для недиспергирующих сред, то есть сред, в которых фазовая скорость не зависит от частоты. В этом случае волновой пакет распространяется, не меняя своей формы. В диспергирующей среде составляющие волнового пакета движутся с разными скоростями, вследствие чего форма пакета изменяется со временем.

Простейшей формой волнового пакета является квазисинусоидальная плоская волна, являющаяся суперпозицией двух распространяющихся в одном направлении плоских волн с одинаковыми амплитудами и близкими по значению частотами и волновыми числами:

$$\begin{cases} \xi_1 = A_0 \sin(\omega t - kx); \\ \xi_2 = A_0 \sin((\omega + d\omega)t - (k + dk)x). \end{cases} \quad (1.44)$$

В соответствии с принципом суперпозиции результирующая квазисинусоидальная волна будет описываться выражением:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \sin(\omega t - kx). \quad (1.45)$$

Эта волна отличается от синусоидальной тем, что ее амплитуда является медленно изменяющейся функцией времени и координаты:

$$A(x, t) = 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right). \quad (1.46)$$

Как указывалось в п. 1.4, скорость переноса энергии волной равна скорости перемещения в пространстве поверхности, соответствующей максимальному значению объемной плотности энергии. Так как объемная плотность энергии определяется амплитудой, то эта скорость находится из уравнения $td\omega - xdk = \text{const}$, откуда

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (1.47)$$

Эта величина называется **групповой скоростью**. Учитывая, что $\omega = kv$ и $k = 2\pi / \lambda$, получим связь между фазовой и групповой скоростью:

$$u = v + k \frac{dv}{dk} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (1.48)$$

Волны называются **когерентными**, если вызываемые ими колебания в каждой из точек среды происходят с постоянной разностью фаз. При сложении когерентных волн возникает явление **интерференции**, при котором происходит устойчивое во времени их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабление в других.

Важный случай интерференции наблюдается при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой. Возникающий в результате колебательный процесс называется **стоячей волной**. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, накладываясь друг на друга, дают **стоячую волну**.

Напишем уравнения двух плоских волн, распространяющихся вдоль оси x в противоположных направлениях:

$$\begin{cases} \xi_1 = A \sin(\omega t - kx + \varphi_{01}), \\ \xi_2 = A \sin(\omega t + kx + \varphi_{02}). \end{cases}$$

Сложив вместе эти уравнения в соответствии с принципом суперпозиции, получим уравнение стоячей волны:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2a \cos\left(kx + \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_{02} + \varphi_{01}}{2}\right). \quad (1.49)$$

Чтобы упростить его, выберем начало отсчета x так, чтобы разность $\varphi_{02} - \varphi_{01}$ стала равной нулю, а начало отсчета t – так, чтобы оказалась рав-

ной нулю сумма $\varphi_{02} + \varphi_{01}$. Кроме того, заменим волновое число k его значением $2\pi/\lambda$. Тогда уравнение (1.49) примет вид

$$\xi = 2a \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \sin(\omega t). \quad (1.50)$$

Из (1.50) видно, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания той же частоты, что и у встречных волн, причем амплитуда зависит от x :

$$A = \left| 2a \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \right|. \quad (1.51)$$

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.52)$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения. Эти точки называются **пучностями** стоячей волны. Из (1.52) получаются значения координат пучностей:

$$x_{\text{пучн}} = \pm n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.53)$$

Следует иметь в виду, что **пучность** представляет собой не одну точку, а плоскость, точки которой имеют значения координаты x , определяемые формулой (1.53).

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

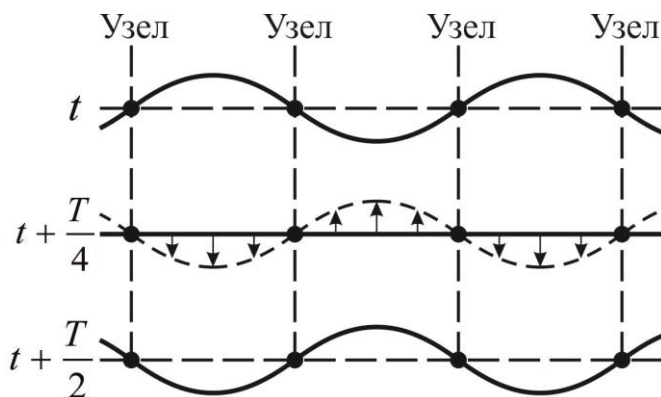
$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

амплитуда колебаний обращается в нуль. Эти точки называются **узлами** стоячей волны. Точки среды, находящиеся в **узлах**, колебаний не совершают. Координаты узлов имеют значения

$$x_{\text{узн}} = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.54)$$

Узел, как и пучность, представляет собой не одну точку, а плоскость, точки которой имеют значения координаты x , определяемые соотношением (1.54).

Из формул (1.53) и (1.54) следует, что расстояние между соседними пучностями, так же как и расстояние между соседними узлами, равно $\lambda/2$.



Пучности и узлы сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны.

Обратимся снова к уравнению (1.50). Множитель $2a \cos(2\pi x / \lambda)$ при переходе через нулевое значение меняет знак. В соответствии с этим фаза колебаний по разные сторо-

Рис. 1.9

ны от узла отличается на π . Это означает, что точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе. Все точки, заключенные между двумя соседними узлами, колеблются синфазно (т.е. в одинаковой фазе). На рис. 1.9 приведены отклонения точек от положения равновесия в моменты времени, следующие через четверть периода, стрелками обозначены скорости в положении равновесия.

Продифференцировав уравнение (1.50) один раз по t , а другой раз по x , найдем выражения для скорости частиц и для деформации среды ε :

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = 2a\omega \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos(\omega t), \quad (1.55)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x} = -2a \frac{2\pi}{\lambda} \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \sin(\omega t). \quad (1.56)$$

Уравнение (1.55) описывает стоячую волну скорости, а (1.56) – стоячую волну деформации. Узлы и пучности скорости совпадают с узлами и пучностями смещения; узлы же и пучности деформации совпадают соответственно с пучностями и узлами смещения. В то время как смещение и деформация достигают максимальных значений, скорость частиц обращается в нуль, и наоборот. Соответственно дважды за период происходит превращение энергии стоячей волны то полностью в потенциальную, сосредоточенную в основном вблизи узлов волны (где находятся пучности деформации), то полностью в кинетическую, сосредоточенную в основном вблизи пучностей волны (где находятся пучности скорости). В результате происходит переход энергии от каждого узла к соседним с ним пучностям и обратно. Средний же по времени поток энергии в любом сечении волны равен нулю.

1.6. Электромагнитные волны

Электромагнитными волнами называются возмущения электромагнитного поля, распространяющиеся в пространстве. Переменное электрическое поле порождает магнитное, которое тоже оказывается переменным. Это переменное магнитное поле порождает электрическое поле и т. д. Таким образом, если возбудить с помощью зарядов переменное электрическое или магнитное поле, в окружающем пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Этот процесс будет периодическим во времени и в пространстве и, следовательно, представляет собой волну.

Вывод о возможности существования электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла. В области, не содержащей свободных электрических зарядов ($\rho = 0$) и макроскопических токов ($j = 0$), уравнения Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1.57)$$

Если среда представляет собой однородный изотропный диэлектрик, не обладающий сегнетоэлектрическими или ферромагнитными свойствами, то в материальных уравнениях

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \text{ и } \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (1.58)$$

диэлектрическая проницаемость ε и магнитная проницаемость μ являются постоянными скалярными величинами, не зависящими ни от времени, ни от координат. В связи с этим уравнения (1.57) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (1.59)$$

или в проекциях на оси декартовых координат

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{aligned} \right. & \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}, \end{aligned} \right. \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Продифференцируем по времени одну из проекций второго уравнения Максвелла, учитывая, что порядок дифференцирования по времени и по координатам можно изменить:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial H_z}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial H_y}{\partial t} \right) = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}.$$

Умножим левую и правую части этого уравнения на $\mu \mu_0$ и заменим временные производные напряженности магнитного поля в левой части в соответствии с проекциями первого уравнения Максвелла:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}.$$

Упрощая уравнение, получаем:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}.$$

Учитывая, что стоящее в скобках выражение можно заменить в соответствии с третьим уравнением Максвелла на $-\partial E_x / \partial x$, получаем:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}. \quad (1.61)$$

Полученное уравнение соответствует волновому уравнению (1.16). Аналогичным образом можно получить уравнения для других составляю-

щих векторов напряженностей электрического и магнитного полей. Поэтому волновые уравнения для векторов напряженностей электрического и магнитного поля будут иметь вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (1.62)$$

Полученные уравнения указывают на то, что переменные электромагнитные поля действительно распространяются в виде волн, фазовая скорость которых в соответствии с (1.16) равна

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \quad (1.63)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 3 \cdot 10^8$ м/с – фазовая скорость электромагнитных волн в вакууме. Таким образом, в вакууме фазовая скорость электромагнитных волн совпадает со скоростью света, что позволило Максвеллу высказать гипотезу о том, что свет – это электромагнитные волны.

Электромагнитные волны являются **поперечными**, что легко продемонстрировать для плоской волны. Если плоская волна распространяется вдоль оси x , то напряженности электрического и магнитного полей не зависят от координат y и z , то есть

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0.\end{aligned}\quad (1.64)$$

Подставляя эти выражения в уравнения Максвелла (1.60) получаем, что проекции напряженностей электрического и магнитного полей на направление движения не зависят ни от координат, ни от времени:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0, \quad (1.65)$$

тогда для переменного поля эти проекции всегда равны нулю, то есть векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны к направлению распространения волны.

Уравнения плоской электромагнитной волны:

$$\begin{aligned}E_y &= E_{0y} \sin(\omega t - kx), & E_z &= E_{0z} \sin(\omega t - kx), \\ H_y &= H_{0y} \sin(\omega t - kx), & H_z &= H_{0z} \sin(\omega t - kx).\end{aligned}\quad (1.66)$$

Запишем второе уравнение Максвелла (1.60) для плоской волны, учитывая (1.64):

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (1.67)$$

Выразим входящие в уравнение (1.67) производные через производные по фазе $\varphi = \omega t - kx$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -k \frac{\partial H_z}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} = kv \frac{\partial E_y}{\partial \varphi} = \frac{k}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}} \frac{\partial E_y}{\partial \varphi}.\end{aligned}\quad (1.68)$$

Подставив эти выражения в уравнение (1.67) и проинтегрировав, получим:

$$H_z = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_y. \quad (1.69)$$

Аналогично можно получить:

$$H_y = -\sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_z. \quad (1.70)$$

Таким образом, напряженность магнитного поля в любой момент времени пропорциональна напряженности электрического поля:

$$H = \sqrt{H_y^2 + H_z^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} \sqrt{E_z^2 + E_y^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E. \quad (1.71)$$

Скалярное произведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ равно нулю:

$$\vec{E}\vec{H} = E_y H_y + E_z H_z = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} (-E_y E_z + E_z E_y) = 0. \quad (1.72)$$

Таким образом, векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и перпендикулярны к вектору фазовой скорости $\vec{v}$.

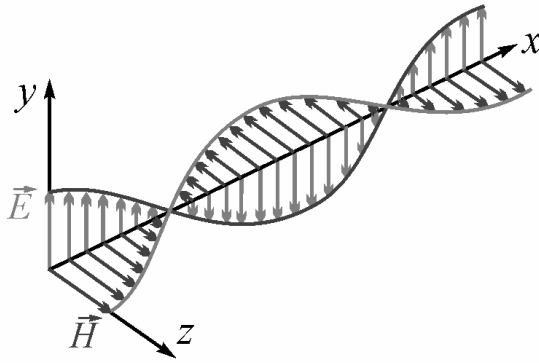


Рис. 1.10

На рис. 1.10 показана «моментальная фотография» плоской электромагнитной волны. Как видно из рисунка, векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. В фиксированной точке пространства векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются со временем по гармоническому закону. Они одновременно увеличиваются от нуля, затем через $1/4$ периода достигают наибольшего значения (причем, если $\vec{E}$ направлен вверх, то $\vec{H}$

направлен вправо; смотрим вдоль направления, по которому распространяется волна). Еще через $1/4$ периода оба вектора одновременно обращаются в нуль. Затем опять достигают наибольшего значения (но на этот раз $\vec{E}$ направлен вниз, а $\vec{H}$ — влево). И, наконец, по завершении периода колебания векторы снова обращаются в нуль. Такие изменения векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят во всех точках пространства, но со сдвигом по фазе, определяемым расстоянием между точками, отсчитанным вдоль оси x .

Возможность обнаружения электромагнитных волн (по проскакиванию искры, свечению лампочки и т. п.) указывает на то, что эти волны переносят энергию.

Плотность энергии электромагнитного поля w складывается из плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = w_{\mathcal{E}} + w_M = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Учитывая, что в данной точке пространства векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются в одинаковой фазе и значения E и H связаны выражением (1.71), получаем

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0} E^2 = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \quad (1.73)$$

Это выражение удобно переписать в виде:

$$w = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH = \frac{EH}{v}. \quad (1.74)$$

Как и для упругих волн, умножив плотность энергии w на скорость v , получим плотность потока энергии:

$$S = wv = EH.$$

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Поэтому направление вектора $[\vec{E}\vec{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH . Следовательно, вектор плотности потока энергии можно представить как векторное произведение $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (1.75)$$

Вектор $\vec{S}$ называется **вектором Пойнтинга**.

Поток энергии, переносимый волной в единицу времени через некоторую поверхность S , равен

$$\Phi = \int_S S_n dS, \quad (1.76)$$

где S_n – нормальная составляющая вектора $\vec{S}$, dS – элемент поверхности.

Интенсивность электромагнитной волны I определяется как среднее значение модуля вектора Пойнтинга:

$$\begin{aligned} I &= \langle |\vec{S}| \rangle = \langle E_m \sin(\omega t - kx + \varphi_0) H_m \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \rangle = \\ &= E_m H_m \langle \cos^2(\omega t - kx + \varphi_0) \rangle = \frac{1}{2} E_m H_m. \end{aligned} \quad (1.77)$$

2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

2.1. Когерентность и интерференция света

При наложении когерентных световых волн происходит перераспределение энергии светового излучения, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется **интерференцией света**. Наблюдение интерференции возможно лишь в том случае, когда складываемые световые волны когерентны, т.е. имеют одинаковые направления колебаний, частоту и постоянную разность фаз в течение времени наблюдения (в общем случае волны называются когерентными, если за время наблюдения разность их начальных фаз меняется не более чем на π). Разность фаз колебаний, создаваемых в точке двумя плоскими монохроматическими волнами, распространяющимися в средах с разными оптическими плотностями, определяется соотношением:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2x_2 - n_1x_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; n_1 и n_2 – показатели преломления среды; x_1 и x_2 – расстояния (геометрические пути), пройденные соответственно волнами от 1-го и 2-го источников до точки наблюдения; Δ – оптическая разность хода.

Для лучшего понимания механизма сложения световых волн рассмотрим вначале сложение двух гармонических колебаний одного периода с амплитудами a_1 и a_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2 :

$$S_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \text{ и } S_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \quad (2.1)$$

Если складываемые колебания имеют одно и то же направление, то получится вновь гармоническое колебание того же самого периода:

$$S_1 + S_2 = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2.2)$$

амплитуда A и фаза φ_0 которого определяются из следующих соотношений:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2.3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}. \quad (2.4)$$

Выражение (2.3) показывает, что квадрат амплитуды результирующего колебания не равняется сумме квадратов амплитуд исходных колебаний. Результат сложения зависит от разности фаз ($\varphi_1 - \varphi_2$) и может иметь любое значение в пределах от $A^2 = (a_1 - a_2)^2$ до $A^2 = (a_1 + a_2)^2$. Очевидно, что первое возможно при $\varphi_1 - \varphi_2 = (2m+1)\pi$, а второе – при $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi m$.

Введем обозначение $\psi = \varphi_1 - \varphi_2$ и вычислим средний квадрат амплитуды результирующего колебания за некоторый промежуток времени τ , значительно больший, нежели время нерегулярных изменений фазы ψ :

$$\begin{aligned} \langle A^2 \rangle &= \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} A^2 dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \psi) dt = \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \psi dt. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Если в течение времени наблюдения ψ остается неизменным, то

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos \psi d\tau = \cos \psi, \quad (2.6)$$

следовательно,

$$\langle A^2 \rangle = a_1^2 + a_2^2 + 2 \cos \psi,$$

т.е.

$$I \neq I_1 + I_2.$$

Здесь и далее под I понимается интенсивность ($I \approx A^2$).

Если же разность фаз изменяется совершенно беспорядочно, то интеграл (6) стремится к нулю и мы имеем:

$$\langle A^2 \rangle = a_1^2 + a_2^2, \text{ т.е. } I = I_1 + I_2.$$

Поэтому при сложении двух колебаний одного периода надо различать два случая.

1. Разность фаз колебаний сохраняется неизменной за время τ , достаточное для наблюдений. Средняя энергия результирующего колебания отличается от суммы средних энергий исходных колебаний. В этом случае колебания называются когерентными, а явление сложения таких колебаний – интерференцией колебаний.

2. Разность фаз колебаний беспорядочно меняется за время наблюдения. Средняя энергия результирующего колебания равна сумме средних энергий исходных колебаний. Колебания в этом случае называются некогерентными, а при их сложении всегда имеет место суммирование интенсивностей, т.е. интерференция не наблюдается.

Строго гармонические колебания одинаковой частоты всегда когерентны между собой, так как они делятся, не обрываясь, имеющаяся разность фаз у них сохраняется без изменения сколь угодно долгое время. Поэтому такие колебания всегда интерферируют друг с другом, в результате чего наблюдается устойчивая интерференционная картина. Следовательно, условием интерференции волн одной и той же частоты будет являться их когерентность, т.е. сохранение неизменной за время наблюдения разности фаз. Для простоты будем полагать, что волны одинаково линейно поляризованы. При этом результат интерференции будет определяться разностью интерферирующих волн в месте наблюдения, которая зависит

как от начальной разности фаз волн, так и от разности расстояний, отделяющих точку наблюдения от источников каждой из волн.

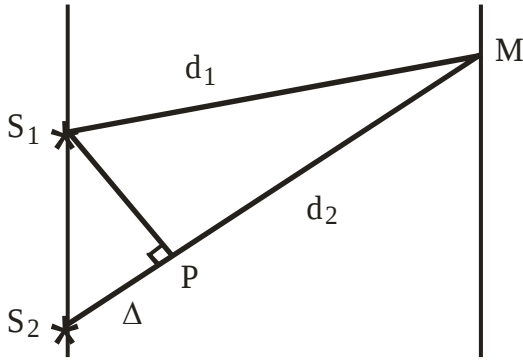


Рис. 2.1

Рассмотрим две когерентные волны, исходящие из источников S_1 и S_2 (рис. 2.1), колебания в которых направлены перпендикулярно к плоскости чертежа. Допустим, что обе волны имеют равные амплитуды. Тогда колебания, вызываемые первой и второй волнами в точке наблюдения M , будут иметь вид:

$$S_1 = a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right), \quad S_2 = a \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) - \varphi \right],$$

где $d_1 = S_1M$ и $d_2 = S_2M$, λ – длина волны, а φ – начальная разность фаз. При сложении колебаний в точке M будем иметь:

$$S = S_1 + S_2 = 2a \cos \left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{1}{2}\varphi \right) \times \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2 + d_1}{2\lambda} \right) - \frac{1}{2}\varphi \right]. \quad (2.7)$$

Таким образом, в точке M имеет место колебание с амплитудой $2a \cos \left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{1}{2}\varphi \right)$ и интенсивностью $4a^2 \cos^2 \left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} + \frac{1}{2}\varphi \right)$. Для когерентных волн φ постоянна, и различие интенсивности света в разных точках зависит только от разности $(d_2 - d_1)$, которая называется разностью хода. Благодаря этой разности расстояний, колебания, вызванные этими волнами в точке их встречи, будут обладать разностью фаз даже в том случае, когда начальные фазы обеих волн были одинаковы. Разность фаз ψ , возникающая за счет разности хода волн $\Delta = d_2 - d_1$, будет равна

$$\psi = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}.$$

Обозначим $\Delta = m\lambda$, где m – любое число (целое или дробное). Тогда разность фаз запишется как $\psi = 2\pi m$.

В случае равенства начальных фаз ($\psi=0$) интенсивность двух интерферирующих волн с одинаковыми амплитудами примет вид:

$$I \approx A^2 = 4a^2 \cos^2 \left(\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right) = 4a^2 \cos^2 m\pi. \quad (2.8)$$

Целым значениям m соответствует различие по фазе на $2\pi m$ (и интенсивность пропорциональна $4a^2$). При m полуцелом фазы складывающихся колебаний противоположны (и интенсивность равна нулю). Следовательно, при целом m имеем **максимумы**, при полуцелом m – **минимумы**. В первом случае когерентные волны оказываются синфазными, т.е. на оптической разности хода укладывается целое число длин волн и

$$\Delta = m\lambda = 2m\frac{\lambda}{2}. \quad (2.9)$$

Во втором случае налагающиеся волны противофазны и на оптической разности хода укладывается нечётное число длин полуволн, т. е.

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}. \quad (2.10)$$

Здесь $m = 0, 1, 2 \dots$ – порядок интерференционного максимума или минимума. Данное распределение интенсивностей представляет собой интерференционную картину.

Вернемся к вопросу о когерентности. Различают *временную и пространственную когерентность*. Электромагнитные волны от тепловых источников (ламп накаливания и пр.) некогерентны между собой. Это связано с механизмом излучения – атом излучает цуг волн (волновой пакет), переходя из более высокого энергетического состояния в более низкое. Фаза излучаемой при каждом таком переходе электромагнитной волны принимает случайные значения. Пусть за промежуток времени $\tau_{\text{ког}}$ изменение фазы незначительно (не более π). Тогда в течение этого времени волну можно рассматривать как квазимонохроматическую. Для волновых цугов оптического диапазона это время (его называют *временем когерентности*) определяется временем жизни атома в возбуждённом состоянии. Расстояние, которое проходит поверхность фиксированной фазы цуга за время $\tau_{\text{ког}}$, называют *длиной когерентности* или "*длиной цуга*", которая равна $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$, где c – скорость света в вакууме.

Наряду с временной когерентностью, определяемой временем когерентности, для описания когерентных свойств волны в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения, вводится понятие *пространственной когерентности*. Когерентность колебаний, которые совершаются в один и тот же момент времени в разных точках плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волн, называют *пространственной когерентностью*.

Пространственная когерентность зависит от условий излучения и формирования световых волн. Например, световая волна, излучаемая точечным источником, обладает полной пространственной когерентностью. Расстояние, при котором колебания в двух точках псевдодолновой поверхности (т.е. поверхности, образованной протяжённым источником) будут приблизительно когерентными, называется длиной пространственной когерентности или радиусом когерентности. С другой стороны, это не что иное как расстояние, при смещении на которое вдоль псевдодолновой по-

верхности случайное изменение фазы достигает значения π . Для обычных источников длина когерентности принимает значения от нескольких сантиметров до нескольких метров. Излучение же оптических квантовых приборов (например, лазеров) обладает огромной временной и пространственной когерентностью. У выходного отверстия лазера пространственная когерентность наблюдается по всему поперечному сечению светового пучка.

Возможность наблюдения чередующегося распределения светлых и темных полос в интерференционной картине существенно зависит от освещенности этого фона. Для характеристики контрастности интерференционных полос Майкельсон ввел функцию

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

называемую *видностью* (или *видимостью*) их. Здесь $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – максимальная и минимальная интенсивности интерференционных полос вблизи выбранной точки поля. Параметр $V=1$ соответствует наиболее контрастной интерференционной картине, а $V=0$ – полному ее исчезновению. Для того чтобы человеческий глаз мог уверенно различать чередование светлых и темных полос на интерференционной картине, значение V должно быть не менее 0,1, или $I_{\min}=0,82 I_{\max}$.

Если колебания в точку наблюдения M пришли от одного источника, но разными путями, то в этом случае говорят о временной когерентности. Если же колебания в точку M пришли из различных точек волнового поля, пройдя одинаковые пути, тогда говорят о пространственной когерентности.

2.2. Интерференция света в тонких пленках

На практике мы часто наблюдаем цветное окрашивание масляных пленок на воде и мыльных пузырей. Эти явления получили название интерференции света в тонких пленках.

Для того чтобы выяснить условия формирования интерференционной

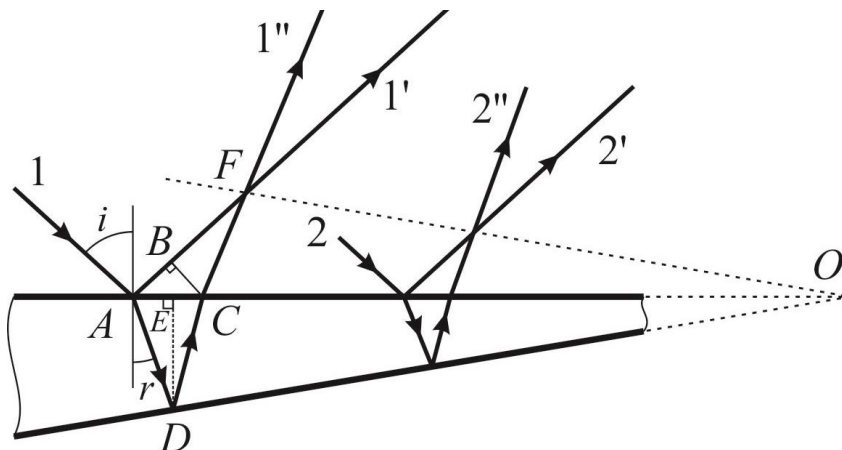


Рис. 2.2

картины вблизи поверхности таких пленок и причину её ярко выраженной пространственной локализации, рассмотрим схему подобного опыта в предельно простом варианте (см. рис. 2.2). Пусть на поверх-

ность тонкого прозрачного клина падают почти нормально световые пучки от протяженного источника света (на рис. 2.2 для наглядности угол падения i резко увеличен).

Показатель преломления вещества клина n . Так как волна 1' испытывает скачок фазы на π , при отражении от поверхности клина с показателем преломления, большим, чем у окружающей среды, то это эквивалентно дополнительной разности хода $\frac{\lambda}{2}$:

$$\Delta = (AD + DC)n - \left(AB - \frac{\lambda}{2} \right); \quad n(AD + DC) = \frac{2hn}{\cos r}; \quad (2.11)$$

$$AB = 2hntgr \sin i; \quad \frac{\sin i}{\sin r} = n; \quad ED = h,$$

откуда: $\Delta = 2hncosr + \frac{\lambda}{2}$.

Из последнего выражения видно, что оптическая разность хода Δ является функцией лишь толщины клина в точке падения луча. Следовательно, интерференционные полосы имеют равную освещенность во всех точках поверхности, соответствующих одинаковым толщинам плёнки. Отсюда и название интерференционных полос подобных картин – **интерференционные полосы равной толщины**. Иными словами, полосы равной толщины представляют собой геометрическое место точек, где сходятся *все* пучки света, прошедшие одну и ту же толщину клина. Необходимо отметить, что локализованы эти полосы вблизи поверхности клина на плоскости OF (см. рис. 2.2).

Из соотношения $\Delta = 2hncosr + \lambda/2$ следует, что для однородной плоскопараллельной пластинки разность хода может меняться только в соответствии со значением угла преломления r , т.е. лучи, имеющие одинаковый наклон, будут давать одну и ту же разность хода. Так как пучки света 1' и 1'' параллельны (см. рис. 2.3), то в этом случае говорят, что интерференционная картина локализована на бесконечности. Параллельные пучки 1' и 1'' соединяются в т. O_1 фокальной плоскости линзы Л; в то же самое место придут и всякие другие пучки, параллельные SA (даны пунктирной линией). Данные интерференционные полосы называются **интерференционными полосами равного наклона**.

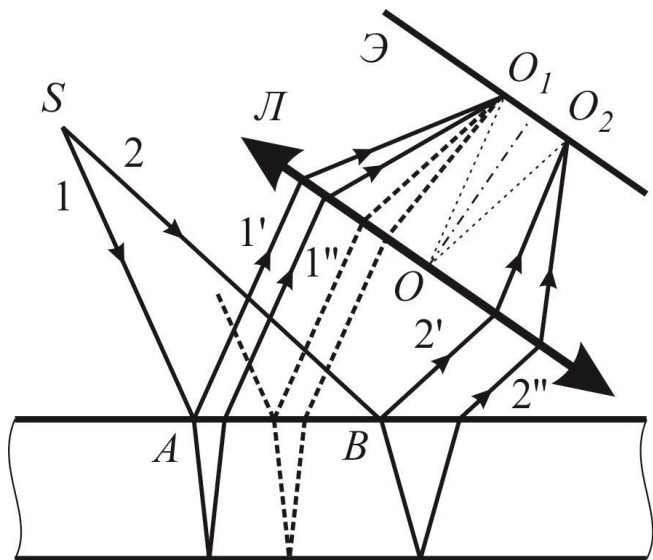


Рис. 2.3

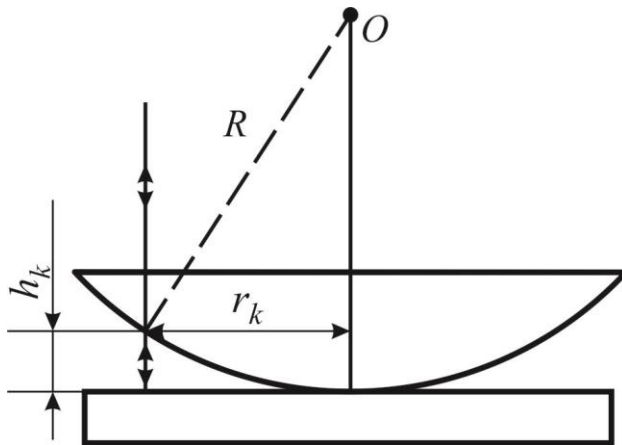


Рис. 2.4

Классическим примером полос равной толщины являются кольца Ньютона. Схема наблюдения колец Ньютона изображена на рис. 2.4.

Плосковыпуклая линза большого радиуса кривизны прижимается выпуклой стороной к плоской пластинке. Толщина воздушной прослойки h между пластиной и сферической поверхностью линзы увеличивается от точки их соприкосновения к краям линзы.

Места одинаковой толщины слоя воздуха расположены по concentric окружностям.

Пусть на линзу нормально падает пучок монохроматического света. Световые волны, отраженные от верхней и нижней границ воздушной прослойки, интерферируют между собой. В отраженном свете интерферирующие волны создают картину чередующихся concentric светлых и темных колец с темным пятном в центре (в проходящем свете в центре будет наблюдаться светлое пятно).

При нормальном падении света оптическая разность хода Δ двух волн, одна из которых отражается от выпуклой поверхности линзы, другая – от верхней плоскости пластины, определяется по формуле:

$$\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2}, \quad (2.12)$$

где h – толщина воздушного зазора; λ – длина волны падающего света в вакууме; n – показатель преломления прослойки; $\lambda/2$ – дополнительная разность хода, возникающая при отражении света от оптически более плотной среды (в данном случае от пластины).

В зависимости от h оптическая разность хода Δ может содержать четное или нечетное число полуволн. Это приводит к появлению в отраженном свете либо интерференционного максимума (светлого кольца), либо минимума (темного кольца). Учитывая, что в воздухе $n = 1$, из формулы (6) получаем:

$$\begin{aligned} 2h + \frac{\lambda}{2} &= 2k \frac{\lambda}{2} && \text{– условие максимума,} \\ 2h + \frac{\lambda}{2} &= (2k + 1) \frac{\lambda}{2} && \text{– условие минимума,} \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $k=1, 2, 3, \dots$ (если же пространство между линзой и стеклянной пластиной заполнено веществом, то оптическая разность хода берется с учетом показателя преломления этого вещества).

Из уравнения (2.13) следует, что толщина зазора h_k , соответствующая k -му темному кольцу, равна

$$h_k = k \frac{\lambda}{2}. \quad (2.14)$$

Получаем соотношение, связывающее толщину зазора h_k , радиус кривизны R и радиус k -го кольца r_k . Из рис. 2.4 имеем:

$$r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2 = 2Rh_k - h_k^2.$$

Принимая во внимание, что $2R \gg h_k$, получаем:

$$h_k = \frac{r_k^2}{2R}. \quad (2.15)$$

Из соотношений (2.14) и (2.15) следует выражение для радиуса k -го темного кольца:

$$r_k = \sqrt{Rk\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (2.16)$$

Несложно получить подобное выражение для светлых колец в отражённом свете:

$$r_k = \sqrt{(k - 1/2)\lambda R} \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (2.17)$$

Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете (при этом потери полуволны не наблюдается). Поэтому оптическая разность хода для проходящего и отраженного света будет отличаться на $\lambda/2$, т. е. максимумам интерференции в отражённом свете соответствуют минимумы в проходящем, и наоборот.

2.3. Интерференционные схемы и приборы

Можно было бы наблюдать интерференцию, пропуская свет, распространяющийся от произвольного источника, через две щели в непрозрачном экране. Однако при малой пространственной когерентности падающей на щели волны пучки света, прошедшие через щели, окажутся некогерентными и интерференционная картина будет отсутствовать.

До появления лазеров во всех приборах для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. На практике это можно осуществить с помощью экранов, щелей, зеркал и преломляющих тел. Юнг, например, получил в 1802 году интерференцию от двух щелей, увеличив пространственную когерентность падающего на щели света, пропустив предварительно свет через небольшое отверстие в непрозрачном экране.

Схема эксперимента была следующей (рис. 2.5). Источником излучения служила ярко освещённая щель S , от которой световая волна падала на две узкие равноудалённые щели S_1 и S_2 , лежащие в плоскости, параллельной щели S . В этом случае они играли роль когерентных источников света. Интерференционная картина наблюдалась на экране в области BC , то есть в области перекрытия световых пучков.

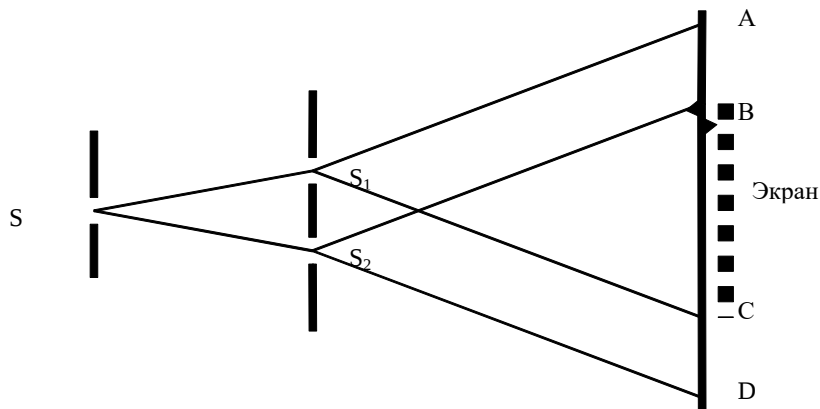


Рис. 2.5

Френель в 1816 году показал, что, используя излучение одного лишь атома (или группы атомов), можно получить систему волн, которые также будут когерентными. Эта схема получила название бипризмы Френеля (рис. 2.6).

Бипризма Френеля 5, состоит из двух стеклянных призм с малыми преломляющими углами θ , имеющими общую грань. Источником света служит узкая щель 2, расположенная параллельно ребру тупого угла бипризмы и освещаемая монохроматическим светом от источника 1. В результате преломления лучей в бипризме образуются две когерентные волны, как бы исходящие от мнимых когерентных источников 3 и 4. Эти волны перекрываются, образуя зону интерференции. Интерференционная картина наблюдается на экране 6, за которым расположена линза 7.

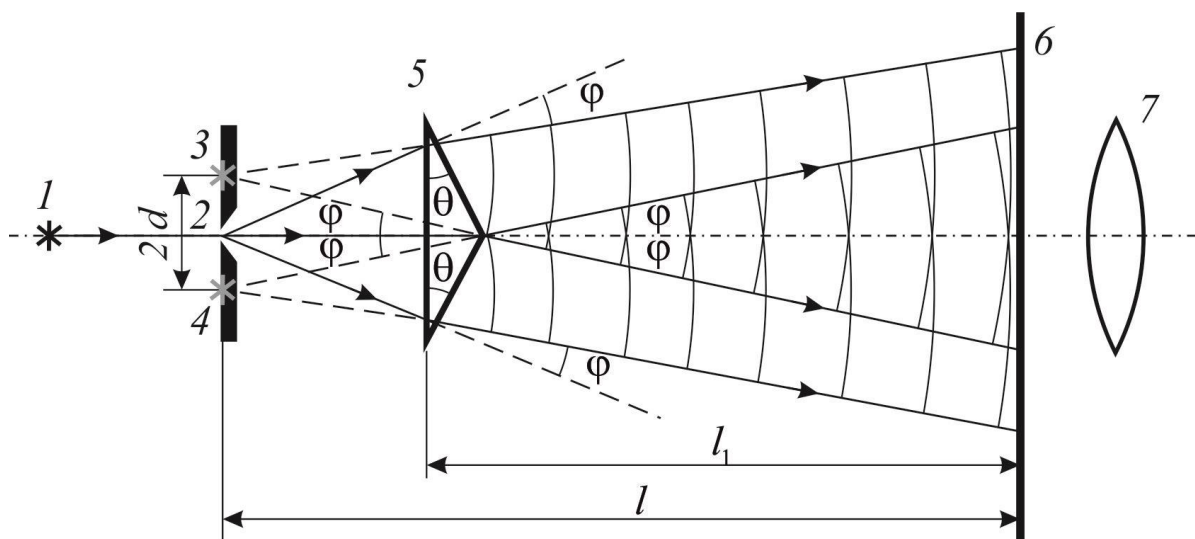


Рис. 2.6

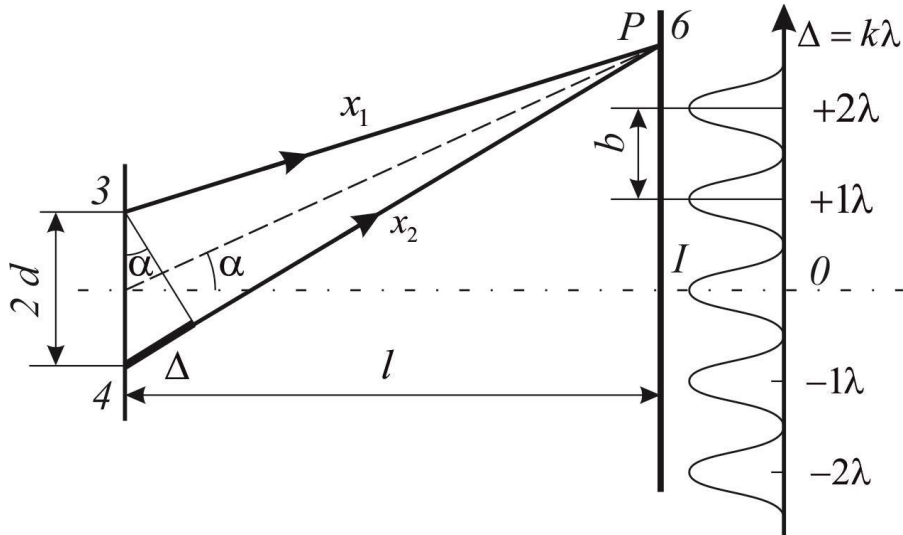


Рис. 2.7

Результат сложения колебаний, приходящих в точку Р экрана 6 (рис. 2.7) от когерентных источников 3 и 4, зависит от оптической разности хода Δ , равной в случае вакуума: $\Delta = x_2 - x_1$.

Если в точках пространства когерентные волны оказываются синфазными ($\delta = 2\pi m$), т.е. на оптической разности хода укладывается целое число длин волн: $\Delta = m\lambda_0 = 2m(\lambda_0/2)$, то результирующее колебание имеет наибольшую амплитуду (максимум интенсивности). Напротив, в точках пространства, для которых

$$\Delta = (2m+1)(\lambda_0/2)$$

(на оптической разности хода укладывается нечётное число длин полу-волн, и налагающиеся волны противофазны), наблюдают минимум интенсивности. Здесь $m = 0, 1, 2 \dots$ – порядок интерференционного максимума или минимума.

Определим расстояние между соседними интерференционными полосами или, как иногда говорят, ширину интерференционной полосы. Отметим, что под этим мы будем понимать расстояние между серединами соседних максимумов или минимумов. При малых углах отклонения α справедливо соотношение:

$$\frac{\Delta}{2d} = \frac{OP}{l}.$$

Но так как $\Delta = m\lambda_0$ и $OP = mb$, то

$$\frac{m\lambda_0}{2d} = \frac{mb}{l},$$

или с учетом того, что $2d = d_0$,

$$b = \frac{\lambda l}{d_0}. \quad (2.18)$$

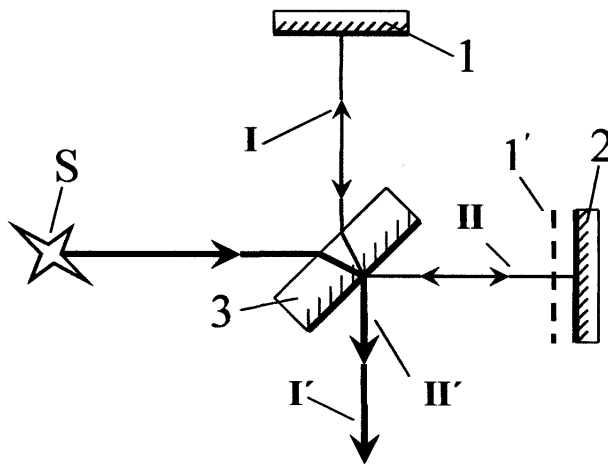


Рис. 2.8

Явление интерференции также применяется в очень точных измерительных приборах, которые называются интерферометрами. Все интерферометры основаны на одном и том же принципе и различаются лишь конструктивно. Рассмотрим более подробно интерферометр Майкельсона, который применяется для исследования как временной, так и пространственной когерентности.

Принципиальная схема интерферометра приведена на рис. 2.8. Свет источника S с помощью светоделительной пластины 3, имеющей коэффициент отражения $R \cong 50\%$, разделяется на два пучка. Луч I отражается от зеркала 1, проходит через пластину 3 в направлении I'. Луч II отражается зеркалом 2, установленным перпендикулярно к зеркалу 1, и после отражения пластиной 3 распространяется в направлении II'. Если зеркало 2 и изображение зеркала 1 в пластине 3 (плоскость 1') параллельны, то при освещении интерферометра расходящимся пучком света с осевой симметрией наблюдаемая интерференционная картина лучей I' и II' имеет вид колец (полосы равного наклона). Эти кольца можно рассматривать как результат интерференции лучей, отражаемых от воздушного слоя между плоскостями 1' и 2. Разность хода между лучами I' и II', которые возникают в результате отражения волны от плоскопараллельного слоя 1' 2, определяется формулой

$$\Delta = 2d \cos \theta = 2(l_2 - l_1) \cos \theta, \quad (2.19)$$

где $d = l_2 - l_1$ — расстояние между плоскостями 1' и 2, равное разности длин плеч интерферометра. Подставив (2.9) в (2.19), получим:

$$2d \cos \theta = m\lambda. \quad (2.20)$$

Отсюда видно, что уменьшающимся значениям m соответствуют увеличивающиеся значения угла θ , т.е. кольца больших радиусов соответствуют меньшим порядкам интерференции.

Лучи от точечного источника S расходятся аксиально-симметрично под всевозможными углами θ . При малой разности хода Δ между лучами I' и II' кольца будут редкими и большого диаметра. С увеличением Δ (например, за счет перемещения зеркала 2) диаметр колец уменьшается, и их количество возрастает.

В интерферометре Майкельсона осуществляется интерференция двух монохроматических волн одинаковой частоты. Такие волны по опре-

делению имеют бесконечную продолжительность во времени. Очевидно, что в природе они не существуют. Поэтому на практике наблюдается интерференция квазимонохроматических волн. Такие волны можно получить в результате разделения одной и той же волны на две части. Однако полной аналогии с интерференцией монохроматических волн здесь не получится, поскольку каждая из волн имеет конечное время когерентности $\tau = \frac{1}{\Delta\omega}$, где $\Delta\omega$ – ширина спектра излучения источника света.

3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля

Под *дифракцией света* понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, если оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления. Если в среде имеются мельчайшие частицы постороннего вещества или показатель преломления заметно меняется на расстояниях порядка длины волны, то в этих случаях говорят о рассеянии света и термин «дифракция» не употребляется. Иными словами, дифракция света – это совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (например, при прохождении через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел). Явление легко наблюдается для длинноволновых объектов – звуковых и радиоволн, играет важную роль в области видимого света и рентгеновских лучей. Различают дифракцию Френеля в расходящихся лучах и дифракцию Фраунгофера в параллельных лучах.

Между интерференцией и дифракцией нет существенного различия. Оба явления заключаются в перераспределении энергии потока волн в результате суперпозиции. По историческим причинам перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбужденных конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее вследствие суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, распределенными в пространстве непрерывно, принято называть дифракцией волн.

Природа и основные качественные закономерности дифракции света могут быть установлены с помощью принципа Гюйгенса - Френеля, который состоит из двух частей.

1. *Принцип Гюйгенса: каждая точка, до которой доходит световое колебание, является источником вторичных волн.*

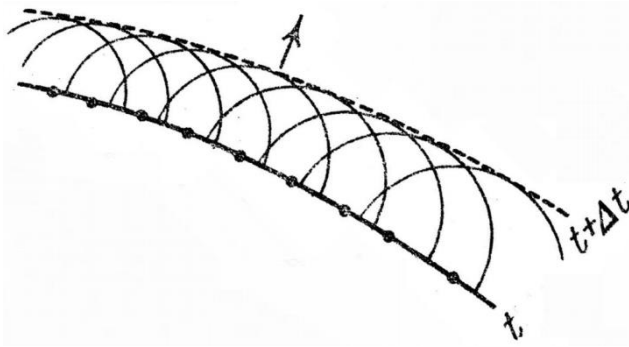


Рис. 3.1

Принцип предложен в 1690 г. Гюйгенсом и рассматривается как простой способ нахождения волновой поверхности или волнового фронта в момент времени $t + \Delta t$, если известно их положение в момент времени t . Отсюда источник волн можно заменить системой фиктивных источников, возбуждающих вторичные волны. Этими источниками могут слу-

жить малые участки dS волновой поверхности, в частности, в случае точечного источника – участки dS сферической поверхности (см. рис. 3.1).

В случае точечного источника света волновые поверхности вторичных волн представляют собой систему концентрических сфер, в случае плоского источника – систему параллельных плоскостей.

Однако принцип Гюйгенса не дает никаких указаний об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Во всех применениях вторичные волны Гюйгенса выступают не как реальные волны, а как *вспомогательные сферы*, используемые для построения волновых фронтов. Эти сферы, построенные из точек волнового фронта как из центров, проявляют свое действие только на огибающей, которая и дает новое положение волнового фронта. Кроме этого, оставалось неясным, почему при распространении волны не возникает обратная волна.

2. Добавление Френеля: вторичные источники света являются когерентными, причем мощность всех вторичных источников одинакова. Поэтому результирующее колебание в точке наблюдения P – результат интерференции всех вторичных волн (см. рис. 3.2).

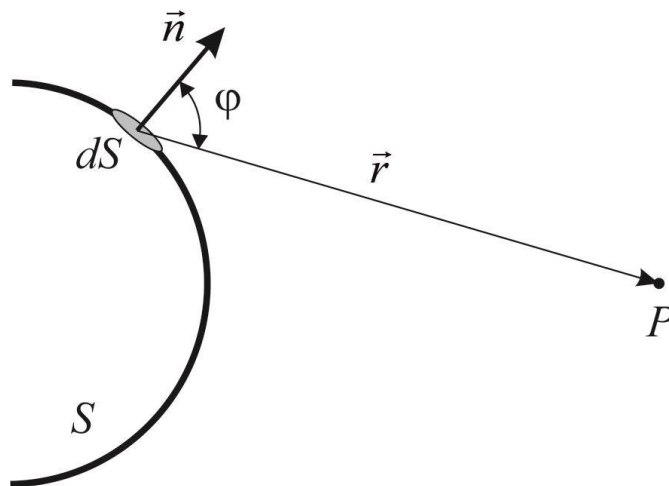


Рис. 3.2

Таким образом, дифракция света – *интерференционный эффект*; только, если интерференция света обусловлена конечным числом источников, то дифракция – их непрерывным распределением. Принцип Гюйгенса – Френеля не связан с конкретной физической природой волн и применим как для упругих волн, так и для электромагнитных (световых) волн.

По теории Френеля, свет должен наблюдаться во всех местах пространства, где при интерференции вторичные волны усиливаются; в тех же местах, где они взаимно гасят друг друга, должна наблюдаться темнота. При этом становится понятным физический смысл огибающей. К огибающей все вторичные волны приходят в одинаковых фазах, и их интерференция приводит к большей интенсивности света. Вторичные волны, идущие от волнового фронта вперед, вступают в свободное от возмущений пространство. Они интерферируют только друг с другом. Напротив, вторичные волны, идущие назад, вступают в пространство, где есть уже волновое возмущение – прямая волна. При интерференции вторичные волны гасят прямую волну, так что после прохождения волны пространство за ней оказывается невозмущенным.

С помощью усовершенствованного им принципа Френелю удалось объяснить ряд дифракционных явлений, а также устранить одно из основных затруднений волновой теории света – показать, как согласуется волновая природа с наблюдающимся на опыте прямолинейным распространением света.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные пучки, говорят о **дифракции Фраунгофера** или о дифракции в параллельных лучах. В противном случае говорят о **дифракции Френеля**.

3.2. Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса – Френеля позволяет проанализировать все основные дифракционные явления. Поскольку точек фронта, являющихся когерентными источниками новых волн, бесчисленное множество, то расчет интерференции в принципе сводится к довольно громоздкому интегрированию. Для упрощения этого интегрирования Френелем был предложен изящный метод, основанный на разбиении волновой поверхности на кольцевые участки – зоны Френеля (см. рис. 3.3). Для этого он предложил провести ряд сфер с центрами в точке P и радиусами, соответственно равными:

$$b + \frac{\lambda}{2}, \quad b + 2\frac{\lambda}{2}, \quad b + 3\frac{\lambda}{2}, \quad \dots b + m\frac{\lambda}{2}.$$

Расстояние от соседних зон до точки наблюдения P при этом будет отличаться на половину длины волны $\lambda/2$. Тем самым фронт волны разобь-

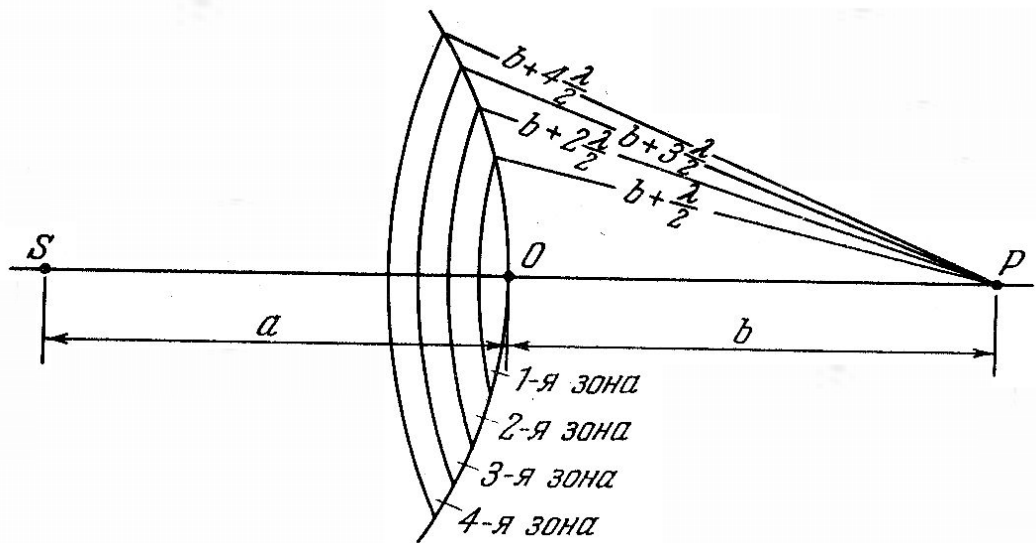


Рис. 3.3

ется на ряд кольцевых зон. Волны, приходящие в точку P от точек каждой последующей зоны, сдвинуты по отношению к волнам, приходящим от соответствующих точек предыдущей зоны на $\lambda/2$, т. е. находятся в противоположных фазах, и их амплитуды при интерференции вычитаются.

Элементарный расчёт показывает, что при разбиении сферического волнового фронта на зоны Френеля площади всех зон с точностью до $(\lambda/2)^2$ одинаковы. Для доказательства последнего используем рис. 3.4.

Найдем площади зон. Как видно из рис. 3.4, внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой h_m . Пусть площадь этого сегмента будет равна S_m . Тогда площадь m -й зоны можно представить в виде

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Если принять, что a — радиус волновой поверхности, r_m — радиус внешней границы m -й зоны, то:

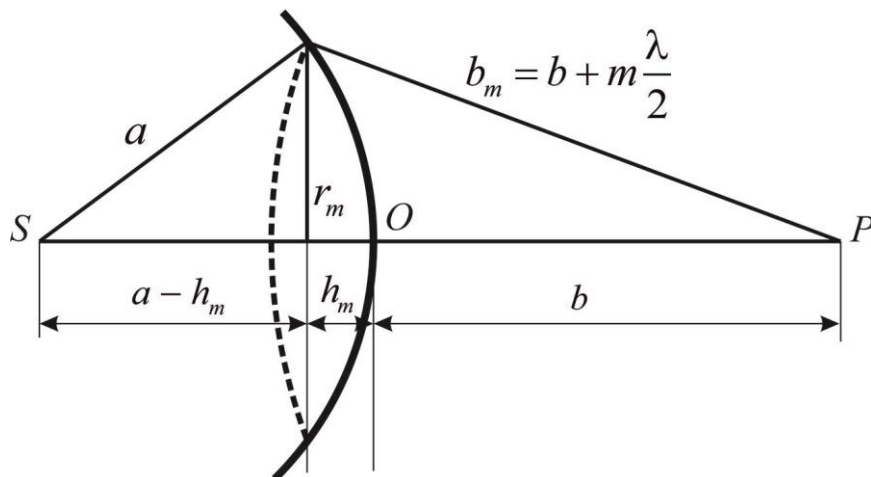


Рис. 3.4

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (3.1)$$

Возведя скобки в квадрат, получим:

$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a+b)}. \quad (3.2)$$

Ввиду малости λ можно пренебречь слагаемым, содержащим λ^2 . В этом случае

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (3.3)$$

Площадь сферического сегмента равна

$$S = 2\pi Rh, \quad (3.4)$$

где R – радиус сферы, h – высота сегмента. Следовательно:

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{a+b} m\lambda. \quad (3.5)$$

Но тогда площадь m -й зоны

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (3.6)$$

Как видно, полученное выражение не зависит от номера зоны m . Это означает, что при не слишком больших m площади зон Френеля примерно одинаковы.

Амплитуда колебаний A в точке P равна сумме колебаний от всех зон Френеля $A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$, т.е. образует знакопеременный ряд, члены которого монотонно убывают при увеличении номера зоны. Изменение знака членов ряда обусловлено изменением фазы колебаний между чётными и нечётными зонами на величину π . Уменьшение амплитуды A_m с ростом номера зоны m , согласно предположению Френеля, связано с уменьшением вклада колебаний поля световой волны в точке наблюдения P , приходящих от зон, которые дальше отстоят от центральной зоны (см. рис. 3.2).

Пусть S на рис. 3.2 представляет собой одну из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Амплитуда светового колебания в точке P , лежащей перед этой поверхностью, может быть согласно Френелю найдена из следующих соображений. Каждый элемент поверхности служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS . Амплитуда сферической волны в точке P (A_P) убывает с расстоянием r от источника по закону $1/r$. Кроме того, с ростом r увеличивается угол φ , а, так как амплитуда в точке P меняется по закону $A_P \sim \cos\varphi$, то с ростом r и φ наблюдается

монотонное убывание амплитуды колебания в точке P . При полностью открытом волновом фронте выражение для амплитуды A можно представить в виде

$$A = A_1 / 2 + (A_1 / 2 - A_2 + A_3 / 2) + (A_3 / 2 - A_4 + A_5 / 2) + \dots$$

Сумма членов в скобках приблизительно равна нулю, поэтому $A = A_1 / 2$. Иными словами, амплитуда, создаваемая в некоторой точке P всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Поэтому свет распространяется от S к P как бы внутри узкого прямого канала, т. е. **прямолинейно**. Если круглое отверстие открывает m зон Френеля, то $A = A_1 / 2 - A_m / 2$ при чётном m и $A = A_1 / 2 + A_m / 2$ при нечётном m .

Из равенства (3.1) можно легко найти радиусы зон. Если число зон не очень велико, то высота сегмента $h_m \ll a$ и можно считать, что $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив значение h_m из (3.3), можно получить выражение для радиуса внешней границы m -й зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (3.7)$$

где a – расстояние от точечного источника до центральной зоны, b – расстояние от центральной зоны до точки P .

Условием наблюдения дифракции является сравнимость размеров препятствия на пути световой волны с размерами первой зоны Френеля. Если в пределах препятствия укладывается относительно небольшое число зон Френеля, то это является необходимым и достаточным условием получения дифракционной картины.

Различают две области наблюдения дифракции: область дифракции Френеля и область дифракции Фраунгофера. Дифракция Френеля наблюдается в ближней зоне, то есть при таком расстоянии от препятствия b до точки наблюдения P , когда характерный размер препятствия $\rho \geq r_1 = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$.

Если фронт падающей на препятствие световой волны является плоским, что соответствует $a \rightarrow \infty$, то согласно выражению (1) с учетом $h_m \rightarrow 0$ можно получить

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}, \quad (3.8)$$

а область дифракции Фраунгофера начинается при $b \geq \frac{\rho^2}{\lambda}$.

Выполнение этого условия означает, что при удалении экрана, на котором наблюдается дифракция, на расстояние, большее чем b , в характерном размере препятствия ρ укладывается меньше одной зоны Френеля. Дифракционная картина при этом образуется в результате суперпозиции практически плоских (квазиплоских) волн, приходящих в область наблюдения под различными углами.

Как уже было сказано выше, колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке наблюдения P резко возрастет. Такая пластинка называется **зонной пластинкой**. Она действует подобно собирающей линзе.

3.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с вырезанным в нем круглым отверстием радиусом r_0 . Расположим экран так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света S , попал в центр отверстия (рис. 3.5, а). На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку P . Здесь a равно расстоянию от источника S до преграды, а b – расстоянию от преграды до точки P . Если расстояния a и b удовлетворяют условию

$$r_0 = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}, \quad (3.9)$$

где m – целое число, то отверстие оставит открытым ровно m первых зон Френеля. Следовательно, число открытых зон Френеля легко определяется из соотношения

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (3.10)$$

Амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (3.11)$$

Если m нечетное, то перед A_m берется знак плюс, а если m четное, то берется знак минус. Так как амплитуды двух соседних зон практически одинаковы, то при малых m амплитуда A_m мало отличается от A_1 .

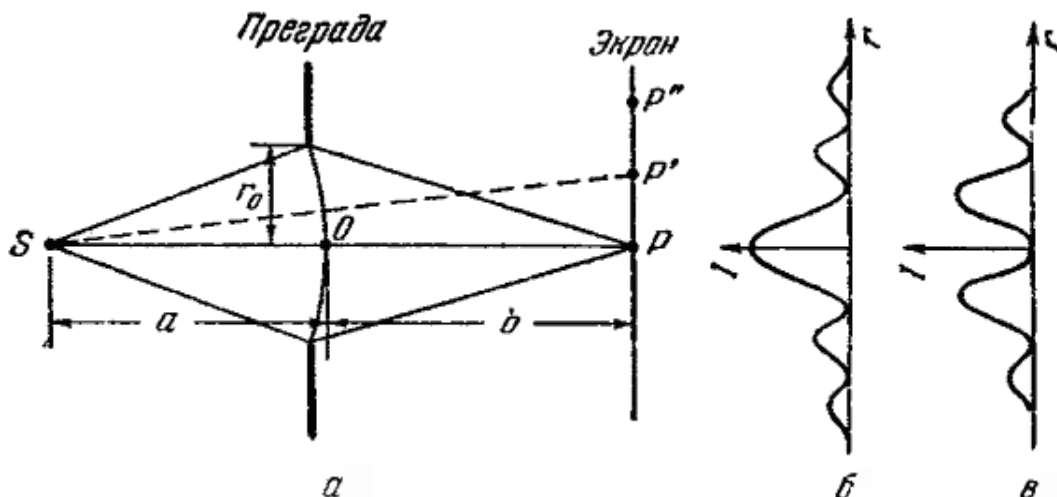


Рис. 3.5

Следовательно, *при нечетных t амплитуда в точке P будет приблизительно равна A_1 (т. е. будет наблюдаться максимум интенсивности), а при четных t – нулю (минимум интенсивности)* (см. рис. 3.5, б, в). Если убрать преграду (т.е. экран), то амплитуда в точке P станет равной $A_1/2$. Таким образом, экран с отверстием не только не ослабляет освещенность в точке P , но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза (интенсивности же – в четыре раза). Однако это справедливо для случая достаточно малых t .

Если отверстие открывает не более одной зоны Френеля, на экране получается размытое светлое пятно; чередование светлых и темных колец в этом случае не возникает. Если отверстие открывает большое число зон, чередование светлых и темных колец наблюдается лишь в очень узкой области на границе геометрической тени; внутри этой области освещенность оказывается практически постоянной.

Таким образом, *дифракционная картина от круглого отверстия имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины будет наблюдаться либо светлое (t нечетное), либо темное (t четное) пятно.*

Ход интенсивности I с расстоянием r от центра дифракционной картины изображен на рис. 3.5, б (для нечетного t) и на рис. 3.5, в (для четного t). При перемещении экрана параллельно самому себе вдоль прямой SP картины, изображенные на рис. 3.5, б, и 3.5, в, будут сменять друг друга [согласно (3.10) при изменении b значение t становится то нечетным, то четным].

Если центральные зоны Френеля закрываются круглым непрозрачным диском, то дифракционная картина также имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец, но в центре картины **всегда** помещается светлое пятно. Рассмотрим это на рис. 3.6, а. Если диск закроет t первых зон Френеля, то амплитуда в точке P будет равна:

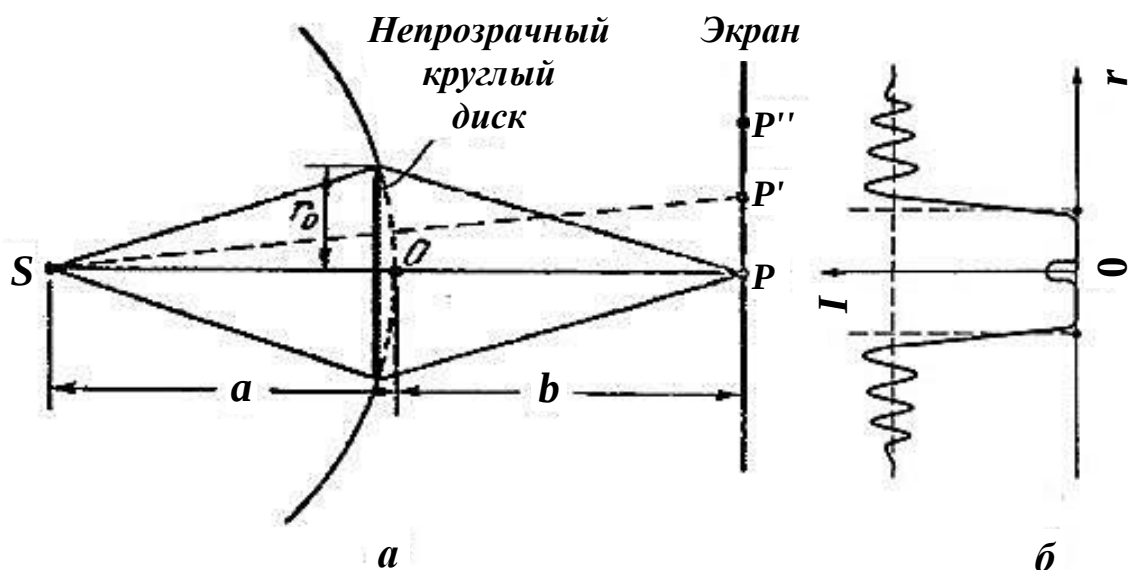


Рис. 3.6

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = A_{m+1} / 2 + (A_{m+1} / 2 - A_{m+2} + A_{m+3} / 2) + \dots \quad (3.12)$$

Выражение, стоящее в скобках, можно считать равным нулю. Следовательно,

$$A = A_{m+1} / 2. \quad (3.13)$$

Характер дифракционной картины, получающейся на экране, расположенном в точке P перпендикулярно к линии SP , представлен на рис. 3.6, б. Очевидно, что интенсивность света может зависеть только от расстояния r от центра картины P . При небольшом числе закрытых зон A_{m+1} мало отличается от A_1 . Поэтому в точке P интенсивность будет почти такая же, как при отсутствии преграды между S и P .

3.4. Дифракция Фраунгофера на щели

Рассмотрим дифракцию плоской волны на узкой и бесконечно длинной щели, образованной двумя непрозрачными экранами, расстояние между которыми равно b . Это явление носит название **дифракции Фраунгофера от щели**.

Согласно условиям дифракции Фраунгофера дифракционная картина наблюдается на экране при его достаточно большом удалении от щели. Поэтому точка наблюдения P настолько удалена от щели, что лучи, идущие под углом дифракции φ и сходящиеся в точке наблюдения P , практически могут считаться параллельными. Математически задача дифракции в этом случае решается как дифракция плоских волн. Суперпозиция этих волн, распространяющихся под различными углами φ , образует на экране дифракционную картину.

Дифракция плоских волн может наблюдаться и на небольшом расстоянии от щели, если после щели поместить собирающую линзу, в фокальной плоскости которой находится экран (рис. 3.7). Излучение точечного источника превращается линзой L_1 в плоскую волну, которая проходит через щель $Щ$. Линза L_2 собирает в различных участках своей фокальной плоскости все лучи, прошедшие через щель, в том числе и отклонившиеся на угол φ от первоначального направления.

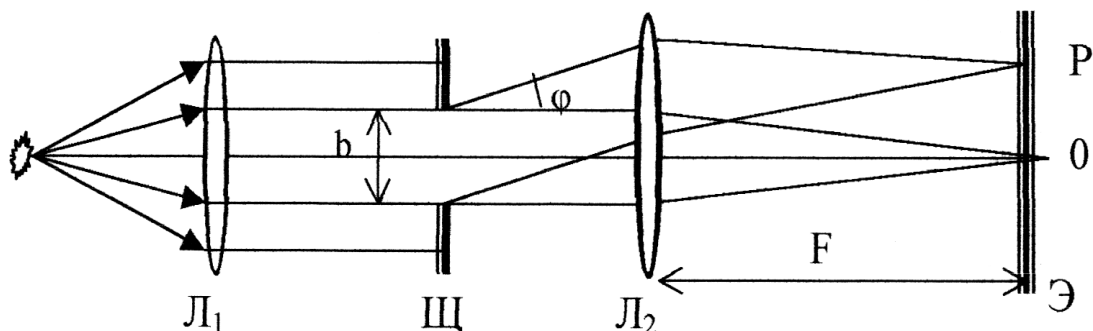


Рис. 3.7

Найдём распределение интенсивности света в дифракционной картине на экране Э. Выделим элементарную полоску шириной dx , расположенную на расстоянии x от края щели (см. рис. 3.8), т.е. от точки 0. Каждая полоска в плоскости щели создаёт поле световой волны $dE_0 = cdx \cos \omega t$, где c – постоянная величина, ω – частота.

Если амплитуду световой волны, падающей на щель, обозначить E_0 , то очевидно, что $E_0 = \int_0^b cdx = cb$. Следовательно,

$$dE_0 = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t. \quad (3.14)$$

Участок щели dx посылает в направлении, определяемом углом ϕ , плоскую волну с запаздыванием по фазе на $k\Delta = kx \sin \phi$ относительно левого края щели, т.е.

$$dE_\phi = \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \phi) dx, \quad (3.15)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Вследствие когерентности возмущений от всех полосок нахождение результирующей амплитуды в произвольной точке P сводится к решению задачи интерференции, т.е. сложению колебаний от всех полосок с учётом амплитуды и фазы.

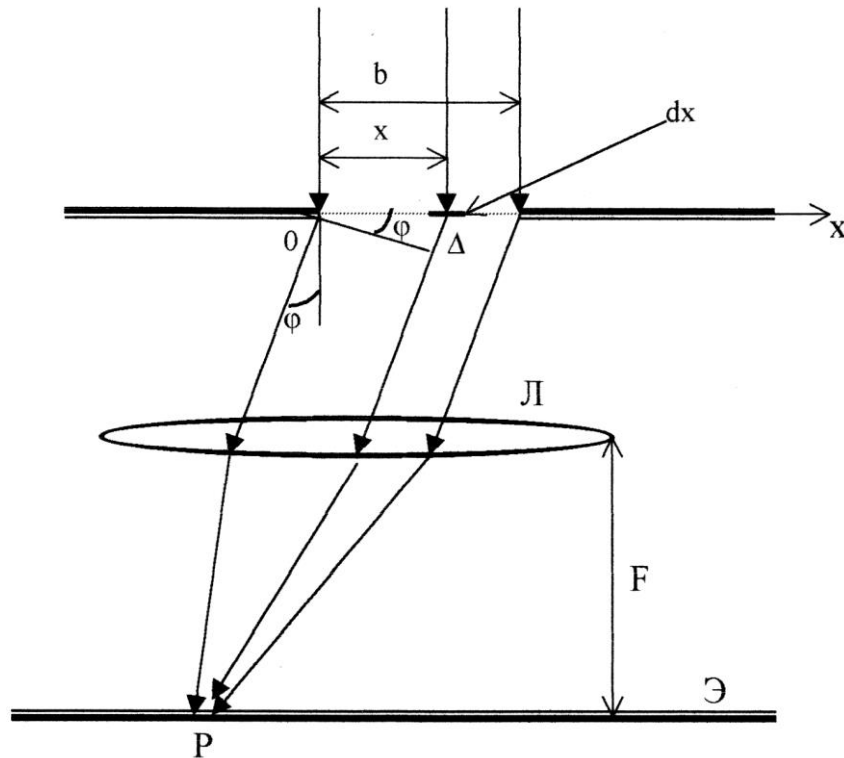


Рис. 3.8

Отметим, что линза L (рис. 3.8) дополнительной разности фаз не вносит. Проинтегрируем выражение (3.15) по всей ширине щели от 0 до b :

$$E = \int_0^b dE_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi\right). \quad (3.16)$$

Амплитуда результирующей волны в точке P определяется членами выражения (3.16), не зависящими от времени, т.е.

$$E_P = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi}. \quad (3.17)$$

Поскольку интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то распределение интенсивности в фокальной плоскости линзы имеет вид:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)^2}. \quad (3.18)$$

Из выражения (3.18) следует, что при

$$\frac{kb}{2} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = n\pi, \quad (3.19)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$, освещённость равна нулю. Условие

$$b \sin \varphi = \pm n\lambda \quad (3.20)$$

определяет угловое положение минимумов при дифракции Фраунгофера на щели.

Наибольший максимум имеет место, когда $\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = 0$, т. е. $\varphi=0$; при этом $I_\varphi = I_0$. Следующие максимумы значительно уступают по абсолютной величине главному.

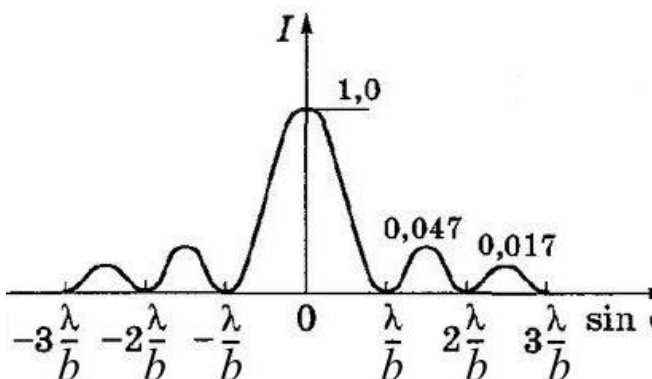


Рис. 3.9

но уступают по абсолютной величине главному.

График функции вида $I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$, где $u = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$,

показан на рис. 3.9. Как следует из формулы (3.18), максимальные значения интенсивности света быстро убывают с увеличением угла дифракции φ . Расчёт по

формуле (3.18) показывает, что соотношение максимумов интенсивности разных порядков имеет вид: $I_0 : I_1 : I_2 = 1 : 0,047 : 0,017$.

Следовательно, основной световой поток сконцентрирован в пределах центрального дифракционного максимума, определяемого значениями

$$\sin \phi = \pm \frac{\lambda}{b}. \quad (3.21)$$

3.5. Дифракционная решетка

Одномерной дифракционной решеткой называется система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделённых равными по ширине непрозрачными промежутками. Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решётке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется *многолучевая интерференция* когерентных *дифрагированных* пучков света, идущих от всех щелей.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Определим условия, при которых в данной точке бесконечно удалённого экрана наблюдается максимум интенсивности света. Заддим угол дифракции φ_m (рис. 3.10), который определяет избранное направление наблюдения. Пусть a – ширина щели, b – ширина промежутка между щелями, $d=(a+b)$ – постоянная решётки.

Если перпендикулярно к поверхности решётки падает свет с длиной волны λ , то, как следует из рис. 3.10, лучи, идущие под углом φ_m к первоначальному направлению от соответствующих мест каждой из щелей, обладают разностью хода $\Delta = d \sin \varphi_m$ (1-й и 2-й лучи), $2d \sin \varphi_m$ (1-й и 3-й лучи) и т.д. В тех направлениях, для которых эта разность хода равна целому числу длин волн, т.е. выполняется условие $d \sin \varphi_m = m\lambda$, наблюдаются мак-

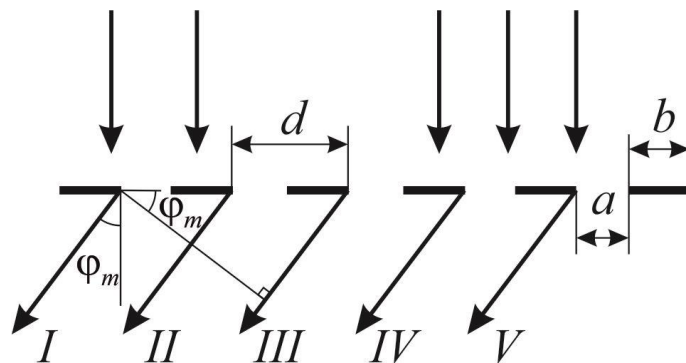


Рис. 3.10

симумы интенсивности. Направление на эти максимумы определяется выражением $\sin \varphi_m = \frac{m\lambda}{d}$

$$\text{или } d \sin \varphi_m = m\lambda, \quad (3.22)$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок спектра главных максимумов дифракционной картины. Выражение (3.22) можно получить еще более простым способом. Для этого вспомним, что для получения интерференционного максимума необходимо выполнить условие, при котором разность фаз между интерферирующими лучами должна быть равна

$$\delta = 2\pi m. \quad (3.23)$$

С другой стороны,

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \varphi}{\lambda}. \quad (3.24)$$

Приравнявая (3.23) и (3.24), легко получить (3.22). Зависимость угла дифракции от длины волны λ определяет возможности решетки разлагать свет в спектр.

Если излучение имеет сложный спектральный состав, то максимумы интенсивности для различных длин волн пространственно разделяются, т.е. образуется дифракционный спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы.

Качество спектров, получаемых с помощью дифракционных решеток, определяется их основными характеристиками – угловой дисперсией и разрешающей способностью.

Угловая дисперсия D_φ характеризует способность спектрального прибора пространственно разделять световые пучки различных длин волн. Мерой угловой дисперсии является

$$D_\varphi = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (3.25)$$

где $d\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающиеся по длине волны на $d\lambda$.

Дифференцируя обе части (3.22), получаем для дифракционной решетки

$$D \cos \varphi_m d\varphi_m = m d\lambda. \quad (3.26)$$

Из совместного решения уравнений (3.25) – (3.26) следует, что

$$D\varphi_m = \frac{d\varphi_m}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi_m} = \frac{m}{\sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2}}. \quad (3.27)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию определяют путем измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между желтыми линиями ртути).

Разрешающая способность дифракционной решетки. Этот параметр характеризует возможность разделять (разрешать) спектральные линии, мало отличающиеся по длинам волн, и зависит от их ширины. За меру разрешающей способности принимают величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (3.28)$$

где λ – длина волны, вблизи которой производят измерения, $\delta\lambda$ – наименьшая разница в длинах волн двух еще разрешаемых спектральных линий. Разрешающая способность дифракционной решётки определяется соотношением

$$R = mN, \quad (3.29)$$

где N – число **действующих** штрихов решетки.

Поставим две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи пересекались под некоторым углом (в частном случае были взаимно перпендикулярными). Такая структура получила название **двумерной решетки**. Свойства такой решетки, как нетрудно понять, будут периодически меняться в двух различных направлениях. В физике рентгеновских лучей важную роль играют так называемые **трехмерные пространственные решетки**, которые обладают периодичностью в трех различных направлениях.

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками, имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx 10^{-7}$ м).

Эти факты позволили немецкому физiku М. Лауэ (1879 - 1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с λ рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м). Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга российским физиком Г. В. Вульфом и английскими физиками – отцом Генри и сыном Лоуренсом Брэггами. Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки).

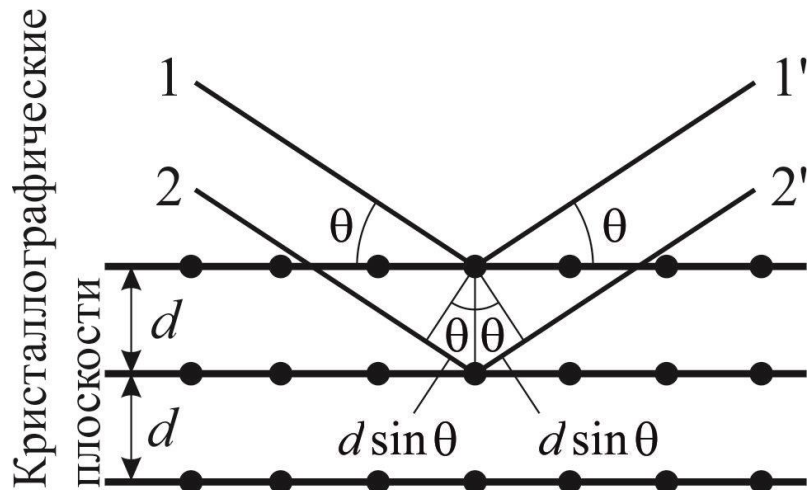


Рис. 3.11

Представим кристаллы в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис. 3.11), отстоящих друг от друга на расстояние d .

Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под углом скольжения θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют **формуле Вульфа – Брэггов**

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (3.30)$$

т.е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ , наблюдается дифракционный максимум. При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракции не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти соответствующий (3.30) угол скольжения.

Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром, испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн λ , удовлетворяющие условию (3.30).

Формула Вульфа - Брэггов используется при решении двух важных задач.

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя θ и m , можно найти межплоскостное расстояние d , т. е. определить структуру

вещества. Этот метод лежит в основе **рентгеноструктурного анализа**. Формула Вульфа – Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов.

Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно **электронографией** и **нейтронографией**. Электронография дает уникальную возможность определить величину параметра решетки (и её изменение вследствие различных воздействий) с ошибкой, не превышающей $2 \cdot 10^{-14}$ м (!!!). Нейтронография позволяет исследовать такие тонкие явления, как тепловые колебания узлов кристаллической решетки. Правда, для получения достаточного потока нейтронов требуется атомный реактор.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известной d и измеряя ν и t , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод лежит в основе **рентгеновской спектроскопии** и позволяет производить прецизионный спектральный анализ, в том числе пленочных конструкций, хотя пространственное разрешение по современным понятиям оставляет желать лучшего.

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

4.1. Общие сведения о поляризации

Система уравнений Максвелла полностью описывает свойства, возникновение и распространение электромагнитных волн. В частности, из этих уравнений вытекает, что электромагнитные волны поперечные, то есть векторы напряженностей электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно к вектору скорости $\mathbf{v}$ распространения волны (перпендикулярно к лучу). С поперечностью электромагнитных волн связана их важнейшая характеристика — **поляризация**. Для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение лишь одного из векторов. Обычно все рассуждения ведутся относительно светового вектора – вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля (это название обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества). Заметим, что поляризация присуща *только поперечным волнам*, но не продольным. В продольных волнах колебания совершаются только вдоль направления их распространения, и никакой поляризации быть не может.

Различают свет *неполяризованный*, *поляризованный* и *частично поляризованный*. Примером неполяризованного света является *естественный* свет, в котором колебания вектора $\vec{E}$ в различных направлениях быстро и беспорядочно сменяют друг друга (рис. 4.1). Его испускают большинство тепловых источников (лампы накаливания, Солнце и др.). Свет, в котором направления колебаний вектора $\vec{E}$ упорядочены каким-

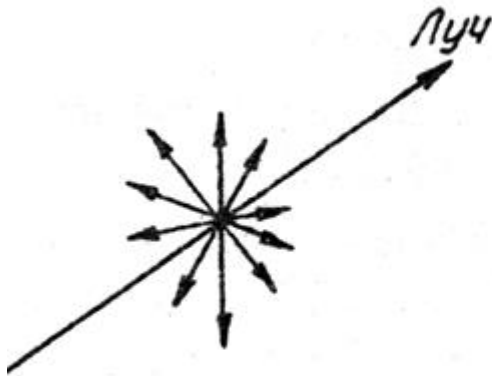


Рис. 4.1

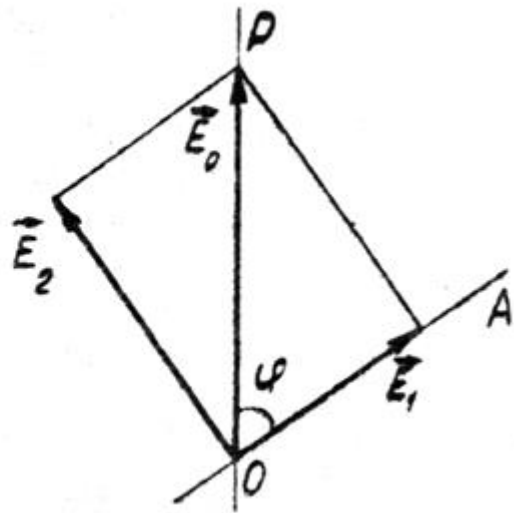


Рис. 4.2

либо образом, получил название *поляризованного*. Если колебания вектора $\vec{E}$ происходят только в одной проходящей через луч плоскости, то имеем дело с *плоско-* (или *линейно-*) *поляризованным* светом. Плоскость, проходящая через направление колебаний вектора $\vec{E}$ плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называется *плоскостью поляризации*.

Упорядоченность колебаний может заключаться в том, что вектор $\vec{E}$ поворачивается вокруг луча, одновременно пульсируя по величине. В результате этого конец вектора $\vec{E}$ описывает эллипс. Такой свет называется *эллиптически поляризованным*. Плоскополяризованный свет является предельным случаем эллиптически поляризованного, когда при разности фаз, равной нулю или π , эллипс поляризации вырождается в прямую. При разности фаз, равной $\pm \frac{\pi}{2}$, и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс поляризации вырождается в окружность, и тогда имеем дело с *циркулярно поляризованным* (поляризованным по кругу) светом.

Получение поляризованного света из естественного возможно при разнообразных физических эффектах – прохождении света через анизотропные среды, отражении от диэлектриков и др. Устройства для получения поляризованного света называют *поляризаторами*. Те же устройства, применяемые для исследования поляризации света, называются *анализаторами*. Поляризаторы (анализаторы) пропускают колебания, параллельные плоскости, называемой плоскостью поляризатора (анализатора), и задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости.

Рассмотрим два поляризатора, поставленные друг за другом так, что их оси ОР и ОА образуют некоторый угол φ (рис. 4.2). Первый поляризатор пропустит свет, электрический вектор $\vec{E}_0$ которого параллелен его оси ОР. Положим интенсивность этого света равной I_0 . Второй поляризатор

(анализатор) пропустит лишь часть этого света, а именно ту его составляющую, электрический вектор которой $\vec{E}_1$ параллелен оси ОА. Для нахождения этой составляющей разложим $\vec{E}_0$ на вектор $\vec{E}_1$, параллельный оси ОА второго поляризатора (т.е. анализатора), и вектор $\vec{E}_2$, перпендикулярный к ней. Составляющая $\vec{E}_2$ будет задержана анализатором. Через оба поляризатора пройдет свет с электрическим вектором $\vec{E} = \vec{E}_1$, длина которого $E = E_0 \cos \varphi$. Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то интенсивность света, прошедшего через анализатор, равна

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (4.1)$$

Это соотношение носит название **закона Малюса**.

Интенсивность света, прошедшего через анализатор (I), равна интенсивности света, прошедшего через поляризатор (I_0), умноженной на квадрат косинуса угла (φ) между анализатором и поляризатором.

Из формулы (1) следует, что закон Малюса можно использовать только для поляризованного излучения. При толстых пластинках в I_0 надо вносить поправку на частичное поглощение (а также и отражение) проходящего луча. Этот закон был сформулирован Малюсом в 1810 году и подтвержден тщательными фотометрическими измерениями Араго, который построил на этом принципе фотометр. Интересно отметить, что Малюс вывел свой закон, основываясь на корпускулярных представлениях о свете, а сам закон широко используется для расчета интенсивности света, прошедшего через поляризатор и анализатор в различных поляризационных приборах.

Естественные источники света содержат огромное число атомов и молекул, возбужденных в различной степени. Одинаково возбужденные атомы излучают свет одной и той же частоты, но с самыми разными начальными фазами и с различной ориентацией плоскости поляризации в пространстве. В результате в естественном монохроматическом луче вектор $\vec{E}$ (и соответственно вектор $\vec{H}$) в каждой точке непрерывно и хаотически меняет свое направление в плоскости, перпендикулярной к лучу. Разлагая этот вектор на две взаимно перпендикулярные составляющие E_x и E_y , мы тем самым можем представить *естественный луч* как наложение двух лучей, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Однако фазы обоих лучей непрерывно и хаотически меняются и *не связаны друг с другом*. В этом принципиальное отличие естественного луча от лучей, поляризованных по какому-либо закону. Если, к примеру, каким-либо образом разделить оба луча (с составляющими E_x и E_y), а затем свести их в одну плоскость, то интерферировать они не будут, так как являются некогерентными.

Общая интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды. Из геометрических соображений следует, что:

$$E^2 = E_x^2 + E_y^2. \quad (4.2)$$

Ввиду хаотичности величины и направления вектора $\vec{E}$ интенсивность лучей, поляризованных в любых двух взаимно перпендикулярных плоскостях, в среднем одинаковы и равны:

$$\langle E_x^2 \rangle = \langle E_y^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle E^2 \rangle. \quad (4.3)$$

Итак, любой естественный луч света не поляризован.

Вернемся вновь к рассмотренному ранее случаю, когда на пути естественного луча помещались два поляризатора, плоскости которых образуют угол φ . Из первого поляризатора выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_0 составит половину интенсивности естественного света I_e , так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды. Согласно закону Малюса из второго поляризатора выйдет свет интенсивности $I_0 \cos^2 \varphi$. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, будет равна

$$I = \frac{1}{2} I_e \cos^2 \varphi. \quad (4.4)$$

Максимальная интенсивность, равная $\frac{1}{2} I_e$, получается при $\varphi=0$ (поляризаторы параллельны). При $\varphi=\pi/2$ интенсивность света будет равна нулю (поляризаторы скрещены).

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется частично поляризованным. Такой свет можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного. При пропускании частично поляризованного света через анализатор и при вращении анализатора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от $I_e^{\max}$ до $I_e^{\min}$. Переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте анализатора на угол $\varphi = \pi/2$ (за один полный оборот будут достигаться два раза максимальное $I_e^{\max}$ и два раза минимальное $I_e^{\min}$ значения интенсивности). Степенью поляризации называется выражение

$$P = \frac{I_e^{\max} - I_e^{\min}}{I_e^{\max} + I_e^{\min}}. \quad (4.5)$$

Для плоскополяризованного света $I_e^{\min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_e^{\min} = I_e^{\max}$ и $P = 0$.

4.2. Поляризация при отражении и преломлении

Явление поляризации света имеет место и при отражении или преломлении света на границе двух диэлектриков. Для полной или частичной поляризации естественного луча необходима *анизотропия условий распространения* (анизотропия – зависимость физических свойств вещества от направления). В двоякопреломляющих кристаллах эта анизотропия имеет-

ся во всей толще кристалла. При отражении и преломлении света на границе двух сред, даже если обе среды оптически изотропны, наличие вполне определенного положения плоскости падения луча само по себе создает анизотропию условий распространения. Иными словами, условия отражения и преломления лучей, поляризованных в плоскости падения и перпендикулярно к последней, различны, а *отраженный и преломленный лучи всегда в той или иной степени поляризованы.*

Если угол падения света на границу раздела двух диэлектриков отличен от нуля, то отражённый и преломленный лучи (как было сказано выше) оказываются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, в преломленном луче – колебания, параллельные этой плоскости. Степень поляризации этих лучей зависит от угла падения и показателя преломления. Шотландский физик Д. Брюстер установил закон, согласно которому *при угле падения α_B отраженный луч будет полностью поляризован, если тангенс угла падения равен относительному коэффициенту преломления n_{21} среды, от границы которой происходит отражение:*

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}. \quad (4.6)$$

Отражённый луч является плоскополяризованным (содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения, – на рис. 4.3 они обозначены точками).

Преломлённый же луч при этом поляризуется максимально, но не полностью (содержит не только колебания, перпендикулярные к плоскости падения, но и колебания, параллельные этой плоскости, – на рис. 4.3 обозначаются двусторонними стрелками).

Примечательно, что если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи *взаимно перпендикулярны* (т.е. $\alpha_B + \beta = \frac{\pi}{2}$).

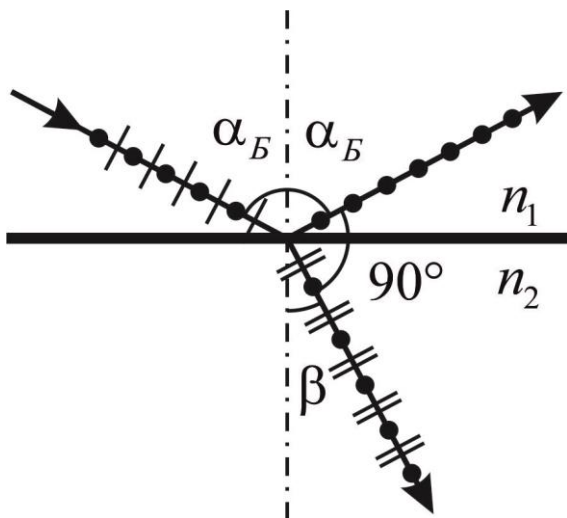


Рис. 4.3

Степень поляризации отраженного и преломленного лучей при различных углах падения можно получить с помощью *формул Френеля*. Эти формулы вытекают из условий, налагаемых на электромагнитное поле на границе двух диэлектриков. К числу таких условий принадлежит равенство тангенциальных составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, а также равенство нормальных составляющих векторов $\vec{D}$ и $\vec{B}$ по обе стороны границы раздела.

Проанализируем возможность отражения плоскополяризованного света, в котором вектор $\vec{E}$ лежит в плоскости падения. Ориентация лучей и векторов электрического поля для этого случая представлена на рис. 4.4, где L и L_D – падающий и преломленный лучи света, $\vec{E}_D$ – вектор напряжённости электрического поля в веществе. Под действием электрического поля с напряженностью $\vec{E}_D$ электрические заряды (электроны) вещества совершают колебания в направлении $\vec{E}_D$ перпен-

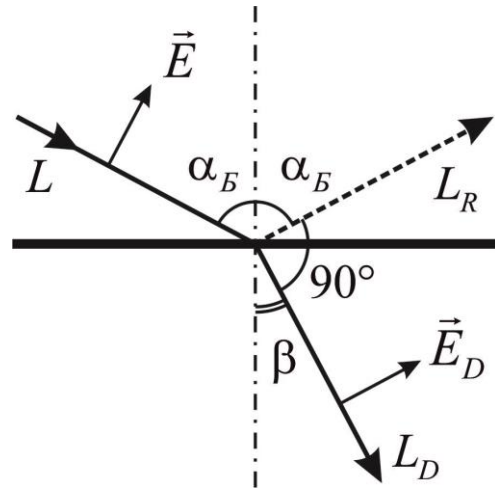


Рис. 4.4

дикулярно к преломлённому лучу, а следовательно, и в направлении L_R , в котором должен распространяться отражённый под углом Брюстера луч. Но процесс отражения представляет собой вторичное излучение колеблющихся под действием электрического поля световой волны электронов в среде.

Эти электроны, однако, в направлении своего движения согласно законам электродинамики вторичных волн не излучают. Поэтому в этом направлении никакого отражения рассматриваемой плоскополяризованной волны не происходит. Отражаться может лишь волна с составляющей вектора $\vec{E}$, колебания в которой происходят перпендикулярно к плоскости падения (на рис. 4.3 эти колебания обозначены точками).

Отражение под углом Брюстера дает простейший способ получения поляризованного света. Недостаток этого способа – малая интенсивность отраженного света. Для его устранения применяют несколько стеклянных пластинок (см. рис. 4.5), сложенных в стопу (стопу Столетова). Стопа может служить для анализа поляризованного света как при его отражении, так и при его преломлении. При большом числе пластинок отражается почти половина падающего света. Прошедший свет поляризован в плоскости падения, но при малом числе пластинок эта поляризация не совсем полная. Однако, если использовать 8 – 10 наложенных друг на друга стеклянных пластинок (сложенных в стопу), то вышедший из такой системы свет будет практически полностью поляризованным. В настоящее время стопа для получения поляризованного света почти не употребляется, так как существуют более удобные и совершенные способы (поляризационные призмы, поляроиды).

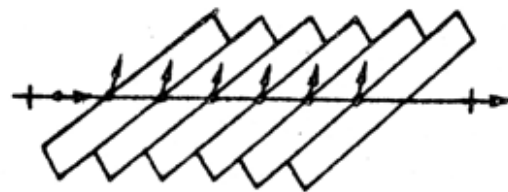


Рис. 4.5

4.3. Поляризация при двойном лучепреломлении

Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) обладают способностью **двойного лучепреломления**, т. е. раздваивания каждого падающего на них светового пучка. Это явление, в 1669 г. впервые обнаруженное датским ученым Э. Бартолином для исландского шпата (разновидность кальцита CaCO_3), объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла. Если на толстый кристалл исландского шпата направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. 4.6).

Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис. 4.7). Второй из этих лучей получил название необыкновенного (е), а первый - обыкновенного (о). В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется **оптической осью** кристалла. В данном случае речь идет именно о направлении, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают *одноосные* и *двуосные*, т. е. имеют одну или две оптические оси (к первым и относится исландский шпат).

Исследования показывают, что вышедшие из кристалла лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется **главной плоскостью** (или **главным сечением** кристалла). Колебания светового вектора (вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно к главной плоскости, в необыкновенном – в главной плоскости (рис. 4.7).

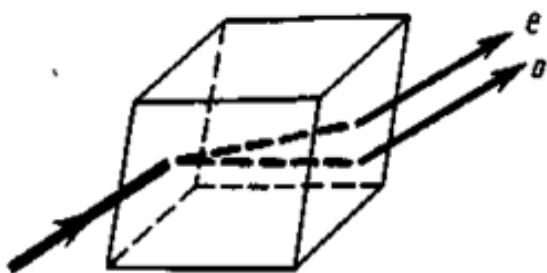


Рис. 4.6

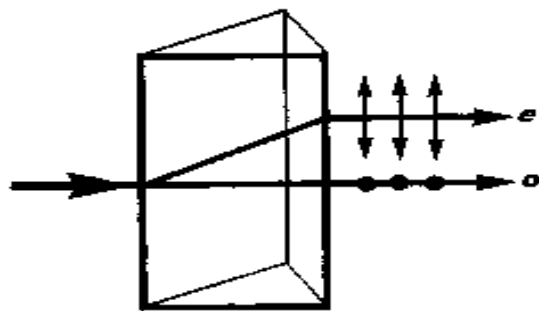


Рис. 4.7

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны к оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления n_o для него есть величина постоянная. Для необыкновенного же луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями. Следовательно, показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «обыкновенный»), а для необыкновенного луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Как уже рассматривалось, обыкновенные лучи распространяются в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью $v_o = c/n_o$, а необыкновенные – с разной скоростью $v_e = c/n_e$ (в зависимости от угла между вектором $\vec{E}$ и оптической осью). Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси, $n_o = n_e$, $v_o = v_e$, т. е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в v_e и v_o для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обуславливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Допустим, что в точке S внутри одноосного кристалла находится точечный источник света. На рис. 4.8 показано распространение обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле (главная плоскость совпадает с

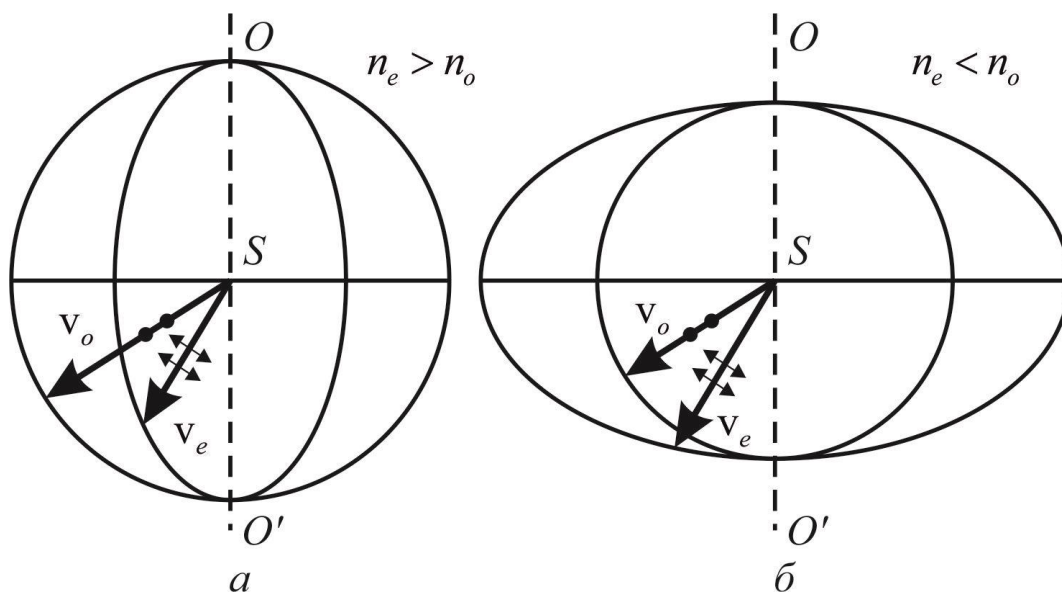


Рис. 4.8

плоскостью чертежа, OO' – направление оптической оси). Волновой поверхностью обыкновенного луча является сфера, необыкновенного луча – эллипсоид вращения. Наибольшее расхождение волновых поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении, перпендикулярном к оптической оси. Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью OO' . Если $v_e < v_o$ ($n_e > n_o$), то эллипсоид необыкновенного луча вписан в сферу (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси) и одноосный кристалл называется положительным (рис. 4.8, а). Если $v_e > v_o$ ($n_e < n_o$), то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном к оптической оси) и одноосный кристалл называется отрицательным (рис. 4.8, б). Рассмотренный выше исландский шпат относится к отрицательным кристаллам.

В качестве примера построения обыкновенного и необыкновенного лучей рассмотрим преломление плоской волны на границе анизотропной среды, например положительной (рис. 4.9).

Пусть свет падает нормально к преломляющей грани кристалла, а оптическая ось OO' составляет с ней некоторый угол. С центрами в точках A и B построим сферические волновые поверхности, соответствующие обыкновенному лучу, и эллипсоидальные – необыкновенному лучу. В точке, лежащей на OO' , эти поверхности соприкасаются. Согласно принципу Гюйгенса, поверхность, касательная к сферам, будет фронтом (а-а) обыкновенной волны, поверхность, касательная к эллипсоидам, – фронтом (b-b) необыкновенной волны. Проведя к точкам касания прямые, получим направления распространения обыкновенного (o) и необыкновенного (e) лучей. Таким образом, в данном случае обыкновенный луч пойдет вдоль первоначального направления, необыкновенный же отклонится от первоначального направления.

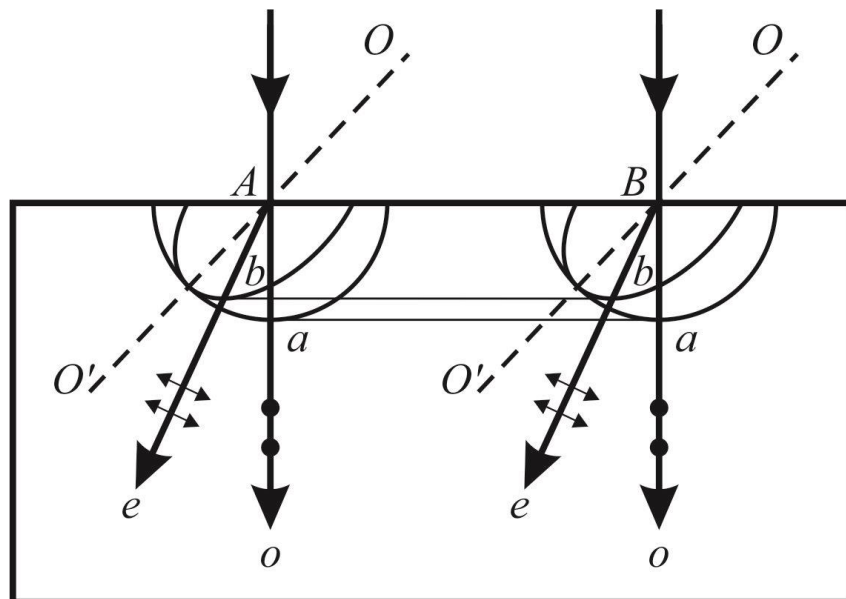


Рис. 4.9

В основе работы поляризационных приспособлений, служащих для получения поляризованного света, лежит явление двойного лучепреломления. Наиболее часто для этого применяются призмы и поляроиды. Призмы делятся на два класса:

- 1) призмы, дающие только плоскополяризованный луч (поляризационные призмы);
- 2) призмы, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча (двоякопреломляющие призмы).

Поляризационные призмы построены по принципу полного отражения одного из лучей (например, обыкновенного) от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным представителем поляризационных призм является призма Николя, называемая часто *николем*. Призма Николя (рис. 4.10) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии АВ канадским бальзамом с $n = 1,55$. Оптическая ось $ОО'$ призмы составляет с входной гранью угол 48° . На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру СВ, разделяется на два луча: обыкновенный ($n_o = 1,66$) и необыкновенный ($n_e = 1,51$). При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, обыкновенный луч испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой, оптически менее плотной), а затем поглощается зачерненной боковой поверхностью СВ. Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно падающему лучу, незначительно смещенному относительно его (ввиду преломления на наклонных гранях АС и ВD).

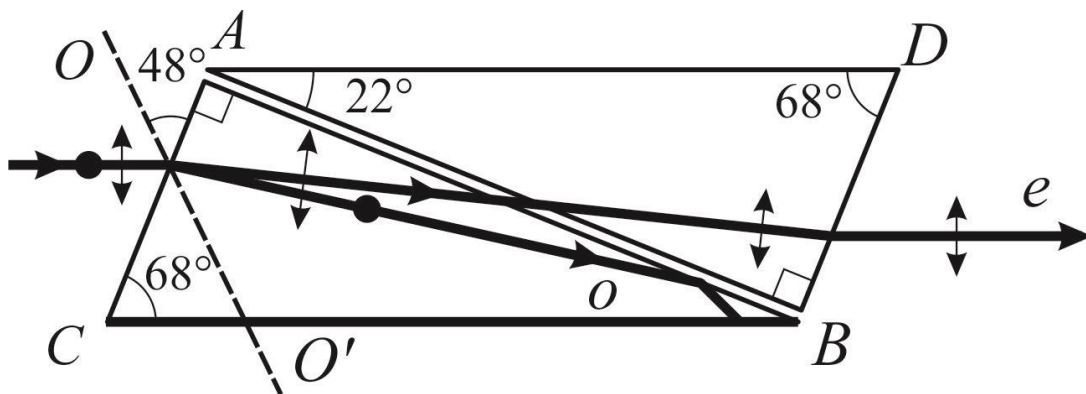


Рис. 4.10

Двоякопреломляющие призмы используют различие в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, чтобы развести их возможно дальше друг от друга. Примером двоякопреломляющих призм могут служить призмы из исландского шпата и стекла, призмы, составленные из двух призм из исландского шпата с взаимно перпендикулярными оптическими осями. Для первых призм (рис. 4.11) обыкновенный луч преломляется в шпате и стекле два раза и, следовательно, сильно отклоняется, необыкновенный же луч при соответствующем подборе показателя пре-

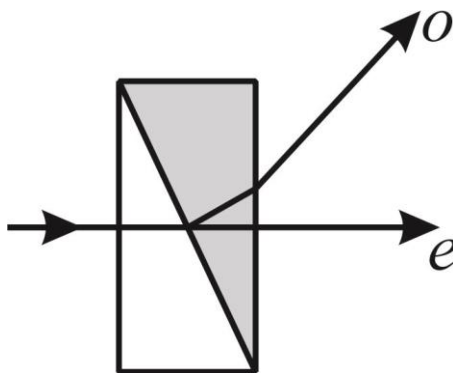


Рис. 4.11

ломления стекла n ($n \gg n_e$) проходит призму почти без отклонения. Для вторых призм различие в ориентировке оптических осей влияет на угол расхождения между обыкновенным и необыкновенным лучами.

Двойкопреломляющие кристаллы обладают свойством **дихроизма**, то есть различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны, и называются дихроичными кристаллами. Примером сильно дихроичного кристалла является турмалин, в котором из-за сильного селективного поглощения обыкновенного луча уже при толщине пластинки 1 мм из нее выходит только необыкновенный луч. Такое различие в поглощении, зависящее, кроме того, от длины волны, приводит к тому, что при освещении дихроичного кристалла белым светом кристалл по разным направлениям оказывается различно окрашенным.

Дихроичные кристаллы приобрели еще более важное значение в связи с изобретением **поляроидов**. Примером поляроида может служить тонкая пленка из целлулоида, в которую вкраплены кристаллики герпатита (сульфат йодохинина). Герпатит – двойкопреломляющее вещество с очень сильно выраженным дихроизмом в области видимого света. Установлено, что такая пленка уже при толщине $> 0,1$ мм полностью поглощает обыкновенные лучи видимой области спектра, являясь в таком тонком слое совершенным поляризатором. Преимущество поляроидов перед призмами – возможность изготавливать их с площадями поверхностей до нескольких квадратных метров. Однако их меньшая по сравнению с призмами прозрачность (приблизительно 30 %) в сочетании с небольшой термостойкостью не позволяет использовать поляроиды в мощных световых потоках. Поляроиды применяются, например, для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей и фар встречного автотранспорта.

Разные кристаллы создают различное по значению и направлению двойное лучепреломление, поэтому, пропуская через них поляризованный свет и измеряя изменение его интенсивности после прохождения кристаллов, можно определить их оптические характеристики и производить минералогический анализ. Для этой цели используются поляризационные микроскопы.

4.4. Искусственная оптическая анизотропия

Двойное лучепреломление имеет место в естественных анизотропных средах. Существуют, однако, различные способы получения искусственной оптической анизотропии, т. е. сообщения оптической анизотропии естественно изотропным веществам. Оптически изотропные вещества становятся оптически анизотропными под действием:

- 1) одностороннего сжатия или растяжения (фотоупругость; кристаллы кубической системы, стекла и др.);
- 2) электрического поля (эффект Керра; жидкости, аморфные тела, газы);
- 3) магнитного поля (эффект Коттона – Муттона; жидкости, стекла, коллоиды).

В перечисленных случаях вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей соответственно указанным выше воздействиям.

Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном к оптической оси:

$$n_0 - n_e = k_1 \sigma \quad (\text{в случае деформации}); \quad (4.7)$$

$$n_0 - n_e = k_2 E^2 \quad (\text{в случае электрического поля}); \quad (4.8)$$

$$n_0 - n_e = k_3 H^2 \quad (\text{в случае магнитного поля}), \quad (4.9)$$

где k_1 , k_2 , k_3 - постоянные, характеризующие вещество, σ - нормальное напряжение, E и H - соответственно напряженность электрического и магнитного полей.

На рис. 4.12 приведена установка для наблюдения *эффекта Керра* в жидкостях (установки для изучения рассмотренных явлений однотипны). Ячейка Керра – кювета с жидкостью (например, нитробензолом), в которую введены пластины конденсатора, помещается между скрещенными поляризатором P и анализатором A . При отсутствии электрического поля свет через систему не проходит. При наложении электрического поля жид-

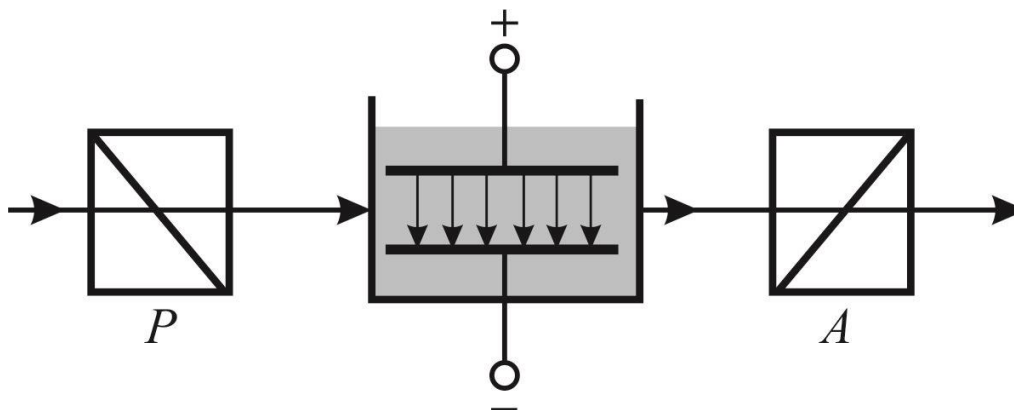


Рис. 4.12

кость становится двоякопреломляющей; при изменении разности потенциалов между электродами меняется степень анизотропии вещества, а следовательно, и интенсивность света, прошедшего через анализатор.

Эффект Керра – оптическая анизотропия веществ под действием электрического поля – объясняется различной поляризуемостью молекул жидкости по разным направлениям. Это явление практически безынерционно, т.е. время перехода вещества из изотропного состояния в анизотропное при включении поля (и обратно) составляет приблизительно 10^{-10} с. Поэтому ячейка Керра служит идеальным световым затвором и применяется в быстропротекающих процессах (звукозапись, скоростная фото- и киносъемка, воспроизводство звука, изучение скорости распространения света и т. д.), в оптической локации, в оптической телефонии и т. д.

Искусственная анизотропия под действием механических воздействий позволяет исследовать напряжения, возникающие в прозрачных телах. В данном случае о степени деформации отдельных участков изделия (например, остаточных деформаций в стекле при закалке) судят по распределению в нем окраски. Так как применяемые обычно в технике материалы (металлы) непрозрачны, то исследование напряжений производят на прозрачных моделях, а потом делают соответствующий пересчет на проектируемую конструкцию.

Некоторые вещества (например, из твердых тел – кварц, сахар, киноварь, из жидкостей – водный раствор сахара, винная кислота, скипидар), называемые оптически активными, обладают способностью вращать плоскость поляризации.

Вращение плоскости поляризации можно наблюдать на следующем опыте (рис.4.13). Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A , дающими темное поле зрения, поместить оптически активное вещество (например, кювету с раствором сахара), то поле зрения анализатора просветляется. При повороте анализатора на некоторый угол ϕ можно вновь получить темное поле зрения. Угол ϕ и есть угол, на который оптически активное вещество поворачивает плоскость поляризации света, прошедшего через поляризатор. Так как поворотом анализатора можно получить темное поле зрения, то свет, прошедший через оптически активное вещество, является плоскополяризованным.



Рис. 4.13

Опыт показывает, что угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d, \quad (4.10)$$

для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d, \quad (4.11)$$

где d – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе, α и $[\alpha]$ – удельное вращение, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (и единичной концентрации для растворов), C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе, кг/м³. Удельное вращение зависит от природы вещества, температуры и длины волны света в вакууме.

Опыт показывает, что все вещества, оптически активные в жидком состоянии, обладают таким же свойством и в кристаллическом состоянии. Однако, если вещества активны в кристаллическом состоянии, то они не всегда активны в жидком (например, расплавленный кварц). Следовательно, оптическая активность обуславливается как строением молекул вещества (их асимметрией), так и особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на право- и левовращающие. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, вращается вправо (по часовой стрелке), во втором – влево (против часовой стрелки). Вращение плоскости поляризации объяснено О. Френелем. Согласно теории Френеля скорость распространения света в оптически активных веществах различна для лучей, поляризованных по кругу вправо и влево. Явление вращения плоскости поляризации лежит в основе точного метода определения концентрации растворов оптически активных веществ, называемого *поляризацией (сахариметрией)*. Для этого используется установка, показанная на рис. 4.13. По найденному углу поворота плоскости поляризации φ и известному значению $[\alpha]$ находится концентрация растворенного вещества.

Впоследствии М. Фарадеем было обнаружено вращение плоскости поляризации в оптически неактивных телах, возникающее под действием магнитного поля. Это явление получило название *эффекта Фарадея* (или магнитного вращения плоскости поляризации). Оно имело огромное значение для науки, так как было первым явлением, в котором обнаружилась связь между оптическими и электромагнитными процессами. Для наблюдения эффекта Фарадея применяется установка, подобная той, что приведена на рис. 4.13. Только в последнем случае кювета с веществом должна быть помещена в магнитное поле.

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

5.1. Дисперсия света

Под дисперсией света подразумеваются явления, обусловленные зависимостью коэффициента преломления вещества от длины световой волны. Свет разных длин волн (разного цвета) преломляется не одинаково на границе двух прозрачных веществ. Для определенности мы будем рассматривать преломление на границе вакуум — данное вещество, т. е. говорить о зависимости от длины волны λ абсолютного значения коэффициента преломления. В таком случае можно записать, что для каждого данного вещества коэффициент преломления n является определенной функцией от длины волны λ : $n = f(\lambda)$.

Дисперсией вещества называется величина, определяющая, как быстро меняется коэффициент преломления n при изменении длины волны λ . Если двум длинам волн λ_1 и λ_2 соответствуют значения коэффициентов преломления n_1 и n_2 , то средняя дисперсия вещества на участке длин волн от λ_1 до λ_2 изобразится отношением:

$$\frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (5.1)$$

Значение дисперсии вещества вблизи данной длины волны λ получим, перейдя в пределе к бесконечно малому интервалу длин волн; тогда соотношение (5.1) заменится производной коэффициента преломления n по длине λ :

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda). \quad (5.2)$$

Среды, обладающие дисперсией, называются диспергирующими. В этих средах скорость световых волн зависит от λ_0 или ω .

Для всех прозрачных веществ коэффициент преломления n монотонно возрастает с уменьшением длины волны λ . Это соответствует известному

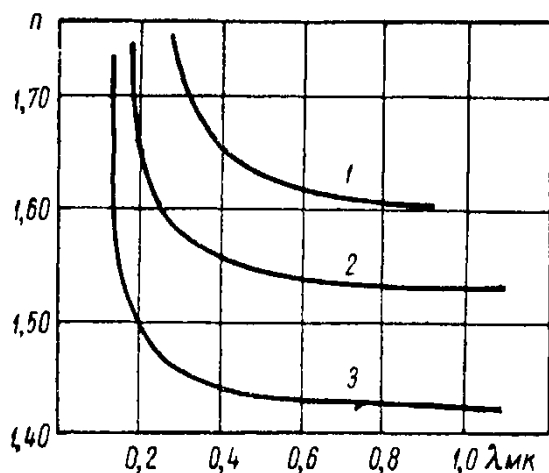


Рис. 5.1.

факту, что в прозрачных веществах фиолетовые лучи преломляются сильнее зеленых, а зеленые — сильнее красных. На рис. 5.1 приведены зависимости n от λ для стекла (1), кварца (2) и флюорита (3). Как видно, коэффициент преломления n особенно сильно возрастает с уменьшением длины в области коротких длин волн. Отсюда из равенства (5.2) следует, что дисперсия всех этих веществ возрастает по численному значению с уменьшением длины волны.

Различная преломляемость лучей разного цвета позволяет разложить сложный свет на его монохроматические составляющие. Такой опыт был впервые проделан в 1672 г. Ньютоном. Основы теории дисперсии могут быть получены, если рассматривать взаимодействие световых волн с электронами, входящими в состав атомов и молекул. При этом предполагается, что каждый атом представляет собой ядро, окруженное быстро движущимися электронами, которые в совокупности как бы «размазаны» по сферической симметричной области вокруг ядра. Поэтому принято говорить, что ядро с зарядом q окружено «электронным облаком» с зарядом $-q$.

В отсутствие внешнего электрического поля центр электронного облака совпадает с ядром и дипольный момент атома равен нулю. При наличии же внешнего поля электронное облако смещается относительно практически неподвижного ядра и возникает дипольный момент $\vec{p} = q\vec{l}$, где $\vec{l}$ – вектор, проведенный из центра облака к ядру. Проекция вектора $\vec{p}$ на ось X равна $p_x = ql_x = -qx$.

По электромагнитной теории света коэффициент преломления определяется равенством $n = \sqrt{\epsilon\mu}$. Для всех прозрачных диэлектриков магнитная проницаемость μ практически равна единице, поэтому имеем $n^2 = \epsilon$. Диэлектрические свойства вещества обусловлены его поляризацией, которая возникает в результате появления дипольного момента

$$\epsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{P_x(t)}{\epsilon_0 E_x(t)}, \quad (5.3)$$

где κ – диэлектрическая восприимчивость, $P_x(t)$ – проекция вектора поляризованности на ось X , вдоль которой совершаются колебания вектора $\vec{E}$, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Известно, что $P_x = n_0 p_x = n_0(-qx)$, где n_0 – концентрация диполей. С учетом этого формула (5.3) примет вид

$$\epsilon = 1 + \frac{n_0(-qx)}{\epsilon_0 E_x}. \quad (5.4)$$

Задача сводится к определению $x(t)$ под действием $E_x(t)$. Для этого запишем дифференциальное уравнение движения электронного облака как

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + qE_m \cos \omega t, \quad (5.5)$$

где m – масса электронного облака, а справа записаны проекции на ось X квазиупругой силы, силы «сопротивления» и вынуждающей силы со стороны гармонической электромагнитной волны частотой ω . Магнитной составляющей этой силы мы пренебрегаем, поскольку она ничтожно мала.

Разделив уравнение (5.5) на m , приведем его к виду

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_m \cos \omega t, \quad (5.6)$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, $2\beta = \frac{r}{m}$, $f_m = \frac{qE}{m}$.

Для теории дисперсии имеет значение частное решение уравнения (5.6):

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (5.7)$$

где A – амплитуда колебаний, φ – разность фаз между смещением x и «силой» $f_m \cos \omega t$. Подстановка этого решения в уравнение (5.6) позволяет с помощью векторной диаграммы найти значение амплитуды A и разности фаз φ , а именно

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad \text{tg} = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (5.8)$$

[решение уравнения (5.6) подробно рассматривается в теории колебаний].

Ограничимся случаем, когда $2\beta\omega \ll (\omega_0^2 - \omega^2)$, т.е. когда вынуждающая частота (поля) не очень близка к собственной частоте ω_0 колебаний электронного облака и коэффициент β , характеризующий затухание, достаточно мал. В этом случае, если $\omega < \omega_0$, то

$$x(t) = \frac{f_m}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t. \quad (5.9)$$

Такой же результат будет и при $\omega > \omega_0$, когда $\varphi = \pi$.

Остается подставить (5.9) в (5.4) и учесть, что вынуждающая сила в (5.5) $qE_m \cos \omega t = -qE_x$. В результате получим:

$$\varepsilon = 1 + \frac{b}{(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

где $b = \frac{n_0 q^2}{\varepsilon_0 m}$.

Поэтому квадрат коэффициента преломления n^2 выражается следующей дисперсионной формулой:

$$n^2 = 1 + \frac{b_1}{\omega_{01}^2 - \omega^2} + \frac{b_2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} + \dots, \quad (5.10)$$

где ω_{01} , ω_{02} , ... – частоты собственных колебаний атомов и молекул, b_1 , b_2 , ... – определенные константы. Так как длина волны λ связана с циклической частотой ω соотношением $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$, то формула (5.10) примет вид:

$$n^2 = 1 + \frac{a_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{a_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots, \quad (5.11)$$

где a_1 , a_2 ... – новые константы, а λ_1 , λ_2 , ... – длины волн, соответствующие точному резонансу.

Формула (5.11) дает ход коэффициента преломления n в промежутке между линиями поглощения. Если ограничиться в формуле (5.11) двумя членами (вещество с двумя собственными частотами колебаний), то получится зависимость $n^2 - 1$ от λ , изображенная на рис. 5.2. Пунктирные линии указывают положение линий поглощения вещества λ_1 и λ_2 . Вблизи

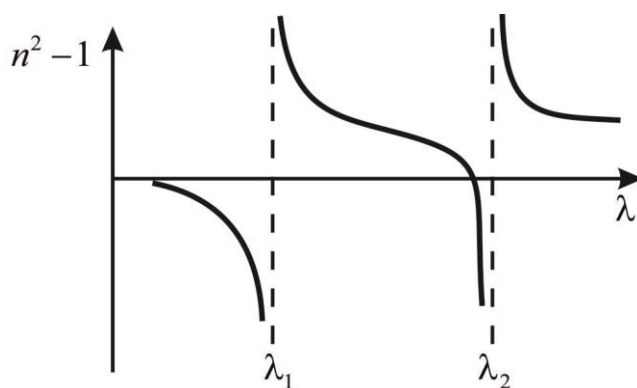


Рис.5.2

линий поглощения кривая дисперсии круто изгибается. У каждой линии поглощения со стороны малых длин волн ($\lambda < \lambda_i$) коэффициент преломления n от длины волны принимает малые значения, а со стороны больших длин волн ($\lambda > \lambda_i$) — весьма большие значения. По формуле (5.11) для длины волны, меньшей и очень близкой к одной из λ_i , для n^2 получатся отрицательные значения, что дает мнимые значения для n . Это происходит из-за того, что не учтен коэффициент затухания β . Поэтому формулой (5.11) можно пользоваться лишь в областях, где β очень мал. Вдали от линий поглощения значение коэффициента преломления n приближается к постоянным величинам. Общий ход дисперсии, изображенный на рис. 5.2, с характерными изгибами около линий поглощения носит название «аномальной» дисперсии. В действительности в этом ходе нет ничего «аномального», наоборот, он представляет собой типичный ход, отвечающий физической сущности явления. Область монотонного изменения коэффициента преломления между двумя линиями поглощения передает характер дисперсии прозрачных веществ (рис. 5.1) и носит название нормальной дисперсии.

Первыми опытами по наблюдению дисперсии были опыты Ньютона над преломлением света в призме. Ньютон разработал ряд методов наблюдений дисперсии с помощью призм и в том числе метод скрещенных призм, весьма наглядно обнаруживающий ход дисперсии. Схема метода скрещенных призм дана на рис. 5.3. Белый свет проходит через вертикальную щель S и две призмы P_1 и P_2 , преломляющие ребра которых взаимно

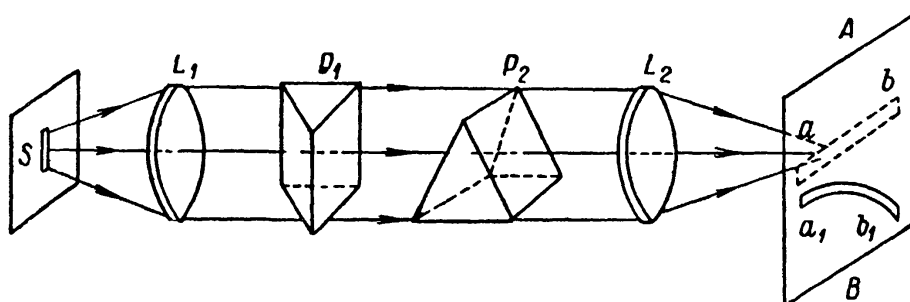


Рис. 5.3

перпендикулярны. С помощью линз L_1 и L_2 свет собирается на экране АВ. При наличии только одной призмы P_1 с вертикальным преломляющим ребром на экране АВ получился бы горизонтальный сплошной спектр, изображенный пунктирной полоской ab . При наличии второй призмы каждый луч будет отклонен вниз и тем сильнее, чем больше для него коэффициент преломления призмы P_2 . Благодаря этому весь спектр ab окажется смещенным вниз и займет положение a_1b_1 . Его красный конец a_1 смещен вниз меньше всего, а фиолетовый конец b_1 — больше всего. Также и каждое другое место спектра сместится тем больше, чем больше коэффициент преломления для длины волны, соответствующей этому месту спектра. Вся полоска a_1b_1 будет изогнута и наглядно представит ход дисперсии в призме P_2 .

Аномальная дисперсия легче всего наблюдается в парах металлов, дающих в видимой области спектра резкие линии поглощения. Так, пары натрия дают в желтой области две весьма интенсивные близкие линии поглощения с длинами волн $\lambda_1 = 0,5890$ мк и $\lambda_2 = 0,5896$ мк. Вуд использовал для наблюдения „аномальной” дисперсии в парах натрия метод скрещенных призм. Схема его опыта представлена на рис. 5.4.

Свет от источника сплошного спектра проходит через горизонтальную щель S_1 и затем в виде параллельного пучка — через откачанный сосуд АВ, содержащий металлический натрий. Пройдя через сосуд, свет падает на вертикальную щель S_2 и разлагается призмой P_2 в спектр. Преломляющее ребро призмы P_2 параллельно щели S_2 , и спектр получается в виде горизонтальной полоски. Благодаря наличию горизонтальной щели S_1 эта полоска узка. Если подогреть металлический натрий в сосуде АВ снизу и одновременно охладить верхнюю часть сосуда АВ, то в ней получится неоднородный столб паров натрия. Внизу плотность паров будет больше, наверху меньше. Такой неоднородный столб паров действует как призма с преломляющим ребром, расположенным сверху, перпендикулярно к длине сосуда. В результате получится „призма” из паров натрия, скрещенная с призмой P_2 . Эта призма, как было пояснено выше, сместит все области спектра. Однако теперь, благодаря аномальному характеру дисперсии паров натрия, смещенный спектр окажется не монотонно изогнутым, а обнаружит характерные изгибы вблизи длин волн λ_1 и λ_2 . В местах, отвечающих длинам волн λ_1 и λ_2 , появятся темные полосы поглощения.

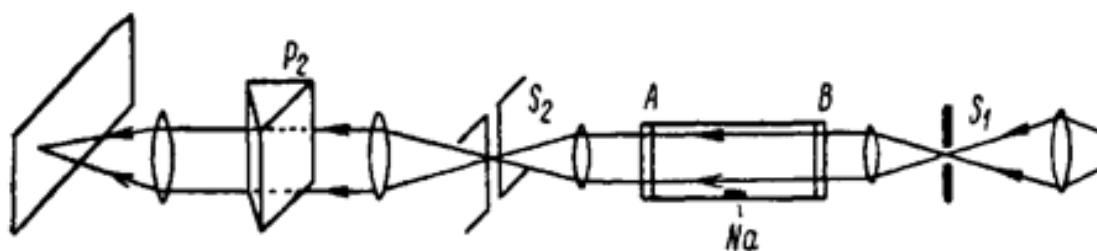


Рис. 5.4

На рис. 5.5 представлен получаемый вид спектра аномальной дисперсии. На линиях поглощения λ_1 и λ_2 наблюдается разрыв спектра. Со стороны больших длин волн (справа) от линий поглощения спектр сильно отклонен вниз, что отвечает большим значениям коэффициента преломления паров натрия в этой области. Со стороны коротких длин волн от линий поглощения (слева) спектр отклонен вверх, что указывает на значения коэффициента $n < 1$. Между обеими линиями поглощения коэффициент преломления круто спадает (т.е. спектр отклоняется вверх) в сторону увеличения длин волн. Изгиб спектра сильно зависит от плотности пара натрия. На рис. 5.5 приведены спектры при низкой плотности пара (а) и при высокой плотности пара (б).

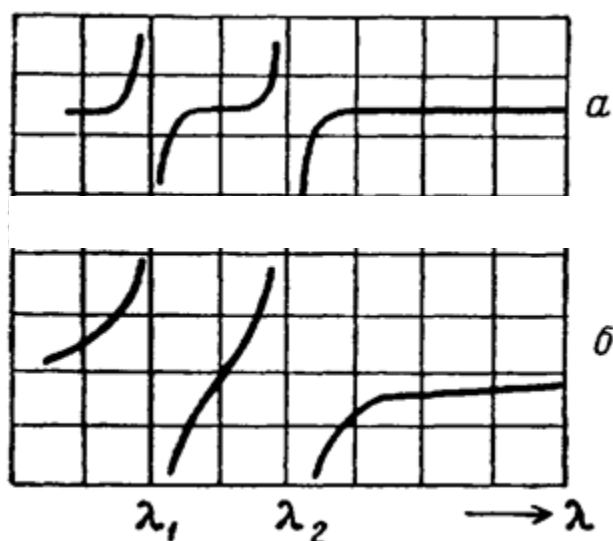


Рис. 5.5

Теоретические соображения, представленные выше, справедливы не только для электронов, но и для ионов, а также и для случая металлов (где основную роль играют свободные электроны).

Помимо дисперсии, связанной с вынужденными колебаниями электронов и ионов, существует другой вид дисперсии, на который обратил внимание Дебай. Она проявляется в средах с полярными молекулами, главным образом в жидкостях. Полярными называются молекулы, обладающие собственными дипольными моментами, обусловленными несимметричным расположением зарядов внутри молекулы. При этом полярные молекулы могут обладать и индуцированными дипольными молекулами, возбуждаемыми внешним электрическим полем, однако индуцированные моменты меньше собственных.

В отсутствие внешнего электрического поля дипольные моменты полярных молекул изотропной среды ориентируются в пространстве хаотично по всем направлениям. При этом среда никакой поляризацией не обладает. При наложении на диэлектрическую среду внешнего электрического поля дипольные моменты молекул начинают ориентироваться по направлению поля, однако эта ориентация нарушается за счёт теплового движения. В результате установления равновесия этих процессов в среде возникает ориентационная поляризация. В то же время в среде за счет деформации электронных орбит под действием электрического поля возникает электронная поляризация, которая, хотя и меньше ориентационной, однако процесс ее установления менее инерционен.

Если электрическое поле меняется с частотой ω , то с этой же частотой должна меняться и поляризация, а также и обусловленные ею диэлектрическая проницаемость среды ϵ и коэффициент преломления n .

В полях низкой частоты успевает устанавливаться такая же мгновенная поляризация среды, как и в статических полях. В такой области частот величины ϵ и n практически постоянны и определяются ориентационной поляризацией (в полярных диэлектриках). Если дипольные моменты полярных молекул велики (как у воды и спирта), то в этой области частот соотношение $n = \sqrt{\epsilon}$ выполняется (для воды $\epsilon=81$, $n=9$).

В другом предельном случае – при очень высоких частотах (например, световые волны) дипольные моменты не успевают заметно поворачиваться за время порядка периода. В этой области частот практически нет вынужденных вращений молекул, и поляризация определяется менее инерционной электронной составляющей. Таким образом, молекулы начинают вести себя так, как если бы они не были полярными. Этим объясняется резкое расхождение между показателем преломления воды в оптическом диапазоне ($n = 1,33$) и значением $\sqrt{\epsilon}$ в электростатике и области низкочастотных электромагнитных волн.

5.2. Поглощение света

Из опытов известно, что по мере распространения плоской световой волны в веществе ее интенсивность постепенно уменьшается.

Поглощение света – это явление уменьшения энергии (интенсивности) световой волны в веществе, происходящее вследствие преобразования энергии электромагнитного поля волны во внутреннюю энергию вещества. Эта энергия может быть не только тепловой. Кроме нагревания вещества, поглощение света может вызывать химические реакции, производить ионизацию атомов или их возбуждение. Последнее, в свою очередь, может приводить к появлению вторичного (фотолюминесцентного) излучения, имеющего другой спектральный состав и иные направления распространения.

Закон поглощения света веществом был экспериментально установлен французским ученым П. Бугером в 1729 г. и теоретически обоснован немецким ученым И. Ламбертом в 1760 г. **Закон Бугера – Ламберта** гласит: *интенсивность плоской волны монохроматического света уменьшается по мере прохождения через поглощающую среду по экспоненциальному закону:*

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (5.12)$$

где I_0 и I – интенсивности света на входе и выходе из слоя толщиной x ; α – показатель поглощения среды, который зависит от химической природы и состояния поглощающей среды, а также от длины волны света. Показатель поглощения есть физическая величина, обратная толщине слоя, на котором интенсивность света уменьшается в e раз.

Рассмотрим обоснование данного закона. Пусть через вещество распространяется параллельный пучок света с интенсивностью I . Выделим в этом веществе тонкий слой толщиной dx (см. рис. 5.6). На выходе из этого слоя интенсивность изменится на величину dI . Величина эта при поглощении (т.е. убыли интенсивности) отрицательна, а также пропорциональна как интенсивности падающего света I , так и толщине слоя dx :

$$dI = -\alpha I dx, \quad (5.13)$$

где α – коэффициент пропорциональности. Преобразуем это выражение:

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx. \quad (5.14)$$

После интегрирования получаем:

$$\ln I = -\alpha x + \ln I_0, \quad (5.15)$$

где постоянная интегрирования $\ln I_0$ определяется из условия, что интенсивность на входе, т.е. при $x = 0$, равна I_0 . После потенцирования получаем закон Бугера – Ламберта:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}.$$

Зависимость показателя поглощения α от длины волны света определяется явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомах в молекулах поглощающей среды. Таким образом, поглощение света является селективным, и спектры поглощения являются характеристическими для веществ. Это свойство используется в **абсорбционном спектральном анализе**. Так, например, гелий был открыт в 1868 г. П. Жансеном и Н. Локьером при исследовании солнечных спектров поглощения, и только через 27 лет гелий был обнаружен на Земле.

Наибольшая селективность поглощения наблюдается у разреженных одноатомных газов (например, у паров большинства металлов), для которых характерен **линейчатый спектр поглощения** (рис. 5.7). Частоты интенсивного поглощения совпадают с частотами собственного излучения атомов этих газов. У газов с многоатомными молекулами наблюдаются системы тесно расположенных линий, образующих **полосы поглощения**. Структура полос поглощения определяется составом и строением молекул. Жидкие и твердые диэлектрики имеют **сплошные спектры поглощения** (рис. 5.8), состоящие из широких полос поглощения, в пределах которых показатель поглощения плавно изменяется.

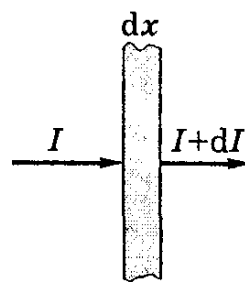


Рис. 5.6

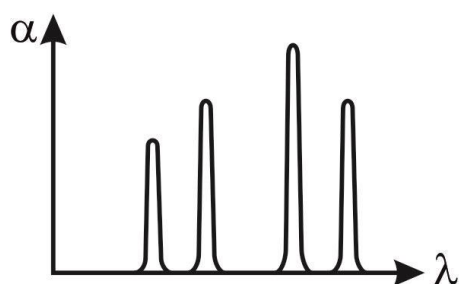


Рис. 5.7

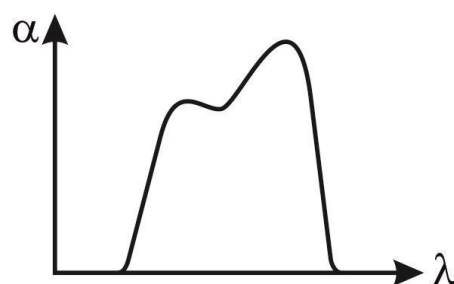


Рис. 5.8

В том случае, если свет проходит через раствор поглощающего вещества в непоглощающем растворителе, показатель поглощения будет зависеть от концентрации раствора. Для разбавленных растворов будет выполняться **закон Бера**, установленный немецким физиком А. Бером в 1852 г.:

$$\alpha = AC, \quad (5.16)$$

где C – концентрация раствора, A – коэффициент, характерный для поглощающего вещества.

Физический смысл закона Бера состоит в том, что поглощающая способность молекулы в растворе не зависит от влияния окружающих молекул. Это правило нарушается при высоких концентрациях. Закон Бера оказывается чрезвычайно полезным для быстрого определения концентрации веществ, химический анализ которых оказывается очень сложен.

В 1926 г. С.И. Вавилов и В.Л. Левшин в экспериментах по поглощению света в урановом стекле впервые обнаружили **нелинейный эффект** в оптике: показатель поглощения α зависел от интенсивности I света, уменьшаясь с ростом интенсивности. Такой характер зависимости легко объясняется в квантовой теории. При поглощении света молекулы переходят в возбужденное состояние и не участвуют в поглощении до тех пор, пока не вернутся в основное состояние. Если доля таких молекул мала, то поглощение происходит в соответствии с законом Бугера – Ламберта. Если доля возбужденных молекул значительна, то показатель поглощения уменьшается.

5.3. Рассеяние света

Рассеянием света называется явление преобразования света веществом, сопровождающееся изменением направления распространения света и проявляющееся как несобственное свечение вещества.

Механизм рассеяния состоит в том, что световая волна, проходящая через вещество, вызывает вынужденные колебания электронов в атомах. Эти электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся в различных направлениях. В случае оптически однородной среды вторичные волны всегда являются когерентными и полностью компенсируют друг друга во всех направлениях, кроме первоначального. Таким образом, рассеяние может наблюдаться только в оптически неоднородных средах, в которых показатель преломления изменяется от точки к точке.

Среды с ярко выраженной оптической неоднородностью, вызванной включением в вещество малых частиц, непрозрачных или с отличающимся коэффициентом преломления, либо дефектов, называются – **мутные среды**. Мутными средами являются: 1) дымы – взвеси в газе мельчайших твердых частиц; 2) туманы – взвеси в газе мельчайших капелек жидкости; 3) суспензии – взвеси в жидкости мельчайших твердых частиц; 4) эмульсии – взвеси в жидкости мельчайших капелек жидкости, не смешивающейся с первой (например, молоко); 5) твердые тела, такие как опалы и молоч-

ные стекла. В зависимости от размеров оптических неоднородностей выделяется два вида рассеяния в мутных средах: рассеяние Рэлея и рассеяние Ми.

Рассеяние Рэлея наблюдается, когда размеры оптических неоднородностей малы по сравнению с длиной волны. В этом случае вторичные волны будут когерентны, однако полной компенсации их не происходит. Английский ученый Тиндаль установил, что, если осветить такую среду ярким пучком белого света, то при наблюдении сбоку она кажется голубоватой, а в проходящем свете – красноватой. Это явление получило название – **эффект Тиндаля**. Таким образом, коротковолновое излучение рассеивается сильнее, чем длинноволновое. Английский физик Рэлей в 1889 г. теоретически объяснил это тем, что изотропная частица малого размера (не более $0,1\lambda$) эквивалентна одному электрическому диполю, колеблющемуся с частотой падающего на нее света. Интенсивность же излучения диполя прямо пропорциональна четвертой степени частоты его колебаний или, следовательно, *интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны*:

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (5.17)$$

Эта зависимость называется **законом Рэлея**. Так как длина волны голубого света примерно в 1,5 раза меньше длины волны красного света, то и рассеивается он в 5 раз интенсивнее, чем красный.

Рэлей также установил, что в случае рассеяния естественного света зависимость интенсивности рассеянного света I от угла рассеяния θ имеет вид:

$$I = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \theta), \quad (5.18)$$

где $I_{\pi/2}$ – интенсивность света, рассеиваемого перпендикулярно к направлению первичного пучка. Кроме того, если молекулы рассеивающего вещества неполярные, то свет, рассеянный перпендикулярно к направлению первичного пучка, будет полностью поляризован. Колебания вектора $\vec{E}$ будут перпендикулярны к плоскости, в которой лежат первичный и рассеянный лучи (см. рис. 5.9).

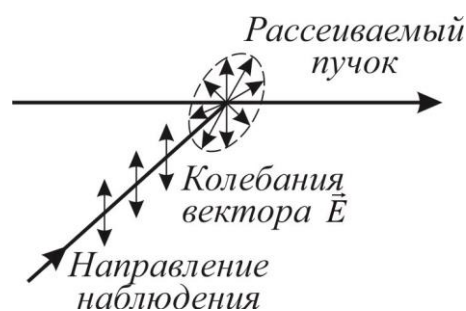


Рис. 5.9

При увеличении размеров оптических неоднородностей указанные выше закономерности постепенно искажаются: нарушается симметрия распределения, свет рассеянный под углом $\pi/2$ будет поляризован лишь частично, нарушается и закон Рэлея.

Если размеры оптических неоднородностей значительно превышают длину волны света, то вторичные волны отдельных частиц становятся некогерентными. Угловая зависимость интенсивности рассеяния становится сложной, а распределение интенсивностей по длинам волн в рассеянном

свете практически совпадает с таковым в падающем. Этим объясняется, например, белый цвет облаков. Этот вид рассеяния света называется **рассеянием Ми** в честь немецкого ученого Г. Ми, решившего теоретически задачу рассеяния света сферическими частицами.

Рассеяние света наблюдается также и в чистых средах, не содержащих каких-либо примесей. Оно называется **молекулярным рассеянием** и обусловлено, как впервые предположил М. Смолуховский в 1908 г., флуктуациями плотности, возникающими в результате хаотического теплового движения молекул среды. Теория молекулярного рассеяния была создана А. Эйнштейном. Как показывают расчеты, размеры флуктуаций в обычных условиях много меньше длин волн видимого света. Таким образом, теория Эйнштейна для молекулярного рассеяния приводит к таким же закономерностям, как и теория Рэлея.

Молекулярным рассеянием света в атмосфере объясняется, например, голубой цвет неба. По этой же причине небо на заре окрашивается в красные тона. Флуктуации плотности и интенсивность рассеяния возрастают с увеличением температуры. Этим объясняется более насыщенный цвет неба летом.

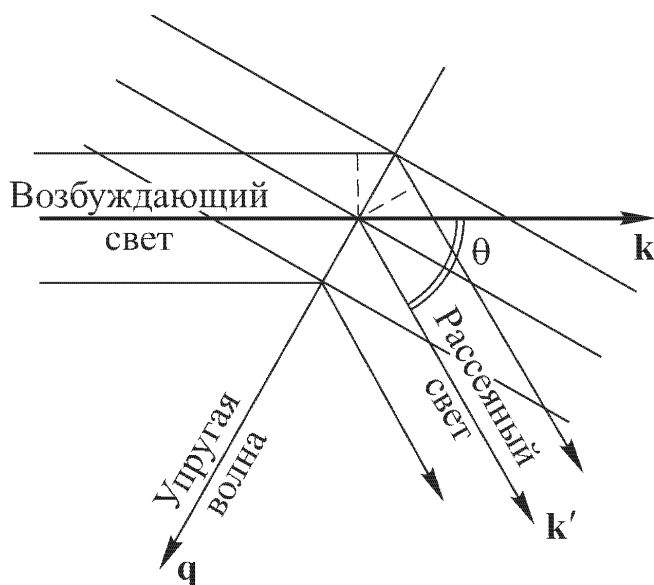


Рис. 5.10

Л.И. Мандельштам, рассматривая молекулярное рассеяние в кристаллических твердых телах, предположил, что флуктуации плотности кристалла создаются распространяющимися тепловыми упругими волнами. В этом случае можно рассматривать рассеяние света как дифракцию на регулярной структуре стоячей упругой волны (см. рис. 5.10).

Теория Мандельштама оказалась применимой не только к кристаллическим

телам, но и к твердым аморфным телам и жидкостям. Из нее следовал важный вывод, что при молекулярном рассеянии в этих средах должна существовать тонкая структура спектра рассеянного света, обусловленная модуляцией света упругими волнами. Оказалось, что в свете, рассеянном под углом θ , помимо компонента с частотой ν возбуждающего света, должны наблюдаться компоненты с частотами $\nu - \Delta\nu$ (стоксов сателлит) и $\nu + \Delta\nu$ (антистоксов сателлит). Относительный сдвиг частот $\Delta\nu / \nu$ света, рассеянного под углом θ , определяется скоростью упругой волны u и скоростью света в рассеивающей среде v :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2 \frac{u}{v} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (5.19)$$

6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

6.1. Понятие теплового излучения

Из повседневного опыта известно, что все тела независимо от их агрегатного состояния при нагревании до определенной температуры приобретают способность светиться, т.е. излучать электромагнитные (далее ЭМ) волны в видимом диапазоне. Следует заметить, что свечение тел может происходить не только в результате их нагрева. Выделение телом энергии, которая преобразуется в ЭМ излучение, может происходить также:

- 1) за счет химических реакций (например, окисление фосфора на воздухе) – хемилюминесценция;
- 2) при воздействии на газы и твердые тела электрического поля – электролюминесценция;
- 3) за счет поглощения энергии ЭМ волн, падающих на тело, с последующим их переизлучением – фотолюминесценция;
- 4) за счет бомбардировки поверхности твердых тел электронами – катодолюминесценция.

Тепловым излучением называется ЭМ излучение, возникающее за счет внутренней энергии излучающего тела и зависящее только от температуры и оптических свойств этого тела.

Одним из свойств ЭМ волн является их способность переносить энергию от одной точки пространства к другой. Поэтому, если нагретое тело не восполняет каким-либо образом запас своей внутренней энергии за счет внешних источников, то с течением времени его термодинамическая температура будет уменьшаться, т.е. тело будет остывать. Важно отметить также, что интенсивность теплового излучения зависит от температуры, возрастая с ее увеличением и уменьшаясь при ее понижении.

Заметим, что термин «нагретое тело» надо понимать в том смысле, что тело обладает температурой, отличной от абсолютного нуля. Таким образом, тепловое излучение имеет место при любой температуре $T > 0$.

Тепловое излучение – единственный вид излучения, способный находиться в состоянии термодинамического равновесия с веществом, т.е. в таком состоянии, когда количество энергии, поглощенное веществом, равно количеству энергии, излученному этим веществом. Действительно, предположим, например, что по каким-то причинам равновесное состояние системы «тело – излучение» нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Тогда запас внутренней энергии тела будет уменьшаться, что приведет к снижению его температуры. Последнее будет означать постепенное уменьшение интенсивности теплового излучения с поверхности тела. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока не будет восстановлено равновесное состояние между телом и излучением. Очевидно, что рассуждения аналогичного порядка можно провести и в том случае, когда количество энергии, излучаемое телом, становится меньше энергии, поглощаемой телом.

Поскольку тепловое излучение может находиться в равновесном состоянии, к нему согласно представлениям классической физики должны быть применимы законы термодинамики, общим закономерностям которой это излучение должно подчиняться.

6.2. Параметры теплового излучения

1. Энергетическая светимость тела

Одним из основных параметров, характеризующих тепловое излучение тела, является его *энергетическая светимость* R - количество энергии, излучаемой единицей поверхности тела в единицу времени по всем направлениям (т.е. в пределах телесного угла 2π). Энергетическая светимость является функцией температуры тела, т.е.

$$R = f(T).$$

Как видно из определения, энергетическая светимость измеряется в $[Вт/м^2]$ и по физическому смыслу представляет собой плотность потока энергии излучения.

2. Испускательная способность тела

Спектр теплового излучения включает множество спектральных составляющих. Об этом можно догадаться, наблюдая, например, свечение металлов, нагретых до высокой температуры, в частности спиралей ламп накаливания. Такие тела испускают яркий свет, близкий по цвету к белому, который, как известно, не является монохроматическим и представляет собой суперпозицию ЭМ колебаний с различными длинами волн. Опытным путем было установлено, что интенсивность излучения, испускаемого нагретым телом, различна для различных участков спектрального диапазона. В связи с этим естественно ввести в рассмотрение функцию r_ω , описывающую распределение интенсивности теплового излучения по частотам излучаемых волн. Таким образом, функция r_ω характеризует спектральный состав теплового излучения. Величина r_ω называется *испускательной способностью* тела. В общем случае следует также полагать, что функция r_ω зависит от температуры (на это указывает хотя бы тот факт, что при увеличении температуры нагреваемого тела цвет его свечения меняется от темно-красного до ярко-белого). С учетом этого будем писать обозначение функции испускательной способности в виде $r_{\omega T}$. Очевидно, что R и $r_{\omega T}$ связаны соотношением

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega. \quad (6.1)$$

Анализируя (6.1), можно заметить, что величина $r_{\omega T}$ имеет смысл функции плотности распределения величины R по излучаемым телом частотам ω . Поэтому для $r_{\omega T}$ существует и другое название: $r_{\omega T}$ есть *спектральная плотность энергетической светимости тела*.

Отметим, что частота ω и длина волны света в вакууме связаны соотношением

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}.$$

Тогда

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega.$$

Диапазону частот $d\omega$ можно поставить в соответствие диапазон длин волн $d\lambda$. Поскольку интервалы $d\omega$ и $d\lambda$ относятся к одному и тому же участку спектра, величины $dR_\omega = r_{\omega T} d\omega$ и $dR_\lambda = r_{\lambda T} d\lambda$ должны быть равны, так что

$$r_{\omega T} d\omega = r_{\lambda T} d\lambda = r_{\lambda T} \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega = r_{\lambda T} \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega,$$

или

$$r_{\omega T} = r_{\lambda T} \frac{\lambda^2}{2\pi c} = r_{\lambda T} \frac{2\pi c}{\omega^2}. \quad (6.2)$$

С помощью (6.2) можно перейти от $r_{\omega T}$ к $r_{\lambda T}$ и наоборот.

3. Поглощательная способность

Пусть на элементарную площадку dS тела падает поток энергии ЭМ излучения в диапазоне частот $d\omega$. Обозначим этот поток через $d\Phi_\omega$. Часть этого потока будет отражена телом, другая часть поглотится. Обозначим поток энергии, поглощенный элементом поверхности тела, через $d\Phi'_\omega$. Величина

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega} \quad (6.3)$$

называется *поглощательной способностью* тела. Эта величина, как и $r_{\omega T}$, является функцией частоты и температуры. Из (6.3) видно, что $a_{\omega T} \leq 1$. Если тело обладает такими свойствами, что во всем диапазоне частот $a_{\omega T} = a \equiv 1$, то такое тело называется *абсолютно черным*. Если $a < 1$, тело называют *серым*. Можно показать, что энергетическая светимость R серого непрозрачного тела связана с энергетической светимостью R^* абсолютно черного тела соотношением

$$R = a \cdot R^*.$$

Аналогично

$$r_{\omega T} = a \cdot r_{\omega T}^*,$$

где $r_{\omega T}^*$ - спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела.

4. Равновесная плотность энергии излучения

Рассмотрим замкнутую теплоизолированную полость, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре T . Вследствие теплового излучения с внутренней поверхности полости ее объем окажется заполненным ЭМ волнами, пересекающими объем полости во всевозможных направлениях. Эти волны непрерывно поглощаются и вновь излучаются стенками полости. Суперпозиция этих волн приводит к заполнению всего объема полости ЭМ полем, энергия которого распределена по полости с некоторой постоянной, зависящей от температуры, плотностью $u(T)$. При этом между стенками полости и ЭМ излучением, локализованным в объеме полости, устанавливается состояние термодинамического равновесия, при котором количество ЭМ энергии, излучаемой в единицу времени любым участком поверхности, равно количеству энергии, поглощаемому за то же время этим же участком.

Величина $u(T)$ зависит только от температуры стенок полости и не зависит от материала, из которого они изготовлены. Действительно, представим себе две полости, изготовленные из разных материалов, но имеющие одинаковую температуру. Предположим, что $u(T)$ зависит от материала стенок. Тогда объемная плотность энергии ЭМ излучения в первой полости будет $u_1(T)$, а во второй – $u_2(T)$, причем $u_1 > u_2$. Соединим эти полости и обеспечим им возможность обмениваться излучением. Очевидно, что вследствие того что $u_1 > u_2$, поток энергии из полости 1 в полость 2 будет больше, чем из полости 2 в полость 1. Тогда равновесное состояние в полостях 1 и 2 будет нарушено: полость 1 будет в единицу времени терять энергии больше, чем поглощать, и, следовательно, будет остывать, а полость 2 по аналогичным соображениям должна будет нагреваться. Однако такой процесс противоречит второму началу термодинамики, т.е. предположение о зависимости $u(T)$ от материала стенок было неверным.

При данной температуре равновесная объемная плотность энергии ЭМ излучения имеет определенное спектральное распределение. Объемная спектральная плотность энергии $u(\omega, T)$ связана с объемной плотностью $u(T)$ соотношением

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega. \quad (6.4)$$

Равновесная плотность энергии теплового излучения «черного тела» u^* и энергетическая светимость абсолютно черного тела R^* связаны между собой соотношением

$$R^* = \frac{c}{4} u^*, \quad (6.5)$$

где c - скорость света.

6.3. Закономерности теплового излучения

1. Закон Кирхгофа

Между испускательной и поглощательной способностью тела имеется связь. Рассмотрим систему тел, изолированную от внешней среды замкнутой оболочкой, поддерживаемой при постоянной температуре T (см. рис. 6.1). Из внутренней полости оболочки откачан воздух, так что тела 1, 2 и 3 могут обмениваться между собой и оболочкой энергией только посредством ЭМ излучения.

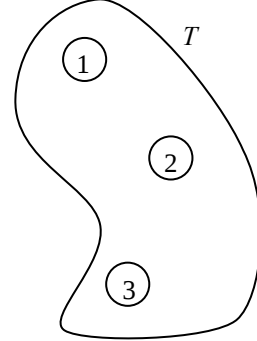


Рис. 6.1

Опыт показывает, что в такой системе между телами и излучением через некоторое время устанавливается состояние термодинамического равновесия, характеризующееся одинаковой температурой всех тел системы, равной температуре T оболочки. Итак, температура всех тел стала одинаковой и равной T . Однако испускательные $r_{\omega T}$ и поглощательные $a_{\omega T}$ способности тел могут быть различными. Предположим, что элементарная площадка dS тела 1 в диапазоне частот $d\omega$ характеризуется испускательной способностью $r_{\omega T1} > r_{\omega T2} > r_{\omega T3}$. Тогда тело 1 в рассматриваемом диапазоне частот $d\omega$ испускает энергии больше, чем тело 2 или 3. Поскольку, однако, температуры и внутренние энергии тел остаются неизменными, тело 1 должно в данном диапазоне частот больше энергии и поглощать, то есть должно быть справедливо соотношение $a_{\omega T1} > a_{\omega T2} > a_{\omega T3}$. Кирхгофу в 1859 г. удалось установить, что

отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и является для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты (или длины волны) и температуры:

$$\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} = f(\omega, T). \quad (6.6)$$

Из соотношения (6.6), в частности, следует, что

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_3.$$

Заметим, что для абсолютно черного тела $a_{\omega T} \equiv 1$. Следовательно, функция Кирхгофа $f(\omega, T)$ есть не что иное, как функция $r_{\omega T}^*$ *испускательной способности абсолютно черного тела*.

Воспользовавшись связью ω и λ , перейдем от $f(\omega, T)$ к $\phi(\lambda, T)$:

$$f(\omega, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \phi(\lambda, T).$$

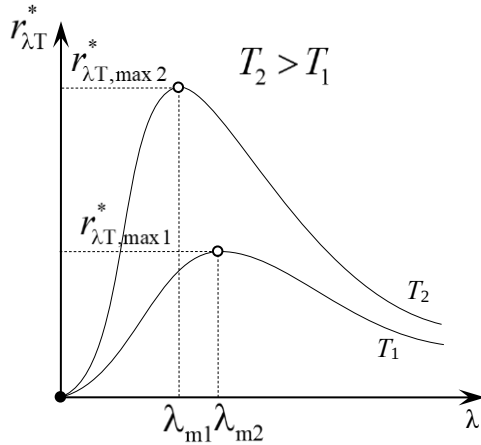


Рис. 6.2

Зависимость $\varphi(\lambda, T) = r_{\lambda T}^*$ для двух различных температур представлена на рис. 6.2. Как видно из рис. 6.2, максимум функции $r_{\lambda T}^*$ с увеличением температуры смещается в сторону более коротких волн.

График функции спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела $r_{\lambda T}^*$, представленной на рис. 6.2, был построен по экспериментальным данным. Попытки установить вид функции $r_{\lambda T}^*$, предприня-

тые физиками, долгое время не давали результата. Вместе с тем в ходе теоретических и экспериментальных исследований особенностей теплового излучения тел были установлены следующие важные закономерности.

2. Закон Стефана – Больцмана

В 1879 г. Стефан, экспериментируя с серыми телами, установил, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$R \sim T^4.$$

Несколько позже, в 1884 г., Больцман, используя методы термодинамики, уточнил полученное Стефаном соотношение, показав теоретически, что для *абсолютно черного тела*

$$R^* = \int_0^\infty f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (6.7)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ – постоянная, получившая название *постоянной Стефана – Больцмана*. Соотношение (6.7) носит название *закона Стефана – Больцмана*.

3. Закон Вина

Вин, проводя теоретические исследования с целью установить вид функции $f(\omega, T)$, показал, что эта функция должна иметь вид

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right).$$

При этом для функции $r^*(\lambda, T)$ согласно (6.2) получаем соотношение

$$r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right),$$

или

$$r^*(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda^5} \psi(\lambda T).$$

Продифференцировав $r^*(\lambda, T)$ по λ , получим:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\lambda}[r^*(\lambda, T)] &= -5\frac{1}{\lambda^6}\psi(\lambda T) + \frac{1}{\lambda^5}\frac{d}{d\lambda}[\psi(\lambda T)]T = \\ &= \frac{1}{\lambda^6}[\lambda T\psi'(\lambda T) - 5\psi(\lambda T)].\end{aligned}$$

Приравняв последнее соотношение к нулю при $\lambda = \lambda_m$, получим:

$$\lambda_m T \psi'(\lambda_m T) = 5\psi(\lambda_m T). \quad (6.8)$$

Из (6.8) следует, что

$$\lambda_m T = C_1 = \text{const.} \quad (6.9)$$

Соотношение (6.9) носит название *закона смещения Вина* или *первого закона Вина*. Константа $C_1 = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К называется *постоянной Вина*. Полученное Вином соотношение объясняет смещение максимума спектральной плотности энергетической светимости при изменении температуры тела, показанное на рис. 6.2.

Заметим, что из соотношения

$$r^*(\lambda, T) = \frac{1}{\lambda^5}\psi(\lambda T)$$

и формулы (6.9) следует, что

$$r_{\max}^*(\lambda, T) = (T/b)^5 \psi(\lambda_m T) = C_2 T^5, \quad (6.10)$$

где $C_2 = 1,29 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³·К⁵).

Соотношение (6.10) носит название *второго закона Вина*.

6.4. «Ультрафиолетовая катастрофа»

В 1900 г. попытку получить аналитический вид функции Кирхгофа предпринял Рэлей. В отличие от предшественников он подошел к этому вопросу с позиций статистической физики, рассмотрев равновесное излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность стоячих ЭМ волн различных частот. Рэлей показал, что число dn ЭМ колебаний с собственными частотами в диапазоне от ω до $\omega + d\omega$, заключенных в объеме V полости, должно удовлетворять соотношению

$$dn \sim V\omega^2 d\omega.$$

Колебания с разными собственными частотами ω совершаются независимо друг от друга. При этом каждой собственной частоте соответствует своя колебательная степень свободы. Применив к такой системе в виде совокупности ЭМ волн теорему классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы, согласно которой на каждую степень свободы системы должна приходиться энергия, равная $(1/2)kT$, Рэлей получил соотношение

$$dW \sim dn \cdot kT = V\omega^2 d\omega kT,$$

откуда

$$u(\omega, T) \sim \frac{dW}{Vd\omega} = \omega^2 kT$$

или

$$r^*(\omega, T) = f(\omega, T) \sim \frac{c}{4} kT \cdot \omega^2.$$

В дальнейшем Рэлей и Джинс уточнили это соотношение, получив для функции Кирхгофа формулу

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT. \quad (6.11)$$

Данная формула получила название *формулы Рэля – Джинса*.

Нетрудно видеть, что соотношение (6.11) удовлетворяет закону смещения Вина. Действительно, (6.11) можно привести к виду

$$r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)^2 kT = \frac{(2\pi c)^3}{\lambda^4} kT = \frac{1}{\lambda^5} \Psi(\lambda T),$$

аналогичному тому, что получил Вин. Проведя дифференцирование, приходим в итоге к формуле Вина.

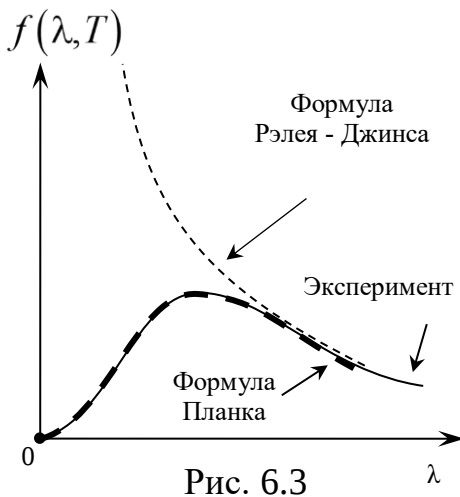


Рис. 6.3

Однако сравнение зависимости $f(\lambda, T)$, построенной на основе (6.11), с графиком, построенным по экспериментальным данным (см. рис. 6.3), показывает, что формула Рэля – Джинса удовлетворительно описывает закономерности излучения абсолютно черного тела лишь в длинноволновой части спектра (т.е. в области низких частот). В области коротких волн наблюдалось существенное расхождение в данных, даваемых теорией и экспериментом. Кроме того, согласно рассмотренному ранее, интеграл от

функции (6.11) должен давать значение энергетической светимости тела R^* при данной температуре, которая, очевидно, должна быть величиной конечной. Но интеграл

$$\frac{kT}{4\pi^2 c^2} \int_0^\infty \omega^2 d\omega = \infty,$$

что противоречит здравому смыслу. Полученный результат известен в истории физики как «ультрафиолетовая катастрофа».

Рэлей и Джинс при выводе соотношения (6.11) использовали методы статистической физики, в частности теорему классической статистики о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Полученные ими результаты находились в строгом соответствии с представлениями физики того времени, поэтому столь очевидные расхождения теории с экспери-

ментом свидетельствовали о неверном понимании механизмов и законов теплового излучения.

6.5. Квантовая гипотеза. Формула Планка

В 1899 – 1900 гг. немецкому физику Макс Планку удалось установить вид функции Кирхгофа, точно согласующийся с законами Стефана – Больцмана, Вина и опытными данными. Планк рассмотрел термодинамическую систему, состоящую из стенок полости, находящихся при температуре T , и заключенного в объеме полости ЭМ излучения. Излучение стенок полости Планк представил в виде совокупности ЭМ волн, испускаемых отдельными атомами, причем для описания механизма излучения атомом ЭМ волн Планк выбрал наиболее простую модель атома, представив его в виде колеблющегося диполя, т.е. линейного гармонического осциллятора. Совокупность таких осцилляторов испускает ЭМ волны на всевозможных частотах ω , соответствующих собственным частотам колебаний атомов. Рассмотрев такую систему в состоянии термодинамического равновесия и учтя, что объемная плотность энергии излучения не зависит от материала стенок полости, а определяется только их температурой, Планк получил в 1899 г. соотношение для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела (функции Кирхгофа) в виде

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \langle \varepsilon_\omega \rangle, \quad (6.12)$$

где $\langle \varepsilon_\omega \rangle$ – средняя энергия осциллятора с собственной частотой ω . Заметим, что соотношение (6.12) по виду близко к формуле Рэлея – Джинса (6.11).

Подбирая вид выражения для $\langle \varepsilon_\omega \rangle$, Планк сделал революционное предположение, заключающееся в том, что

энергия колеблющихся атомов-диполей может изменяться не непрерывно, а дискретно, т.е. порциями, пропорциональными некоторой элементарной величине – кванту энергии колебаний ε_0 .

Данное предположение известно в истории физики как *квантовая гипотеза*.

Итак, ЭМ излучение испускается порциями. Из сделанного Планком предположения вытекало, что энергия осциллятора должна быть кратна элементарной порции энергии ε_0 , т.е. $\varepsilon_\omega = \varepsilon_n = n\varepsilon_0$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. В состоянии термодинамического равновесия значения энергий гармонических осцилляторов должны подчиняться статистике Больцмана:

$$P_n = C \exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right), \quad (6.13)$$

где P_n – вероятность того, что данный осциллятор, произвольно выбранный из всей совокупности N гармонических осцилляторов, будет иметь

значение энергии, равное ε_n ; C - коэффициент, определяемый из условия нормировки:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1,$$

откуда

$$C = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right)}. \quad (6.14)$$

Подставив (6.14) в (6.13), найдем

$$P_n = \frac{\exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right)}. \quad (6.15)$$

Средняя энергия гармонического осциллятора с собственной частотой $\langle \varepsilon_\omega \rangle$ равна

$$\langle \varepsilon_\omega \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n P_n = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n P_n = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{n\varepsilon_0}{kT}\right)}. \quad (6.16)$$

Введем обозначение $x = \varepsilon_0/kT$, тогда

$$\langle \varepsilon_\omega \rangle = \varepsilon_0 \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-nx)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx)} = \left| f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx) \right| = \varepsilon_0 \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n f(x)}{\sum_{n=0}^{\infty} f(x)} = \varepsilon_0 \frac{d}{dx} \ln [f(x)].$$

Сумма $\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nx)$ есть бесконечная убывающая геометрическая прогрессия с множителем $q = e^{-x}$ и первым членом, равным 1. Сумма первых N членов этой прогрессии равна (см., например, вывод формулы для интенсивности I_ϕ дифракционной решетки):

$$S_N = \frac{q^N - 1}{q - 1} = \frac{e^{-Nx} - 1}{e^{-x} - 1},$$

откуда при $N = \infty$ получаем:

$$S_\infty = \frac{1}{1 - e^{-x}}.$$

С учетом полученного можно записать, что

$$\langle \varepsilon_{\omega} \rangle = \varepsilon_0 \frac{d}{dx} \left(\ln \frac{1}{1-e^{-x}} \right) = \varepsilon_0 (1-e^{-x}) \left[-\frac{e^{-x}}{(1-e^{-x})^2} \right] = \frac{\varepsilon_0}{e^x - 1} = \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1}. \quad (6.17)$$

В итоге, подставляя (6.17) в (6.12), для испускательной способности абсолютно черного тела получаем следующее выражение:

$$f(\omega, T) = r^*(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \langle \varepsilon_{\omega} \rangle = \frac{\omega^2}{2\pi c^2} \frac{\varepsilon_0}{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1}. \quad (6.18)$$

Как было отмечено выше, Вин, пытаясь найти вид функции Кирхгофа, получил для нее соотношение

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right). \quad (6.19)$$

Из сопоставления (6.19) и (6.18) видно, что квант энергии ЭМ колебаний должен быть пропорционален частоте ω , т.е.

$$\varepsilon_0 = \hbar\omega = h\nu. \quad (6.20)$$

Постоянная $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с называется *постоянной Планка*. С учетом (6.20) для функции Кирхгофа окончательно получаем соотношение

$$r^*(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (6.21)$$

Соотношение (6.21) носит название *формулы Планка*.

Формула Планка полностью согласуется с экспериментальными данными (см. рис. 6.3). Путем соответствующих математических преобразований из (6.21) могут быть получены законы Стефана – Больцмана и Вина. Действительно, интегрирование соотношения (6.21) по частотам в пределах от 0 до ∞ дает

$$\begin{aligned} R^* &= \int_0^{\infty} r^*(\omega, T) d\omega = \frac{1}{4\pi^2 c^2} \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} d\omega = \frac{1}{4\pi^2 c^2} \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} d\omega = \\ &= \left| x = \frac{\hbar\omega}{kT}, d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx \right| = \frac{(kT)^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{k^4 \pi^2}{60 c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4. \end{aligned}$$

Поиск экстремума функции Планка $r^*(\lambda, T)$ [при этом следует помнить, что $r^*(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} r^*(\omega, T)$]

$$\frac{d}{d\lambda} [r^*(\lambda, T)]_{\lambda=\lambda_m} = 0$$

после соответствующих преобразований приводит к закону смещения Вина.

Заметим также, что при малых частотах, когда $\hbar\omega \ll kT$, из (6.19) следует

$$r^*(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} = \left| e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT} \right| = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{1 + \frac{\hbar\omega}{kT} - 1} = \frac{\omega^2}{4\pi^2c^2} kT,$$

т.е. получаем формулу Рэля – Джинса.

Отметим, что из сопоставления (6.1), (6.4), (6.5) и (6.21) следует, что

$$u^*(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (6.22)$$

7. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

7.1. Фотоэлектрический эффект

Изучение законов теплового излучения привело к развитию представлений о том, что испускание и поглощение электромагнитных волн нагретыми телами происходят не непрерывно, а порциями (квантами), величина которых прямо пропорциональна частоте излучения. К числу явлений, в которых проявляются квантовые (корпускулярные), а не волновые свойства излучения, относится внешний фотоэлектрический эффект или просто фотоэффект. ***Фотоэффектом называется процесс испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения.***

Различают ***внешний*** и ***внутренний*** фотоэффект. При внешнем фотоэффекте электроны освобождаются светом из поверхностного слоя вещества и переходят в другую среду, в частности в вакуум. При внутреннем фотоэффекте оптически возбужденные электроны остаются внутри освещаемого тела, не нарушая электрической нейтральности последнего. Для обоснования гипотезы квантовой природы излучения основное значение имеет ***внешний фотоэффект***, который и будет рассмотрен далее. На его основе разрабатываются и выпускаются многочисленные промышленные устройства. Среди них можно выделить фотоэлементы, используемые для регистрации световых потоков и применяемые в различных областях техники: связи, автоматике, телемеханике и т. д.

Фотоэффект был открыт в 1887 г. Герцем, который обнаружил, что проскакивание искры между цинковыми шариками разрядника происходит при меньшем напряжении между ними, если один из шариков осветить ультрафиолетовым светом. Занятый в то время исследованиями электромагнитных волн, предсказанных Максвеллом, Герц не обратил на это явление серьезного внимания. Первые исследования принадлежат Хальваксу (1859—1922), Риги (1850—1921) и в особенности А. Г. Столетову (1839—1896).

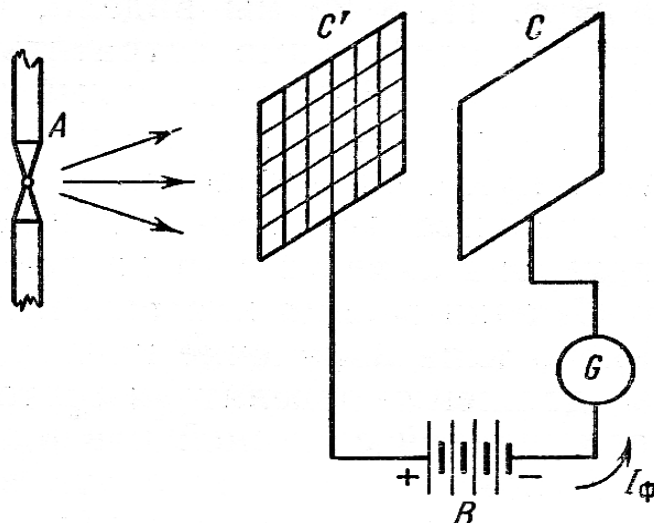


Рис. 7.1

С 1888 по 1889 гг. Столетов проводит подробное изучение действия света на заряженные тела, называя эти действия актиноэлектрическими явлениями. Освещая дугой металлическую пластинку, он установил, что при этом пластинка теряет заряд только в тех случаях, когда она была предварительно заряжена отрицательно (т. е. соединялась с отрицательным полюсом батареи В). При обратном же включении батареи, когда на пластину подавался положительный заряд, фототок не регистрировался. Схема опыта представлена на рис. 7.1. Между обкладками конденсатора, состоящего из полированной цинковой пластинки С и металлической сетки C^1 , создавалась разность потенциалов с помощью батареи В. Ток I_ϕ , возникающий при освещении пластинки С дугой А, мог измеряться гальванометром G.

На основании своих измерений Столетов установил следующие закономерности рассматриваемого явления: 1) *испускаемые под действием света с поверхности вещества частицы имеют отрицательный знак*; 2) *наиболее эффективное действие на фотоэффект оказывают ультрафиолетовые лучи*; 3) *величина испущенного телом заряда пропорциональна поглощенной им световой энергии*; 4) *фотоэффект является безынерционным явлением, т. е. не обнаруживается запаздывания в появлении вылетающих частиц в интервале 10^{-10} с после начала освещения*. В 1898 г. Ленард и Томсон измерили отношение заряда к массе частиц, появляющихся при фотоэффекте, изучая их отклонение в электрических и магнитных полях. Основываясь на полученных данных, они пришли к выводу, что этими частицами являются электроны.

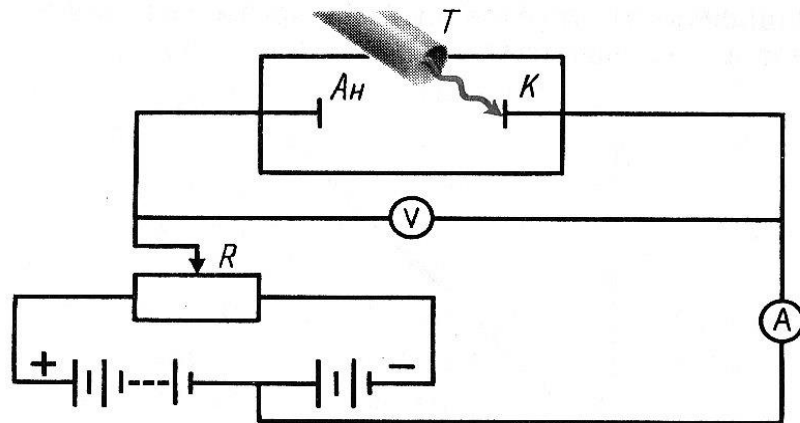


Рис. 7.2

Упрощенная схема установки, которую можно использовать для изучения фотоэффекта, приведена на рис. 7.2.

Монохроматический свет с частотой ν и интенсивностью J проникает через кварцевое стекло в откачанную колбу через трубку T и освещает катод K , изготовленный из исследуемого материала. Испущенные катодом фотоэлектроны перемещаются под действием электрического поля к аноду $Ан$. В результате в электрической цепи появляется фототок, величина I_{ϕ} которого измеряется гальванометром A . Напряжение V между анодом и катодом изменяется потенциометром R и измеряется вольтметром V .

Экспериментально были установлены четыре закона фотоэффекта.

Согласно **первому закону**, называемому законом Столетова, **величина фототока I_{ϕ} прямо пропорциональна интенсивности J падающего на катод света: $I_{\phi} = \alpha J$** . На рис. 7.3 представлена линейная зависимость фототока I_{ϕ} от интенсивности J . Данную зависимость получают следующим образом.

Катод освещают монохроматическим светом при постоянных значениях частоты ν и напряжения V между катодом и анодом. При этих условиях измеряют величину фототока I_{ϕ} при разных значениях интенсивности J падающего света.

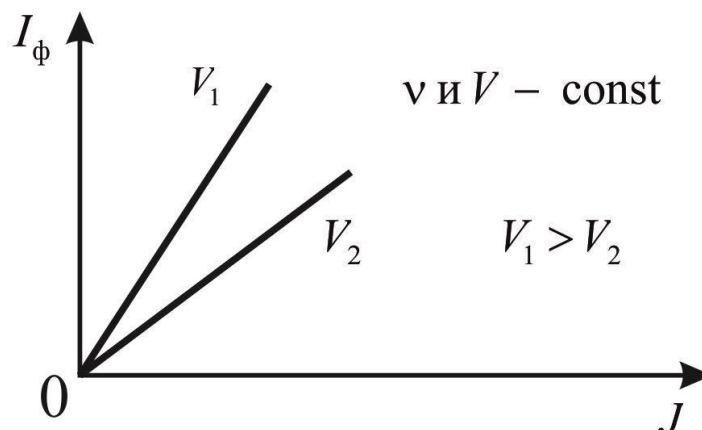


Рис. 7.3

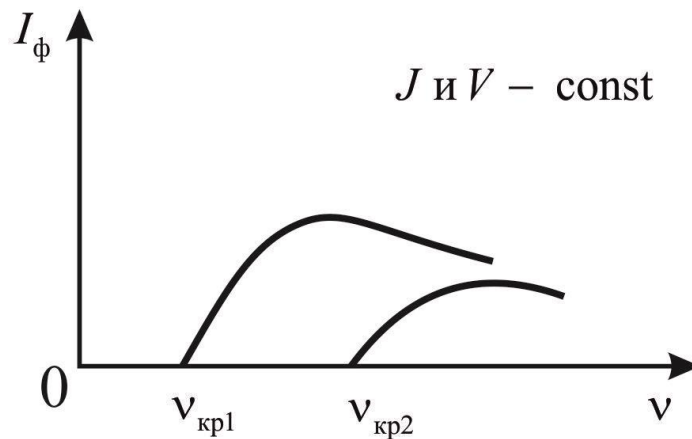


Рис. 7.4

Второй закон фотоэффекта утверждает, что *для каждого вещества катода существует наименьшая частота $\nu_{кр}$ падающего света, ниже которой фотоэффект не наблюдается*. Эта частота называется красной границей фотоэффекта. Красная граница $\nu_{кр}$ различна для разных материалов и является их характеристикой.

Выполнение данного закона проверяется путем построения спектральной характеристики $I_\phi(\nu)$, т. е. зависимости величины фототока I_ϕ от частоты ν падающего света при постоянных значениях интенсивности J падающего света и напряжения V между катодом и анодом (рис. 7.4).

Вид кривой $I_\phi(\nu)$ зависит от материала катода. Величина фототока I_ϕ может изменяться с изменением частоты ν света монотонно или иметь максимум при определенной частоте, уменьшаясь по обе стороны от максимального значения.

Третий закон фотоэффекта говорит о том, что *максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектронов (начальная скорость) не зависит от интенсивности J падающего света*.

Анализ вольт-амперных характеристик, а именно зависимостей величины фототока I от напряжения U между катодом и анодом для нескольких значений интенсивности J падающего света при неизменном значении его частоты ν , позволяет подтвердить выполнение этого закона. Примерный вид подобных зависимостей приведен на рис. 7.5.

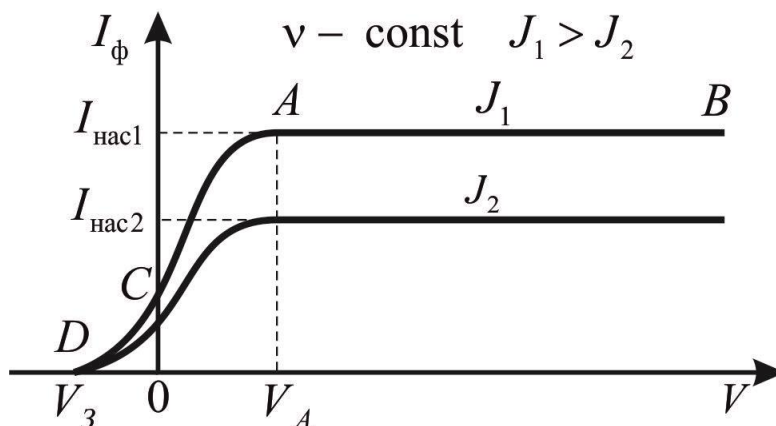


Рис. 7.5

Участок AB графика соответствует току насыщения $I_{\text{нас}}$ фотоэлемента. При этом сила тока при $V > V_A$ не зависит от напряжения между катодом и анодом, потому что все электроны, выбитые светом в область пространства между катодом и анодом, достигают анода.

При напряжениях $V < V_A$ электрическое поле между катодом и анодом недостаточно для того, чтобы при данной геометрии фотоэлемента собрать на аноде все выбитые электроны. Сила тока становится меньше $I_{\text{нас}}$. Причем при нулевом и даже отрицательном напряжении на аноде сила тока отлична от нуля. Это объясняется тем, что некоторые выбитые светом электроны обладают достаточным запасом кинетической энергии для того, чтобы даже в тормозящем поле достичь анода (участок графика CD).

При некоторой определенной разности потенциалов задерживающего поля V_3 наступает состояние, когда даже самые энергичные из летевших к аноду электронов, не коснувшись его, отбрасываются назад к катоду. Ток через фотоэлемент при этом становится равным нулю (точка D графика). Работа сил тормозящего электрического поля над электронами с максимальной кинетической энергией в момент их остановки около анода равна приращению этой энергии:

$$0 - \frac{mv_{\text{МАКС}}^2}{2} = -|eV_3|. \quad (7.1)$$

Отклонение экспериментальной вольт-амперной характеристики от линейной на участке от V_3 до V_A (т. е. от точки возникновения фототока вплоть до начального участка тока насыщения) объясняется возникновением возле фотокатода отрицательного объемного заряда, состоящего из фотоэлектронов малых энергий.

В реальном фотоэлементе анод и катод могут быть изготовлены из различных веществ. Поэтому между ними, кроме разности потенциалов V , обусловленной внешним источником, возникает так называемая контактная разность потенциалов $V_{\text{конт}}$. Вольтметр, включенный в схему, измерить $V_{\text{конт}}$ не может. Следовательно, точке D графика соответствует истинное напряжение

$$V_D = V_3 + V_{\text{конт}}. \quad (7.2)$$

Особенностью представленных на рис. 7.5 кривых $I_{\text{ф}}(V)$ является то, что значение V_3 остается постоянным, а значит, T_{max} не зависит от интенсивности J падающего света.

Четвертый закон фотоэффекта утверждает, что *максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектронов (начальная скорость) зависит от частоты ν падающего света, причем зависимость является линейной.*

Выполнение этого закона можно проверить, построив вольт-амперную характеристику для фиксированных, но разных значений частот ν падающего света и при его неизменной интенсивности J (рис. 7.6). Из приведенных кривых $I_{\text{ф}}(V)$ видно, что максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектронов, связанная с величиной V_3 по формуле 7.1, изменяет-

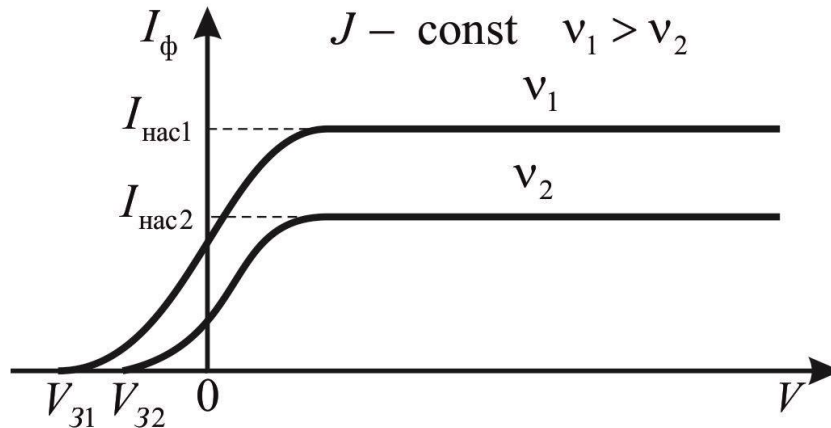


Рис. 7.6

ся при изменении частоты ν падающего света. Причем чем больше частота, тем больше кинетическая энергия.

В линейном характере $T_{\max}(\nu)$ можно убедиться, если построить зависимость абсолютной величины запирающего напряжения $|V_3|$ от частоты ν . Для убедительности на рис. 7.7 представлена подобная зависимость кинетической энергии ($T_{\max} = eV_3$) фотоэлектронов от частоты.

Из графика легко определяются и красная граница, и работа выхода, и постоянная Планка. Отметим только, что угол α наклона прямой не зависит от материала, из которого изготовлен катод ($\tan \alpha = h$).

Необходимо заметить, что в рамках классического волнового подхода к излучению невозможно объяснить законы фотоэффекта. Согласно волновой теории электроны в металле, из которого сделан катод, под действием падающей электромагнитной волны совершают вынужденные колебания с амплитудой, пропорциональной амплитуде этой волны. При резонансе между собственными колебаниями электрона и колебаниями падающей волны амплитуда колебаний электрона становится большой, что может привести к разрыву связи электрона с металлом и выходу его наружу с некоторой скоростью v . Кинетическая энергия $T_{кин}$ электрона, определяющая эту скорость, заимствуется у падающей волны, а ее величина находится в прямой зависимости от интенсивности J этой волны. Но это противоречит действительности, поскольку от интенсивности J падающей

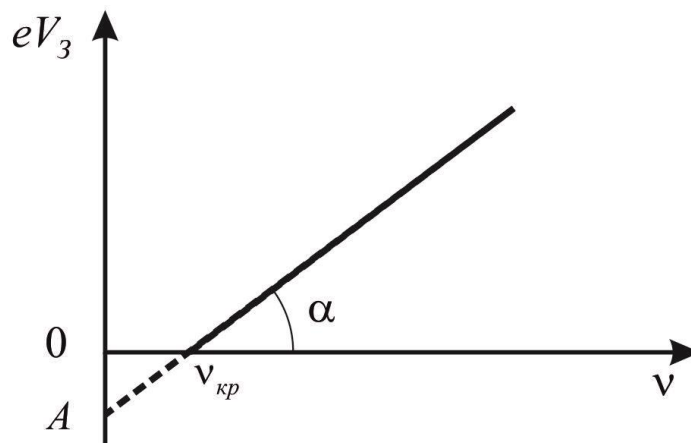


Рис. 7.7

волны зависит только число выбиваемых фотоэлектронов (первый закон фотоэффекта), а **кинетическая энергия электронов не зависит от интенсивности J** (третий закон). Кроме того, с позиций электромагнитной теории света нельзя объяснить и второй закон фотоэффекта.

7.2. Квантовая теория фотоэффекта. Фотоны

В 1905 г. Эйнштейн показал, что все основные закономерности фотоэффекта легко объясняются с корпускулярной точки зрения на излучение. Он развил идеи Планка и пришел к выводу, что излучение испускается, распространяется и поглощается только квантами с энергией $E = h\nu$. Иными словами, свет частотой ν не только покидает атом в виде порции энергии, равной $h\nu$, но и в дальнейшем распространяется в пространстве и вступает во взаимодействие с веществом в виде такой порции, локализованной и перемещающейся как целое со скоростью света. Такие частицы принято называть **фотонами**.

С энергией ε фотона неразрывно связана его масса m , причем численное соотношение между ε и m дается выражением

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (7.3)$$

На этом основании масса фотона определяется выражением

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}. \quad (7.4)$$

Так как фотон движется со скоростью света, он обладает импульсом с абсолютной величиной

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (7.5)$$

и направлением, совпадающим с направлением распространения волны.

По гипотезе Эйнштейна при освещении фотокатода монохроматическим светом с частотой ν все кванты имеют одинаковую энергию $\varepsilon = h\nu$. Поглощение порции света представляется как поглощение одного фотона одним электроном. При этом фотон передает всю свою энергию электрону (считается, что вероятность поглощения электроном одновременно двух и более фотонов ничтожно мала).

Взаимодействуя с электроном металла, фотон может обмениваться с ним энергией и импульсом. Такой процесс взаимодействия напоминает удар шаров, и поэтому его образно называют столкновением. Фотоэффект возникает при **неупругом столкновении фотона с электроном**. При таком столкновении фотон поглощается, а его энергия передается электрону. Таким образом, электрон приобретает кинетическую энергию не постепенно, а сразу — в результате единого акта столкновения. Этим и объясняется *безынерционность* фотоэффекта.

Энергия поглощаемого фотона может затрачиваться на отрыв электрона от атома внутри металла. Оторванный электрон может взаимодействовать с атомом внутри металла, теряя свою энергию на тепло. Максимальной энергией вылетевший электрон будет обладать лишь, если внутри металла он будет свободен, т. е. не связан с атомом, а при вылете наружу не будет расходовать энергию на тепло. В этом случае кинетическая энергия электрона тратится только на преодоление задерживающих сил, действующих в поверхностном слое металла, т. е. *на работу выхода*.

Возникает вопрос: как может «свободный электрон в металле» поглотить фотон? Данное утверждение несовместимо с законами сохранения энергии и импульса. На самом деле противоречия нет, так как «свободный электрон в металле» в действительности не свободен. Он как бы заперт в потенциальном ящике, вблизи стенок которого действует задерживающее поле. Фотон взаимодействует не только с электроном, имеет место взаимодействие обеих этих частиц с металлом в целом. При взаимодействии же трех тел законы сохранения энергии и импульса могут выполняться одновременно. Импульс фотона воспринимается как электроном, так и металлом, энергия же передается только электрону, так как масса металла может считаться бесконечно большой.

Закон сохранения энергии при поглощении фотона выражается уравнением, которое называется уравнением Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_u + A_{\text{вых}} + T_{\text{кин}}, \quad (7.6)$$

где A_u – работа отрыва электрона от атома (энергия ионизации), $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона за пределы поверхности тела, $T_{\text{кин}}$ – кинетическая энергия электрона. Согласно этому уравнению энергия фотона, поглощенного электроном, тратится на отрыв электрона от атома, на работу по выходу электрона за пределы поверхности тела и на сообщение электрону кинетической энергии. Металлы характеризуются тем, что у них имеется большое количество свободных электронов, поэтому считается, что $A_u = 0$. Тогда для металлов из (7.6) окончательно следует привычная для нас форма записи **уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэлектрического эффекта**:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + T_{\text{кин}}. \quad (7.7)$$

Опираясь на квантовый подход к излучению и уравнение Эйнштейна, можно следующим образом объяснить законы фотоэффекта.

Первый закон: количество выбитых за единицу времени фотоэлектронов, определяющих величину фототока $I_{\text{ф}}$, должно быть прямо пропорционально количеству падающих за это время фотонов, которые характеризуют интенсивность излучения J .

Второй закон: фотоэффект имеет место только при условии, что $h\nu \geq A_{\text{вых}}$ (для металла). Это означает, что существует минимальная частота $\nu_{\text{кр}}$ (красная граница) $h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{вых}}$, для которой еще может наблюдаться фотоэффект.

Третий и четвертый законы: из уравнения Эйнштейна видно, что кинетическая энергия $T_{\max}$ электронов не зависит от интенсивности J , а зависит от частоты ν падающего света, причем линейно.

Отметим, что уравнение Эйнштейна допускает экспериментальную проверку. Наиболее точная проверка была выполнена Лукирским и заключалась в построении зависимости абсолютной величины запирающего напряжения $|V_3|$ от частоты ν падающего света (см. рис. 7.7).

Одной из важнейших характеристик фотоэмиттера (т. е. фотокатода) является его **квантовая эффективность (квантовый выход) Y** . Пусть на фотоэмиттер падает в единицу времени $n \gg 1$ фотонов. Тогда число электронов n_e , испускаемых этим фотоэмиттером за единицу времени, равно

$$n_e = Yn. \quad (7.8)$$

Если энергия фотона меньше значения, соответствующего красной границе фотоэффекта ν_0 , квантовый выход равен нулю (эффект не наблюдается). При увеличении частоты света $\nu > \nu_0$ квантовый выход быстро растет, достигая максимума при некоторой частоте ν_1 , затем уменьшается; при еще большем росте частоты может опять наблюдаться медленный рост квантового выхода. Указанный характер зависимости $Y(\nu)$ связан с энергетическими состояниями свободных электронов и наблюдается у металлов.

Для большинства металлов максимальное значение величины Y не превышает 0,1 при энергии фотона от 10 до 20 эВ. Кроме того, красная граница фотоэффекта для щелочных металлов соответствует энергии фотона $\varepsilon_0 \approx 3 \div 5$ эВ, а для остальных металлов – еще больше $\varepsilon_0 \approx 10 \div 15$ эВ. Сказанное означает, что металлические фотоэмиттеры нефоточувствительны в видимой области спектра и, кроме того, имеют малый квантовый выход. Поэтому чистые металлы практически не используются в качестве фотоэмиттеров в электровакуумных приборах.

Эффективные фотоэмиттеры в видимой и ближней ультрафиолетовой областях спектра созданы на основе полупроводниковых материалов. При этом следует отметить, что, переходя от металлов к полупроводникам, нужно применять в уравнении Эйнштейна вместо работы выхода $A_{\text{в}}$ другую энергию W – **порог фотоэффекта**:

$$h\nu = W + T_{\text{кин}}. \quad (7.9)$$

Это связано с более сложным, чем у металлов, характером энергетических состояний электронов, способных покинуть полупроводник при фотоэффекте. Существенное влияние на фотоэмиссию оказывают примесь, добавленная в полупроводник, и состояние его поверхности. При использовании полупроводниковых фотоэмиттеров удастся увеличить максимальное значение квантового выхода $Y_{\max}$ до 0,5 при пороге фотоэффекта $W = 1 \div 2$ эВ.

Корпускулярные свойства фотона не должны заслонить тот факт, что для огромного круга явлений волновые представления оказались в высшей степени плодотворными, так как и в явлении фотоэффекта есть черты, го-

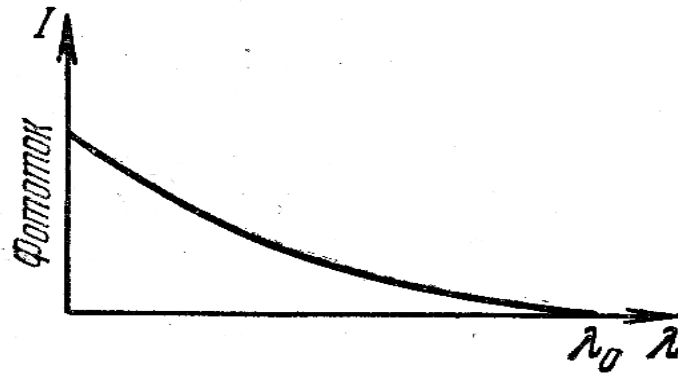


Рис. 7.8

ворящие в пользу классических волновых представлений о свете. Эти черты особенно отчетливо проступают при исследовании зависимости силы фототока от длины волны. Для исследования зависимости силы фототока от длины волны необходимо определить силу тока насыщения, которая соответствует вполне определенной энергии падающего света. Если по оси ординат отложить силу тока насыщения, отнесенную к поглощенной лучистой энергии, а по оси абсцисс — длины волн, то данная зависимость будет иметь вид, представленный на рис. 7.8.

Из представленного рисунка видно, что красная граница соответствует $\lambda = \lambda_0$ и с уменьшением длины волны сила тока на единицу поглощенной энергии возрастает. Это означает, что свет с более короткой длиной волны более эффективен. При этом необходимо принять во внимание и тот факт, что чем короче длина волны падающего света, тем меньше квантов содержится в единице поглощенной энергии.

Однако опыт показал, что ход зависимости, изображенный на рис. 7.8, не всегда имеет место. У ряда металлов, особенно щелочных, для которых красная граница лежит далеко в видимой и даже инфракрасной области спектра и которые, следовательно, чувствительны к широкому интервалу длин волн, наблюдается следующая особенность: сила тока имеет резко выраженный максимум для определенного спектрального участка, быстро спадая по обе его стороны (*селективный*, или *избирательный*, фотоэффект, рис. 7.9).

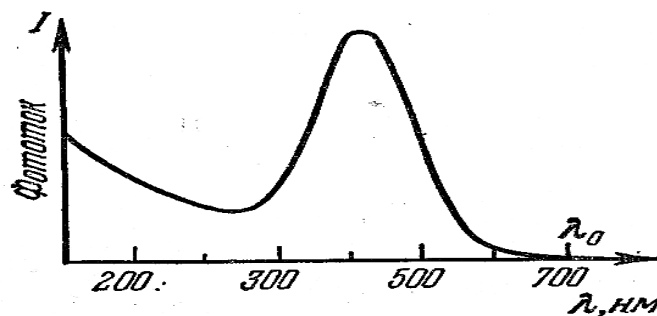


Рис. 7.9

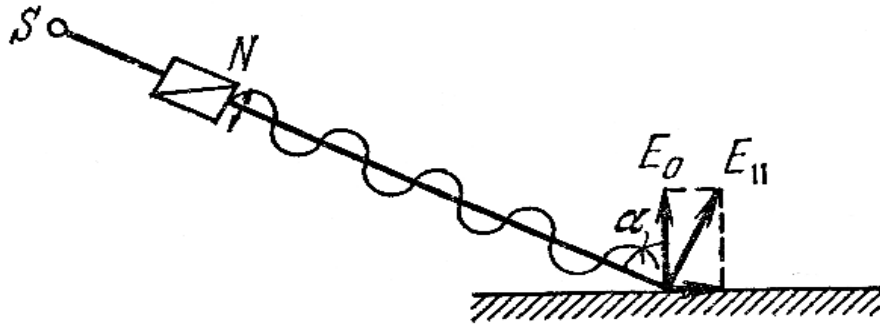


Рис. 7.10

Селективность фотоэлектрических явлений очень напоминает резонансные эффекты. Дело обстоит так, как будто электроны в металле обладают собственным периодом колебаний, и по мере приближения частоты возбуждающего света к собственной частоте электронов амплитуда колебаний их возрастает, и они преодолевают работу выхода.

Отметим, однако, что явление селективного фотоэффекта сильно зависит от направления поляризации света и угла падения. Если падающий свет поляризован так, что электрический вектор параллелен плоскости падения ($E_{||}$), то эффект резко усиливается (рис. 7.10.). Наоборот, при повороте плоскости поляризации на 90° ($E_{\perp}$) селективный фотоэффект исчезает. В первом случае электрический вектор имеет составляющую, перпендикулярную к поверхности металла, во втором — нет. Легко заметить, что эта составляющая E_0 вектора электрического поля $E_{||}$, перпендикулярная к поверхности металла, тем больше, чем ближе угол падения света к прямому, и, следовательно, величина селективного максимума резко возрастает по мере увеличения угла падения.

Селективный фотоэффект является прямым экспериментальным свидетельством применимости понятия поляризации к отдельному фотону. Фотон нельзя представить себе как пространственно распределенный объект, различные части которого находятся в различных областях (или точках) пространства. Нельзя представить себе фотон как некоторую область пространства, заполненную электромагнитным полем. Нельзя соотнести с фотоном напряженность электрического или магнитного поля, которыми характеризуется электромагнитная волна. Он является квантовым объектом, который нельзя себе представить с помощью классических образов. Поэтому мы вынуждены описывать фотон с использованием квантовой модели, которая правильно описывает не только отдельные физические факты, но и всю совокупность явлений атомного и субатомного мира.

7.3. Эффект Комптона

Концепция фотонов, предложенная А. Эйнштейном в 1905 г. для объяснения фотоэффекта, в 1922 г. получила экспериментальное подтверждение в опытах американского физика А. Комптона. Комптон исследовал упругое рассеяние коротковолнового рентгеновского излучения на свободных (или слабо связанных с атомами) электронах вещества. Открытый им эффект увеличения длины волны рассеянного излучения, названный впоследствии **эффектом Комптона**, не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны излучения не должна изменяться при рассеянии. Согласно волновой теории электрон под действием периодического поля световой волны совершает вынужденные колебания на частоте волны и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты. Схема Комптона представлена на рис.7.11. Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны λ_0 , исходящее из рентгеновской трубки R , проходит через свинцовые диафрагмы D и в виде узкого пучка направляется на рассеивающее вещество-мишень P (графит, алюминий). Излучение, рассеянное под некоторым углом θ , анализируется с помощью спектрографа рентгеновских лучей S , в котором роль дифракционной решетки играет кристалл K , закрепленный на поворотном столике. Опыт показал, что в рассеянном излучении наблюдается увеличение длины волны $\Delta\lambda$, зависящее от угла рассеяния θ :

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (7.10)$$

где $\Lambda = 2,43$ пм – так называемая **комптоновская длина волны**, не зависящая от свойств рассеивающего вещества. В рассеянном излучении наряду со спектральной линией с длиной волны λ наблюдается несмещенная линия с длиной волны λ_0 . Соотношение интенсивностей смещенной и несмещенной линий зависит от рода рассеивающего вещества.

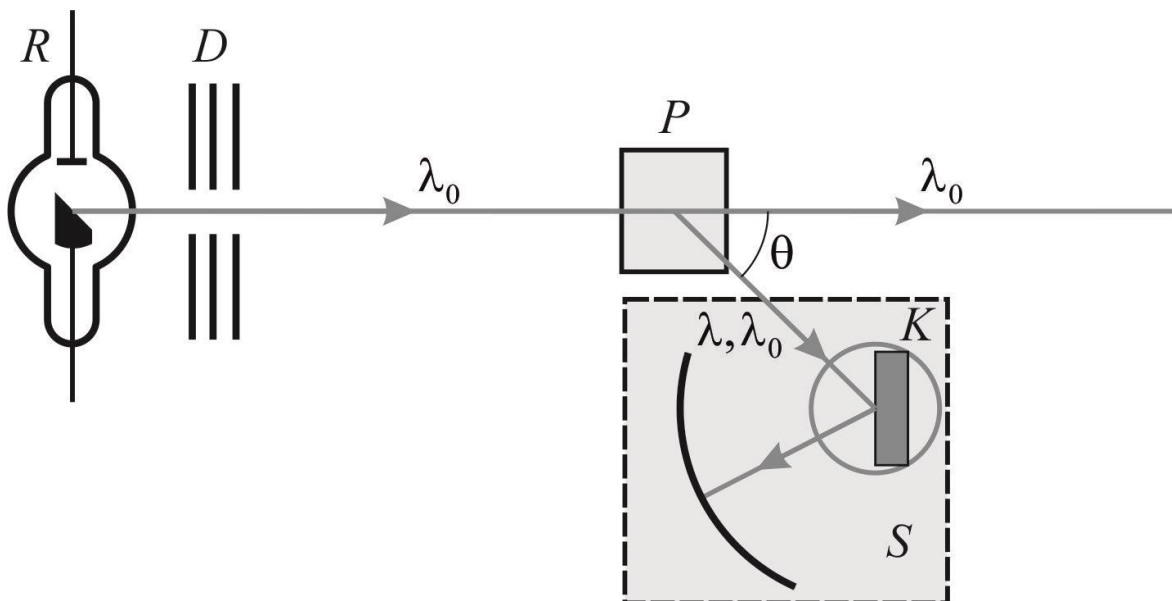


Рис. 7.11

Объяснение эффекта Комптона на основе квантовых представлений о природе излучения было дано в 1923 году независимо друг от друга А. Комптоном и П. Дебаем. Если принять, что излучение представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона есть результат **упругого столкновения** рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. У легких атомов рассеивающих веществ электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц – налетающего фотона, обладающего энергией $E_0 = h\nu_0$ и импульсом $p_0 = h\nu_0 / c$, с покоящимся электроном, энергия покоя которого равна $E_{e0} = mc^2$. Фотон, столкнувшись с электроном, изменяет направление движения (рассеивается). Импульс фотона после рассеяния становится равным $p = h\nu / c$, а его энергия $E = h\nu < E_0$. Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны. Энергия электрона после столкновения, в соответствии с релятивистской формулой, становится равной

$$E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad (7.11)$$

где p_e – приобретенный импульс электрона. Закон сохранения записывается в виде

$$E_0 + E_{e0} = E + E_e \quad (7.12)$$

или

$$h\nu_0 + mc^2 = h\nu + \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}. \quad (7.13)$$

Закон сохранения импульса

$$\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e \quad (7.14)$$

можно переписать в скалярной форме, если воспользоваться теоремой косинусов:

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c} \right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 - 2 \frac{h^2}{c^2} \nu_0 \nu \cos \theta. \quad (7.15)$$

Из двух соотношений (7.13) и (7.15), выражающих законы сохранения энергии и импульса, после несложных преобразований и исключения величины p_e можно получить:

$$mc^2 (\nu_0 - \nu) = h\nu_0 \nu (1 - \cos \theta). \quad (7.16)$$

Подставляя в (7.16) выражения для частот

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}, \quad \nu = \frac{c}{\lambda},$$

получаем выражение, которое совпадает с экспериментальной формулой Комптона (7.10):

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}. \quad (7.17)$$

Таким образом, теоретический расчет, выполненный на основе квантовых представлений, дал исчерпывающее объяснение эффекту Комптона и позволил выразить комптоновскую длину волны Λ через фундаментальные константы h , c и m :

$$\Lambda = \frac{h}{mc} = 2,426 \text{ пм}. \quad (7.18)$$

Как показывает опыт, в рассеянном излучении наряду со смещенной линией с длиной волны λ наблюдается и несмещенная линия с первоначальной длиной волны λ_0 . Это объясняется взаимодействием части фотонов с электронами, сильно связанными с атомами. В этом случае фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Из-за большой массы атома по сравнению с массой электрона атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона, поэтому длина волны λ рассеянного излучения практически не отличается от длины волны λ_0 падающего излучения.

Библиографический список

1. Физическая энциклопедия / под ред. А.М. Прохорова. Т. 1 – 5. М.: Сов. энциклопедия; Большая российская энциклопедия, 1988 – 1998.
2. Детлаф А. А. Курс физики: учеб. пособие для студентов высших технических учебных заведений / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 720 с.
3. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для инженерно-технических специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 20-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 560 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики в 4-х томах.- Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: учеб. пособие / И.В. Савельев; под общ. ред. В.И. Савельева. – 2-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2012. – 576 с.
5. Ландсберг Г.С. Оптика: учеб. пособие для вузов. – 6-е изд., стер. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 848 с.
6. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы: учебник. – 7-е изд. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. – 265 с.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учебник. Т. 4: Оптика. 3-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 792 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ	1
1.1. Упругие волны	1
1.2. Уравнение волны	3
1.3. Волновое уравнение и фазовая скорость волны	7
1.4. Энергия волны	8
1.5. Принцип суперпозиции волн	12
1.6. Электромагнитные волны.....	15
2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	20
2.1. Когерентность и интерференция света	20
2.2. Интерференция света в тонких пленках	24
2.3. Интерференционные схемы и приборы.....	27
3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	31
3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля	31
3.2. Метод зон Френеля	33
3.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске	37
3.4. Дифракция Фраунгофера на щели	39
3.5. Дифракционная решетка	42
4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА.....	46
4.1. Общие сведения о поляризации	46
4.2. Поляризация при отражении и преломлении	49
4.3. Поляризация при двойном лучепреломлении	52
4.4. Искусственная оптическая анизотропия	57
5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ.....	60
5.1. Дисперсия света	60
5.2. Поглощение света	66
5.3. Рассеяние света	68
6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	71
6.1. Понятие теплового излучения.....	71
6.2. Параметры теплового излучения	72
6.3. Закономерности теплового излучения.....	75
6.4. «Ультрафиолетовая катастрофа»	77
6.5. Квантовая гипотеза. Формула Планка	79
7. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА	82
7.1. Фотоэлектрический эффект.....	82
7.2. Квантовая теория фотоэффекта. Фотоны	88
7.3. Эффект Комптона	93
Библиографический список	95