

5523

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. Ф. УТКИНА**

ИЗУЧЕНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Методические указания
к лабораторной работе

Рязань 2020

УДК 537.226.4

Изучение измерительных приборов. Оценка погрешностей измерений физических величин: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: М. В. Дубков, М. А. Буробин, А. Е. Малютин. Рязань, 2020. 12 с.

Изложены основные понятия и порядок оценки погрешностей результатов измерений физических величин. Содержат сведения о простейших измерительных приборах.

Предназначены для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплины «Физика», «Научные основы инновационных технологий».

Табл. 3. Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

Измерение, погрешность, штангенциркуль, микрометр, нониус

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета имени В.Ф. Уткина.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ (проф. А. Н. Власов).

Изучение измерительных приборов.
Оценка погрешностей измерений физических величин

Составители: Дубков Михаил Викторович
Буробин Михаил Анатольевич
Малютин Александр Евгеньевич

Редактор Р. К. Мангутова
Корректор С. В. Макушина

Подписано в печать 24.02.20. Формат бумаги 60 × 84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,75.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Цель работы: изучить порядок оценки погрешностей при прямых и косвенных измерениях физических величин; ознакомиться с устройством, принципом действия простейших измерительных приборов и определить объем заданного тела.

Приборы и принадлежности: штангенциркуль, микрометр, исследуемое тело.

Элементы теории

1. Основные понятия

Измерение физической величины — процесс сравнения измеряемой величины с помощью технических средств с однородной ей величиной, условно принятой за единицу.

Различают прямые и косвенные измерения.

Прямым измерением называют измерение, при котором искомое значение величины находят непосредственно из данных опыта.

Косвенным измерением называют измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной функциональной зависимости между ней и величинами, являющимися результатами прямых измерений.

Погрешность измерения есть величина отклонения результата измерений от **истинного (действительного)** значения измеряемой величины. Причинами этого отклонения могут являться как особенности устройства измерительных приборов и методики проведения измерений, так и случайные факторы. Поэтому погрешность может содержать систематическую и случайную составляющие.

Систематическая погрешность — погрешность, сохраняющая постоянное значение и знак или меняющаяся по известному закону при повторных измерениях одной и той же величины в одинаковых условиях. Систематическая погрешность может быть инструментальной и методической.

Случайная погрешность — погрешность, возникающая при повторных измерениях одной и той же величины в одинаковых условиях и имеющая случайные (непредсказуемые) значения.

Грубые погрешности («промахи») — отклонения, которые существенно отличаются от ожидаемых при данных условиях значений погрешности.

В связи с наличием погрешности результат измерения необходимо указывать в виде интервала значений измеряемой величины от $(x_{\text{действ}} - \Delta x)$ до $(x_{\text{действ}} + \Delta x)$, называемого **доверительным интервалом**. Обычно результат записывают в виде

$$x = x_{\text{действ}} \pm \Delta x, \quad (1)$$

где $x_{\text{действ}}$ — действительное значение физической величины.

Действительное значение $x_{\text{действ}}$ физической величины есть ее значение, найденное экспериментальным путем и максимально приближенное к истинному значению. В качестве действительного значения может быть использовано среднее арифметическое отдельных замеров

$$x_{\text{действ}} = \langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (2)$$

где x_i — результат i -го замера величины x , n — число замеров.

Абсолютная погрешность Δx — погрешность, выраженная в единицах измеряемой величины, характеризует ширину доверительного интервала.

Доверительный интервал используется для сопоставления результатов измерения физической величины в различных экспериментах или экспериментального и теоретического значений физической величины. Результаты считаются совпадающими, если доверительные интервалы пересекаются.

Абсолютная погрешность не может быть использована для сравнения точности измерения различных физических величин. Для этой цели используют относительную погрешность.

Относительная погрешность — погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины

$$\delta = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}. \quad (3)$$

При проведении большого числа замеров некоторые значения могут не попадать в доверительный интервал, а при малом числе замеров даже истинное значение может оказаться за его пределами. Поэтому для доверительного интервала необходимо указывать соответствующую ему доверительную вероятность.

Доверительная вероятность — отношение числа результатов отдельных замеров, значения которых попадают в некоторый диапазон значений измеряемой величины, к общему (достаточно большому) числу проведенных замеров, т. е. доля результатов, соответствующих некоторому диапазону значений измеряемой величины,

$$P = \frac{m}{N}, \quad (4)$$

где m — число замеров величины x , значения которых находятся внутри доверительного интервала, N — общее число проведенных замеров величины x .

Она показывает вероятность того, что среднее значение $\langle x \rangle$ отличается от истинного значения не более чем на Δx . В обычных экспериментах оценку погрешности проводят при доверительной вероятности $P = 0,95$, а в особо ответственных случаях — при $P = 0,99$.

Коэффициент Стьюдента — коэффициент, учитывающий изменение ширины доверительного интервала при использовании конечного числа проведенных замеров измеряемой величины.

2. Порядок расчета погрешности при прямых измерениях физической величины

1. Проведение замеров величины x . Результаты измерений, полученные при выполнении опыта, заносятся в таблицу.

2. Исключение «промахов». Введение поправок на известную постоянную систематическую погрешность (например, смещение шкалы измерительного прибора с нулевого положения).

3. Заполнение таблицы скорректированных результатов измерений величины x .

4. Расчет действительного (среднего) значения $\langle x \rangle$ по формуле (2).

5. Расчет отклонения результата x_i i -го замера от среднего значения $\langle x \rangle$ по формуле $\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$. При этом должно выполняться условие

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i \approx 0.$$

6. Оценка систематической погрешности

$$\Delta_c = k \frac{C}{2}, \quad (5)$$

C – цена деления измерительного прибора, k – коэффициент, определяемый выбранной доверительной вероятностью P согласно таблице:

| | | | |
|-----|------|------|------|
| P | 0,9 | 0,95 | 0,99 |
| k | 0,95 | 1,1 | 1,4 |

В лабораторном практикуме выбирается $P = 0,95$.

7. Оценка случайной составляющей среднеквадратичного отклонения

$$\sigma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (6)$$

8. Определение коэффициента Стьюдента t_c по таблице исходя из количества n проведенных замеров и доверительной вероятности P :

| n | P | | |
|----------|------|------|------|
| | 0,9 | 0,95 | 0,99 |
| 2 | 6,31 | 12,7 | 63,7 |
| 3 | 2,92 | 4,30 | 9,92 |
| 4 | 2,35 | 3,18 | 5,84 |
| 5 | 2,13 | 2,78 | 4,60 |
| 10 | 1,83 | 2,26 | 3,35 |
| ∞ | 1,64 | 1,96 | 2,58 |

9. Оценка случайной погрешности по формуле

$$\Delta_{\text{сл}} = t_c \sigma_{\text{сл}}. \quad (7)$$

10. Оценка полной погрешности результата измерения величины x :

$$\Delta x = \sqrt{\Delta_c^2 + \Delta_{\text{сл}}^2}. \quad (8)$$

11. Расчет относительной погрешности величины x :

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle}. \quad (9)$$

12. Запись результата прямого измерения:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \quad \delta_x = \dots \%, \quad P = \dots \quad (10)$$

3. Порядок расчета погрешности при косвенных измерениях физической величины

1. Расчет среднего значения искомой величины A . Для расчета используется формула из описания метода измерения:

$$\langle A \rangle = f(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \dots, \alpha, \beta, \dots), \quad (11)$$

где $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, ... — средние значения аргументов функции $A(x, y, \dots)$, полученные при прямых измерениях; α, β — постоянные коэффициенты.

2. Расчет абсолютной погрешности величины A :

$$\Delta A = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial A}{\partial x} \right|_{x=\langle x \rangle} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left(\left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_{y=\langle y \rangle} \right)^2 (\Delta y)^2}, \quad (12)$$

где $\frac{\partial A}{\partial x}$, $\frac{\partial A}{\partial y}$ — частные производные функции A по x и y ; Δx , Δy — полные погрешности аргументов функции A , рассчитанные по формуле (8).

3. Расчет относительной погрешности величины A :

$$\delta_A = \frac{\Delta A}{\langle A \rangle}. \quad (13)$$

Если функция A имеет вид $A = x^\alpha y^\beta$, где x, y — величины, полученные прямыми измерениями; α, β — постоянные коэффициенты, то погрешности рассчитываются так:

$$\delta_A = \sqrt{(\alpha \cdot \delta_x)^2 + (\beta \cdot \delta_y)^2}, \quad (14)$$

$$\Delta A = \delta_A \langle A \rangle,$$

где δ_x, δ_y – относительные погрешности аргументов функции $A(x, y)$, рассчитанные по формуле (9).

4. Запись результата косвенного измерения:

$$A = \langle A \rangle \pm \Delta A, \quad \delta_A = \dots \%, \quad P = \dots \quad (15)$$

4. Правила записи и вычислений

Все цифры в записи числа, кроме нулей в левых разрядах, называются значащими. Например, числа 0,035; 3,5; $3,5 \cdot 10^6$; 0,35 имеют по две значащие цифры. При записи результатов измерений необходимо действовать по следующим правилам.

1. Величину (цифру) абсолютной погрешности округляют до двух значащих цифр.
2. Численное значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности.
3. Нуль записывают так же, как и другие цифры в последнем разряде.
4. Все результаты измерений, в том числе и повторяющиеся, заносятся в таблицу.
5. При вычислениях все числа округляют так, чтобы младший разряд любого числа был тем же, что и последний разряд числа с наибольшей абсолютной погрешностью.
6. Округляют погрешности предварительно в сторону завышения.

Примечание. Вычисления, произведенные с большим числом десятичных знаков, чем это необходимо, создают ложное впечатление о большой точности измерений. Точность обработки числового материала должна быть согласована с точностью измерений. Для этого следует придерживаться правила: ошибка, получающаяся в процессе вычислений, должна быть примерно на порядок меньше суммарной погрешности измерений. Кроме того, при вычислениях случайных погрешностей среднюю квадратичную погрешность определяют с одной значащей цифрой, если она больше 3, и с двумя значащими цифрами, если первая из них меньше 4. Например, 2,357 округляют до 2,36, а 2,415 – до 2,4.

5. Оформление отчета

Отчет о лабораторной работе выполняется на отдельных листах, скрепленных между собой. На первой странице оформляется титульный лист.

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический
университет имени В.Ф. Уткина*

Кафедра ОиЭФ

*Лабораторная работа № 1-1
«Изучение измерительных приборов. Оценка погрешностей
измерений физических величин»*

Выполнил ст. гр. 010

Иванов И.И.

Проверил доцент

Петров П.П.

Рязань 2020

Основные требования к оформлению отчета.

1. Отчет должен отображать всю проделанную работу: чертежи, таблицы замеров, расчеты, оценку погрешности, графики, анализ результатов, выводы.

2. Записи должны быть по возможности краткими и в то же время понятными любому достаточно квалифицированному читателю, а не только автору.

3. Графики размером не менее 150×150 мм выполняются карандашом либо на миллиметровой бумаге, либо на тетрадных листах в клетку.

4. Чертежи, графики, таблицы снабжаются заголовками или подписями с расшифровкой обозначений.

Изучение измерительных приборов

Нониусом называется вспомогательная шкала, с помощью которой производят отсчет долей делений основной шкалы измерительных приборов. Существуют нониусы линейные, спиральные, угломерные (угловые)

и другие. Принцип получения всех нониусов одинаков. Рассмотрим линейный нониус. Это дополнительная линейка, скользящая вдоль основной шкалы. Пусть число делений нониусной шкалы будет n , длина одного ее деления y , длина наименьшего деления основной шкалы x . Если будет выполняться соотношение $ny = (n \pm 1)x$, то эти две линейки образуют нониус. В случае выполнения условия $ny = (n - 1)x$ имеем нониус первого рода или прямой. Разность

$$x - y = \frac{x}{n} \quad (16)$$

называется *точностью нониуса*.

Рассмотрим процесс измерения с помощью линейного нониуса (рис. 1).

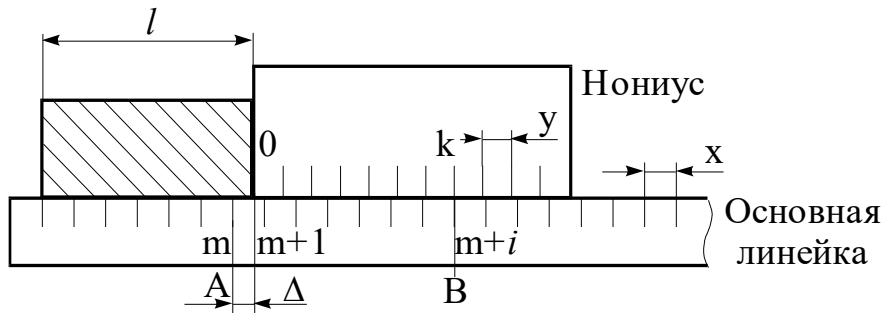


Рис. 1

Пусть l — измеряемый отрезок. Совместим его начало с нулевым делением основной шкалы, и пусть при этом его конец окажется между m -м и $(m+1)$ -м делениями этой шкалы. Тогда $l = mx + \Delta$, где Δ — неизвестная пока доля $(m+1)$ -го деления основной шкалы, определяемая с помощью нониуса. Совместим с концом отрезка l нуль нониуса. Так как деления нониуса не равны делениям основной шкалы, то обязательно на нем найдется такое деление k , которое совпадает с каким-то $(m+i)$ -м делением основной шкалы. Из рис. 1 видно, что расстояние AB между m -м и $(m+i)$ -м делениями основной шкалы выражается через деления нониуса, то есть

$$AB = ky + \Delta. \quad (17)$$

Подставив сюда y из равенства (16), получим

$$AB = k \frac{n-1}{n} x + \Delta = kx + \left(\Delta - \frac{k}{n} x \right), \quad (18)$$

где k — целое число.

Так как $k < n$, то $\frac{k}{n}x < x$. Величина Δ также меньше x , но поскольку AB содержит целое число делений x (см. рис. 1), то разность $\left(\Delta - \frac{k}{n}x\right)$ в формуле (18) должна быть равна 0. Отсюда $\Delta = k \frac{x}{n}$. Таким образом, длина отрезка

$$l = mx + k \frac{x}{n}. \quad (19)$$

Это значит, что длина отрезка, измеряемого с помощью нониуса, равна числу целых делений основной шкалы плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы. *Погрешность нониуса равна половине его точности.*

Штангенциркуль служит для линейных измерений, не требующих высокой точности. Отсчетными приспособлениями у всех конструкций штангенинструментов служат шкала штанги и линейный нониус. Цена деления основной шкалы штанги обычно равна одному миллиметру, а нониусы обычно имеют точность отсчета 0,1; 0,05; 0,02 мм.

Нониус укреплен в подвижной рамке (или нанесен на нее), скользящей вдоль основной шкалы штанги. При нулевом показании инструмента нуль нониуса совпадает с нулевым штрихом основной шкалы. При измерении детали подвижная рамка 1 с нониусом смещается и деталь зажимается губками 2 штангенциркуля (рис. 2).

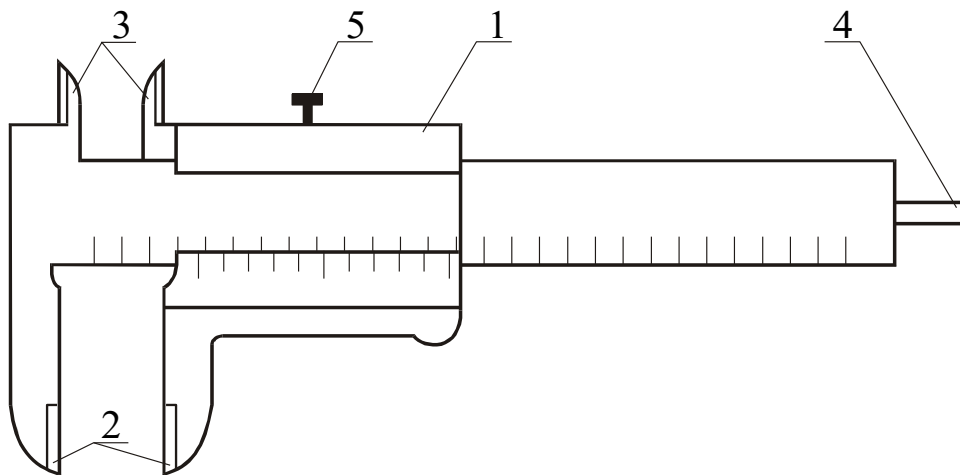


Рис. 2

Существует несколько видов штангенциркулей. Они различаются типом и количеством измерительных губок, длиной штанги, типом нониусов или наличием вспомогательных деталей. При наличии у штангенциркуля верхних 3 и нижних 2 измерительных губок его можно применять для измерения как внутренних, так и внешних размеров. Часто штангенциркуль снабжается линейкой 4, служащей для измерения глубин. Винт 5 служит для закрепления рамки при измерениях.

Для более точных измерений применяют *микрометрические инструменты*. Они бывают нескольких типов: микрометр для наружных измерений, микрометрический глубиномер и микрометрический нутромер. Микрометр для наружных измерений обычно представляет собой металлическую скобу 5 с цилиндром 6, на концах которой находятся неподвижный упор (пятка) 2 и полый стержень 3, в который ввинчен микрометрический винт (рис. 3).

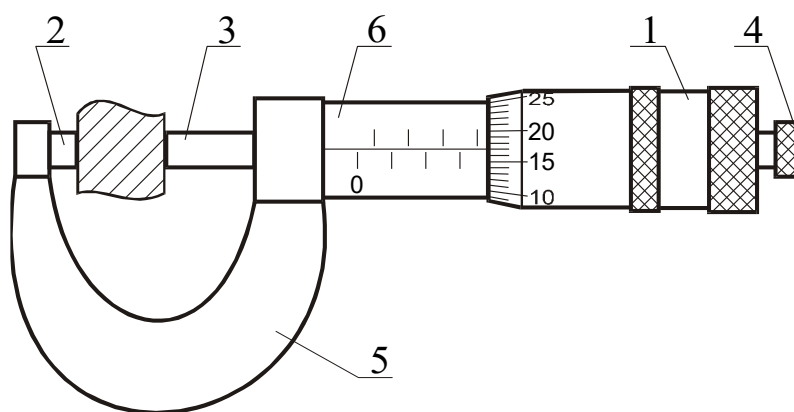


Рис. 3

При измерении предмет зажимается между упором 2 и подвижным концом стержня 3. Микровинт вращают трещоткой 4, при этом корпус барабана 1 перемещается поступательно относительно цилиндра 6. Отсчет ведется по горизонтальной шкале, нанесенной на цилиндр 6, и по шкале барабана. Горизонтальная шкала представляет собой двойную шкалу с ценой деления 0,5 мм, нанесенную на обе стороны продольной черты таким образом, что верхняя шкала сдвинута относительно нижней на половину деления.

Цена деления шкалы барабана может быть установлена следующим образом: пусть число делений круговой шкалы барабана $n = 50$, а шаг микровинта $h = 0,5$ мм. В этом случае одному полному обороту микровинта (а следовательно, и барабана) соответствует линейное перемещение края

барабана и стержня 3 на 0,5 мм, т. е. *линейному перемещению 1 мм соответствуют 2 оборота барабана*. Значит, цена деления круговой шкалы

$$a = \frac{h}{n} = 0,01 \text{ мм.}$$

Отсчет производится следующим образом: по шкале стержня отсчитывается размер измеряемого предмета с точностью до 0,5 мм. Сотые доли миллиметра отсчитываются по круговой шкале барабана. Полученные результаты складываются. Порядок отсчета одинаков для всех микрометрических инструментов. На рис. 3 изображено для примера положение барабана, соответствующее длине 3,67 мм. На скобе микрометра обычно указываются пределы измерения: 0-25 мм, 0-50 мм и т. д.

Прежде чем приступить к измерениям с помощью микрометра, нужно убедиться в том, что при доведении винта до упора с помощью трещотки получается по обеим шкалам нулевой отсчет. Необходимо иметь в виду, что правильный результат можно получить *лишь в том случае, если измеряемый предмет зажимается с помощью трещотки*.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с измерительными инструментами. Определите цену деления шкалы и нониуса.

2. Измерьте высоту h и диаметр d исследуемого тела (сделать по 5 замеров каждого размера штангенциркулем, затем микрометром). Данные занесите в таблицы отдельно для измерений штангенциркулем и микрометром.

3. Рассчитайте погрешности прямых измерений высоты и диаметра при использовании штангенциркуля и микрометра, заносая промежуточные результаты в таблицу. Запишите результаты прямых измерений h и d в соответствии с (10).

4. Рассчитайте объем исследуемого тела по результатам измерений штангенциркулем и микрометром по формуле

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h. \quad (20)$$

5. Определите формулу для расчета относительной погрешности в соответствии с формулами (14) и (20). Рассчитайте относительные и абсолютные погрешности для полученных значений объемов исследуемого тела.

6. Запишите окончательные результаты для измерений объема с помощью штангенциркуля и микрометра в соответствии с (15). Сравните полученные данные.

Таблица экспериментальных данных

| № П/П | h_i , мм | $(h_i - \langle h \rangle)$, мм | $(h_i - \langle h \rangle)^2$, мм ² | d_i , мм | $(d_i - \langle d \rangle)$, мм | $(d_i - \langle d \rangle)^2$, мм ² |
|----------|-----------------------------|---|--|-----------------------------|---|--|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| | $\langle h \rangle$, мм | $\sum(h_i - \langle h \rangle)$, мм | $\sum(h_i - \langle h \rangle)^2$, мм ² | $\langle d \rangle$, мм | $\sum(d_i - \langle d \rangle)$, мм | $\sum(d_i - \langle d \rangle)^2$, мм ² |
| | | | | | | |

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое погрешность, абсолютная и относительная?
2. Что такое систематическая и случайная погрешности?
3. Как определить точность нониуса?
4. Как определить погрешность нониуса?
5. Что такое доверительная вероятность и доверительный интервал?
6. Зачем нужен коэффициент Стьюдента?

Библиографический список

1. Лабораторные занятия по физике: учеб. пособие / Л. Л. Гольдин, Ф. Ф. Игошин, С. М. Козел и др.; под ред. Л. Л. Гольдина. М.: Наука, 1983.
2. Лабораторный практикум по физике: учеб. пособие для студентов вузов / Б. Ф. Алексеев, К. А. Барсуков, И. А. Войцеховская и др.; под ред. К. А. Барсукова и Ю. И. Уханова. М.: Высш. школа, 1988.
3. Физика: методические указания к лабораторному практикуму / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А. Е. Малютин, М. А. Буробин; под. ред. М. В. Дубкова. Рязань, 2019. 32 с.