

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.3.06

*А.И. Баранчиков, А.Ю. Громов*

### АЛГОРИТМ ДЕКОМПОЗИЦИИ СХЕМЫ РЕЛЯЦИОННОЙ БАЗЫ ДАННЫХ С АТРИБУТАМИ РАЗЛИЧНОЙ СТЕПЕНИ КОНФИДЕНЦИАЛЬНОСТИ И МНОГОЗНАЧНЫМИ ЗАВИСИМОСТЯМИ

*Предлагается алгоритм построения схем реляционных баз данных на основе множества многозначных и функциональных зависимостей, учитывающий атрибуты различной степени секретности и использующий метод декомпозиции. Проведена оценка временной сложности и сходимости алгоритма.*

*Ключевые слова: реляционная, многозначная зависимость, конфиденциальность, декомпозиция, атрибут.*

**Введение.** Концепция декомпозиции без потерь является одной из основных при проектировании схем реляционных баз данных и находит отражение в трудах многих ученых, занимавшихся вопросом нормализации отношений [3,4]. Модифицированные алгоритмы декомпозиции [1] схем реляционных баз данных, учитывающие различную степень конфиденциальности атрибутов, не учитывают многозначные зависимости (*MV*-зависимости) [3], что требует расширить функционал существующих алгоритмов за счет учета их наличия.

Функциональная зависимость (*F*-зависимость) — это связь типа "многие к одному" между двумя множествами атрибутов отношения.

Переменная отношения  $R\{A,B,C\}$  удовлетворяет многозначной зависимости  $A \twoheadrightarrow B|C$  тогда и только тогда, когда множество значений атрибута  $B$ , соответствующее заданной паре значений атрибутов  $AC$ , зависит только от значения атрибута  $A$  и аналогично этому множество значений атрибута  $C$ , соответствующее заданной паре значений атрибутов  $AB$ , зависит только от значения атрибута  $A$  [4].

**Цель работы** - разработка алгоритма построения схемы реляционной базы данных на основе многозначных и функциональных зависимостей, учитывающего атрибуты различной степени конфиденциальности на основе метода декомпозиции. Такие схемы баз данных удовлетворяют особой разновидностью четвертой нормальной формы (4НФ).

Разработанный алгоритм приводит отношения к 4НФ. Поскольку схема  $R$  отношения  $r$  находится в четвертой нормальной форме (4НФ) тогда и только тогда, когда в случае существования таких подмножеств  $A$  и  $B$  атрибутов этой схемы отношения  $R$ , для которых выполняется нетривиальная многозначная зависимость  $A \twoheadrightarrow B$ , все атрибуты схемы отношения  $R$  также функционально зависят от атрибута  $A$  [4], то алгоритм может базироваться на этом свойстве.

Для соблюдения требований к нормализации итоговых схем баз данных и учета секретности их атрибутов используем правила [1,2]:

**S1** - если в нормализованном отношении имеются открытые и секретные атрибуты, то все секретные атрибуты должны войти в новое отношение;

**S2** - в этом отношении могут присутствовать открытые атрибуты только в том случае, если это необходимо для поддержания целостности данных при выделении секретных атрибутов в отдельные отношения.

**Теоретические исследования.** Поскольку *MV*-зависимости связаны с декомпозицией без потерь следующим образом: отношение  $r$  удовлетворяет *MV*-зависимости  $X \twoheadrightarrow Y$  тогда и только тогда, когда  $r$  без потери информации разлагается в отношения со схемами  $R_1=XY$  и  $R_2=XZ$ , где  $r$  — отношение со схемой  $R$ ;  $X, Y, Z$  — подмножества из  $R$  такие, что  $Z=R-(XY)$  [3], то для выполнения правил **S1** и **S2** необходимо ввести во входное множество *F*- и *MV*-

зависимостей избыточность для учёта секретности атрибутов, вид которой будет описан далее.

Алгоритм построения схемы реляционной базы данных на основе многозначных зависимостей, учитывающий атрибуты различной степени секретности, будет выглядеть следующим образом:

вход: множество  $F$ - и  $MV$ -зависимостей  $F$  над  $R$ , множество ключей  $K$ , подмножества  $X$  (открытых) и  $Y$  (секретных) атрибутов, принадлежащих  $R$  ( $X \cap Y = \emptyset$  и  $X \cup Y = R$ );

выход: полная схема базы данных  $R$  с учетом секретных атрибутов.

### Определение 1

Усиленная с точки зрения секретности атрибутов третья нормальная форма (S-усиленная ЗНФ или 3SNF). Отношение находится в S-усиленной ЗНФ, если оно находится в ЗНФ и все неключевые атрибуты отношения относятся к одному классу секретности.

### Определение 2

Усиленная с точки зрения секретности атрибутов четвертая нормальная форма (S-усиленная 4НФ или 4SNF). Отношение находится в S-усиленной 4НФ, если оно находится в 4НФ и все неключевые атрибуты отношения относятся к одному классу секретности.

Рассмотрим приведение исходной схемы отношения  $R=(R_1, R_2, \dots, R_n)$  к 4SNF, основанное на декомпозиции отношений  $R_i$  в том случае, если они не удовлетворяют условиям нормализации и конфиденциальности. В работе [1] описаны алгоритмы, позволяющие получать отношения, удовлетворяющие условиям 3SNF для множества  $F$ -зависимостей.

Для множества  $MV$ -зависимостей по ранее описанным требованиям к отношениям  $R_i$  для удовлетворения 4SNF происходит декомпозиция данных отношений.

**Экспериментальные исследования. Построение схемы реляционной базы данных на основе декомпозиции входных отношений.**

Алгоритм **DekompMV**:

вход: множество зависимостей  $U$ , включающее подмножества  $F$ -зависимостей  $F$  и  $MV$ -зависимостей  $MV$  ( $U=F \cup MV$ ), множество ключей  $K$ , подмножества  $X$ (открытых) и  $Y$ (секретных) атрибутов, принадлежащих  $R$  ( $X \cap Y = \emptyset$  и  $X \cup Y = R$ ).

Выход: схема баз данных  $R=(R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_n)$ , удовлетворяющая S-усиленным ЗНФ и 4НФ.

Предполагается, что входное множество  $MV$ - и  $F$ -зависимостей является минимизированным и редуцированным.

**Шаг 1.** Добавление избыточности во входное множество атрибутов. Для каждого входного секретного ключевого атрибута  $K_i$  схемы  $R$  вводится избыточность в виде атрибутов  $K_i'$ , таких что:

$K_i \rightarrow K_i'$  и  $K_i' \rightarrow K_i$ , то есть  $K_i \leftrightarrow K_i'$ , где  $K$  – множество входных ключевых атрибутов,  $K'$  – множество атрибутов, введённых для однозначного определения секретных ключевых входных атрибутов.

**Шаг 2.** Обработка схем отношений  $R_i$ . Происходит декомпозиция схем отношений  $R_i$ , либо неудовлетворяющих ЗНФ, либо удовлетворяющих  $MV$ -зависимостям (схема  $R_i$  удовлетворяет  $MV$ -зависимости). (Приведение к ЗНФ, не содержащей  $MV$ -зависимостей.)

Перебор схем отношений  $R_i$ : если схема  $R_i$  содержит транзитивную зависимость вида  $A \rightarrow B \rightarrow C$ , где  $A$  – ключевой атрибут,  $B$  и  $C$  неключевые атрибуты, то разложить схему  $R_i$  на схемы:  $R_{i1}=ABD$  и  $R_{i2}=AC$ , где  $D=R-ABC$  (оставшаяся часть заголовка схемы отношения  $R_i$ ). Если над схемой  $R_i$  определена многозначная зависимость вида  $A \twoheadrightarrow B|C$ , то разложить схему  $R_i$  на схемы:  $R_{i1}=ABD$  и  $R_{i2}=AC$ , где  $D=R_i-ABC$  (оставшаяся часть заголовка схемы отношения  $R_i$ ).

Цикл по  $R_i$  продолжается до тех пор, пока все  $R_i$  не будут удовлетворять 4НФ.

**Шаг 3.** Обработка схем отношений  $R_j$ , удовлетворяющих требованиям нормализации, то есть полученным на шаге 2, для удовлетворения требований конфиденциальности.

Перебор схем отношений  $R_j$ , содержащих секретные атрибуты  $A_i \in Y$ : декомпозиция схемы  $R_j$  на схемы:  $R_{j1}=AX$  и  $R_{j2}=AY$ ; в схеме, содержащей только открытые атрибуты в правой части, заменить секретные ключевые атрибуты  $A_i$  на  $A_i'$ .

Алгоритм **DekompMV**:

begin

**Шаг 1.**

for  $i=1$  to  $n$  do if  $K_i \in Y$  then  $K' = K' + K_i'$ ;

**Шаг 2.**

for каждая схема  $R_i \in R$  do  $MV' = MV$ ;  
for каждая  $MV$ -зависимость  $MV_j$  вида  $A \twoheadrightarrow B|C$  do  $D_j = R_i - ABC$ ;

if  $D_j \neq \emptyset$  then

begin  $R_{i1} = ABD$ ;  $R_{i2} = AC$ ; end

else begin  $R_{i1} = AB$ ;  $R_{i2} = AC$ ; end;

$MV' = MV' - MV_j$ ;

for каждая схема  $R_i \in R$  do

for каждая  $F$ -зависимость  $F_j$  вида  $A \rightarrow B$   
do begin  $F_j' = F_j$ ;

if  $A$  – ключ отношения  $R_i$  then

for каждая  $F$ -зависимость  $F_k$  вида  $E \rightarrow C$  do if  $B = E$  then begin

$$D_{jk}=R_i-ABC; R_{ijk1}=ABD; R_{ijk2}=BC; \text{end}; \\ F'_j=F'_j-F_k;$$

**Шаг 3.**

for каждая схема  $R_i \in R$  do  
 for каждый неключевой атрибут  $A_j$  do  
 if  $A_j \in Y$  then  $Y_i=Y_i+A_j$  else  $X_i=X_i+A_j$ ;  
 for каждый ключевой атрибут  $A_k$  do  
 if  $A_k \in Y$  then begin  
 $KS_i=KS_i+A_k$ ;  $KO_i=KO_i+A_k$ ; end  
 else begin  
 $KS_i=KS_i+A_k$ ;  $KO_i=KO_i+A_k$ ; end;  
 if  $X_i \supset \emptyset$  then  $RO_i=KO_i X_i$ ;  
 if  $Y_i \supset \emptyset$  then  $RS_i=KS_i X_i$ ;  
 end.

Рассмотрим выполнение алгоритма на примере:

$$R=ABCQETGHJKLMP;$$

$$A \rightarrow BCQETGHJKLMP;$$

$$U=\{A \rightarrow \rightarrow BM|C, \quad QK \rightarrow E, \quad E \rightarrow TL,$$

$$GN \rightarrow \rightarrow H|J\}$$

$$MV=\{A \rightarrow \rightarrow BM|C, GN \rightarrow \rightarrow H|J\}$$

$$F=\{QK \rightarrow EP, E \rightarrow TL\}$$

$$\text{Шаг 1. } A=A+\{Q, N\}$$

**Шаг 2.** Обработка  $MV$ -зависимостей:

$$R_1=ABCQETGHJKLMP;$$

$$MV_1=A \rightarrow \rightarrow BM|C;$$

$$D_1=R_1-ABMC=QETGHJKLNP;$$

$$R_{11}=ABMQETGHJKLNP; R_{12}=AC;$$

$$MV^*=MV^*-\{A \rightarrow \rightarrow BM|C\};$$

$$MV_2=GN \rightarrow \rightarrow H|J;$$

$$D_2=R_{11}-GNHJ=ABMQETKLP;$$

$$R_{111}=ABMQETGHKLP; R_{112}=GNJ;$$

$$MV^*=MV^*-\{GN \rightarrow \rightarrow H|J\}; MV^*=\emptyset;$$

Обработка  $F$ -зависимостей:

$$R_{111}=ABMQETGHKLP;$$

$$F_1=A \rightarrow BCDETGHJKLMP;$$

$$F_2=QK \rightarrow EP;$$

$$D_{11}=R_{111}-AQKEP=BMGTGHL;$$

$$R_{1111}=AQKBMGTGHL; R_{1112}=QKEP;$$

$$F_3=E \rightarrow TL;$$

$$F^*=F^*-\{A \rightarrow BCQETGHJKLMP\};$$

Полученный набор схем  $R_i$  удовлетворяет  $4NF$ .

$$\text{Шаг 3. } R_{1111}=AQKBMGTGHL;$$

$$X_{1111}=KBTGH; Y_{1111}=QML; KO_{1111}=A;$$

$$KS_{1111}=A;$$

$$RO_{1111}=AKBTGH; RS_{1111}=AQML;$$

$$R_{12}=AC; R_{112}=GNJ;$$

$$X_{112}=\emptyset; Y_{112}=J; KO_{112}=GN^*; KS_{112}=GN;$$

$$RS_{112}=GNJ; R_{1112}=QKEP;$$

$$X_{1112}=E; Y_{1112}=P; KO_{1112}=Q^*K; KS_{1112}=QK;$$

$$RO_{1112}=Q^*KE; RS_{1112}=QKP;$$

Результат работы алгоритма:

$$R=\{AKBTGH, AQML, AC, GNJ, Q^*KE,$$

$$QKP\}.$$

Алгоритм **DekompMV** является сходя-

щимся, так как входные множества атрибутов  $A$  и зависимостей  $U$  конечны, а значит и число шагов, необходимых для их обработки, является конечным.

Под элементарной операцией будем понимать шаг алгоритма. Пусть  $n$  – количество входных атрибутов,  $l$  – количество входных зависимостей,  $r$  – количество входных отношений, тогда временную сложность  $S$  алгоритма **DekompMV** можно рассчитать следующим образом.

- За  $n$  шагов (худший случай) происходит добавление избыточности ко входному множеству атрибутов.
- Обработка множества многозначных зависимостей  $MV$  происходит за  $l(1+2)$  шагов. Такая обработка выполняется для каждого отношения  $R_i$ .
- Обработка функциональных зависимостей происходит за  $3rl^2$  шагов.

Таким образом, обработка схем отношений  $R_i$  происходит за  $(3rl^2 + 2rl)$  шагов.

Удовлетворение требований конфиденциальности происходит за  $(rn + 2n + 2)$ .

Упростим оценку временной сложности, приняв  $r=l=n$  ( $n>l$ ,  $n>r$ ) и пренебрегая коэффициентами и слагаемыми, являющимися константами:

$$S \approx n + 3rl^2 + 2rl + rn + 2n + 2 \approx n^3 + n^2 + n.$$

Временная сложность алгоритма

**DekompMV** имеет порядок  $O(n^3)$ .

Выводы:

- разработан алгоритм, позволяющий строить схемы реляционных баз данных на основе многозначных зависимостей, учитывающий атрибуты различной степени конфиденциальности;
- доказана сходимость данного алгоритма;
- показана полиномиальная временная сложность алгоритма.

**Библиографический список**

1. Баранчиков А.И., Громов А.Ю. Алгоритм построения схемы реляционной базы данных, содержащей атрибуты различной степени секретности // Информатика и прикладная математика. - Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина, 2008. - С. 7 - 12.

2. Баранчиков А.И., Громов А.Ю. Алгоритм синтеза реляционной базы данных, учитывающий атрибуты различной степени секретности // Системы управления и информационные технологии, 2009, N3(37) - С. 25 - 37.

3. Мейер Д. Теория реляционных баз данных. - М.: Мир, 1987. - 608 с.

4. К. Дж. Дейт Введение в системы баз данных = Introduction to Database Systems. — 8-е изд. — М.: Вильямс, 2006. — С. 1328. — ISBN 0-321-19784-4.

УДК 512: 517 (075.8)

**А.И. Новиков****О СУММИРОВАНИИ МНОГОЧЛЕНОВ  
И МЕТОДЕ НЕОПРЕДЕЛЁННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ**

Рассмотрены примеры реальных задач, в которых возникает необходимость нахождения сумм многочленов натурального аргумента. Обсуждаются исторические аспекты решения задачи. Приведены конструктивные алгоритмы вывода конечных формул для сумм многочленов (1).

**Ключевые слова:** суммирование многочленов, прямые методы суммирования.

**Введение.** В статье рассматривается задача нахождения сумм вида

$$S_m(n) = \sum_{k=1}^n P_m(k), \quad n \in \mathbf{N}, \quad (1)$$

где  $P_m(k) = a_0 + a_1 k + a_2 k^2 + \dots + a_m k^m$ ,  $m \in \mathbf{N}$  – многочлен, рассматриваемый на множестве натуральных значений аргумента  $k$ .

Частным случаем (1) являются суммы

$$S_m(n) = \sum_{k=1}^n k^m, \quad m \in \mathbf{N}. \quad (2)$$

**Цель работы** заключается в описании оригинального метода вывода конечных формул для нахождения сумм вида (1) и (2).

**Приложения сумм вида (1) и (2).** Задачи, связанные с вычислением сумм подобного рода, возникают в различных разделах математики. Суммы (2) приходится вычислять в задаче выделения методом наименьших квадратов полиномиального тренда из аддитивной смеси  $y_t + \varepsilon_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ , низкочастотной (тренда)  $y_t$  и случайной  $\varepsilon_t$  составляющих [1, с. 506-516; 2, с. 291]. Суммы более общего вида (1) возникают при определении вычислительной эффективности (числа медленных и быстрых операций) конкретного численного алгоритма. Например, суммы  $\sum_{k=1}^n k(k+1)$ ,  $\sum_{k=1}^{n-2} k(n-k+1)$  находят при определении числа медленных операций (умножение и деление) в методах Гаусса [3, с. 278] и квадратного корня [4, с. 9] соответственно (методы решения систем линейных алгебраических уравнений).

**Об истории методов суммирования.** Формула для сумм  $1^4 + 2^4 + \dots + n^4$

$$\left( \sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30} \right)$$

была известна узбекскому математику Аль-Каши (v в.) [5, с. 46]. Конечные выражения для первых

десяти сумм  $\sum_{k=1}^n k^m$ ,  $m = 1, 2, \dots, 10$  Якоб Бернулли

привёл в книге «Искусство предположений», ч. II в 1713 г. [6, с. 81]. Позже он вывел общую формулу для произвольных значений  $m$ ,  $m \in \mathbf{N}$ . Эта формула в современных обозначениях имеет следующий вид

$$\sum_{k=1}^n k^m = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m B_k \cdot C_{m+1}^k (n+1)^{m+1-k}, \quad (3)$$

где  $B_k$  – коэффициенты, называемые числами Бернулли:

$$C_{m+1}^k = \frac{(m+1)m(m-1)\dots(m-k+2)}{k!},$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, m -$$

числа сочетаний.

В учебных и даже научных задачах показатель  $m$  в суммах (2) не превосходит, как правило, значений 8...10. Соответственно для использования формулы (3) достаточно знать первые 8...10 чисел Бернулли:

$$B_0 = 1, \quad B_1 = -\frac{1}{2}, \quad B_2 = \frac{1}{6}, \quad B_3 = 0,$$

$$B_4 = -\frac{1}{30}, \quad B_5 = 0, \quad B_6 = \frac{1}{42}, \quad B_7 = 0,$$

$$B_8 = -\frac{1}{30}, \quad B_9 = 0, \quad B_{10} = \frac{5}{66}.$$

Все числа Бернулли с нечетными номерами, кроме  $B_1$ , равны нулю. Знаки чисел Бернулли с четными номерами чередуются. Это общие

свойства чисел Бернулли.

Приведём в качестве примера вычисление суммы  $\sum_{k=1}^n k^m$  по формуле (3) при  $m = 4$ .

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{1}{5} (B_0 C_5^0 (n+1)^5 + B_1 C_5^1 (n+1)^4 + B_2 C_5^2 (n+1)^2 + B_4 C_5^4 (n+1)^5).$$

Учитывая, что  $C_5^0 = 1$ ,  $C_5^1 = 5$ ,  $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ ,

$C_5^4 = 5$ , находим

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n+1}{5} \left( (n+1)^4 - \frac{5}{2} (n+1)^3 + \frac{5}{3} (n+1)^2 - \frac{1}{6} \right)$$

и, наконец, после очевидных преобразований получаем тождество (4):

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}. \quad (4)$$

**Прямые методы суммирования.** Они позволяют легко получать конечные формулы для любых сумм вида (1) и (2). В основе прямых методов суммирования многочленов лежит следующее утверждение.

**Утверждение 1.** Существует единственный многочлен

$$Q_{m+1}(n) = b_1 n + b_2 n^2 + \dots + b_{m+1} n^{m+1} \quad (5)$$

такой, что  $\sum_{k=1}^n P_m(k) = Q_{m+1}(n)$ .

В частности, каждая сумма  $\sum_{k=1}^n k^m = S_m(n)$

является многочленом (5) степени  $(m+1)$  относительно параметра  $n$  – верхнего предела суммирования.

Справедливость утверждения 1 следует из тождества

$$(n+1)^{m+1} = 1 + \sum_{i=0}^m C_{m+1}^i S_i(n). \quad (6)$$

Откуда

$$S_m(n) = \frac{1}{m+1} \left[ (n+1)^{m+1} - 1 - \sum_{i=0}^{m-1} C_{m+1}^i S_i(n) \right].$$

Используя эту формулу и формулы  $S_0(n) = n$ ,

$$S_1(n) = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ легко доказать по индукции,}$$

что  $S_m(n) = Q_{m+1}(n)$ .

Следующий шаг в алгоритме вычисления сумм (1) и (2) с использованием утверждения 1 заключается в нахождении неизвестных

коэффициентов  $b_1, b_2, \dots, b_{m+1}$  многочлена  $Q_{m+1}(n) = S_m(n+1)$ . Будем считать для простоты, что ищутся суммы (2), т.е.

$$S_m(n) = \sum_{k=1}^n k^m.$$

Наиболее простой и широко используемый на практике способ основан на построении разностей

$$S_m(n+1) - S_m(n) = Q_{m+1}(n+1) - Q_{m+1}(n). \quad (7)$$

Конкретизируем вид разностей в левой и правой частях формулы (7). Легко проверить, что

$$S_m(n+1) - S_m(n) = (n+1)^m.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} S_m(n+1) - S_m(n) &= \sum_{k=1}^{n+1} k^m - \sum_{k=1}^n k^m = \\ &= \left( \sum_{k=1}^n k^m + (n+1)^m \right) - \sum_{k=1}^n k^m = (n+1)^m. \end{aligned}$$

Применив формулу бинома Ньютона к  $(n+1)^m$ , будем иметь окончательно

$$\begin{aligned} S_m(n+1) - S_m(n) &= \\ &= n^m + C_m^1 n^{m-1} + \dots + C_m^{m-1} n + 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь учтено, что  $C_m^0 = C_m^m = 1$ .

Правая часть формулы (7) с учётом (5) приводится к виду:

$$\begin{aligned} Q_{m+1}(n+1) - Q_{m+1}(n) &= b_{m+1} \left( (n+1)^{m+1} - n^{m+1} \right) + \\ &+ b_m \left( (n+1)^m - n^m \right) + \\ &+ \dots + b_2 \left( (n+1)^2 - n^2 \right) + b_1 \left( (n+1) - n \right) \end{aligned}$$

или после упрощения с использованием бинома Ньютона

$$\begin{aligned} Q_{m+1}(n+1) - Q_{m+1}(n) &= b_{m+1} \left( \sum_{k=1}^{m+1} C_{m+1}^k n^{m+1-k} \right) + \\ &+ b_m \left( \sum_{k=1}^{m+1} C_m^k n^{m-k} \right) + \\ &+ \dots + b_3 (3n^2 + 3n + 1) + b_2 (2n + 1) + b_1. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставив (8) и (9) в (7), получим тождество

$$\begin{aligned} n^m + C_m^1 n^{m-1} + \dots + C_m^{m-1} n + 1 &= \\ &= b_{m+1} \left( \sum_{k=1}^{m+1} C_{m+1}^k n^{m+1-k} \right) + \\ &+ b_m \left( \sum_{k=1}^m C_m^k n^{m-k} \right) + \dots + b_2 (2n + 1) + b_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $n$  в левой и правой частях тождества, получаем треугольную систему

$(m+1)$ -го уравнения относительно  $(m+1)$  неизвестного  $b_1, b_2, \dots, b_{m+1}$

$$\begin{cases} C_{m+1}^1 b_{m+1} = 1, \\ C_{m+1}^2 b_{m+1} + C_m^1 b_m = C_m^1, \\ C_{m+1}^3 b_{m+1} + C_m^2 b_m + C_{m-1}^1 b_{m-1} = C_m^2, \\ \dots \\ C_{m+1}^{m+1} b_{m+1} + C_m^m b_m + \dots + C_1^1 b_1 = 1. \end{cases} \quad (11)$$

Определитель этой системы равен  $C_{m+1}^1 C_m^1 \dots C_2^1 C_1^1 = (m+1)!$ . Поэтому она имеет единственное решение, которое легко находится, особенно для конкретных значений  $m$ .

Рассмотрим два примера нахождения таким способом (цепочка преобразований (7) – (10))

сумм  $\sum_{k=1}^n k^4$  ( $m=4$ ) и  $\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)$ .

**Пример 1.** Найдем сумму

$$S_4(n) = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4.$$

**Решение.** В соответствии с утверждением 1 существует многочлен

$$Q_5(n) = An + Bn^2 + Cn^3 + Dn^4 + En^5$$

такой, что  $S_4(n) = Q_5(n)$ , т.е.

$$\begin{aligned} S_4(n) = \sum_{k=1}^n k^4 &= An + Bn^2 + \\ &+ Cn^3 + Dn^4 + En^5. \end{aligned} \quad (12)$$

По аналогии с (12) запишем выражение для суммы  $S_4(n+1)$ . Одновременно учтем, что

$$\sum_{k=1}^{n+1} k^4 = \sum_{k=1}^n k^4 + (n+1)^4.$$

$$\begin{aligned} S_4(n+1) = \sum_{k=1}^{n+1} k^4 &= \sum_{k=1}^n k^4 + (n+1)^4 = A(n+1) + B(n+1)^2 + \\ &+ C(n+1)^3 + D(n+1)^4 + E(n+1)^5. \end{aligned} \quad (13)$$

Вычитая из равенства (13) равенство (12), получаем тождество (10) для данного конкретного значения  $m=4$

$$\begin{aligned} (n+1)^4 &= E((n+1)^5 - n^5) + D((n+1)^4 - n^4) + \\ &+ C((n+1)^3 - n^3) + B((n+1)^2 - n^2) + \\ &+ A((n+1) - n). \end{aligned}$$

Выполнив необходимые преобразования, придём к равносильной форме записи этого тождества

$$\begin{aligned} n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1 &= \\ = E(5n^4 + 10n^3 + 10n^2 + 5n + 1) &+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ D(4n^3 + 6n^2 + 4n + 1) + \\ &+ C(3n^2 + 3n + 1) + B(2n + 1) + A. \end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $n$ , получаем треугольную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} n^4 : 1 &= 5E, \\ n^3 : 4 &= 10E + 4D, \\ n^2 : 6 &= 10E + 6D + 3C, \\ n : 4 &= 5E + 4D + 3C + 2B, \\ n^0 : 1 &= E + D + C + B + A. \end{aligned}$$

Решая эту систему, находим последовательно

$$E = \frac{1}{5}, D = \frac{1}{2}, C = \frac{1}{3}, B = 0, A = -\frac{1}{30}.$$

В итоге  $S_4(n) = \frac{n^5}{5} + \frac{n^4}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n}{30}$ , или

после несложных преобразований

$$S_4(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

**Ответ:**

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

**Пример 2.** Найдем сумму

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \sum_{k=1}^n (k^3 + 3k^2 + 2k).$$

**Решение.** В соответствии с утверждением 1:

$$S_3(n) = An + Bn^2 + Cn^3 + Dn^4. \quad (14)$$

$$S_3(n+1) = \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) + (n+1)(n+2)(n+3) =$$

$$= A(n+1) + B(n+1)^2 + C(n+1)^3 + D(n+1)^4.$$

Вычитая из этого равенства равенство (14), получаем тождество

$$\begin{aligned} (n+1)(n+2)(n+3) &= D((n+1)^4 - n^4) + \\ &+ C((n+1)^3 - n^3) + B((n+1)^2 - n^2) + A((n+1) - n) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} n^3 + 6n^2 + 11n + 6 &= D(4n^3 + 6n^2 + 4n + 1) + \\ &+ C(3n^2 + 3n + 1) + B(2n + 1) + A, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} n^3 : 1 &= 4D, \\ n^2 : 6 &= 6D + 3C, \\ n : 11 &= 4D + 3C + 2B, \\ n^0 : 6 &= D + C + B + A. \end{aligned}$$

Решив эту треугольную линейную систему,

получим  $D = \frac{1}{4}$ ,  $C = \frac{3}{2}$ ,  $B = \frac{11}{4}$ ,  $A = \frac{3}{2}$ .

В результате

$$S_3(n) = \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n^4}{4} + \frac{3}{2}n^3 + \frac{11}{4}n^2 + \frac{3}{2}n,$$

или после несложных преобразований

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

**Ответ:**

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3).$$

**Решение в общем виде.** Возвратимся вновь к системе линейных алгебраических уравнений (11) и решим ее в общем виде. Сначала упростим систему. Имеем

$$\begin{cases} (m+1)b_{m+1} = 1, \\ \frac{(m+1)m}{2!}b_{m+1} + mb_m = m, \\ \frac{(m+1)m(m-1)}{3!}b_{m+1} + \frac{m(m-1)}{2!}b_m + (m-1)b_{m-1} = \frac{m(m-1)}{2!}, \\ \dots \\ \frac{(m+1)m \dots (m-k+1)}{(k+1)!}b_{m+1} + \frac{m(m-1) \dots (m-k+1)}{k!}b_m + \dots + (m-k+1)b_{m-k+1} = \frac{m(m-1) \dots (m-k+1)}{k!}, \\ \dots \\ b_{m+1} + b_m + \dots + b_2 + b_1 = 1. \end{cases}$$

Разделим обе части каждого уравнения, кроме первого и последнего, на соответствующее выражение в правой части уравнения. В результате получим систему

$$\begin{cases} (m+1)b_{m+1} = 1, \\ \frac{m+1}{2}b_{m+1} + b_m = 1, \\ \frac{m+1}{3}b_{m+1} + b_m + \frac{2}{m}b_{m-1} = 1, \\ \dots \\ \frac{m+1}{3}b_{m+1} + b_m + \frac{k}{m}b_{m-1} + \frac{k(k-1)}{m(m-1)}b_{m-2} + \dots + \frac{k!}{m(m-1) \dots (m-k+2)}b_{m-k+1} = 1, \\ \dots \\ b_{m+1} + b_m + \dots + b_2 + b_1 = 1. \end{cases}$$

Решая эту систему сверху вниз, находим последовательно

$$b_{m+1} = \frac{1}{m+1}; \quad b_m = \frac{1}{2}; \quad b_{m-1} = \frac{m}{12}; \quad b_{m-2} = 0;$$

$$b_{m-3} = -\frac{1}{30} \frac{m(m-1)(m-2)}{4!}; \quad b_{m-4} = 0$$

$$b_{m-5} = \frac{1}{42} \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{6!};$$

$b_{m-6} = 0$  и т.д.

В таблице приведены значения коэффициентов  $b_1, b_2, \dots, b_{m+1}$  для значений  $m$  от 0 до 6.

**Таблица**

m	b <sub>i</sub>						
	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>7</sub>
0	1						
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$					
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$				
3	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$			
4	$-\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$		
5	0	$-\frac{1}{12}$	0	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	
6	$\frac{1}{42}$	0	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$

В соответствии с данной таблицей

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n^3 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^4 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \left(\sum_{k=1}^n k\right)^2,$$

$$\sum_{k=1}^n k^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30} =$$

$$= \frac{3n^2+3n-1}{5} \cdot \sum_{k=1}^n k^2,$$

$$\sum_{k=1}^n k^5 = -\frac{1}{12}n^2 + \frac{5}{12}n^4 + \frac{1}{2}n^5 + \frac{1}{6}n^6 =$$

$$= \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12} = \frac{(2n^2+2n-1)}{3} \left(\sum_{k=1}^n k\right)^2,$$

$$\sum_{k=1}^n k^6 = \frac{1}{42}n - \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^5 + \frac{1}{2}n^6 + \frac{1}{7}n^7 =$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$$

$$= \frac{(3n^4 + 6n^3 - 3n + 1)}{7} \cdot \sum_{k=1}^n k^2.$$

**Заключение.** В статье рассмотрены различные способы нахождения сумм многочленов натурального аргумента с целочисленными коэффициентами. Для использования в прикладных задачах в качестве приоритетного выделен прямой метод вывода конечных формул. Статья может представлять интерес для молодых ученых, занимающихся математическим моделированием и разработкой математических методов обработки реальной информации.

УДК 621.372.413

**И.А. Львова**

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ МИКРОВОЛНОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

*Проводится исследование параметров колебательных систем на основе дискового и кольцевого диэлектрических резонаторов с подстроечным элементом в виде диэлектрического диска. Для основного колебания  $H_{01}$  получены зависимости диапазона перестройки от геометрических размеров элементов колебательной системы.*

**Ключевые слова:** диэлектрический резонатор, колебательная система, диапазон перестройки.

**Введение.** Основным элементом измерительных преобразователей с частотно-модулированным выходным сигналом является колебательная система (КС) на основе объемного диэлектрического резонатора (ОДР), которая обеспечивает изменение резонансной частоты в зависимости от воздействия на резонатор перемещающегося возмущающего тела. В работе [1] смоделирован преобразователь перемещения на основе автогенераторной схемы с цилиндрическим ОДР. Диапазон измерений данного устройства ограничивается малой полосой перестройки, порядка нескольких процентов от значения нижней частоты диапазона.

В работе [2] предложена методика расчета, позволяющая с высокой точностью (погрешность расчета частоты составляет около 1 % для основного типа колебания  $H_{01}$ ) анализировать КС различной формы на основе ОДР. Показано, что увеличение диапазона перестройки резонансной частоты КС возможно за счет использования в качестве элемента перестройки диска из диэлектрика.

Целью работы является: исследование характеристик КС на основе экранированных

- Библиографический список**
1. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
  2. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика. – М.: Финансы и кредит, 1982. – 319 с.
  3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966. – 664 с.
  4. Новиков А.И. Численные методы линейной алгебры. – Рязань, РГРТУ, 2002. – 52 с.
  5. Малаховский В.С. Введение в математику. – Калининград: изд. “Янтарный сказ”, 1998. – 440 с.
  6. Никифоровский В.А. Великие математики Бернулли. – М.: Наука, 1984. – 180 с.

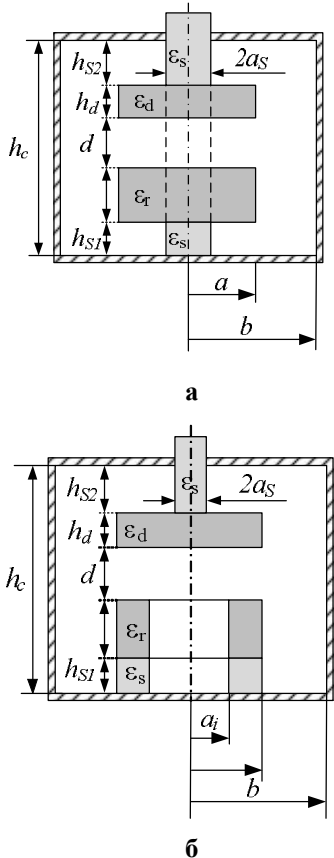
дисковых и кольцевых диэлектрических резонаторов (ДДР и КДР) при перестройке частоты диэлектрическими дисками; разработка рекомендаций для проведения непосредственного инженерного расчета параметров КС на основе полученных в результате исследований численных данных с целью обеспечения требуемых значений диапазона перестройки  $\Delta f$  и нижней частоты диапазона  $f_n$ .

**Теоретические исследования.** Рассмотрим конструкции экранированных колебательных систем на базе цилиндрических диэлектрических резонаторов в виде диска (рисунок 1, а) или кольца (рисунок 1, б), перестраиваемых диском из диэлектрика. Использование резонаторов данной формы обусловлено их высокой технологичностью.

На основе представленной в работе [2] методики расчета КС на ОДР проведем исследование характеристик перестройки экранированных ДДР и КДР. При минимальном расстоянии  $d=0$  между ДР и диэлектрическим элементом перестройки частота колебания  $H_{01}$  принимает наименьшее значение, а при максимальном  $d=d_{max}$  – наибольшее. Таким образом,

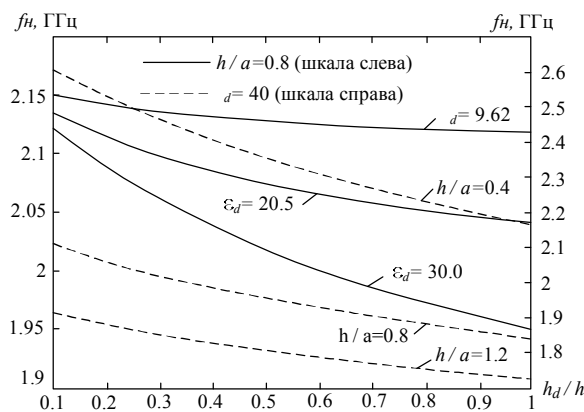


для того чтобы определить значения  $f_n$  и  $\Delta f$ , необходимо произвести расчет частот в двух точках, соответствующих крайним положениям элемента перестройки. Результаты теоретического анализа - зависимости диапазона перестройки частоты основного колебания  $H_{01}$  от соотношения размеров диэлектрического резонатора и подстроечного диска (ПД), а также от величины диэлектрической проницаемости последнего - представлены на рисунке 2.

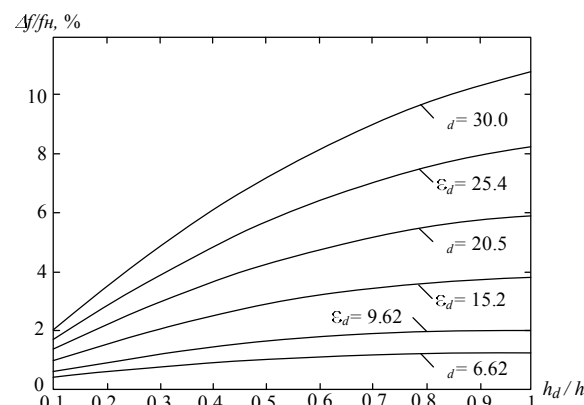


**Рисунок 1 - Конструкции КС на основе цилиндрических ДР: а - в виде диска; б - в виде кольца**

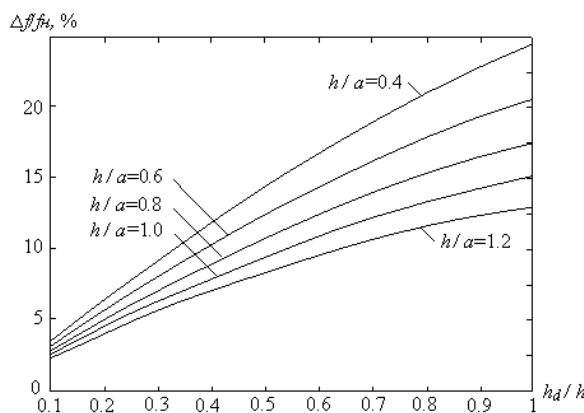
Из рисунка 2 видно, что при увеличении  $h_d/h$  начальные значения частот  $f_n$  уменьшаются, а диапазон перестройки  $\Delta f / f_n$  увеличивается. Следует отметить, что максимальный диапазон перестройки при использовании в качестве материала подстроечного диска с  $\epsilon_d < \epsilon_r$ , составляет величину чуть менее 11% (рисунок 2, б). В случае если ДР и элемент подстройки изготовлены из материала с одинаковыми значениями  $\epsilon_d = \epsilon_r$  (рисунок 2, в), относительный диапазон перестройки  $\Delta f / f_n$  может увеличиться до 19 %, причем при увеличении отношения высоты диэлектрического резонатора к его радиусу  $h/a$  ширина полосы перестройки уменьшается.



**а)  $d=0$**



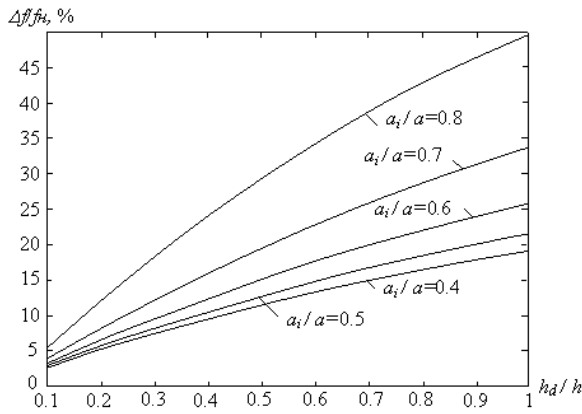
**б)  $d=d_{max}, \epsilon_d < \epsilon_r, h/a = 0,8$**



**в)  $d=d_{max}, \epsilon_d = \epsilon_r$**

**Рисунок 2 - Характеристики ДДР, перестраиваемого диэлектрическим диском ( $\epsilon_r = 40,0; a = 12,23$  мм;  $\epsilon_s = 2,74$ ;  $a_s = 3,35$  мм;  $h_{s1} = 10,0$  мм;  $b = 30,1$  мм;  $h_c = 50,2$  мм)**

Использование кольцевого ДР вместо дискового позволяет несколько расширить диапазон перестройки (рисунок 3). Как видно из этого рисунка, использование КДР с параметрами  $h/a = a_i/a = 0,8$  позволяет достичь  $\Delta f / f_n = 50$  %. При уменьшении внутреннего радиуса КДР, а также при увеличении его высоты при неизменном внешнем радиусе диапазон перестройки уменьшается.



**Рисунок 3 - Характеристики КДР, перестраиваемого диэлектрическим диском ( $d=d_{max}$ ;  $h/a=0,8$ ;  $\epsilon_r=40,0$ ;  $a=2,23$  мм;  $\epsilon_s=2,74$ ;  $a_s=3,35$  мм;  $h_{S1}=10,0$  мм;  $b=30,1$  мм;  $h_c=50,2$  мм)**

Таким образом, диски из диэлектрика используются для обеспечения широкого диапазона перестройки при сохранении размеров самого резонатора в пределах этого диапазона. Это позволяет расширить диапазон измеряемых величин при использовании колебательной системы с диэлектрическим ПД в микроволновых преобразователях физических величин.

Численные данные, представленные на рисунках 2 и 3, позволяют разработать рекомендации для непосредственного инженерного расчета параметров ДДР и КДР, перестраиваемых диэлектрическими дисками, обеспечивающих требуемые значения  $\Delta f$  и  $f_n$ , минуя трудоемкий процесс нахождения корней соответствующих характеристических уравнений.

Например, с использованием данных, пред-

ставленных на рисунке 2, необходимо произвести расчет экранированного ДДР, перестраиваемого диском из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon_d = 20,5$ . Требуемые характеристики: значение относительного диапазона перестройки  $(\Delta f / f_n)_{mp} \geq 4\%$ , значение нижней частоты диапазона  $f_n^{mp} = 3$  ГГц.

По графику (рисунок 2, а) определяем, что требуемый диапазон перестройки может быть получен при отношении  $h_d/h \geq 0,45$ .

С помощью графика (рисунок 2, а) или с использованием аналитического выражения (см. таблицу), полученного путем аппроксимации соответствующей кривой на этом графике, методом наименьших квадратов [3] рассчитываем значение  $f_n$ , соответствующее найденному  $h_d/h$ :

$$f_n = 0,0751 \cdot 0,45^3 + 0,2172 \cdot 0,45^2 - 0,2607 \cdot 0,45 + 2,1597 = 2,0795 \text{ ГГц.}$$

Поскольку рассчитанное значение частоты меньше требуемого, можно воспользоваться принципом электродинамического подобия [4], для чего определим масштабный коэффициент

$$\eta = \frac{f_n^{mp}}{f_n} = \frac{3}{2,0795} = 1,4427.$$

Искомые параметры резонатора:

$$a = \frac{12,23}{\eta} = 8,477 \text{ мм; } \frac{h}{a} = 0,8;$$

$$a_s = \frac{3,35}{\eta} = 2,322 \text{ мм; } h_{S1} = \frac{10,0}{\eta} = 6,932 \text{ мм;}$$

$$b = \frac{30,1}{\eta} = 20,86 \text{ мм; } h_c = \frac{50,2}{\eta} = 34,80 \text{ мм.}$$

$\frac{h}{a}$	$\epsilon_d$	Аппроксимация многочленами графиков, представленных на рисунке 2,а
0,8	9,62	$f_n = -0,0392 \cdot (h_d/h)^3 + 0,1062 \cdot (h_d/h)^2 - 0,1093 \cdot (h_d/h) + 2,1609, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$
	20,5	$f_n = -0,0751 \cdot (h_d/h)^3 + 0,2172 \cdot (h_d/h)^2 - 0,2607 \cdot (h_d/h) + 2,1597, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$
	30,0	$f_n = -0,0950 \cdot (h_d/h)^3 + 0,2889 \cdot (h_d/h)^2 - 0,4034 \cdot (h_d/h) + 2,1593, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$
0,4	40	$f_n = -0,1456 \cdot (h_d/h)^3 + 0,5031 \cdot (h_d/h)^2 - 0,8829 \cdot (h_d/h) + 2,6876, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$
0,8		$f_n = -0,1045 \cdot (h_d/h)^3 + 0,3479 \cdot (h_d/h)^2 - 0,5636 \cdot (h_d/h) + 2,1598, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$
1,2		$f_n = -0,0772 \cdot (h_d/h)^3 + 0,2613 \cdot (h_d/h)^2 - 0,4088 \cdot (h_d/h) + 1,9500, 0,1 \leq h_d/h \leq 1$

Аналогично, используя результаты исследований характеристик КДР, можно провести расчет элементов КС на основе КДР.

**Заключение.** На основе методики расчета экранированного диэлектрического резонатора,

перестраиваемого с помощью диэлектрического диска, проведены исследования параметров КС на ОДР. Показано, что с увеличением диэлектрической проницаемости материала ПД диапазон перестройки частоты низшего магнитного коле-

бания  $N_{01}$  возрастает. В целом максимально возможный диапазон перестройки частоты при использовании диэлектрических резонаторов в форме диска из высокочастотной керамики АЛТК ( $\epsilon_r=40$ ) не превышает 24 % от ее начального значения. При использовании кольцевого резонатора диапазон перестройки увеличивается до 50 %. Полученные результаты позволяют проводить расчет параметров КС, обеспечивающих требуемые значения диапазона перестройки и нижней частоты рабочего диапазона.

### Библиографический список

1. Васильев Е.П., Жулев В.И., Львова И.А. Измерительные преобразователи механических величин на объемных диэлектрических резонаторах // Датчики и системы. 2009. - №4. - С.9 – 12.
2. Львова И.А. Моделирование колебательной системы на основе диэлектрического резонатора для микроволновых измерителей физических величин // Вестник РГРТУ. Вып. 32. Рязань, 2010. С.88-93.
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Наука, 1966.-664с.
4. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. - М.: Высшая школа, 1976.-479с.

УДК 12.04.421.7(07)

**Е.А. Леонтьев, Л.А. Серяпина, А.С. Леонтьев**

## КОМПЛЕКСНАЯ ДИАГНОСТИКА РАННЕЙ ГЛАУКОМЫ

*Предложены метод и устройство для диагностики ранней глаукомы; рассчитаны значения диагностического показателя; доказано повышение диагностической эффективности; показана целесообразность использования комплексной диагностики в поликлиниках при массовых профилактических осмотрах.*

**Ключевые слова:** метод и устройство для комплексной диагностики ранней глаукомы, информативные показатели, линейная модель, диагностическая эффективность.

**Введение.** Первичной открытоугольной формой глаукомы (ПОУГ), как наиболее часто встречающейся, страдает около 1 % населения в мире [1]. За последние десять лет в России доля глаукомы в нозологической структуре первичной инвалидности возросла с 12 до 20 %.

**Исследование проблемы.** Прогресс в изучении патогенеза, разработка новых методов хирургического и особенно медикаментозного лечения ПОУГ- очевидны. Наряду с этим, вряд ли в настоящее время можно говорить о существенном продвижении в решении проблемы ранней диагностики ПОУГ, которая до сих пор остается трудной задачей [2].

В связи с этим методы ранней диагностики ПОУГ приобретают особое значение; при этом следует отметить, что, несмотря на их большое разнообразие, ни один из них не может претендовать на абсолютную достоверность [3].

**Цель работы** – повышение диагностической эффективности метода определения глаукомного процесса.

**Теоретические исследования.** В последние годы научные знания о глаукоме, имеющие прикладное значение, существенно расширились. Получены новые данные о закономерностях гидродинамики, механизме развития глаукомы,

её патофизиологических и клинических формах, появились работы по ранней диагностике ПОУГ.

Литературно-патентный поиск по проблеме ранней диагностики ПОУГ позволил выявить 17 основных диагностических показателей, которые составили основу опросного листа.

**Экспериментальные исследования.** Опросный лист предлагался специалистам с просьбой оценить влияющее действие каждого показателя по 10-балльной шкале. Было исследовано более 40 опросных листов. В результате мы получили ранжированный перечень показателей, из которых выбрали первые пять: 1) перфузионное давление ( $P_{перф.}$ ), 2) внутриглазное давление - ВГД ( $P_0$ ), 3) объемную скорость кровотока ( $Q$ ), 4) возраст ( $B$ ) и 5) артериальное давление ( $AD$ ).

Названные показатели в результате опроса набрали разное количество баллов, что позволило определить коэффициенты их веса ( $M_i$ ), приняв сумму баллов для пяти показателей за 100 % (таблица 1). При этом  $\sum M_i = 1$

Известны общие диапазоны изменения показателей  $x_i$  для здоровых и глаукомных глаз (в качестве  $AD$  в диагностических целях чаще используют систолическое давление  $P_{сис.}$ ) [1-3].

Таблица 1

Показатель $x_i$	Вес $M_i$
$P_{перф}$	0,3
$P_0$	0,3
$Q$	0,1
$B$	0,1
$АД$	0,2

- $80 \geq P_{перф} \geq 5$  мм рт. ст.
- $5 \leq P_0 \leq 80$  мм рт. ст.
- $40 \leq Q \leq 120$  мл/мин.
- $35 \leq B \leq 75$  лет
- $100 \leq P_{сист} \leq 180$  мм рт. ст.

Верхняя граница нормы  $P_0$  для здоровых глаз составляет 22 мм рт. ст. [4].

Для определения верхней границы нормы  $P_{перф}$  воспользуемся формулой Вецлера-Богера, связывающей среднее офтальмическое давление ( $P_{ср.офт.}$ ) в глазничной артерии с  $P_{сист}$  и диастолическим ( $P_{диаст.}$ ) давлениями,

$$P_{ср.офт.} = P_{диаст.} + 0.42 \cdot (P_{сист.} - P_{диаст.})$$

и формулой Лобштейна, связывающей  $P_{перф}$  с  $P_0$ ,

$$P_{перф} = P_{ср.офт.} - P_0.$$

В качестве нормы  $АД$  примем:  $P_{сист.} = 120$ , а  $P_{диаст.} = 60$  мм рт. ст. Для  $P_0 = 22$  мм рт. ст. найдём значение нормы перфузионного давления:  $P_{перф} = 63$  мм рт. ст.

Для определения верхних границ нормы других показателей воспользуемся результатами статистических и экспериментальных исследований (рисунки 1-3) разных авторов [1, 2, 4, 5, 7] и данными медицинских учреждений:

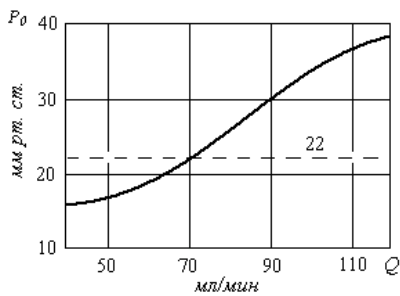


Рисунок 1 – Зависимость  $P_0$  от  $Q$

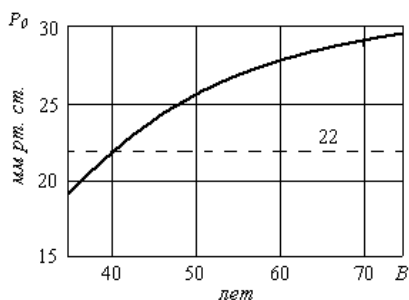


Рисунок 2 – Зависимость  $P_0$  от  $B$

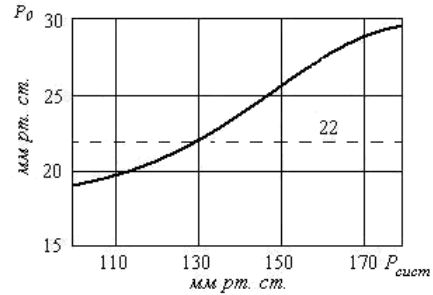


Рисунок 3 – Зависимость  $P_0$  от  $P_{сист}$

Зависимости на рисунках 1-3 являются результатом усреднения многократных измерений показателей для здоровых и глаукомных глаз. Точки пересечения кривых с уровнем нормы  $P_0 = 22$  мм рт. ст. позволяют определить верхние границы нормы оставшихся показателей:  $Q = 70$  мл/мин;  $B = 40$  лет;  $P_{сист} = 130$  мм рт. ст.

Рассмотрим объект диагностики (рисунок 4).

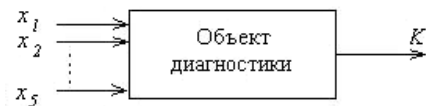


Рисунок 4 – Объект диагностики

Необходимо построить модель статики объекта, то есть найти функцию отклика

$$K = f(x_1, x_2, \dots, x_5) \tag{1}$$

Сочетание уровней всех факторов определяет одно из возможных состояний объекта. Факторы должны быть определяемыми, независимыми и совместимыми.

Здесь необходимо уточнить задачу комплексной диагностики: для достижения поставленной цели не требуется определять множество состояний объекта диагностики, требуется подразделить это множество на 4 поддиапазона в соответствии с признаками глаукомы (таблица 2), принятыми в диагностике; решение этой задачи, на наш взгляд, возможно на базе линейной модели статики объекта следующего вида:

$$K = \sum_{i=1}^5 M_i X_{iH} \tag{2}$$

где  $i = \overline{1,5}$ ;  $X_{iH}$  - нормированные значения показателей, т. е. изменяются от 0 до 1.

Нормировка осуществлялась по формуле:

$$X_{iH} = (x_i - x_{i\min}) / (x_{i\max} - x_{i\min}) \tag{3}$$

$$x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max},$$

где  $x_i$  - текущее значение показателя.

Таким образом, для всех показателей, кроме  $P_{перф}$ , имеющего обратное направление изменения, можно записать:

$$0 \leq X_{iH} \leq 1. \tag{4}$$

Вместо  $P_{перфH}$  использовали обратную величину  $(1 - P_{перфH})$ .

Принимая во внимание верхние границы нормы отдельных показателей для здоровых глаз, а также описания признаков ПОУГ разной степени развития и некоторую субъективность этих описаний, допускающих нечёткую границу между признаками глаукомы разной степени развития, выделим 4 поддиапазона на множестве состояний функции отклика  $K$  (таблица 2).

Результаты расчётов с использованием выражений (2-4) приведены в таблице 2.

Таблица 2

$K$	Признаки глаукомы
$K_1 = 0 \div 0,261$	Нет признаков глаукомы
$K_2 = 0,261 \div 0,507$	Признаки начальной глаукомы
$K_3 = 0,507 \div 0,754$	Признаки развитой глаукомы
$K_4 = 0,754 \div 1$	Признаки далекозашедшей глаукомы

Таким образом, на основании измерений пяти показателей можно достаточно надёжно определить отсутствие или наличие глаукомного процесса, более того определить стадию развития ПОУГ.

Чтобы оценить диагностическую эффективность предложенного метода, сравним его с традиционным методом диагностики по измерениям  $P_0$ ; для этого обратимся к основным теориям патогенеза ПОУГ.

1. Сосудистая теория патогенеза ПОУГ в виде развития системных нарушений в гемодинамике глаза, приводящих к деструктивным патологическим изменениям глазных структур и росту ВГД;

2. Ретенционная теория патогенеза ПОУГ в виде постепенного повышения ВГД из-за патологических процессов в дренажной системе глаза, влияющих на уровень сопротивления оттоку водянистой влаги и вызывающих рост ВГД;

3. Метаболическая теория патогенеза ПОУГ, основанная на главенствующей роли деструкции внутриглазных структур, включая соединительно-тканые структуры, что также приводит к постепенному росту ВГД.

Традиционный метод диагностики ПОУГ по измерениям  $P_0$  основан на ретенционной теории, в соответствии с которой ВГД возрастает, если нарушается баланс между продуцированием и дренажом водянистой влаги в системе водоснабжения глаза. Изменения состояния других систем и структур органа зрения данным методом учитываются косвенно и только в том случае, если эти изменения привели к росту  $P_0$ .

Предложенный метод диагностики ПОУГ по

измерениям пяти показателей основан на сосудистой (показатели  $P_{сис\tau}$ ,  $P_{перф}$ ,  $Q$ ), ретенционной (показатель  $P_0$ ) и метаболической (показатели  $B$ ,  $P_{сис\tau}$ ) теориях патогенеза ПОУГ, что позволяет обнаружить комплексные изменения, происходящие в разных системах и структурах органа зрения, и по их совокупности наиболее объективно определить на ранних стадиях не только отсутствие или признаки глаукомного процесса, но и оценить в условиях мониторинга предрасположенность пациента к развитию этого заболевания.

В связи с этим решающее значение приобретают массовые профилактические осмотры.

С этой целью нами разработаны рекомендации по построению комплекса для диагностики ранней глаукомы, реализующего предложенный метод (рисунок 5).

Для измерения  $P_0$  используется тонометр [6] на основе вибрирующего датчика (Д1).

Для измерения  $Q$  используется прибор лазерной доплеровской кровотокометрии (ЛДК), который состоит из специальной оптической системы на базе фундус-камеры (Д2).

Для измерения  $P_{перф}$  и  $P_{сис\tau}$  используется датчик (Д3) в составе измерителя «Ритм».

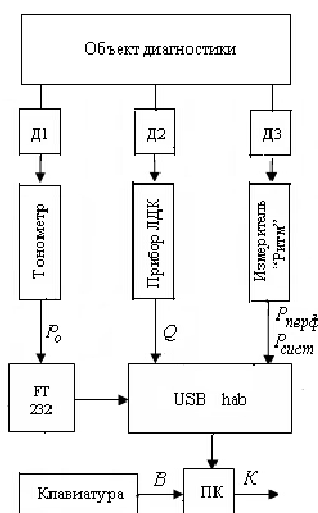


Рисунок 5 – Структурная схема комплекса для диагностики ранней глаукомы

По результатам измерения пяти показателей рассчитывается диагностический показатель  $K$ .

**Заключение.** В статье предложены метод и устройство для диагностики ранней глаукомы; доказано повышение диагностической эффективности по сравнению с базовым методом.

#### Библиографический список

1. Комаровских Е.Н. Ранняя диагностика первичной открытоугольной глаукомы с помощью новой нейронинформационной технологии // Глаукома. 2003. - № 4. - С. 10-14.

2. Нестеров А.П. Основные принципы диагностики первичной открытоугольной глаукомы // Вестн. офтальмологии.- 1998.- № 2.- С. 3-6.

3. Устинова Е.И. Методы ранней диагностики глаукомы.- Л.: Медицина, 1966.- 190 с.

4. Нестеров А.П., Бунин А.Я., Кацнельсон Л.А. Внутриглазное давление.- М., 1974.- 381 с.

5. Алексеев В.Н., Егоров Е.А., Мартынова Е.Б., Садков В.И. Критерии оценки уровня ВГД при лечении больных ПОУГ // Офтальмология на рубеже

веков: научно-практ. конф.: Сб. науч. тр. ВМА.- СПб., 2001.- С. 127-128.

6. Патент № 2361506 РФ. Способ тонометрии глаза / Л.Ю Иванова, Е.В.Калинина, Е.А. Леонтьев, Т.С. Соколова, 2007.

7. Кунин В.Д. Офтальмодинамография в изучении гемодинамики глаз у здоровых лиц в зависимости от возраста и уровня артериального давления // Вестн. офтальмологии.- 2000.- № 6.- С. 33-35.

УДК 681.31

**И.В. Рудаков**

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ ФОРМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОГО ДИСКРЕТНОГО УСТРОЙСТВА

*Предложен метод декомпозиции сложных технических систем (микропроцессорных и робототехнических систем, систем управления), позволяющий разбивать исследуемую схему на части, проверяя правильность функционирования как отдельного функционального блока, так и всего сложного устройства в целом.*

**Ключевые слова:** сложные технические системы, дискретные устройства, декомпозиция, логическая сеть.

**Введение.** При анализе и проектировании структур сложных дискретных устройств таких, как микропроцессорные и робототехнические системы, системы управления технологическими процессами, комплексные автоматизированные системы используется блочно-иерархический метод [1], который предусматривает расчленение процесса проектирования на ряд последовательных уровней и сведение задачи большей размерности к совокупности задач значительно меньшей размерности.

Метод анализа дискретных устройств, формализованных логической сетью, в рамках иерархических уровней проектирования недостаточен, так как не позволяет учитывать такие характеристики дискретного устройства как, например, временные параметры элементов, входящих в модель, а, следовательно, выполнять надежную верификацию проекта. В работах по многоуровневому анализу [2,3,4] используется принцип рассмотрения схемы устройства с разной степенью детализации. Предлагаемый в работе метод декомпозиции [5] модели сложной структуры, формализованной в виде функционального блока, позволяет выполнить анализ правильности функционирования сложного дискретного устройства путем автоматического перехода на более низкий иерархический уровень.

**Цель работы.** Создать метод и алгоритм декомпозиции модели сложной дискретной структуры для анализа и контроля правильности функционирования сложного дискретного устройства.

**Декомпозиция сложной дискретной структуры.** В качестве модели, описывающей работу сложной дискретной структуры, будем использовать понятие логической сети [4,5].

Логическая сеть – это шестёрка

$$N = (Z, \{S_i\}, W, \{f_i\}, \{\psi_i\}, g),$$

где

$Z$  – входной алфавит;

$\{S_i = (A_i, Z_i, \delta_i)\}$ ,  $1 \leq i \leq n$  – множество компонентных автоматов (КА) сети.  $S_i$  – полуавтомат,  $A_i$  его множество состояний,  $Z_i$  его

входной алфавит:  $Z_i = \begin{cases} Z_i' \times Z_i'', Z_i' \neq \emptyset \\ Z_i'', Z_i' = \emptyset \end{cases}$

$\delta_i$  его функция переходов ( $\delta_i : A_i \times Z_i \times p \rightarrow A_i$ );

$W$  – выходной алфавит сети;

$\{f_i : (\times_j A_i) \rightarrow Z_i'\}$ ,  $1 \leq i, j \leq n$  – множество функций соединения компонентных автоматов сети;

$\{\psi_i : Z \rightarrow Z'_i, 1 \leq i \leq n$  – множество входных функций;

$g : (\times A_i) \times Z \times p \rightarrow W$  – выходная функция сети, где случайная величина ( $p \in [0;1]$ ).

Для декомпозиции сложной дискретной структуры необходимо выбрать ортогональное множество разбиений [5].

Поставим в соответствие каждому разбиению  $\pi_i$  функцию  $F_i : A \times Z \rightarrow \pi_i$ , такую, что  $F_i(a_m, z_f, p) = \pi_i(\delta(a_m, z_f, p))$ , т.е. значение функции  $F_i$  на паре  $(a_m, z_f)$  равно блоку  $\pi_i$ , в котором содержится состояние  $a_s = \delta(a_m, z_f, p)$ ,  $a_m, a_f \in A, z_f \in Z, p \in [0; 1]$ .

Образуем на множествах  $A$  и  $Z$  соответственно разбиения  $\tau_i$  и  $\eta_i$ , так что:

1)  $a_m$  и  $a_s$  находятся в одном блоке разбиения  $\tau_i(a_m \equiv a_m(\tau_i))$ , если и только если  $\forall z_f \in Z$  справедливо  $F_i(a_m, z_f, p) = F_i(a_s, z_f, p)$ , иначе  $\tau_i = \{a \in A : \forall z \in Z, p \in [0; 1], F_i(a, z, p) = r_i\}$ ;

2)  $z_f$  и  $z_i$  находятся в одном блоке разбиения  $\eta_i(z_f \equiv z_i(\eta_i))$ , если и только если  $\forall a_m \in A$  справедливо  $F_i(a_m, z_f, p) = F_i(a_m, z_i, p)$ , иначе  $\eta_i = \{z \in Z : \forall a \in A, p \in [0; 1], F_i(a, z, p) = r_i\}$ .

Полученные таким образом  $(\tau_i, \pi_i)$  – пара разбиений, т.е. каждый блок  $\tau_i$  отображается любым входным сигналом в некоторый блок  $\pi_i$ . При этом  $\tau_i$  – максимальное разбиение, образующее пару  $(\tau_i, \pi_i)$ .

Построим логическую сеть  $N = (Z_N, \{S_i\}, W_N, \{f_i\}, \{\psi_i\}, g)$ , для чего определим все компоненты кортежа  $N$ .

1. Полагаем  $Z_N = Z$ .

2. Полагаем  $W_N = W$ .

3. Построим функциональные блоки  $S_i = (A_i, Z_i, \delta_i), 1 \leq i \leq n$ , т.е. определим базис сети:

а) полагаем  $A_i = \pi_i$ ;

в) для определения входного алфавита функционального блока  $Z_i$  воспользуемся построенными разбиениями  $\tau_i$  и  $\eta_i$ .

Напомним, что

$$Z_i = \begin{cases} Z'_i \times Z''_i, Z'_i \neq \emptyset \\ Z''_i, Z'_i = \emptyset \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $Z'_i$  и  $Z''_i$  – соответственно внутренний и внешний входные алфавиты блока  $S_i$ .

Если на вход функции  $f$  поступают  $\pi_i, \pi_{i_2}, \dots, \pi_{i_r}$  – выходы функциональных блоков  $S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_r}$ , то  $(\pi_{i_1 i_2 \dots i_r}, \pi_i)$  – пара разбиений, где  $\pi_{i_1 i_2 \dots i_r} \leq \tau_i$ , так как  $\tau_i$  – максимальное разбиение, образующее пару с  $\pi_i$ . Нетрудно также доказать, что  $\pi_{i_1 i_2 \dots i_r} = \pi_{i_1} \pi_{i_2} \dots \pi_{i_r} \pi_i$ . Таким образом, для нахождения блоков, выходы которых присоединяются ко входу  $f_i$ , необходимо найти такое произведение  $\pi_{i_1} \pi_{i_2} \dots \pi_{i_r} \pi_i = \pi_i \prod_{j=1}^r \pi_{i_j}$ , которое не превосходит  $\tau_i$ , и тогда выходы  $S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_r}$  должны быть соединены со входом  $f_i$ .

Определим разбиение  $\varepsilon_i$  следующим образом:

$$\varepsilon_i = \prod_{j=1}^r \pi_{i_j}, i \neq j,$$

т.е.  $\pi_i$  не входит в это произведение, так как ко входу  $f_i$  могут присоединяться выходы других, отличных от  $S_i$ , функциональных блоков.

В блоке  $S_i$  полагаем  $Z'_i = \varepsilon_i, Z''_i = \eta_i$ , а  $Z_i$  определяется согласно равенствам (1).

с) определим функцию переходов функционального блока  $\delta_i : \pi_i \times Z_i \times p \rightarrow \pi_i$ .

Пусть  $\alpha, \beta, \gamma$  – соответственно блоки разбиений  $\pi_i, \varepsilon_i, \eta_i$  ( $\alpha \in \pi_i, \beta \in \varepsilon_i, \gamma \in \eta_i$ ). Если  $\varepsilon_i = Z'_i = \emptyset$ , т.е.  $\pi_i \leq \tau_i$  ( $\pi_i$  – СП-разбиение), то  $\delta_i(\alpha, \gamma, p) = B_{\pi_i}(\delta(\alpha, \gamma, p))$ .

Таким образом, значение функции переходов  $\delta_i$  равно блоку разбиения  $\pi_i$ , содержащему  $\delta(\alpha, \gamma, p)$ . Здесь  $\delta$  – функция переходов декомпозируемого блока  $S = (A, Z, W, \delta, \lambda)$ .

Если же  $\varepsilon_i = Z'_i \neq \emptyset$ , то

$$\delta_i(\alpha_i, (\beta, \gamma), p) = \begin{cases} B_{\pi_i}(\delta(\alpha \cap \beta, \gamma, p)), \alpha \cap \beta \neq \emptyset \\ \text{не определена}, \alpha \cap \beta = \emptyset \end{cases}$$

4. Построим функции соединения функционального блока  $f_i : \times_{j=1}^r A_i \rightarrow Z'_i$ ; иначе (в терминах разбиений)  $f_i = \times_{j=1}^r \pi_{i_j} \rightarrow \varepsilon_i$ .

Пусть  $\pi_{i_1} \times \pi_{i_2} \times \dots \times \pi_{i_r} = T_i$ . образуем множество  $T'_i \subseteq T_i, t_s \in T'_i, t_s = (t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r})$ , такое, что  $\bigcap_{j=1}^r t_{s_j} \neq \emptyset$ . Таким образом, в  $T'_i$  попадают только те векторы из  $T_i$ , у которых пересечение всех компонентов не пусто. Такое пересечение  $\bigcap_{j=1}^r t_{s_j}$  имеет место, так как компоненты  $t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}$  – блоки разбиений, т.е. множества.

Функция  $f_i$  реализует отображение  $T_i' \rightarrow \varepsilon_i$ . Значение  $f_i$  определим следующим образом:

$$f_i(t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}) = p_k \in \varepsilon_i, \text{ если } \bigcap_{j=1}^r t_{s_j} \subseteq p_k,$$

т.е. значение функции  $f_i$  равно тому блоку разбиения  $\varepsilon_i$ , в который входит пересечение компонентов  $t_{s_1}, t_{s_2}, \dots, t_{s_r}$ .

На множестве  $T_i \setminus T_i'$  функция  $f_i$  не определена.

5. Определим множество входных функций следующим образом:

$$\psi_i(z_f) = B_{\eta_i}(z_f), i = 1, \dots, n,$$

т. е. значение функции  $\psi_i$  на  $z_f \in Z$  равно блоку разбиения  $\eta_i$ , содержащему  $z_f$ . Отсюда ясно, что автомат  $S_i$  не различает тех букв входного алфавита  $Z$ , которые входят в один блок разбиения  $\eta_i$ .

6. Построим выходную функцию сети  $g : (\times_{i=1}^n A_i) \times Z \rightarrow W$ , иначе (в терминах разбиений)  $g : (\times_{i=1}^n \pi_i) \times Z \rightarrow W$ .

Пусть  $\pi_1 \times \pi_2 \times \dots \times \pi_n = H$ . образуем множество  $H' \subseteq H, h_m \in H', h_m = (h_{m_1}, \dots, h_{m_i}, \dots, h_{m_n})$ , такое, что  $\bigcap_{i=1}^n h_{m_i} \neq \emptyset$ . Таким образом, в  $H'$  попадают только те векторы из  $H$ , у которых пересечение всех компонентов не пусто.

Функция  $g$  реализует отображение  $H' \times Z \rightarrow W$ . Значение  $g$  определим следующим образом:

$$g((h_{m_1}, \dots, h_{m_i}, \dots, h_{m_n}), z_f, p) = \lambda \left( \bigcap_{i=1}^n h_{m_i}, z_f, p \right),$$

т. е. значение выходной функции сети совпадает со значением функции выхода  $\lambda$  декомпозируемого блока  $S$  на паре  $(a_m, z_f)$ , где  $a_m$  – состояние, попавшее в пересечение компонентов вектора  $h_m \in H'$ .

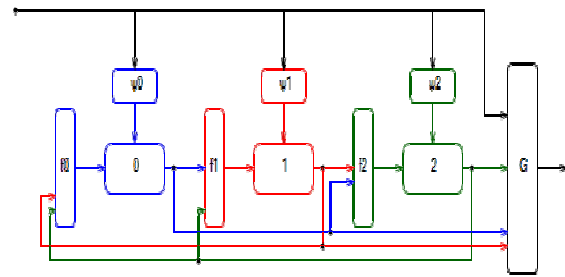
На множестве  $H \setminus H'$  функция  $g$  не определена.

В результате декомпозиции получаем логическую сеть функционального блока, представленную на рисунке.

В работе [5] показано, что построенная таким образом сеть реализует исходный функциональный блок  $S$ .

Разбиения  $\tau_i$  и  $\eta_i$  однозначно определяются разбиением  $\pi_i$  (с помощью функции  $F_i$ );  $\tau_i$  показывает, какие блоки воздействуют на

автомат  $S_i$ , а  $\eta_i$  определяет классы неразличимых автоматом  $S_i$  букв входного алфавита  $Z$ .



Логическая сеть функционального блока

Таким образом,  $(\pi_i, \tau_i, \eta_i)$  – характеристическая тройка блока  $S_i$ . Стоит отметить, что  $\tau_i$  и  $\eta_i$  являются наибольшими разбиениями, причем, чем больше  $\tau_i$ , тем меньше выходов других блоков воздействует на  $S_i$ . Чем больше  $\eta_i$ , тем проще зависимость  $\delta_i$  от внешнего входа  $Z$ . Использование разбиений  $\tau_i$  и  $\eta_i$  при построении  $S_i$  является, таким образом, необходимым условием для построения сети  $N$  наименьшей сложности.

**Заключение.** Разработанный метод, алгоритм и основные сущности, связанные с предметной областью, были реализованы в виде .NET-библиотеки, что позволяет использовать её в составе программных комплексов, предназначенных для анализа дискретных систем.

Результаты исследований показали, что в целом метод декомпозиции сложных дискретных устройств обладает необходимой эффективностью. Анализ результатов подтвердил, что при достаточной сложности и определенной топологии системы метод декомпозиции уменьшает время моделирования такого класса устройств в среднем на 25 %, причем также уменьшается общая вероятность ошибки в системе (порядка 30 %) в силу подробного просмотра и анализа каждой подструктуры.

**Библиографический список**

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.- 360 с.
2. Воронников С.А. Информационные устройства робототехнических систем: учеб. пособие – .-М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.- 384 с.
3. Рудаков И.В., Смирнов А.А. Исследование сложных дискретных систем на базе агентного метода. Статья. Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана – Сер. Приборостроение.-М.: МГТУ, 2009.-№3-С.33-41.
4. Рудаков И.В., Давудтур М. Алгоритм декомпозиции формальной модели функционального блока дискретного устройства. Статья. Вестник МГТУ им.



Н.Э.Баумана – Сер. Приборостроения.-М.: МГТУ, 2006.-№1-С.90-98.

5. Рудаков И.В., Давудпур М. Декомпозиционный

метод исследования дискретных устройств. Статья. Информационные технологии. – М, 2006.- №2 - С.44-49.

УДК 616.12

*А.А. Кирьяков*

## АЛГОРИТМЫ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ

*Рассмотрена задача устранения дрейфа изолинии. Показано, что использование блока устранения изолинии при выборке (5...120 секунд), позволяет получить стабильную среднюю составляющую сигнала плетизмограммы с разницей, не превышающей 1,5 %.*

**Ключевые слова:** дрейф изолинии, плетизмограмма, блок устранения дрейфа изолинии, фильтрация.

**Введение.** Первичная обработка диагностических сигналов (ДС), таких как пульс, плетизмограмма или дыхание, включает последовательность действий, необходимых для преобразования слабых биопотенциалов, которые возникают на поверхности тела человека в результате возбуждения сердечных мышц, капилляров, сокращения легких, в файл цифровых данных, пригодный для последующего анализа. К первичной обработке также относится измерение отдельных параметров сигнала с целью выявления значимых изменений состояния организма и своевременной реакции системы.

К задачам вторичной обработки могут быть отнесены расчет амплитудного и частотного спектров, построение корреляционных функций, статистический анализ результатов, формирование массивов данных, качественная и количественная трактовка результатов измерения для принятия правильного и своевременного решения.

В зависимости от режимов работы системы подразделяются на системы мониторинга реального времени и системы с отложенной обработкой.

Системы реального времени позволяют более подробно наблюдать динамику процессов жизнеобеспечения, однако подобное требует значительных вычислительных и энергетических затрат, больших габаритов и веса. Подобный вид систем мониторинга наиболее часто встречается в медицинских и профилактических учреждениях со стационарным пребыванием пациентов.

Системы с отложенной вторичной обработкой лишены недостатков систем реального

времени. Однако есть временная задержка, определяемая затратами на обработку информации, которая производится преимущественно устройствами вторичной обработки (УВО), в роли которых обычно выступают персональные ЭВМ.

Провести границу между первичной и вторичной обработкой сигналов сердечно-сосудистой системы (ССС) сложно.

Высокие требования предъявляются, с одной стороны, к малым габаритам, массе и величине потребляемой энергии портативных устройств, с другой стороны — к большой вычислительной мощности. В результате первичная обработка ДС ССС является важнейшей задачей диагностирования. Она включает в себя следующие этапы:

детектирование ДС ССС;

оцифровка;

фильтрация;

децимация;

передача ДС ССС по каналам связи.

**Цель работы** — построение алгоритмов первичной обработки ДС применительно к задаче устранения дрейфа изолинии.

**Постановка задачи.** В качестве ДС ССС будет рассматриваться сигнал плетизмограммы. Предложенные методики и принципы обработки диагностической информации идентичны для сигнала пульса и дыхания.

Проблема получения «четкой картины» междурядных интервалов актуальна для большинства медицинских приборов, снимающих ЭКГ или плетизмограмму. Под «четкой картиной» подразумевается отсутствие постоянной состав-

ляющей (плавно изменяющейся) в информационном сигнале плетизмограммы. Типичная картина дрейфа изолинии представлена на рисунке 1.

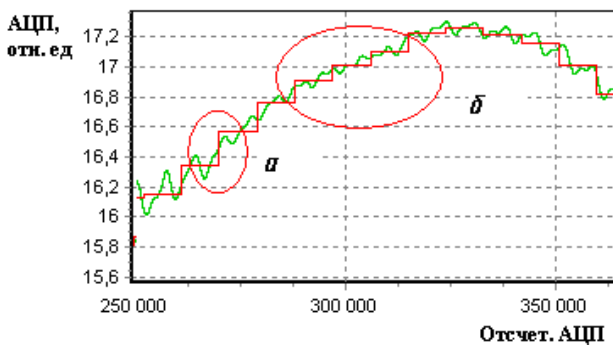


Рисунок 1

По оси абсцисс указаны отсчеты АЦП, по оси ординат – условные значения амплитуд. Плавной линией показан сигнал с фотоплетизмографического датчика, на нем видны пульсации, связанные с изменением кровенаполнения конечности. Ступенчатой линией показано среднее значение ФПС на доверительном интервале наблюдения. Доверительный интервал наблюдения  $\Delta L$  формируется блоком устранения дрейфа изолинии (БУДИ) на этапе первичной обработки.

Из рисунка 1 видно как плавно изменяется постоянная составляющая полезного сигнала, что приводит к ошибочной интерпретации результата наблюдения (области а, б). Ошибка возникает при формировании входного вектора столбца междарных интервалов. Такие дрейфы могут возникать как за счет смены жизненных ритмов (сон, работа), так и за счет недостаточной фиксации датчиков на теле пациента.

Для уменьшения уровня дрейфа к входному плетизмографическому сигналу можно применить фильтрацию. Такой способ изменит тонкий портрет кардиоинтервалограммы (задние и передние фронты), но не повлияет на точность временных методов оценки состояния ССС, так как оценка состояния здоровья пациента строится на значениях изменения периодов кровенаполнения конечности.

Наиболее эффективным и наименее вычислительно затратным способом, позволяющим получить четкую картину междарных интервалов, служат аппаратные полосовые фильтры с достаточно узкой полосой пропускания – от единиц до десятков Гц – и большой крутизной. Синтез такого рода аппаратных фильтров сложен, а за неимением достаточного пространства печатной платы (для носимых систем диагностирования, закрепленного на мочке уха или фаланге пальца) практически не возможен.

Обзор аппаратных фильтров интегрального исполнения, например фильтров ф. Махим [1] на переключаемых конденсаторах, не дает желаемого схемотехнического результата.

Исходя из вышесказанного, предлагается применение цифровых фильтров с необходимыми значениями крутизны и полосы пропускания и блока устранения дрейфа изолинии. Структурная схема устройств первичной обработки, рисунок 2.



Рисунок 2

Схема устройства первичной обработки состоит из АЦП, дециматора с изменяемым коэффициентом децимации, полосового фильтра (ПФ), амплитудного детектора, фильтра нижних частот (ФНЧ) и блока устранения дрейфа изолинии. Причина выбора подобной схемы обусловлена спектром входного сигнала, рисунок 3.

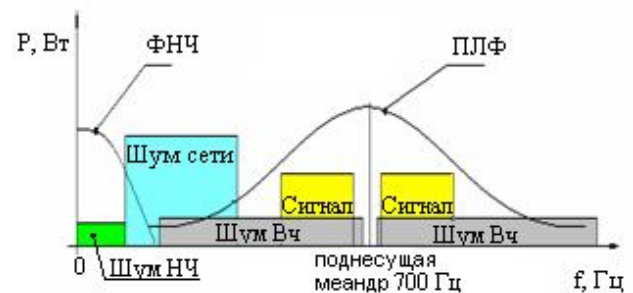


Рисунок 3

Из рисунка 3 видно распределение спектральных плотностей мощности по частотному диапазону. Можно выделить следующие шумовые области:

- Шум НЧ – низкочастотная плавно изменяющаяся компонента, частотой 0,1–15 Гц, связанная с движением конечности;
- Шум Сети – сетевая помеха, частотой 50, 400 Гц и гармоники;
- Шум ВЧ – ВЧ компонента, связанная с конструктивными особенностями датчика.

После прохождения каналов фильтрации сигнал поступает в БУДИ. Предлагаемый алгоритм работы блока представлен на рисунке 4.

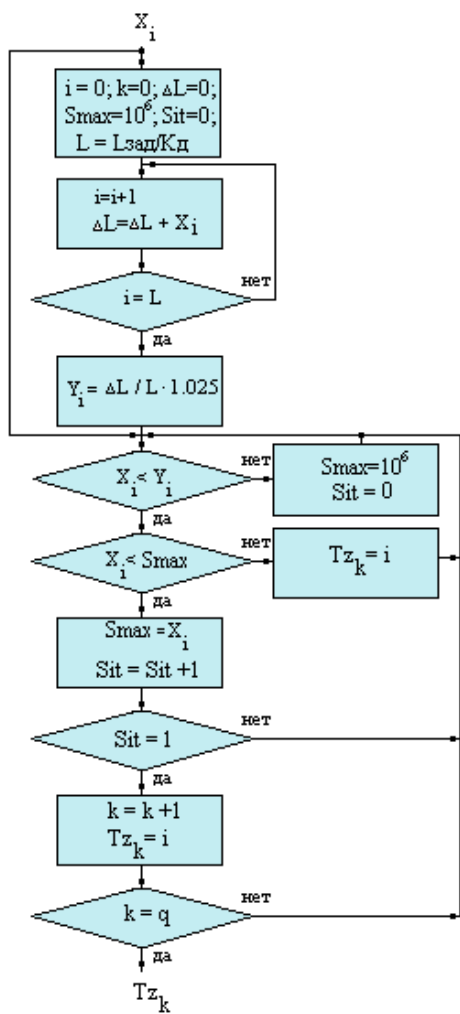


Рисунок 4

Где  $i$  – текущая переменная, принимающая значения  $0 \dots N_{\text{АЦП}}$  ( $N_{\text{АЦП}}$  – отсчеты АЦП, количество которых определяется порядком  $q$  АКФ);  $k$  – текущая переменная, принимающая значения в диапазоне  $100 \dots 300$  (определяет количество рассматриваемых в модели интервалов кровенаполнения);  $S_{\text{max}}$  – максимальное значение междударного интервала (задается заведомо больше наибольшего междударного интервала  $10^6$  ед. отсчетов АЦП);  $S_{\text{it}}$  – засечка локального минимума в каждом процессе кровенаполнения;  $\Delta L$  – доверительный интервал наблюдения;  $L$  – среднее значение пульса, выраженное в отсчетах АЦП;  $y_i$  – текущее значение адаптивного порога;  $x_i$  – текущее значение входного массива данных;  $q$  – порядок модели;  $Tz_k$  – массив точек кровенаполнения.

Применение блока БУДИ в составе диагностических комплексов сократит возможность ошибочной фиксации экстрасистол, тем самым

будет повышена точность интерпретации результатов наблюдения. Критерием эффективности работы блока БУДИ можно считать относительную разность между средними составляющими сигнала на всем интервале наблюдения, выраженную в процентах.

**Анализ эффективности.** Проанализируем предлагаемую методику устранения дрейфа изолинии на сигнале, снимаемом с фотоплетизмографического датчика ФПС [2].

Наблюдения продолжительностью 120 с представляли собой экспериментальный входной сигнал  $x_i$  от фотоплетизмографа, рисунок 1.

После прохождения схемы предварительной обработки и БУДИ у сигнала на всем промежутке наблюдалась стабильность средней составляющей, разница не превышала 1,5 % [3] (рисунок 5).

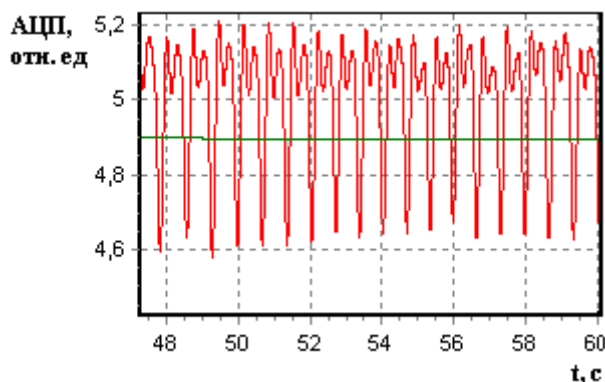


Рисунок 5

**Выводы.** Таким образом, применение цифровых фильтров упрощает процесс поиска междударных компонент ССС, а применений БУДИ позволяет получить стабильную среднюю составляющую, разница не превышает 1,5 %.

Тем самым возможно уменьшить габариты датчиков за счет упрощения аналоговой схемы фильтрации.

#### Библиографический список

1. Maxim Integrated Products [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.maxim-ic.com/>.
2. Кирьяков А.А. Векторный анализ variability сердечного ритма // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2010. – № 3. – (Выпуск 33). – С. 34-38.
3. Кирьяков А.А. Разработка цифровой фильтрации и устранение «дрейфа изолинии»: отчет по НИР, У.М.Н.И.К. Проект № 11229 /Рязань, май 2010 г., 5с.