

УПРАВЛЕНИЕ

УДК 681.3 519.8

А.П. Казанцев**ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ***Дано обоснование двухступенчатого подхода к оптимизации систем. Предложен метод обнаружения векторных эффективных оценок с помощью приближенной области Парето. Показано, что скалярный показатель «Производительность/Себестоимость» является адекватным индикатором качества. Предложен численно-графический метод оптимального выбора из альтернативных вариантов множества Парето.***Ключевые слова:** системы автоматизации, оптимизация, множество Парето, индикатор качества, скорость получения прибыли.

Введение. Целью работы являлось повышение точности выбора оптимальных решений в процессе синтеза систем автоматизации и информационных систем, в т.ч. медицинских и телемедицинских информационно-измерительных комплексов [1].

Большинство систем автоматизации предназначаются для повышения эффективности производства продукции. Показателем эффективности такой системы может служить среднее время выработки единицы продукции (продукта), обозначаемое здесь как τ . Другим важным показателем эффективности является средняя себестоимость продукта ζ .

Оптимизация по Парето. При поиске наилучшего варианта системы необходимо учитывать оба показателя, поэтому задача оптимизации должна решаться в двухкритериальной постановке. В [2] для подобной задачи было предложено решение по Парето [3, 4]. Ниже излагается аналогичный подход, используемый в данной работе.

Возможные варианты системы $\omega \in \Omega$ связываются прямым и обратным отображениями с n -мерными векторами характеристических параметров $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\mathbf{x} \in X$:

$$W: \Omega \rightarrow X, \quad (1)$$

$$W^{-1}: X \rightarrow \Omega. \quad (2)$$

В Ω включаются только варианты, удовлетворяющие ограничениям для области параметров X в виде

$$g_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, k). \quad (3)$$

Показатели эффективности τ и ζ рассматриваются в совокупности как векторная оценка $\mathbf{y} = (\tau, \zeta)$, $\mathbf{y} \in Y$. Y – это множество допустимых оценок, которое может описываться некоторой функциональной зависимостью

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \quad (4)$$

с функциональными ограничениями

$$g_j(\mathbf{y}) \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, l). \quad (5)$$

Зная $f(\mathbf{x})$ и ограничения, в области Y можно найти множество эффективных по Парето оценок (множество Парето)

$$Y_0 = P(Y), \quad (6)$$

неулучшаемых по обоим показателям, затем – множество Парето-оптимальных решений X_0 и на основании (2) – множество наилучших в смысле Парето вариантов системы.

Поскольку $f(\mathbf{x})$ чаще всего неизвестна, то выполняется поиск отдельных элементов X_0 . При этом приходится ограничиваться некоторым подмножеством $X^* \subset X_0$. Поиск каждого элемента осуществляется отдельными шагами по правилу Парето, согласно которому для движения в сторону любого оптимума на каждом шаге необходимо улучшать хотя бы один из показателей эффективности, не ухудшая другой.

В задаче об эффективности системы автоматизации требуется минимизация показателей

$\tau \in T$ ($\tau \geq 0$) и $\zeta \in Z$ ($\zeta \geq 0$). Это означает, что Парето-оптимальными решениями будут такие $x_0 \in X_0$, для которых ни один из компонентов вектора оценки $y_0 = f(x_0)$ нельзя уменьшить, не увеличивая другой. Иными словами, в области допустимых оценок Y нельзя найти такие y , для которых при $\tau < \tau_0$ выполнялось бы $\zeta \leq \zeta_0$ или при $\zeta < \zeta_0$ могло бы быть $\tau \leq \tau_0$ (критерий Парето). Оценки

$$y_0 = (\tau_0, \zeta_0), y_0 \in Y_0 \quad (7)$$

и называются эффективными по Парето.

Область допустимых оценок Y с показателями $\tau \in T$ и $\zeta \in Z$ можно изобразить на плоскости в прямоугольной системе координат TZ . Область Y локализуется в I квадранте, т.к. $\tau \geq 0$ и $\zeta \geq 0$, а множество Парето Y_0 – на левой нижней границе области Y . Здесь же может находиться и множество критических точек Парето, которые не являются эффективными оценками [4].

Множество Парето приближенно можно найти на основании статистических оценок параметров двумерного распределения $w = w(\tau, \zeta)$. Рисунок 1,а отражает подход, когда граница области Y формируется приблизительно с помощью эллипсов рассеяния, ограничивающих кластеры точек (τ, ζ) с высокой доверительной вероятностью (0,95-0,99), получаемых при моделировании или реализации различных архитектур системы. Область Y представляется в виде объединения кластеров – области рассеяния. Оценки y за границей области рассеяния из общего рассмотрения исключаются. Те из них, которые представляют особый интерес, исследуются отдельно и могут рассматриваться как «точки эволюции» [5].

Множество Y_0 приближенно изображается отрезками кривых de и gh (без g), которые принадлежат внешней границе области рассеяния, заданной совокупностью эллипсов 1-3. Участки границы ab и fg можно называть критическими, т.к. они образованы исключаемыми из Y_0 критическими точками.

Поиск эффективных оценок по правилу и критерию Парето производится итерационным приближением к границе области рассеяния так, чтобы в каждой следующей точке прокладываемого маршрута не происходило ухудшения ни по одному из показателей. На рисунке 1,а показаны примеры маршрутов. Маршруты II и IV гладкие, т.к. реализуются в пределах кластера архитектуры одного типа. На маршрутах I и III

имеются скачкообразные переходы на критических участках границы, что отражает значительные изменения при смене типа архитектуры.

Далее встает вопрос: «Какое из Парето-оптимальных решений предпочтительнее?». Определенный ответ можно получить только при наличии стратегии предпочтения и критерия второго порядка.

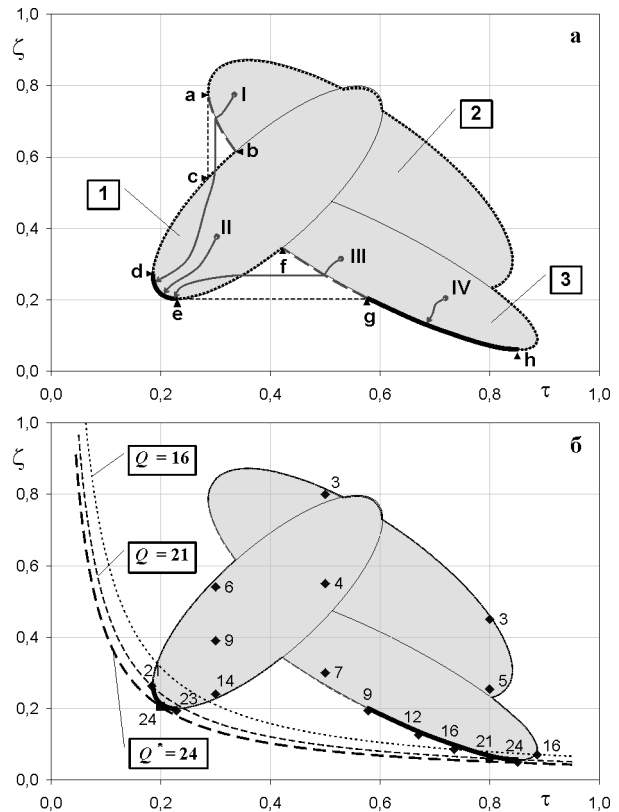


Рисунок 1

а – область рассеяния допустимых оценок и приближенная область Парето;
 б – индикатор качества (показатель «Производительность/Себестоимость»)

Индикатор качества. Назовем средней интенсивностью производства продукта величину, обратную τ ,

$$v = 1/\tau. \quad (8)$$

Она может служить показателем производительности, который всегда хотят увеличивать, т.к. стремятся к уменьшению τ . Будем рассматривать относительный показатель «Производительность/ Себестоимость» в виде

$$q = v/\zeta = \frac{1}{\tau\zeta}, \quad (9)$$

увеличивающийся как с ростом $v = 1/\tau$, так и с уменьшением ζ . При фиксированном $q = Q$ приходим к обратно-пропорциональной зависимости

$$\zeta = 1/Q\tau. \quad (10)$$

для которой $\tau\zeta = Q^{-1} = \text{Const}$.

На рисунке 1,б в области рассеяния допустимых оценок и на приближенном множестве Парето (два жирно выделенных участка границы) показан ряд оценок со своими значениями q , а также гипербола (10) для трех значений Q . Гипербола с максимальным $Q = Q^*$ огибает область рассеяния слева и (или) снизу и касается ее границы в приближенной области Парето по крайней мере один раз, не пересекая границу.

Все точки области допустимых оценок Y , включающей и Y_0 , удовлетворяют неравенству на основе (10)

$$\zeta \geq 1/Q^*\tau. \quad (11)$$

Любая гипербола с параметром $Q < Q^*$ может пересекать область Y и проходить как через граничные, так и внутренние точки области. Для всех таких точек (τ, ζ) выполняется

$$\zeta > 1/Q^*\tau, \quad (12)$$

Однако кривая

$$\zeta = 1/Q^*\tau \quad (13)$$

только касается границы Y , и для любой точки касания (τ^*, ζ^*) выполняется критерий Парето, т.е. не существует других $(\tau, \zeta) \in Y$, для которых при $\tau < \tau^*$ выполнялось бы $\zeta \leq \zeta^*$ или при $\zeta < \zeta^*$ могло бы быть $\tau \leq \tau^*$. Следовательно все оценки $y^* = (\tau^*, \zeta^*)$ являются эффективными, $y^* \in Y_0$.

Можно сказать, что гипербола (13) отмечает точками касания наиболее предпочтительные из эффективных оценок и указывает на области перспективных решений. Таким образом, показатель (9) может служить индикатором качества для экспресс-анализа альтернативных вариантов в рамках стратегии предпочтения. Уменьшая неопределенность выбора, он, однако, не дает окончательного решения, т.к. не учитывает никакие другие факторы, кроме производительности и себестоимости.

Линейный критерий оптимального выбора по скорости получения прибыли. Для систем, обеспечивающих выпуск продукции коммерческого назначения, решающим критерием чаще всего становится наибольшая прибыль. Ограничимся следующей прикладной моделью.

----- Начало описания модели -----

Общий план:

- все рассматриваемые варианты системы предназначается для последовательного процесса производства – продукты вырабатываются один за другим (конвейер);
- за период времени T может быть выпущено и продано n единиц продукции (n – переменная, ее значение зависит от варианта системы);
- планируемый объем продаж –

$$x = z + r, \quad (14)$$

где z – суммарные затраты, r – сумма прибыли.

Среднестатистические величины для обобщенного продукта (без различия отдельных видов продукции):

- цена продукта –

$$c = x/n; \quad (15)$$

- себестоимость продукта –

$$\zeta = z/n; \quad (16)$$

- прибыль от продажи единичного продукта –

$$\rho = r/n; \quad (17)$$

- время выработки единичного продукта –

$$\tau = T/n. \quad (18)$$

Из (14)-(17) следует

$$c = \zeta + \rho. \quad (19)$$

Расширение производства.

Для увеличения выпуска продукции предусматривается параллельное использование множества конвейеров.

----- Конец описания модели -----

Предложенная модель будет состоятельна, если выпускается продукт одного вида или если цены разных продуктов отличаются мало, а также, если мало разнятся их себестоимости. Указанные условия выполняются во многих приложениях, поэтому данную модель можно считать состоятельной в широком смысле.

Рассмотрим отношение прибыли от продажи единичного продукта к времени его выработки

$$r_1 = \rho/\tau. \quad (20)$$

По смыслу r_1 – это скорость получения прибыли в последовательном процессе. Из (20) получается другое выражение для прибыли от единичного продукта –

$$\rho = r_1\tau, \quad (21)$$

и из (19) с учетом (21) вытекает

$$c = \zeta + r_1\tau. \quad (22)$$

При фиксированной цене $c = C$ из (22) выводится уравнение

$$\zeta + r_1\tau - C = 0, \quad (23)$$

т.е. имеет место линейная зависимость

$$\zeta = -r_1\tau + C. \tag{24}$$

Поскольку в (24) $C = \text{Const}$, производная

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = -r_1. \tag{25}$$

Отсюда видно, что r_1 выражает абсолютную крутизну зависимости (24) и может служить показателем эффективности второго порядка при выборе оптимального системного решения из альтернативных вариантов.

Критерий r_1 имеет простую геометрическую интерпретацию и обеспечивает оптимальный выбор наглядным численно-графическим методом. На рисунке 2 пунктиром показаны прямые, соответствующие уравнению (23). Некоторые из них – касательные к границе области рассеяния допустимых оценок, описанной выше и изображенной на рисунке 1. Они касаются области рассеяния слева и (или) снизу. Обозначая r_1 для таких касательных, как r_1^* , вместо (23) будем писать

$$\zeta + r_1^*\tau - C = 0. \tag{26}$$

Все касательные на рисунке 2 помечены выносными надписями со значениями коэффициентов C и r_1^* согласно (26).

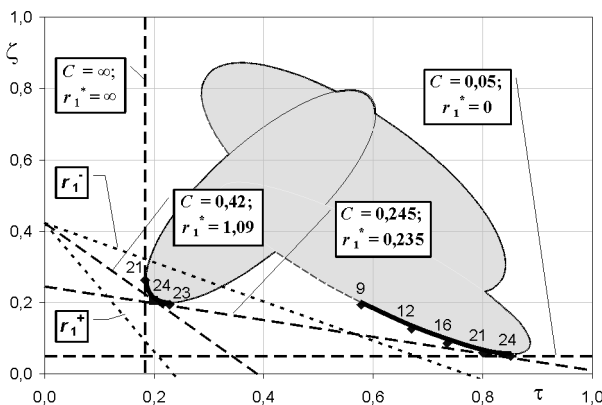


Рисунок 2 – Линейный критерий оптимального выбора по скорости прибыли (размерности – в условных ед.)

Покажем, что прямые (26) касаются границы области рассеяния в одной или нескольких точках приближенной области Парето. Пусть все точки области рассеяния вместе с точками границы удовлетворяют неравенству

$$\zeta + r_1^*\tau - C \geq 0. \tag{27}$$

Тогда для точек касания (τ^*, ζ^*) по линии (26) выполняется критерий Парето – в области рассеяния допустимых оценок не существует других (τ, ζ) , для которых при $\tau < \tau^*$ выпол-

нялось бы $\zeta \leq \zeta^*$ или при $\zeta < \zeta^*$ могло бы быть $\tau \leq \tau^*$. Следовательно, точки касания (τ^*, ζ^*) принадлежат приближенному множеству Парето. Им соответствуют приближенно эффективные оценки $y^* = (\tau^*, \zeta^*)$.

Из (22) с очевидностью следует, что

$$r_1 = \frac{c - \zeta}{\tau}, \tag{28}$$

т.е. скорость прибыли является функцией цены, себестоимости и затрат времени на получение продукта. При $c = \infty$ и любых конечных τ и ζ согласно (28) $r_1 = \infty$, что практически не реализуется. С другой стороны, при $c \leq \min_{y \in Y}(\zeta)$ из (28) следует $r_1 \leq 0$, что означает нерентабельность.

В действительности производство ориентировано на рыночные цены и положительную рентабельность. Оптимальный выбор должен исходить из объективно заданной цены C , на основании которой в обратной задаче с линейным уравнением (23) необходимо на множестве допустимых оценок найти решение, обеспечивающее максимум r_1 .

Если для всех допустимых оценок $y = (\tau, \zeta)$, $y \in Y$ действует условие

$$\zeta + \tilde{r}_1\tau - C \geq 0, \tag{29}$$

и принимаются строгие ограничения $\tau > 0$ и $\zeta > 0$, то касательная к области Y , описываемая уравнением

$$\zeta + \tilde{r}_1\tau - C = 0, \tag{30}$$

при заданном значении C должна иметь наибольшую абсолютную крутизну из всех возможных –

$$\tilde{r}_1 = \max_{y \in Y}(r_1). \tag{31}$$

Действительно, для прямых (23), которые при том же C пересекают область Y , подчиняясь строгому неравенству

$$\zeta + \tilde{r}_1\tau - C > 0, \tag{32}$$

абсолютная крутизна $r_1 = r_1^-$ меньше, чем у касательной, $r_1^- < \tilde{r}_1$. А точки прямых с большими $r_1 = r_1^+$, $r_1^+ > \tilde{r}_1$, при том же C , удовлетворяя противоположному неравенству

$$\zeta + \tilde{r}_1\tau - C < 0, \tag{33}$$

противоречат условию (29). Следовательно, утверждение (31) о наибольшей крутизне касательной оказывается справедливым. При этом оно не связано с какими-либо особыми формами представления области допустимых оценок.

Любая прямая (30) для конечной цены C при соблюдении условия $C > \min_{y \in Y}(\zeta)$ касается области допустимых оценок только в области Парето в одной или множестве точек. Действительно, для точек касания $(\bar{\tau}, \bar{\zeta})$ выполняется критерий Парето – в области допустимых оценок не существует других (τ, ζ) , для которых при $\tau < \bar{\tau}$ выполнялось бы $\zeta \leq \bar{\zeta}$ или при $\zeta < \bar{\zeta}$ могло бы быть $\tau \leq \bar{\tau}$. Поэтому точки касания соответствуют оценкам, эффективным по Парето – $(\bar{\tau}, \bar{\zeta}) = \mathbf{y}_0$, $\mathbf{y}_0 \in Y_0$.

Следовательно, при конечной цене продукта, превосходящей его минимальную себестоимость – $\min_{y \in Y}(\zeta) < C < \infty$, максимум показателя эффективности $\bar{r}_1 = \max_{y \in Y}(r_1)$ обеспечивается одним или множеством Парето-эффективных системных решений на основании двухкритериальных оценок $\bar{\mathbf{y}} = (\bar{\tau}, \bar{\zeta})$, указываемых касательной $\zeta + \bar{r}_1 \tau - C = 0$ к границе множества допустимых оценок.

Последнее проиллюстрировано на рисунке 2, где область допустимых оценок представлена в виде области рассеяния и приближенной области Парето, тех же, что на рисунке 1, а, б. При цене $C = 0,42$ касательная с крутизной $r_1^* = 1,09$ (используется r_1^* как оценка \bar{r}_1) отмечает единственную эффективную оценку \mathbf{y}^* , близкую к оценке с максимальным индикатором качества (9), $q = 24$. Прямая, пересекающая область рассеяния, имеет меньшую крутизну r_1^- , следовательно, все возможные решения, кроме указанного данной касательной, уступают ему в скорости прибыли (даже решения с меньшим τ , т.е. с большей производительностью – из-за увеличенной себестоимости). График прямой с r_1^+ проходит вне области рассеяния, демонстрируя отсутствие решений со значениями показателя эффективности $r_1^+ > r_1^*$.

На рисунке 2 также иллюстрируется ситуация, возникающая при меньшей цене $C = 0,245$. Оказывается, что у прямой с максимальной для этой цены крутизной $r_1^* = 0,235$ имеется 2 точки касания с областью рассеяния на разных участках приближенной области Парето, относящихся к разным типам архитектур рассматривавшейся системы. Первая точка представляет решение с несколько большим τ^* и несколько меньшими ζ^* , чем в точке оценки, оптимальной для

$C = 0,42$ (см. выше). Вторая точка соответствует системному решению, при котором для того же значения показателя $r_1^* = 0,235$ время выработки продукта τ в 4 раза больше, но себестоимость ζ при этом – в 4 раза меньше.

В смысле скорости прибыли эти два решения эквивалентны, хотя и далеки друг от друга. Существенное различие состоит в количестве выпускаемых продуктов, зависящем от вариантов системы. Из (18) следует

$$n = T/\tau, \quad (34)$$

поэтому разным τ_1 и τ_2 ($\tau_1 < \tau_2$) соответствуют различные n_1 и n_2 ($n_1 > n_2$). Пусть $n_1/n_2 = k$ – целое число. Если в обоих случаях требуется выпускать наибольшее количество $N = n_1$ единиц продукции, то параллельное применение k систем 2-го типа обеспечит выполнение задачи ($kn_2 = N$).

Заключение. В статье представлены следующие результаты.

1. Дано обоснование двухступенчатого подхода к оптимизации систем с использованием оптимизации по Парето на первой стадии и критерия скорости получения прибыли на второй.
2. Предложена локализация эффективных векторных оценок систем с помощью приближенной области Парето.
3. Показана адекватность применения скалярного показателя «Производительность/ Себестоимость» как индикатора качества систем для экспресс-анализа альтернативных вариантов.
4. Разработан критерий второго порядка и численно-графический метод для выбора из альтернативных Парето-оптимальных решений по показателю скорости получения прибыли.

Библиографический список

1. Казанцев А.П., Прошин Е.М. Метод синтеза и концептуальное моделирование телемедицинских систем мобильной электрокардиографии // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. – 2009. – №7. – С. 46-54.
2. Казанцев А.П. Оптимизация мобильных телемедицинских систем // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. – 2009. – №7. – С. 56-61.
3. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 176 с.
4. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
5. Ларман К. Применение UML 2.0 и шаблонов проектирования, 3-е изд.: пер. с англ. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2007. – 736 с.

УДК 684.511

Е.Л. Еремин, Д.А. Теличенко, Е.А. Шеленок

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В СХЕМАХ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО АДАПТИВНОГО И РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассматривается использование адаптивных и робастных законов регулирования в схемах децентрализованного периодического управления многосвязными нелинейно-нестационарными априорно неопределенными объектами. Синтез систем проводится с использованием критерия гиперустойчивости, малоинерционной эталонной модели и наблюдателя состояния полного порядка.

Ключевые слова: *многосвязный объект, априорная неопределенность, критерий гиперустойчивости, стационарный наблюдатель, явно-неявная эталонная модель.*

Введение. Перед разработчиками современных автоматических систем весьма часто возникают задачи, связанные с аналитическим конструированием и исследованием систем управления сложными технологическими объектами различного назначения. Для подобных объектов, как правило, характерно наличие множества входных управляющих сигналов, регулирующих изменение нескольких выходных параметров. В большинстве случаев построение систем управления такими объектами осуществляется с использованием схем так называемого децентрализованного управления, предполагающего предварительное разбиение исходного объекта на несколько независимых или слабосвязанных подсистем со своим входом и выходом и синтезе законов регулирования для каждой такой подсистемы.

На практике чаще всего приходится сталкиваться с ситуацией, когда построение системы управления осуществляется в условиях неполной информации о параметрах управляемого объекта. Отсутствие полной параметрической определенности может быть обусловлено как недостаточной точностью математической модели динамического объекта, так и нестабильностью его внутренних параметров, связанной со спецификой его работы. Кроме этого, всегда приходится учитывать влияние на процесс работы системы внешних неконтролируемых возмущений, также обусловленных различными причинами и негативно сказывающихся на устойчивости и качестве процесса функционирования системы. Известно, что в данной ситуации возможно применение методов теории идентификации, предполагающей предвари-

тельную оценку и определение неизвестных параметров, и построение в соответствии с результатами идентификации необходимых контуров регулирования. Однако при решении задач управления априорно неопределенными динамическими объектами наиболее прочно зарекомендовали себя методы теории адаптивного и робастного управления.

Применение адаптивного подхода показало хорошие результаты работы синтезированных систем, но сильное усложнение алгоритмической структуры (а, следовательно, и технической реализации) регуляторов в случае управления сложными нелинейными объектами потребовало поиска альтернативных подходов к решению задач регулирования. Одним из таких подходов является концепция робастного управления, с помощью которой было показано, что в автоматических системах, использующих различные пропорциональные регуляторы вместо интегральных алгоритмов настройки, обеспечивается высокое качество переходных процессов вместе с сохранением приемлемой структурной сложности контура регулирования.

Не менее важной и актуальной задачей современной теории управления является разработка и исследование систем управления, предназначенных для поддержания некоторых периодических режимов работы динамических объектов. Данный класс систем получил название периодических систем управления (ПСУ) или систем управления циклического действия. К техническим примерам ПСУ можно отнести системы программного управления металлорежущими станками, производящими серию одинаковых деталей, системы управления исполни-

тельными манипуляционными роботами, совершающими многократно повторяющиеся операции (например, при сварочных работах или операциях лазерной резки). Главной особенностью подобных систем является их функционирование в условиях действия периодических задающих воздействий и внешних возмущений.

К одним из первых работ по разработке подходов к управлению периодическими режимами динамических объектов можно отнести [1], [2]. В них было предложено использование так называемого генератора периодических сигналов (ГПС), посредством которого обеспечивалась адаптация системы к циклическим помехам и задающему воздействию. В более поздних работах [3], [4] также решена задача формирования периодического режима на выходе динамического объекта за счет применения «двухрелейного» алгоритма, а также адаптивно-робастного регулятора.

В [5] на основании критерия гиперустойчивости для управления существенно нелинейным объектом в периодических режимах синтезирован алгоритм, включающий в себя ГПС и адаптивную интегральную настройку. Данный подход получил развитие в работах [6], [7], где для решения аналогичной задачи был предложен робастно-периодический контур управления.

Решение задач управления циклическими режимами динамических объектов значительно усложняется в случае, когда для построения работоспособных и технически реализуемых контуров регулирования необходимо использовать недоступные непосредственному измерению внутренние состояния объекта. В такой ситуации необходимо использовать методы оценки необходимых переменных по измерениям выходного сигнала системы. Так, в [7] с помощью наблюдателя состояния полного порядка [8], [9] решена задача робастно-периодического управления нелинейным скалярным динамическим объектом.

В данной статье рассматривается возможность использования адаптивных и робастных алгоритмов управления в схемах децентрализованного управления многосвязными нелинейно-нестационарными априорно неопределенными объектами, работающими в периодических режимах. В качестве базовых методов аналитического конструирования системы управления используются: критерий гиперустойчивости, малоинерционная эталонная модель и стационарный наблюдатель полного порядка.

Исходное математическое описание. В качестве управляемого объекта рассматривается многосвязный нелинейный объект, динамиче-

ские свойства локальных подсистем которого заданы уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= A_i(x_i, \xi_i) + b_i u_i(t) + \\ &+ f_i(t, \xi_i) + \vartheta_i(t), \\ y_i(t) &= L^T x_i(t) = x_{1,i}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_i(t) \in R^{n_i}$, $u_i(t) \in R$, $y_i(t) \in R$ – вектор переменных состояния, скалярное управляющее воздействие и выход каждой i -й локальной подсистемы объекта; $A_i(x_i, \xi_i) = A_{1,i}(x_i, \xi_i)x_i(t) + A_{2,i}(x_i, \xi_i)$ – нелинейно-нестационарный вектор; $A_{1,i}(x_i, \xi_i) = A_i(\xi_i) + b_i \alpha_{i,\xi_i}^T(t, x_i)$ – нелинейная матрица; $A_i(\xi_i) = A_{0,i} + b_i \chi_{0,i}^T(\xi_i)$ – некоторая стационарная матрица; $A_{0,i}$ – гурвицева (устойчивая) матрица; $A_{2,i}(x_i, \xi_i) = b_i \beta_{i,\xi_i}(t, x_i)$ – вектор с нелинейными параметрами; $\alpha_{i,\xi_i}(t, x_i) = \alpha_i(t, x_i)$, $\beta_{i,\xi_i}(t, x_i) = \beta_i(t, x_i)$ – соответственно некоторые ограниченные векторная и скалярная нелинейные функции; $\chi_{0,i}(\xi_i) = \chi_{0,i}$ – некоторый стационарный вектор; $b_i = [0, \dots, 0, 1]^T$ $L = [1, 0, \dots, 0]^T$ – известные векторы соответствующей размерности; $\xi_i \in \Xi_i$ – набор числовых параметров, определяющий уровень или класс априорной неопределенности объекта (1); $f_i(t, \xi_i)$ – вектор внешних возмущений, такой что

$$\begin{aligned} f_i(t, \xi_i) &= b_i f_{n,i}(t, \xi_i) = \\ &= [0, \dots, 0, f_{n,i}(t)]^T, \\ f_{n,i}(t) &= f_{n,i,неп}(t+T) + f_{n,i,неп}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$|f_{n,i}(t)| < f_{0,i} = \text{const} > 0;$$

$f_{n,i,неп}(t+T)$, $f_{n,i,неп}(t)$ – периодическая и непериодическая части внешней помехи; $\vartheta_i(t) = b_{0,i} \sum_{j=1}^m v_{ij}(t)$ – перекрестные связи объекта, уравнения которых имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx_{ij}(t)}{dt} &= A_{ij}x_{ij}(t) + b_{ij}v_j(t), \\ v_{ij}(t) &= C_{ij}^T x_{ij}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$x_{ij}(t) \in R^{n_{ij}}$ – переменные состояния перекрестной связи; $v_{ij}(t) \in R$ – выходной скалярный сигнал перекрестной связи; $A_{ij}, C_{ij}, b_{ij} = [0, \dots, 0, 1]^T$ – постоянные матрица и векторы, обеспечиваю-

щие устойчивость динамического звена (3).

Следуя результатам работ [5] – [7], рассмотрим возможность управления многосвязным объектом (1), во-первых, посредством введения в каждую i -ю локальную подсистему адаптивно-периодического регулятора

$$u_i(t) = \zeta_i [u_{i,неп}(t) - u_{i,умм}^T(t)x_i(t)], \quad (4)$$

и, во-вторых, – с помощью комбинированного робастного закона управления

$$u_i(t) = \zeta_i [u_{i,неп}(t) + u_{i,роб}(t)], \quad (5)$$

где $u_{i,неп}(t)$, $u_{i,умм}(t)$, $u_{i,роб}(t)$ – соответственно периодическая, интегральная и робастная части регуляторов (4), (5); $\zeta_i = const > 0$.

Желаемую динамику функционирования каждой i -й локальной подсистемы объекта (1) будем формировать с помощью малоинерционной явно-неявной эталонной модели

$$\begin{aligned} \frac{dx_{0,i}(t)}{dt} &= A_{0,i}x_{0,i}(t) + b_i r_i(t+T), \\ v_{0,i}(t) &= y_{0,i}(t) = g_i^T x_{0,i}(t), \\ \det(sE - A_{0,i}) &= (s + a_{0,i})^n \\ g_i^T (sE - A_{0,i})^+ b_i &= a_{0,i} (s + a_{0,i})^{n-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

$$W_{i\dot{y}}(s) = \frac{a_{0,i}}{s + a_{0,i}},$$

для которой $a_{0,i} = const > 0$ – некоторое достаточно большое число; $x_{0,i}(t) \in R$ – переменные эталона; $y_{0,i}(t) \in R$ – выходной сигнал эталона; $r_i(t+T)$ – периодическое задающее воздействие.

Прежде чем сформулировать постановку задачи, сделаем два важных замечания.

Во-первых, рассмотрим эквивалентную форму записи уравнений динамики объекта управления (1)

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} &= A_{0,i}x_i(t) + b_i \mu(t), \quad y_i(t) = L^T x_i(t) \\ \mu(t) &= \chi_{0,i}^T x_i(t) + \alpha_i^T(t, x_i) x_i(t) + \beta_i(t, x_i) + \\ &+ u_i(t) + f_{n,i,неп}(t+T) + \tilde{f}_{n,i}(t), \end{aligned}$$

где $\mu(t)$ – скалярный сигнал видоизмененного управления; $\tilde{f}_{n,i}(t) = f_{n,i,неп}(t) + \sum_{j=1}^m v_{ij}(t)$ – эквивалентное возмущение; для которого в силу присутствия в видоизмененном управлении $\mu(t)$ недоступных переменных состояния очевидна не-

возможность ее технической реализации, а следовательно, и невозможность построения работоспособного контура регулирования. С целью восстановления значений вектора состояния введем в каждую локальную подсистему объекта динамический контур наблюдения [8], [9]

$$\frac{d\bar{x}_i(t)}{dt} = A_{*,i}\bar{x}_i(t) + b_i u_i(t) + F_i y_i(t). \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_i(t) &= L^T \bar{x}_i(t), \quad \bar{v}_i(t) = \bar{g}_i^T \bar{x}_i(t), \\ A_{*,i} &= (A_{0,i} - F_i L^T), \end{aligned}$$

применение которого позволит построить технически реализуемые адаптивные или робастные законы управления за счет использования оценок переменных вектора состояния $\bar{x}_i(t)$ i -х подсистем объекта.

Во-вторых, предположим, что для многосвязного объекта (1) синтезирована устойчивая система управления. Тогда выход каждой локальной подсистемы будет иметь ограниченный характер, т.е. $|y_i(t)| \leq q_{0,i}^2 = const > 0$. А с учетом того, что при подаче на вход любого устойчивого динамического звена, коим является (3), ограниченного входного сигнала его выход также оказывается ограниченным, будем иметь справедливое условие

$$\left| \sum_{j=1}^m v_{ij}(t) \right| \leq v_{0,ij}^2 = const > 0,$$

которое фактически означает ограниченность выхода каждой из переходных связей (3).

Постановка задачи. Требуется для систем (1) – (3), (4) или (1) – (3), (5) с помощью быстрой явно-неявной эталонной модели (6) и наблюдателя состояния полного порядка (7) определить явный вид алгоритмов адаптивного (4) или робастного (5) регуляторов, обеспечивающих при любых начальных условиях $x_i(0)$, любом уровне априорной неопределенности $\xi_i \in \Xi_i$, а также любых нелинейных параметрах и внешних возмущениях объекта (1), выполнение целевых условий

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_{0,i}(t) - y_i(t)| \cong \lim_{t \rightarrow \infty} |v_{0,i}(t) - \bar{v}_i(t)| \leq \sigma_{0,i}^2, \quad (8)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{i,неп}(t) = u_{i,неп}^*(t) = u_{i,неп}(t+T), \quad (9)$$

при использовании регулятора (5), а также дополнительного условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{i,умм}(t) = u_{i,умм}^* = const, \quad (10)$$

в случае применения адаптивного регулятора (4), где $\sigma_{0,i} = const$ – некоторое относительно

малое число.

Синтез законов управления. Рассмотрим синтез адаптивно- и робастно-периодического законов управления, который аналогично [5] – [7], [9] проведем на основании критерия гиперустойчивости В.М. Попова и выполним ряд типовых этапов.

Адаптивно-периодические алгоритмы.

Пусть каждая i -я локальная подсистема функционирует без влияния на нее внешних возмущений и действия перекрестных связей, т.е. $f_i(t) \equiv 0$, $\vartheta_i(t) \equiv 0$. В этом случае, рассматривая ошибку рассогласования между эталоном и объектом регулирования $\varepsilon_i(t) = x_{0,i}(t) - x_i(t)$, на *первом этапе* синтеза с учетом (4) и (7) получаем эквивалентное описание исследуемой на гиперустойчивость системы

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_i(t)}{dt} &= A_{0,i}\varepsilon_i(t) + b_i\bar{\mu}(t), \quad z_i(t) = g_i^T \bar{\varepsilon}_i(t), \\ \bar{\mu}(t) &= -\zeta_i[u_{i,неп}(t) - \bar{\alpha}_i(t+T)] + \\ &+ \zeta_i[u_{i,umm}(t) - \bar{\chi}_{0,i}]^T \bar{x}_i(t), \end{aligned} \quad (11)$$

где $\bar{\alpha}_i(t+T) = \frac{\tilde{\alpha}_i(t+T)}{\zeta_i}$, $\tilde{\alpha}_i(t+T) = r_i(t+T) +$

$$+ \alpha_i^T(t, x_i)x_i(t) + \beta_i(t, x_i); \quad \bar{\chi}_{0,i} = \zeta_i^{-1}\chi_{0,i}.$$

Очевидность требования *второго этапа* синтеза, касающегося обеспечения вещественности и положительности линейной стационарной части (ЛСЧ) эквивалентной системы, вытекает из явного вида ее передаточной функции, в данном случае совпадающей с передаточной функцией апериодического первого порядка, для которого всегда выполнимо условие

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[W_{i,ЛСЧ}(j\omega)] &= \operatorname{Re}\left[\frac{g_i^T(j\omega E_i - A_{0,i})^+ b_i}{\det(j\omega E_i - A_{0,i})}\right] = \\ &= \frac{a_{0,i}}{\sqrt{a_{0,i}^2 + \omega^2}} > 0, \quad \forall \omega \in (-\infty; \infty). \end{aligned} \quad (12)$$

Выполним требования *третьего этапа* синтеза, связанные с решением интегрального неравенства В.М. Попова (ИНП). Воспользуемся аналогично [6], [7] модификацией ИНП

$$\begin{aligned} \eta_k^*(0, t) &= -\sum_{k=0}^t \bar{\mu}_{k,i}(s)z_i(s)Q_{k,i}(z(s))ds \geq \\ &\geq -\lambda_{0,i}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $Q_{k,i}(z(t))$ – некоторые положительно определенные функции; которое решим относительно нелинейной функции $\bar{\mu}_i(t)$, определив явный вид алгоритмов адаптации.

С учетом (11) справедливость неравенства

(13) будет вытекать из существования оценок

$$\begin{aligned} \eta_1^*(0, t) &= \zeta_i \int_0^t [u_{i,неп}(s) - \bar{\alpha}_i(t+T)]z_i(s)ds \geq \\ &\geq -\lambda_{01,i}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \\ \eta_2^*(0, t) &= -\zeta_i \int_0^t [u_{i,umm}(s) - \bar{\chi}_{0,i}]^T \bar{x}_i(s)z_i(s)ds \geq \\ &\geq -\lambda_{02,i}^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0, \end{aligned}$$

справедливость которых, в свою очередь, может быть достигнута (см., например [5]) за счет синтеза алгоритмов регулятора в виде

$$u_{i,неп}(t) = u_{i,неп}(t-T) + \beta_{0,i}z_i(t), \quad (14)$$

$$\frac{du_{ik,umm}(t)}{dt} = -\beta_{1,ik}\bar{x}_{ik}(t)z_i(t), \quad (15)$$

где $Q_{1,i}(z_i(t)) = Q_{2,i}(z_i(t)) = 1$; $\beta_{0,i}, \beta_{1,ik} = \text{const} > 0$.

Заметим, что алгоритм (14) представляет собой схему генератора периодических сигналов (ГПС), а интегральная настройка (15) играет роль адаптивной составляющей закона (4).

На *четвертом этапе* обеспечим выполнение целевых условий функционирования (8) – (10) в синтезированной системе при $f_i(t) \neq 0$, $\vartheta_i(t) \neq 0$. Периодическая составляющая возмущающего воздействия $f_{i,неп}(t+T)$ в силу своей ограниченности и цикличности изменения может быть включена в состав функции $\tilde{\alpha}_i(t+T)$ нелинейной части (11), что не нарушит структуру алгоритма (14).

В случае присутствия в системе эквивалентного постоянно действующего возмущения $\tilde{f}_{n,i}(t)$ для сохранения работоспособности системы интегральный алгоритм (15) требует регуляризации (загрубления), например, за счет использования нелинейного элемента с зоной нечувствительности. Тогда модифицированный алгоритм (15) запишется в виде

$$\frac{du_{ik,umm}(t)}{dt} = \begin{cases} -\beta_{1,ik}\bar{x}_{ik}(t)[z_i(t) - \phi_i], & z_i(t) > \phi_i, \\ -\beta_{1,ik}\bar{x}_{ik}(t)[z_i(t) + \phi_i], & z_i(t) < -\phi_i \\ 0, & |z_i(t)| \leq \phi_i, \end{cases} \quad (16)$$

$$\forall t \geq 0.$$

где $\phi_i = \text{const} > 0$ – величина зоны нечувствительности.

Таким образом, поскольку выполнены требования вещественности и положительности ЛСЧ (12), а также существует справедливая модификация ИНП (13), то исходная система (1) – (4), (7), (14), (16) окажется гиперустойчивой для заданного класса $\xi_i \in \Xi_i$ и для нее будут справедливы условия (8) – (10).

Робастно-периодические алгоритмы.

Первый этап синтеза. Получим эквивалентное математическое описание системы с учетом (5) и (7)

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_i(t)}{dt} &= A_{0,i}\varepsilon_i(t) + b_i\bar{\mu}(t), \quad z_i(t) = g_i^T \bar{\varepsilon}_i(t), \\ \bar{\mu}(t) &= -\zeta_i[u_{i,неп}(t) - \bar{\mathfrak{G}}_i(t+T)] - \\ &- \zeta_i u_{i,роб}(t) - \chi_{0,i}^T \bar{x}_i(t) - \tilde{f}_{n,i}(t), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\bar{\mathfrak{G}}_i(t+T) = \frac{\tilde{\mathfrak{G}}_i(t+T)}{\zeta_i}$; $\bar{\mathfrak{G}}_i(t+T) = r_i(t+T) + \alpha_i^T(t, x_i)x_i(t) + \beta_i(t, x_i) + f_{n,i,неп}(t+T)$.

Второй этап полностью аналогичен соответствующему этапу, рассмотренному выше.

Третий этап синтеза. Рассматривая интегральные слагаемые неравенства (13) с учетом (17)

$$\begin{aligned} \eta_1^*(0, t) &= \zeta_i \int_0^t [u_{i,неп}(s) - \bar{\mathfrak{G}}_i(s+T)] z_i(s) ds; \\ \eta_2^*(0, t) &= \zeta_i \int_0^t u_{i,роб}(s) z_i(s) ds; \\ \eta_3^*(0, t) &= \zeta_i \int_0^t \chi_{0,i}^T \bar{x}_i(s) z_i(s) |z_i(s)| ds; \\ \eta_4^*(0, t) &= \zeta_i \int_0^t \tilde{f}_{n,i}(s) z_i(s) |z_i(s)| ds; \end{aligned}$$

где $Q_{1,i}(z_i(t)) = Q_{2,i}(z_i(t)) = 1$; $Q_{3,i}(z_i(t)) = Q_{4,i}(z_i(t)) = \zeta_i |z_i(t)|$; можно, следуя [7], показать что справедливость (13) будет обеспечена за счет определения, во-первых, периодической настройки в виде ГПС (14) и, во-вторых, робастной части алгоритма управления в виде нелинейной функции

$$u_{i,роб}(t) = [\gamma_{1,i} \sum_{m=1}^n |\bar{x}_{im}(t)| + \gamma_{2,i}] z_i(t), \quad (18)$$

где $\gamma_{1,i}, \gamma_{2,i} = const > 0$.

Четвертый этап синтеза. Ввиду выполнения требований интегрального неравенства (13), а также условий вещественности и положительности ЛСЧ (17) имеем гиперустойчивую для заданного класса $\zeta_i \in \Xi_i$ систему управления (1) – (3), (5), (7), (14), (18), для которой условия (8), (9) будут справедливы.

Вычислительные эксперименты. В качестве наглядного примера использования полученных алгоритмов рассмотрим задачу управления многосвязным нелинейным априорно неопределенным объектом (1), содержащим две локальные подсистемы с динамикой, описанной выражениями

$$A_i(x_i) = A_{1,i}(x_i)x_i(t) + A_{2,i}(x_i); \quad i = 1, 2.$$

$$A_{1,1}(x_1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \varphi_{11}(t, x_1) & \varphi_{12}(t, x_1) & \varphi_{13}(t, x_1) \end{pmatrix};$$

$$A_{1,2}(x_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \varphi_{21}(t, x_2) & \varphi_{22}(t, x_2) \end{pmatrix};$$

$$A_{2,1}(x_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_1(t, x_1) \end{pmatrix}; \quad A_{2,2}(x_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta_2(t, x_2) \end{pmatrix};$$

$$\varphi_{11}(t, x_1) = c_{11}x_{11}(t)\sin x_{11}(t);$$

$$\varphi_{12}(t, x_1) = c_{12}x_{11}(t)\cos x_{11}(t);$$

$$\varphi_{13}(t, x_1) = c_{13}x_{11}(t)\sin x_{11}(t)\cos x_{11}(t);$$

$$\varphi_{21}(t, x_1) = x_{21}(t)\sin^2 x_{21}(t);$$

$$\varphi_{22}(t, x_1) = x_{21}(t)\cos x_{21}^2(t);$$

$$\beta_1(t, x_1) = h_1 \operatorname{sgn}[x_{11}(t)];$$

$$\beta_2(t, x_1) = h_2 x_{21}(t) |x_{21}(t)|;$$

$$f_{3,1,неп}(t+T) = f_{2,1,неп}(t+T) = \sigma |\sin 0.5\pi t|;$$

$$f_{3,i,неп}(t) = \kappa_i \sin[\psi_i \sin \nu_i t \cdot e^{\nu_i t} - 1] \delta_i t;$$

а также, неопределенностью параметров, заданной соотношениями

$$0 \leq a_{11} \leq 4.5; -1 \leq a_{12} \leq 2; 1 \leq a_{13} \leq 5;$$

$$-1 \leq c_{11} \leq 3; 1 \leq c_{12} \leq 4; -1 \leq c_{13} \leq 5;$$

$$5 \leq a_{21} \leq 10; 3 \leq a_{22} \leq 7; 1 \leq h_1 \leq 4; 0.5 \leq h_2 \leq 2.5;$$

$$-2 \leq \sigma \leq 2; 0.1 \leq \kappa_1 \leq 1; 0.2 \leq \kappa_2 \leq 1.5;$$

$$1 \leq \psi_1 \leq 3; 1.5 \leq \psi_2 \leq 2; 0.5 \leq \nu_1 \leq 3; 1 \leq \nu_2 \leq 4;$$

$$-1 \leq \nu_1 \leq -0.1; -0.5 \leq \nu_2 \leq -0.25;$$

$$1 \leq \delta_1 \leq 3; 1.5 \leq \delta_2 \leq 2.$$

Перекрестные связи объекта (1) были сформированы в виде двух устойчивых динамических звеньев с передаточными функциями вида

$$W_{12}(s) = \frac{1}{2s^2 + s + 5}; \quad W_{21}(s) = \frac{5s}{s^2 + 7s + 5}.$$

Задающие воздействия в системе имели вид периодических функций времени

$$r_1(t+T) = 0.4 \sin 0.5t \cos t;$$

$$r_2(t+T) = 0.5 \sin 1.5t \cos 0.5t.$$

При выбранных коэффициентах быстрых явно-неявных эталонных моделей $a_{0,1} = a_{0,2} = 10$ параметры локальных контуров наблюдения, рассчитанные в соответствии с [8], [9], приняли вид

$$F_1 = \begin{pmatrix} 870 \\ 243600 \\ 19430000 \end{pmatrix}; \bar{g}_1 = \begin{pmatrix} 1.1071 \\ 0.2214 \\ 0.0111 \end{pmatrix};$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 80 \\ 800 \end{pmatrix}; \bar{g}_2 = \begin{pmatrix} 156.25 \\ 15.625 \end{pmatrix}.$$

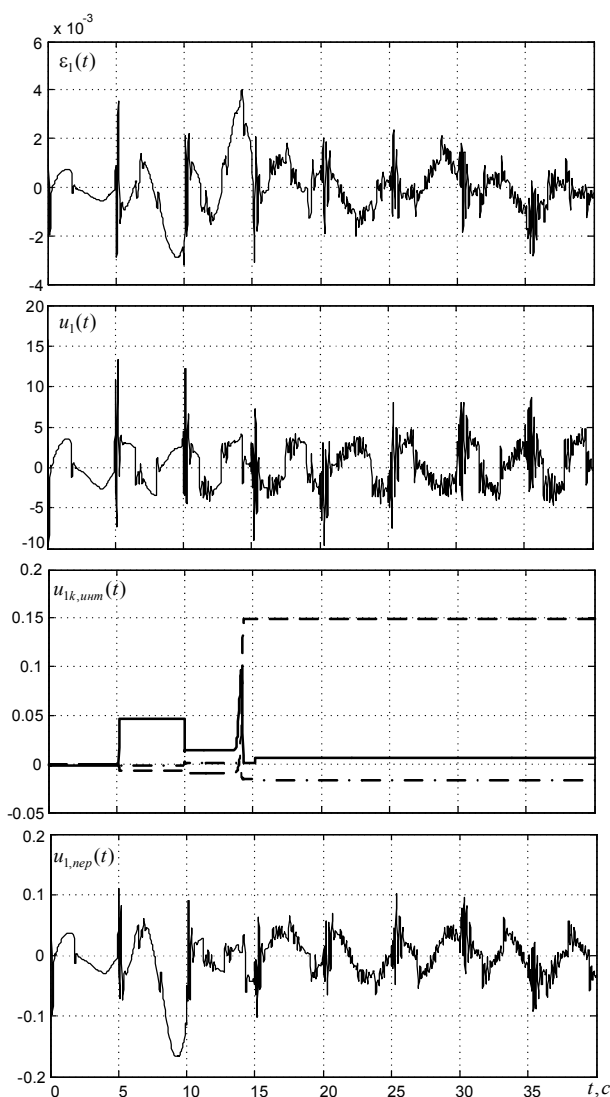


Рисунок 1 – Динамика первой локальной подсистемы

Все вычислительные эксперименты проводились с использованием неявной эталонной модели [7], [9] при следующем наборе параметров объекта регулирования (1)

$$a_{11} = 3; a_{12} = 1; a_{13} = 2; c_{11} = 0.5; c_{12} = 1; c_{12} = 2;$$

$$a_{21} = 7; a_{22} = 5; h_1 = 1.5; h_2 = 1;$$

$$\sigma = -0.4; \kappa_1 = \kappa_2 = 0.4;$$

$$\psi_1 = \psi_2 = 1.5; \nu_1 = \nu_2 = 2.3;$$

$$\nu_1 = \nu_2 = -0.23; \delta_1 = 1; \delta_2 = 1.5.$$

Управление с регуляризованными адаптивными алгоритмами настройки. Применим к управлению нелинейным объектом (1) с приведенными исходными данными регулятор (4), (14), (16), параметры которого после проведения нескольких этапов имитационного моделирования были выбраны со значениями

$$\beta_{0,1} = 50; \beta_{1,11} = 2000; \beta_{1,12} = 3000; \beta_{1,13} = 2500;$$

$$\beta_{0,2} = 30; \beta_{1,21} = 2000; \beta_{1,22} = 3000;$$

$$\zeta_1 = 100; \zeta_2 = 50; \phi_1 = 0.003; \phi_2 = 0.005.$$

Временные характеристики системы представлены на рисунках 1 и 2.

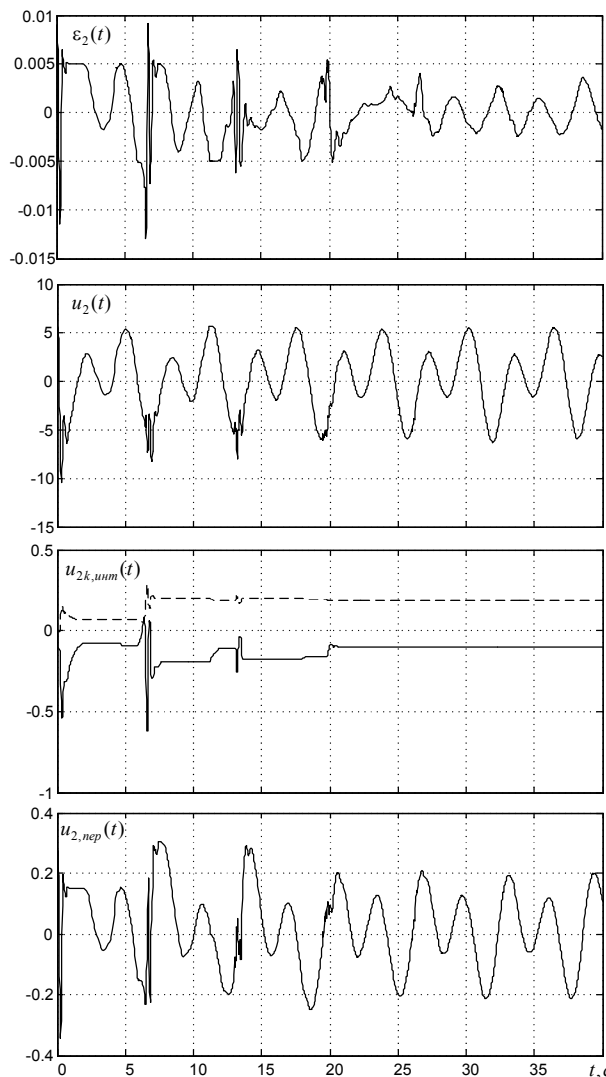


Рисунок 2 – Динамика второй локальной подсистемы

Из представленных рисунков видно, что в

данном случае для системы выполняется цель управления (8), что обусловлено допустимо малой величиной ошибки регулирования, а также цели адаптации (9), (10).

Однако для первой локальной подсистемы имеет место невысокое качество сигнала управляющего воздействия, которое обусловлено влиянием на подсистему постоянно действующего возмущения и сигнала с выхода перекрестной связи (рисунок 1).

Робастное управление. С целью улучшения качества функционирования системы для управления процессом работы каждой отдельной подсистемы объекта применим робастно-периодический регулятор (5), (14), (18), параметры которого в ходе проведения вычислительного эксперимента приняли значения

$$\beta_{0,1} = 30; \beta_{0,2} = 50; \zeta_1 = 70; \zeta_2 = 100;$$

$$\gamma_{2,1} = 30; \gamma_{2,2} = 50.$$

Согласно результатам имитационного моделирования, представленным на рисунках 2 и 3, применение робастного контура управления (5), (14), (18) обеспечивает в системе меньшую величину ошибки слежения и более высококачественное управляющее воздействие для каждой из подсистем объекта, т.е. имеет место повышение качества функционирования системы в целом.

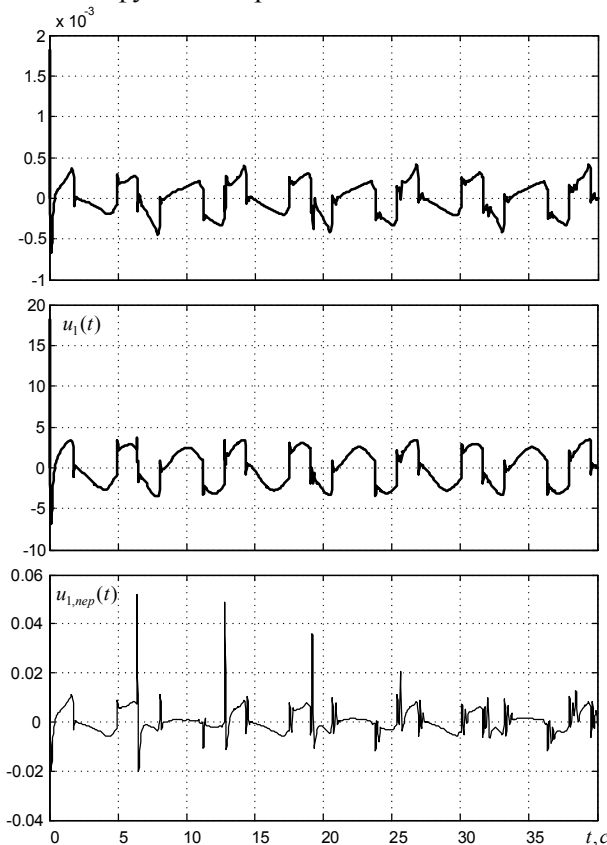


Рисунок 3 – Динамика первой локальной подсистемы (робастное управление)

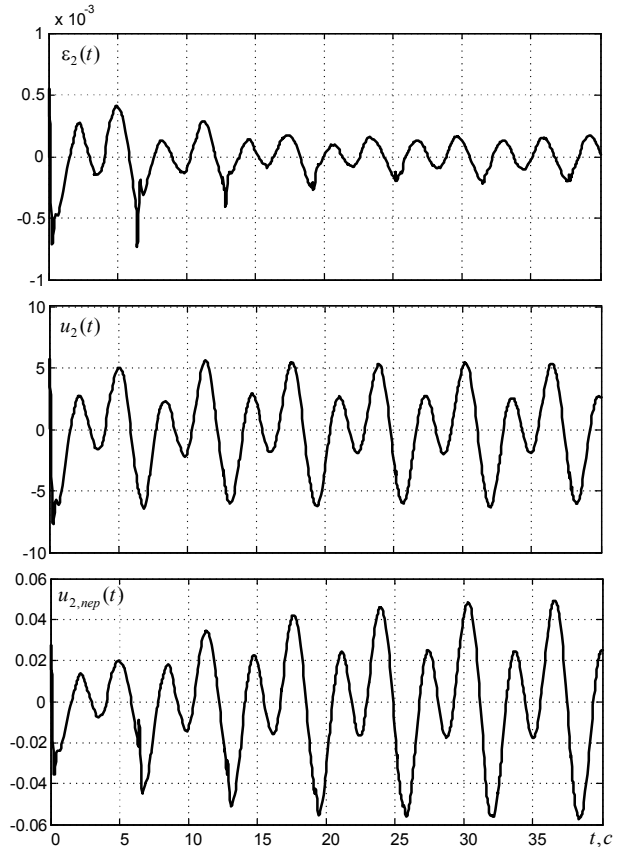


Рисунок 4 – Динамика второй локальной подсистемы (робастное управление)

Комбинированное управление. В заключение рассмотрим случай, когда одна из локальных подсистем объекта (например, первая) подвержена действию слабых внешних помех

$$f_{3,1,неп}(t+T) = -0.2 |\sin 0.25\pi t|;$$

$$f_{3,1,неп}(t) = 0.2 \sin[1.5 \sin 2.3t \cdot e^{-0.23t} - 1] 0.5t.$$

Тогда, с учетом предыдущих результатов, введем во вторую локальную подсистему робастный регулятор (5), (14), (18) и пусть, при этом первая подсистема содержит контур регулирования (4), (14), (16). В результате проведения имитационного моделирования параметры локальных регуляторов приняли значения

$$\beta_{0,1} = 60; \beta_{1,11} = 2000; \beta_{1,12} = 3000; \beta_{1,13} = 2500;$$

$$\beta_{0,2} = 50; \gamma_{2,1} = 30; \gamma_{2,2} = 50; \phi_1 = 0.0012.$$

$$\zeta_1 = 60; \zeta_1 = 100,$$

при которых были получены следующие временные характеристики системы (рисунки 5 и 6).

Из представленных временных характеристик системы видно, что имеет место хорошее качество динамических процессов, протекающих в контуре с регуляризованным адаптивным регулятором (малая величина ошибки регу-

лирования и качественный управляющий сигнал), при этом подсистема с робастным управлением, аналогично предыдущему случаю, сохраняет высокие качественные показатели своего функционирования. Заметим, что использование в первой подсистеме локального робастного регулятора (5), (14), (18) также будет обеспечивать достаточно малую величину ошибки слежения $\varepsilon_1(t)$, однако в начальный момент времени сигнал управления $u_1(t)$ будет иметь большее относительно модифицированного адаптивного управления (рисунок 5) значение, что напрямую влияет на энергоэффективность системы. Поэтому в случае малой величины постоянно действующих возмущений в отдельных подсистемах объекта наиболее целесообразным является введение в них контура управления (4), (14), (16).

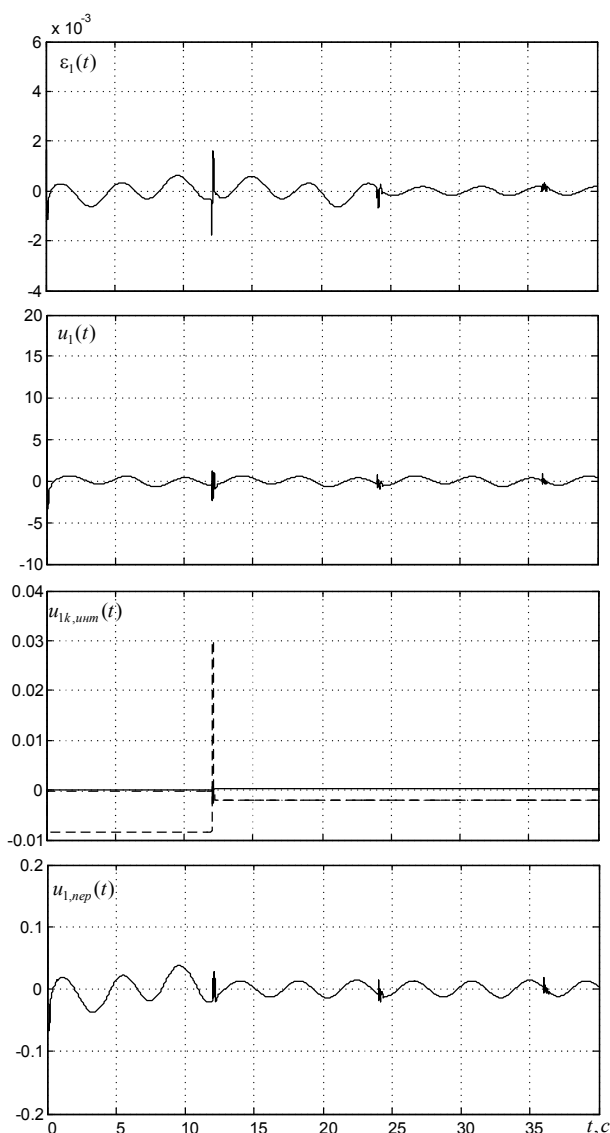


Рисунок 5 – Динамика подсистемы с адаптивным регулятором

Заключение. Рассмотрено децентрализованное адаптивное и робастное управление многосвязным нелинейно-нестационарным априорно неопределенным динамическим объектом в периодических режимах.

Показана эффективность применения робастно-периодических законов регулирования, синтезированных по критерию гиперустойчивости, а также комбинированного адаптивно-робастного управления с регуляризованными алгоритмами самонастройки в случае присутствия в локальных подсистемах объекта малых по величине постоянно действующих внешних возмущений.

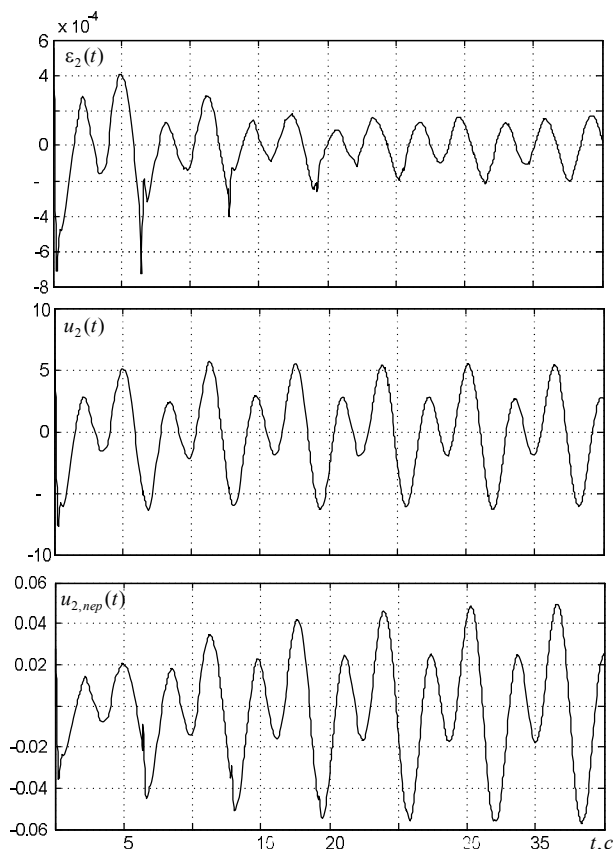


Рисунок 6 – Динамика подсистемы с робастным регулятором

Работа выполнена в рамках мероприятия 1 АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2010-2011 годы)» по тематическому плану НИР ТОГУ на 2011 г. – проект «Робастное управление в периодических режимах динамическими объектами с запаздыванием»

Библиографический список

1. Закс В.С. Об одной возможности повышения точности регулирования в следящих системах циклического действия // Автоматика и телемеханика. 1981. – №1. – С.170 – 174.
2. Shinji Hara, Yutaka Yamamoto, Tohru Omara, Micho Nakato. Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals // IEEE Transactions on automatic control. 1988. – Vol. 33, N 7.

– P. 659 – 668.

3. *Luis T. Aguilar, Igor Boiko, Leonid Fridman, Rafael Iriarte.* Generating Self-Excited Oscillations via Two-Relay Controller // *IEEE Transactions on automatic control.* 2009. – Vol. 54, N 2. – P.416 – 420.

4. *Zhen Zhang, Andrea Serrani.* Adaptive Robust Output Regulation of Uncertain Linear Periodic Systems // *IEEE Transactions on automatic control.* 2009. – Vol. 54, N 2. – P.266 – 278.

5. *Еремин Е.Л., Капитонова М.С.* Адаптивная система управления T -периодическими нелинейными объектами // *Проблемы управления.* 2007. – № 1. – С. 2 – 7.

6. *Еремин Е.Л., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Комбинированные алгоритмы системы робастно-периодического управления нелинейным объектом с

запаздыванием // *Информатика и системы управления.* 2009. – № 3(21). – С. 125 – 135.

7. *Лебянов Б.Н., Теличенко Д.А., Шеленок Е.А.* Комбинированная система управления априорно неопределенным нелинейным объектом с запаздыванием по состоянию // *Информатика и системы управления.* 2010. – № 1(23). – С. 156 – 166.

8. *Краснова С.А.* Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем: Автореф. дис. д-ра техн. наук. – М: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2003. – 38 с.

9. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Робастное управление нелинейным объектом со стационарным наблюдателем и быстродействующей эталонной моделью // *Информатика и системы управления.* 2008. – № 4(18). – С. 122 – 130.