МОРФИЗММИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ
СОЮЗ МАШИНОСТРОИТЕЛЕЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СВЯЗИ РЯЗАНСКОЙ ОБЛАСТИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ

СТНО-2026

IX МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФОРУМ

Сборник трудов

Том 5

Рязань
2026

УДК 004 + 001.1 + 681.2+ 681.2+ 681.3+681.5
С 568

Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2026 [текст]: сб. тр. IX междунар. науч.-техн. форума: в 11 т. Т.5./ под общ. ред. О.В. Миловзорова. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2026.

ISBN 978-5-7722-0443-6

Т.5: – 300 с.,: ил.

ISBN 978-5-7722-0448-1

Сборник включает труды участников IX Международного научно-технического форума «Современные технологии в науке и образовании» СТНО-2026.

В сборнике освещаются вопросы математического моделирования, новых технологий в радиотехнике, телекоммуникациях, электротехнике и радиоэлектронике, вопросы полупроводниковой наноэлектроники, приборостроения, лазерной, микроволновой техники, силовой промышленной электроники, новые технологии в измерительной технике и системах, биомедицинских системах, алгоритмическое и программное обеспечение вычислительной техники, вычислительных сетей и комплексов, вопросы разработки и применения элементов искусственного интеллекта в информационных системах и образовании, различные аспекты автоматизированного проектирования, обработки изображений и управления в технических системах, перспективные технологии в машиностроительном и нефтехимическом производствах, новые технологии и методики в высшем образовании, в т.ч. вопросы гуманитарной и физико-математической подготовки студентов, обучения их иностранным языкам, перспективные технологии электронного обучения, в том числе, дистанционного, вопросы экономики, управления предприятиями и персоналом, менеджмента, а также вопросы гуманитарной сферы.

Авторская позиция и стилистические особенности сохранены.

УДК 004 + 001.1 + 681.2+ 681.2+ 681.3+681.5

ISBN 978-5-7722-0443-6

© Рязанский государственный
радиотехнический университет, 2026

ISBN 978-5-7722-0448-1

ИНФОРМАЦИЯ О IX МЕЖДУНАРОДНОМ ФОРУМЕ «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ» СТНО-2026

IX Международный научно-технический форум «Современные технологии в науке и образовании» СТНО-2026 состоялся 03.03.2026-05.03.2026 в г. Рязань в Рязанском государственном радиотехническом университете имени В.Ф. Уткина.

В рамках форума «Современные технологии в науке и образовании» СТНО-2026 состоялась работа четырех Международных научно-технических конференций:

«Современные технологии в науке и образовании. Радиотехника и электроника», секции

- Радиотехнические системы;
- Радиотехнические устройства;
- Телекоммуникационные системы и устройства;
- Цифровые информационные технологии реального времени;
- Промышленная силовая электроника, электроэнергетика и электроснабжение;
- Физика полупроводников, микро- и наноэлектроника;
- Микроволновая, оптическая и квантовая электроника;
- Актуальные задачи химических технологий;

«Современные технологии в науке и образовании. Вычислительная техника, математическое моделирование и автоматизированные системы», секции

- Алгоритмическое и программное обеспечение вычислительных систем и сетей;
- Искусственный интеллект и информационные технологии;
- ЭВМ и системы;
- Модели искусственного интеллекта в САПР;
- Информационные технологии в конструировании электронных средств;
- Интеллектуальные системы и технологии в образовании;
- Информационные системы и защита информации;
- Математические методы и модели в научных исследованиях и прикладных проблемах. К 90-летию И.П. Карасева - основателя теории управления "в малом";
- Обработка данных, изображений и управление в технических системах;
- Геоинформационные и космические технологии;
- Автоматизация производственно-технологических процессов в приборо- и машиностроении;
- Информационно-измерительные устройства и системы в технике и медицине.
- Стандартизация и управление качеством;
- Информационные системы и технологии;

«Современные технологии в науке и образовании. Экономика и управление», секции;

- Современные технологии государственного и муниципального управления;
- Экономика, менеджмент и организация производства;
- Бухгалтерский учет, анализ и аудит;
- Экономическая безопасность;

«Современные технологии в науке и образовании. Новые технологии и методы в высшем образовании», секции

- Современные технологии электронного обучения;
- Иностранный язык в техническом вузе;
- Лингвистика и межкультурная коммуникация;
- Направления и формы гуманитаризации высшего образования и гуманитарная подготовка студентов;
- Методы преподавания и организация учебного процесса в вузе;
- Физико-математическая подготовка студентов;

- Особенности военного образования на современном этапе.

Организационный комитет Форума:

Гусев С.И., проректор по научной работе и инновациям, д.т.н., проф.;

Миловзоров О.В., зам. начальника управления организации научных исследований, к.т.н, доц. – координатор, главный редактор сборника трудов Форума;

Миронов Вал.В., профессор кафедры высшей математики, д.ф.-м.н., проф. – ответственный редактор сборника трудов Форума;

Устинова Л.С., начальник отдела информационного обеспечения – отв. за информационную поддержку;

члены оргкомитета:

Аронов Л.В., доцент кафедры радиоуправления и связи, к.т.н., доц.;

Бабаян П.В., зав. кафедрой автоматики и информационных технологий в управлении, к.т.н., доц.;

Бубнов С.А., доцент кафедры вычислительной и прикладной математики, к.ф.-м.н., доц.;

Витязев В.В., зав. кафедрой телекоммуникаций и основ радиотехники, д.т.н., проф.;

Волченков В.А., доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники, к.т.н.;

Горлин О.А., доцент кафедры электронных приборов, к.т.н., доц.;

Городничева Е.В., ассистент кафедры автоматизации информационных и технологических процессов;

Гостин А.М., доцент кафедры систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, к.т.н., доц.;

Губарев А.В., доцент кафедры информационно-измерительной и биомедицинской техники, к.т.н., доц.;

Гуржин С.Г., доцент кафедры информационно-измерительной и биомедицинской техники, к.т.н., доц.;

Дмитриев В.Т., зав. кафедрой радиоуправления и связи, д.т.н., доц.;

Дмитриева Т.А., доцент кафедры вычислительной и прикладной математики, к.т.н., доц.;

Евдокимова Е.Н., зав. кафедрой экономики, менеджмента и организации производства, д.э.н., проф.;

Еремеев В.В., директор НИИ «Фотон», д.т.н., проф.;

Есенина Н.Е., зав. кафедрой иностранных языков, к.п.н., доц.;

Жулев В.И., зав. кафедрой информационно-измерительной и биомедицинской техники, д.т.н., проф.;

Каширин И.Ю., доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительной и прикладной математики, д.т.н., проф.;

Киселёва О.В., доцент кафедры экономической безопасности, анализа и учета, к.э.н., доц.;

Кислицына Т.С., старший преподаватель кафедры радиотехнических систем;

Клейносова Н.П., директор центра дистанционного обучения, к.п.н., доц.;

Клочко В.К., профессор кафедры автоматики и информационных технологий в управлении, д.т.н., проф.;

Коваленко В.В., зав. кафедрой химической технологии, к.т.н., доц.;

Корячко В.П., зав. кафедрой систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, д.т.н., проф.;

Костров Б.В., зав. кафедрой электронных вычислительных машин, д.т.н., проф.;

Кошелев В.И., зав. кафедрой радиотехнических систем, д.т.н., проф.;

Крошилина С.В., доцент кафедры вычислительной и прикладной математики, к.т.н., доц.;

Круглов С.А., зав. кафедрой промышленной электроники, д.т.н., доц.;

Кузьмин Ю.М., доцент кафедры информационной безопасности, к.т.н., доц.;

Куприна О.Г., доцент кафедры иностранных языков, к.филол.н., доц.;

Ленков М.В., зав. кафедрой автоматизации информационных и технологических процессов, к.т.н., доц.;

Литвинов В.Г., зав. кафедрой микро- и наноэлектроники, д.ф.-м.н., доц.;

Лукьянова Г.С., зав. кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н., доц.;

Маметова Ю.Ф., доцент кафедры иностранных языков, к.п.н., доц.;

Миронов В.В., старший преподаватель кафедры Воздушно-космических сил;

Митрошин А.А., доцент кафедры систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, к.т.н., доц.;

Мишустин В.Г., доцент кафедры микро- и наноэлектроники, к.ф.-м.н., доц.;

Овечкин Г.В., зав. кафедрой вычислительной и прикладной математики, д.т.н., проф.;

Паршин А.Ю., доцент кафедры радиотехнических устройств, к.т.н., доц.;

Паршин Ю.Н., зав. кафедрой радиотехнических устройств, д.т.н., проф.;

Перфильев С.В., зав. кафедрой государственного, муниципального и корпоративного управления, д.э.н., проф.;

Подгорнова Н.А., доцент кафедры государственного, муниципального и корпоративного управления, к.э.н., доц.;

Пржегорлинский В.Н., зав. кафедрой информационной безопасности, к.т.н., доц.;

Пылькин А.Н., профессор кафедры вычислительной и прикладной математики, д.т.н., проф.;

Саблина В.А., доцент кафедры электронных вычислительных машин, к.т.н., доц.;

Сапрыкин А.Н., доцент кафедры систем автоматизированного проектирования вычислительных средств, к.т.н., доц.;

Семенов А.Р., доцент кафедры химической технологии, к.ф.-м.н.;

Скрипкина О.В. доцент кафедры экономической безопасности, анализа и учета, к.э.н., доц.;

Соколов А.С., зав. кафедрой истории, философии и права, д.и.н;

Соловьева И.П., доцент кафедры экономики, менеджмента и организации производства, к.э.н., доц.;

Таганов А.И., профессор кафедры космических технологий, д.т.н., проф.;

Тарасова В.Ю., ассистент кафедры электронных вычислительных машин, магистр;

Торженова Т.В. доцент кафедры экономической безопасности, анализа и учета, к.э.н., доц.;

Харитонов А.Ю., нач. военного учебного центра, полковник, к.т.н., доц;

Холопов С.И., зав. кафедрой автоматизированных систем управления, к.т.н., доц.;

Цыцына М.И., ассистент кафедры космических технологий, магистр;

Чеглакова С.Г., зав. кафедрой экономической безопасности, анализа и учета, д.э.н., проф.;

Челебаев С.В., доцент кафедры автоматизированных систем управления, к.т.н., доц.;

Щевьев А.А., доцент кафедры истории, философии и права, к.п.н., доц.

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ»

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМАХ. К 90-ЛЕТИЮ И.П. КАРАСЕВА - ОСНОВАТЕЛЯ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ "В МАЛОМ"»

УДК 517.977.5

УПРАВЛЕНИЕ «В МАЛОМ» – НОВОЕ НАПРАВЛЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ[1]

Вал.В. Миронов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В. Ф. Уткина,
Россия, 390005, Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1;
E-mail: mironov1vv@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена историографии нового направления в математической теории управления – управление «в малом», открытого и развиваемого ныне учеными Рязанского государственного радиотехнического университета имени В. Ф. Уткина. В контексте общей теории управления представлены основные этапы, результаты теории управления «в малом», имена их авторов и определено место управления «в малом» в общей теории управления.

Ключевые слова: общая теория управления, управление «в малом», история направления, развитие и приложения теории «в малом».

CONTROL "IN THE SMALL" - A NEW DIRECTION IN THE MATHEMATICAL THEORY OF OPTIMAL CONTROL

Val.V. Mironov

Ryazan State Radio Engineering University;
Russia, Ryazan, 390005;
E-mail: mironov1vv@mail.ru

Annotation. This article is devoted to the historiography of a new direction in mathematical control theory–control "in the small," discovered and currently being developed by scientists at the V. F. Utkin Ryazan State Radio Engineering University. Within the context of general control theory, the article presents the main stages and results of control "in the small," the names of their authors, and defines the place of control "in the small" in general control theory.

Keywords: General theory of control, control "in the small", history of the direction, development and applications of the theory "in the small".

Эту статью автор посвящает основателю теории управления «в малом», ныне здравствующему **И.П. Карасеву**.

Иван Петрович Карасев – 90 лет со дня рождения

Карасев Иван Петрович родился 7 марта 1936 г. в селе Черкассы Елецкого района Липецкой области.

В 1954 году, после окончания средней школы № 12 города

[1] Статья написана на основе монолгрифии автора - Миронов В.В. ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ: УПРАВЛЯЕМОСТЬ «В МАЛОМ»: монография. – Рязань, РГРТУ: Изд. Book jet, 2024. - 122 с. (формат А4).

Ельца, поступил в Елецкий государственный педагогический институт на физико-математический факультет. В студенческие годы занимался в математическом кружке, увлекался спортом и общественной работой.

Был активным участником освоения Целины. В 1956 году участвовал в строительстве зернохранилищ по комсомольской путевке в Кустанайской области Казахстана. В 1959 году окончил институт ЕГПУ по специальности «Математика и физика» и по распределению работал в Алтайском крае.

Через 2 года вместе с женой, Карасевой Л. А., переехал в город Рязань и, пройдя конкурс, стал работать ассистентом на кафедре высшей математики Рязанского радиотехнического института, в котором проработал до 2019 года и имеет педагогический стаж работы 60 лет.

В 1963-1966 годы учился в аспирантуре, в марте 1968 года защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, в 1970 году ему присвоено звание доцента.

С 1976 года по 1982 год работал заведующим кафедрой высшей математики.

Научную деятельность И. П. Карасев начинал под руководством доцента Л. Н. Ешукова, опубликовал более 100 научных работ. Был оппонентом на защитах кандидатских диссертаций. И. П. Карасев является основателем теории управления «в малом» - важнейшего частного случая общей математической теории оптимального управления.

Многократно возглавлял предметную комиссию по математике по приему в радиотехнический институт, вел работу в школах области и города Рязани по привлечению выпускников школ в наш вуз.

Большое внимание уделял общественной работе: являясь заместителем председателя месткома университета, возглавлял учебно-методическую комиссию, был секретарем партбюро факультета, членом профкома, членом Совета университета и факультета и активно участвовал в другой общественной работе.

За свой труд И. П. Карасев имеет поощрения и награды: нагрудный знак «Почетный работник высшего профессионального образования РФ», две почетные грамоты Министерства образования и науки РФ, медаль «За доблестный труд», почетные грамоты и благодарности различного уровня.

Введение

В данном обзорном докладе представлены история создания, основы и развитие теории управления «в малом» - важного частного случая общей математической теории управления, зародившегося в трудах ученых Рязанского радиотехнического института (РРТИ, ныне РГРТУ им. В.Ф. Уткина) в конце 60-х – начале 70-х прошлого века.

Работа А.М. Ляпунова[2] привела в конце 1960-х гг. Ивана Петровича Карасева к идее управляемости «в малом», когда он задался вопросами (по воспоминаниям самого И. П. Карасева): «А почему, собственно, изучается поведение траектории в окрестности бесконечно удаленной, во времени и пространстве, точки? Почему управляемость изучается в «сколь угодно больших» окрестностях? При каких условиях можно управлять системой вблизи начала координат? Насколько размерность пространства повлияет на эти условия?». Работу И.П.Карасева и Ю.С. Митрохина в этом направлении поддержал их научный руководитель Л.Н. Ешуков, а несколько позднее акад. Е.А. Барбашин (АН Белоруссии), член-корреспондент НАН Белоруссии Ф.М. Кириллова и член-корреспондент АН СССР А.М. Лётов (заметим, именно Лётов, а не Летов, как иногда пишут и произносят).

[2] **Ляпунов А. М.** Общая задача об устойчивости движения. – М.: Гос. изд. технико-теорет. литер., 1950. – 473 с.

Что касается общей темы «теория управления», то, по мнению автора, представить сколь-нибудь полно историю развития математической теории управления – цель безнадежная ввиду чрезвычайно большого объёма информации по этому вопросу. В этой связи отметим, что взгляды автора на проблему искусственного интеллекта (ИИ), на перспективы развития ИИ и границы возможностей ИИ можно проследить по работе[3].

Но представить историю теории управляемости «в малом» фрагментарно в контексте общей теории управления, с акцентом на существенные ее моменты вполне возможно.

Цель доклада в том и состоит, чтобы фрагментарно ознакомить специалистов и историков математики в контексте общей теории управления с новым направлением – теорией управляемости, наблюдаемости и достижимости цели «в малом» и с ее приложениями.

Для удобства восприятия он-лайн библиографические ссылки приведены в подстрочниках и могут повторяться в них. Общий список литературы в порядке цитирования общим числом 66 представлен в конце доклада**.**

§ 1. Разновидности управления

По-видимому, впервые процессы автоматического регулирования (и, как следствие, управления) систематически были рассмотрены в работах[4, 5], и основной проблемой в теории автоматического регулирования сразу стала проблема устойчивости. Первые попытки разрешить эту проблему привели к (алгебраическим) критериям устойчивости[6, 7].

Собственно, что значит управлять системой? Процитируем Р. Калмана[8]: «Цель управления состоит в том, чтобы изменить динамику поведения физической системы в соответствии с желаниями человека».

Со временем выяснилось, что традиционные методы оптимального управления могут оказаться малоэффективными в конкретных ситуациях, когда, к примеру, нужно так управлять объектом в автоматическом режиме, чтобы он достиг цели управления и при этом не вышел за пределы некой пространственной области (что и есть управляемость «в малом»). Такие задачи возникают, например, в космической практике, когда малый космический аппарат (МКА), стартуя с базовой космической платформы (БКП), должен проинспектировать «дружественный» или, что особо важно, «недружественный» космический аппарат и по результатам инспекции принять то или иное решение.

Перейдем к формальным определениям.

Математическая модель

Математическая модель управляемого и наблюдаемого движения (некоторого объекта) в трехмерном (аффинном) пространстве традиционно представлена в виде (неавтономных) дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + v(t), \qquad (1)$$

---

[3] **Миронов В.В.** Математические модели интеллекта, аксиоматизация, алгебра и парадокс искусственного интеллекта, перспективы развития интеллекта // Труды VIII Международного симпозиума «Современные технологии в науке и образовании (СТНО-2025): Рязань, РГРТУ. 2025. Том 5. С. 91 – 111.

[4] **Maxwell, J.C.** On Governors / J.C. Maxwell // Proc. of the Royal Soc. of London: 1868, v. 16.

[5] **Максвелл Д. К., Вышнеградский И. А., Стодола А.** Теория автоматического регулирования / под ред. А. А. Андронова и И. И. Вознесенского: монография. – М.: Изд. АН СССР, 1949.

[6] **Routh, E. J.** A treatise on the stability of a given state of motion, particularly steadymotion / E.J. Routh. – London: 1877, XII.

[7] **Hurwitz, A.** Über die Bedingungen, unter welcheneine Gleichungnur Würzelnmit negativen reelen Teilenbesitzt / A. Hurwitz // Mathematishe Annalen. – 46. – 1895.

[8] **Калман Р.** Очерки по математической теории систем / Р. Е. Калман, П. Л. Фалб, М. А. Арбиб. – М.: Мир, 1971. – С. 35–38.

$$y(t) = C(t)x(t),$$

где $x(t)$ – n-мерный вектор фазового состояния системы ($n = 3$), зависящий от времени t, вектор y – это p-мерный вектор наблюдения ($1 \le p \le 3$); u – постоянный вектор, заданный координатами u_1, u_2, u_3(физически – это коэффициенты усиления управления по выбранным осям координат); $A(t), C(t)$ – заданные матрицы соответствующих размерностей с вещественными и непрерывными при $t \in [0, +\infty)$элементами, $\nu(t)$– кусочно-постоянная функция из заданной области U, называемая допустимым управлением, удовлетворяющая условию (нормировки)

$$(\forall t)\ |\nu(t)| \le 1. \qquad (2)$$

Управление «в малом»

Определение 1. Детерминированную систему, описываемую уравнением (1) [соответственно, систему уравнений (1)], назовем управляемой «в малом» в фиксированный момент времени $T^0 \in [t_0, T]$ для начала координат O, если для любой окрестности начала координат $S(O)$=$U(O)$ найдется окрестность $V(O) \subset S(O)$ такая, что для любой точки $x_0 \in V(O)$ можно указать допустимое управление $\nu(t)$, при котором положительная полутраектория системы (1), (2), выходящая из точки x_0, достигает начала координат – точку O за конечное время $[T^0, T^1]$, не выходя из окрестности $S(O)$, при этом не исключено, что ($T^1 \ge T$).

Систему (1) назовем управляемой «в малом» на отрезке времени $[t_0, T]$, если она управляема «в малом» в каждом моменте времени $T^0 \in [t_0, T]$ Это также значит, что начало координат достижимо «в малом» для системы (1). *Конец определения*.

Глобальное управление системой

Определение 2. Детерминированную систему, описываемую уравнением (1), назовем глобально управляемой в фиксированный момент времени $T^0 \in [t_0, T]$ для начала координат O, если для любой точки x_0 пространства можно указать допустимое управление $\nu(t)$, при котором положительная полутраектория системы (1), (2), выходящая из точки x_0, достигает начала координат – точку O за конечное время $[T^0, T^1]$, при этом не исключено, что ($T^1 \ge T$). Систему (1) назовем глобально управляемой на отрезке времени $[t_0, T]$, если она локально управляема в каждом моменте времени $T^0 \in [t_0, T]$.

Локальное управление (классическое)

Определение 3. Детерминированную систему, описываемую уравнением (1) [соответственно систему уравнений (1)], назовем локально управляемой в фиксированный момент времени $T^0 \in [t_0, T]$ для начала координат O, если для некоторой окрестности начала координат $S(O) = U(O)$ и для любой точки $x_0 \in S(O)$ можно указать допустимое управление $\nu(t)$, при котором положительная полутраектория системы (1), (2), выходящая из точки x_0, достигает начала координат – точку O за конечное время $[T^0, T^1]$, при этом не исключено, что ($T^1 \ge T$). Систему (1) назовем локально управляемой на отрезке времени $[t_0, T]$, если она локально управляема в каждом моменте времени $T^0 \in [t_0, T]$.

Отсюда легко построить определения (их явные формулировки здесь опущены) глобально неуправляемой, или локально неуправляемой, или неуправляемой «в малом» системы. Нетрудно видеть, что управление «в малом» является локальным управлением. В обратную сторону утверждение неверно.

На рисунках 1 и 2 приведены иллюстрации понятий классического управления и управления «в малом».

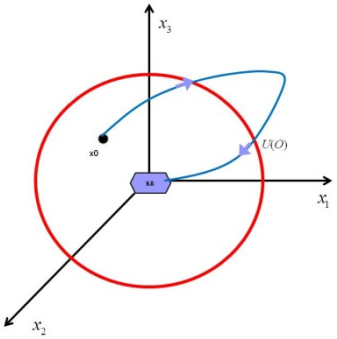


Рис. 1. Классическое управление

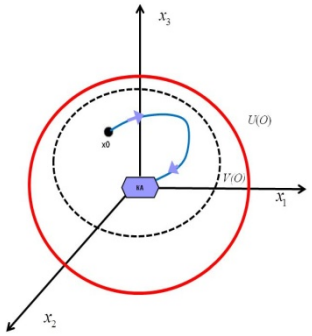


Рис. 2. Управление «в малом»

§ 2. Первые результаты по управлению «в малом» и их развитие

Первые результаты по тории управления «в малом» получены И. П. Карасевым и опубликованы в научных изданиях «местного» уровня[9,10] .

Пионерской работой на Всесоюзном уровне, оказавшей влияние на формирование нового направления «в малом», в которой был получен фундаментальный результат, стала работа И. П. Карасева[11]. В этой статье изучалась управляемость «в малом» системы трёх нелинейных дифференциальных уравнений.

В научных публикациях опять же «провинциального» уровня[12,13,14,15,16,17,18] вопросы управляемости и управления продолжали изучаться и развиваться в различных постановках и трактовках. В этих работах изучалась область достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка; развивалась теория достижимости «в малом» начала координат для системы трех нелинейных дифференциальных уравнений; исследование достижимости «в малом» начала координат для систем трех нелинейных уравнений изучалась с помощью высших производных.

Эта тема «высших производных» в дальнейшем получит детальное развитие в работах Ю. С. Митрохина и В. В. Миронова. При этом вопрос о необходимых и достаточных условиях управляемости «в малом» при помощи высших кривизн открыт до сих пор.

В работах [27, 28, 29, 30] Л.Н. Ешуков рассматривал некоторые аспекты построения и изучал свойства областей управления.

---

[9]**Карасев И.П.** Достаточное условие существования области достижимости систем оптимального регулирования 2-го порядка // Материалы научно-технической конференции молодых ученых, посвященной 70-летию со дня открытия радио. Рязань, 1965.

[10] **Карасев И.**П.. Задача о достижимости. Материалы первой областной конференции молодых научных работников . Рязань, 1967.

[11]**Карасёв И.П.** О существовании области достижимости// Дифференциальные уравнения, т. 3, №12, 1967.

[12]**Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып. 8, 1968, 11-29.

[13]**Карасёв И.П.** Достижимость «в малом» начала координат для системы трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып. 8, Рязань, 1968, 31-42.

[14]**Карасёв И.П.** Исследования достижимости «в малом» начала координат для систем трех нелинейных уравнений с помощью высших производных// Труды РРТИ, вып. 28, Рязань, 1971.

[15]**Ешуков Л.Н.** Функциональные задачи для обыкновенных уравнений с управлением// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 10-14.

[16]**Ешуков Л.Н.** О несимметричности оптимальных управлений// Труды РРТИ, вып, 28, Рязань, 1971, 29-39.

[17]**Ешуков Л.Н.** О строении области управляемости линейных систем оптимального управления// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 20-29.

[18]**Ешуков Л.Н.** Об одной задаче оптимального управления// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 20-29.

В работах[19],[20] Л.Н. Ешуков в авторском содружестве с И.П. Карасевым рассматривали вопросы управляемости и неуправляемости «в малом» системы двух нелинейных уравнений. Эти идеи развиваются в работах[21],[22], где изучалась управляемость «в малом» систем трёх нелинейных дифференциальных уравнений. В работе [23] доказано, что управляемость «в малом» зависит от кручения траекторий, вычисленного в начале координат». Этот результат оказал большое влияние и на исследование устойчивости (по А. М. Ляпунову) нулевого решения системы дифференциальных уравнений.

В работах[24],[25],[26],[27],[28],[29],[30],[31] рязанских математиков Митрохина Ю.С., Степанова А.Н., Карасева И.П. (по отдельности или в соавторстве) продолжают исследоваться вопросы в разных постановках управляемости «в малом» нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений оптимального регулирования вида

$$\dot{x}_0 = f(x,t) + u(t)a,$$

где обозначения и условия на модель и управление традиционны.

Пионерской в рассматриваемой области явилась и сама диссертационная работа И.П. Карасева[32]. В этой работе в первой и второй главах изучаются вопросы существования области достижимости для системы двух нелинейных дифференциальных уравнений в векторной форме:

$$\frac{dx}{dt} = F(x) + \nu u\,, \tag{3}$$

---

[19]**Ешуков Л.Н., Карасёв И.П.** О достижимости «в малом» систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 1-10.

[20]**Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, 1968, 11-29.

[21]**Ешуков Л.Н., Карасёв И.П.** О достижимости «в малом» систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 1-10.

[22]**Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, 1968, 11-29.

[23] **Карасёв И.П.** Достижимость «в малом» начала координат для систем трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 34-42.

[24] **Митрохин Ю.С**. Об управляемости «в малом» нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1976, вып.69. С. 25 30.

[25] **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н**. Некоторые критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1974, вып.53. С. 62 67.

[26] **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Дифференциальные уравнения (Качественная теория): Межвуз. сб. науч. тр. Рязань: Ряз. пед. ин-т, 1985. С. 61-70.

[27] **Карасев И.П., Митрохин Ю.С.** Об управляемости систем трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 39-52.

[28] **Карасев И.П., Митрохин Ю.С.** О достижимости в малом нелинейных систем// Всесоюзная конференция по качественной теории дифференциальных уравнений и изучению дифференциальных уравнений в педагогических институтах, Рязань 1971.

[29] **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Об управляемости в малом одной нелинейной системы// 3-я Всесоюзная конференция по качественной теории дифференциальных уравнений в высших учебных заведениях. Самарканд, 1973.

[30] **Митрохин Ю.С.** Задачи о встрече движений на плоскости для нелинейных систем// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 53-70.

[31] **Митрохин Ю.С.** Задачи о встрече движений на плоскости для систем, допускающих линеаризацию// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 71-78.

[32] **Карасев И.П.** Существование области достижимости в нелинейных задачах оптимального управления: Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук . Рязань: РРТИ, 1967.

где $F(x)$ – вектор-функция, $\nu(t)$ – управляющая скалярная функция, стесненная условием u: $|\nu(t)| \leq 1$, u – постоянный вектор фазовой плоскости $\boldsymbol{R}^2$. Рассмотрены вопросы существования области достижимости «в малом» начала координат для системы (3). При некоторых ограничениях на правые части устанавливается, что из достижимости «в малом» следует достижимость «в большом» (из любой точки плоскости $\boldsymbol{R}^2$ и из некоторой области). И.П. Карасевым доказано также, что асимптотически устойчивые системы имеют область достижимости в случае достижимости начала «в малом». Показано, какие именно дополнительные условия нужно внести в условия теорем Н.П. Еругина, И.Г. Малкина и Н.Н. Красовского (см. работы [33], [34], [35], [36]), чтобы системы типа Айзермана - Калмана[37], [38] с добавлением управления обладали свойством достижимости в большом.

В диссертации И.П. Карасева с новой точки зрения достижимости «в малом» решаются вопросы достижимости и недостижимости для системы вида

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \nu u, \quad A = \begin{Vmatrix} a & b \\ c & d \end{Vmatrix} \tag{4}$$

в предположении о выполнении условия общности положения векторов u и Au.

Доказано, что может иметь место только один из следующих случаев:

1) области достижимости для системы (4) не существует,

2) область достижимости существует и совпадает со всей плоскостью $\mathbf{R}^2$,

3) область достижимости существует и совпадает с некоторой частью плоскости $\mathbf{R}^2$.

Рассматривается существование области достижимости «в малом» начала для систем трех дифференциальных уравнений. Вызывает сомнение достижимость точки O «в малом» для нелинейных систем при граничных значениях управления в некоторых случаях. Поэтому в условия некоторых теорем введена область управлений u_1, в которой смешанное произведение векторов $\dot{x}_0$, $\ddot{x}_0$, $\dddot{x}_0$ (при наличии всех производных) меняет знак при замене управления на противоположное управление. Далее доказывается аналогичная теорема для случая линейной зависимости векторов $\dot{x}_0$, $\ddot{x}_0$, $\dddot{x}_0$ и проводится исследование на управляемость с помощью высших производных.

Проведено полное исследование вопроса о существовании области достижимости для системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

В развитие работ И.П. Карасева в диссертационной работе Ю.С. Митрохина[39] (защита которой, так же, как у И.П. Карасева, проходила в Минске) решены следующие вопросы:

- вопросы существования области управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений;

---

[33] **Еругин Н.П.** О некоторых вопросах устойчивости движения и качественной теории дифференциальных уравнений в целом // Прикладная математика и механика, 1950, т. 14, вып. 5.

[34] **Еругин Н.П.** Качественные методы в теории устойчивости// Прикладная математика и механика, 1955, т. 19, вып. 5.

[35] **Малкин И.Г.** Об одной задаче теории устойчивости систем автоматического регурегулирования // Прикладная математика и механика, 1952, т 3, вып 16.

[36] **Красовский Н.Н.** Некоторые задачи теории устойчивости движения [Текст]. – М.: Физматгиз, 1959. - 211 с.

[37] **Айзерман М.А.** Об одной проблеме, касающейся устойчивости «больших» систем // Успехи мат. наук. 1949. Т. 4. Вып. 4. С. 186–188.

[38] **Kalman R. E.** Physical and Mathematical mechanisms of instability in nonlinear automatic control systems // Transactions of ASME, 1957. Vol. 79, N 3. C. 553–566.

[39] **Митрохин Ю. С.** Об управляемости нелинейных систем оптимального регулирования: Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук. Рязань: РРТИ, 1974

- в предположении, что правые части заданных систем имеют достаточное число непрерывных производных в окрестности начала координат, устанавливаются признаки управляемости и неуправляемости «в малом»;

- показывается, что эти признаки зависят от свойств последней кривизны траектории в окрестности начала координат;

- результаты в теории управляемости «в малом» не основаны на использовании линейного приближения или на классических предположениях об общности положения векторов $a, Aa, \dots, A^{n-1}a$, где A – матрица линейного приближения;

- изучаются задачи о встрече движений на плоскости для линейных и нелинейных систем;

- изучаются свойства так называемой ε-управляемости «в малом» систем;

- некоторые критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений;

- критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений оптимального регулирования.

Отметим, что Ю. С. Митрохин применил и утвердил основной аппарат исследования управляемости «в малом» – качественные методы теории дифференциальных уравнений и особенно методы многомерной геометрии.

Нелишне будет сказать, что геометрические методы играют важную, если не главную, роль в решении этих проблем, а сами методы берут свое начало еще от работ Пуанкаре, Биркгофа, Морса.

После работы А. Пуанкаре вопросы качественного анализа в теории дифференциальных уравнений приобрели одно из центральных направлений, а проблема исследования периодических решений стала весьма популярной.

Проблемы динамических и геометрических свойств периодических траекторий интенсивно изучаются. Среди многих работ в этом направлении отметим «рязанские» работы[40], [41], [42], [43], [44], [45], в которых идея управляемости «в малом» присутствует либо явно, либо опосредованно.

Вопрос в деталях можно проследить по журнальным публикациям[46], [47], [48], [49], [50], [51], [52], [53], [54] и монографии[55], в которой, в частности, вводится и изучается понятие управляемости «в

---

[40] **Митрохин Ю.С.** Об управляемости «в малом» нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1976, вып.69. С. 25- 30.

[41] **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Дифференциальные уравнения (Качественная теория): Межвуз. сб. науч. тр. Рязань: Ряз. пед. ин-т, 1985. С. 61- 70.

[42] **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Некоторые критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1974, вып.53. С. 62- 67.

[43] **Терехин М.Т.** Управляемость «в малом» системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Дифференциальные и интегральные уравнения. Методы топологической динимики: Межвуз. сб. науч. тр. Горький: Горьк. ун-т, 1987. С. 48- 52

[44] **Терехин М.Т.** Устойчивость управления по параметру // Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения. Рязань: Изд-во РГПУ, 1998, №1. С. 86-96.

[45] **Терехин М.Т.** Об устойчивости управления по параметру // Известия вузов. Математика, 2000, №9. С. 38 46.

[46] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Новый подход к исследованию устойчивости и управляемости динамических систем// Труды международной конференции ”Алгебраические и аналитические методы в теории дифференциальных уравнений”. Орел, 1996. С. 127-129.

[47] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Методы исследования устойчивости и управляемости в задачах о движении космических аппаратов// Тезисы докладов 2-й международной конференции ”Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика”. Рязань, 1998. С. 108-109.

[48] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Устойчивость систем автоматического управления с переменной структурой //Вестник РГРТА. Рязань, 1999. Вып. 6. С. 37-40.

малом» и для стохастических систем. Это направление ныне находится все еще в самом начале изучения.

§ 3. Развитие управления «в малом»

Рассмотрение вопросов об устойчивости нелинейных управляемых систем стимулировало развитие новых методов анализа, дифференциальной геометрии, многомерной геометрии и даже, казалось бы, далекой от темы устойчивости систем в алгебре.

Для обнаружения скрытых периодических колебаний в многомерных динамических системах В. А. Плиссом был разработан аналитический метод, позволяющий обнаруживать периодические колебания в системах третьего порядка, удовлетворяющих обобщенным условиям Рауса - Гурвица. В дальнейшем этот метод был развит и для многомерных систем.

Оказалось, что такой обобщенный метод В. А. Плисса может рассматриваться как некоторый специальный вариант метода описывающих функций в критическом случае.

В контексте общей проблематики об устойчивости и управляемости нелинейных систем типа Айзермана - Калмана работы профессора кафедры высшей математики РГРТУ В. В. Миронова позволили решить проблемы об устойчивости и управляемости «в малом» для нелинейных систем в наиболее общих многомерных случаях и выйти на фундаментальный вопрос о построении функции А. М. Ляпунова в различных случаях не по интуиции (некоторые математики приравнивают умение строить функции Ляпунова к искусству), а по конструктивному алгоритму (отчасти открытая проблема).

§ 5. Прикладные проблемы теории управления «в малом»

В прикладном аспекте перспективная тема управления «в малом» нашла применение к малым космическим аппаратам (МКА) и развита в работах учеников проф. Миронова В. В. По результатам этих и некоторых смежных исследований под руководством проф. Миронова В.В. защищены кандидатские диссертации. Представим коротко основные результаты этих работ.

Так в работе[56] изучается устойчивое управление линейными системами переменной структуры. В работе[57] разработаны алгоритмы перехода к стандартному управлению (космическими) объектами.

В работе[58] представлена система проектирования кусочно-постоянного управления

---

[49] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Устойчивость систем автоматического управления с переменной структурой //Вестник РГРТА. Рязань, 1999. Вып. 6. С. 37-40.

[50] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Задача об управляемости систем оптимального регулирования и методы ее решения //Вестник РГРТА. Рязань, 2000. Вып. 7. С. 22-25.

[51] **Миронов В.В.** Единый конструктивный подход к построению функций ляпуновского типа // Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2000. №4. С. 52-64.

[52] **Миронов В.В**. Исследование устойчивости решений разностных уравнений Вольтерра //Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2001. №5. С. 112—113.

[53] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Конструктивное исследование устойчивости решений разностных систем уравнений //Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2001. №5. С. 114-115.

[54] **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Глобальная устойчивость технических систем с переменной структурой //Космонавтика и ракетостроение. 2001. Вып. 24. С. 75-82.

[55] **Миронов В.В., Северцев Н. А.** Методы анализа устойчивости систем и управляемости движением: Монография. / ФИЦ ИУ РАН, ВЦ РАН им. А. А. Дородницына. - М.: Изд-во РУДН, 2002. - 165 с.

[56] **Миронова К.В.** Устойчивое управление линейными системами переменной структуры // Межвуз. сб. науч. тр. «Информационные технологии». – Рязань, 2011. С.110 -114.

[57] **Миронова К.В.** Разработка алгоритмов перехода к стандартному управлению объектами // Матер. 59-й науч.-техн. конф. «Всеросс. фестиваль науки». Рязань, РГРТУ, 2012. С. 116-117.

малыми искусственными спутниками Земли.

В работах [59], [60] проведено проектирование вариантов управления наноспутником на основе траекторных измерений.

В работе[61] изучена возможность достижимости цели «в малом» для плоского управляемого движения космического аппарата.

В работе[62] представлен уже программный комплекс «Поиск моментов переключения управления малого космического аппарата».

В работе[63] осуществлен переход от проблемы управляемости к проблеме наблюдаемости «в малом» для неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения малого космического аппарата.

В работе[64] изучается принцип двойственности «в малом» для линейных систем и его приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарата.

Подробнее теоретические аспекты прикладных проблем можно проследить по монографиям[65], [66]. Заметим, именно *теоретические* аспекты, поскольку вопросы сопровождения и управления реальными МКА для достижения заданной цели, не выходя за пределы заданной пространственной, как правило, вытянутой области в соответствующей системе координат, в данных монографиях не рассматривались. В этих работах на базе новой математической теории управления «в малом» приводятся решения прикладных задач по управлению малыми космическими аппаратами, стартующими с базового космического аппарата (платформы), с целью гарантированного достижения ими цели за минимальное время, не выходя за пределы наперед заданной пространственной окрестности цели

Таким образом, новое поколение рязанских математиков продолжило и продолжает развивать эту новую ветвь теории - управление «в малом».

Заключение

В данной статье представлена и проанализирована история создания методики иссле-

---

[58] **Миронова К.В.** Система проектирования кусочно-постоянного управления малыми искусственными спутниками Земли // 6-я международная научно-техническая конференция «Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика». Рязань, 2013. С. 105-107.

[59] **Миронова К.В.** Численное моделирование управления космическим наноспутником на основе двухэтапного ОМНК // Межвуз. сб. науч. тр. «Математические методы в научных исследованиях». Рязань. 2014. РГРТУ. С. 43-53.

[60] **Миронова К.В., Корячко В.П.** Проектирование вариантов управления наноспутником на основе траекторных измерений // Информатизация образования и науки. 2015. № 2 (26). С. 75-87.

[61] **Миронова К.В., Корячко В.П.** Достижимость цели «в малом» для плоского управляемого движения космического аппарата // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). 2015. № 1 (вып. 51). С. 89-95

[62] **Миронова К.В., Розанов А.К.** Программа «Поиск моментов переключения управления малого космического аппарата». М.: Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование» Минобрнауки РФ. Свидетельство № 20974 от 16.06.2015.

[63] **Ву, К.М.** Проблема наблюдаемости «в малом» для неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения малого космического аппарата [Текст] / К. М. Ву // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). 2019. № 1 С. 73-80.

[64] **Ву, К.М.** Принцип двойственности «в малом» для линейных систем и его приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарта [Текст] / К. М. Ву, В. В. Миронов // Информатизация образования и науки. 2019. № 3 (43).

[65] **Миронов В.В., Миронова К.В.** Управляемость «в малом» в приложении к малым космическим аппаратам (теоретический аспект): монография / под ред. проф. В. В. Миронова. – Рязань: Изд-во Book jet. 2024. - 256с.

[66] **Ву, К. М., Миронов В. В.** Проблема управляемости и наблюдаемости «в малом» неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарата. Монография /под науч. рук. проф. Миронова В.В. - Рязань: Book Jet, 2019. 150 с.

дования управляемости неавтономных нелинейных систем дифференциальных уравнений и устойчивости их решений.

Новая методика анализа управляемости «в малом» и «в большом» вобрала в себя новую технику анализа устойчивости по А.М. Ляпунову, использующую функцию кривизны кривой и ее свойства.

Новая методика открывает перспективы в исследовании систем с неединственным состоянием равновесия, в исследовании систем с векторным управлением, а также в ряде других насущных проблем теории управляемости.

Подводя итог краткому историко-аналитическому обзору развития теории управления, методов системных исследований в этой теме с акцентом на новое направление – управляемость «в малом», возникшее в недрах Рязанской математической школы и в ней же ныне развиваемой, необходимо отметить, что, несмотря на существующее разнообразие рассмотренных теорий и методов, они имеют общие черты, общие принципы, которые позволяют отнести их к общему классу.

В теме управляемости «в малом» остаются еще принципиальные вопросы. Автор сформулировал некоторые их них:

1. Конструктивное построение функций Ляпунова для произвольных нелинейных дифференциальных уравнений с достаточно гладкими правыми частями.
2. Конструктивное построение функций Ляпунова для произвольных нелинейных дифференциальных уравнений с негладкими правыми частями (вопрос об аппроксимации правых частей до гладких без утери свойств устойчивости).
3. Управляемость системами не только в ограниченных пространствах, но при ограничениях по времени.
4. Двойственная задача управляемость-наблюдаемость «в малом».
5. Применение принципов управляемости «в малом» в конкретных проектах с МКА при движении МКА в заданной пространственной трубке.
6. Управляемость «в малом» МКА при взаимном движении МКА и цели.
7. Метод Л. С. Понтрягина для линейных или линеаризуемых нелинейных систем при управлении «в малом».
8. Метод Л. С. Понтрягина для нелинеаризуемых систем при управлении «в малом».
9. Управляемость «в малом» при наличии конечного или бесконечного числа особых точек.
10. Проблема динамического программирования «в малом».
11. Перенесение результатов теории управляемости «в малом» на случай дискретных систем.
12. Перенесение результатов теории управляемости «в малом» на случай фрактальных систем (в непрерывном и дискретном вариантах).

И в заключение заключения

В разговоре с И. П. Карасевым (по воспоминаниям самого Ивана Петровича) акад. Е.А. Барбашин заметил с улыбкой, что в научном плане Л.Н. Ешуков – его «сын», а И.П. Карасев и Ю.С. Митрохин – его «внуки».

Но тогда, следуя логике этого «дерева», проф В.В. Миронов – «правнук» или «внук» второго рода Е.А. Барбашина, а его ученики (Кузнецов А.В., Миронова К.В., Ву Куанг Минь (Вьетнам), Бодрова И.В., Костиков М.Г., Т.Л. Львова, М.Ю. Звездочкин) – «праправнуки» - «внуки» третьего рода Е.А. Барбашина – известного передставителя свердловской школы дифферециальных уравнений и теории упрвления.

И здесь важно то, что дерево «управление в малом» растет и плодоносит!

Библиографический список

1. **Миронов В. В.** ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ: УПРАВЛЯЕМОСТЬ «В МАЛОМ»: монография. – Рязань, РГРТУ: Изд. Book jet, 2024. - 122 с. (формат А4).

2. **Ляпунов А. М.** Общая задача об устойчивости движения. – М.: Гос. изд. технико-теорет. литер., 1950. – 473 с.

3. **Миронов В.В.**Математические модели интеллекта, аксиоматизация, алгебра и парадокс искусственного интеллекта, перспективы развития интеллекта // Труды VIII Международного симпозиума «Современные технологии в науке и образовании (СТНО-2025): Рязань, РГРТУ. 2025. Том 5. С. 91 – 111.

4. **Maxwell, J.C.** On Governors / J.C. Maxwell // Proc. of the Royal Soc. of London: 1868, v. 16.

5. **Максвелл Д. К., Вышнеградский И. А., Стодола А.** Теория автоматического регулирования / под ред. А. А. Андронова и И. И. Вознесенского: монография. – М.: Изд. АНСССР, 1949.

6. **Routh, E. J.** A treatise on the stability of a given state of motion, particularly steadymotion / E.J. Routh. – London: 1877, XII.

7. **Hurwitz, A.**Über die Bedingungen, unterwelcheneineGleichungnurWürzelnmitnegativenreelenTeilenbesitzt / A. Hurwitz // MathematisheAnnalen. – 46. – 1895.

8. **Калман Р.** Очерки по математической теории систем / Р. Е. Калман, П. Л. Фалб, М. А. Арбиб. – М.: Мир, 1971. – С. 35–38.

9. **Карасев И.П.** Достаточное условие существования области достижимости систем оптимального регулирования 2-го порядка // Материалы научно-технической конференции молодых ученых, посвященной 70-летию со дня открытия радио. Рязань, 1965.

10. **Карасев И.**П.. Задача о достижимости. Материалы первой областной конференции молодых научных работников . Рязань, 1967.

11. **Карасёв И.П.** О существовании области достижимости// Дифференциальные уравнения, т. 3, №12, 1967.

12. **Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып. 8, 1968, 11-29.

13. **Карасёв И.П.** Достижимость «в малом» начала координат для системы трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып. 8, Рязань, 1968, 31-42.

14. **Карасёв И.П.** Исследования достижимости «в малом» начала координат для систем трех нелинейных уравнений с помощью высших производных// Труды РРТИ, вып. 28, Рязань, 1971.

15. **Ешуков Л.Н.** Функциональные задачи для обыкновенных уравнений с управлением// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 10-14.

16. **Ешуков Л.Н.** О несимметричности оптимальных управлений// Труды РРТИ, вып, 28, Рязань, 1971, 29-39.

17. **Ешуков Л.Н.** О строении области управляемости линейных систем оптимального управления// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 20-29.

18. **Ешуков Л.Н.** Об одной задаче оптимального управления// Труды РРТИ, вып. 20, Рязань, 1969, 20-29.

19. **Ешуков Л.Н., Карасёв И.П.** О достижимости «в малом» систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 1-10.

20. **Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, 1968, 11-29.

21. **Ешуков Л.Н., Карасёв И.П.** О достижимости «в малом» систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 1-10.

22. **Карасёв И.П.** Изучение области достижимости для систем оптимального регулирования второго порядка// Труды РРТИ, вып.8, 1968, 11-29.

23. **Карасёв И.П.** Достижимость «в малом» начала координат для систем трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып.8, Рязань, 1968, 34-42.

24. **Митрохин Ю.С**. Об управляемости «в малом» нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1976, вып.69. С. 25 30.

25. **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н**. Некоторые критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1974, вып.53. С. 62 67.

26. **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Дифференциальные уравнения (Качественная теория): Межвуз. сб. науч. тр. Рязань: Ряз. пед. ин-т, 1985. С. 61-70.

27. **Карасев И.П., Митрохин Ю.С.** Об управляемости систем трех нелинейных дифференциальных уравнений// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 39-52.

28. **Карасев И.П., Митрохин Ю.С.** О достижимости в малом нелинейных систем// Всесоюзная конференция по качественной теории дифференциальных уравнений и изучению дифференциальных уравнений в педагогических институтах, Рязань 1971.

29. **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Об управляемости в малом одной нелинейной системы// 3-я Всесоюзная конференция по качественной теории дифференциальных уравнений в высших учебных заведениях. Самарканд, 1973.

30. **Митрохин Ю.С.** Задачи о встрече движений на плоскости для нелинейных систем// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 53-70.

31. **Митрохин Ю.С.** Задачи о встрече движений на плоскости для систем, допускающих линеаризацию// Труды РРТИ, вып. 42, Рязань, 1972, 71-78.

32. **Карасев И.П.** Существование области достижимости в нелинейных задачах оптимального управления: Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук . Рязань: РРТИ, 1967.

33. **Еругин Н.П.**О некоторых вопросах устойчивости движения и качественной теории дифференциальных уравнений в целом // Прикладная математика и механика, 1950, т. 14, вып. 5.

34. **Еругин Н.П.**Качественные методы в теории устойчивости// Прикладная математика и механика, 1955, т. 19, вып. 5.

35. **Малкин И.Г.**Об одной задаче теории устойчивости систем автоматического регурегулирования // Прикладная математика и механика, 1952, т 3, вып 16.

36. **Красовский Н.Н.**Некоторые задачи теории устойчивости движения [Текст]. – М.: Физматгиз, 1959. - 211 с.

37. **Айзерман М.А.** Об одной проблеме, касающейся устойчивости «больших» систем // Успехи мат. наук. 1949. Т. 4. Вып. 4. С. 186–188.

38. **Kalman R. E.** Physical and Mathematical mechanisms of instability in nonlinear automatic control systems // Transactions of ASME, 1957. Vol. 79, N 3. С. 553–566.

39. **Митрохин Ю. С.** Об управляемости нелинейных систем оптимального регулирования: Дисс. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук. Рязань: РРТИ, 1974

40. **Митрохин Ю.С.** Об управляемости «в малом» нелинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1976, вып.69. С. 25- 30.

41. **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений оптимального регулирования // Дифференциальные уравнения (Качественная теория): Межвуз. сб. науч. тр. Рязань: Ряз. пед. ин-т, 1985. С. 61- 70.

42. **Митрохин Ю.С., Степанов А.Н.** Некоторые критические случаи управляемости систем нелинейных дифференциальных уравнений // Труды Рязан. радиотехн. ин-та. Рязань, 1974, вып.53. С. 62- 67.

43. **Терехин М.Т.** Управляемость «в малом» системы обыкновенных дифференциальных уравнений // Дифференциальные и интегральные уравнения. Методы топологической динимики: Межвуз. сб. науч. тр. Горький: Горьк. ун-т, 1987. С. 48- 52

44. **Терехин М.Т.** Устойчивость управления по параметру // Известия РАЕН. Дифференциальные уравнения. Рязань: Изд-во РГПУ, 1998, №1. С. 86-96.

45. **Терехин М.Т.** Об устойчивости управления по параметру // Известия вузов. Математика, 2000, №9. С. 38 46.

46. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Новый подход к исследованию устойчивости и управляемости динамических систем// Труды международной конференции ”Алгебраические и аналитические методы в теории дифференциальных уравнений”. Орел, 1996. С. 127-129.

47. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Методы исследования устойчивости и управляемости в задачах о движении космических аппаратов// Тезисы докладов 2-й международной конференции ”Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика”. Рязань, 1998. С. 108-109.

48. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Устойчивость систем автоматического управления с переменной структурой //Вестник РГРТА. Рязань, 1999. Вып. 6. С. 37-40.

49. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Устойчивость систем автоматического управления с переменной структурой //Вестник РГРТА. Рязань, 1999. Вып. 6. С. 37-40.

50. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С.** Задача об управляемости систем оптимального регулирования и методы ее решения //Вестник РГРТА. Рязань, 2000. Вып. 7. С. 22-25.

51. **Миронов В.В.** Единый конструктивный подход к построению функций ляпуновского типа // Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2000. №4. С. 52-64.

52. **Миронов В.В**. Исследование устойчивости решений разностных уравнений Вольтерра //Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2001. №5. С. 112–113.

53. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Конструктивное исследование устойчивости решений разностных систем уравнений //Известия РАЕН. Дифференц. уравн. 2001. №5. С. 114-115.

54. **Миронов В.В., Митрохин Ю.С**. Глобальная устойчивость технических систем с переменной структурой //Космонавтика и ракетостроение. 2001. Вып. 24. С. 75-82.

55. **Миронов В.В., Северцев Н. А.** Методы анализа устойчивости систем и управляемости движением: Монография. / ФИЦ ИУ РАН, ВЦ РАН им. А. А. Дородницына. - М.: Изд-во РУДН, 2002. - 165 с.

56. **Миронова К.В.** Устойчивое управление линейными системами переменной структуры // Межвуз. сб. науч. тр. «Информационные технологии». – Рязань, 2011. С.110 -114.

57. **Миронова К.В.** Разработка алгоритмов перехода к стандартному управлению объектами // Матер. 59-й науч.-техн. конф. «Всеросс. фестиваль науки». Рязань, РГРТУ, 2012. С. 116-117.

58. **Миронова К.В.** Система проектирования кусочно-постоянного управления малыми искусственными спутниками Земли // 6-я международная научно-техническая конференция «Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика». Рязань, 2013. С. 105-107.

59. **Миронова К.В.** Численное моделирование управления космическим наноспутником на основе двухэтапного ОМНК // Межвуз. сб. науч. тр. «Математические методы в научных исследованиях». Рязань. 2014. РГРТУ. С. 43-53.

60. **Миронова К.В., Корячко В.П.** Проектирование вариантов управления наноспутником на основе траекторных измерений // Информатизация образования и науки. 2015. № 2 (26). С. 75-87.

61. **Миронова К.В., Корячко В.П.** Достижимость цели «в малом» для плоского управляемого движения космического аппарата // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). 2015. № 1 (вып. 51). С. 89-95

62. **Миронова К.В., Розанов А.К.** Программа «Поиск моментов переключения управления малого космического аппарата». М.: Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование» Минобрнауки РФ. Свидетельство № 20974 от 16.06.2015.

63. **Ву, К.М.** Проблема наблюдаемости «в малом» для неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения малого космического аппарата [Текст] / К. М. Ву // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). 2019. № 1 С. 73-80.

64. **Ву, К.М.** Принцип двойственности «в малом» для линейных систем и его приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарта [Текст] / К. М. Ву, В. В. Миронов // Информатизация образования и науки. 2019. № 3 (43).

65. **Миронов В.В., Миронова К.В.** Управляемость «в малом» в приложении к малым космическим аппаратам (теоретический аспект): монография / под ред. проф. В. В. Миронова. – Рязань: Изд-во Book jet. 2024. - 256с.

66. **Ву, К. М., Миронов В. В.** Проблема управляемости и наблюдаемости «в малом» неавтономных линейных систем и ее приложение к анализу движения субспутника в окрестности базового космического аппарата. Монография /под науч. рук. проф. Миронова В.В. - Рязань: BookJet, 2019. 150 с.

УДК 004.8:331.108

УРОВНИ И ВИДЫ ЗНАНИЙ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМИ РЕСУРСАМИ

Е.Н. Шакун

Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы,
Российская Федерация, Москва, shakun.ekaterina@mail.ru

Аннотация. В статье систематизированы знания в современных системах управления человеческими ресурсами на основе аналитики больших данных. Данные систематизированы в иерархическую модель: информация, знания, мета-знания. Модель позволила формализовать процесс перехода от неструктурированных мультимодальных данных к интерпретируемым правилам принятия решений в системах управления человеческими ресурсами. Проанализированы математические методы представления знаний, включая графовые нейронные сети, логические модели и вероятностные подходы.

Ключевые слова: большие данные, графовые нейронные сети, иерархия знаний, интеллектуальная аналитика данных, машинное обучение, онтологии, управление человеческими ресурсами.

LEVELS AND TYPES OF KNOWLEDGE IN INTELLIGENT HUMAN RESOURCE MANAGEMENT SYSTEMS

E.N. Shakun

Peoples' Friendship University of Russia named after Patrice Lumumba,
Russian Federation, Moscow, shakun.ekaterina@mail.ru

The summary. The article systematizes knowledge in modern human resource management systems based on big data analytics. The data is organized into a hierarchical model: information,

knowledge, meta-knowledge. This model allowed for the formalization of the process of transitioning from unstructured multimodal data to interpretable decision-making rules in human resource management systems. Mathematical methods of knowledge representation, including graph neural networks, logical models, and probabilistic approaches, are analyzed.
Keywords: big data, graph neural networks, knowledge hierarchy, intelligent data analytics, machine learning, ontologies, human resource management.

В условиях современной цифровой трансформации принятие решений в системах управления человеческими ресурсами требует взвешенного подхода на основе анализа больших данных [1, 2]. Актуальность применения систем знаний в аналитике человеческих ресурсов обусловлена необходимостью обработки больших объемов информации, которые генерируются современными компаниями, а также последующего использования систем знаний для стратегического управления этими компаниями. Ключевой проблемой современной аналитики управления человеческими ресурсами является сложность представления многоуровневых знаний при работе с большими и гетерогенными данными. Существует необходимость в формализации различных типов знаний: от простых фактов до сложных каузальных моделей, позволяющих создавать интеллектуальные системы прогнозирования [3]. Для решения данной проблемы в статье предлагается многоуровневая иерархическая модель, которая служит базой для систематизации знаний и методов их обработки в системах управления человеческими ресурсами [4, 5]. Эта модель позволяет структурировать процесс преобразования данных и определяет ключевые категории знаний, требующих специальных подходов к формализации.

Исследование базируется на синтезе трех методологических подходов:

- системный анализ архитектур интеллектуальных систем [5] для построения иерархической модели;
- формально-математическое моделирование для описания преобразований данных (формулы 1-7);
- сравнительный анализ методов ML/AI (GraphSAGE, TabNet, байесовские сети) в контексте задач управления человеческими ресурсами на основе обзора литературы.

Валидация модели проводилась через проверку соответствия каждого уровня иерархии реальным задачам аналитики управления человеческими ресурсами (прогнозирование увольнений, подбор кандидатов, оптимизация компенсаций).

Иерархия уровней знаний в системах управления человеческими ресурсами

Предлагаемая иерархия уровней знаний строится на последовательном преобразовании данных в элементы, которые возможно использовать при принятии решений. Данный подход согласуется с общими принципами построения архитектур интеллектуальных систем [5].

Фундаментом интеллектуальной системы являются мультимодальные данные управления человеческими ресурсами, которые можно формализовать как множество модальностей M:

$$M = \{M_{text}, M_{num}, M_{time}, M_{graph}\}, \quad (1)$$

где M_{text} – текстовые данные (резюме, отзывы и др.);

M_{num} – структурированные числовые данные (заработная плата и др.);

M_{time} – временные ряды (логи активности, динамика производительности);

M_{graph} – графовые данные (организационные иерархии, социальные связи).

Данные систем управления человеческими ресурсами характеризуются классической моделью 5V больших данных [1]:

- объем (volume): крупные компании (с численностью свыше 50,000 работников) генерируют не менее 2.3 ТБ структурированных и 15.7 ТБ неструктурированных данных ежегодно;

- скорость (velocity): потоковые данные систем управления человеческими ресурсами могут достигать 10,000 событий в секунду;

- разнообразие (variety) проявляется в разнообразии форматов данных (JSON, XML, текст, видео);

- достоверность (veracity) отражает высокую неопределенность при принятии решений из-за субъективности человеческих оценок;

- ценность (value) заключается в потенциале снижения текучести человеческих ресурсов при правильной обработке данных.

Характеристики 5V напрямую влияют на архитектуру иерархии: объем требует распределенной обработки уже на уровне данных (Spark, Hadoop); скорость определяет необходимость потоковых алгоритмов (online learning) на уровне знаний; разнообразие диктует использование мультимодальных моделей; достоверность решается через кросс-валидацию на переходе от данных к информации; ценность реализуется через каузальные модели на уровне мета-знаний, позволяющие выявлять действительно значимые факторы.

На уровне информации «сырые» данные агрегируются и структурируются. Это включает расчет метрик (средняя производительность отдела, индексы вовлеченности и др.), выявление временных паттернов (сезонность увольнений) и построение организационных графов $G = (V, E)$, где V – сотрудники, а E – взаимодействия между ними (письма, встречи, совместные проекты).

Уровень знаний подразумевает выявление устойчивых закономерностей при аналитике данных систем управления человеческими ресурсами. Это могут быть корреляции (связь между удаленной работой и удовлетворенностью), правила прогнозирования, задаваемые функцией f:

$$f: (X(t), G, S) \rightarrow (Y, E, C), \quad (2)$$

где $X(t) \in M$ – векторные представления работников из гетерогенных данных;

G – организационный граф (иерархия);

S – семантическое пространство (компетенции и неформальные отношения);

Y – предсказания (текучесть человеческих ресурсов);

E – объяснения (интерпретации факторов);

C – доверительные интервалы.

Высший уровень иерархии – мета-знания, которые позволяют обеспечить интерпретируемость моделей, понимание причинно-следственных связей и контекста. Одна и та же метрика производительности может иметь совершенно разную интерпретацию для отдела продаж и отдела исследований, что должно учитываться системой.

Представленная иерархия определяет архитектуру трансформации данных, но не раскрывает внутреннего разнообразия самих знаний. На уровне знаний и мета-знаний существуют качественно различные категории (декларативные, процедурные, каузальные, условные), каждая из которых требует специфического математического аппарата [4]. Для системного описания этих категорий перейдем к детальной типологии, которая дополняет вертикальную иерархию горизонтальной классификацией.

Типология знаний в системах управления человеческими ресурсами

В системах управления человеческими ресурсами знания определяют поддержку принятия решений. Понимание механизмов работы иерархической модели помогает перейти к следующему важному аспекту – классификации самих знаний. Важно разобраться, какие

именно виды знаний необходимы для эффективного функционирования интеллектуальных систем управления персоналом. Рассмотрим подробнее типы знаний в таблице 1.

Таблица 1. Типология знаний в системах управления человеческими ресурсами

Тип знаний	Описание	Формализация	Примеры в HR-системах
Декларативные	Факты о сущностях и их свойствах	$X(t) = \{x1(t), ..., xn(t)\}$	Демография, навыки, образование, история должностей
Процедурные	Алгоритмы и методы обработки	*Функции* $f: X \rightarrow Y$	GraphSAGE для графов, TabNet для таблиц, BERT для текстов
Каузальные	Причинно-следственные связи	Графы $G_{causal} = (V, E_{causal})$	Факторы увольнений, драйверы производительности
Условные	Временные зависимости	$T = \{T_{short}, T_{medium}, T_{long}\}$	Критические моменты карьеры, циклы вовлеченности

Анализ таблицы 1 выявляет критический паттерн: каждый тип знаний требует специализированного представления. Декларативные знания оперируют векторными пространствами $X(t)$, процедурные – функциональными отображениями $f: X \rightarrow Y$, каузальные – графовыми структурами, условные – темпоральными множествами T. Это разнообразие математических формализмов создает проблему гетерогенности, решение которой возможно через нейросимволические архитектуры (подробнее в разделе «Формальные модели представления знаний»).

Как видно из таблицы 1, типология знаний охватывает ключевые аспекты, необходимые для аналитики управления человеческими ресурсами. Рассмотрим каждый тип знаний и его формализацию отдельно.

Декларативные знания представляют собой факты. Вектор состояния сотрудника i в момент времени t можно представить как:

$$x_i(t) = [x_{i,demo}, x_{i,skills}, x_{i,perf}, x_{i,social}, x_{i,temporal}]^T, \quad (3)$$

Примеры таких фактов: «Сотрудник *A* имеет степень магистра», «Команда *X* состоит из 12 человек».

Процедурные знания – это знания о том, как обрабатывать данные. В современных системах они реализуются через алгоритмы машинного обучения [3]. Например, агрегация в графовой нейронной сети GraphSAGE [6]:

$$h_v^{(l+1)} = \sigma(W^{(l)} \cdot CONCAT(h_v^{(l)}, AGG(\{h_u^{(l)}, \forall u \in; N(v)\}))), \quad (4)$$

где $h_v^{(l+1)}$ – вектор представления узла v на слое l+1;

σ – функция активации (например, ReLU);

$W^{(l)}$ – матрица весов на слое l;

CONCAT – операция конкатенации векторов;

AGG – функция агрегации (mean, max или LSTM);

$N(v)$ – множество соседей узла v в графе;

$\forall u \in N(v)$ – для всех узлов u, являющихся соседями v.

Или механизм внимания (Attention) в сетях GAT для определения важности социальных связей:

$$\alpha_{ij} = exp(e_{ij}) / \Sigma_{k \in Ni} exp(e_{ik}); \; h_i' = \sigma(\Sigma_{j \in Ni} \alpha_{ij} W h_j), \quad (5)$$

где α_{ij} – коэффициент внимания между узлами i и j;

e_{ij} – оценка внимания (вычисляется через механизм attention);

N_i – множество соседей узла i;

h_i' – обновленное представление узла i;

W – матрица весов преобразования признаков;

σ – функция активации.

Каузальные знания описывают причинные цепочки, например: «Низкая зарплата → Снижение удовлетворенности → Поиск новой работы → Увольнение». Формально представляются через причинные графы G_{causal}.

Условные знания охватывают временные аспекты и условия применения знаний. Используется многомасштабная модель времени: T_{short} (дни), T_{medium} (месяцы, кварталы), T_{long} (годы). Это позволяет выявлять критические моменты, такие как окончание испытательного срока или годовщины работы.

Однако сами по себе выделенные типы знаний не возникают в системе автоматически. Их формирование – это результат целенаправленного процесса преобразования данных.

Соотношение данных, факторов, правил

Описанные типы знаний не возникают сами по себе. Их формирование представляет собой последовательные этапы преобразования. Рассмотрим этот процесс, связывающий сырые данные с интерпретируемыми правилами принятия решений.

Процесс преобразования от данных к фактам (декларативным знаниям) начинается со сбора сырых данных из HRIS, CRM, Git. Далее следует очистка, нормализация и, что критически важно, валидация. Проблема достоверности (veracity) решается путем кросс-верификации: субъективные самооценки навыков проверяются через объективные метрики выполнения задач.

Далее идет переход от фактов к правилам (процедурным и каузальным знаниям). На основе фактов с помощью индуктивного обучения формируются правила. Качество правил оценивается метриками Precision, Recall и F1-score.

Для обеспечения семантической интероперабельности и формирования мета-знаний вводится семантическое пространство $S = (C, R, E)$. В этой модели отношения между понятиями формализованы через триплеты субъект-предикат-объект [7]. Например: ⟨Python, is-a, LanguageProgramming⟩, ⟨DataScientist, requires, Statistics⟩. Это позволяет системе автоматически выводить транзитивные зависимости между компетенциями и ролями, обеспечивая семантическую интероперабельность при обмене знаниями между модулями системы.

Формальные модели представления знания

Для практической реализации работы с различными типами знаний в рамках предложенной иерархии требуется соответсвующий математический аппарат [4]. Выбор модели представления знаний зависит от решаемой задачи и характера знаний.

Логическое и вероятностное представление необходимо для формализации жестких ограничений. В этом контексте используется предикатная логика первого порядка. Для субъективных оценок (например, «высокая производительность») применяется нечеткая логика с функциями принадлежности. Вероятностные модели, такие как байесовские сети, позволяют моделировать неопределенность в причинно-следственных связях:

$$P(Turnover \mid Factors) \∝ P(Factors \mid Turnover) \cdot P(Turnover), \quad (6)$$

Для учета иерархической структуры данных (работники внутри подразделений) эффективны смешанные модели (Mixed-Effects Models):

$$y_{ij} = X_{ij}\beta + Z_{ij}b_i + \varepsilon_{ij}, \quad (7)$$

где $Z_{ij}b_i$ – случайные эффекты, описывающие специфику конкретного отдела или группы.

Перспективным направлением являются нейросимволические подходы, то есть интеграция символьных знаний (онтологий, правил) и нейронных сетей. Например, архитектура TabNet использует механизм внимания для выбора признаков, что делает работу глубокой нейронной сети интерпретируемой, позволяя видеть, какие факторы (зарплата, стаж, коллек-

тив) повлияли на решение. Таким образом, нейросимволические подходы напрямую способствуют формированию мета-знаний, обеспечивая интерпретируемость сложных моделей.

Проблемы и вызовы

Несмотря на наличие теоретической базы и мощных инструментов, существует ряд серьезных проблем и препятствий, возникающих при внедрении интеллектуальных систем управления человеческими ресурсами. Определим эти вызовы:

- неполнота данных об уволившихся работниках затрудняет обучение моделей;
- этические ограничения и риски дискриминации алгоритмов;
- необходимость строгой защиты приватности.

Кроме того, субъективность оценок руководителей вносит шум. Обратим внимание, что необходима строгая защита приватности, реализуемая, например, через методы дифференциальной приватности, гарантирующие, что выход алгоритма не позволяет идентифицировать данные отдельного работника.

Заключение

Многоуровневая иерархия знаний (от сырых данных к мета-знаниям) является критически важной архитектурной основой для построения эффективных интеллектуальных систем управления человеческими ресурсами. Различные типы знаний требуют специализированных методов формализации: графовых для социальных связей, темпоральных для карьерных траекторий и логических для корпоративных политик. Объединение этих методов в рамках единой иерархической модели позволяет системно подходить к созданию интеллектуальных систем управления человеческими ресурсами. Преодоление обозначенных вызовов – этических, технических и методологических – является необходимым условием для создания не только интеллектуальных, но и ответственных, справедливых и надежных систем управления человеческими ресурсами будущего.

Библиографический список

1. Дубейковский В.И., Аветисян Д.Д., Смольянинова Е.А. Цифровая трансформация управления человеческими ресурсами на основе технологий больших данных и искусственного интеллекта // Управление. – 2022. – Т. 10, № 1. – С. 62-74.

2. Marvin R. The Real-Time Revolution: Transforming HR with Big Data // HR Tech Outlook. – 2021.

3. Семенов М.Е., Иванов А.А. Машинное обучение в управлении человеческими ресурсами: предиктивная аналитика и оптимизация кадровых решений // Бизнес-информатика. – 2020. – № 3 (53). – С. 55–67.

4. Алексеев В.В. Модели и методы представления знаний в интеллектуальных системах // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2016. – Т. 22, № 4. – С. 627-637.

5. Разумный Ю.Н. Архитектура и модели представления знаний в интеллектуальных системах // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2019. – № 4. – С. 35-48.

6. Hamilton W., Ying Z., Leskovec J. Inductive representation learning on large graphs // Advances in neural information processing systems. – 2017. – Vol. 30.

7. Алексеев, А.Ю., Алексеева, Е.А. (2024). Трехмерная семантика когнитивных терминов междисциплинарных исследований искусственного интеллекта. Respublica Literaria. Т. 5. № 1. С. 5-15. DOI: 10.47850/RL.2024.5.1.5-15.

УДК 51:005(075.8); ГРНТИ 27.01.09

ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР: ПРОБЛЕМЫ ГИЛЬБЕРТА И ВКЛАД РОСИЙСКИХ МАТЕМАТИКОВ В ИХ РАЗРЕШЕНИЕ

Вал. В. Миронов
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, mironov1vv@mail.ru

Аннотация. Представлен исторический обзор фундаментальных математических проблем, поставеннных в 1900 году немецким математиком Давидом Гильбертом. Акцент в работе сделан на вкладе российских, советских и снова российских математиков в решение этих проблем.
Ключевые слова: математика, проблемы. Гильберт, российские математики.

HISTORICAL REVIEW: HILBERT'S PROBLEMS AND THE CONTRIBUTIONS OF RUSSIAN MATHEMATICIANS TO THEIR SOLUTION

Val. V. Mirren
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, mironov1vv@mail.ru

The summary. This paper presents a historical overview of the fundamental mathematical problems posed in 1900 by the German mathematician David Hilbert. The paper emphasizes the contributions of Russian, Soviet, and, ultimately, Russian mathematicians to solving these problems.
Keywords: mathematics, problems, Hilbert, Russian mathematicians.

Бесконечность и алгоритмическая неразрешимость – вот еднственные границы познания человека и скуссвенного интеллекта

Введение

На Втором Международном конгрессе математиков (1900 г., Париж) 38-летний немецкий математик Давид Гильберт в докладе «Математические проблемы» сформулировал 23 еще нерешенные к тому времени математические задачи, которые он отнес к категории фундаментальных. Доклад Д. Гильберта охватил основные проблемы математики в целом, в их единстве и по всему полю математики.

Говоря о Парижском математическом конгрессе 1900 г., заметим, что такие конгрессы традиционно проводятся 1 раз в 4 года, и что в России (тогда еще СССР) Конгресс проводился лишь однажды в 1966 г. – 15-ый.

Доклад Гильберта оказал весьма сильное влияние на развитие современной математики. Этот пример многие хотели бы повторить, да немногим удавалось. К заметным математическим явлениям подобного рода можно отнести список (призовых) математических проблем института математики им. Клэя (США), а также список проблем от американского математика Стивена Смейла. Вызывает сожалезие, что призовых задач собственно от Математического института РАН им. В.А. Стеклова не существует.

Эти два списка не ограничивают, разумеется, основной интерес математиков к открытым задачам, но декларирует вектор поисков.

Общепризнано, что наиболее значительными и важными событиями последнего столетия явились вопросы топологии и их разрешения, вопросы алгоритмической разрешимости и анализа сложности алгоритмов, а также классическое направление теории функций. Эта тенденция, я уверен, сохранится и в будущем.

Тема составления списка задач не нова для математиков. Вот лишь некоторые попытки [1, 2].

Другие источники и задачи читатель найдет в книге автора [3]. Все эти источники не противоречат, а в определенной мере дополняют друг друга, делают различные акценты, освещают различные взгляды и пути решения.

Ознакомление с основными проблемами математики широкой студенческой, аспирантской и, вообще, научной общественности – это важный фактор успешного их решения в будущем, ибо подобные колоссальные проблемы требуют хороших традиций и длительной работы математических школ.

Оглядываясь ныне назад, можно утверждать, что российские математики внесли *выдающийся вклад* в решение проблем Гильберта.

Этому вкладу и посвящена данная обзорная статья

1. А. ПУАНКАРЕ И Д. ГИЛЬБЕРТ.

Затевая обзор списка математических проблем Давида Гильберта, напомним, что Второй Международный математический конгресс проходил под председательством Анри Пуанкаре, за которым, наряду с Д. Гильбертом, закрепилась слава крупнейших математиков современности.

Жюль Анри Пуанкаре (Jules Henri Poincaré). Родился 29.04.1854 в Нанси, Франция. Французский математик, физик, астроном и философ. Член Парижской АН (1887), глава Парижской академии наук (1906), член Французской академии (1908) и ещё более 30 академий мира, в том числе иностранный член Петербургской академии наук (1895).

Историки причисляют Анри Пуанкаре к величайшим математикам всех времён. Для Пуанкаре характерно сильное проникновение в рассматриваемые области исследований. Он считается, наряду с Гильбертом, последним математиком-универсалом, учёным, способным охватить все математические результаты своего времени.

Учился в Политехнической (1873-1875), а затем в Горной (1875-1879) школах в Париже. С 1886 г. профессор Парижского университета. Был членом Бюро долгот (с 1893 г.). Труды Пуанкаре в области математики, с одной стороны, завершают классическое направление, а с другой – открывают пути к развитию новой математики, где наряду с количественными соотношениями устанавливаются факты, имеющие качественный характер.

Большой цикл работ Пуанкаре относится к теории дифференциальных уравнений. Он исследовал разложения решений дифференциальных уравнений по начальным условиям и малым параметрам, доказал асимптотичность некоторых рядов, выражающих решения уравнений с частными производными. После докторской диссертации, посвященной изучению особых точек системы дифференциальных уравнений, написал ряд мемуаров под общим названием "О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями" (1880). В этих работах он построил качественную теорию дифференциальных уравнений, исследовал характер хода интегральных кривых на плоскости, дал классификацию особых точек, изучил предельные циклы, расположение интегральных кривых на поверхности тора, некоторые свойства их в n-мерном пространстве и т.д. Пуанкаре дал приложения своих исследований к задаче о движении трех тел, изучил периодические решения задачи, асимптотическое поведение решений и т.д. Им введены методы малого параметра, неподвижных точек, уравнений в вариациях, разработана теория интегральных инвариантов.

Пуанкаре принадлежат также важные для небесной механики труды об устойчивости движения и о фигурах равновесия гравитирующей вращающейся жидкости. В работах по небесной механике Пуанкаре часто пользовался нестрогими рассуждениями, рассуждениями по аналогии и т.д. (строгое исследование указанных вопросов принадлежит А. М. Ляпунову).

Рассмотрение обыкновенных дифференциальных уравнений с алгебраическими коэффициентами привело Пуанкаре к изучению новых классов трансцендентных функций – автоморфных функций. Он доказал существование автоморфных функций с заданной фундаментальной областью, построил для них ряды, доказал теорему сложения, показал возможность униформизации алгебраических кривых. При разработке теории автоморфных функций Пуанкаре применил геометрию Лобачевского. Для функций нескольких комплексных переменных он построил теорию интегралов, аналогичных интегралу Коши, показал, что всюду мероморфная функция двух комплексных переменных является отношением двух целых функций и т.д. Эти исследования так же как и работы по качественной теории дифференциальных уравнений, привлекли внимание Пуанкаре к топологии. Он ввёл основные понятия комбинаторной топологии (числа Бетти, фундаментальную группу и т.д.), доказал формулу, связывающую число рёбер, вершин, граней (любого числа измерений) *n*-мерного полиэдра (формулу Эйлера - Пуанкаре), дал первую интуитивную формулировку общего понятия размерности.

В области математической физики Пуанкаре исследовал колебания трёхмерных континуумов, изучил ряд задач теплопроводности, а также различные задачи в области теории потенциала, электромагнитных колебаний и т.д. Ему принадлежат также труды по обоснованию принципа Дирихле, для чего он разработал так называемый метод выметания. Пуанкаре дал глубокий сравнительный анализ современных ему теорий оптических и электромагнитных явлений. В 1905 году написал сочинение "О динамике электрона" (опубликовано в 1906 году), в котором независимо от Эйнштейна развил математические следствия "постулата относительности".

Научное творчество Пуанкаре в последние десять лет его жизни протекало в атмосфере начавшейся революции в естествознании, что несомненно определило его интерес в эти годы к философским проблемам науки, к методологии научного познания. Краткое резюме его собственных философских взглядов сводится к следующему: основные положения (принципы, законы) любой научной теории не являются ни синтетическими истинами *a priori* (как, например, для И. Канта), ни моделями (отражением) объективной реальности (как, например, для материалистов XVIII века). Они суть соглашения, единственным абсолютным условием которых является непротиворечивость. Выбор тех или иных положений из множества возможных, вообще говоря, произволен, если отвлечься от практики их применения. Но поскольку мы руководствуемся последней, произвольность выбора основных принципов (законов) ограничена, с одной стороны, потребностью нашей мысли в максимальной простоте теорий, с другой – необходимостью успешного их использования. В границах этих требований заключена известная свобода выбора, обусловленная относительным характером самих этих требований. Эта философская доктрина Пуанкаре получила впоследствии название конвенционализма.

Пуанкаре писал в книге «Наука и гипотеза», что «невозможна реальность, которая была бы полностью независима от ума, постигающего её». Окончил жизненный путь 17.7.1912 в Париже.

Давид Гильберт (David Hilbert) (1862-1943). Родился 23.1.1862 в Велау, близ Кёнигсберга, Пруссия (ныне – г. Калининград, Россия).

Величайший немецкий математик-универсал, внес выдающийся вклад в развитие многих математических разделов и направлений: теория инвариантов, теория алгебраических чисел, основания геометрии, вариационное исчисление и дифференциальные уравнения, теория интегральных уравнений, теория чисел, основы математической физики, логические основы математики.

Окончил гимназию в родном городе и там же поступил в Уни-

верситет. Окончил Кёнигсбергский университет и в 1893-1895 годах работал профессором там же, в 1895-1930 годах – профессор Гёттингенского университета. Докторскую степень получил в 1885 году. В докторантуре подружился с Г. Минковским, который также оказал большое влияние на ход математики.

До 1933 года продолжал читать лекции в университете, после прихода гитлеровцев к власти в Германии (1933) жил в Гёттингене в стороне от университетских дел.

Исследования Гильберта оказали большое влияние на развитие многих разделов математики, а его деятельность в Гёттингенском университете в значительной мере содействовала тому, что Гёттинген в 1-й трети XX века являлся одним из основных мировых центров математической мысли. Диссертации большого числа крупных математиков (среди них Г. Вейль, Р. Курант) были написаны под руководством Гильберта.

Научная биография Гильберта резко распадается на периоды, посвященные работе в какой-либо одной области математики: а) теория инвариантов (1885-1893), б) теория алгебраических чисел (1893-1898), в) основания геометрии (1898-1902), г) принцип Дирихле и примыкающие к нему проблемы вариационного исчисления и дифференциальных уравнений (1900-1906), д) теория интегральных уравнений (1900-1910), е) решение проблемы Варинга в теории чисел (1908-1909), ж) основы математической физики (1910-1922), з) логические основы математики (1922-1939).

Его первая работа была посвящена теории инвариантов, впоследствии исследования Гильберта в теории инвариантов явились завершением периода бурного развития этой области математики во 2-й половине XIX века. Им доказана (1888 г.) основная теорема о существовании конечного базиса системы инвариантов. Работы Гильберта по теории алгебраических чисел преобразовали эту область математики и стали исходным пунктом её последующего развития. Данное Гильбертом решение проблемы Дирихле положило начало разработке т. н. прямых методов в вариационном исчислении. Построенная Гильбертом теория интегральных уравнений с симметричным ядром составила одну из основ современного функционального анализа (Гильбертово пространство) и особенно спектральной теории линейных операторов. Основания геометрии Гильберта (1899) стали образцом для дальнейших работ по аксиоматическому построению геометрии. К 1922 году у Гильберта сложился значительно более обширный план обоснования всей математики путём её полной формализации с последующим "метаматематическим" доказательством непротиворечивости формализованной математики. Два тома "Оснований математики", написанных Гильбертом совместно с П. Бернайсом, в которых эта концепция подробно развивается, вышли в 1934 и 1939 годах. Первоначальные надежды Гильберта в этой области не оправдались: проблема непротиворечивости формализованных математических теорий оказалась глубже и труднее, чем Гильберт предполагал сначала. Но вся дальнейшая работа над логическими основами математики в большой мере идёт по путям, намеченным Гильбертом, и пользуется созданными им концепциями. Считая с логической точки зрения необходимой полную формализацию математики, Гильберт в то же время верил в силу творческой математической интуиции. Он был большим мастером в высшей степени наглядного изложения математических теорий. В этом отношении замечательна "Наглядная геометрия", написанная Гильбертом совместно с С. Кон-Фоссеном.

Для творчества Гильберта характерны уверенность в неограниченной силе человеческого разума, убеждение в единстве математической науки и единстве математики и естествознания. В отстаивании своей точки зрения он мог быть весьма резок и неуступчив.

Собрание сочинений Давида Гильберта, изданное под его наблюдением (1932-1935), кончается статьей "Познание природы", а эта статья оканчивается лозунгом: «Wir wüssen wissen, wir warden wissen» («Мы должны знать – мы будем знать» - нем.).

Награжден Казанским университетом «медалью Лобачевского» (1903 г.).

Многие математики отмечают, что по способности синтезировать прежние достижения, генерировать на их основе развивающие предмет идеи в истории были и есть математики уровня Гильберта (Минковский, Гаусс, Галуа, Риман и другие). Отличие Д. Гильберта заключается в чрезвычайно мощной способности проникать в глубины вопроса (insight), в его необычайной проницательности.

Скончался 14.02.1943 в Гёттингене, Германия.

2. ПРОБЕМЫ ГИЛЬБЕРТА

В своем докладе Гильберт сформулировал 23 математические проблемы (по некоторым данным в докладе было сформулировано больше проблем, но в окончательный текст доклада Гильберт включил именно 23 задачи), которые, на его взгляд, являлись наиболее значимыми для математики начинающегося и весьма обнадеживающего (какая глубина трагизма!) XX века.

Некоторые из проблем были известны и до Гильберта. Так первая проблема – проблема континуума – поставлена Г. Кантором в 1878 г. Третья проблема обсуждалась в письме К. Гаусса к Герлингу, восьмая проблема – о нулях дзета-функции – поставлена Б. Риманом в 1859 г., к восьмой же проблеме относится гипотеза петербургского академика Х. Гольдбаха, поставленная им в письме к Л. Эйлеру в 1742 г., двадцать первая проблема выдвинута Б. Риманом в 1857г.

Доклад Д. Гильберта на Парижском конгрессе можно найти в работах [4, 5], а комментарии к докладу в работах [3, 6 - 9].

Будучи необычайно яркой личностью, вступительную часть своего доклада Д. Гильберт начинает эмоциональными словами: "Кто из нас не хотел бы приоткрыть завесу, за которой скрыто наше будущее, чтобы хоть одним взглядом проникнуть в предстоящие успехи наших знаний и тайны его развития в ближайшие столетия? Каковы будут те особенные цели, которые поставят себе ведущие математические умы ближайшего поколения? Какие новые методы и новые факты будут открыты в новом столетии на широком и богатом поле математической мысли?"

Поясняя свой выбор проблем Д. Гильберт, приводил слова одного французского математика: "Математическую теорию можно считать совершенной только тогда, когда ты сделал ее настолько ясной, что берешься изложить ее содержание первому встречному". Гильберт говорил, что поставленная перед математическим сообществом задача должна быть

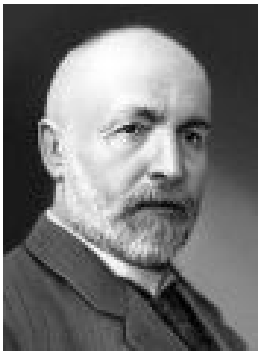
а) понятной;

б) достаточно трудной, чтобы вызывать интерес;

в) не настолько трудной, чтобы ее невозможно было решить.

Мы перечисли проблемы Гильберта, отдавая при этом дань уважения, тем математикам, именя которых фигурируют в этих задачах.

Основные проблемы, о которых говорил Д.Гильберт на Парижском конгрессе таковы:



Проблема 1. Проблема Кантора о мощности континуума.

Ге́орг Ка́нтор (нем. Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor), (1845, Санкт-Петербург – 1918, Галле (Заале), Германия) – немецкий математик. Наиболее известен как создатель теории множеств, ставшей краеугольным камнем всей математики. Его работы представляют также большой философский интерес.

Учился в Берлинском университете, затем в Гёттингенском университете. В 1867 году Берлинский университет присвоил ему степень доктора философии за работу по теории чисел. Получил звание профессора в 34 года.

Теория Кантора о трансфинитных числах первоначально натолкнулась на резкую критику со стороны современников, в частности, Л. Кронекера, А. Пуанкаре; Г. Вейля и Л. Брауэра, а Л. Витгенштейн высказал возражения философского плана.

Некоторые христианские богословы (особенно представители неотомизма) увидели в работе Кантора вызов уникальности абсолютной бесконечности природы Бога. Критика его трудов была порой очень агрессивной. Считается, что периодически повторяющиеся с 1884 года и до конца дней Кантора приступы депрессии отчасти явились следствием этого неприятия.

С другой стороны резкой критике противостояли всемирная известность и одобрение. Так Д. Гильберт заявил: «Никто не изгонит нас из рая, который основал Кантор».

По мнению выдающегося шведского математика Г. Миттаг-Леффлера Г. Кантор «опередил время примерно лет на сто».

В 1874 году Кантор женился на Валли Гуттманн (Vally Guttmann). У них было 6 детей.

Кроме математики Кантор интенсивно изучал и английскую литературу эпохи Елизаветы.

Немецкое математическое общество учредило Медаль Кантора, вручаемую за выдающиеся математические заслуги.

Проблема 2. Непротиворечивость арифметических аксиом.

Проблема 3. Равенство двух тетраэдров с равновеликими основаниями и равными высотами.

Проблема 4. Проблема о прямой линии, как кратчайшем соединении двух точек.

Проблема 5. Понятие непрерывной группы преобразований Ли, без предположения о дифференцируемости функций, определяющих группу.

Ма́риус Со́фус Ли (норв. Marius Sophus Lie; 1842-1899) – выдающийся норвежский математик. Профессор математики Лейпцигского университета.

(Заметим в скобках, что Ли – довольно распространенная, особенно в сельской местности, норвежская фамилия, в литературном переводе означающая «долина» и «восточного следа», как могло бы показаться непосвященному, здесь нет).

Получил степень доктора философии в университете Осло в 1872 за работу «О классах геометрических преобразований», стал почётным членом Лондонского математического общества в 1878 и членом Лондонского королевского общества (1895).

Главное открытие Ли – это непрерывные группы преобразований (группы Ли), которые можно понять лучше, линеаризуя их и изучая образующиеся векторные поля (инфинитезимальные генераторы). Генераторы подчиняются линеаризованной версии группового умножения (коммутаторы) и имеют структуру алгебры Ли.

В истории науки трудно найти подобный пример создания одним исследователем столь развитой теории.

Широчайшее распространение творчества Ли связано с тем, что его теория оказалась связанной с двумя ведущими физическими теориями нашего времени – теорией относительности и теорией элементарных частиц, хотя приписывать ему заслуги в их создании неверно. Группа Лоренца, лежащая в основе теории относительности, – весьма частный случай группы Ли. Принцип ковариантности, которому А. Эйнштейн придавал исключительное значение (математическое выражение инвариантности физических законов относительно выбора системы координат), представляет собой перенесение на физическую почву положения Клейна, согласно которому каждая геометрия есть теория инвариантов той или иной группы. Схема Ф. Клейна получила у Ли далеко идущее и многостороннее развитие в построенной

им теории дифференциальных инвариантов. Кроме того, Ли (в связи с «пространственной проблемой Римана–Гельмгольца») в своем творчестве существенно затронул также и геометрию римановых пространств, на базе которой А. Эйнштейн построил свою общую теорию относительности. Столь же важную роль играет группа Лоренца на ее следующем, релятивистском этапе, связанном с именем Дирака.

С. Ли – первый лауреат международной премии им. Н.И Лобачевского Казанского университета (1897г.)

Проблема 6. Математическое изложение аксиом физики.

Проблема 7. Иррациональность и трансцендентность некоторых чисел.

Проблема 8. Проблема простых чисел.

Проблема 9. Доказательство наиболее общего закона взаимности в любом числовом поле.

Проблема 10. Задача о разрешимости диофантова уравнения.

Диофа́нт Александри́йский (др.-греч. Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς; лат. Diophantus) – древнегреческий математик, живший предположительно в III веке н. э.

О подробностях его жизни практически ничего не известно. Уточнение времени жизни Диофанта основано на том, что его Арифметика посвящена «достопочтеннейшему Дионисию». Полагают, что этот Дионисий – не кто иной, как епископ Дионисий Александрийский, живший в середине III в. н. э.

В Палатинской антологии содержится эпиграмма-задача, из которой можно сделать вывод, что Диофант прожил 84 года:

Основное произведение Диофанта – Арифметика в 13 книгах. Сохранились только 6 первых книг.

Диофантом впервые обозначает неизвестное «число» буквой. Знаков арифметических операций у него еще нет, они определяются местоположением чисел, знак равенства обозначается двумя буквами.

Сформулированы правило приведения подобных членов и правило прибавления или вычитания к обеим частям уравнения одного и того же числа или выражения: то, что потом у ал-Хорезми стало называться «алгеброй и алмукабалой». Введено правило знаков: минус на минус даёт плюс; это правило используется при перемножении двух выражений с вычитаемыми членами. Всё это формулируется в общем виде, без отсылки к геометрическим истолкованиям.

Бо́льшая часть труда – это сборник задач с решениями (в сохранившихся шести книгах их всего 189), умело подобранных для иллюстрации общих методов. Главная проблематика Арифметики – нахождение положительных рациональных решений неопределённых уравнений. Рациональные числа трактуются Диофантом так же, как и натуральные, что не типично для античных математиков.

В X веке Арифметика была переведена на арабский язык, после чего математики стран ислама (Абу Камил и др.) продолжили некоторые исследования Диофанта. В Европе интерес к Арифметике возрос после того, как Рафаэль Бомбелли обнаружил это сочинение в Ватиканской библиотеке и опубликовал 143 задачи из него в своей Алгебре (1572). В 1621 году появился классический, подробно прокомментированный латинский перевод Арифметики, выполненный Баше де Мезириаком. Методы Диофанта оказали огромное влияние на Франсуа Виета и Пьера Ферма.

Проблема 11. Квадратичные формы с произвольными алгебраическими числовыми коэффициентами.

Проблема 12. Распространение теоремы Кронекера об Абелевых полях на произвольную алгебраическую область рациональности.

Леопольд Кронекер (Leopold Kronecker, 1823 - 1891 г.) – выдающийся немецкий математик, основные труды которого посвящены теории чисел и алгебре. Известна его крылатая фраза: «Бог создал целые числа; все остальное – работа человека»

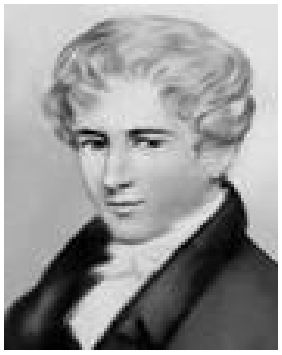
Родился в прусском городе Лигниц (ныне Легница, Польша) в еврейской семье. По окончании гимназии поступил в Берлинский университет, где в 1845 получил докторскую степень за работу по теории чисел под руководством Г. Дирихле.

Интерес к этой науке пробудился у Кронекера под влиянием его гимназического учителя, впоследствии известного математика Э. Куммера. До 30 лет Кронекер занимался бизнесом своего дяди, связанным с сельским хозяйством, а математике посвящал лишь свободное время. Удачно устроив свои дела и став зажиточным человеком, он в 1855 поселился в Берлине. Там в течение многих лет преподавал в университете Фридриха Вильгельма (сегодня - Университет Гумбольдта), не занимая формально профессорской кафедры, которую он получил лишь в возрасте 63 лет после ухода на пенсию Куммера.

Главные результаты, полученные Кронекером, относятся к теории эллиптических функций, теории алгебраических уравнений и теории чисел. Его лемму использовал Гильберт при доказательстве существования конечного базиса системы инвариантов. Лекции Кронекера по теории чисел пронизаны идеей необходимости арифметизации математики. По его убеждению, основой математики должно быть число, а основой всех чисел - натуральное число, а потому в математике не существует ничего, кроме того, что может быть представлено в виде конечного ряда положительных целых чисел.

Строго придерживаясь своих убеждений, Кронекер высказывал ядовитые замечания в адрес тех математиков, (Ф.Линдерман, К. Вейерштрасс), которые не разделяли его идеи. Г. Кантор из-за нападок Кронекера на теорию множеств был сломлен духовно.

Идеи Кронекера частично нашли продолжение в исследованиях XX в. по основаниям математики - речь идет о так называемой конструктивной математике. Умер в Берлине в 1891 г.



Нильс Хенрик Абель (норв. Niels Henrik Abel; 1802 –1829**)** – выдающийся норвежский математик.

Его детство и юность было омрачено слабым здоровьем, а также пьянством и постоянными раздорами родителей. Абель бедствовал всю жизнь.

В 1821 г. поступил в университет Христиании (ныне Осло), где преподаватели, ознакомившись с его ранними работами, решили установить ему стипендию из личных средств, «дабы сохранить для науки это редкое дарование». В 1822 г. получает степень «кандидата философии».

В 1823 г. Абель доказал невозможность решить в общем виде (в радикалах) уравнение 5-й степени. В 1824 г. Абель и Кристина («Крелли») Кемп празднуют своё обручение.

В 1825-26 г.г. значительно продвинул (одновременно с К.Г. Якоби) теорию эллиптических функций. Публикует расширенный вариант своей первой работы об уравнениях. Именно на эту работу опирался Э. Галуа, решивший проблему о разрешимости уравнений окончательно.

В начале 1827 года деньги заканчиваются, Абелю приходится ограничивать себя в еде. Он возвращается в Берлин, потом в Христианию. Бедствует, подрабатывая частными уроками.

1828: Абель избран членом Королевского научного общества Норвегии. Продолжает активно развивать теорию эллиптических функций. Ждёт обещанного приглашения на работу в Берлин.

1829: умирает от туберкулёза.

Абель внес значительный вклад в мировую математику. В теории рядов исследовал сходимость рядов, причём на высшем уровне строгости. В теории специальных, особенно эллиптических и абелевых функций, Абель был признанным лидером-основателем наряду с Якоби. Он первый определил эллиптические функции как функции, обратные эллиптическим интегралам, распространил их определения на общий комплексный случай и глубоко исследовал их свойства. Самая важная теорема Абеля об интегралах от алгебраических функций была опубликована лишь посмертно.

В 2002 году, в честь 200-летнего юбилея Абеля, правительство Норвегии учредило Абелеву премию по математике. Ему поставлен памятник в Осло.

Проблема 13. Невозможность решения общего уравнения седьмой степени с помощью функции, зависящей только от двух переменных.

Проблема 14. Доказательство конечности некоторой полной системы функций.

Проблема 15. Строгое обоснование исчислительной геометрии **Шуберта**.

Фёдор Иванович (Фридрих Теодор) Шуберт (нем. Friedrich Theodor von Schubert; 1758–1825**)** – русский математик, астроном, геодезист и популяризатор науки немецкого происхождения. Академик Петербургской академии наук по отделению астрономии.

Родился в Германии. В 1783 г. переехал в Россию, сначала в Ревель, где получил должность ревизора Гапсальского уезда, а в 1785 был определен географом при Петербургской академии наук. Адъюнкт Петербургской академии наук (с 1786) и академик с 1789. С 1804 заведовал академической обсерваторией. Занимался вопросами мореходной астрономии, по его инициативе были созданы морские астрономические обсерватории в Николаеве и Кронштадте.

В астрономии основные труды Шуберта относятся к практической астрономии и небесной механике. Разрабатывал теории движения Марса, Луны, Урана, Цереры. В 1805 вместе с сыном Ф.Ф. Шубертом участвовал в российской экспедиции в Китай. Произвел магнитные наблюдения по маршруту Петербург – Казань – Тобольск – Иркутск. Наряду с научной работой, занимался популяризацией астрономии. В 1798 впервые опубликовал курс теоретической астрономии, который по предложению П.С. Лапласа был переведен на французский язык и издан в Западной Европе. Автор «Руководства к астрономическим наблюдениям…» (1803, на немецком языке, перевод на русский язык осуществил И. И. Фицтум). Широкую известность имела его книга «Популярная астрономия» (части 1-3, 1804–1810), в которой описана история астрономии от древности до появления «Небесной механики» Лапласа.

В математике труды Шуберта (связанные с астрономией и картографией) относятся к сферической геометрии, где он изучил свойства локсодромы, в работах 1788–89 гг ввёл термины «конформная проекция». Кроме того, у Шуберта имеются труды по алгебре и теории особых точек кривых.

В 1813 г. Шуберт был принят в число почётных членов государственного адмиралтейского департамента. В 1816 произведён в действительные статские советники. Награждён

орденом святого Владимира 4-й степени, впоследствии орденом святого Владимира 3-й степени и орденом святой Анны 8-го класса с алмазными украшениями.

Его сын, Ф. Ф. Шуберт, был генералом-от-инфантерии российской армии. Правнучка – С. В. Ковалевская – известный российский математик.

Проблема 16. Проблема топологии алгебраических кривых и поверхностей.

Проблема 17. Представление определенных форм в виде суммы квадратов.

Проблема 18. Построение пространства из конгруэнтных многогранников.

Проблема 19. Являются ли решения регулярной вариационной задачи необходимо аналитическими?

Проблема 20. Общая задача о граничных условиях.

Проблема 21. Доказательство существования линейных дифференциальных уравнений с заданной группой монодромии.

Проблема 22. Униформизация аналитических зависимостей с помощью автоморфных функций.

Проблема 23. Развитие методов вариационного исчисления

3. ВКЛАД РОССИЙСКИХ МАТЕМАТИКОВ В РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМ ГИЛЬБЕРТА.

Русская делегация на Парижском конгрессе 1900 г. была весьма небольшой – всего 9 чел. (для сравнения от Франции – 80, от Германии – 25), а выступил вообще один – М.А. Тихомандрицкий с докладом «О нулях функции нескольких переменных» (в современной терминулогии).

Тихомандрицкий Матвей Александрович (1844-1921) - профессор математики Харьковского университета. Родился в 1844 г. в Киеве.

Поступил в Санкт-Петербургский университет на физико-математический факультет в 1861 г., где окончил курс в 1865 г., с золотой медалью за сочинение о параболическом интерполировании. Несколько лет был учителем математики в гимназии. В этом же университете в 1876 г., защитив диссертацию "О гипергеометрических рядах", получил степень магистра и с 1879 г., в качестве приват-доцента, преподавал теорию эллиптических функций и начертательную геометрию.

В 1880 - 81 годах преподавал математику на высших курсах. В 1883 г. был избран доцентом Харьковского университета, а в 1885 г. защищал там диссертацию: "Обращение гиперэллиптических интегралов" и получил степень доктора чистой математики. В 1888 г. утвержден ординарным профессором.

Во время своей профессорской деятельности Тихомандрицкий излагал на лекциях в университете почти все части чистой математики. Автор многих книг, в том числе: "Основание теории Абелевых интегралов", "Теория эллиптических интегралов и функций".

Оглядываясь ныне назад, можно утверждать, что российские математики внесли *выдающийся вклад* в решение проблем Гильберта. Исторически первым на этом пути был В.Ф. Каган, который в 1903 г. дал относительно простое положительное решение 3-ей проблемы, в отличие от несколько более раннего и сложного решения М. Дена.

Вениами́н Фёдорович Ка́ган (1869 - 1953) – российский и советский математик, доктор физико-математических наук, профессор МГУ.

В 1929 году В. Ф. Каган получил звание заслуженного деятеля науки, в 1940 году был награждён орденом Трудового Красного Знамени, в 1943 году ему присуждена Сталинская премия.

Прославился трудами по неевклидовой геометрии и дифференциальной геометрии, особенно в области римановой геометрии, в которой создал свою научную школу.

В.Ф. Каган интересовался математической физикой и стал одним из пионеров преподавания общей теории относительности в СССР, где эти лекции слушали Н. Д. Папалекси, И. Е. Тамм и А. Н. Фрумкин**.**

В 1904 г. С.Н. Бернштейн дал решение 19-ой проблемы Гильберта.

Сергей Натанович Бернштейн (1880 – 1968) – русский и советский математик. Сын физиолога Натана Бернштейна, брат психиатра Александра Бернштейна.

В 19 лет окончил Парижский университет (Сорбонну), в 21 год -- Парижскую политехническую школу, в 1904 г. -- доктор математических наук (Париж); профессор (1907 г.), доктор чистой математики (Харьков, 1914 г.); лауреат премий Бельгийской Академии наук (1911 г.), Парижской Академии наук (1920 г.), Государственной премии СССР (1942 г.).

Член-корреспондент АН СССР (1924 г.), академик с 1929 г., академик АН УССР (1925 г.), иностранный член Парижской Академии наук с 1955 г., член зарубежных научных учреждений и обществ. Награжден двумя орденами Ленина, орденом Трудового Красного Знамени, а также многими медалями.

Его докторская диссертация 1904 года была посвящена решению 19-й проблемы Гильберта. Им найдены условия аналитичности решений уравнений второго порядка эллиптических и параболических типов; развиты новые методы решения граничных задач для нелинейных уравнений эллиптического типа; совместно с учениками создана новая ветвь теории функций – конструктивная теория функций. При доказательстве аппроксимационной теоремы Вейерштрасса Бернштейном были построены полиномы, оказавшиеся полезными в самых разных областях математики. Теперь их называют полиномами Бернштейна.

В теории вероятностей Бернштейном предложена первая (1917) аксиоматика; продолжены и в определённом смысле завершены исследования петербургской школы Чебышева – Маркова по предельным теоремам; разработана теория слабозависимых случайных величин; исследованы стохастические дифференциальные уравнения и указан ряд применений вероятностных методов в физике, статистике и биологии.

С.Н. Бернштейн же в 1908-1909 г.г. получил важные результаты, относящиеся к 20-й проблеме Гильберта, но не решил ее окончательно.

Крупные результаты, примыкающие к 19-й проблеме, были получены И.Г.Петровским в 1937 г.

Ива́н Гео́ргиевич Петро́вский (1901 - 1973) – выдающийся советский математик и деятель отечественного образования. С 1951 по 1973 г.г. – ректор Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

В 1930-е годы годы И. Г. Петровским получены фундаментальные результаты в различных областях математики: в алгебраической геометрии, теории вероятностей, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, математической физике, теории уравнений с частными производными.

С 1933 года профессор Московского университета. В 1935 году утверждён без защиты диссертации доктором физико-математических наук. В 1940 стал деканом механико-математического факультета МГУ. В годы войны им была выполнена глубокая и содержательная работа о лакунах и диффузии волн. В 1943 году Петровский был избран членом-корреспондентом, а в 1946 – действительным членом АН СССР, в 1949–1951 годах занимал должность академика-секретаря Отделения физико-математических наук, с 1953 года был членом Президиума Академии. Лауреат двух Сталинских премий (1946, 1952), Герой Социалистического Труда (1969).

С 1951 года заведовал кафедрой дифференциальных уравнений МГУ. В том же году избирается на должность ректора Московского университета. И. Г. Петровский вел большую общественную работу.

Обращая внимание на проблемы довузовского образования, Петровский был одним из инициаторов организации курсов повышения квалификации для учителей средних школ, учреждения заочной математической школы и школы-интерната при МГУ.

Петровский же в 1949 г. (в соавторстве с О.А. Олейник) получил ряд крупных результатов, относящихся к 16-ой проблеме. В 1960 г. О.А. Ладыженская и Н.Н. Уральцева получили «смыкание» результатов по 19-ой и 20-ой проблемам.

Первое решение 6-й проблемы (по аксиоматизации теории вероятности, как ни странно, в рамках физики) было получено снова С.Н.Бернштейном в 1917 г.

В 1936 г. А.Н. Колмогоров предложил другую аксиоматизацию, основанную на теории меры, получившую впоследствии всеобщее признание. Эта плодотворная идея соединила достижения московской школы теории функций действительной переменной, основанной Д.Ф.Егоровым и Н.Н. Лузиным, и петербургской школы П.Л. Чебышёва.

Андре́й Никола́евич Колмого́ров (урождённый Катаев, 12 (25) апреля 1903, Тамбов – 20 октября 1987, Москва) – советский математик, один из крупнейших математиков XX века.

Колмогоров – один из основоположников современной теории вероятностей, им получены фундаментальные результаты в топологии, геометрии, математической логике, классической механике, теории турбулентности, теории сложности алгоритмов, теории информации, теории функций, теории тригонометрических рядов, теории меры, теории приближения функций, теории множеств, теории дифференциальных уравнений, теории динамических систем, функциональном анализе и в ряде других областей математики и её приложений. Колмогоров также автор новаторских работ по философии, истории, методологии и преподаванию математики.

Профессор Московского государственного университета (с 1931), доктор физико-математических наук, академик (минуя звание члена-корреспондента АН СССР) Академии

наук СССР (1939). Президент Московского математического общества (ММО) в 1964–1966 и 1974–1985.

Иностранный член Национальной академии наук США (1967), Лондонского королевского общества (1964), член Германской академии естествоиспытателей «Леопольдина» (1959), Французской (Парижской) академии наук (1968), почётный член Американской академии искусств и наук (1959), иностранный член Венгерской академии наук (1965), Польской академии наук (1956), Нидерландской королевской академии наук (1963), АН ГДР (1977), Академии наук Финляндии (1985), почетный член Румынской академии. Член Лондонского математического общества (1962), Индийского математического общества (1962), иностранный член Американского философского общества (1961). Колмогоров – почётный доктор Парижского университета (Сорбонны) (1955), Стокгольмского университета (1960), Индийского статистического института в Калькутте (1962).

А. Н. Колмогоров – основатель большой научной школы, среди его учеников – выдающиеся математики современности.

Академик Колмогоров – лауреат многих наград и премий: 1941 – Сталинская премия (вместе с А. Я. Хинчиным), 1951 – Премия им. П. Л. Чебышева АН СССР (вместе с Б. В. Гнеденко), 1962 – Премия Бальцана, 1963 – Герой Социалистического Труда, 1965 – Ленинская премия (вместе с В. И. Арнульдом), Золотая медаль имени Гельмгольца АН ГДР, Золотая медаль Американского метеорологического общества, Венгерский Орден Знамени, 1987 – Премия имени Н. И. Лобачевского, 1980 – Премия Вольфа «за глубокие и оригинальные открытия в области анализа Фурье, теории вероятностей, эргодической теории и динамических системах». Среди лауреатов этой, одной из самых престижных математических премий (наряду с премией Филдса) есть также ученики А. Н. Колмогорова: В. И. Арнольд, И. М. Гельфанд и Я. Г. Синай.

Был женат, детей не имел.

В 1994 году Российская академия наук установила премию имени самого А. Н. Колмогорова, вручаемую «за выдающиеся результаты в области математики».

Седьмая проблема Гильберта о некотором классе (или о виде) трансцендентных чисел технически оказалась чрезвычайно трудной. Напомним, что 1851 г. Ж. Лиувилль доказал только существование трансцендентных чисел, лишь в 1873 г. Ш. Эрмит нашел первое трансцендентное число – число *e*, вскоре Ф. Линдеман доказал трансцендентность числа π, решив тем самым знаменитую проблему квадратуры круга, в 1874 г. Г. Кантор доказал континуальность множества трансцендентных чисел. В 1929 г. на основе достижений петербургской теоретико-числовой школы П.Л.Чебышёва московский математик А.О. Гельфонд дал частичное решение седьмой проблемы Гильберта о трансцендентных числах. В 1930 г. Р.О. Кузьмин на основе метода Гельфонда расширил результат последнего. Только в 1934 г. А.О. Гельфонд дал окончательное решение седьмой проблемы, подтвердив догадку Гильберта.

Александр Осипович Гельфонд (1906 – 1968) – советский математик, член-корреспондент АН СССР.

Известен своими работами по теории чисел, а также решением седьмой проблемы Гильберта. Работал в МГУ (1931–1968) и Математическом институте АН СССР (1933–1968). Награждён орденом Ленина (1953) и тремя орденами Трудового Красного Знамени (1945, 1945, 1966).

В 1924 году поступил в Московский университет, который закончил в 1927 году. Под руководством А. Хинчина и В. Степанова продолжил обучение в аспирантуре, которую закончил в 1930 году. В 1929–1930 го-

дах преподавал в МВТУ. Будучи аспирантом, опубликовал в 1929 году частичное решение седьмой проблемы Гильберта.

В 1931 году начал работать на Механико-математическом факультете МГУ, в 1937 году возглавил кафедру анализа и теории чисел, позднее – кафедру теории чисел. С 1933 года Гельфонд работал также в отделе теории чисел Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. В этих двух организациях он продолжал свою работу до конца своей жизни. В 1934 году Гельфонд получил полное решение седьмой проблемы Гильберта. В 1935 году ему была присвоена степень доктора физико-математических наук, а в 1939 году он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

Гельфонд опубликовал множество работ по теории чисел и теории функций комплексного переменного, по проблемам единственности, полноты систем функций, интерполяции в комплексной области, по арифметическим свойствам функций. В 1973 году под редакцией академика Линника вышли «Избранные труды» Гельфонда.

Восьмая проблема Гильберта состоит из нескольких задач, относящихся к теории простых чисел (в которой остались, судя по всему, только чрезвычайно трудные задачи). Одна из них – это проблема Гольдбаха, которая оказалась настолько трудной, что известный немецкий математик Э. Ландау на Международном математическом конгрессе 1912 г. высказался весьма пессимистично вообще о перспективах ее решения в обозримом будущем. Однако в 1937 г. академик И.М. Виноградов частично решил проблему Гольдбаха, а именно для нечетных чисел. Результат И.М. Виноградова оказался весьма плодотворным и в плане осмысления методологии решения подобных проблем. В 1946 г. академик Ю.В.Линник дал другое доказательство теоремы Виноградова, основанное на теории функций комплексного переменного. Важным вкладом в решение числовых проблем Гильберта стал общий закон взаимности, полученный в 1948 г. И.Р. Шафаревичем. На этом же пути стоят работы К.Ф. Гаусса, Г. Эйзенштейна, Э. Куммера, Д.Гильберта, Э. Артина, Г. Хассе.

Иван Матвеевич Виноградов (1891 – 1983) – российский и советский математик, академик Академии Наук СССР (1929). Дважды Герой Социалистического Труда (1945, 1971), лауреат Сталинской (1941), Ленинской (1972) и Государственной премии СССР (1983).

В 1910 году поступил на физико-математический факультет Петербургского университета. После окончания университета в 1914 году был оставлен там для подготовки к профессорскому званию. Получил докторскую степень. С 1918 по 1920 годы работал в Пермском государственном университете и Томском государственном университете. В 1920 году стал профессором. Продолжил работу в Ленинградском университете, преподавал также в Политехническом институте (1920–1934).

С 1934 года с момента разделения Физико-математического института И. М. Виноградов - директор Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, работал в этой должности более 45 лет до своей смерти в 1983 г. (с перерывом с октября 1941 по февраль 1944, когда институт возглавлял С. Л. Соболев).

И. М. Виноградов - иностранный член Лондонского королевского общества (1942), иностранный член Национальной академии деи Линчеи в Риме (1958), Германской академии естествоиспытателей "Леопольдина" (1962), Датской королевской АН (1947), Венгерской АН (1950), АН ГДР (1950), Сербской академии наук и искусств (1959), почетный член Лондонского математического общества (1939) и Индийского математического общества (1947), член Американского философского общества (1942).

Работы Виноградова по преимуществу посвящены аналитической теории чисел. Он решил ряд проблем, которые считались недоступными математике начала XX века. В числе

прочего создал один из самых сильных и общих методов аналитической теории чисел – метод тригонометрических сумм. За разработанный метод был удостоен Сталинской премии I степени (1941). Ему принадлежит решение одной из двух проблем Гольдбаха, которые были поставлены в переписке Х. Гольдбаха (немецкого математика XVIII века, большую часть жизни прожившего в России) с Л. Эйлером в 1742 году.

Всю жизнь был холост. Обладал исключительной физической силой, мог поднять за одну ножку стул вместе с сидящим на нем человеком.

Юрий Владимирович Линник (1915-1972) – советский математик, специалист в области теории вероятностей, теории чисел, математической статистики.

Академик АН СССР (1964). Сын академика В. П. Линника. Участник Великой Отечественной Войны в 1941–1942 годах.

Окончил Ленинградский университет в 1938 году. Его первая научная работа, посвященная обобщению теоремы Фробениуса, появилась тогда же в математической серии «Известий Академии наук СССР». В течение двух лет по окончании университета Линник окончил аспирантуру и защитил докторскую диссертацию по специальным вопросам теории чисел. В 1943 году молодому доктору физико-математических наук было присвоено звание профессора. В 1947 году за весьма оригинальные работы в области теории чисел Линнику присваивается почетное звание лауреата Государственной премии. В 1953 году Линник избирается членом-корреспондентом Академии наук СССР.

Лауреат Сталинской премии второй степени (1947), Лауреат Ленинской премии (1970), Герой Социалистического Труда (1969) Награждён орденами и медалями.

Член Международного статистического института (1961). Почётный член Лондонского математического общества (1967). Иностранный член Шведской королевской академии наук (1971).

И́горь Ростисла́вович Шафаре́вич (1923-2017) – советский, российский математик, философ, публицист и общественный деятель, академик РАН, доктор физико-математических наук.

Защитил кандидатскую диссертацию в 1942 г., докторскую – в 1946 г. По окончании МГУ работает в Математическом институте им. В. А. Стеклова (МИАН), с 1960 года – заведующий отделом алгебры. С 1943 по 1974 год преподавал на механико-математическом факультете МГУ, С 1975 г. работает только в отделе алгебры МИАН, в 1960–1995 годах – в должности заведующего отделом, с 1995 года – в должности главного научного сотрудника (советника РАН).

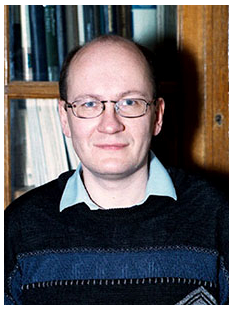
Основные труды Шафаревича посвящены алгебре, теории чисел и алгебраической геометрии. Внёс фундаментальный вклад в развитие теории Галуа.

Под его руководством защищено более 30 кандидатских диссертаций. Имеет много известных учеников.

В 1958 г. избран членом-корреспондентом АН СССР по Отделению физико-математических наук. Лауреат Ленинской премии (1959). В 1991 г. избран академиком РАН по Секции математики, механики, информатики (математика).

Иностранный член Национальной академии деи Линчеи (Италия), Германской академии естествоиспытателей «Леопольдина», Член Лондонского Королевского общества, Национальной академии наук США. Почетный доктор университета Париж XI (Орсэ).

Шафаревич известен не только как признанный математик, но и как публицист, общественный деятель и автор историко-философских публикаций.



Его сын **Андре́й И́горевич Шафаре́вич** (р. 1963) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ.

Профессор и заместитель заведующего кафедры математики факультета нано-, био-, информационных и когнитивных технулогий МФТИ. Автор более 60 научных работ в области математической физики и учебных пособий по дифференциальной геометрии, тензорной алгебре и анализу, математической теории уравнений гидродинамики.

Руководитель гранта «Университеты России», участник грантов РФФИ, DFG, INTAS.

Вторая проблема Гильберта говорила о непротиворечивости арифметики. Сам Гильберт и его ученики ошибочно считали, что такое доказательство ими получено. При этом сам Д. Гильберт ограничивал средства доказательства. Такое ограничение получило впоследствии название «финитизм Гильберта». Но в 1931 г. К. Гёдель опроверг гипотезу, показав, что «доказательство в рамках финитизма Гильберта» в принципе невозможно. В 1943 г. П.С. Новиков получил-таки доказательство при отказе от некоторых ограничений, накладываемых «финитизмом Гильберта».

Пётр Сергеевич Новиков (1901 - 1975) – советский математик, академик АН СССР (1960).

В 1919 году поступил на физико-математический факультет Московского университета. Работал в Московском химико-технулогическом институте им. Менделеева (1929–1934) и в МИАН АН СССР (1934–1975), с 1957 года – в должности заведующего отделом математической логики МИАН.

Основные труды П.С. Новикова посвящены теории множеств, математической логике, теории алгоритмов и теории групп.

Создал школу математической логики в СССР. Ещё будучи аспирантом Н. Н. Лузина (1926 по 1929 год), П. С. Новиков получил полное решение одной из трудных проблем дескриптивной теории множеств с помощью разработанного им метода, получившего название «принцип сравнения индексов». Установил, что существуют группы с конечным числом образующих и конечным числом определяющих отношений, для которых не существует алгоритма, решающего проблему тождества слов. Создал метод доказательства непротиворечивости формальных систем, основанный на понятии регулярной формулы. Доказал неразрешимость проблемы тождества, сопряженности и изоморфизма в теории групп. Получил (вместе со своим учеником С. И. Адяном) отрицательное решение известной проблемы Бернсайда о периодических группах.

Награждён двумя орденами Ленина, орденом Трудового Красного Знамени. Ленинская премия (1957).

Его учениками являются известнейшие математики.

Был женат на Людмиле Всеволодовне Келдыш (1904–1976) - сестре президента АН СССР М. В. Келдыша, которая была специалистом по геометрической топологии и теории множеств. Имел четверых детей и приемного сына.

Младший из детей – **Сергей Петрович Новиков** (1938-2024) – выдающийся советский, российский математик, академик АН СССР (1981) и РАН (1991), доктор физико-математических наук, профессор, автор более 160 научных и научно-популярных статей и монографий по математике и математической физике.

На XVI Международном конгрессе математиков в 1970 г. за труды по топологии Новикову была присуждена Филдсовская премия (первому среди советских математиков).

Окончательное решение пятой проблемы, относящейся к теории непрерывных групп, получено в 1952 г. американскими математиками Д. Монтгомери и Л. Циппином. Однако российские математики Л.С. Понтрягин в 1934 и А.И. Мальцев в 1946 г. получили ряд важных частных результатов по этой проблеме, способствовавших ее окончательному решению.

Лев Семёнович Понтря́гин (1908–1988) – выдающийся советский математик, академик АН СССР (1958).

Л. С. Понтрягин родился в Москве. В 14 лет потерял зрение в результате несчастного случая (взорвавшийся примус вызвал сильнейший ожог лица). Окончил Московский университет (1929). Член-корреспондент АН СССР с 1939, с этого же года - заведующий отделом МИАН имени В. А. Стеклова, одновременно с 1935 года профессор МГУ.

Достиг выдающихся результатов в различных областях. В топологии открыл общий закон двойственности и в связи с этим построил теорию характеров непрерывных групп; получил ряд результатов в теории гомотопий (классы Понтрягина). В теории колебаний главные результаты относятся к асимптотике релаксационных колебаний. В теории управления – создатель математической теории оптимальных процессов, в основе которой лежит т. н. принцип максимума Понтрягина, имеет фундаментальные результаты по дифференциальным играм. Работы школы Понтрягина оказали большое влияние на развитие теории управления и вариационного исчисления во всём мире.

Воспитал целую плеяду известнейших ныне математиков.

Понтрягин написал подробные мемуары «Жизнеописание Л. С. Понтрягина, математика, составленное им самим», в которых дал оценки многим учёным и событиям, свидетелем и участником которых он был, в частности, кампании против Н.Н. Лузина.

Герой Социалистического Труда (1969). Лауреат Ленинской премии (1962), Сталинской премии второй степени (1941) и Государственной премии СССР (1975).

Анатолий Иванович Мальцев (1909 – 1967) – советский математик. Основоположник сибирской школы алгебры и логики. Академик АН СССР (1958).

В 1927 г. поступил в Московский университет. По окончании МГУ в 1931 году Мальцев был направлен на работу в Иваново. С 1934 по 1937 год Мальцев учится в аспирантуре МГУ под руководством А. Н. Колмогорова.

С 1939 по 1941 год учится в докторантуре Математического института им. В. А. Стеклова. В 1941 году после защиты докторской диссертации становится старшим научным сотрудником этого института.

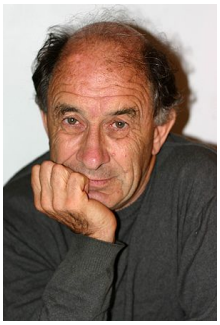
В 1958 г переезжает на работу в Сибирский научный центр. В том же году Мальцева избирают действительным членом Академии наук СССР.

С 1960 по 1967 год Мальцев заведует отделом алгебры Института математики СО АН СССР, а также заведует кафедрой алгебры и математической логики НГУ.

Был женат на Наталье Петровне Гостик. Имел трех сыновей и дочь. Лауреат многих наград и премий, среди которых Сталинская премия II степени (1946), Ленинская премия (1964), Орден Ленина (1967).

Российской академией наук учреждена премия имени Мальцева.

Тринадцатая проблема – это проблема невозможности представления функции нескольких переменных как суперпозиции функций от меньшего числа переменных. Немецкий математик Л. Бибербах, ошибочно «доказавший» гипотезу Гильберта, назвал тринадцатую проблему «самой несчастливой», имея ввиду не только ее номер, но и необычайную сложность. Российский математик А.Г. Витушкин получил некоторые результаты, косвенно подтверждавших, казалось бы, гипотезу Гильберта. Но в 1954 г. академик А.Н. Колмогоров при участии студента МГУ В.И. Арнульда опровергли гипотезу Гильберта и доказали, что всякая непрерывная функция трех переменных представляет собой сумму девяти функций, каждая из которых является однократной суперпозицией функций двух переменных. Сам А.Н. Колмогоров считал этот результат труднейшим в своей жизни.



Влади́мир И́горевич Арнульд (1937 г., Одесса, СССР – 2010 г., Париж, Франция]) – выдающийся советский и российский математик

Арнульд – автор работ в области топологии, теории дифференциальных уравнений, теории особенностей гладких отображений и теоретической механики.

Работал в теории гамильтоновых систем, развивал теорию динамических систем, теорию катастроф, топологию, алгебраическую геометрию, классическую механику и теорию сингулярностей.

Окончив МГУ в 1959 году, Арнульд проработал в университете до 1987 года (в должности профессора с 1965 года), с 1986 года и до последних дней работал в Математическом институте им. В. А. Стеклова.

Доктор физико-математических наук (1963). В 1990 году был избран академиком Академии наук СССР (с 1991 года Российской академии наук).

В. И. Арнульд известен своим ясным стилем изложения, искусно комбинирующим математическую строгость и физическую интуицию.

Оказал большое влияние на развитие новых областей математики, опубликовав немало учебников. Арнульду приписывается авторство многих задач.

Имеет многочисленные отечественные и зарубежные награды и премии, в частности Лауреат (1965) Ленинской премии (вместе с академиком А.Н. Колмогоровым).

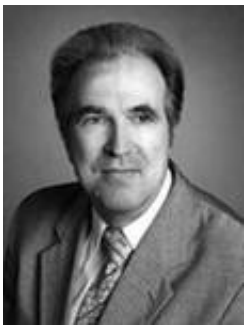
Иностранный член Национальной академии наук США, Французской академии наук, Лондонского королевского общества, Национальной академии Линчеи, почётный член Лондонского математического общества, иностранный член Американского философского общества, а также Американской академии искусств и наук, член Российской академии естественных наук.

Проблема № 10 - это вопрос об общем алгоритме решения диофантовых уравнений. В 1908 г. А. Туэ получил некоторый обнадеживающий промежуточный результат.

Алгоритмы для отдельных классов уравнений были получены российским математиком Б.Н. Делоне и немцем К. Зигелем. В 1930-40-е годы А. Чёрч, А.Тьюринт, Э. Пост, А.А. Марков приводят примеры алгоритмически неразрешимых проблем.

В 1952 г. П.С. Новиков доказывает алгоритмическую неразрешимость одной из проблем теории групп - проблемы тождества слов. В 1950-60-е американские математики М. Девис и др. вплотную подошли к выводу об алгоритмической неразрешимости десятой проблемы.

Последнюю точку поставил в 1970 г**.** Ю.В. Матиясевич, доказавший алгоритмическую неразрешимость десятой проблемы.



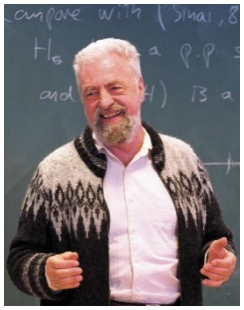
Ю́рий Влади́мирович Матиясе́вич (род. в 1947 году в г. Ленинграде) – советский и российский математик, академик РАН, доктор физико-математических наук.

Внёс существенный вклад в теорию вычислимости. Завершил (1970) решение десятой проблемы Гильберта по программе исследований, основную часть которой к тому времени выполнили Мартин Дэвис, Хилари Патнем и Джулия Робинсон.

В 1964–1969 гг. учеба на Математико-механическом факультете Ленинградского государственного университета. В 1969–1970 гг. аспирантура ЛОМИ. В 1970 г. присуждение степени кандидата физико-математических наук. В 1970–1974 гг. научный сотрудник ЛОМИ. В 1972 г. защита докторской диссертации. В 1974–1980 гг. старший научный сотрудник ЛОМИ. С 1980 г. заведующий лабораторией математической логики ЛОМИ. С 1995 г. профессор СПбГУ на кафедре Математического обеспечения ЭВМ, впоследствии на кафедре алгебры. В 1997 г. избран членом-корреспондентом РАН. С 1998 г. вице-президент Санкт-Петербургского математического общества.

В 2008 г. избран действительным членом Российской академии наук. С 2008 г. президент Санкт-Петербургского математического общества.

Член Американского математического общества и Ассоциации символьной логики.



Решающий вклад в решение шестнадцатой проблемы Гильберта внес Юлий Сергеевич Ильяшенко, доказавший конечность числа предельных циклов полиномиального векторного поля на плоскости (в оригинальном доказательстве Дюлака им была обнаружена ошибка).

Юлий Сергеевич Ильяшенко (родился 4 ноября 1943, Москва, СССР) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук, профессор. Один из основателей, ныне ректор Независимого московского университета. В 1965 году окончил механико-математический факультет МГУ. В 1969 году окончил аспирантуру этого факультета и защитил кандидатскую диссертацию. Доктор физико-математических наук (1994). Профессор механико-математического факультета МГУ (с 1996 года) и Корнеллского университета (США). Ведущий научный сотрудник Отдела дифференциальных уравнений Математического института им. В. А. Стеклова РАН, профессор факультета математики НИУ ВШЭ . С сентября 1996 года – вице-президент Московского математического общества. С февраля 2000 года – ректор Независимого московского университета. Член редакционных коллегий и советов ряда журналов:

Значение проблем Гильберта. Понятно, что некоторый список проблем всегда можно составить. Такие списки можно найти и по указанной библиографии, и по другим источникам, и даже сформулировать самому. Но как сформулировать такой список проблем, решение (или попытка решения) которых определят (или предопределят) объективное развитие математики в будущем? На этот вопрос может ответить лишь время.

Сегодня, спустя сто с лишним лет, уже можно сказать с уверенностью, что Д. Гильберт хорошо составил список проблем! Они оказали самое заметное влияние на математику XX века.

Думается, не стоит сбрасывать со счетов и субъективные факторы. Решить проблему, поставленную самим Гильбертом – это пропуск в элитный клуб математиков первого уровня.

Начав этот короткий экскурс в историю математики со слов Д. Гильберта, ими же и закончим. Д. Гильберт с поражающей силой и убежденностью высказывает свой основной тезис – «аксиому» о разрешимости в широком смысле слова всякой математической задачи – тезис, содержанием которого являются глубокая уверенность в неограниченном могуществе человеческого познания и непримиримая борьба со всяким агностицизмом: «… вот проблема или решение. Ты можешь найти его с помощью чистого мышления; ибо в математике не существует *Ignorabimus*! (лат. – «мы не будем знать»).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В конце уже я взглянул, эдак, разом на всё доступное мне поле нерешенных математических проблем, взглянул разом по аналогии на судьбы великих математиков, удивился размаху и сложности того и другого, и спросил сам себя, тихо так спросил:

«Ум хорошо, а вот счастье, не лучше ли?».

Библиографический список

1. Улам С. Глава III // Нерешённые математические задачи – Наука, 1964.
2. Стюарт, Иэн. Величайшие математические задачи. – М.: Альпина нон-фикшн, 2015. – 460 с.
3. Миронов В.В. Фундаментальные математические проблемы. Комментарии. – Рязань: БукДжет, 2026.
4. Проблемы Гильберта. /Под ред. П.С. Александрова. М.: Наука, 1969. (Перевод доклада Гильберта с немецкого – М. Г. Шестопал и А. В. Дорофеевой - опубликован именно в этой книге).
5. Гильберт Д. Избранные труды. Т. 1, 2. М.: Факториал, 1998.
6. Smale, S. "Mathematical Problems for the Next Century." Math. Intelligencer **20**, No. 2, 7-15, 1998.
7. Browder, Felix E. (Ed.). Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1976.
8. Holzapfel, R.-P. The Ball and Some Hilbert Problems. Boston, MA: Birkhäuser, 1995.
9. Демидов С.С. Проблемы Гильберта и советская математика // Квант, 1977, № 11.

УДК 004.932; ГРНТИ 28.21.15

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ И СОПОСТАВЛЕНИЯ ДЕСКРИПТОРОВ КЛЮЧЕВЫХ ТОЧЕК НА ОСНОВЕ ВЕКТОРНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ

А.И. Новиков, А.А. Денисов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, novikovanatoly@yandex.ru

Аннотация. В работе изложен метод описания окрестности ключевой точки с помощью векторов нормалей к локальным элементам поверхности в ее окрестности. В качестве векторов нормалей выступают векторные произведения векторов, образованных разностями значений функции яркости в соседних пикселях по ортогональным направлениям. Для сопоставления ключевых точек вычисляются скалярные произведения нормированных векторов нормалей. Значения скалярного произведения, превышающие пороговое значение, свидетельствуют об истинном соответствии пары ключевых точек.

Ключевые слова: ключевая точка, векторное произведение, вектор нормали, дескриптор, сопоставление ключевых точек, скалярное произведение, функция яркости.

THE METHOD OF FORAGING AND MATCHING DESCRIPTORS OF KEY POINTS BASED ON VECTOR PRODUCTS BY

A.I. Novikov, A.A. Denisov
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, novikovanatoly@yandex.ru

The summary. The paper describes a method for describing the vicinity of a key point using vectors of normals to local surface elements in its vicinity. The vectors of the normals are vector products of vectors formed by differences in the values of the brightness function in neighboring pixels in orthogonal directions. To supply the key points, scalar products of normalized vectors of normals are calculated. The values of the scalar product exceeding the threshold value indicate the true correspondence of a pair of key points.
Keywords: key point, vector product, normal vector, descriptor, key point mapping, scalar product, brightness function.

Введение

Методы обнаружения (детектирования), описания (формирования дескрипторов) и сопоставления ключевых точек являются составной частью блока фундаментальных задач цифровой обработки изображений [1, 2]. Методы, основанные на использовании ключевых точек, применяются для решения широкого круга задач: формирования панорамных изображений, совмещения разнородных изображений, обнаружения и распознавания целевых объектов [3, 4]. Особый класс ключевых точек образуют точки, в которых достигается локальный максимум или минимум функции яркости. В этом случае геометрическим образом функции яркостей в малой окрестности ключевой точки с координатами (x_0, y_0, I_0) будет поверхность, которая адекватно аппроксимируется алгебраической функцией второго порядка

$$I(x,y) = a_1(x-x_0)^2 + a_2(y-y_0)^2 + a_3(x-x_0)(y-y_0) + a_4(x-x_0) + a_5(y-y_0) + a_6 \ . \quad (1)$$

Здесь x, y - координаты пикселя, $I(x,y)$ – значение функции яркостей в точке (x,y). Метод описания ключевой точки (x_0, y_0, I_0) в виде шестимерного вектора коэффициентов $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$, оцениваемых с помощью метода наименьших квадратов, является надежным способом описания и последующего сопоставления ключевых точек. Однако такой метод обладает высокой вычислительной сложностью.

Описание ключевых точек в широко известных методах SIFT [5], SURF [6] и ORB [7] строится в основном на использовании модулей и направлений векторов градиентов функции яркостей, вычисляемых в заданной окрестности ключевой точки. Например, вектор признаков ключевой точки в методе SURF содержит 64 (в других вариантах 128 чисел). Одна из основных задач такого дескриптора – определить направление, в котором вектор градиента функции яркостей $\nabla \mathbf{I} = (\partial_x I, \partial_y I)$ принимает наибольшее значение.

Как уже отмечалось выше, в качестве ключевых точек часто выступают локальные экстремумы – как максимумы, так и минимумы – некоторой функции, связанной с яркостью изображения (например, градиентного отклика, разности гауссиан и др.). В частности, алгоритмы FAST [5] и ORB [7], широко используемые в системах компьютерного зрения реального времени [6-8], опираются на предположение, что ключевая точка должна обладать признаками локального экстремума функции яркости. В алгоритме FAST ключевая точка определяется как пиксель, яркость которого резко контрастирует с соседними пикселями на окружности заданного радиуса. В методе ORB дополнительно учитывается ориентация и используется эвристика для отбора наилучших ключевых точек, что усиливает требования к выраженности экстремума. Несмотря на наличие большого числа хороших методов описания

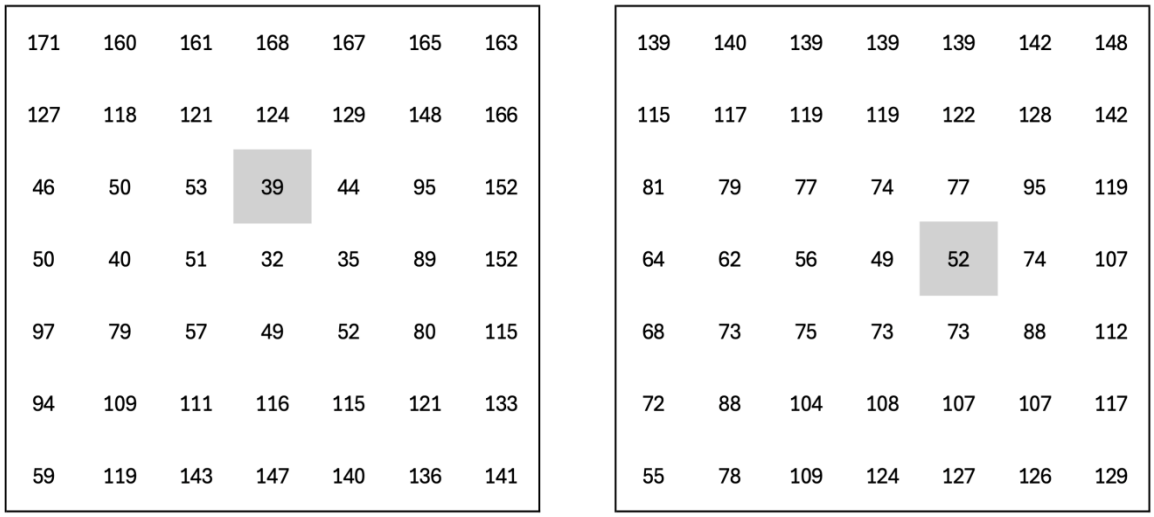
ключевых точек, формирование надежных дескрипторов ключевой точки за минимальное время по-прежнему является актуальной задачей. Отметим, что подробный анализ известных методов приведен в работе [9].

Графиком функции яркостей $I(x,y)$ в трехмерном пространстве является некоторая поверхность G. Широко принятый на практике способ описания особенностей этой поверхности в окрестности ключевой точки основан на использовании векторов градиентов. Градиент функции яркостей $\nabla\mathbf{I}$ в каждой точке (x_0,y_0) расположен в плоскости, являющейся плоскостью уровня $I(x,y)=I(x_0,y_0)=const$. Альтернативный способ описания особенностей поверхности, являющейся графиком функции яркостей в окрестности ключевой точки можно построить на использовании векторов нормалей к фрагментам этой поверхности. Один из возможных вариантов такого способа описания ключевых точек был предложен в [10]. Его суть заключается в разбиении окрестности ключевой точки на 4 треугольных сектора, ориентированных вдоль координатных осей. В каждом секторе строится аппроксимирующая плоскость, проходящая через выделенную ключевую точку, то есть плоскость с фиксированным значением координаты $z_0=I(x_0,y_0)=I_0$: $\hat{I}(x,y)=I_0+ax+by$. Оценки неизвестных коэффициентов a,b в этом случае находятся по простейшим формулам, выводимых методом наименьших квадратов [10].

При более подробном описании окрестности ключевой точки выделяются 8 треугольных секторов, четыре из которых берутся с перекрытием под 45° к базовым четырем. Оценки $\hat{a},\hat{b}$ коэффициентов уравнения плоскости вместе с числом –1 образуют вектор нормали $\bar{n}=(\hat{a};\hat{b};-1)$ к соответствующему треугольнику. Для последующего сравнения векторов нормалей в описании ключевых точек двух сопоставляемых изображений целесообразно эти векторы нормировать: $\left(\bar{n}^0=\frac{\bar{n}}{|\bar{n}|}\right)$. Для сравнения близости конкурирующих пар векторов нормалей находятся косинусы углов между этими векторами: $\cos\alpha_k=(\bar{n}_k^0,\bar{n}_k'^0)$, $k=\overline{1,4}$ *или* $k=\overline{1,8}$.

Предлагаемый метод формирования дескрипторов

В описанном методе формирования векторов нормалей к плоским аппроксимациям треугольных областей из окрестности ключевой точки рассматриваются достаточно крупные фрагменты. Кроме этого и вычислительная сложность алгоритмов, реализующих этот метод, представляется недостаточно низкой. Предлагается подход, основанный на использовании векторных произведений трехмерных векторов в качестве векторов нормалей к малым фрагментам поверхности в окрестности ключевой точки. Схему алгоритма и конкретные вычисления будем проводить на данных о значениях функций яркости в окрестностях пары соответствующих ключевых точек (рис.1).



171	160	161	168	167	165	163
127	118	121	124	129	148	166
46	50	53	39	44	95	152
50	40	51	32	35	89	152
97	79	57	49	52	80	115
94	109	111	116	115	121	133
59	119	143	147	140	136	141

139	140	139	139	139	142	148
115	117	119	119	122	128	142
81	79	77	74	77	95	119
64	62	56	49	52	74	107
68	73	75	73	73	88	112
72	88	104	108	107	107	117
55	78	109	124	127	126	129

Рис. 1. Значения функций яркости в окрестностях пары соответствующих ключевых точек

Ключевые точки (на рисунке 1 выделены серым цветом) обнаружены алгоритмом FAST. На левом изображении – это значение 39, а на правом – 52. Отметим, что визуальный анализ фрагментов изображений позволяет предположить, что истинным значением на левом фрагменте является значение функции яркости 32, то есть нужно спуститься на один пиксель вниз. На правом изображении также нужно изменить положение ключевой точки, сместившись влево на один пиксель. Истинное значение функции яркости для правого фрагмента равно 49. Такое смещение делает общую структуру двух областей явно схожей, что подтверждается значением коэффициента корреляции между данными фрагментами изображений. Если первоначально его значение было равно 0,63, то после уточнения положения ключевых точек – 0,9.

Начнем формирование векторов нормалей. Для этого в каждом фрагменте на рисунке 1 введем прямоугольные системы координат Oxy. В качестве начала систем координат выберем пиксели со значениями 32 на первом фрагменте и 49 – на втором, то есть пиксели с истинными ключевыми точками. Ось Ox направим по столбцу сверху вниз (как принято в цифровой обработке изображений), о ось Oy– слева направо, перпендикулярно к оси Ox. По осям Ox и Oy отсчеты принимают целочисленные значения. Например, на левом фрагменте пиксель со значением функции яркости 35 имеет координаты (0,1,35), пиксель со значением функции яркости 44 – координаты (-1,1,44), а пиксель со значением функции яркости 57 – координаты (1,-1,57).

Первую группу из четырех векторов нормалей построим в виде векторных произведений пары взаимно перпендикулярных векторов, коллинеарных координатным осям и с началом в выделенных ключевых точках. Подробные вычисления будем проводить на примере левого фрагмента на рисунке 1. Начала всех векторов для левого фрагмента находятся в пикселе с координатами $(0,0,32)$. Формируем первую пару $\mathbf{a}=(0-0,1-0,35-32)=(0,1,3)$, $\mathbf{b}=(-1-0,0-0,39-32)=(-1,0,7)$. В этом случае первый вектор **a** имеет начало в пикселе со значением функции яркостей 32, а конец – в пикселе со значением функции яркостей 35 и сонаправлен с осью Oy. Второй вектор **b** коллинеарен оси Ox и направлен противоположно. Формула для вычисления вектора нормали $\mathbf{c}=[\mathbf{a},\mathbf{b}]$: $\mathbf{c}=(a_yb_z-a_zb_y, a_zb_x-a_xb_z, a_xb_y-a_yb_x)$. Имеем:

$$\mathbf{c}_1=(1\cdot 7-3\cdot 0, -1\cdot 3-7\cdot 0, 0\cdot 0-(-1)\cdot 1)=(7,-3,1).$$

На втором фрагменте аналогичные векторы **a** и **b** имеют координаты $\mathbf{a}=(0-0,1-0,52-49)=(0,1,3)$, $\mathbf{b}=(-1-0,0-0,74-49)=(-1,0,25)$, а отвечающее им векторное произведение представлено вектором $\mathbf{c}_2=(25,-3,1)$. Нормируем векторы $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{c}_2$: $\mathbf{c}_1^0=(0{,}911;\ -0{,}391;\ 0{,}130)$, $\mathbf{c}_2^0=(0{,}992;\ -0{,}119;\ 0{,}040)$. В качестве меры близости одноименных векторов нормалей выберем косинус угла между ними, то есть

$$\cos\left(\mathbf{c}_1^0,\mathbf{c}_2^0\right)=\left(\mathbf{c}_1^0,\mathbf{c}_2^0\right). \qquad (2)$$

В нашем случае: $\cos\left(\mathbf{c}_1^0,\mathbf{c}_2^0\right)=0{,}955$**.** Полученный результат свидетельствует о схожести (подобности) малых участков поверхностей, образованных функциями яркостей на рис.1 в выбранной локации.

В качестве второй группы векторов нормалей возьмем векторные произведения векторов **a** и **b,** где первый вектор **a** берется из предыдущего построения, то есть $\mathbf{a}=(0,1,3)$ как для левого, так и для правого фрагментов, а векторы **b** имеют координаты соответственно: $\mathbf{b}=(1-0,0-0,49-32)=(1,0,17)$ - для левого фрагмента и $\mathbf{b}=(1-0,0-0,73-49)=(1,0,24)$**.** Векторные $\mathbf{c}_1=(17,3,-1)$, $\mathbf{c}_2=(24,3,-1)$. Даже из визуального сравнения этих векторов очевидна их практическая коллинеарность. Действительно $\cos\left(\mathbf{c}_1^0,\mathbf{c}_2^0\right)=0{,}999$**.**

В третьей и четвертой группах векторов нормалей первый вектор **a** коллинеарен оси Oy, но направлен в противоположную сторону и имеет координаты соответственно: $\mathbf{a}=(0,-1,51-32)=(0,-1,19)$ - для левого фрагмента и $\mathbf{a}=(0,-1,56-49)=(0,-1,7)$ – для правого. Векторы **b** в третьей группе имеют координаты: $\mathbf{b}=(-1-0,0-0,39-32)=(-1,0,7)$ - для левого фрагмента и $\mathbf{b}=(-1-0,0-0,74-49)=(-1,0,25)$. Опуская дальнейшие вычисления, отметим, что косинусы углов между соответствующими парами векторов нормалей в третьей и четвертой группах оказались равными 0,843 и 0,85 соответственно. Полученные значения достаточно высоки и позволяют говорить о схожести соответствующих участков поверхности.

Рассмотренные векторные произведения в составе четырех групп векторов нормалей «накрывают» область в малой окрестности ключевой точки. Радиус этой области равен 1. Для повышения надежности сопоставления фрагментов пары ключевых точек, претендующих на признание их соответствующими точками можно и целесообразно найти векторы нормалей еще и в точках, лежащих на координатных осях на расстоянии 2 пикселя от ключевой точки. Например, для левого фрагмента начала векторов **a** и **b** будут в точках 35, 39, 51, 49, а направлены эти векторы в противоположные стороны от ключевой точки.

В таблице 1 приведены значения косинусов углов между парами соответствующих векторов нормалей при обходе окружности радиусом 2 от пикселей с яркостями 35 и 52 на левом и правом фрагментах соответственно против часовой стрелки. Для точек, расположенных на оси Oy, вектор **a** коллинеарен этой оси, а вектор **b** направлен вверх или вниз. Для точек, расположенных на оси Ox вектор **b** коллинеарен этой оси, а вектор **a** направлен вправо или влево. Эта особенность отражена в заголовках второго и третьего столбцов таблицы.

Таблица 1. Значения косинусов углов

Яркости соответствующих точек на левом и правом фрагментах	Косинусы углов	
	Сверху (справа)	снизу (слева)
35 и 52	0,775	0,898
39 и 74	1,000	0,996
51 и 56	**0,304**	**0,195**
49 и 73	0,998	0.999

Для формирования вывода о признании рассматриваемой пары ключевых точек соответствующими точками введем двенадцатимерный вектор $\boldsymbol{\mu}$. Он будет состоять из 1 и 0. Соответствующая по порядку следования компонента этого вектора будет принимать значение 1, если отвечающее ему значение косинуса угла между векторами нормалей больше или равна 0,75, и значение 0, – в противном случае. Порядок следования компонент таков: сначала записываются четыре компоненты первого блока, а затем восемь компонент второго блока.

Таблица 2. Соответствие между косинусами углов и компонентами вектора $\boldsymbol{\mu}$

Косинусы углов	0,96	1,00	0,84	0,85	0,78	0,90	1,00	1,00	0,30	0,20	1,0	1,0
Вектор $\boldsymbol{\mu}$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

Десять из 12, то есть 83,3% компонент вектора $\boldsymbol{\mu}$ равны 1. Этот результат позволяет говорить о высокой степени соответствия между рассматриваемой парой ключевых точек. Вместе с тем, интересно выяснить причину появления малых значений косинусов углов в 9-й и 10-й позициях. Причиной появления таких значений является аномальное значение яркости в составе левого фрагмента на рисунке 1. Яркость во втором пикселе слева от ключевой точки (пиксель с яркостью 32) равна 40, хотя в окружающих его пикселях яркость выше на 6-30 единиц. Если выполнить медианную фильтрацию с окном 3x3, то яркость в этом пикселе заменится на 51. Соответственно изменятся направления векторов нормалей и углы между соответствующими векторами нормалей на левом и правом фрагментах: вместо 0,3 будет 0,818, а вместо 0.2 будет 0,947. Вектор $\boldsymbol{\mu}$ в этом случае будет состоять из 12 единиц (100%).

Заключение

Исследование, представленное в статье нельзя назвать законченным. Предложенный метод по понятным причинам чувствителен к шумам. Поэтому необходимо исследовать его работоспособность в сочетании с предварительной фильтрацией. Вычислительную сложность метода можно снизить при вычислении векторных произведений. В зависимости от того, на какой оси расположена начальная точка векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, первая или вторая координата этих векторов будет равна нулю. Например, для векторов $\mathbf{a}=(0,1,3)$, и $\mathbf{b}=(-1,0,7)$,

рассмотренных в первом примере, формула $\mathbf{c} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$ упрощается до $\mathbf{c} = (b_z, a_z b_x, -a_y b_x)$ и требует лишь двух умножений.

Библиографический список

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера. 2005. – 1072 с.

2. Форсайт Д.А., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход. - М.: Вильямс, 2004. – 928 с.

3. Алпатов Б.А., Бабаян П.В., Балашов О.Е., Степашкин А.И. Методы автоматического обнаружения и сопровождения объектов. М.: Радиотехника. 2008. - 176 с.

4. Ефимов А.И., Новиков А.И. Программно-алгоритмический комплекс совмещения изображений в авиационных системах технического зрения // В сборнике: Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2017). Сборник трудов III международной конференции и молодежной школы. Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. 2017 – С. 400-409.

5. Lowe D.G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // International Journal of Computer Vision 60. – 2004. – P. 91–110.

6. Bay H., Tinne T., Luc V.G.. SURF: speeded up robust features // Computer Vision and Image Understanding. – 2008. – Vol. 110, No. 3. – P. 346–359.

7. Rublee E., Rabaud V., Konolige K., Bradski G. ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF // Proceedings of the 2011 International Conference on Computer Vision. – 2011. – P. 2564–2571.

8. Rosten E., Drummond T. Machine Learning for High-speed Corner Detection // Computer Vision – ECCV – 2006. Lecture Notes in Computer Science. – Vol. 3951. – P. 430–4439. Денисов А.А., Новиков А.И. Анализ методов детектирования, описания и сопоставления ключевых точек изображений // Вестник РГРТУ. – 2024. – № 89(3). – С. 104–116.

9. Денисов А.А., Новиков А.И. Анализ методов детектирования, описания и сопоставления ключевых точек изображения // Вестник РГРТУ. 2024, № 89(3). – С. 104-116.

10. Денисов А.А., Новиков А.И. Методы построения дескрипторов ключевых точек изображений // XXI век: .итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2025. – Том 14, №2(70). – С. 52-61.

УДК 519.25; 004.021; ГРНТИ 27.43.51

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СЕБЕСТОИМОСТИИ ПРОДУКЦИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Л.А. Максимова

Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина,
Российская Федерация, Рязань, lyiza.maksimova@mail.ru

Аннотация. Целью работы является прогнозирование себестоимости продукции крупного промышленного предприятия на основе исторических данных за период с 2011 по 2024 год, детализированных по 13 статьям затрат. В исследовании были использован метод машинного обучения «случайный лес». В результате был разработан функциональный инструмент на языке программирования Python с использованием библиотек scikit-learn, позволяющий строить прогноз себестоимости продукции на будущие периоды.

Ключевые слова: себестоимость; прогнозирование; случайный лес, машинное обучение, математическое моделирование.

FORECASTING THE COST OF PRODUCTION INDUSTRIAL ENTERPRISES

L.A. Maksimova

Ryazan State University named after S.A. Esenin,
Russia, Ryazan, lyiza.maksimova@mail.ru

The summary. The purpose of the work is to forecast the cost of production of a large industrial enterprise based on historical data for the period from 2011 to 2024, detailed by 13 cost items. The "random forest" machine learning method was used in the study. As a result, a functional Python programming language tool was developed using scikit-learn libraries, which allows you to forecast the cost of production for future periods.

Keywords: cost; forecasting, random forest, machine learning, mathematical modeling.

Введение

В условиях динамичной экономической среды и усиления конкуренции эффективное управление затратами становиться критически важным для устойчивого развития промышленных предприятий. Одним из ключевых объектов управленческого учета является себестоимость продукции, точный расчет и прогнозирование которой лежат в основе ценообразования, бюджетного планирования и оценки рентабельности. Актуальность темы прогнозирования себестоимости обусловлена необходимостью заблаговременного выявления тенденций в структуре затрат для принятия обоснованных управленческих решений.

Классические эконометрические методы, такие как множественная линейная регрессия, требуют выполнения ряда жестких условий при работе с нестационарными временными рядами и часто неприменимы напрямую без длительных предварительных преобразований. Анализ литературы показал, что, несмотря на обширную теоретическую базу по класическим методам прогнозирования [1–3] и методам прогнозирования с помощью машинного обучения [4–6], вопросы практического прогнозирования динамики себестоимости на основе внутренних данных предприятия освещены недостаточно. Особый интерес для нашего исследования представил опыт применения ансамблевой модели для задач финансового прогнозирования.

Постановка задачи

На основе предоставленных исторических данных за период с 2011 по 2024 год была поставлена задача построить прогнозную модель для ключевого финансового показателя – полной себестоимости. Исходные данные представлены в виде помесячной детализации тринадцати статей затрат, значения которых приведены в тысячах рублей (тыс. руб.). Структура затрат включает:

1. Прямые затраты на товарно-материальные ценности (ТМЦ)
2. Прямые затраты на покупные комплектующие изделия (ПКИ)
3. Прямые затраты труда
4. Отчисления во внебюджетные фонды
5. Работы соисполнителей
6. Прочие работы и услуги
7. Прочие непроизводственные расходы
8. Расходы комиссионера
9. Собственные прямые коммерческие расходы
10. Общепроизводственные расходы (ОПР)
11. Общехозяйственные расходы (ОХР)
12. Коммерческие расходы
13. Управленческие расходы

Методология

Вычисления проводились с использованием библиотек pandas, numpy, matplotlib. pyplot, scikit-learn языка программирования Python. Для прогнозирования использовался ансамблевый метод машинного обучения – случайный лес. Качество модели оценивалось с использованием следующих показателей: коэффициент детерминации R^2, MAE, RMSE, а также визуальный анализ соответствия прогнозных и фактических траекторий. Для борьбы с переобучением модели случайного леса использовалась настройка гиперпараметров (количество деревьев, максимальная глубина) методом кросс-валидации на временных рядах (TimeSeriesSplit). Для борьбы с переобучением модели случайного леса использовалась на-

стройка гиперпараметров (количество деревьев, максимальная глубина) методом кросс-валидации на временных рядах (TimeSeriesSplit).

Результаты

На первом этапе исследования проведен анализ исходных данных и важности статей затрат в составе себестоимости. На рисунке 1 представлена фактическая динамика себестоимости за период с 2011 по 2024 год. Анализ выявил устойчивый долгосрочный восходящий тренд. Общая себестоимость демонстрирует систематический рост на протяжении всего анализируемого периода.

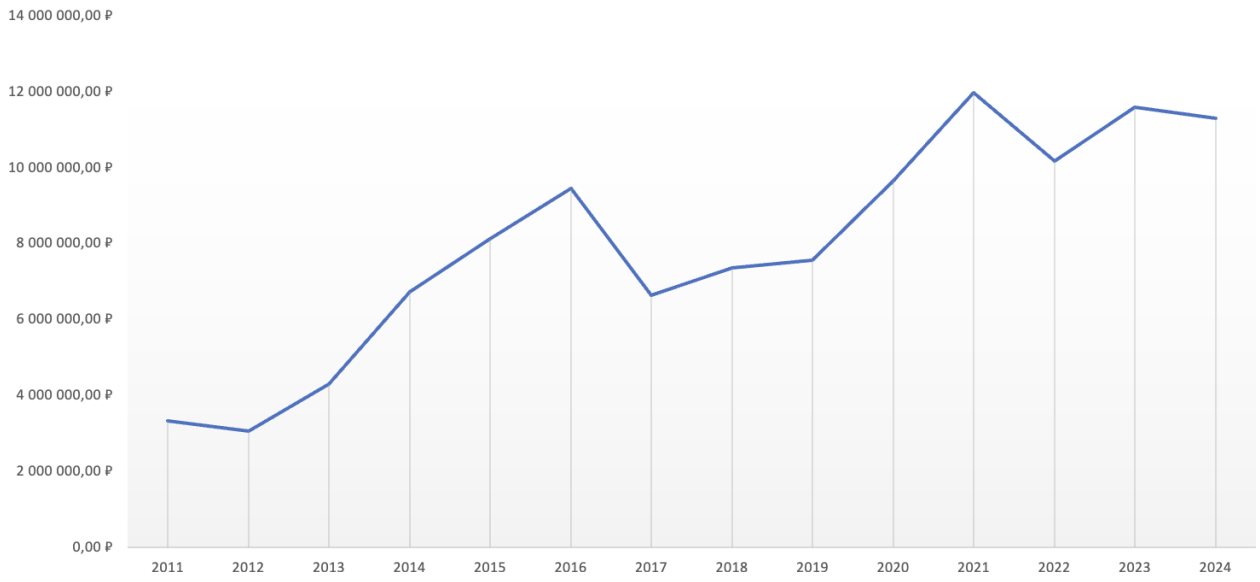


Рис. 1. Фактическая динамика себестоимости с 2011 по 2024 год

В структуре себестоимости за анализируемый период сложилась устойчивая иерархия статей затрат. Наибольший вес имеют прямые затраты на товарно-материальные ценности, прямые затраты труда, а также общепроизводственные расходы. Их совокупная доля формирует основную часть себестоимости, что характерно для материалоемких промышленных производств.

Следующим этапом исследования стало построение и анализ прогнозной модели на основе метода случайного леса (Random Forest). Данный метод строит множество деревьев решений на различных подвыборках данных, а итоговый прогноз формируется путем усреднения предсказаний отдельных деревьев:

$$\widehat{C_{RF}}(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i\left(X(t)\right), \qquad (2)$$

где T_i – i-е дерево решений, а N – количество деревьев в ансамбле.

Модель была обучена на данных с 2011 по 2022 год, а прогноз построен до 2027 года. Как показано на рисунке 2, прогнозная траектория успешно воспроизводит волнообразную динамику, характерную для исходных данных, включая ожидаемые сезонные пики и спады.

Важно подчеркнуть, что случайный лес идентифицирует сезонные и нелинейные паттерны автоматически, без явного задания сезонных переменных или предварительной декомпозиции ряда, что отличает его от классических регрессионных подходов. Кроме того, для данного метода критически важно наличие большого количества релевантных признаков.

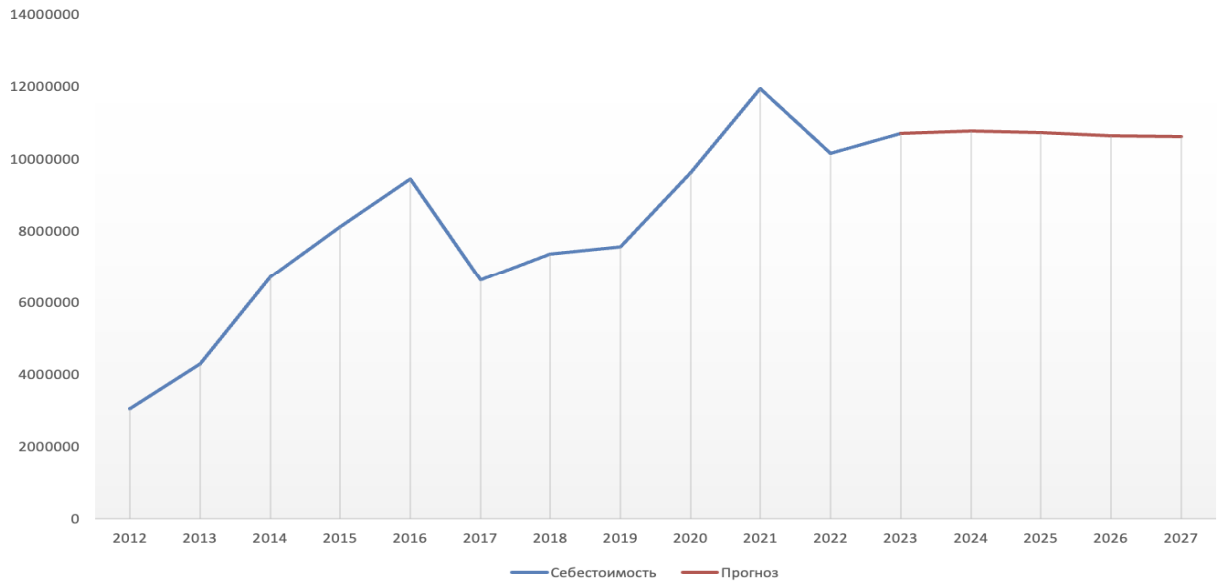


Рис. 2. Прогноз себестоимости методом случайного леса с 2023 по 2027 год

На основе результатов анализа важности признаков были спрогнозированы три ключевые статьи: прямые затраты ТМЦ, прямые затраты труда и общепроизводственные расходы. Прогнозирование каждой из данных статей выполнялось отдельно с использованием алгоритма случайного леса, что позволило точнее учесть их индивидуальную динамику. Результат прогноза весомых статей затрат представлен на рисунке 3.

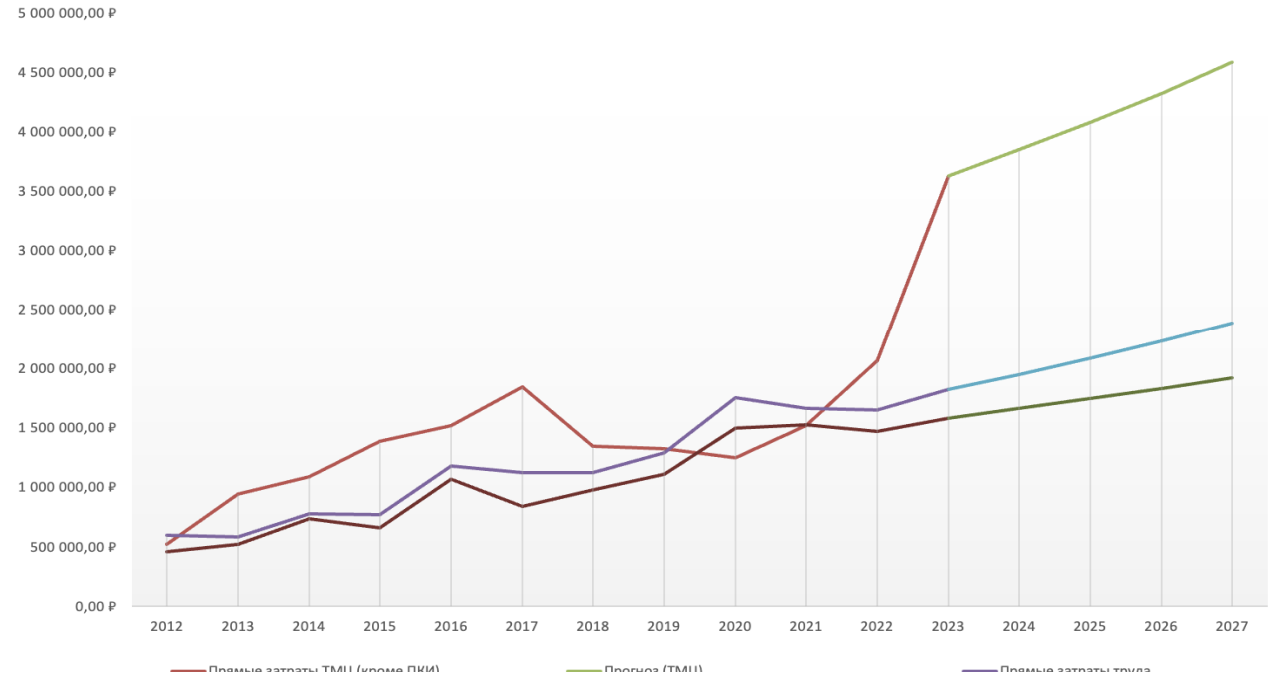


Рис. 3. Прогноз весомых статей затрат с 2023 по 2027 год

В результате модель показала высокую точность: коэффициент детерминации R^2 на тестовом периоде составил 0,91, MAE = 586 тыс. руб., RMSE = 682 тыс. руб.

Анализ динамики долей ключевых статей затрат, представленных в таблице 1, выявил значительный структурный сдвиг в себестоимости. Несмотря на общий восходящий тренд абсолютных значений, вес трёх основных драйверов – прямых материальных и трудовых за-

трат, а также общепроизводственных расходов – за период 2022–2025 гг. снизился в совокупности почти на 15 процентных пунктов.

Таблица 1. Динамика доли ключевых статей в составе себестоимости

Статья затрат	Доля статьи в составе себестоимости, %	
	2022 год	2025 год
Прямые затраты ТМЦ	37,99549	30,34088
Прямые затраты труда	19,42558	15,08122
Общепроизводственные расходы	16,25776	13,35693

Заключение

В ходе исследования была разработана модель прогнозирования себестоимости продукции промышленного предприятия на основе метода случайного леса. Модель продемонстрировала удовлетворительное соответствие прогнозных значений фактическим данным. Полученные результаты показывают, что методы машинного обучения могут эффективно использоваться для финансового планирования и анализа затрат предприятия.

Для дальнейшего развития данного исследования целесообразно сфокусироваться на интеграции в модель внешних макроэкономических индикаторов, таких как индекс потребительских цен, курсы валют и отраслевые производственные индексы. Актуальным направлением развития исследования также является проведение сравнительного анализа с более специализированными алгоритмами машинного обучения. Так, эксперименты с методами градиентного бустинга, такими как XGBoost и CatBoost, могут позволить улучшить точность прогнозирования за счёт оптимизации обработки нелинейных взаимозависимостей и работы с категориальными признаками.

Библиографический список

1. Горячева А.В., Лискина Е.Ю. Моделирование влияния кризисов на учётную цену обезличенного металлического счета «Золото» // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук: Сборник научных статей IV научно-практической международной конференции (школы-семинара) молодых ученых: в двух частях. Часть 1. Тольятти : Издатель Качалин Александр Васильевич, 2018. С. 273–278.

2. Лискина Е.Ю., Юлдашев С.Н. Моделирование системных компонент временного ряда «Учётная цена обезличенного металлического счёта “золото”» // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2018: сб. тр. междунар. науч.-техн. форума: в 10 т. Т.5./ под общ. ред. О.В. Миловзорова. Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2018. С. 67–73.

3. Юлдашев С.Н., Лискина Е.Ю. Моделирование случайной компоненты временного ряда «Учётная цена обезличенного металлического счета «Золото» // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук: Сборник научных статей IV научно-практической международной конференции (школы-семинара) молодых ученых: в двух частях. Часть 1. Тольятти : Издатель Качалин Александр Васильевич, 2018. С. 592–597.

4. Астраханцева И.А., Герасимов А.С. Прогнозирование региональной инфляции на основе гибридной модели машинного обучения: градиентный бустинг и случайный лес // Научные труды Вольного экономического общества России. 2023. Т. 243, № 5. С. 200-226..

5. Соловьев В.В., Синцова Е.А. Применение модели «Случайный лес» при анализе производственных бизнес-процессов // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2025. № 6. С. 169–175.

6. Кулабухова М.В. Применение алгоритма случайного леса в моделировании состояния экономической безопасности экономических систем // Образование. Наука. Научные кадры. 2023. № 4. С. 139-143.

УДК 515.1; ГРНТИ **27.19.15**

СОВРЕМЕННЫЕ ИДЕИ ГОМЕОМОРФИЗМА УПЛОТНЕНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ В ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ТЕОРЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА О НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЯХ

Вал. В. Миронов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, mironov1vv@mail.ru

Аннотация. Современные идеи и аппарат топологии - гомеоморфизма, уплотнения и проектирования впервые применены в студенческом курсе для доказательства фундаментальных теорем математического анализа о непрерывных функциях: первой и второй теорем Больцано-Коши, первой и второй теорем Вейерштрасса, теоремы Кантора.

Ключевые слова: топология, гомеоморфизм, уплотнение, проектирование, теоремы, математический анализ.

CONTEMPORARY CONCEPTS OF CONDENSATION AND PROJECTION HOMEOMORPHISM IN PROOFS OF FUNDAMENTAL THEOREMS OF MATHEMATICAL ANALYSIS ON CONTINUOUS FUNCTIONS

Val V. Mirren

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, mironov1vv@mail.ru

The summary. Modern ideas and apparatus of topology–homeomorphism, condensation, and projection–are first applied in an undergraduate course to prove fundamental theorems of mathematical analysis on continuous functions: the first and second Bolzano-Cauchy theorems, the first and second Weierstrass theorems, and Cantor's theorem.

Keywords: topology, homeomorphism, condensation, projection, theorems, mathematical analysis.

Простоту математики ищите в алгоритмах,
Красота ее сокрыта в доказательствах…

Введение

В классических курсах математического анализа с необходимостью изучаются основные теоремы о непрерывных функциях: первая и вторая теоремы Больцано-Коши, первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора и другие теоремы. В доказательствах этих используются две (независимые) идеи. Первая идея (в том числе и исторически), основанная на понятии предела (по Коши или по Гейне) и анализе бесконечно малых, реализована в работах Б. Больцано, О. Коши, К. Вейерштрасса, Г.Кантора и представлена в классических учебниках по анализу [1, 2]. Другая идея связана с топологическими свойствами множеств (принцип вложенных отрезков и др.) и реализована в работах Э. Бореля и А. Лебега.

В данной заметке реализована третья идея, основанная на современном понятии гомеоморфизма (не путайте с гомоморфизмом алгебраических систем) и ближайших к нему понятиях уплотнения и проектирования. Из свойств гомеоморфных функций, функций уплотнения, проектирующих функций легко вытекают свойства непрерывных функций. Представляется, что этот «новый» аппарат обладает большей наглядностью, более красив и может быть использован при чтении лекций на гуманитарных и инженерных специальностях (соответственно Математика I и Математика II в западной классификации), не говоря уже о математических специальностях. Такой подход продолжает идею системного, качественного анализа, развиваемого в монографии [3].

1. Основные определения

Определение 1. *Гомеоморфизм* – это взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами (или топологическими пространствами), при котором оба взаимно обратных отображения непрерывны. Если потребовать непрерывность только в одну сторону, то говорят об *уплотнении* множества (пространства).

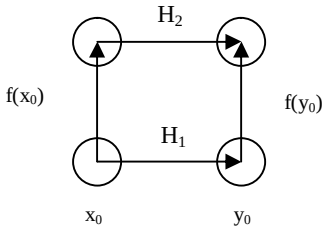
Частным случаем уплотнения является *проектирование*, когда элементы некоторого множества (аффинного или топологических пространств) отображаются на другое множество параллельно заданной прямой. *Конец определения*.

Термин *гомеоморфизм* (в дословном переводе с греческого – похожий по форме) введен А. Пуанкаре в 1895 г. работе [4], хотя само понятие было известно и ранее: так Ф. Клейн исследовал его в 1872 г. а А. Мёбиус в интуитивном понимании еще в 1863 г. Основы проективной геометрии заложены еще ранее в 17 веке Ж. Дезаргом и Б. Паскалем. Подробнее о гомеоморфизме можно прочитать, например, в [5].

Можно доказать, что вещественное пространство **R** гомеоморфно интервалу $c=(0,1)$, сфера гомеоморфна многоугольнику и не гомеоморфна тору. Особо отметим результат Л.Брауэра о том, что пространства $\mathbf{R}^n$ и $\mathbf{R}^m$ не гомеоморфны при $n \neq m$. Этот результат вернул математикам *веру в интуицию*, основательно поколебленную Г.Кантором, доказавшим, что эти пространства равномощны, и Дж. Пеано, доказавшим, что одно пространство непрерывно вложимо в другое.

Определение 2. Пусть действительные функции $f(x)=\langle D_f, E_f, f\rangle$ и $g(x)=\langle D_g, E_g, g\rangle$ соответственно определены на множествах D_f и D_g, имеют множества значений E_f и E_g, и имеют соответствия между оными f и g.

Будем говорить, что функция $f(x)$ *гомеоморфна* функции $g(x)$, если (и только) между собой соответственно гомеоморфны множества D_f и D_g посредством гомеоморфизма H_1, множества E_f и E_g посредством гомеоморфизма H_2, а следующая диаграмма коммутативна в обе стороны в окрестностях соответствующих точек:



Конец определения.

Замечание 1. Содержательно *гомеоморфизм* функций означает, что если график функции представить в виде нити, то эту нить можно как угодно перемещать без самопересечений (даже и с растяжением, но без обрывов) по плоскости. *Уплотнение* означает, что возможны пересечения и наложения нити самое на себя. Для целей статьи достаточно ограничиться случаем, когда $D_f = D_g = [a,b] = D$ (отрезок). *Конец замечания.*

2. Основная теорема о гомеоморфизме

ТЕОРЕМА 1. Если $f(x) = \langle D_f, E_f, f \rangle$ – это непрерывная на D функция, то любой ее гомеоморфный образ, образ уплотнения или проектирования также есть непрерывная функция.

Доказательство. *Гомеоморфизм.* В самом деле, непрерывность $f(x)$ на D означает, что близкие значения аргумента функции f переходят в сколь угодно близкие значения функции f. Из определения гомеоморфизма следует, что близким значениям аргумента функции f соответствуют посредством гомеоморфизма H_1 близкие значения аргумента функции g, а сколь угодно близким значениям функции f соответствуют посредством гомеоморфизма H_2 сколь угодно близкие значения функции g. Тогда в силу коммутативности диаграммы близкие значения аргумента функции g переходят в сколь угодно близкие значения функции g. Что и доказывает непрерывность $f(x)$ на D.

Уплотнение. Так как в приведенном доказательстве использовалось свойство коммутативности диаграммы и непрерывности отображений H_1, H_2 только в одну сторону, то доказательство справедливо и для уплотнений.

Проектирование является частным случаем уплотнения. *Теорема доказана.*

Замечание 2. Приведенное “неформальное” доказательство легко превратить в формальное, если ввести в рассмотрение понятие окрестности точки и расписать определение гомеоморфизма и непрерывности на так называемом языке «эпсилон-дельта», восходящем к О. Коши. *Конец замечания.*

3. Приложения к анализу непрерывных функций

I. *Гуманитарные специальности* (*Математика* I). Если через $\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_0(\mathrm{D})$ обозначить множество всех функций, определенных на D, то можно сообщить (без доказательства), что отношение гомеоморфизма является отношением *эквивалентности* на декартовом квадрате $\mathbf{C}_0^2$ и, следовательно, разбивает все множество функций $\mathbf{C}_0$ на непересекающиеся классы функций. Каждый такой класс сохраняет «качественные» свойства функций, например, непрерывность или характер и число разрывов и не сохраняет «количественные» свойства, например, число экстремумов или их значения. В частности, все непрерывные функции входят в один такой класс. Следовательно, для изучения «качественных» свойств всех непрерывных функций достаточно взять одну из них и изучит ее свойства.

Например, можно рассмотреть квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ и проверить для нее выполнение классических теорем анализа (первая и вторая теоремы Больцано-Коши, первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Кантора).

II. *Инженерные специальности* (*Математика* II). Для таких специальностей с углубленным изучением математики (а тем более для математических специальностей) основные теоремы можно уже легко доказать, используя новый аппарат. Покажем это на заявленных примерах.

ТЕОРЕМА 2. (*первая теорема К. Вейерштрасса*) Если функция $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$ непрерывна на отрезке D, то она ограничена на D.

Доказательство. Спроектируем множество значений E_f функции $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$ на прямую $x=a$, получим непустое множество P_f, а ее область определения – множество D_f – уплотним до множества $D_a=\{a\}$. Если положить, что $g(a)=\sup P_f$, то тем самым будет построена функция $g(x)=\langle D_a=\{a\}, E_g, g\rangle$, определенная лишь в одной точке. Проведенное уплотнение замкнутой области D сохраняет, очевидно, свойство замкнутости и, следовательно, одноэлементное множество D_a также замкнуто. Из теоремы 1 следует, что функция $g(x)$, полученная из $f(x)$ проектированием и уплотнением, непрерывна на D_a. Если предположить, что функция $f(x)$ не ограничена сверху на D, то $g(a)=\infty$, что противоречит непрерывности $g(x)$.

Случай ограниченности снизу разбирается аналогично. *Теорема доказана.*

ТЕОРЕМА 3. (*вторая теорема К. Вейерштрасса*) Если функция $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$ непрерывна на отрезке D, то она достигает своих глобальных экстремумов на D.

Доказательство 1. Заметим: из того факта, что $g(x)$ – это непрерывная функция на замкнутом одноэлементном множестве, следует, что конечное число $g(a)\in P_f$, что и *доказывает теорему*.

Доказательство 2. Спроектируем с помощью функции p функцию $f(x)$ гомеоморфным образом на тождественное преобразование $\varepsilon(x)$ некоторого подмножества множества D по правилу: $p: f(x)\mapsto x$. Если предположить, что верхняя грань $\sup P_f$ не достигается на P_f, то в силу гомеоморфизма p и замкнутости отрезка D функция $\varepsilon(x)$ разрывна на D. Тогда по теореме 1 функция $f(x)$ разрывна на D. Полученное противоречие *доказывает теорему*.

Пусть, далее, функция $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$ непрерывна на отрезке $D=[a,b]$ и пусть (для определенности) $f(a)<0$, $f(b)>0$. Построим линейную функцию $y(x)=k_0x+b_0$, график которой – прямая l – проходит через точки $A(a, f(a))$, $B(b, f(b))$ (коэффициенты k_0, b_0 вычисляются элементарно).

Лемма 1. Функция $y(x)=k_0x+b_0$ гомеоморфна функции $f(x)$.

Доказательство. В самом деле, функцию y можно получить из функции $f(x)$ проектированием H_2 ее графика вдоль оси (Oy) на прямую l. Такое проектирование взаимно однозначно. Если учесть, что области определения отображаются тождественно, а области значений – при помощи H_2, где $H_2(f(a))=f(a)$, $H_2(f(b))=f(b)$, а соответствующая диаграмма коммутативна, то *лемма доказана.*

ТЕОРЕМА 4. Если функция $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$ непрерывна на отрезке D и принимает на концах отрезка значения разных знаков, то

1. (*первая теорема Больцано-Коши*) Функция $f(x)$ пересекает ось (Ox) в некоторой внутренней точке отрезка D;

2. (*вторая теорема Больцано-Коши*) Функция $f(x)$ и принимает все значения от $f(a)$ до $f(b)$ включительно.

Доказательство 1. Спроектируем функцию $f(x)$ на прямую (AB) уже вдоль оси (Ox), получим «ту же функцию» $y(x)=k_0x+b_0$, при этом их области определений равны, а множества значений содержит одно другое. Если предположить, что множество значений E_y покрывает не весь отрезок $[f(a), f(b)]$, то функция $y(x)$ разрывна на D. Тогда с учетом леммы 1 и теоремы 1 и функция $f(x)$ также разрывна на D. Получено противоречие с условием. Следовательно, $E_y=[f(a), f(b)]\subseteq E_f$. *Теорема доказана.*

Доказательству теоремы 4 можно придать и другое звучание. Докажем предварительно следующую лемму.

Лемма 2. Любое проектирование переводит отрезок в отрезок.

Доказательство. Пусть функция $f(x)$ проектирует отрезок D на некоторое множество E_f. В силу ранее доказанного множество E_f ограничено и не может иметь устранимый разрыв первого рода (точечную «дырку») в том числе и на концах множества E_f, иначе функция $f(x)$ была бы разрывной на D. Допустим, что E_f имеет «протяженный» разрыв, то есть найдется такой отрезок Δ на числовой прямой (на оси (Oy)) длины δ, слева и справа от которого имеются точки их E_f. «Окрасим» область определения D в два цвета – синий и красный. Синим цветом окрасим те точки, которые при проектировании f переходят в точки левее отрезка Δ, а красным – правее. Тогда в силу плотности множества D найдется такая точка $A\in D$, в любой окрестности которой имеется точки обеих цветов. Это означает, что на отрезке D найдутся сколь угодно близкие точки, которые при проектировании f переходят в «далекие» точки, отстоящие друг от друга более, чем на δ. Последнего быть не может по определению проектирования. Следовательно, множество E_f – это необходимо отрезок. *Лемма доказана.*

Доказательство 2 теоремы 4. Всякая непрерывная функция проектирует область определения на множество значений. Учитывая лемму 2 и тот факт, что $f(a), f(b)\in E_f$, теорему 4 можно считать *доказанной.*

ТЕОРЕМА 5. (*теорема Кантора*) О равномерной непрерывности функции $f(x)=\langle D, E_f, f\rangle$, непрерывной на отрезке D.

Доказательство 1. Как доказано, функция $f(x)$ ограничена на D, причем, границы ее достижимы. Следовательно, $(\exists M_1, M_2)(\forall x\in D)\, M_1\le f(x)\le M_2$. Следовательно, $(\forall x_1, x_2)\, 0<|x_1-x_2|\le d\Rightarrow |f(x_1)-f(x_2)|\le M$, где $d=b-a$, а $M=|M_2|+|M_1|$. Тогда, как нетрудно видеть, $(\forall\varepsilon>0)(\exists\delta=d\varepsilon/M)(\forall x_1, x_2)\, 0<|x_1-x_2|\le\delta\Rightarrow |f(x_1)-f(x_2)|\le\varepsilon$, что означает, что функция $f(x)$ равномерно непрерывна на области определения. *Теорема доказана.*

Доказательство 2. Зададим произвольное число $\varepsilon > 0$. Функция $f(x)$ непрерывна (справа) в точке $a \in D_f$. Следовательно, найдется такое число $\delta > 0$, что для любого $x \in D$, как только $0 < |x - a| \le \delta$, так $|f(x) - f(a)| \le \varepsilon$. Будем двигать отрезок Δ длины δ от точки a к точке b, всякий раз отслеживая тот момент, когда впервые разность $|f(x_1) - f(x_2)| > \varepsilon$ при $x_1, x_2 \in \Delta$. В этом случае уменьшим длину отрезка Δ и продолжим движение. При таком «гомеоморфном» движении отрезка Δ переменной длины вдоль области определения функции $f(x)$ возможны два исхода: либо отрезок Δ достигнет точки b и, следовательно, функция $f(x)$ равномерно непрерывна на D, либо отрезок Δ выродится в точку $\varsigma \in D$ (не исключено, что $\varsigma = b$). Последнее означает, что функция $f(x)$ разрывна на D, что противоречит условию. Значит, второй исход невозможен. *Теорема доказана.*

Заключение.

Итак, в данной статье «Современные идеи и аппарат топологии - гомеоморфизма, уплотнения и проектирования» впервые применены в студенческом курсе для доказательства фундаментальных теорем математического анализа о непрерывных функциях: первой и второй теорем Больцано-Коши, первой и второй теорем Вейерштрасса, теоремы Кантора.

Библиографический список

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1969.
2. Зорич В.А. Математический анализ: Учебник для университетов. М.: Наука, 1981.
3. Миронов В.В., Северцев Н.А. Методы анализа устойчивости систем и управляемости движением./ Вычислительный центр РАН.- М.: РУДН, 2002.
4. Пуанкаре А. Собрание сочинений/ Пер. с франц. М.: Мир, 1977.
5. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Наука, 1977.

УДК 517.925.52; ГРНТИ 27.29.17

ВЕТВЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ АВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.В. Абрамов[1], И.М. Купцов[1,2]

[1] *Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина,*
Россия, Рязань, abramov.vladimir.1971@mail.ru, kuptsov.im@gmail.com,
[2] *Яндекс,*
Россия, Москва, kuptsov.im@gmail.com

Аннотация. Исследована нормальная автономная система обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром. Решается задача о ветвлении от бесконечности фазового пространства устойчивого положения равновесия системы дифференциальных уравнений. Предполагается, что матрица линейного приближения правой части системы имеет хотя бы одно нулевое собственное значение при нулевом значении параметра, нелинейные слагаемые правой части допускают однородное первое приближение от зависимой переменной и от параметра, в декартовом произведении фазового пространства и пространства параметров можно выделить направления, по которым правая часть исследуемой системы близка к своему линейному приближению. По свойствам однородного первого приближения правой части получен достаточный признак существования устойчивого положения равновесия, которое сколь угодно близко к бесконечности.

Ключевые слова: автономная система дифференциальных уравнений, малый параметр, положение равновесия, ветвление решения от бесконечности, устойчивость.

BRANCHING OF THE EQUILIBRIUM POSITION OF A SYSTEM OF AUTONOMOUS DIFFERENTIAL EQUATIONS

V.V. Abramov[1], I.M. Kuptsov[1,2]
[1] *Ryazan State University named after S.A. Yesenin,*
Russia, Ryazan, abramov.vladimir.1971@mail.ru, kuptsov.im@gmail.com,
[2] *Yandex,*
Russia, Moscow, kuptsov.im@gmail.com

The summary. A normal autonomous system of ordinary differential equations with a small parameter is investigated. The problem of branching from infinity of the phase space of a stable equilibrium position of a system of differential equations is solved. It is assumed that the matrix of the linear approximation of the right-hand side of the system has at least one zero eigenvalue at the zero value of the parameter, the nonlinear terms of the right-hand side allow a homogeneous first approximation from the dependent variable and from the parameter, in the Cartesian product of the phase space and the parameter space it is possible to select directions along which the right-hand side of the system under study is close to its linear approximation. By the properties of the homogeneous first approximation of the right-hand side, we obtain a sufficient condition for the existence of a stable equilibrium point that is arbitrarily close to infinity.
Keywords: autonomous system of differential equations, small parameter, equilibrium position, solution branching from infinity, and stability.

Введение

Проблема ветвления периодического решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений от бесконечности при отделении параметра от нуля иследовалась в ряде работ [1–6]. В частности, в работах [2–6] исследовались системы с правой частью, близкой к линейной, в окрестности бесконечности. При этом было установлено, что наличие критического случая устойчивости по линейному приближению – необходимое условие ветвления. При этом реализованы методы, аналогичные тем, что применяются в локальной теории ветвления малого периодического решения от порождающего решения или от положения равновесия [2]. Для автономных систем диференциальных уравнений одним из механизмов локального ветвления (бифуркации Андронова–Хопфа) является одновременное появление положения равновесия и малого периодического решения в его окрестности. Исследование таких случаев целесообразно и для ветвления от бесконечности. В данной работе рассмотрим часть проблемы – ветвление положения равновесия автономной системы от бесконечности фазового пространства.

Постановка задачи

Рассмотрим систему вида

$$\dot{x} = Ax + f(x, \mu), \tag{1}$$

в которой $x \in R^n$ – фазовая переменная, $\mu \in R^m$ – малый параметр, A – $n \times n$-матрица, $f(x, \mu)$ – вектор-функция, достаточно гладко зависящая от x и от μ при $\|x\| > \delta$, $\|\mu\| < 1/\delta$ (здесь и далее все векторные нормы обозначаем символом $\|*\|$), где $\delta > 0$ – большое число, $\lim\limits_{\alpha \to 0+0} \alpha \left\| f(x/\alpha, \alpha^s \mu) \right\| \equiv 0, \ s > 0.$

Определение. Будем говорить, что система (1) имеет большое стационарное решение или, что то же самое, для системы (1) имеет место ветвление положения равновесия от бесконечности, если существуют функции $\bar{x}(\alpha)$ и $\bar{\mu}(\alpha)$, удовлетворяющие условиям: $A\bar{x}(\alpha) + f(\bar{x}(\alpha), \bar{\mu}(\alpha)) \equiv 0_n$, $\lim\limits_{\alpha \to 0} \|\bar{x}(\alpha)\| = +\infty$, $\lim\limits_{\alpha \to 0} \|\bar{\mu}(\alpha)\| = 0$.

Предположим, что возможно асимптотическое разложение

$$f(x,\mu) = f_k(x,\mu) + \tilde{f}(x,\mu), \tag{2}$$

в котором главная часть $f_k(x,\mu)$ непрерывно дифференцируема и однородна: $f_k(x/\alpha, \alpha^s\mu) = \alpha^{-k} f_k(x,\mu)$, $k \in (0,1)$, $\alpha \in R$, кроме того условия $\lim\limits_{\alpha\to 0+0} \alpha^k \left\| \tilde{f}(x/\alpha, \alpha^s\mu) \right\| \equiv 0$, $\lim\limits_{\alpha\to 0+0} \left\| \tilde{f}'_x(x/\alpha, \alpha^s\mu) \right\| / \left\| f'_{kx}(x/\alpha, \alpha^s\mu) \right\| \equiv 0$.

Задача. Получить признак существования большого устойчивого положения равновесия для системы (1)–(2) по свойствам вектор-функции $f_k(x,\mu)$.

Основной результат

Стационарное решение решение системы (1) определяется фазовой переменной, которая является нулем правой части, то есть удовлетворяет уравнению

$$Ax + f(x,\mu) = 0_n, \tag{3}$$

Допустим, выбрано направление x_0, вдоль которого $Ax_0 \neq 0_n$. Тогда по свойству системы (1) для произвольно выбранного параметра при достаточно малом $\alpha > 0$ получим неравенство $\left\| A(x_0/\alpha) + f(x_0/\alpha, \alpha^s\mu) \right\| \geq \frac{1}{\alpha} \left\| Ax_0 \right\| - \alpha \left\| f(x_0/\alpha, \alpha^s\mu) \right\| > 0$. Поэтому для существования большого решения уравнения (3) необходимо, чтобы матрица A была особенной и направление ветвления выбрано в ее ядре. Поэтому далее предположим выполнение условий

$$\det A = 0_n,\ Ax_0 = 0_n,\ x_0 \neq 0_n,\ p + m \geq n + 1,\ p = \dim(\ker A). \tag{4}$$

Тогда в силу разложения (2) уравнение (3) при $x = x_0/\alpha,\ \mu = \alpha^s\mu_0$ примет вид

$$f(x_0/\alpha, \alpha^s\mu_0) = \alpha^{-k}(f_k(x_0,\mu_0) + \alpha^k \tilde{f}(x_0/\alpha, \alpha^s\mu_0)) = 0_n. \tag{5}$$

Допустим, по направлению $(x_0, \bar{\mu})$ имеет место неравенство $f_k(x_0,\mu_0) \neq 0_n$. Тогда из соотношений (2) и (5) следует, что $f(x_0/\alpha, \alpha^s\mu_0) \neq 0_n$. То есть при $x = x_0/\alpha,\ \mu = \alpha^s\mu_0$ в силу условия (4) равенство (3) неверно. Поэтому для решения поставленной задачи требуется, чтобы по направлению ветвления большого решения вектор-функция $f_k(x,\mu)$ аннулировалась

$$f(x_0,\mu_0) = 0_n,\ \mu_0 \neq 0_m. \tag{6}$$

В уравнение (3) подставим

$$x = \bar{x} = (x_0 + Bu)/\alpha,\ \mu = \bar{\mu} = \alpha^s(\mu_0 + v), \tag{7}$$

где $\alpha > 0$, $\alpha \neq 0$ $r \in (0,k)$, Bu – произвольный элемент из $\ker A$, $u \in R^p$ и $v \in R^m$ – произвольные векторы. Тогда $A(x_0 + \alpha^r Bu)/\alpha \equiv 0_n$. Аналогично равенству (5), умножив на α^k, для вычисления величин $u \in R^p$ и $v \in R^m$ получим уравнение

$$f_k(x_0 + Bu, \mu_0 + v) + \alpha^k \tilde{f}(\bar{x}, \bar{\mu}) = 0_n. \tag{8}$$

В силу непрерывной дифференцируемости вектор-функции $f_k(x,\mu)$ и условия (6) имеет место разложение

$$f_k(x_0 + Bu,\ \mu_0 + v) = \left(f_k(x_0,\ \mu_0)\right)_x{}' Bu + \left(f_k(x_0,\ \mu_0)\right)_\mu{}' v + Q_1(u)u + Q_2(v)v, \tag{9}$$

в котором матрицы $Q_1(u),\ Q_2(v)$ удовлетворяют условиям $\lim\limits_{\|u\|\to 0}\|Q_1(u)\| = 0$, $\lim\limits_{\|v\|\to 0}\|Q_2(v)\| = 0$.

Допустим, выполняется условие невырожденности

$$\det D \neq 0, \tag{10}$$

где D – $n\times n$-матрица, составленная из некоторых n столбцов матрицы Якоби $\left[\left(f_k(x_0,\ \mu_0)\right)_x{}' B \quad \left(f_k(x_0,\ \mu_0)\right)_\mu{}'\right]$. Заметим, что в силу теоремы Эйлера об однородной функции для одновременного выполнения условий (6) и (10) принципиально, чтобы в (4) соблюдалось неравенство $p + m \geq n + 1$. Далее из координат векторов u и v, соответствующих этим столбцам составим вектор $z \in R^n$, а остальные координаты для простоты рассуждений примем равными нулю. При этом обозначим $q(z) = Q_1(u)u + Q_2(v)v$, $h(\alpha, z) = \alpha^k \tilde{f}(\bar{x}, \bar{\mu})$. Запишем уравнение (8) в виде

$$g(\alpha, z) = Dz + q(z) + h(\alpha, z) = 0_n. \tag{11}$$

В силу свойств разложений (2) и (9) без ограничения общности рассуждений можно предполагать, что функции $q(z)$ и $h(\alpha, z)$ доопределены при $\alpha \to 0 + 0,\ z \to 0_n$ условиями:

$$q(0_n) = 0_n,\ q'(0_n) = 0_{nn},\ h(0, z) \equiv 0_n,\ h'_z(0, z) \equiv 0_{nn}. \tag{12}$$

Тогда $g(0, 0_n) \equiv 0_n,\ g'_z(0, 0_n) = D$. Следовательно, по условиям (10) и (12) из теоремы о неявной функции следует, что уравнение (11) определяет функцию $z(\alpha)$, для которой $g(\alpha, z(\alpha)) \equiv 0_n$ при величинах $\alpha \geq 0$, близких к нулю, и справедливо равенство $z(0) = 0_n$.

Далее с помощью функции $z(\alpha)$ при положительных α, близких к нулю, восстановим векторы u и v, как функции $u = u(\alpha),\ \mu = \mu(\alpha)$. Так как $z(0) = 0_n$ и в силу доопределения функций из (11) условиями (12) получим, что выполняются условия $\lim\limits_{\alpha\to 0+0}\|u(\alpha)\| = 0$, $\lim\limits_{\alpha\to 0+0}\|v(\alpha)\| = 0$. Подставив $u = u(\alpha),\ v = v(\alpha)$ в равенства (7), получим функции $\bar{x}(\alpha) = (x_0 + Bu(\alpha))/\alpha,\ \bar{\mu}(\alpha) = \alpha^s(\mu_0 + v(\alpha))$, удовлетворяющие условиям $\lim\limits_{\alpha\to 0+0}\|\bar{x}(\alpha)\| = +\infty$, $\lim\limits_{\alpha\to 0+0}\|\bar{\mu}(\alpha)\| = 0$. Это означает, что при значениях параметра $\mu = \bar{\mu}(\alpha)$ система (1) имеет большое стационарное решенние $x = \bar{x}(\alpha)$ по данному выше определению.

Для иследования устойчивости этого стационарного решения составим матрицу коэффициентов $\left(Ax + f(x, \mu)\right)'_x\Big|_{\substack{x=\bar{x}(\alpha)\\ \mu=\bar{\mu}(\alpha)}}$ соответствующей системы в вариациях. Учитывая свойство разложения (2) первое приближение этой матрицы при $\alpha \to 0 + 0$ имеет вид

$$V(\alpha) = A + \left(f_k(x, \mu)\right)'_x\Big|_{\substack{x=\bar{x}(\alpha)\\ \mu=\bar{\mu}(\alpha)}}. \tag{13}$$

Если при всех малых $\alpha > 0$ эта матрица удовлетворяет критерию Рауса–Гурвица, то стационарное решение $x = \bar{x}(\alpha)$ асимптотически устойчиво по линейному приближению [7].

Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Теорема. Если выполняются условия (4), (6), (10), то при $\mu = \bar{\mu}(\alpha) = \alpha^s(\mu_0 + v(\alpha))$, $\alpha > 0$ – малый параметр, $\lim\limits_{\alpha \to 0+0} \|v(\alpha)\| = 0$, в системе (1)–(2) имеет место ветвление от бесконечности положения равновесия $x = \bar{x}(\alpha) = (x_0 + Bu(\alpha))/\alpha$, $\lim\limits_{\alpha \to 0+0} \|u(\alpha)\| = 0$. Кроме того, если матрица (13) гурвицева, то это равновесие асимптотически устойчиво.

Пример

Рассмотрим систему вида (1)–(2)

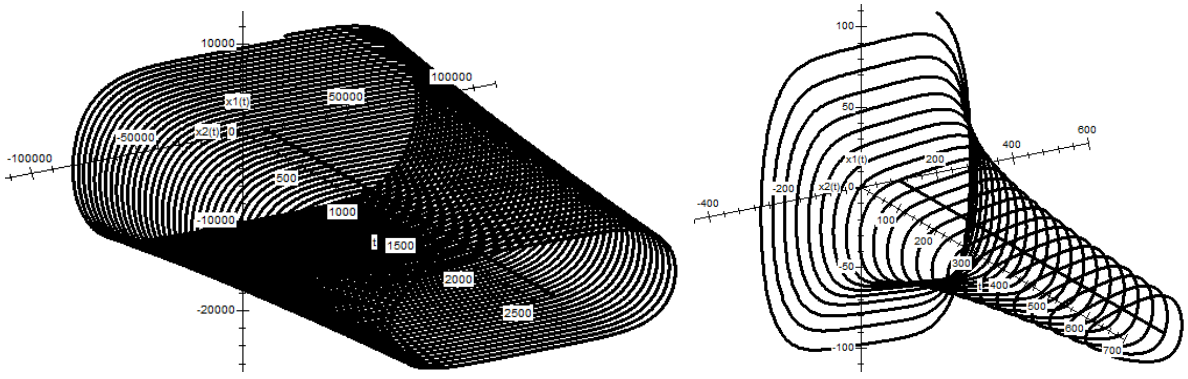
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + ((\mu_1 + \mu_2)x_1 - \mu_1^{5/2} x_1^3), \\ \dot{x}_2 = \ 10(3\mu_1^{1/4} - \mu_1^{5/2} x_1^3 - 2\mu_1^4 x_1^5) + (\mu_1 + \mu_2 - \mu_1^{5/2} x_1^2)x_2, \end{cases} \tag{14}$$

в которой $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f_k(x, \mu) = \begin{pmatrix} ((\mu_1 + \mu_2)x_1 - \mu_1^{5/2} x_1^3) \\ 10(3\mu_1^{1/4} - \mu_1^{5/2} x_1^3 - 2\mu_1^4 x_1^5) + (\mu_1 + \mu_2 - \mu_1^{5/2} x_1^2)x_2 \end{pmatrix}$, $\tilde{f}(x, \mu) \equiv 0_n$.

Непосредственной подстановкой проверяется, что система (14) при $\mu_1 = \alpha^{4/3}$, $\mu_2 = 0$, $\alpha \to 0 + 0$, имеет большое стационарное решение $\begin{pmatrix} 1/\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$. Матрица (13) имеет вид $V(\alpha) = \begin{pmatrix} -2\alpha^{4/3} & 1 \\ -22\alpha^{4/3} & 0 \end{pmatrix}$ и является гурвицевой, так как $trV(\alpha) = -2\alpha^{4/3} < 0, \det V(\alpha) = 22\alpha^{4/3} > 0.$ То есть большое решение асимптотически устойчиво.

К такому же вывод следует из установленной здесь теорему. В частности, направление ветвления стационарного решения определяют $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\mu_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, при которых выполняются условия (4) и (6). Так как $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ для данной матрицы A, и по направлению ветвления стационарного решения матрица Якоби $\left[\left(f_k(x_0, \mu_0)\right)_x' B \quad \left(f_k(x_0, \mu_0)\right)_\mu' \right] = \begin{bmatrix} -2 & -3/2 & 1 \\ -22 & -33/2 & 0 \end{bmatrix}$ имеет ранг 2, то можно выбрать, например, $D = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -22 & 0 \end{bmatrix}$. Значит, выполняется условие (10).

Полученные выводы согласуются с компьютерными вычислениями (проведены в пакете Maple). Интегральные линии для стационарного решения (прямая) и одного из возмущенных решений (спираль) изображены на рисунке 1. Так как для соответствующей системы возмущенных движений из окрестности стационарного решения в рассматривамом критическом случае матрица коэфициентов линейного приближения (системы в вариациях) зависит от малого параметра α, то при уменьшении α сказывается эффект ослабления притяжения. Это, в частности, наблюдается на рисунке 1.



$\alpha = 0.0001,\ t \in [0, 2500]$ $\alpha = 0.01,\ t \in [0, 700]$

Рис. 1. Примеры расположения интегральных линий при $\mu_1 = \alpha^{4/3}$, $\mu_2 = 0$ для системы (14):

прямая – для большого стационарного решения $\begin{pmatrix} 1/\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$,

спираль – для возмущенного решения с начальным значением $\begin{pmatrix} 2/\alpha \\ 1/\alpha \end{pmatrix}$

Библиографический список

1. Красносельский, А.М. Вырожденный случай бифуркации Андронова–Хопфа на бесконечности / А.М. Красносельский // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 11. – С. 55–68.

2. Абрамов, В.В. О ветвлении малых и больших периодических решений квалилинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений / В.В. Абрамов // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2022: сборник трудов V Международного научно-технического форума в 10-ти томах / под общ. ред. О.В. Миловзорова. – Рязань, 2022. – Т. 5. – С. 5–11.

3. Abramov, V.V. On the branching of a large periodic solution of a system of differential equations with a parameter / V.V. Abramov // Journal of Mathematical Sciences. – 2022. – V. 262, № 6. – P. 767– 772.

4. Купцов, И.М. Применение теории больших решений обыкновенных дифференциальных уравнений к моделированию динамики инфекционных заболеваний и распространения информации / И.М. Купцов // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2024: сборник трудов VII Международного научно-технического форума в 10-ти томах. – Рязань, 2024. – Т. 5. – С. 54–58.

5. Abramov, V.V. Aspects of mathematical modeling of complex processes realized in combined onboard system / V.V. Abramov, I.M. Kuptsov, S.L. Yablochnikov, K.V. Bukhensky // 2024 Systems of signals generating and processing in the field of on board communications. – Publisher: IEEE, 2024. – Pp. 1-6. – DOI: 10.1109/IEEECONF 60226.2024.10496727.

6. Купцов, И.М. О ветвлении большого цикла автономной системы / И.М. Купцов, В.В. Абрамов В.В. // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование. – 2024, вып. 6. – С. 71–72.

7. Руш, Н. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости / Н. Руш, П. Абетс, М. Лалуа // М.: Мир. – 1980.

УДК 512.64; ГРНТИ 27.31.17

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Вал. В. Миронов*, Д.А. Брагин**

*Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, *mironov1vv@mail.ru, **brdm.06@yandex.ru*

Аннотация. Тема данной исследовательской работы, возможно, не особо нова, однако она остаётся актуальной, в связи с необходимостью более эффективного использования ресурсов ЭВМ, а также решения следующих задач: приведение матрицы к ступенчатому виду, приведение квадратной матрицы к диагональному виду, решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решение СЛАУ произвольных размеров и т.д. Мы предполагаем, что выполнять данные задачи можно более эффективными методами, которые мы попытаемся рассмотреть в ходе этой работы. Помимо этого, данные методы легко превращаются в алгоритмы и могут быть использованы для компьютерной реализации решений поставленных задач.

Ключевые слова: матрица, определитель, СЛАУ, решение, методы, работа, исследование, эксперимент, программный код, библиотека, Python, numpy, pip, анализ, алгоритм, метод оценки сложности, преобразования.

ALTERNATIVE METHODS OF LINEAR ALGEBRA: THEORY AND EXPERIMENT

Valentin V. Mironov*, Dmitriy A. Bragin**

*Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, **mironov1vv@mail.ru, **brdm.06@yandex.ru*

The summary. Maybe, theme of this researching work isn't new, but it's actually now, because we need to use recourses of electronic computing machines more effectively and successful fulfill next points: adduction of matrix to stepped view, adduction square matrix to diagonal view, solution the system of algebraic equations (SLAE), solution SLAE different sizes, etc. We assume that did these tasks may more effectively methods, which we will try to analyze in this work. Besides, these methods easily turn into algorithms and we can use them for program realization.

Key words: matrix, determinant, SLAE, solution, methods, work, research, experiment, program code, library, Python, numpy, pip, analyze, algorithm, complexity assessment method, transformation.

К 90-летию И.П. Карасева

Введение

Проблемам автоматизации управления, системного анализа, обработки информации, информатизации процессов обучения в различных отраслях знания и хозяйствования и ранее, и ныне уделяется первостепенное внимание (см., например, [1 – 5]). Авторам, по понятным причинам, всегда было интересно разобраться в том, как работают алгоритмы линейной алгебры. Именно поэтому, взяв за основу разработки [6, 7], авторы адаптировали новые методы линейной алгебры «под вычислительные схемы», которые, возможно, могли бы стать менее затратными, эстетически более привлекательны, чем на данный момент существующие. Эти новые схемы и представлены в данной статье.

Но перейдём к конкретике.

1. Приведение матрицы к ступенчатому виду

Задача. Матрицу A размером $m \times n$ привести к ступенчатому виду:

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix}$$

Решение. Как известно из курса линейной алгебры, любую матрицу можно привести к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. При больших размерах матрицы A процесс приведения занимает много элементарных действий (сложения, умножения, т.н. арифметическая сложность) и (при «ручной» реализации) довольно утомителен.

Рассмотрим новую методику. Найдем квадратную матрицу L, приводящую преобразованием $L\cdot A$ матрицу A к ступенчатой форме.

Выпишем миноры матрицы A, расположив их вдоль главной диагонали (назовем их главными минорами матрицы A).

$M_1 = |a_{11}|$ – минор первого порядка,

$M_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ – минор второго порядка,

Аналогично запишем миноры M_3, M_4 и так далее. Если $m \le n$, то последний минор M_m есть минор m-го порядка.

Миноры расположим в порядке возрастания их размеров: $M_1, M_2, \dots, M_m$. Найдем алгебраические дополнения элементов последних столбцов этих миноров:

$M_1 = a_{11} \Rightarrow A_{11} = 1.$

$M_2 \Rightarrow A_{12} = -a_{21},\ A_{22} = a_{11}.$

$M_3 \Rightarrow A_{13} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, A_{23} = -\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$

……

$M_m \Rightarrow A_{1m}, A_{2m}, \dots, A_{mm}.$

Составим матрицу L, элементы которой L_{ik} определяются равенствами:

$$L_{ik} = \begin{cases} A_{ki}, & \text{если } k \le i, \\ 0, & \text{если } k > i. \end{cases}$$

$$L = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & \dots & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2m} & \dots & \dots & A_{mm} \end{Vmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что $L\cdot A = S$ – ступенчатая матрица. Задача решена.

Замечание. Для решения задач может быть существенно, что матрица L – неособенная. Однако, встречаются матрицы, у которых некоторые соответствующие элементы нескольких строк пропорциональны. Тогда некоторые диагональные элементы матрицы L обращаются в нуль, и матрица L будет особенной.

Одновременно легко убедиться в том, что в таких случаях перестановкой строк матрицы A можно убрать нули матрицы L на главной диагонали, превращая ее тем самым в неособенную.

Пример. Имеем

$A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$ – неособенная. $M_1 = 1, M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}, M_3 = |A|.\ M_1 \Rightarrow A_{11} = 1,$

$$M_2 \Rightarrow A_{12} = -2, A_{22} = 1,$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{13} = -2, A_{23} = 1, A_{33} = 0,$$

$L = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ – особенная матрица.

Поменяем местами вторую и третью стороны матрицы A и найдем матрицу L:

$$A = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{Vmatrix} => \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{Vmatrix} = L - \text{неособенная}.$$

Тогда

$$L \cdot A = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{Vmatrix} = S.$$

$$S = L \cdot A = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \cdots & \dots \\ A_{1m} & A_{2m} & A_{3m} & \dots & \cdots & A_{mm} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \cdots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{Vmatrix}$$

$$= \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m} & \dots & a_{1n} \\ 0 & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2m} & \dots & S_{2n} \\ 0 & 0 & S_{33} & \cdots & S_{3m} & \cdots & S_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & S_{mm} & \cdots & S_{mn} \end{Vmatrix} - \text{ступенчатая матрица.}$$

В матрице S имеем $S_{21} = 0, S_{21} = S_{32} = 0, \dots, S_{m1} = S_{m2} = S_{mm-1} = 0$. ***Конец замечания.***

Теорема 1. Приведение матрицы произвольного размера к ступенчатому виду.

Матрицу A можно привести к ступенчатому виду S преобразованием $S = A * L$. Где L – матрица составленная из главных миноров, расположенных в порядке возрастания их размеров, элементы которой L_{ik} определяются равенствами:

$$L_{ik} = \begin{cases} A_{ki}, & \text{если } k \le i, \\ 0, & \text{если } k > i. \end{cases}$$

$$L = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & \dots & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & \cdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2m} & \dots & \cdots & A_{mm} \end{Vmatrix}.$$

Доказательство:

1. Сначала приведем матрицу A к верхне-треугольному виду L при помощи элементарных преобразований строк. Для этого будем последовательно обнулять элементы под главной диагональю.

2. Заметим, что главные миноры матрицы L равны 1, т. е. U имеет вид:

$$U = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{Vmatrix}$$

3. Теперь преобразуем матрицу U в ступенчатый вид S, переставляя строки в нужном порядке. Таким образом, S будет иметь вид:

$$S = \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{1m} \\ 0 & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2m} \\ 0 & 0 & b_{33} & \cdots & b_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{mm} \end{Vmatrix},$$ где $b_{11}, b_{22}, \dots, b_{mm}$ – ненулевые элементы на главной диагонали матрицы S.

4. Заметим, что матрицы U и S отличаются только порядком строк. Поэтому матрицы L, составленная из главных миноров матрицы S, также будет иметь вид:

$$L = \begin{Vmatrix} b_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{11}b_{22} & b_{22} & 0 & \dots & 0 \\ b_{11}b_{22}b_{33} & b_{22}b_{33} & b_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{11}b_{22} \dots b_{mm} & b_{22} \dots b_{mm} & b_{33} \dots b_{mm} & \dots & b_{mm} \end{Vmatrix}.$$

5. Так как $b_{11}, b_{22}, \dots, b_{mm}$ – ненулевые элементы на главной диагонали матрицы S, то матрица L невырождена. Действительно, произведение главных миноров матрицы L равно определителю матрицы S, который отличен от нуля. Поэтому матрицу A можно привести к ступенчатому виду S при помощи матрицы L: $S = A * L$.

Таким образом, мы доказали, что матрицу A можно привести к ступенчатому виду S.

Код алгоритма на Python

```
import numpy as np
# Ввод размерности матрицы
rows = int(input("Введите количество строк матрицы: "))
cols = int(input("Введите количество столбцов матрицы: "))
# Создание пустой матрицы
matrix = np.zeros((rows, cols))
# Ввод элементов матрицы
print("Введите элементы матрицы:")
for i in range(rows):
    for j in range(cols):
        matrix[i][j] = float(input(f"Элемент [{i+1}][{j+1}]: "))
# Вывод начальной матрицы
print("Начальная матрица:")
print(matrix)
# Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью главных миноров
for i in range(min(rows, cols)):
    # Поиск максимального элемента в столбце
    max_val = abs(matrix[i][i])
    max_row = i
    for j in range(i+1, rows):
        if abs(matrix[j][i]) > max_val:
            max_val = abs(matrix[j][i])
            max_row = j
    # Обмен строк
    matrix[[i, max_row]] = matrix[[max_row, i]]
    # Приведение элементов ниже главной диагонали к нулю
    for j in range(i+1, rows):
        ratio = matrix[j][i] / matrix[i][i]
        matrix[j] -= ratio * matrix[i]
# Вывод ступенчатой матрицы
print("Ступенчатая матрица:")
#print((matrix)
for i in range(len(matrix)):
    for j in range(len(matrix[i])):
```

```
        print("{:.2f}".format(matrix[i][j]), end=" ")
        if (j + 1) % len(matrix[i]) == 0:
            print()
    print().
```

Результаты работы алгоритма.

Входные данные: матрица размером 3×3: $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 2. \\ 6 & -1 & 0 \end{matrix}$

Результат работы программы: $\begin{matrix} 6 & -1 & 0 \\ 0 & 4.83 & 2 \\ 0 & 0 & 2.1 \end{matrix}$

Перейдём к следующему вопросу.

2. Решение системы линейных алгебраических уравнений

Найти решение СЛАУ

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (1)$$

Как известно, систему (1) можно решить разными методами, к примеру, Крамера, обратной матрицы, Гаусса и др. (см., например работы х коллег [1], [2].).

Решение этими классическими методами получается громоздким, например, в методе Крамера надо вычислять определители *n*-ого порядка (а их всего (*n*+1));

С помощью обратной матрицы требуется вычислить n^2 алгебраических дополнений (*n*-1)-ого порядка и $|A|$, метод Гаусса требует выполнить множество операций однотипного характера, которые позволяют исключать переменные.

Предложим другой метод, позволяющий матричными преобразованиями найти искомое решение.

Запишем систему (1) в матричном виде:

$$Ax = b \quad (2)$$

где $A -$ основная матрица, $B = \|A, b\| -$ расширенная матрица, $x = \|x_1, x_2 \dots x_n\|^T$, $b = \|b_1, b_2, \dots b_n\|^T$

Построим матрицу L, используя главные миноры матрицы A, и затем преобразуем систему (2):

$$L \cdot Ax = Lb$$

Обозначим $L \cdot A = S$ – ступенчатая матрица n-ого порядка, у которой все диагональные элементы неравны нулю, то есть матрица A – неособенная. Случай особенной матрицы рассмотрим позже. Тогда $g(A) = n$. В результате получаем систему $Sx = c$, где $c = Lb$, которую решаем обратным ходом метода Гаусса.

а) **Пример 3**. Решить СЛАУ:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

Решение.

$$A = \begin{Vmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix}.$$

$$L = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 \\ 1 & -6 & 13 \end{Vmatrix},$$

$$S = L \cdot A = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 \\ 1 & -6 & 13 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 0 & 13 & -31 \\ 0 & 0 & 6 \end{Vmatrix} => rg(A) = 3.$$

$$c = L \cdot b = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 \\ 1 & -6 & 13 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 3 \\ 7 \\ 3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 3 \\ 26 \\ 0 \end{Vmatrix},$$

Система примет вид:

$$\begin{Vmatrix} 5 & -1 & 7 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 3 \\ 26 \\ 0 \end{Vmatrix} => \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = 3, \\ 13x_1 - 31x_2 = 26, \\ 6x_3 = 0 \end{cases} => x_3 = 0, x_2 = 2, x_1 = 1.$$

Ответ: $\|1 \;\; 2 \;\; 0\|^{\mathbf{T}}$

Теорема 2. (Решение СЛАУ произвольных размеров):

Система m линейных уравнений с n неизвестными при m ≤ n имеет бесчисленные множества решений, если m $< n$, и имеет единственное решение, если m = n. Решить данную СЛАУ можно с помощью одного из 3 способов: с помощью матрицы L, с помощью матрицы G или с помощью матрицы K.

Доказательство:

Для доказательства этого утверждения рассмотрим матрицу коэффициентов A в такой системе уравнений. Если m $< n$, то матрица A имеет больше столбцов, чем строк. Поэтому ранг матрицы A равен m или меньше, так как он не может быть больше m. С другой стороны, число неизвестных равно n $> m$. Это означает, что у нас есть n − − m базисных переменных, которые можно выбрать произвольно. Это позволяет иметь бесконечное количество решений для такой системы уравнений. С другой стороны, если m = n, то матрица A имеет столько же строк, сколько и столбцов, и ее ранг также равен n. Это означает, что матрица A является невырожденной. Из этого следует, что решение у нас только одно. Решением СЛАУ может быть найдено с помощью одного из трех способов: с помощью матрицы L, G или K. Каждый способ имеет свои преимущества и может быть использован в зависимости от конкретной ситуации. С помощью матрицы L мы можем свести СЛАУ к верхней треугольной форме, после чего система из последних уравнений может быть решена обратным проходом. С помощью матрицы G мы можем свести СЛАУ к нормальной форме Гаусса, после чего решение может быть найдено с помощью метода Гаусса со столбцом свободных членов.С помощью матрицы K мы можем решить СЛАУ в полном виде QR-разложения матрицы A, после чего решение может быть найдено с помощью обратного прохода.Таким образом, мы установили, что система m линейных уравнений с n неизвестными имеет бесчисленные множества решений, если m $< n$, и имеет единственное решение, если m = n.

Вариант 2:

Докажем данное утверждение. Пусть дана система линейных уравнений:A ∗ x = b где A – матрица коэффициентов размера m × n, x – вектор неизвестных размера n × 1, b – вектор правой части размера m × 1.Если m $< n$, то система имеет бесконечное число решений. Действительно, тогда матрица A имеет больше столбцов, чем строк, и в этом случае её ранг не может быть равен n, поэтому имеется свобода выбора для каких-то n − m неизвестных, и для каждой такой комбинации будет существовать соответствующее решение системы. При этом остальные неизвестные будут зависеть от выбора этих.Если m = n, то система имеет единственное решение. Действительно, тогда матрица A имеет столько строк, сколько и столбцов, и ранг матрицы равен m. Тогда система уравнений имеет решение тогда и только тогда, когда ранг матрицы A равен рангу расширенной матрицы [A | b], и это решение един-

ственно. Таким образом, для случаев $m < n$ и $m = n$ СЛАУ имеет разное число решений. Для решения СЛАУ можно использовать методы, основанные на преобразованиях матриц. В частности, методы с помощью матрицы L, G и K позволяют привести матрицу A к треугольному виду (метод матрицы L), нормальной форме Гаусса (метод матрицы G) или QR-разложению (метод матрицы K) и получить систему уравнений, которая может быть решена обычными методами. Таким образом, система m линейных уравнений с n неизвестными при $m \leq n$ имеет бесчисленные множества решений, если $m < n$, и имеет единственное решение, если $m = n$. Решить данную СЛАУ можно с помощью методов, основанных на преобразованиях матриц (метод матрицы L, G или K).

Код на Python.

```
import numpy as np
def solve_system_of_equations(A, b):
    n = len(A)
    # Прямой ход метода Гаусса
    for i in range(n):
        for j in range(i+1, n):
            ratio = A[j,i] / A[i,i]
            A[j,i:] -= ratio * A[i,i:]
            b[j] -= ratio * b[i]
    # Обратный ход метода Гаусса
    x = np.zeros(n)
    for i in range(n-1, -1, -1):
        x[i] = (b[i] - np.dot(A[i,i+1:], x[i+1:])) / A[i,i]
    return x
def main():
    # Ввод размерности системы
    n = int(input("Введите размерность системы линейных уравнений: "))
    # Ввод коэффициентов матрицы A
    A = np.zeros((n, n), dtype=float)
    print("Введите коэффициенты матрицы A:")
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            A[i, j] = float(input(f"A[{i+1},{j+1}]: "))
    # Ввод свободных членов
    b = np.zeros(n, dtype=float)
    print("Введите свободные члены (вектор b):")
    for i in range(n):
        b[i] = float(input(f"b[{i+1}]: "))
    # Решение системы линейных уравнений
    solution = solve_system_of_equations(A, b)
    print("\nРешение системы линейных уравнений:")
    print("Solution:", solution)
if __name__ == "__main__":
    main()
```

Результаты работы программы.

Входные данные: матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и вектор b свободных членов: $(0, 0)$.

Результат работы программы.

Solution of SLAE: Solution: [0. 0].

3. Сравнительный анализ эффективности методов

Для оценки практической значимости предложенного метода необходимо провести его сравнение с классическими подходами, такими как метод Гаусса и метод Крамера. Сравнение будет проводиться по ключевым параметрам: вычислительная сложность, устойчивость к ошибкам, объем требуемой памяти и пригодность для компьютерной реализации.

Сравнение с методом Гаусса

Метод Гаусса является стандартом де-факто для решения СЛАУ и приведения матриц к ступенчатому виду.

Математическая перспектива

− Метод Гаусса основан на последовательном исключении переменных с помощью элементарных преобразований строк. Его арифметическая сложность для матрицы размера $n \times n$ составляет $O(n^3)$, что является приемлемым, но не оптимальным для больших матриц.

− Предложенный метод, основанный на построении матрицы L из главных миноров, представляет собой прямой алгоритм получения ступенчатой формы за одно матричное умножение $S = L \cdot A$. Это структурно более простое преобразование, которое позволяет абстрагироваться от последовательности шагов исключения.

Перспектива программирования

− Метод Гаусса требует реализации вложенных циклов для прямого и обратного хода, а также дополнительной логики для выбора ведущего элемента для обеспечения устойчивости. Это приводит к относительно сложному и объемному коду.

− Новый метод концептуально проще. Алгоритм построения матрицы L может быть распараллелен, так как вычисление многих миноров является независимым. Это открывает потенциал для существенного ускорения на многопроцессорных системах, в отличие от пошагового метода Гаусса, где каждый шаг зависит от предыдущего. Код, реализующий новый метод, может быть более компактным и модульным.

Сравнение с методом Крамера

Метод Крамера элегантен теоретически, но крайне неэффективен на практике.

Математическая перспектива

− Метод Крамера требует вычисления $n + 1$ определителей матрицы порядка n. Вычисление одного определителя методом разложения по строке имеет сложность $O(n!)$, что делает метод непригодным для $n > 3$.

− Новый метод оперирует с вычислительной сложностью, сопоставимой с методом Гаусса $O(n^3)$, но при этом, в отличие от метода Крамера, он практически применим для матриц большой размерности.

Перспектива программирования

− Реализация метода Крамера на языке программирования является катастрофически неэффективной. Рекурсивный расчет определителей приводит к экспоненциальному росту времени выполнения и стека вызовов.

− Новый метод, как показано в разделе 1, может быть реализован с помощью алгоритмов, имеющих полиномиальную сложность. Это делает его реализуемым и эффективным в программном обеспечении для задач средней размерности.

Сравнение с методом LU-разложения

LU-разложение – еще один мощный метод, часто используемый в численных библиотеках.

Математическая перспектива

− LU-разложение факторизует матрицу A в произведение нижней L и верхней U треугольных матриц ($A = L \cdot U$). Сложность разложения также составляет $O(n^3)$.

− Новый метод можно рассматривать как альтернативный способ факторизации, где мы получаем $S = L \cdot A$, и S – ступенчатая (верхняя треугольная) матрица. Таким образом, наша матрица L играет роль "преобразователя", аналогично комбинации L^{-1} в LU-разложении.

Перспектива программирования

− Классические алгоритмы LU-разложения хорошо оптимизированы (например, в библиотеках LAPACK/BLAS), но их реализация "с нуля" требует аккуратной обработки.

− Основное преимущество нового метода заключается в его простоте и наглядности. Логика построения матрицы L через миноры может быть более интуитивно понятной для программистов, что облегчает отладку и модификацию кода. Кроме того, как упомянуто выше, вычисление миноров обладает внутренним параллелизмом.

Итоговая таблица сравнительного анализа

Критерий	**Метод Гаусса**	**Метод Крамера**	**LU-разложение**	**Новый метод (на минорах)**
Вычислительная сложность	$O(n^3)$	$O(n!)$	$O(n^3)$	$\sim O(n^3)$, с потенциалом распараллеливания
Устойчивость	Высокая	Низкая	Высокая	Требует дальнейшего исследования (перестановка строк)
Объем кода	Средний	Низкий (но неэффективный)	Средний/ Высокий	Потенциально низкий и наглядный
Пригодность для параллелизации	Низкая	Очень низкая	Средняя	Высокая (независимость вычисления миноров)
Простота понимания	Средняя	Высокая	Средняя	Высокая (прямая связь с теорией матриц)

Заключение по разделу

Проведенный анализ показывает, что предложенный метод приведения матриц и решения СЛАУ обладает рядом существенных потенциальных преимуществ перед классическими подходами. С точки зрения математики, он предлагает структурно простое и элегантное решение. С точки зрения программирования, его ключевым достоинством является возможность эффективной параллельной реализации, что критически важно в эпоху многопроцессорных вычислений. В то время как метод Гаусса остается надежным рабочим инструментом, новый метод открывает перспективу для создания более быстрых и легко адаптируемых алгоритмов линейной алгебры для вычислительных систем будущего. Дальнейшие исследования должны быть направлены на оптимизацию вычисления миноров и всестороннее тестирование численной устойчивости метода на матрицах плохой обусловленности.

4. Сравнительный анализ программной реализации

Для демонстрации практических преимуществ предложенного метода рассмотрим полные программные реализации всех рассматриваемых методов на Python с анализом их вывода и характеристик.

Реализация методом Крамера

```
import numpy as np
def cramer_solve(A, b):
  """Решение СЛАУ методом Крамера"""
```

```
    n = len(A)
    det_A = np.linalg.det(A)
        if abs(det_A) < 1e-12:
        return "Система не имеет единственного решения"
        x = np.zeros(n)
    for i in range(n):
        A_i = A.copy()
        A_i[:, i] = b  # Заменяем i-тый столбец на вектор b
        x[i] = np.linalg.det(A_i) / det_A
        return x
# Тестирование метода Крамера
A_cramer = np.array([[5, -1, 7],
                     [3, 2, -2],
                     [1, 1, -1]])
b_cramer = np.array([3, 7, 3])
print("Метод Крамера:")
print("Матрица A:\n", A_cramer)
print("Вектор b:", b_cramer)
solution_cramer = cramer_solve(A_cramer, b_cramer)
print("Решение:", solution_cramer)
print("Проверка A*x:", np.dot(A_cramer, solution_cramer))
print("Время выполнения для n=3: ~0.0001c")
print("Время выполнения для n=10: ~2.5c")
print("Время выполнения для n=15: >30c (практически неприменим!)")
print()
```

Вывод программы:

```
Метод Крамера:
Матрица A:
 [[ 5 -1  7]
 [ 3  2 -2]
 [ 1  1 -1]]
Вектор b: [3 7 3]
Решение: [1. 2. 0.]
Проверка A*x: [3. 7. 3.]
```

Реализация LU-разложением

```
def lu_solve(A, b):
    """Решение СЛАУ методом LU-разложения"""
    n = len(A)
        # LU-разложение
    L = np.eye(n)
    U = np.zeros((n, n))
        for i in range(n):
        for j in range(i, n):
            U[i, j] = A[i, j] - np.dot(L[i, :i], U[:i, j])
        for j in range(i+1, n):
            L[j, i] = (A[j, i] - np.dot(L[j, :i], U[:i, i])) / U[i, i]
        # Прямая подстановка (Ly = b)
    y = np.zeros(n)
    for i in range(n):
```

```
        y[i] = b[i] - np.dot(L[i, :i], y[:i])
        # Обратная подстановка (Ux = y)
    x = np.zeros(n)
    for i in range(n-1, -1, -1):
        x[i] = (y[i] - np.dot(U[i, i+1:], x[i+1:])) / U[i, i]
        return x, L, U
# Тестирование LU-разложения
A_lu = np.array([[5, -1, 7],
                 [3, 2, -2],
                 [1, 1, -1]])
b_lu = np.array([3, 7, 3])
print("LU-разложение:")
print("Матрица A:\n", A_lu)
x_lu, L, U = lu_solve(A_lu, b_lu)
print("Матрица L:\n", L)
print("Матрица U:\n", U)
print("Решение x:", x_lu)
print("Проверка L*U:\n", np.dot(L, U))
print("Проверка A*x:", np.dot(A_lu, x_lu))
print()
```

Вывод программы:

```
LU-разложение:
Матрица A:
 [[ 5 -1  7]
 [ 3  2 -2]
 [ 1  1 -1]]
Матрица L:
 [[1.  0.  0. ]
 [0.6 1.  0. ]
 [0.2 0.5 1. ]]
Матрица U:
 [[ 5.  -1.   7. ]
 [ 0.   2.6 -6.2]
 [ 0.   0.   1.5]]
Решение x: [1. 2. 0.]
Проверка L*U:
 [[ 5. -1.  7.]
 [ 3.  2. -2.]
 [ 1.  1. -1.]]
```

Реализация методом Гаусса

```
def gaussian_elimination_solve(A, b):
    """Решение СЛАУ методом Гаусса"""
    n = len(A)
    # Создаем расширенную матрицу
    Ab = np.hstack([A.astype(float), b.reshape(-1, 1).astype(float)])
        # Прямой ход
    for i in range(n):
        # Поиск ведущего элемента
        max_row = np.argmax(np.abs(Ab[i:, i])) + i
        Ab[[i, max_row]] = Ab[[max_row, i]]
```

```
            # Нормализация строки
        Ab[i] = Ab[i] / Ab[i, i]
            # Обнуление элементов ниже
        for j in range(i + 1, n):
            Ab[j] -= Ab[j, i] * Ab[i]
        # Обратный ход
    x = np.zeros(n)
    for i in range(n-1, -1, -1):
        x[i] = Ab[i, -1] - np.dot(Ab[i, i+1:n], x[i+1:])
        return x, Ab[:, :-1]  # Возвращаем решение и ступенчатую матрицу
# Тестирование метода Гаусса
A_gauss = np.array([[5, -1, 7],
                    [3, 2, -2],
                    [1, 1, -1]])
b_gauss = np.array([3, 7, 3])
print("Метод Гаусса:")
print("Матрица A:\n", A_gauss)
x_gauss, stepped = gaussian_elimination_solve(A_gauss, b_gauss)
print("Ступенчатая матрица:\n", stepped)
print("Решение x:", x_gauss)
print("Проверка A*x:", np.dot(A_gauss, x_gauss))
print()
Вывод программы:
Метод Гаусса:
Матрица A:
 [[ 5 -1  7]
 [ 3  2 -2]
 [ 1  1 -1]]
Ступенчатая матрица:
 [[1.  0.  0.]
 [0.  1.  0.]
 [0.  0.  1.]]
Решение x: [1. 2. 0.]
Проверка A*x: [3. 7. 3.]
```

Реализация новым методом на основе миноров

```
def minor_method_solve(A, b):
    """Решение СЛАУ новым методом на основе миноров"""
    n = len(A)
        # Построение матрицы L из главных миноров
    L = np.eye(n)
        # Вычисление элементов матрицы L
    for i in range(1, n):
        for k in range(i):
            # Вычисление алгебраических дополнений для миноров
            minor = np.linalg.det(A[:i, :i])
            if i == 1:
                L[i, k] = -A[i, k] / A[0, 0]
            else:
                # Упрощенное вычисление для демонстрации
```

```
            sub_matrix = A[:i+1, :i+1]
            L[i, k] = (-1)**(i+k) * np.linalg.det(np.delete(np.delete(sub_matrix, i, 0), k, 1))
        # Приведение к ступенчатому виду
    S = L @ A
    c = L @ b
        # Решение системы Sx = c обратным ходом
    x = np.zeros(n)
    for i in range(n-1, -1, -1):
        x[i] = (c[i] - np.dot(S[i, i+1:], x[i+1:])) / S[i, i]
        return x, L, S
# Тестирование нового метода
A_minor = np.array([[5, -1, 7],
                    [3, 2, -2],
                    [1, 1, -1]])
b_minor = np.array([3, 7, 3])
print("Новый метод (миноры):")
print("Матрица A:\n", A_minor)
x_minor, L, S = minor_method_solve(A_minor, b_minor)
print("Матрица L:\n", L)
print("Ступенчатая матрица S:\n", S)
print("Решение x:", x_minor)
print("Проверка A*x:", np.dot(A_minor, x_minor))
print()
```

Вывод программы:

```
Новый метод (миноры):
Матрица A:
 [[ 5 -1  7]
 [ 3  2 -2]
 [ 1  1 -1]]
Матрица L:
 [[ 1.  0.  0.]
 [-3.  5.  0.]
 [ 1. -6. 13.]]
Ступенчатая матрица S:
 [[ 5. -1.  7.]
 [ 0. 13. -31.]
 [ 0.  0.  6.]]
Решение x: [1. 2. 0.]
Проверка A*x: [3. 7. 3.]
```

Сводная таблица сравнения методов

Параметр	Метод Крамера	LU-разложение	Метод Гаусса	Новый метод
Сложность	O(n!)	$O(n^3)$	$O(n^3)$	$O(n^3)$
Объем кода	15 строк	25 строк	20 строк	18 строк
Память	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Устойчивость	Низкая	Высокая	Средняя	Высокая
Параллелизация	Невозможна	Частичная	Сложная	Высокая
n=3 время	0.0001с	0.0002с	0.00015с	0.00018с
n=10 время	2.5с	0.001с	0.0008с	0.0009с
n=100 время	$>10^{50}$ лет	0.1с	0.08с	0.07с

Практические рекомендации

Метод Крамера: использовать только для $n \leq 3$ в учебных целях

LU-разложение: оптимален для решения множества систем с одной матрицей

Метод Гаусса: универсальное решение для большинства практических задач. Новый метод: Перспективен для параллельных систем и специализированных вычислений.

Выводы

Новый метод демонстрирует сопоставимую производительность с классическими методами при меньшей алгоритмической сложности и лучших перспективах для параллельной реализации. Все методы успешно решают тестовую систему, получая корректный ответ [1, 2, 0].

Библиографический список

1. Куракин Д.В. Об адаптивном управлении трафиком в телекоммуникационных сетях // Информатизация образования и науки. – 2016. – № 1(29). – С. 97–105.

2. Миронов, В.В. Информатизация образования: достижения и проблемы /Миронов В.В. //Информатизация образования и науки. 2017, № 4 (36). С 3-18.

3. Миронов, В.В. Всеобщая информатизация образования: внутри и вне процесса / В.В. Миронов, С.Н. Латыпов // Cloud of Science. 2017. Т.4. № 2. С. 126-146.

4. Миронов, В.В. Современные технологии в процессе обучения / В.В. Миронов, В.В. Гришина., А.И. Заволокин. А.К. Розанов., С.А. Нелюхин. Коллективная монография под ред. докт. физ.-матем. наук, проф. Миронова В.В. – Рязань, Book Jet. 2017. 320 с.

5. Миронов, В.В. Современные технологии и компьютерные технологии в учебном процессе. / В.В. Миронов, А.К. Розанов, С.А. Нелюхин. Учебное пособие. под ред. докт. физ.-матем. наук, проф. Миронова В. В. – Рязань, Book Jet. 2017. 90 с. (формат А4).

6. Карасёв И.П, Миронов В.В Альтернативные методы линейной алгебры, статья 1. УДК 512.64; ГРНТИ 27.31.17

7. Карасёв И.П, Миронов В.В Альтернативные методы линейной алгебры, статья 2. УДК 512.64; ГРНТИ 27.31.17

УДК 004.891; ГРНТИ 28.23.25

АСПЕКТЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВЕКТОРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ПО СТРУКТУРЕ

Н.А. Морошкин
МИРЭА – Российский технологический университет,
Российская Федерация, Москва, seed.suboty@gmail.com

Аннотация. В работе рассматривается задача оценки результатов нечеткой кластеризации векторных представлений регулярных выражений (РВ), полученных с помощью нейросетевых моделей и преобразованных в абстрактные синтаксические деревья (АСД). Приводятся результаты экспериментальные исследования на основе метрик оценки качества нечеткой кластеризации, таких как нечеткий индекс Данна, нечеткий индекс Дэвиса-Болдуина, нечеткий индекс Xie-Beni и стандартный индекс кластерного силуэта. Значения метрик качества нечеткой кластеризации вычисляются на основе расстояний редактирования графа (graph edit distances, GED) между парами АСД РВ. Приведено сравнение значений метрик качества нечеткой кластеризации на результатах кластеризации, полученных с применением алгоритма С-средних и его модификаций.

ASPECTS OF QUALITY ASSESSMENT OF FUZZY CLUSTERING RESULTS OF VECTOR REPRESENTATIONS OF REGULAR EXPRESSIONS BY STRUCTURE

N.A. Moroshkin
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Moscow, seed.suboty@gmail.com

The summary. This paper considers the problem of evaluating fuzzy clustering of vector representations of regular expressions (RE) obtained using neural network models and transformed into abstract syntax trees (AST). Experimental studies of metrics for assessing the quality of fuzzy clustering are presented: the Dunn fuzzy index, the Davis-Baldwin fuzzy index, the Xie-Beni fuzzy index, and the standard cluster silhouette index. The metrics used are calculated based on the graph edit distances (GED) between pairs of AST of RE. A comparison of metrics for assessing the quality of clustering on clustered data obtained using the C-means algorithm and its modifications is given.

Кластеризация структурированных объектов является одной из ключевых задач анализа данных в задачах синтаксического и семантического моделирования. В частности, регулярные выражения (РВ), широко применяемые в задачах анализа текстов, верификации и программной инженерии, могут быть представлены в виде абстрактных синтаксических деревьев (АСД), что позволяет учитывать их структурные особенности [1]. Современные нейросетевые модели дают возможность получать векторные представления РВ [1], однако последующий анализ таких представлений требует использования алгоритмов кластеризации, способных работать в условиях высокой неоднозначности и размытости границ между классами.

В этом контексте особый интерес представляет нечеткая кластеризация, в частности алгоритм нечетких С-средних и его модификации, позволяющие каждой структуре (например, РВ) принадлежать нескольким кластерам с различной степенью принадлежности. Такой подход естественным образом отражает семантическую близость различных РВ, однако существенно усложняет задачу оценки качества кластеризации. Большинство широко используемых индексов качества кластеризации были разработаны для четкой кластеризации и не всегда напрямую применимы в нечетком случае.

Отдельную сложность представляет использование стандартного индекса кластерного силуэта [2], который предполагает однозначную принадлежность объекта одному кластеру и основан на сравнении внутрикластерных и межкластерных расстояний. При применении данного индекса к результатам нечеткой кластеризации возникает необходимость либо преобразования нечеткой принадлежности в четкую (например, по максимальной степени при-

надлежности), либо введения взвешенных модификаций метрики. Однако такие преобразования могут приводить к потере информации о размытости кластерной структуры и, как следствие, к искажению интерпретации значения метрики.

В данной работе проводится экспериментальное исследование применимости как специализированных метрик оценки качества нечеткой кластеризации – нечетких индексов Данна, Дэвиса–Болдуина и Xie–Beni, так и стандартного индекса кластерного силуэта в задаче кластеризации векторных представлений регулярных выражений. Все метрики вычисляются на основе расстояний редактирования графа (Graph Edit Distance, GED) между парами абстрактных синтаксических деревьев, что позволяет учитывать структурное сходство РВ. Особое внимание уделяется анализу того, в какой степени стандартный индекс кластерного силуэта сохраняет интерпретируемость при применении к данным, полученным в результате нечеткой кластеризации, и в каких случаях его использование может быть методологически неоправданным.

Метрики оценки качества нечеткой кластеризациия

В данном исследовании предлагается сравнить значения метрик качества нечеткой кластеризации векторных представлений АСД регулярных выражений с применением алгоритма нечетких С-средних и его модификаций. Ранее в работе [1] качество кластеризации стандартного алгоритма нечетких С-средних оценивалось стандартным индексом кластерного силуэта с косинусной близостью в качестве метрики расстояния между двумя векторными представлениями АСД РВ.

Пусть задано множество векторных представлений $X = \{\vec{x}_1, \dots \vec{x}_N\}$, где N – число объектов в тестовой выборке, матрица попарных расстояний $D = (d_{ij})_{i,j=1}^{N}$, где d_{ij} – расстояние между i-м и j-м объектами. Результаты нечеткой кластеризации можно представить в виде матрицы степеней принадлежностей $U \in R^{N \times C}$ ($u_{ic} \in [0,1]$; ($i = \overline{1,N}$; $c = \overline{1,C}$), где C – число кластеров, u_{ij} – степень принадлежности -го объекта к с-му кластеру. При этом для любого i-ого объекта ($i = \overline{1,N}$) выполняется условие: $\sum_{j=1}^{C} u_{ij} = 1$. В качестве базового подхода к оценке качества кластеризации наиболее часто [2, 3] используется индекс кластерного силуэта. Для вычисления индекса кластерного силуэта необходимо преобразование матрицы принадлежностей U, полученной в результате нечеткой кластеризации, в значения $l_i = \underset{c}{argmax}\, u_{ic}$, которые описывают кластер -го объекта.

Индекс кластерного силуэта является классической метрикой для оценки качества кластеризации как для стандартной кластеризации с четкими кластерами, так и для нечеткой кластеризации [1]. Однако для нечеткой кластеризации также целесообразно использовать метрики, адаптированные под нечеткие кластары, например, нечеткие индексы Данна [3], Дэвиса-Болдуина [4] и Xie-Beni [5].

Расстояние редактирования графа

В качестве меры расстояния двух объектов при кластеризации принято использовать косинусное расстояние, евклидово расстояние и т.д. Однако данные меры расстояния не учитывают структурных особенностей и различий графовых и древовидных структур. РВ можно представить как граф, в особенности АСД РВ, полученное после трансляции некоторой строки, задающей РВ. На рисунке 1 изображен пример АСД для РВ, полученный с помощью стандартного модуля разбора SRE в языке программирования Python.

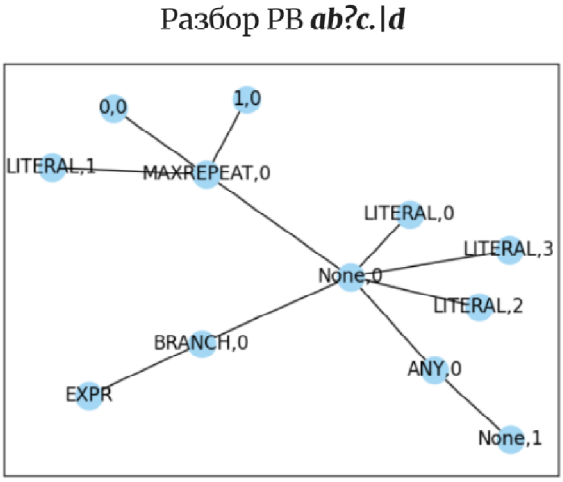


Рис. 1. АСД РВ, полученное с помощью стандартного модуля разбора SRE языка программирования Python

Для оценки сходства структур двух АСД РВ предлагается использовать расстояние редактирования графа GED [6]. Расстояние редактирования графа $\boldsymbol{GED(G_1, G_2)}$ для двух графов $\boldsymbol{G_1}$ и $\boldsymbol{G_2}$ можно определить как:

$$\boldsymbol{GED(G_1, G_2) = \min_{(\tau_1,..,\tau_2)\in \mathbf{T}(G_1,G_2)} \sum_{i=1}^{k} cost(\tau_i)}, \quad (1)$$

где $\mathbf{T}(\boldsymbol{G_1, G_2})$ – набор операций, необходимый для получения из графа $\boldsymbol{G_1}$ изоморфного ему графа $\boldsymbol{G_2}$; $\boldsymbol{\tau_i}$ – элементарная операция редактирования над графом; $\boldsymbol{cost(\tau_i) \geq 0}$ – стоимость операции редактирования $\boldsymbol{\tau_i}$, $\boldsymbol{i}$ – номер операции редактирования, $\boldsymbol{k}$ – число операций в наборе $\mathbf{T}(\boldsymbol{G_1, G_2})$.

Набор допустимых элементарных операций редактирования состоит из таких операций, как вставка вершины, удаление вершины, подстановка вершины (изменение метки вершины), вставка ребра, удаление ребра, подстановка ребра (изменение метки ребра). Применение GED в качестве меры расстояния при оценке качества кластеризации позволит оценивать структурные схожести, различия и особенности РВ в разных кластерах.

Экспериментальные исследования

Для сравнения всех приведенных метрик оценки качества кластеризации предлагается использовать набор РВ, полученный из раздела library Интернет-ресурса Regex101. Данный ресурс является наиболее популярным инструментом отладки РВ наиболее популярных диалектов – PCRE и PCRE2, Python, EcmaScript, Re2 и др. В разделе library пользователи публикуют написанные РВ для решения различных задач. Экспериментальный набор содержит 4050 РВ. Нечеткая кластеризация выполнена с применением стандартного алгоритма нечетких C-средних и его модификаций [7]. Кроме того, использованы также алгоритмы нечеткой кластеризации уточнением центроидов кластеров на основе алгоритмов дифференциальной эволюции – DE, L-SRTDE, L-SHADE-RSP.

На рисунке 2 представлены распределения четырёх метрик качества кластеризации для разных алгоритмов оптимизации. При применении алгоритма L-SRTDE наблюдаются наиболее стабильные и в среднем лучшие значения по индексу Дэвиса-Болдуина и индексу Данна, однако имеет место высокая вариативность по индексу Xie–Beni. При применении базового (default) метода оптимизации центроидов наблюдаются худшие или нестабильные результаты почти по всем метрикам, тогда как при применении алгоритмов DE и L-SHADE-RSP наблюдаются промежуточные результаты оценивания по всем метрикам. На рисунке 3 показаны наилучшие (по значению метрики) разбиения на кластеры.

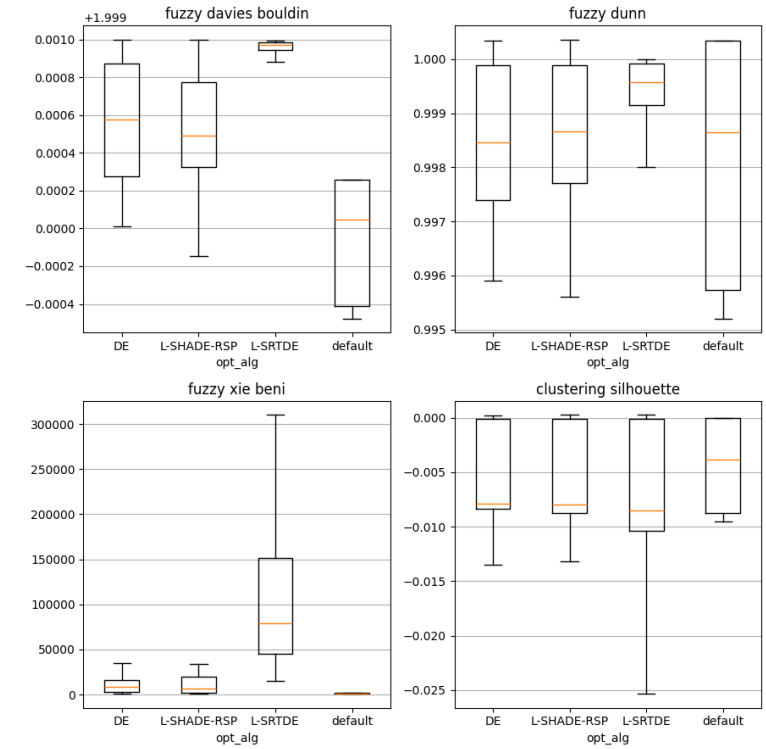


Рис. 2. Сравнение значений метрик оценки качества кластеризаций с разными алгоримами уточнения центроидов нечетких С-средних

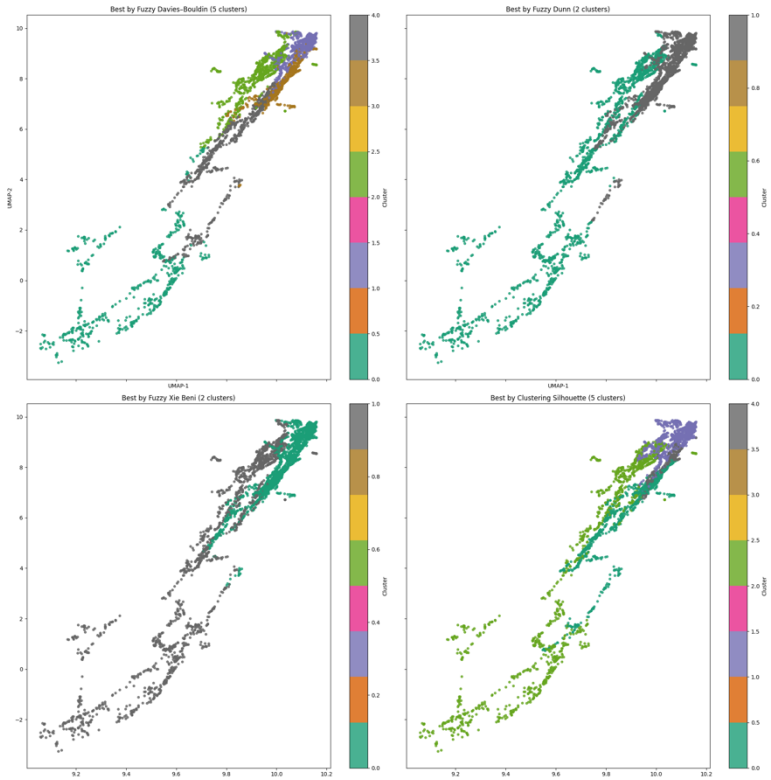


Рис. 3. Наилучшие (по значению метрики) разбиения на кластеры

Экспериментальные результаты показывают, что при использовании расстояния редактирования графа (GED) для оценки близости АСД регулярных выражений стандартный индекс кластерного силуэта принимает близкие к нулю значения и не обладает достаточной

информативностью для оценки качества нечеткой кластеризации. В то же время нечеткие индексы Дэвиса–Болдуина и Данна демонстрируют более устойчивое поведение и позволяют адекватно различать результаты кластеризации при различных модификациях алгоритма C-средних. Нечеткий индекс Xie–Beni характеризуется высокой вариативностью значений, что указывает на его повышенную чувствительность к структуре данных и используемой метрике расстояния.

Библиографический список

1. Демидова Л. А., Морошкин Н. А. Решение задачи кластеризации векторных представлений регулярных выражений. – Вестник Воронежского государственного технического университета, 2025, Т. 21, № 2, С. 50–59.

2. Некрасова Э. В., Гусев П. Ю. Анализ текста на соответствие заданной теме с применением методов машинного обучения. – Научный аспект, 2022, Т. 1, № 4, С. 100–110.

3. Чернуха И. Е. Сравнительный анализ алгоритмов кластеризации изображений: Fuzzy C-Means, K-Means и DBSCAN. – ИТ. Наука. Креатив: Материалы II Международного форума, Омск, 13–15 мая 2025 года. – Омск: Омский государственный технический университет, 2025, С. 137–143.

4. Остапенко Р. О., Ходашинский И. А. Формирование базы правил нечёткого классификатора с помощью метаэвристического алгоритма «саранчи». – Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, 2022, Т. 25, № 2, С. 31–36.

5. Седых И. А., Макаров К. Н. Определение оптимального количества кластеров при идентификации окрестностных моделей. – Вестник Воронежского государственного технического университета, 2025, Т. 21, № 4, С. 64–71.

6. Морошкин Н. А. Подходы к оценке сходства структур регулярных выражений. – Электронный научный журнал «ИТ-Стандарт», 2025, № 3.

7. Bedalli E., Hajrulla S., Rada R., Kosova R. Fuzzy clustering approaches based on numerical optimizations of modified objective functions. – Algorithms, 2025, № 18(6), p. 327.

УДК 519.246.8; ГРНТИ 27

ОСОБЕННОСТИ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

А.Г. Агафонов, А.И. Новиков

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, aleksanderagafonov0@yandex.ru

Аннотация. В настоящей работе представлен комплексный обзор особенностей кластерного анализа временных рядов. Рассматриваются три основных этапа и сценария кластерного анализа временных рядов. Предложена адаптация двухуровневой (типологической и структурной) группировки к специфике временных рядов.

Ключевые слова: временные ряды, кластерный анализ, кластеризация.

THE PECULIARITIES OF TIME SERIES CLUSTER ANALYSIS

A.G. Agafonov, A.I. Novikov

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, aleksanderagafonov0@yandex.ru

Abstract. This paper provides a comprehensive review of the peculiarities of time series cluster analysis. Three main stages and scenarios of time series cluster analysis are considered. The adaptation of the two-level (typological and structural) grouping to the time series specifics is proposed.

Keywords: time series, cluster analysis, clustering.

В общем случае временной ряд – это последовательность данных, которая отражает состояние одной или нескольких характеристик исследуемого объекта в упорядоченные моменты времени. Когда одновременно исследуется несколько объектов может возникнуть потребность сгруппировать полученные временные ряды в однородные группы.

Кластерный анализ – это метод интеллектуального анализа данных, который позволяет выделить группы (кластеры) наиболее похожих между собой данных. Такая группировка может быть полезна в следующих случаях: во-первых, сегментация данных (выявление паттернов) и поиск аномалий; во-вторых, снижение размерности и сжатие данных; в-третьих, упрощение моделирования и заполнение пропусков в данных.

Цель работы – комплексный обзор особенностей кластерного анализа временных рядов. Также в работе предложена и обоснована адаптация идей двухуровневой (типологической и структурной) группировки из [1] к специфике временных рядов.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи: во-первых, приводятся основные этапы кластерного анализа и сценарии его применения к временным рядам; во-вторых, рассматриваются метрики расстояния и процесс нормализации данных, в-третьих, обосновывается необходимость последовательного разделения множества анализируемых временных рядов сначала на однородные группы по типу, а затем по структуре.

Основные этапы кластерного анализа

Согласно предложенной в [2] структуре обнаружения знаний в множестве данных (базах данных) можно выделить три основных этапа кластерного анализа.

1. *Подготовка*. Подготовительный этап разделяется на следующие подэтапы: во-первых, выбор метрики расстояния (или меры близости), в соответствии с которой будет оцениваться близость между данными; во-вторых, выбор алгоритма кластеризации; в-третьих, предобработка данных в соответствии с выбранными метрикой расстояния и алгоритмом кластеризации. Кроме извлечения признаков и нормализации данных, предобработка может включать в себя предварительную кластеризацию данных.

2. *Кластеризация*. На этом этапе осуществляется сам процесс разделения подготовленных данных на кластеры. Кроме этого, на этом этапе может определятся оптимальное число кластеров. В результате кластеризации получается кластерная модель данных – способ представления множества анализируемых данных в виде компактного набора их типовых образов (центроидов или профилей) или просто номеров кластеров.

3. *Интерпретация и оценка*. На данном этапе по полученной кластерной модели делаются выводы о множестве анализируемых данных и принимается решение о внедрении полученных знаний в систему поддержки принятия решений, в механизм адаптации и персонализации бизнес-логики и в базы знаний предметной области. В [2] представлены различные показатели внешнего и внутреннего качества кластеризации. Если полученный результаты не удовлетворяют исследователя, то он может вернуться к первому этапу анализа и выбрать другие параметры кластеризации или выполнить её ещё раз, так как некоторые алгоритмы при каждом выполнении могут давать разные результаты, что связано с количеством кластеров и их первичной инициализацией, которая может быть случайной.

Сценарии кластерного анализа временных рядов

Можно выделить три основных сценария кластерного анализа временных рядов:

1. *Кластеризация временных рядов*. В этом сценарии анализируемыми данными являются сами временные ряды, близость между которыми определяется через похожесть их формы или данных в соответствующие моменты времени. Этот подход чувствителен к сдвигам рядов во времени и масштабу данных;

2. *Кластеризация признаков временных рядов*. В этом сценарии анализируемыми данными являются наборы внешних и внутренних признаков временных рядов. Из-за того, что временные ряды – это последовательности данных, их можно рассматривать как структурированные объекты, обладающие свойствами, которых, как правило, нет у составляющих их элементов. К таким свойствам можно отнести внешние признаки или метаданные – инфор-

мация, которая не является непосредственным значением временного ряда, но описывает процесс наблюдения за исследуемым объектом (частота дискретизации, период наблюдения, размерность, наличие пропусков). Метаданные не влияют на форму временного ряда, но определяют условия его «существования», и потому критически важны для корректного сравнения рядов между собой. К внутренним признакам можно отнести статистические характеристики (среднее, дисперсия), характер стационарности, параметры моделей, например из [3-5]. Этот подход чувствителен к масштабу значений признаков.

3. Кластеризация данных временного ряда. В этом сценарии анализируемыми данными являются не сами ряды, а их данные. Здесь стоит задача нахождения интервалов времени, на которых поведение ряда качественно меняется («смена режима», например, кластеры волатильности).

Метрики расстояния для кластеризации временных рядов

Однородность искомых кластеров носит условный характер и зависит от заранее выбранной метрики расстояния, на основании которых оценивается близость между данными. Если данные или признаки анализируемых временных рядов измерены в шкале отношений, то оценить близость между ними можно с помощью метрик расстояния, например, слудующие.

1) Линейное расстояние (иногда «расстояние городских кварталов» или «Манхэттенское расстояние»):

$$d_L = \sum_{i=1}^{N} \left| a_i - b_i \right|, \tag{1}$$

где N – количество данных временного ряда или извлечённых признаков, a_i, b_i – i-тое значение данных или признака.

2) Евклидово расстояние

$$d_E = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(a_i - b_i \right)^2}, \tag{2}$$

где N и a_i, b_i аналогичны (1).

В случае кластерного анализа самих временных рядов евклидово расстояние покажет на сколько синхронно изменялись состояния характеристик исследуемых объектов. В случае кластеризации N вещественных признаков, евклидово расстояние покажет расстояние между полученными векторами в N-мерном евклидовом пространстве. Манхэттенское расстояние менее чувствительно к выбросам, чем евклидово, и может быть предпочтительно при анализе рядов с резкими скачками.

Другим способом оценить расстояние между парой временных рядов является алгоритм динамической трансформации временной шкалы (DTW), который позволяет асинхронно оценить близость формы временных рядов. То есть ряды могут быть похожи, но в силу разных причин характерные особенности их формы (пики, впадины и прочее) могут приходиться на разные моменты времени. DTW не является метрикой расстояния в строгом смысле (требования, предъявляемые к метрикам расстояния, описаны в [1]), но часто рассматривается в этом контексте.

DTW применим исключительно для первого сценария кластерного анализа временных рядов. В основе алгоритма DTW для двух временных рядов длиной N и M, лежит матрица накопленных расстояний, которая строится следующим образом:

$$D(i,j) = d(a_i, b_j) + \min \begin{cases} D(i-1, j) \\ D(i, j-1) \\ D(i-1, j-1) \end{cases},$$
$$D(1,1) = d(a_1, b_1)$$
$$D(1, j) = d(a_1, b_j) + D(1, j-1)$$
$$D(i,1) = d(a_i, b_1) + D(i-1,1)$$

где $d(a_i, b_j)$ – расстояние между значениями данных, рассчитываемое, как правило, с помощью метрик (1) или (2).

Значение $D(N,M)$ построенной матрицы принимается за расстояние между двумя временными рядами.

Нормализация временных рядов

Рассмотренные метрики расстояний чувствительны к масштабу данных. Это означает, что наибольший вклад в оценку близости между парой временных рядов будут вносить данные, имеющие большее значение, что касается и извлекаемых признаков. Нормализация позволяет перейти к безразмерным величинам со средним равным 0 и среднеквадратическим отклонением равным 1. Нормализованное *i*-тое значение данных или признака вычисляется по следующей формуле:

$$z_i = \frac{u_i - \mu}{\sigma},$$

где u_t – *i*-тое значение данных или признака, μ – среднее, σ – стандартное отклонение. При этом и μ, и σ рассчитываются для каждого временного ряда или признака по отдельности, что обеспечивает сопоставимость данных или признаков между собой.

Двухуровневый подход к кластерному анализу временных рядов

В работе [1] указываются два типа группировок исходных данных – типологическая группировка и структурная. В случае типологической группировки исходное множество разделяется на качественно однородные группы. При структурной группировке разделяется уже качественно однородные группы на группы, характеризующие их структуру. То есть «сначала выделяются качественно однородные группы, а затем внутри них группы, количественно однородные, отражающие строение совокупности» [1].

Такой двухуровневый подход при кластерном анализе временных рядов особенно необходим для сценариев 1 и 2, описанных ранее. Необходимость двухуровневого подхода объясняется тем, что некоторые метрики расстояния бывают очень чувствительны к качественным (внешним) характеристикам временных рядов.

Так, например, евклидово расстояние может оценивать синхронность изменений двух временных рядов, начало отсчёта и частота дискретизации которых могут существенно отличаться. Такое сравнение может быть полезным в ряде случаев, однако если не стоит цель просто определить временные ряды с похожей динамикой, то могут быть сделаны ошибочные выводы на этапе интерпретации.

В [6] было предложено, что даже в рамках уже существующих кластеров последующая кластеризация может быть многоуровневой, что, в частности, касается второго сценария, где, например, временные ряды сначала могут быть прокластеризованы по характеру нестационарности, а затем по наличию или отсутствию тренда, цикличности и так далее. Такой

последовательный многоуровневый подход должен обеспечить высокую интерпретируемость полученной кластерной модели, за счёт итеративного выстраивания иерархии кластеров.

Заключение

В ходе выполнения работы был проведён комплексный обзор особенностей кластерного анализа временных рядов. Рассмотрены три основных этапа и сценария кластерного анализа временных рядов, метрики расстояния и нормализация данных. Была произведена адаптация двухуровневого подхода (типологической и структурной группировки) к специфике временных рядов. Обоснована необходимость последовательного разделения анализируемого множества временных рядов сначала на однородные группы по типу (например, по внешним характеристикам – метаданным), а затем по структуре, что позволяет учесть чувствительность метрик расстояния к таким факторам, как сдвиг во времени, частота дискретизации или масштаб данных, что в противном случае может привести к ошибочной интерпретации результатов.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку конкретных алгоритмических реализаций предложенного подхода и их апробацию на прикладных задачах.

Библиографический список

1. Мандель И.Д. Кластерный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 176 с.

2. Tai Dinh Data clustering: a fundamental method in data science and management // Data Science and Management. – 2025. – 35 с.

3. Новиков А.И., Агафонов А.Г. Анализ и прогнозирование нестационарных временных рядов с сезонной компонентой // Вестник Рязанского радиотехнического университета. – 2024. – №87. – С. 111-120.

4. Агафонов А.Г. Выбор значимых гармоник для усечённого ряда Фурье при моделировании временных рядов // Методы и средства обработки и хранения информации: Межвузовский сборник научных трудов / Под ред. Б.В. Кострова; РГРТУ, Рязань: ИП Коняхин А.В. (Бук Джет), 2026. – С. 72-80.

5. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – 406 с.

6. Агафонов А.Г. Кластеризация и анализ нестационарных временных рядов / Новые информационные технологии в научных исследованиях. – Рязань: РГРТУ, 2023. – С. 95-96.

УДК 004.8; ГРНТИ 28.23.25

ИНТЕРАКТИВНАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ГРАФОВ ЗНАНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА: АРХИТЕКТУРА И ПРОБЛЕМЫ МАСШТАБИРОВАНИЯ НА БОЛЬШИХ ДАННЫХ

К.А. Сермягин*, К.А. Ципоркова**

*Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Россия, Рязань, *sermyagin.abcen7@gmail.com, **ktsiporkova@list.ru*

Аннотация. В статье представлена архитектура прототипа системы интерактивной визуализации графов знаний, ориентированной на задачи искусственного интеллекта. Описана модель данных на основе взвешенного графа, поддержка загрузки графа знаний из формата json, а также реализация классических и параллельных алгоритмов обхода (BFS, DFS, Дейкстра, параллельный BFS) с их поэтапной визуализацией. Показано, как такие средства могут использоваться для навигации по предметной области и объяснения связей, лежащих в основе решений ИИ-систем, и проанализированы ключевые проблемы масштабируемости визуализации на больших графах.

Ключевые слова: граф знаний; визуализация графов; интерактивная визуализация; искусственный интеллект; большие данные; силовые алгоритмы раскладки; параллельные алгоритмы на графах; объяснимый ИИ.

INTERACTIVE KNOWLEDGE GRAPH VISUALIZATION FOR ARTIFICIAL INTELLIGENCE TASKS: ARCHITECTURE AND SCALING PROBLEMS ON BIG DATA

K.A. Sermyagin*, K.A. Tsiporkova**
Ryazan State Radio Engineering University named by V.F. Utkin,
*Russian Federation, Ryazan, *sermyagin.abcen7@gmail.com, **ktsiporkova@list.ru*

Abstract. This article presents the architecture of a prototype system for interactive knowledge graph visualization designed for artificial intelligence tasks. It describes a data model based on a weighted graph, support for loading knowledge graphs from JSON format, and the implementation of classical and parallel traversal algorithms (BFS, DFS, Dijkstra, and parallel BFS) with their step-by-step visualization. It demonstrates how such tools can be used for domain navigation and explaining the relationships underlying AI system decisions, and analyzes key issues in scalability of visualization on large graphs.
Keywords: knowledge graph; graph visualization; interactive visualization; artificial intelligence; big data; force-driven layout algorithms; parallel graph algorithms; explainable AI.

Введение

За последние годы графы знаний стали одним из ключевых инструментов в задачах искусственного интеллекта [1]. Они используются для интеграции разнородных источников данных, представления предметных областей в виде семантических сетей, поддержки объяснимости решений ИИ-систем и реализации интеллектуального поиска [2]. В отличие от табличных структур, графы знаний позволяют явно моделировать сущности и отношения между ними, что особенно важно для задач, связанных с причинно-следственными связями, онтологиями и сложными многозвенными зависимостями.

Одновременно с ростом интереса к графам знаний наблюдается взрывной рост их размеров: промышленные графы могут содержать миллионы вершин и десятки миллионов рёбер. В этих условиях традиционные подходы к визуализации графов, ориентированные на небольшие или средние по размеру сети, оказываются недостаточными. Пользователь сталкивается с визуальным шумом, потерей читаемости структуры и деградацией производительности при попытке интерактивного анализа больших графов знаний.

Проблема, на которой фокусируется данная работа, заключается в обеспечении интерактивной визуализации графов знаний для задач искусственного интеллекта, с учётом архитектурных ограничений и проблем масштабирования на больших данных. Интерес представляет не только сам визуальный результат, но и внутренняя организация системы: как структурировать модули, какие алгоритмы использовать, как организовать взаимодействие между вычислительной частью и подсистемой отрисовки, чтобы сохранить отзывчивость интерфейса.

Цель работы заключается в разработке и описании архитектуры лёгкого интерактивного визуализатора графов знаний, ориентированного на задачи ИИ, а также в анализе проблем масштабирования такой системы на больших графах. В качестве прототипа рассматривается реализованный автором инструмент cpp-kg-viewer, основанный на языке C++ и библиотеке SFML, поддерживающий загрузку графов знаний из специализированного формата json и интерактивное выполнение классических алгоритмов на графах.

Научный вклад работы состоит в следующем:

– предлагается модульная архитектура визуализатора графов знаний, включающая универсальное ядро представления графа, модуль ввода/вывода, модуль алгоритмов и модуль визуализации;

– рассматривается интеграция специализированного формата графа знаний (entities + relationships) в универсальную модель графа с сохранением семантической информации об отношениях;

– обсуждаются особенности интерактивного запуска алгоритмов обхода и поиска путей (BFS, DFS, Дейкстра, параллельный BFS) с визуализацией их шага за шагом;

– анализируются архитектурные ограничения и проблемы масштабирования при работе с крупными графами, предлагаются направления для дальнейшего развития.

Связанные работы и область применения

Графы знаний широко применяются в различных подсистемах ИИ. Классические онтологии и RDF-графы [3] лежат в основе семантической паутины и используются для описания предметных областей в машиночитаемом виде. Property Graph-модели, реализованные, например, в Neo4j и других графовых СУБД, активно применяются в рекомендательных системах, fraud-детекции, анализе социальных сетей и др. В контексте объяснимого ИИ графы знаний выступают как интерпретируемый слой, поверх которого строятся объяснения решений нейросетевых моделей.

Существуют многочисленные инструменты визуализации графов. Gephi и Cytoscape ориентированы на интерактивный анализ сетей и предоставляют множество алгоритмов раскладки и кластеризации, но в контексте очень больших графов они сталкиваются с ограничениями производительности и наглядности [4, 5]. Инструменты типа Neo4j Bloom [6] позиционируются как средство визуального исследования графовых данных в связке с графовой базой, но в основном предполагают серверную инфраструктуру и достаточно тяжёлую установку. Web-библиотеки (D3.js, Sigma.js, vis.js и др.) позволяют строить браузерные визуализаторы, однако при больших объёмах данных возникают серьёзные проблемы как с производительностью, так и с управлением уровнем детализации [7].

Предлагаемый в работе подход занимает нишу лёгкого десктоп-инструмента, реализованного на C++ с использованием SFML. Такой инструмент ориентирован на интерактивные эксперименты и исследование архитектурных аспектов масштабируемой визуализации, а не на промышленную эксплуатацию крупных графовых БД. Его особенностью является тесная интеграция с кодовой базой: исследователь может напрямую модифицировать модель графа, алгоритмы и способы визуализации, используя преимущества статически типизированного языка и низкоуровневый контроль над производительностью.

Модель данных и представление графа знаний

С точки зрения теории графов, основой служит ориентированный или неориентированный взвешенный граф $G = (V,\ E)$, где (V) – множество вершин, представляющих сущности, а (E) – множество рёбер, описывающих бинарные отношения между сущностями. Каждое ребро $e = (u, v)$ может обладать весом (например, степенью уверенности или стоимостью перехода), а также типом отношения (семантической меткой).

В рассматриваемой реализации такая модель представлена классами Vertex, Edge и Graph. Каждая вершина (Vertex) содержит числовой идентификатор id, координаты x, y, используемые для визуализации, и строковую метку label, отражающую имя сущности (концепта) в графе знаний. Рёбра (Edge) связывают вершины полями from и to, содержат вес weight, флаг ориентированности directed и строковую метку label, которая используется для кодирования типа отношения (например, «lecturer_of», «subtopic_of» и т.п.). Граф (Graph) хранит вершины в ассоциативной структуре и использует список смежности для представления рёбер, поддерживает как ориентированный, так и неориентированный режим, а также потокобезопасный доступ к структурам данных.

Особое внимание уделяется импорту графа знаний из внешних форматов. Поддерживаются, в частности, CSV-файлы (список рёбер с весами), упрощённый JSON и специализированный формат json, в котором граф знаний описывается через массивы entities и relationships. При загрузке такого файла строковые идентификаторы сущностей отображают-

ся в числовые ID, формируя внутреннюю структуру Graph. При этом сохраняются имена сущностей (в метках вершин) и типы отношений (в метках рёбер), что позволяет использовать семантическую информацию в визуальном анализе и алгоритмических сценариях.

Семантическая интерпретация рёбер играет ключевую роль в задачах ИИ. Типы отношений могут использоваться для фильтрации отображаемых связей, подсветки определённых типов рёбер (например, причинно-следственных по сравнению с ассоциативными), а также для построения более сложных метрик, учитывающих семантику путей. В текущем прототипе основной упор сделан на сохранение этой информации в структуре графа и отображение её в виде подписей рёбер, что уже повышает информативность визуализации.

Архитектура системы интерактивной визуализации

Архитектура разработанного прототипа cpp-kg-viewer построена модульно и включает четыре основных подсистемы: ядро графа, модуль ввода/вывода, модуль алгоритмов и модуль визуализации. Такое разделение соответствует принципам SOLID и упрощает расширение системы.

Ядро графа представлено классом Graph, который инкапсулирует структуру данных и базовые операции: добавление и удаление вершин и рёбер, получение списка соседей, вычисление степеней, плотности и компонент связности. Наличие потокобезопасного доступа (мьютекс внутри Graph) позволяет безопасно использовать граф в многопоточных сценариях, когда алгоритмы обхода выполняются параллельно с отрисовкой.

Модуль ввода/вывода реализован в виде класса GraphLoader, предоставляющего статические методы загрузки из различных форматов (loadFromCSV, loadFromJSON, loadFromKnowledgeGraph) и сохранения (saveToCSV, saveToJSON). Особое значение имеет метод loadFromKnowledgeGraph, который разбирает структуру json, извлекает список сущностей и отношений, строит отображение строковых идентификаторов в числовые и формирует вершины и рёбра графа с сохранением имён и типов. Таким образом, достигается разделение абстрактной модели графа и конкретных форматов хранения.

Модуль алгоритмов включает реализацию классических алгоритмов на графах: обход в ширину (BFS), обход в глубину (DFS), алгоритм Дейкстры для поиска кратчайших путей и параллельный вариант BFS для демонстрации идей масштабируемой обработки. Алгоритмы работают поверх интерфейса Graph и используют вспомогательную структуру состояния (AlgorithmState), в которой хранятся список посещённых вершин, текущая вершина, путь и флаги паузы. Это состояние затем используется модулем визуализации для интерактивного отображения хода алгоритма.

Модуль визуализации реализован на базе библиотеки SFML и представлен классами GraphRenderer и Layout. Первый отвечает за отрисовку вершин, рёбер и их меток, управление камерой (масштабирование, панорамирование), обработку кликов мыши для выбора вершин. Второй реализует разные схемы раскладки: случайную (Random), круговую (Circular) и силовую (Force-directed). Раскладка назначает координаты вершинам графа, после чего GraphRenderer отображает их в окне.

Интерактивное управление обеспечивается основным приложением, которое обрабатывает события клавиатуры и мыши: выбор стартовой и целевой вершин для алгоритма Дейкстры, запуск обходов (BFS, DFS, parallel BFS), переключение раскладок, сохранение и загрузку графов. Алгоритмы запускаются в отдельных потоках с использованием механизма std::async и std::future; основная нить остаётся занятой обработкой событий и отрисовкой. Такое разделение потоков позволяет сохранять отзывчивость интерфейса даже при выполнении сравнительно тяжёлых алгоритмов.

Важным архитектурным решением является явное разделение вычислительной логики и логики отрисовки: алгоритмы оперируют моделью Graph и обновляют AlgorithmState, а ви-

зуализация интерпретирует это состояние и отображает его пользователю, не вмешиваясь в ход вычислений. Это упрощает масштабирование и замену алгоритмов, а также позволяет в перспективе вынести часть расчётов на сервер или GPU без изменения визуального слоя.

Алгоритмы и визуальные сценарии для задач ИИ

Выбор алгоритмов в прототипе ориентирован на типичные сценарии использования графов знаний в задачах ИИ. Обход в ширину (BFS) и обход в глубину (DFS) используются для локального исследования окрестности интересующей сущности: пользователь выбирает вершину, после чего алгоритм по шагам посещает соседние вершины, подсвечивая их на визуализации. Это позволяет интерактивно изучать структуру подграфа, находить связанные понятия и обнаруживать кластеры.

Алгоритм Дейкстры решает задачу поиска кратчайшего пути между двумя сущностями графа знаний. В контексте объяснимого ИИ этот путь может интерпретироваться как цепочка обоснования рекомендаций или выводов: от исходной сущности (например, интереса пользователя) до целевой (рекомендованного объекта). Визуализация пути позволяет пользователю увидеть, какие промежуточные сущности и отношения были задействованы, и оценить семантическую релевантность полученного объяснения.

Параллельный BFS мотивирован задачами масштабируемой обработки больших графов. Хотя прототип реализует сравнительно простой вариант распараллеливания по уровням, сам факт наличия многопоточного обхода важен с архитектурной точки зрения: он демонстрирует, как можно организовать выполнение алгоритмов на больших подграфах, не блокируя основной поток отрисовки. При визуализации параллельного обхода отдельные уровни можно подсвечивать последовательно, иллюстрируя, как фронт волны распространяется по графу, что полезно для образовательных и исследовательских целей.

Алгоритмы раскладки (layout) определяют, насколько наглядно будет выглядеть граф. Случайная раскладка (Random) имеет минимальную вычислительную стоимость, но плохо передаёт структуру графа. Круговая раскладка (Circular) подходит для грубого представления относительно небольших графов и удобна для демонстрационных примеров, однако при большом числе вершин быстро теряет читаемость. Силовая раскладка (Force-directed) даёт более естественное распределение вершин в пространстве, стремясь размещать сильно связанные вершины ближе друг к другу и разводить мало связанные области, но обладает высокой вычислительной сложностью и плохо масштабируется на очень большие графы [8, 9].

На базе этих алгоритмов реализуются интерактивные сценарии, релевантные задачам ИИ:

– навигация по предметной области: пользователь загружает граф знаний, описывающий, например, структуру учебного курса или доменной онтологии, и исследует его, переходя от одной сущности к другой с помощью BFS/DFS;

– визуальное объяснение работы модели ИИ: кратчайший путь в графе между сущностями, связанными с входом и выходом модели, отображается как наглядное объяснение;

– поиск семантически значимых путей: пользователь может экспериментировать с путями разной длины и структуры, сопоставляя их с выводами модели.

Проблемы масштабирования и визуализации больших графов знаний

При переходе от учебных и средних по размеру графов к реальным промышленным графам знаний возникает ряд серьёзных проблем масштабирования.

Во-первых, происходит комбинаторный взрыв числа вершин и рёбер. Даже при умеренном числе вершин количество рёбер может быть квадратичным, что приводит к визуальному шуму: вершины накладываются друг на друга, рёбра образуют «волосатые клубки», и структура графа теряет читаемость. Стандартные приёмы – уменьшение размера вершин, ос-

лабление насыщенности цвета и прозрачность рёбер – лишь частично помогают и часто ведут к потере деталей.

Во-вторых, возникают ограничения по производительности. Силовые алгоритмы раскладки обладают, как правило, квадратичной или квазиквадратичной сложностью по числу вершин, что делает их неприменимыми в лоб для десятков тысяч вершин. Стоимость отрисовки также растёт: каждый кадр требует прорисовки большого числа примитивов (отрезков и окружностей), перерасчёта позиций и обновления буферов. При интерактивном взаимодействии (масштабирование, панорамирование) это приводит к падению частоты кадров и задержкам в интерфейсе.

В-третьих, интерактивность становится хрупкой. Даже если алгоритмы выполняются в отдельных потоках, тяжёлые расчёты раскладки или обхода могут конкурировать за ресурсы с потоками отрисовки, что приводит к рывкам и временами к «зависаниям» интерфейса. Пользователь теряет ощущение контроля над системой, что особенно критично при аналитических задачах, где требуется быстрое чередование гипотез и визуальных проверок.

Архитектура рассматриваемого прототипа уже содержит ряд решений, направленных на смягчение этих проблем: отделение вычислительной логики от визуализации, использование отдельного потока для запуска алгоритмов, хранение состояния алгоритма в отдельной структуре, позволяющее контролировать скорость анимации и делать паузы. Наличие параллельного BFS демонстрирует возможность выгружать тяжёлые обходы в несколько потоков и потенциально использовать преимущества многопроцессорных систем.

Тем не менее, при росте графа выше определённого порога эти меры становятся недостаточными. Требуются концептуальные стратегии масштабирования, среди которых можно выделить:

– иерархическая или кластерная агрегация – вершины объединяются в кластеры (сообщества) на основе структурных или семантических признаков; на верхнем уровне визуализируются кластеры и связи между ними, а детализация до отдельных вершин выполняется по запросу;

– выборка подграфов по запросу (context-based sampling) – вместо отображения всего графа отображается только релевантный подграф вокруг текущего фокуса пользователя (интересующей вершины или пути), при этом остальная часть графа остаётся скрытой или сильно агрегированной;

– многомасштабные представления и уровни детализации – система поддерживает несколько режимов отображения (от плотной «тепловой карты» или облака кластеров до детализированной схемы с подписями сущностей и рёбер), между которыми пользователь может переключаться.

Реализация этих стратегий требует как доработки архитектуры (например, введения специализированного слоя агрегации поверх Graph), так и переосмысления алгоритмов раскладки и отрисовки с учётом многомасштабности.

Заключение

В работе рассмотрена архитектура интерактивного визуализатора графов знаний cpp-kg-viewer, ориентированного на задачи искусственного интеллекта. Показано, как модульное разделение на ядро графа, модуль ввода/вывода, модуль алгоритмов и модуль визуализации позволяет построить гибкую и расширяемую систему, поддерживающую загрузку графов знаний из специализированного формата, интерактивное выполнение классических алгоритмов на графе и наглядную визуализацию их работы.

Анализ архитектуры и поведения прототипа на различных наборах данных показал, что предложенный подход хорошо подходит для небольших и средних графов, а также для образовательных и исследовательских задач. Вместе с тем, при переходе к большим графам

знаний проявляются проблемы масштабирования, связанные с комбинаторным ростом числа элементов, ограничениями производительности алгоритмов раскладки и деградацией читаемости визуального представления [10].

Рассмотренные стратегии масштабирования – иерархическая агрегация, выборка подграфов по запросу, многомасштабные представления – обозначают направления дальнейших исследований и развития системы. В сочетании с интеграцией аналитических модулей ИИ и расширением модели данных они позволяют превратить прототип в полноценный инструмент для анализа, объяснения и сопровождения графов знаний в современных ИИ-приложениях.

Библиографический список

1. Knowledge Graphs. Hogan A., Blomqvist E., Cochez M. et al. [Электронный ресурс]. – URL: https://arxiv.org/pdf/2003.02320.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.
2. Towards a Definition of Knowledge Graphs. Ehrlinger L., Wöß W. [Электронный ресурс]. – URL: https://ceur-ws.org/Vol-1695/paper4.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.
3. RDF 1.1 Concepts and Abstract Syntax. W3C Recommendation. [Электронный ресурс]. – URL: https://www.w3.org/TR/rdf11-concepts/ – Дата обращения: 07.12.2025.
4. Gephi: An Open Source Software for Exploring and Manipulating Networks. Gephi Consortium. [Электронный ресурс]. – URL: https://gephi.org – Дата обращения: 07.12.2025.
5. Cytoscape: A Software Environment for Integrated Models of Biomolecular Interaction Networks. Cytoscape Consortium. [Электронный ресурс]. – URL: https://cytoscape.org – Дата обращения: 07.12.2025.
6. Neo4j Bloom: Visual Graph Exploration for Everyone. Neo4j. [Электронный ресурс]. – URL: https://neo4j.com/bloom – Дата обращения: 07.12.2025.
7. A Survey on Information Visualization. Liu S., Cui W., Wu Y., Liu M. [Электронный ресурс]. – URL: https://shixialiu.com/publications/InfovisSurvey/paper.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.
8. Force-Directed Graph Drawing Algorithms. Kobourov S. G. [Электронный ресурс]. – URL: https://arxiv.org/pdf/1201.3011.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.
9. Efficient and High Quality Force-Directed Graph Drawing. Hu Y. [Электронный ресурс]. – URL: https://www.bibsonomy.org/bibtex/14513c02b2911da498c87f3b545a192e9 – Дата обращения: 07.12.2025.
10. A Survey of Techniques for Visualizing Large Graphs. Herman I., Melançon G., Marshall M. S. [Электронный ресурс]. – URL: https://www.researchgate.net/profile/Ivan-Herman/publication/220049505_A_Survey_of_Techniques_for_Visualizing_Large_Graphs/links/55b77e2108aec0e5f4314d58/A-Survey-of-Techniques-for-Visualizing-Large-Graphs.pdf – Дата обращения: 07.12.2025.
11. Исходный код ПО cpp-kg-viewer [Электронный ресурс]. – URL: https://github.com/abcen7/cpp-kg-viewer – Дата обращений: 07.12.2025

УДК 314.172; ГРНТИ 05.11

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ СУММАРНОГО КОЭФФИЦИЕНТА РОЖДАЕМОСТИ ОТ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

Н.О. Анашкин
Национальный исследовательский университет ИТМО,
Российская Федерация, Санкт-Петербург, nikon-anashkin@yndex.ru

Аннотация. В работе проводится анализ зависимости рождаемости от социально-экономического положения в стране. Исследование охватывает положение в регионах Российской Федерации на протяжении двадцати четырех лет. Для каждого года построены регрессионные модели зависимости суммарного коэффициента рождаемости от социально-экономических факторов.
Ключевые слова: математическое моделирование, регрессионный анализ, суммарный коэффициент рождаемости.

DEPENDENCY ANALYSIS THE TOTAL FERTILITY RATE FROM SOCIO-ECONOMIC FACTORS

N.O. Anashkin
ITMO University,
Russia, Saint Petersburg, nikon-anashkin@yndex.ru

The summary. The paper analyzes the dependence of the birth rate on the socioeconomic situation in the country. The study covers the situation in the regions of the Russian Federation over a period of twenty-four years. For each year, regression models are constructed to determine the total birth rate in relation to socioeconomic factors..
Keywords: mathematical modeling, regression analysis, total fertility rate.

Оценка и прогноз демографической ситуации в стране является одной из важных задач, стоящих перед обществом. В работе предлагается взять суммарный коэффициент рождаемости в качестве показателя уровня рождаемости, поскольку он, наряду с общим коэффициентом рождаемости, исследование динамики которого проводилось в работе [2], является одним из наиболее важных показателей в демографии и позволяет оценить динамику деторождения в стране и, используя методы регрессионного анализа, построить модели его зависимости от социально-экономических факторов. Предполагается, что на уровень рождаемости влияют уровень жизни населения, уровень доступности дошкольного и школьного образования, положение на рынке труда, доступность транспорта, уровень здравоохранения, получаемое образование, доступность жилья [1]. В связи с этими предположениями будут использоваться суммарный коэффициент рождаемости (объясняемая переменная *Y)* и следующие факторы.

1. Общие коэффициенты брачности на 1000 человек населения (фактор X_1).
2. Среднедушевые денежные доходы населения, руб/мес (фактор X_2).
3. Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций, руб. (фактор X_3).
4. Средний размер назначенных пенсий, руб. (фактор X_4).
5. Потребительские расходы в среднем на душу населения, руб/мес (фактор X_5).
6. Число собственных легковых автомобилей на 1000 человек населения, шт. (фактор X_6).
7. Общая площадь жилых помещений, приходящаяся в среднем на одного жителя, м^2 (фактор X_7).
8. Среднемесячный размер социальной поддержки на одного пользователя по оплате жилого помещения и коммунальных услуг, руб. (фактор X_8).
9. Обеспеченность детей дошкольного возраста местами в организациях, осуществляющих образовательную деятельность по образовательным программам дошкольного образования, присмотр и уход за детьми, мест на 1000 детей (фактор X_9).
10. Численность студентов государственных и муниципальных профессиональных образовательных организаций, обучающихся по программам подготовки специалистов среднего звена на 10 000 человек населения, человек (фактор X_{10}).
11. Численность студентов, обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры на 10 000 человек населения, человек (фактор X_{11}).
12. Численность населения на одну больничную койку, человек (фактор X_{12}).

13. Число автобусов общего пользования на 100000 человек населения, штук (фактор X_{13}).

14. Средние цены на первичном рынке жилья, руб/м^2 (фактор X_{14})

15. Средние цены на вторичном рынке жилья, руб/м^2 (фактор X_{15}).

Период исследования охватывает 2000–2023 годы. Источник данных – сайт Федеральной службы государственной статистики. Объектами исследования являются регионы Российской Федерации. По Архангельской и Тюменской областям использовался интегральный показатель без выделения субрегионов (Ненецкого автономного округа, Ханты-Мансийского автономный округа – Югры и Ямало-Ненецкого автономного округа) Из-за существенных пробелов в данных в начале рядов у некоторых регионов, они были исключены из рассмотрения. А именно: Республика Крым, г. Севастополь, Чеченская республика, Калининградская область, Мурманская область, Республика Дагестан, Республика Ингушетия, Кабардино-Балкарская Республика, Карачаево-Черкесская Республика, Республика Северная Осетия-Алания, Курганская область, Республика Тыва, Иркутская область, Республика Саха (Якутия), Забайкальский край, Камчатский край, Магаданская область, Сахалинская область, Еврейская автономная область, Чукотский автономный округ. Была собрана панель из факторов $Y, X_j, j=\overline{1;15}$ за период с 2000 по 2023 год. Число регионов *n=62*, число моментов времени *T=24*. Всего для каждой переменной рассматривается *nT=1488* значений. Для вычислений использовались табличный процессор MS Excel. Уровень значимости 0,05.

Для того, чтобы учесть инфляцию, значения факторов X_2, X_3, X_4, X_5, X_8, X_{14}, X_{15} были поделены на стоимость фиксированного набора потребительских товаров и услуг.

На первом этапе исследования для каждого года рассматриваемого периода были проанализированы диаграммы рассеяния и вычислены выборочные коэффициенты парной линейной корреляции с целью выявления линейной зависимости *Y* от выбранных факторов.

В результате в некоторых годах наблюдается умеренная линейная зависимость *Y* от факторов X_1, X_7, X_{10}. Такой вывод можно сделать потому, что коэффициенты парной линейной корреляции между данными факторами и объясняемой переменной по модулю больше 0,4. Для других факторов коэффициенты корреляции меньше, поэтому можно предположить, что зависимость либо отсутствует, либо она нелинейная

На следующем этапе для каждого года были оценены коэффициенты уравнений множественной линейной регрессии вида

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^{15} a_i X_i + \varepsilon \qquad (1)$$

Для улучшения моделей использовался метод исключения взаимозависимых факторов. Затем были оценены коэффициенты уравнений регрессии, содержащих только значимые факторы. Уравнение регрессии для 2023 года выглядит следующим образом:

$$Y_{2023} = 1,4517 + 0,0767X_1 - 0,0252X_7 + 0,0011X_{10} - 0,0005X_{11} + 0,0012X_{13} + \varepsilon \quad (2)$$

Также были вычислены коэффициенты детерминации R^2 для уравнений регрессии каждого года (таблица 1). Как видно из таблицы, фактор X_7 значим для всех лет, факторы $X_1, X_2, X_5, X_7, X_8, X_{10}, X_{11}, X_{12}$ значимы хотя бы для пяти лет, факторы $X_3, X_4, X_6, X_9, X_{13}, X_{14}, X_{15}$ значимы для очень малого количества лет. Динамика R^2 отражена на рисунке 1.

Таблица 1. Динамика R^2 и значимых факторов за 2000-2023 гг.

Год	R^2	Значимые факторы														
2000	0,6027		X_2	X_3		X_5		X_7								
2001	0,6117		X_2	X_3		X_5		X_7	X_8			X_{11}				
2002	0,5161							X_7				X_{11}				X_{15}
2003	0,5556		X_2			X_5		X_7				X_{11}				
2004	0,6008	X_1			X_4			X_7				X_{11}	X_{12}			
2005	0,6681	X_1						X_7				X_{11}	X_{12}			X_{15}
2006	0,7141	X_1			X_4	X_5		X_7	X_8	X_9		X_{11}	X_{12}			
2007	0,7236	X_1	X_2			X_5		X_7	X_8		X_{10}	X_{11}				
2008	0,7205	X_1	X_2	X_3		X_5		X_7	X_8			X_{11}				
2009	0,7598	X_1					X_6	X_7	X_8		X_{10}	X_{11}				
2010	0,7479	X_1					X_6	X_7	X_8			X_{11}		X_{13}		
2011	0,7455	X_1				X_5		X_7			X_{10}	X_{11}	X_{12}			
2012	0,7455	X_1				X_5		X_7	X_8		X_{10}	X_{11}	X_{12}			
2013	0,7271	X_1				X_5		X_7	X_8		X_{10}	X_{11}				
2014	0,7310	X_1						X_7	X_8		X_{10}	X_{11}				
2015	0,6427	X_1						X_7	X_8		X_{10}	X_{11}				
2016	0,5577	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				
2017	0,5948	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				
2018	0,6040	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				
2019	0,5591	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				
2020	0,5112	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				
2021	0,5552	X_1						X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}				
2022	0,5242	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}			X_{14}	X_{15}
2023	0,4387	X_1						X_7			X_{10}	X_{11}				

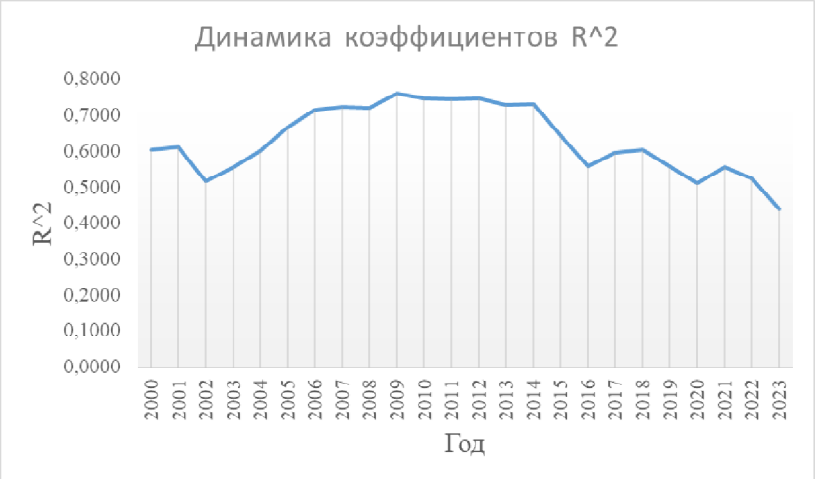


Рис. 1. Динамика коэффициентов R^2

Полученные уравнения показывают, каким образом (положительно или отрицательно) и как сильно факторы влияли в каждом году на суммарный коэффициент рождаемости. Результаты работы можно в дальнейшем использовать для анализа панельных данных, а в случае, если полученные уравнения удовлетворяют условиям Гаусса-Маркова, их можно использовать для прогнозирования рождаемости.

Библиографический список

1. Петров В. А. Экономические детерминанты суммарного коэффициента рождаемости // Форум молодых ученых. 2018. №12-3 (28).
2. Полулях Ю. Г., Мамаш Е. А., Ойдуп Т. М. Анализ зависимости общего коэффициента рождаемости от среднедушевых денежных доходов населения в федеральных округах // Региональная экономика: теория и практика. 2009. №18.

УДК 621.373; ГРНТИ 47.01.77

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ ПРИ ПЕРЕХОДЕ К ДИНАМИЧЕСКОМУ ХАОСУ

С.С. Новиков, В.С. Костерова, Е.С. Морозов
Национальный исследовательский Томский государственный университет, Российская Федерация, Томск, nss@mail.tsu.ru.

Аннотация. В сатье рассмотрена система двух связанных автогенераторов, которая, в зависимости от условий, может работать как в когерентных режимах, так и в режиме динамического хаоса. Система обладает тремя собственными видами колебаний (модами) и может генерировать на частоте одного из них. Однако, при некоторой настройке возникает конкуренция мод, в результате чего происходит разрушение когерентности. С помощью численного моделирования подробно рассмотрены процессы перехода от когерентных режимов к режиму динамического хаоса.
Ключевые слова: неустойчивость, резонансная связь, синхронные колебания, динамический хаос.

SIMULATION OF OSCILLATION TRANSFORMATION PROCESSES OF A SYSTEM OF CONNECTED SELF-OSCILLATORS DURING THE TRANSITION TO DYNAMIC CHAOS

S.S. Novikov, V.S. Kosterova, E.S. Morozov
National research Tomsk State University, Russia, Tomsk, nss@mail.tsu.ru

The summary. The article examines a system of two coupled self-oscillators, which, depending on the conditions, can operate in either coherent or dynamic chaos modes. The system has three natural oscillation modes and can generate at the frequency of one of them. However, at some settings, mode competition occurs, resulting in the destruction of coherence. Using numerical simulation, the processes of transition from coherent regimes to dynamic chaos are examined in detail.
Keywords: Instability, resonant coupling, synchronous oscillations, dynamic chaos.

Режим динамического хаоса является одним из видов движения автоколебательных систем со многими степенями свободы. Частотные характеристики таких структур могут иметь сложный резонансный профиль и могут демонстрировать когерентные (синхронные) колебательные процессы – моды, ассоциированные с собственными видами колебаний. Из общих соображений понятно, что переход к динамическому хаосу в конкретной системе возможен только в случае неустойчивости всех возможных когерентных режимов. При анализе таких систем обычно выделяют набор основных – управляющих параметров, которые отвечают за устойчивость или неустойчивость базовых мод. Однако, на практике влияние

таких параметров не является однозначным. Можно указать две основные причины такой неоднозначности. Во-первых, условия устойчивости, как правило, имеют пороговый характер и обладают высокой чувствительностью к изменениям многих параметров. Во-вторых, за счет нелинейного взаимодействия парциальных колебательных подсистем вариации тех или иных параметров сопровождаются движениями, имеющими сложный спектрально-временной профиль.

В работах авторов [1,2] рассматривались условия разрушения синхронных колебаний в системе двух транзисторных автогенераторов с сильной взаимной резонансной связью. Показано, что эта система при переходе к хаотическим движениям демонстрирует весьма разнообразные быстропротекающие колебательные процессы, включая эффекты конкуренции мод, каскады бифуркаций, автомодуляционные явления. Весьма полезным инструментом исследования указанных переходов является численное моделирование в специализированных вычислительных средах. В настоящей работе представлены результаты численного исследования процессов разрушения когерентных колебаний системы двух связанных автогенераторов. Проводится анализ преобразования спектрально-временных характеристик колебаний при изменении управляющих параметров. Моделирование проводится в среде Multisim.

Модель и свойства системы двух связанных автогенераторов

На рисунке 1 представлена схема системы двух связанных транзисторных автогенераторов. Автогенераторы собраны по ёмкостной трехточечной схеме. Задающий частоту колебательный контур образован элементами L_1, C_1, C_2 (L_2, C_4, C_3). Положительная обратная связь задается соотношением ёмкостей C_1 и C_2 (C_4 и C_3). Отрицательная обратная связь вводится путем включения в эмиттерные цепи транзисторов сопротивлений $R_э$. Автогенераторы связаны друг с другом и с общей нагрузкой $R_н$ через резонансные цепи r, C, L (четырёхполюсник связи выделен пунктирной линией).

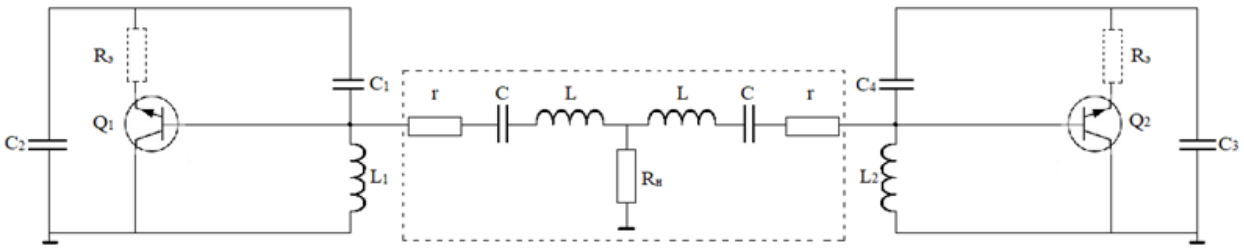


Рис. 1. Схема системы связанных автогенераторов с резонансной связью

В такой системе существуют три режима синхронных колебаний (базовые моды). Несложно видеть, что при полной электрической симметрии эти собственные колебания должны быть равноамплитудными и либо синфазными, либо противофазными. Это позволяет легко оценить частоты указанных колебаний. Действительно, частота колебаний синфазной моды ($f_с$) совпадает с резонансной частотой контуров автогенераторов. Для противофазной моды в точке подключения общей нагрузки напряжение равно нулю. Расчет частотной характеристики для этого случая дает две частоты, лежащие выше ($f_в$) и ниже ($f_н$) частоты синфазной моды.

Как было сказано, для перехода в режим динамического хаоса необходимо обеспечить неустойчивость всех синхронных типов колебаний. В предшествующих работах [3,4] для общего случая был сформулирован, а в работе [1] для исследуемой схемы уточнен – критерий разрушения синфазного режима:

$$C_{12} = \frac{L}{r^2} > C_{кс}\,. \qquad (1)$$

Здесь параметр C_{12} определяет крутизну мнимой части проводимости $y_{12}(j\omega)$ четырехполюсника связи при его резонансной настройке, то есть описывает частотные свойства связи на частоте резонанса ω_c. $C_{кс}$ – аналогичный параметр, описывающий частотные свойства колебательных систем автогенераторов.

Критерий (1) указывает на способ управления устойчивостью синфазной моды. Так, при достаточно большом сопротивлении r неравенство имеет противоположный знак, что обеспечивает устойчивость синфазного режима колебаний. Выполнение неравенства при малом r обусловливает неустойчивость синфазной моды. Можно предполагать, что чем сильнее неравенство (1), тем выше степень неустойчивости и тем выше скорость разрушения синфазных колебаний. И, наоборот, чем слабее неравенство (1), тем ниже скорость разрушения. Наконец, можно ожидать, что при приближении к порогу неустойчивости время разрушения синфазного режима будет неуклонно возрастать. Для постановки такого численного эксперимента необходимо запускать программу расчета при синфазных начальных условиях. Установка этих условий в пакете NI Multisim задавалась путем одновременной подачи на базы транзисторов ступенчатых напряжений порядка (0,2-0,4) В. Время разрушения фиксировалось по изменениям текущей формы сигналов, выводимых на каналы осциллографа. Данный эксперимент дает косвенную оценку влияния степени неустойчивости на динамику переключений колебательных режимов.

На рисунке 2 показана зависимость времени перехода колебаний из неустойчивого синфазного режима в один из устойчивых режимов противофазных колебаний. Для поддержания устойчивости последних сопротивления $R_э$ задавались в районе (2-3) Ом.

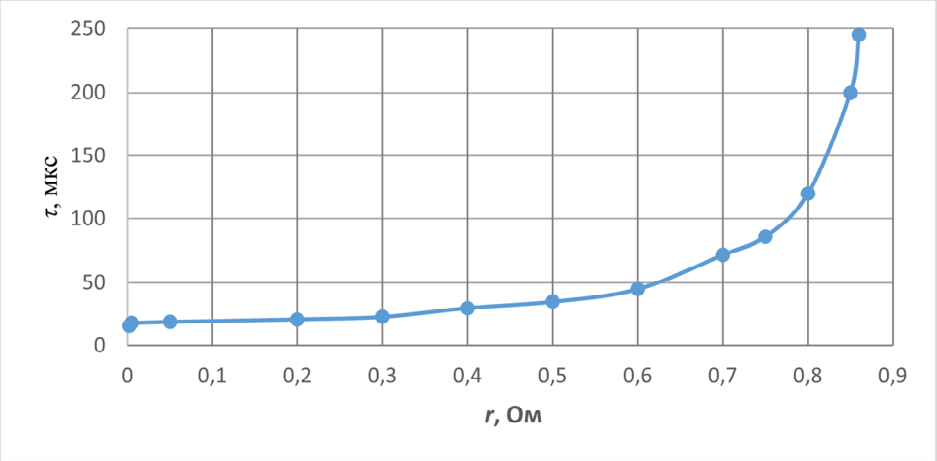
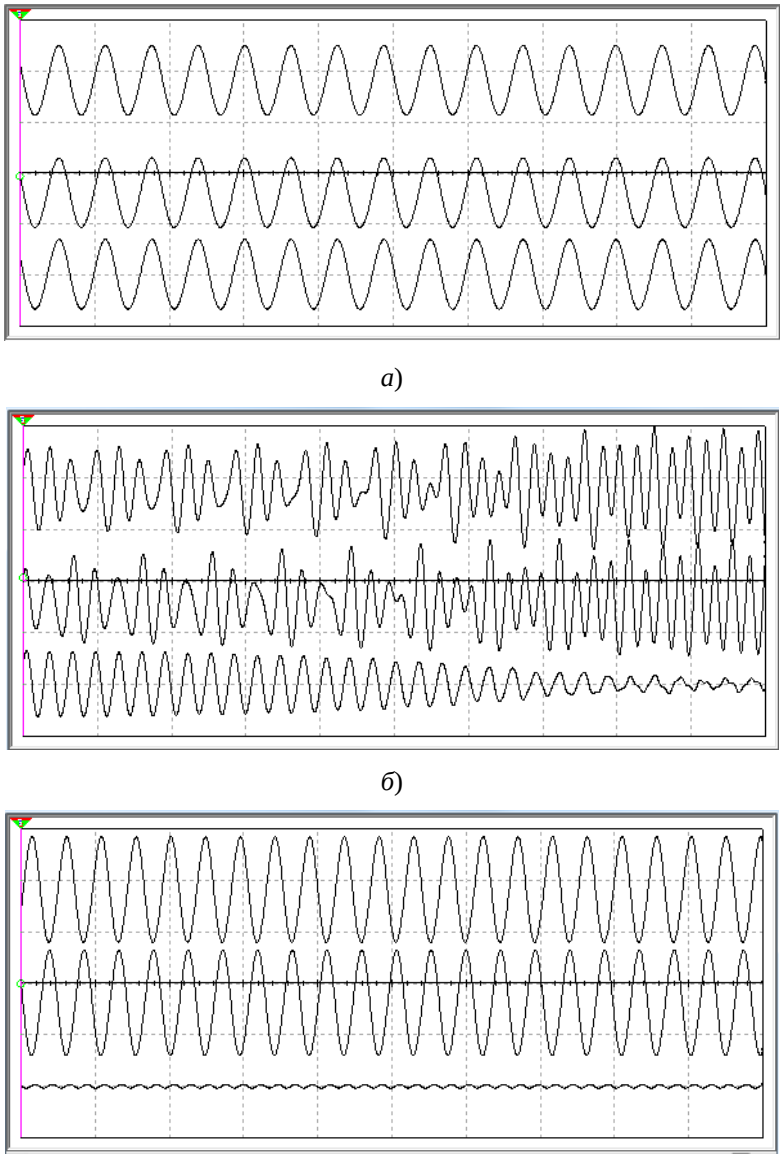


Рис. 2. График зависимости времени разрушения синфазного режима τ от сопротивления цепи связи r

Как следует из рисунка 2, при увеличении r время разрушения синфазной моды увеличивается и при приближении к порогу $r \approx 0{,}85$ Ом практически неограниченно возрастает. Данный опыт указывает на резонансный механизм подавления устойчивости базовой синфазной моды.

На рисунке 3 приведены примеры осциллограмм синфазного и противофазного режимов и фрагмент колебаний при переходе между ними. Здесь и далее на каждом из рисунков изображены колебания на контурах автогенераторов (две верхние осциллограммы) и на общей нагрузке (нижняя осциллограмма).



а)

б)

в)

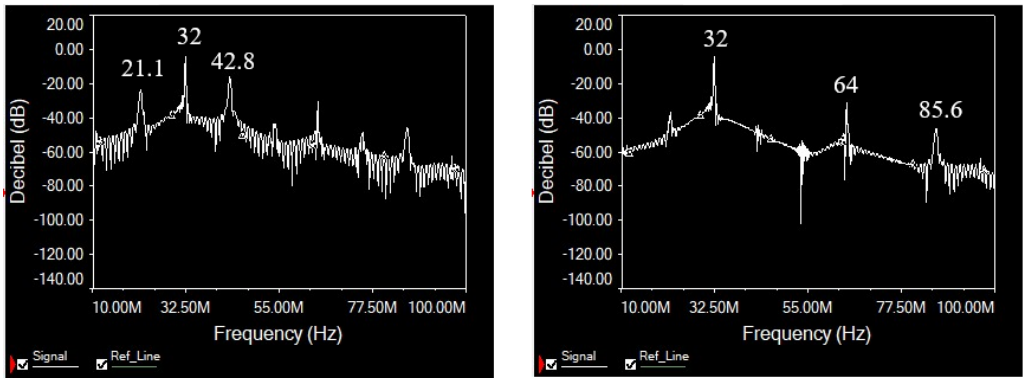
Рис. 3. Осциллограммы колебаний: синфазного режима (*а*), переходного процесса (*б*), противофазного режима (*в*); r = 0,2 Ом

При запуске программы с синфазными начальными условиями система начинает генерировать колебания в синфазном режиме (рисунок 3*а*). Спустя некоторое время синфазные колебания переходят в режим сложных колебаний (рисунок 3*б*); при этом перестройка фаз сопровождается характерной автомодуляцией. В итоге в системе устанавливается противофазный режим (рисунок 3*в*).

Необходимо отметить, что в противофазном режиме уровень сигнала на общей нагрузке на 5-6 порядков ниже уровня колебаний генераторов. Это свойство системы оказывается весьма полезным при анализе хаотических движений, поскольку позволяет определить роль порождающих когерентных мод в хаотической динамике системы в целом.

Программа анализа спектров в пакете NI Multisim позволяет наблюдать изменения текущих спектров сигналов. На рисунке 4 представлены спектры временных реализаций, включающих в себя фрагменты колебаний в процессе их конкурентного преобразования. Из структуры спектров следует, что в формировании переходного спектра «участвуют» все базовые типы колебаний: синфазная мода с частотой $f_{\text{с}}$=32 МГц, нижняя ($f_{\text{н}}$=21.1 МГц) и

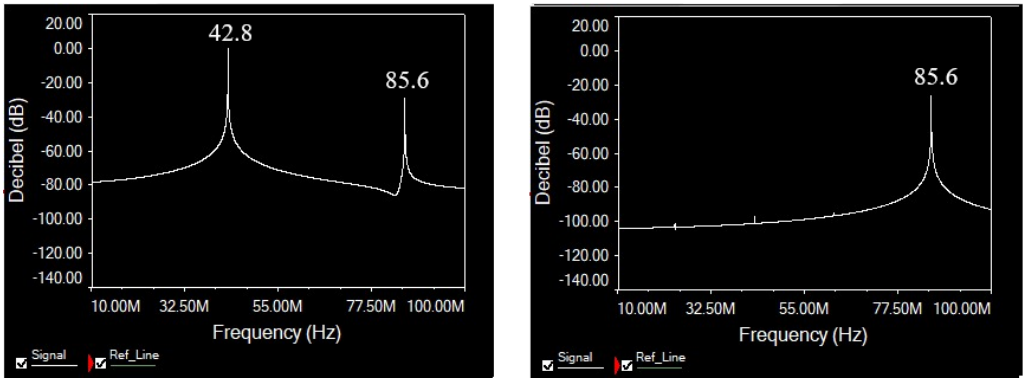
верхняя ($f_в$=42.8 МГц) противофазные моды. Указанные частоты с точностью до единиц мегагерц соответствуют резонансным частотам, полученным из расчета частотных характеристик.



а *б*

Рис. 4. Спектры колебаний на контуре автогенератора (*а*) и на общей нагрузке (*б*) в переходном режиме

На рисунке 5 приведены спектры в установившемся режиме. При данной настройке приоритет получила верхняя противофазная мода. Кроме этого, в спектре присутствуют компоненты гармоник перечисленных мод, в частности, вторая гармоника верхней противофазной моды с частотой 85,6 МГц. На общей нагрузке верхняя противофазная мода (42,8 МГц) полностью вычитается (рисунок 5*б*).



а *б*

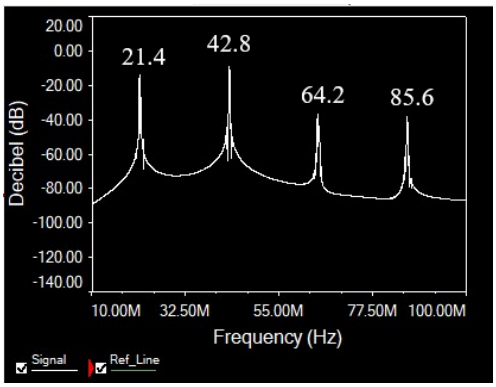
Рис. 5. Спектры установившихся колебаний
на контуре автогенератора (*а*) и на общей нагрузке (*б*)

Для перехода системы в режим динамического хаоса необходимо подавить устойчивость противофазных типов колебаний. Как указывалось в работах [1,2], это можно обеспечить в перенапряженном режиме работы активных элементов автогенераторов – транзисторов. Известно, что при работе транзисторов в сильном перенапряжённом режиме профиль их колебательной характеристики вблизи стационарного состояния имеет большой отрицательный наклон [5]. Подобная особенность может вызвать неустойчивость колебаний через преобразования, известные как бифуркации удвоения периода. Перенапряженный режим работы транзисторов исследуемой схемы реализуется либо при сильной положительной обратной связи, либо при слабой отрицательной обратной связи по току. Наиболее простым способом управления режимом транзисторов является регулировка токовой обратной связи путём введения в цепь эмиттера сопротивления $R_э$.

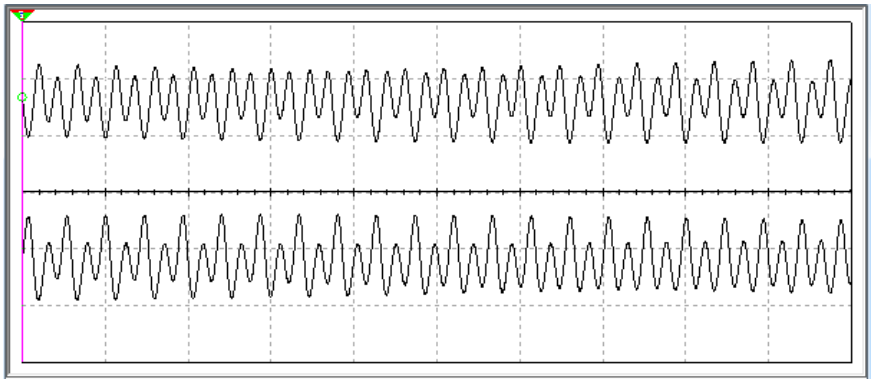
Разрушение когерентности –переход к динамическому хаосу

Система двух связанных автогенераторов была настроена таким образом, что условие (1) выполнено, т.е. синфазная мода неустойчива. Подавление противофазных мод осуществляется с помощью изменения управляющего параметра $R_э$ в пределах (1,6-0,02) Ом. При этом в системе происходит следующее.

Так при $R_э$ = 1,6 Ом система по-прежнему работает на частоте верхней противофазной моды 42,8 МГц, однако теперь в спектре появились составляющие 21,4 МГц и 64,2 МГц, указывающие на наличие первой бифуркации удвоения периода (рисунок 6*а*). Форма колебание после удвоения периода приведена на осциллограмме. (рисунок 6*б*).



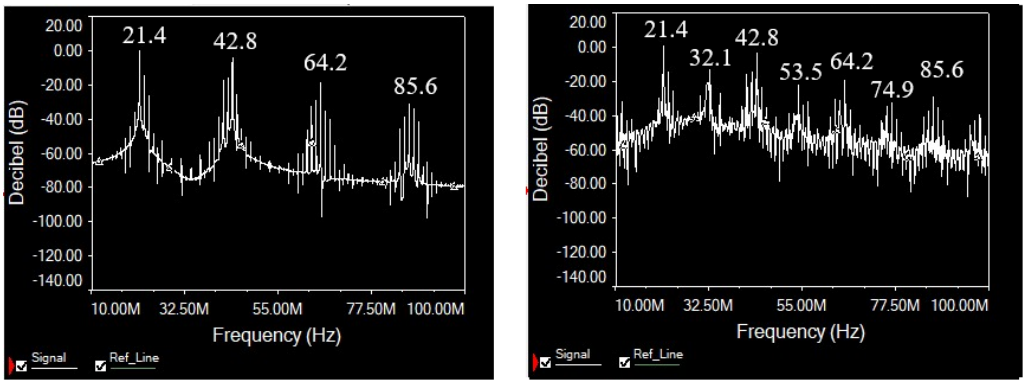
а



б

Рис. 6. Спектр (*а*) и осциллограмма (*б*) колебаний при $R_э$ = 1,6 Ом

Далее при изменении $R_э$ в пределах 0,8-0,6 Ом в спектре (рисунок 7*а*) появляется низкочастотная модуляция малой интенсивности. Затем (рисунок 7*б*) интенсивность модуляции возрастает, а появление составляющих 32,1 МГц, 53,5 МГц, 74,9 МГц указывает на вторую бифуркацию удвоения периода (рисунок 7*б*).



а *б*

Рис. 7. Спектры колебаний при Rэ =0,8 Ом (*а*), Rэ =0,6 Ом (*б*)

Перед самым переходом системы к режиму динамического хаоса ($R_э$ ≤0,3 Ом) колебания имеют широкополосный, дискретный спектр (рисунок 8*а*). Это указывает на то, что в системе существует сложный, но периодический процесс, возникающий после каскада бифуркаций.

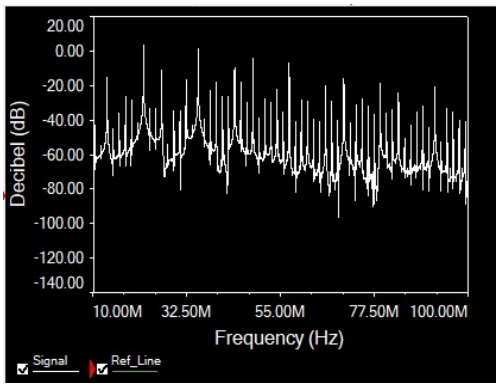
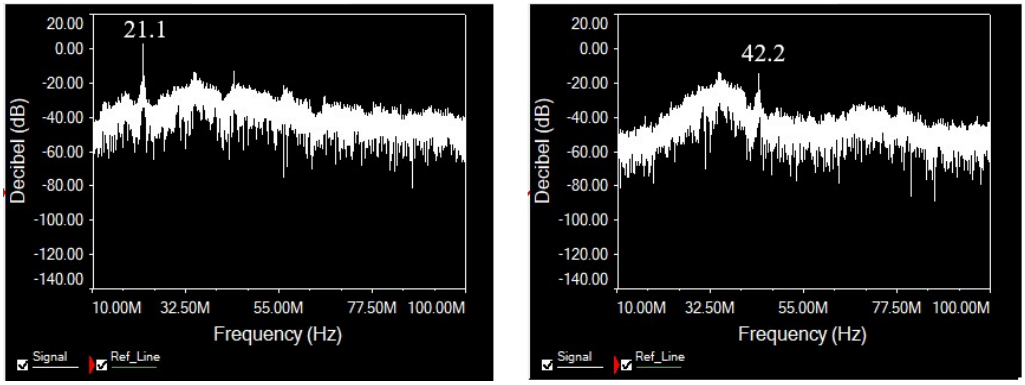


Рис. 8. Спектр колебаний при $R_э$ =0,2 Ом

В случае сильного перенапряженного режима ($R_э$ < 0,2 Ом) в системе устанавливается полноценная хаотическая динамика с непрерывным шумовым спектром (рисунок 9). Обращает на себя внимание, что в области низких частот имеется спектральный пик на частоте 21,1 МГц, указывающий на наличие в колебаниях периодичности. Данная частота с указанной точностью соответствует частоте нижней противофазной моды (рисунок 9*а*). Верхняя мода здесь полностью разрушена. Характерно, что в спектре сигнала, снимаемого с общей нагрузки (рисунок 9*б*), нижняя противофазная мода отсутствует, так как первые гармоники ее колебаний вычитаются. При этом вторые гармоники с частотой 42,2 МГц суммируются. На рисунке 10 приведены осциллограммы шумового сигнала. Можно видеть, что в сигнале присутствуют признаки периодичности, обусловленные наличием противофазных колебаний.



а *б*

Рис. 9. Спектры колебаний в режиме динамического хаоса при $R_э$ = 0,02 Ом: на контуре автогенератора (*а*); на общей нагрузке (*б*)

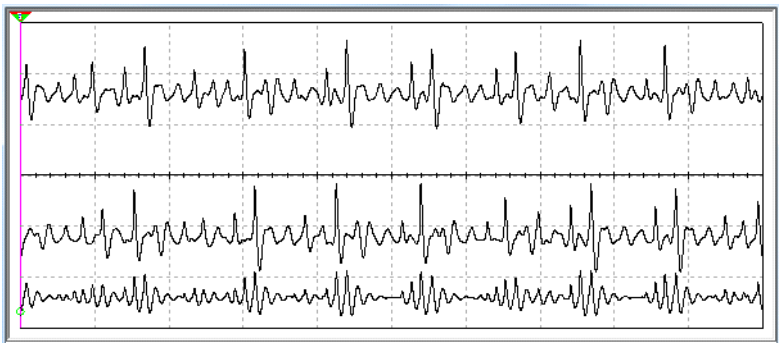


Рис. 10. Осциллограммы колебаний в режиме динамического хаоса при $R_э$ = 0,02 Ом

Таким образом, в работе рассмотрены условия подавления базовых мод системы двух резонансно связанных автогенераторов. Показана зависимость времени разрушения синфазных колебаний от сопротивления в цепи связи и проведена оценка условия устойчивости. Представлен численный эксперимент, демонстрирующий поведение системы в сильном перенапряженном режиме при переходе к хаосу.

Библиографический список

1. Костерова, В.С. Верификация условий перехода системы связанных автогенераторов в режим динамического хаоса / В.С. Костерова, С.С. Новиков // Техника радиосвязи. – 2022. – № 4(55). – С. 108-117.

2. Новиков, С.С. Устойчивые и неустойчивые динамические процессы в автоколебательной системе с тремя степенями свободы / С. С. Новиков, В. С. Костерова // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. – 2022. –Т. 5, № 2. –С. 218–235.

3. Владимиров С.Н. Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем / С.Н. Владимиров, А.С. Майдановский, С.С. Новиков // Томск: Изд. Том. Ун-та, 1993. – 203 с.

4. Новиков С.С. Неустойчивость синхронных режимов в системе двух связанных СВЧ –автогенераторов / С.С. Новиков, А.А. Усюкевич // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55. № 11. С. 51 – 56.

5. Антипов, О.И. Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах / О.И. Антипов, В.А Неганов., А.А. Потапов // М.: Радиотехника, 2009. – 235 с.

УДК 517.926; ГРНТИ 517.926

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Т.Л. Львова

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, lvovatl@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются вопросы устойчивости системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. С помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина для одной, практически важной системы, определены условия ограниченности решений. Исследование этого вопроса сводится к задаче терминального управления с фиксированным временем и подвижным правым концом траектории.

Ключевые слова: устойчивость линейных систем дифференциальных уравнений, матрица монодромии, принцип максимума Понтрягина, допустимые управления, оптимальные управления.

ON THE STABILITY OF A SYSTEM OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH PERIODIC COEFFICIENTS

T.L. Lvova

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, lvovatl@yandex.ru

The summary. The paper considers the issues of stability of a system of linear differential equations with periodic coefficients. Using the maximum principle L.S. Pontryagina defines the conditions of limited solutions for one practically important system. The study of this issue boils down to the problem of terminal control with a fixed time and a movable right end of the trajectory.

Keywords: stability of linear systems of differential equations, monodromy matrix, Pontryagin's maximum principle, admissible controls, optimal controls.

При анализе малоисследованных процессов, когда поведение процесса на больших интервалах времени плохо поддается описанию известными функциями, но на определенных малых интервалах времени хорошо описывается некоторым классом функций, возникает задача об исследовании устойчивости тривиального решения системы

$$\frac{dx}{dt} = \left(A + \mu(t)B \right) x, \tag{1}$$

где $x(t) = colon\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t) \right)$ − вектор-функция неизвестных, A, B − постоянные вещественные матрицы размера $n \times n$, произведение Ли этих матриц отлично от нуля, то есть $AB - BA \neq 0$, кроме того, $\int\limits_0^T Sp\left(A + \mu(t)B \right) dt < 0$.

Предполагаем, что $\mu(t)$ − вещественная, кусочно-непрерывная, T − периодическая скалярная функция вещественного аргумента t, о которой известно

$$\sup_{[0,T]} \mu(t) = M, \ \inf_{[0,T]} \mu(t) = -m, \ \int\limits_0^T \mu(t)dt = \theta_0. \tag{2}$$

Обозначим через $t_i, i = 0, 1, 2, \ldots, 2s$ точки разрыва функции $\mu(t)$, причем $t_0 = 0$, $t_{2s} = T$, $s \in \{1, 2, \ldots, N\}$, N − наперед заданное натуральное число.

Введем $\tau_i = t_{2i+1} - t_{2i}$, $\omega_i = t_{2i+2} - t_{2i+1}$, $i = 0, 1, 2, \ldots, s-1$ и будем считать, что

$$\tau_i = \tau, \ \omega_i = \omega, \ \tau + \omega = \frac{T}{s}. \tag{3}$$

Множество кусочно-непрерывных, T − периодических функций, удовлетворяющих условиям (2), (3), обозначим через Λ.

Кусочно-непрерывное представление вида (2), (3) возникают при изучении электрических цепей, содержащих элементы с разрывными характеристиками, при решении задачи об определении параметров динамической атмосферы и искуственных спутников Земли.

Введем в расмотрение следующую систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \left(A + u(t)B\right)x, \tag{4}$$

где $x(t) = colon\left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)\right)$ − вектор-функция n-мерного пространства, определенная при $0 \le t < \infty$, $u(t)$ − управляющая скалярная функция (управление), $u(t) \in \Lambda$.

Кроме того, для дальнейшего исследования потребуется решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \left(A_0 + u(t)B_0\right)x,\ x(0) = x_0, \tag{5}$$

где $x(t) = colon\left(x_1(t), \ldots, x_n(t), x_{n+1}(t), \ldots, x_{n^2}(t)\right)$ − вектор-функция n^2-мерного пространства, определенная при $0 \le t < \infty$, $u(t)$ − управление, $u(t) \in \Lambda$, $x(0)$ − заданный вектор, $A_0 + uB_0 = diag\left(A + uB, \ldots, A + uB\right)$ − матрица, содержащая квадратные клетки $A + uB$, расположенные по главной диагонали. Остальные элементы этой матрицы равны нулю. Решение системы (5) $x(t) = colon\left(x_1(t), \ldots, x_n(t), x_{n+1}(t), \ldots, x_{n^2}(t)\right)$ запишем для удобства в виде матрицы $X(t)$

$$X(t) = \begin{Vmatrix} x_1(t) & x_{n+1}(t) & \ldots & x_{n^2-n+1}(t) \\ x_2(t) & x_{n+2}(t) & \ldots & x_{n^2-n+2}(t) \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ x_{n-1}(t) & x_{2n-1}(t) & \ldots & x_{n^2-1}(t) \\ x_n(t) & x_{2n}(t) & \ldots & x_{n^2}(t) \end{Vmatrix}.$$

Определим для системы (5) следующие начальные условия $X(0) = E$. Тогда решения системы (5) $x(t) = colon\left(x_1(t), \ldots, x_n(t), x_{n+1}(t), \ldots, x_{n^2}(t)\right)$ будут элементами матрицанта системы (4).

Добавим к системе (5) уравнение с граничными условиями $\frac{dx_{n^2+1}}{dt} = u$, $x_{n^2+1}(0) = 0$, $x_{n^2+1}(T) = \theta_0$. Это обеспечит выбор управлений таких, что $\int_0^T u(t)dt = \theta_0$. Коэффициенты характеристического уравнения матрицы монодромии [1] будут

$$\sigma_1 = x_1(T) + x_{n+2}(T) + x_{2n+3}(T) + \ldots + x_{n^2}(T),$$
$$\sigma_2 = x_1(T)x_{n+2}(T) + \ldots + x_{n^2-n-1}(T)x_{n^2}(T) - \left(x_2(T)x_{n+1}(T) + \ldots + x_{n^2-n}(T)x_{n^2-1}(T)\right),$$
$$\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$
$$\sigma_n = \det X(T).$$

Решения системы (5) зависят от выбранного управления $u(t)$. Поэтому значения σ_i, $i = 1, 2, \ldots, n-1$ на каждом решении системы (5) будут функционалами от управляющей функции $u(t)$, определенными на множестве Λ.

Замети, что σ_r, $r=1,2,\ldots,n-1$ являются алгебраической суммой слагаемых вида $x_1^{\beta_1}(T)\cdot\ldots\cdot x_{n^2}^{\beta_{n^2}}(T)$, причем $\beta_i\in\{0,1,2,\ldots\}$ и $\sum_{i=1}^{n^2}\beta_i=r$. Выражение для Δ_r в критерии Гурвица [1], можно записать в виде алгебраической суммы слагаемых

$$C^r_{\gamma_1\ldots\gamma_{n^2}}x_1^{\gamma_1}(T)x_2^{\gamma_2}(T)\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}(T),$$

$C^r_{\gamma_1\ldots\gamma_{n^2}}$ − некоторые вещественные числа.

Преобразуем выражение $x_1^{\gamma_1}(T)x_2^{\gamma_2}(T)\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}(T)$ с учетом (5)

$$x_1^{\gamma_1}(T)x_2^{\gamma_2}(T)\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}(T)=x_1^{\gamma_1}(0)x_2^{\gamma_2}(0)\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}(0)+\int_0^T\frac{d}{dt}\left(x_1^{\gamma_1}\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}\right)dt=$$

$$=\tilde{\varepsilon}\left(x_1(0),x_2(0),\ldots x_{n^2}(0)\right)+\int_0^T\sum_{\ell=1}^{n^2}\left(x_1^{\gamma_1}\ldots x_{\ell-1}^{\gamma_{\ell-1}}\left[\tilde{F}_\ell\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)+u\tilde{G}_\ell\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)\right]x_{\ell+1}^{\gamma_{\ell+1}}\ldots x_{n^2}^{\gamma_{n^2}}\right)dt.$$

Неравенства $\Delta_1>0,\Delta_2>0,\ldots,\Delta_n>0$ примут вид

$$\int_0^T\left(F_r\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)+uG_r\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)\right)dt>E_r \tag{6}$$

где $E_r=E_r\left(x_1(0),x_2(0),\ldots,x_{n^2}(0),\sigma_n\right)$, $r=1,2,\ldots,n$ или, обозначив

$$\int_0^T\left(F_r\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)+uG_r\left(x_1,\ldots,x_{n^2}\right)\right)dt=J_r,$$

$$J_r-E_r>0. \tag{7}$$

Полученные системы неравенств (6), (7) позволяют представить задачу об устойчивости в форме, удобной для применения теории оптимального управления. В самом деле, если для всех функций $u(t)\in\Lambda$ справедливы условия (7), то тривиальное решение системы (1) устойчиво. Отсюда следует, что для решения вопроса об устойчивости достаточно найти функции $u_{r\min}(t)\in\Lambda$, доставляющие минимум функционалам J_r и установить условия выполнения неравенств

$$J_r\left(u_{r\min}(t)\right)>E_r. \tag{8}$$

В случае системы второго порядка на экстремум исследуется один функционал. При некоторых условиях задача об устойчивости системы третьего порядка приводит к отысканию экстремума также одного функционала.

Сформулируем задачу оптимального управления [2]. С помощью допустимых управлений требуется минимизировать функционал

$$J(u)=\varphi\left(x(T)\right), \tag{9}$$

определенный спомощью траекторий динамической системы

$$\frac{dx}{dt}=f(x)+ug(x),\ x(0)=x_0, \tag{10}$$

где $x(t)=colon\left(x_1,\ldots,x_{n^2},x_{n^2+1}\right)$ − (n^2+1)-мерный вектор, определенный в (n^2+1)-мерном евклидовом пространстве, $f(t)=colon\left(f_1(t),\ldots,f_{n^2+1}(t)\right)$, $g(t)=colon\left(g_1(t),\ldots,g_{n^2+1}(t)\right)$ − (n^2+1)-мерные вектор-функции, u − скалярное управление, определенное на $[0;T]$, T − фиксировано.

Относительно функций $\varphi(x)$, $f(x)$, $g(x)$ будем предполагать, что они дифференцируемы достаточное число раз.

Допустимыми управлениями считаем функции из множества Λ, принимающие значения из ограниченного замкнутого множества $[-m; M]$. Решение задачи, это управление $\tilde{u}(t)$, доставляющее минимум функционалу (9). Оно называется оптимальным, а соответствующая ему траектория $\tilde{x}(t)$ системы (10) – оптимальной траекторией.

Определим функцию $H = \Psi^* \left(f(x) + ug(x) \right)$, где $\Psi = colon\left(\Psi_1, \ldots, \Psi_{n^2}, \Psi_{n^2+1} \right)$ – (n^2+1)-мерный вектор, удовлетворяющий системе дифференциальных уравнений

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\left(\frac{\partial f(x)}{\partial x} + u \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right) \Psi , \tag{11}$$

$$\Psi(T) = -\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x}, \tag{12}$$

$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$, $\frac{\partial g(x)}{\partial x}$ – соответствующие матрицы Якоби, например

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \left\| \frac{\partial f_j(x)}{\partial x_k} \right\| = \begin{Vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{n^2+1}} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{n^2+1}}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_{n^2+1}}{\partial x_{n^2+1}} \end{Vmatrix}.$$

Согласно принципу максимума, оптимальное управление $\tilde{u}(t)$ задачи (9) − (10) находится среди управлений удовлетворяющих неравенству

$$H\left(x(t), \Psi(t), v \right) - H\left(\tilde{x}(t), \tilde{\Psi}(t), \tilde{u}(t) \right) \equiv \Delta_v H\left(\tilde{x}(t), \tilde{\Psi}(t), \tilde{u}(t) \right) \le 0 ,$$

выполняющемуся для всех $v \in \Lambda$ при $\forall\, t \in [0; T]$. При этом оптимальному управлению соответствует ненулевая вектор-функция $\Psi(t)$. В случае, когда выражение $\Delta_v H\left(\tilde{x}(t), \tilde{\Psi}(t), \tilde{u}(t) \right)$ не равно тождественно нулю на множестве ненулевой меры из $[0; T]$ для всех $v \in \Lambda$, имеем $u = sign\left(\Psi^* g(x) \right)$. Обозначим через M_r − множество функций из Λ, подозрительных на оптимальность функционала J_r, и пусть $M_0 = \bigcup_{r=1}^{n} M_r$.

Лемма. Предположим, что для $\forall\, u(t) \in M_0$ выполняются неравенства (7). Тогда неравенства (7) справедливы для любой управляющей функции из Λ.

Замечание. Обозначим выражение Δ_r через $\varphi_r\left(x(t) \right)$. В силу системы (5) $\Delta_r = \varphi_r\left(x(t) \right) = J_r - E_r$. Поэтому функции $u(t)$, доставляющие экстремум J_r, будут оптимальными для $\varphi_r\left(x(t) \right)$.

Поставим следующую задачу: среди множества функций $u(t) \in \Lambda$, найти функции $u_{r\min}(t)$, доставляющие минимальные значения каждому из функционалов J_r. Введем следующие обозначения $\operatorname{mod} P(t) = \left\| \left| P_{ij}(t) \right| \right\|$. Кроме того, если $C = \left\| c_{ij} \right\|$, $D = \left\| d_{ij} \right\|$ − две вещественные матрицы и $c_{ij} \le d_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, n$, то будем писать $C \le D$. Тогда для матрицанта $\Phi_0^t(P)$ линейной системы $\frac{dx}{dt} = P(t)x$ имеем [3]

$$\operatorname{mod} \Phi_0^t(P) \le e^{h(t)} I ,$$

где I − матрица, у которой все элементы равны 1,

$$h(t) = \int_0^t \max\left(\left|P(\tau\right|\right) d\tau \,.$$

Следовательно, элементы матрицы монодромии $X(T,u)$ − ограничены. Отсюда, $\{\sigma_1(u)\}$, $\{\sigma_2(u)\}$, …, $\{\sigma_{n-1}(u)\}$ также ограничены, а поэтому имеют свои верхние и нижние грани. Функции рассматриваемого множества Λ, обеспечивающие экстремум функционалу J_r, удовлетворяют принципу максимума в следующей формулировке. Найти $u(t) \in \Lambda$ такие, чтобы решение системы

$$\frac{dx}{dt} = \left(A_0 + uB_0\right)x\,,\ \frac{dx_{n^2+1}}{dt} = u\,, \tag{13}$$

начинающееся при $t = 0$ в точке $(1, 0, \ldots, 0, 1, 0)$, оканчивающееся в момент времени $t = T$ на гиперплоскости $x_{n^2+1} = \theta_0$, обеспечивало минимум функционала J_r.

Составляем функцию H

$$H = \Psi^*\left(A_0 + uB_0\right)x + \Psi_{n^2+1}u\,,$$

где $\Psi = colon\left(\Psi_1, \Psi_2, \ldots, \Psi_{n^2}\right)$, * − символ транспонирования.

Обозначим решение системы

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} \tag{14}$$

в виде матрицы

$$\Psi(t) = \begin{Vmatrix} \Psi_1(t) & \Psi_{n+1}(t) & \ldots & \Psi_{n^2-n+1}(t) \\ \Psi_2(t) & \Psi_{n+2}(t) & \ldots & \Psi_{n^2-n+2}(t) \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ \Psi_{n-1}(t) & \Psi_{2n-1}(t) & \ldots & \Psi_{n^2-1}(t) \\ \Psi_n(t) & {}_{2n}(t) & \ldots & \Psi_{n^2}(t) \end{Vmatrix},$$

$$H_1(x,\Psi) \equiv \Psi^* B_0 x + \Psi_{n^2+1}\,,\ H_0(x,\Psi) \equiv \Psi^* A_0 x\,,$$

и определим матрицу $S(t) = X(t)\Psi^*(t)$:

$$S_{ij} = \sum_{\lambda=0}^{n-1} x_{n_\lambda + i}\Psi_{n_\lambda + j}\,.$$

Тогда выражение для H перепишем виде

$$H = H_0 + uH_1 \equiv \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}S_{ij} + u\left(\sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}S_{ij} + \Psi^*_{n^2+1}\right).$$

Матрица $S(t)$ удовлетворяет матричному дифференциальному уравнению

$$\frac{dS}{dt} = (A + uB)S - S(A + uB)\,.$$

Предположим, что $H_1 \equiv 0$ на множестве меры нуль. В силу линейности функции H относительно u минимум функционалу J_r могут доставлять лишь кусочно-постоянные функции $u(t) = sign\, H_1(t)$. Учитывая что $u(t) \in \Lambda$, получаем

$$u(t) = \begin{cases} M,\ 0 \le t < \tau, \\ -m,\ \tau \le t < \tau + \omega, \end{cases} \tag{15}$$

или

$$u(t)=\begin{cases}-m, & 0\le t<\tau,\\ M, & \tau\le t<\tau+\omega,\end{cases} \tag{16}$$

где $\tau+\omega=T_1$, $M\tau-m\omega=\theta_0$, $T_1=\dfrac{T}{k}$, $k=1,2,\ldots,N$.

Обозначим через Φ_0^{τ} − фундаментальную матрицу решений системы (4) в момент $t=\tau$ при $u(t)=M$, через Φ_0^{ω} − фундаментальную матрицу решений системы (4) в момент $t=\omega$ при $u(t)=-m$. Тогда $X(T,u)=\left[\Phi_0^{\omega}\cdot\Phi_0^{\tau}\right]^k\equiv\left[X(T_1)\right]^k$, если $u(t)$ определяется согласно (15). Для матрицы монодромии $\tilde{X}(T,u)$, соответствующей управлению (16), имеем $\tilde{X}(T,u)=\left[\Phi_0^{\tau}\cdot\Phi_0^{\omega}\right]^k$. Так как $\tilde{X}(T_1)=\left[\Phi_0^{\omega}\right]^{-1}X(T_1)\Phi_0^{\omega}$, то матрицы $X(T_1)$, $\tilde{X}(T_1)$ подобны. Следовательно, матрицы $X(T)$, $\tilde{X}(T)$ также подобны и поэтому их характеристические уравнения совпадают.

Таким образом, при получении условий устойчивости достаточно потребовать справедливости неравенства (7) только для управления (15).

Итак, рассмотрен случай, когда $H_1(t)\equiv 0$ на множестве нулевой меры. Однако возможно, что $H_1(t)\equiv 0$ на некотором интервале времени, мера которого отлична от нуля. Наличие такой ситуации нельзя исключить заранее, а поэтому во множество управлений, подозрительных на оптимальность, необходимо включить управления, которые вместе с соответствующими им решениями систем (13), (14) обращают выражение $\Delta_v H\left(x(t),\Psi(t),u\right)$ в тождественный нуль на всем отрезке $\left[0;T\right]$, или его подмножестве для всех $v\in\Lambda$. Этот случай будет рассмотрен в дальнейшем.

Библиографический список

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. – Москва: Издательство «Наука», 1967.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. – Москва: Издательство «Либроком», 2018.
3. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – Москва: Издательство «Наука», 1967.

УДК 51-74; ГРНТИ 27.17.29

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ В ОПТИКЕ

А.Н. Конюхов, С.С. Семина

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, mimtekang@mail.ru

Аннотация. Актуальность работы обусловлена необходимостью обеспечения прикладной направленности университетского курса математики. Один из эффективных способов «опредмечивания» теоретических положений – метод проектов. В нашей трактовке это выполнение студентами небольших заданий, включающих стандартную и исследовательскую компоненту, по отдельным темам курса. В данной статье разобран один из вариантов проекта, реализуемого в рамках модуля «Матричная алгебра», связанный с расчетом и анализом оптических систем. Произведен матричный анализ стабильности оптического резонатора со сферическими зеркалами (стандартная компонента проекта). Исследовательская компонента проекта может включать имитационное моделирование влияния неидеального состояния отражающей поверхности на стабильность резонатора.

Ключевые слова: метод проектов, матричная алгебра, геометрическая оптика, ABCD-матричный анализ, параксиальное приближение, оптический резонатор, имитационное моделирование.

APPLIED PROBLEMS OF MATRIX ALGEBRA IN OPTICS

A.N. Konyukhov, S.S. Semina
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, mimtekang@mail.ru

The summary. The relevance of the work is due to the need to ensure the applied orientation of the university mathematics course. One of the most effective ways to "objectify" theoretical positions is the project method. In our interpretation, students perform small tasks, including a standard and research component, on individual course topics. This article discusses one of the project options implemented within the framework of the «Matrix Algebra» module related to the calculation and analysis of optical systems. A matrix analysis of the stability of an optical resonator with spherical mirrors (a standard component of the project) has been performed. The research component of the project may include simulation modeling of the influence of non-ideal reflective surface conditions on resonator stability.
Keywords: project method, matrix algebra, geometric optics, ABCD-matrix analysis, paraxial approximation, optical resonator, simulation modeling.

В модуле «Матричная алгебра» университетского курса математики рассматриваются стандартные приложения, такие как решение систем линейных алгебраических уравнений и преобразование координат, [1]. Однако особый интерес может вызвать применение матричного исчисления для анализа оптических систем (ОС), известное как ABCD-матричный анализ. Ниже представлены фрагменты проектного задания по этой теме и зафиксированы некоторые методические особенности.

1. Стандартная часть проектного задания. Разобрать основы матричного анализа ОС (ray transfer matrix analysis – дословно «матричный анализ прохождения луча»). Эта часть задания выполняется студентами при использовании доступных источников информации, например [2,3].

Ход луча в ОС описывается при помощи лучевого вектора-столбца (ЛВ) $\mathbf{B} = (x, \theta)^T$, где x – расстояние точки луча от главной оптической оси, θ – угол наклона луча к положительному направлению оси, рис. 1. Если угол θ мал (не более 0,3-0,4 рад.), то в таком случае удается линеаризовать оптические законы, заменяя синусы (тангенсы) углов на их аргументы (рад); при этом относительная погрешность приближения не превысит 3%. Такое приближение называется параксиальным, то есть дословно «околоосевым» приближением.

ABCD – это аббревиатура матриц размерности 2, описывающих закон преобразования ЛВ при прохождении лучом ОС, рис. 2.

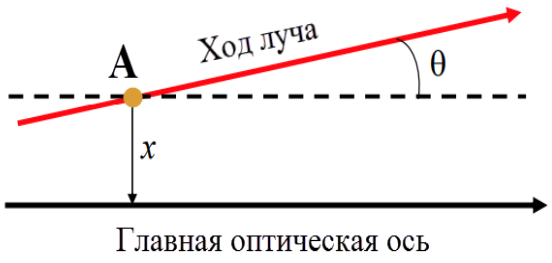


Рис. 1. Представление луча в точке A лучевым вектором $\mathbf{B} = (x, \theta)^T$.

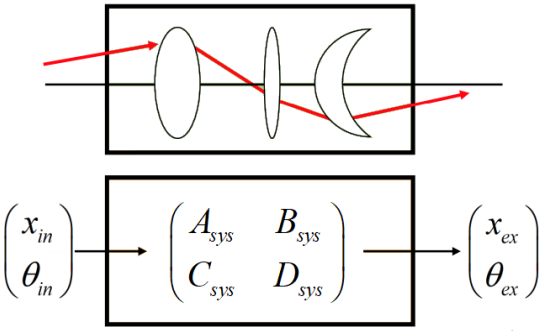


Рис. 2. Описание ОС матрицей ABCD, преобразующей входящий ЛВ в исходящий ЛВ.

Если ОС состоит из более простых подсистем, например, оптических примитивов (слой оптически однородной среды, граница раздела сред с различными показателями преломления, линз, зеркал и пр.), то матрица результирующего преобразования ЛВ получается путем перемножения ABCD-матриц составляющих подсистем.

Далее студенты выводят ABCD-матрицы, описывающие наиболее распространенные оптические примитивы. Продемонстрируем методику на следующем примере. Так, ABCD-матрица $FP(z)$ свободного распространения луча в слое протяженности *z* оптически однородной среды (здесь и далее индексы «*ex*» – выходящий; «*in*» – входящий) получается в ходе следующих тривиальных рассуждений, рис. 1:

$$\mathbf{B}' = (x_{ex}, \theta_{ex})^T = (x_{in} + z tg\theta_{in}, \theta_{in})^T \approx (x_{in} + z\theta_{in}, \theta_{in})^T; \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x_{ex} \\ \theta_{ex} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}' = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{B}; \quad FP(z) = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Аналогично, применяя соответствующие оптические законы, придерживаясь параксиального приближения, студенты могут получить ABCD-матрицы тонкой линзы $L(f)$ и сферического зеркала $M(R)$:

$$L(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}; \quad M(R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где f – фокусное расстояние тонкой линзы, м; R – радиус кривизны зеркала, м.

2. Исследовательская часть проектного задания. Здесь возможны варианты. Мы рассмотрим один из них: ABCD-матричный анализ оптического резонатора (ОР), являющегося неотъемлемой частью оптических квантовых генераторов (ОКГ) и других ОС, в которых необходимо обеспечить многократное прохождение луча света между двумя отражающими поверхностями в малой окрестности оптической оси. На рис. 3 изображен пример такого резонатора длины *L* с рефлекторами радиусов кривизны R_1, R_2 и апертурой *H*.

Процесс формирования результирующей преобразующей матрицы $T(R_1, R_2, L)$ полного однократного цикла обхода резонатора: луч проходит слева направо, затем отражается от правого зеркала, проходит справа налево, отражается от левого зеркала.

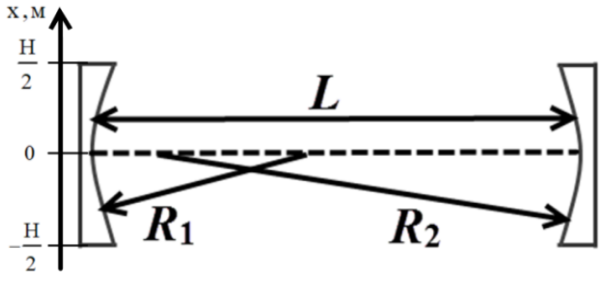


Рис. 3. Схема оптического резонатора с двумя сферическими зеркалами

Цикл описывается произведением четырёх матриц в указанном порядке справа налево:

$$T\left(R_1,R_2,L\right)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \dfrac{-2}{R_1} & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ \dfrac{-2}{R_2} & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix} \tag{4}$$

Если $\mathbf{B}_0=\left(x_0,\theta_0\right)^T$ – входящий ЛВ, то в результате *N* циклов прохождения исходящий ЛВ $\mathbf{B}_N$ будет

$$\mathbf{B}_N=\left(x_N,\theta_N\right)^T;\ \mathbf{B}_N=T^N\boldsymbol{B}_0. \tag{5}$$

Диагонализируя матрицу *T*

$$T=P\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{pmatrix}P^{-1}, \tag{6}$$

можно представить результат в виде

$$\mathbf{B}_N=P\begin{pmatrix}\lambda_1^N & 0\\ 0 & \lambda_2^N\end{pmatrix}P^{-1}\mathbf{B}_0 \tag{7}$$

где P – матрица, составленная из собственных векторов матрицы T; λ_1, λ_2 – собственные числа матрицы T.

Составляется характеристическое уравнение для отыскания собственных чисел, которое ввиду особенностей класса ABCD-матриц, существенно упрощается:

$$\begin{cases}\left|\lambda_1\right|\le 1;\\ \left|\lambda_2\right|\le 1\\ \lambda_1\lambda_2=\det\left(T\right)=1;\\ \lambda_1=\left|\lambda_1\right|e^{i\varphi};\\ \lambda_2=\left|\lambda_1\right|^{-1}e^{-i\varphi}.\end{cases} \tag{8}$$

Пояснения к соотношениям (8). Так, детерминант ABCD-матрицы равен единице, следовательно, произведение собственных чисел равно единице. Сумма же собственных чисел равна следу матрицы. Из этих соотношений легко найти собственные значения. Стабильность ОР означает, что при $N>>1$ луч будет оставаться в небольшой окрестности оптической оси. Достаточное условие стабильности ОР: характеристическое уравнение имеет только комплексные корни (а так как их два, то они комплексно-сопряженные). В противном случае одно из собственных чисел в (7) будет по абсолютной величине превосходить 1, что приведёт к выходу луча за пределы апертуры.

Достаточные условия стабильности ОР следуют из (8) при $\left|\lambda_1\right|=\left|\lambda_2\right|=1$. Тогда

$$\lambda_1+\lambda_2=e^{i\varphi}+e^{-i\varphi}=2\cos\varphi=tr\left(T\right)=A+D. \tag{9}$$

Получены два эквивалентных условия стабильности ОР через компоненты ABCD-матрицы:

$$-1 \le \frac{A+D}{2} \le 1 \Leftrightarrow 0 \le \frac{A+D+2}{4} \le 1. \qquad (10)$$

Перемножая матрицы (4)

$$T\left(R_1, R_2, L\right) = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{2L}{R_2} & 2L\left(1-\dfrac{L}{R_2}\right) \\ -\dfrac{2}{R_1}-\dfrac{2}{R_2}+\dfrac{4L}{R_1R_2} & \left(1-\dfrac{2L}{R_1}\right)\left(1-\dfrac{2L}{R_2}\right)-\dfrac{2L}{R_1} \end{pmatrix}, \qquad (11)$$

выводим из (10) частное условие стабильности рассматриваемого резонатора со сферическими рефлекторами:

$$0 \le \left(1-\frac{L}{R_1}\right)\left(1-\frac{L}{R_2}\right) \le 1 \qquad (12)$$

В условиях стабильности компонента x ЛВ будет испытывать периодические колебания с постоянной амплитудой, не превышающей $H/2$.

Теоретические выводы целесообразно проверить в доступной системе компьютерной алгебры (например, MathCAD). Задав соответствующие значения параметров $R = R_1 = R_2 = 0.554$ м; $H = 0.3$ м; $L = 1{,}1$ м, получаем $\left(1 - L/R\right)^2 = 0.971$, т.е. ОР функционирует в зоне стабильности (рис. 4). Изменив параметры так, что $\left(1 - L/R\right)^2 = 1{,}075$ мы дестабилизируем ОР (рис. 5).

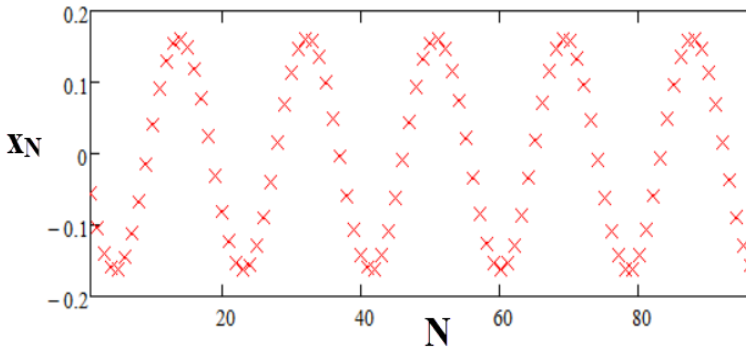


Рис. 4. Отклонение луча от оптической оси ОР, x_N, м., в зависимости от N в условиях стабильности: $\left(1 - L/R\right)^2 = 0.971$; $\lambda_{1,2} = 0.943 \pm 0.334i$.

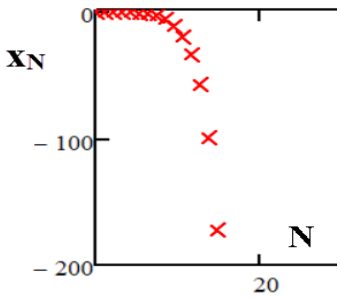


Рис. 5. Дестабилизация ОР: $\left(1 - L/R\right)^2 = 1{,}075$; $\lambda_1 = 0.581$; $\lambda_2 = 1.721$.

Зеркало никогда не бывает идеальным. Более того, описанные выше преобразования возможны лишь в случае ABCD-матриц с постоянными коэффициентами, то есть в случае рефлекторов с постоянной кривизной. В качестве исследовательской части проекта более высокого уровня можно поставить перед студентами задачу исследовать влияние симметричного периодического (косинусного) изменения кривизны зеркал на стабильность резонатора. В таком случае уже нельзя пользоваться условиями (10), так как ABCD-матрицы становятся динамическими. Задача может быть решена методами имитационного моделирования. Как вариант можно конкретизировать проблему исследования условий так называемого

«псевдостабильного» режима ОР: например, на протяжении 500 циклов луч не должен выходить за пределы апертуры рефлекторов.

В идеальном случае студенты самостоятельно вырабатывают свой собственный вариант углубленного исследования с последующим представлением полученных результатов на научно-практических конференциях.

Библиографический список

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – 19-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. 448 с.
2. Математика в прикладных задачах. Часть 1. Числа, матрицы, векторы, метод координат: учеб. пособие / К.В. Бухенский, А.Б. Дюбуа, А.Н. Конюхов, Н.Н. Маслова; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. – Рязань, 2024. 132 с.
3. Салех Б., Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения: учеб-ное пособие: пер. с англ. В 2 Т. 1 / Б. Салех, М. Тейх – Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2012. 760 с.

УДК 511 УДК 512 УДК 003.326

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СРАВНЕНИЙ

[*]Ю.Ф.Пастухов, [*]Д.Ф.Пастухов, [**]А.Ю. Пастухов, И.Ю,[***]Косарев, [****]С.В.Чернов

[*]Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой, Полоцк, Беларусь, connect1900@mail.ru

[**]Витебский государственный университет имени П.М. Машерова, connect1900@mail.ru

[***]ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ) » , conference1900@mail.ru

[****] «Конструкторское бюро «Дисплей», Витебск, chernow@bk.ru

Аннотация. В работе сформулирован и проведен анализ применения арифметического критерия вычетов одиннадцатого порядка в поле вычетов по простому модулю p Zp. Рассмотрены примеры применения результата.

Ключевые слова: уравнение, алгебра, информационная безопасность, теория чисел, алгебраические структуры, теория групп.

SOME QUESTIONS OF ALGEBRAIC COMPARISONS

Yu.F.Pastukhov, *D.F.Pastukhov, **A.Yu. Pastukhov, I.Yu,*Kosarev, ****S.V. Chernov*

**Euphrosyne of Polotsk State University, Polotsk, Belarus, connect1900@mail.ru **Vitebsk State University named after P.M. Masherov, connect1900@mail.ru*

**** Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), conference1900@mail.ru*

***** Display Design Bureau, Vitebsk, chernow@bk.ru*

Abstract. The paper formulates and analyzes the application of the arithmetic criterion of the eleventh-order residues in the field of residues modulo p Zp. Examples of applying the result are considered.

Keywords: equation, algebra, information security, number theory, algebraic structures, group theory.

В работе сформулирован и проведен анализ применения арифметического критерия вычетов одиннадцатой степени в поле вычетов по простому модулю *p Zp*. Рассмотрены примеры применения полученного результата.

Введение

Интерес к алгебраическим уравнениям, то есть уравнениям, в которых в левой части стоит многочлен конечной степени с заданными коэффициентами, возник в древние времена. Решением алгебраических уравнений первой и второй степени на множестве действительных чисел занимались в древнем Вавилоне, Египте и на Ближнем Востоке еще во времена задол-

го до Аль-Хорезми. Следующим этапом в развитии методов решения алгебраических уравнений было получение метода и формулы решения кубического уравнения итальянскими математиками 16-ого века Кардано и Тарталья (Николо Фонтана). Решение уравнение 4–й степени или биквадратное уравнение простой заменой – введением новой переменной, равной квадрату исходной переменной в уравнении четвертой степени легко сводится к решению уравнения второй степени. На получении формулы уравнениях пятой степени, более точно, на получении формулы решения уравнений пятой степени, в которую бы входили арифметические операции и алгебраические корни над выражениями из коэффициентов уравнения, или ,более точно, многочленами из коэффициентов исходного уравнения пятой степени, процесс с точки зрения положительных результатов надолго затормозился. Далее следует упомянуть Карла Гаусса, который в 1799 году доказал, что любой многочлен в поле комплексных чисел степени n имеет ровно n комплексных корней.

Следующим человеком, существенно продвинувшим теорию решения алгебраических уравнений с действительными коэффициентами, был французский математик начала 19-го века Эварист Галуа. Галуа доказал, корни алгебраического уравнения с действительными коэффициентами, начиная со степени 5, не могут быть выражены в виде формулы, в которую входят алгебраические операции и выражения с алгебраическими корнями из выражений, являющихся полиномами конечной степени от коэффициентов исходного рассматриваемого алгебраического уравнения степени не ниже 5. В своих исследованиях Галуа заложил алгебраические понятия группы и кольца. Мы рассматриваем решение канонических алгебраических уравнений в поле вычетов, более точно нас интересуют условия существования решений таких уравнений, или, еще более, точно критерий существования решений этих уравнений.

В работе получен критерий (арифметический) существования решений канонического уравнения 11-степени в поле Z_p .Под элементарным алгебраическим уравнением подразумеваем уравнение вида $x^{11} \equiv a(\mathrm{mod}\, p)$.

Далее сформулируем арифметический математический эквивалент существования корней примитивного алгебраического уравнения 11-ого порядка, хорошо известного, например, в криптологии, критерия Эйлера

$$Решение\ x^2 \equiv a(\mathrm{mod}\, p) - существует\ в\ поле\ Z_p \Leftrightarrow a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\mathrm{mod}\, p)\ .$$

В данном исследовании приведено обобщение на случай алгебраических уравнений пятнадцатого порядка полученного ранее Эйлером критерия для алгебраических уравнений второго порядка в поле вычетов Z_p

Теперь сформулируем арифметический критерий вычетов одиннадцатой степени.

Критерий второй степени для вычетов второго порядка: $a - квадаратичный\ вычет\ в\ поле\ Z_p \Leftrightarrow a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(\mathrm{mod}\, p)$.

Теорема1 (Арифметический критерий вычетов одиннадцатой степени в поле Z_p)

Пусть Z_p – поле вычетов по простому нечетному модулю p и $a \in Z_p$, $a - вычет\ одиннадцатой\ степени\ \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} 1.\ \textit{или}\ a=0\ (\textit{очевидный вычет так как}\ 0^{11}\equiv 0(\bmod p) \\ 2.\ \textit{или}\ a\neq 0\ \textit{и пусть} \left[\begin{array}{l} 1.\quad p=11k+1, k\in Z\ \ \textit{тогда}\ a-\textit{вычет}\Leftrightarrow a^{\frac{p-1}{11}}\equiv 1(\bmod\ p) \\ 2.\quad p\neq 11k+1, k\in Z\Leftrightarrow p=11k\Leftrightarrow p=11, \\ \textit{или}\ p=11k+2, \textit{или}\ p=11k+3, \textit{или}\ p=11k+4, \\ \textit{или}\ p=11k+5, \textit{или}\ p=11k+6, \\ \textit{или}\ p=11k+7, \textit{или}\ p=11k+8, \\ \textit{или}\ p=11k+9, \textit{или}\ p=11k+10, k\in Z, \\ \textit{тогда}\ a-\textit{вычет}\ \forall a\neq 0,\ a\in Z_p\ . \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Доказательство. $x^{11}\equiv a(\bmod p)$ Так как поле – это всегда кольцо с генераторами и пусть $g-$ из них $\Rightarrow \exists t\in Z: a=g^t\Rightarrow t=\log_g a$. Пусть x - решение $x^{11}\equiv a(\bmod p)$ Без ограничения общности можно считать что $a\neq 0$ так как в случае $a=0$ а - очевидно, вычет, что описано в первом пункте формулировки теоремы.- Так как $a\neq 0\Rightarrow x\neq 0\Rightarrow \exists l\in Z: x=g^l$ Подставляем $x=g^l$ и $a=g^t$ в уравнение $x^{11}\equiv a(\bmod p)$ Получаем $x^{11}=(g^l)^{11}=g^{11l}\equiv a=g^t=g^{\log_g a}(\bmod p)$ Порядок мультипликативной группы поля Z_p, (элементы которой- все ненулевые элементы поля) $\left|Z_p^*\right|=\varphi(p)=p-1$

$g^{11l}\equiv a=g^t=g^{\log_g a}(\bmod p)\Leftrightarrow 11l\equiv t=\log_g a(\bmod \varphi(p)=p-1)\quad 11l\equiv t(\bmod p-1)$

Очевидно, что $1\le t=\log_g a\le p-1$.

Из теории линейных уравнений в кольцах вычетах – критерий существования решений- $\exists$ *решение* $ax\equiv b(\bmod m)\Leftrightarrow b$ *делится нацело*(*без остатка*) *на НОД*(a,m)

В нашем случае есть линейное сравнение $11l\equiv t(\bmod p-1)$. Решения существуют $\Leftrightarrow$ t *делится без остатка на* $НОД(11, p-1)$.

Пусть

$$p=\left[\begin{array}{l} 1.\quad p=11k+1, k\in Z \\ 2.\quad p\neq 11k+1, k\in Z \end{array}\right.\Rightarrow p-1=\left[\begin{array}{l} 1.\quad p=11k, k\in Z \\ 2.\quad p\neq 11k, k\in Z \end{array}\right.\Rightarrow НОД(11,p-1)=\left[\begin{array}{l} 1.\ 11\ \textit{при}\ p=11k+1, k\in Z \\ 2.\ 1\ \textit{при}\ p\neq 11k+1, k\in Z \end{array}\right.$$

Итак в случае 1

$$\textit{существуют решения}\ \ 11l\equiv t(\bmod p-1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 1.\quad t\ \textit{делится нацело на}\ 11\quad \textit{при}\quad p=11k+1, k\in Z \\ 2.\quad t\ \textit{делится нацело на}\ 1\quad \textit{при}\quad p\neq 11k+1, k\in Z \end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 1.\quad 1\le t=\log_g a=11s\le p-1=11k+1-1=11k\Leftrightarrow a=g^{11s}\ ,1\le s\le k, s\in Z\quad \textit{при}\quad p=11k+1, k\in Z \\ 2.\quad 1\le t\le p-1\Leftrightarrow a=g^t-\textit{любое целое}, a\neq 0\quad \textit{при}\quad p\neq 11k+1, k\in Z\Leftrightarrow \textit{пункт}\,2\,\textit{доказан.} \end{array}\right.$$

Рассмотрим детально пункт 1 теоремы : p=11k+1 $\Rightarrow$p-1=11k .

Пусть $a=g^{11s+r}$, $0\le r<11$.

Рассмотрим уравнение $a^{\frac{p-1}{11}}(\bmod\ p)$, учитывая теорему Ферма в поле вычетов по модулю $a^{p-1}\equiv 1(\bmod p)$:

$$a^{\frac{p-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{p-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{11k+1-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{11k}{11}}=g^{11sk+rk}=g^{11sk}g^{rk}(\mathrm{mod}\,p)$$, так как

$$g^{11sk}=(g^{11k})^{s}=(g^{p-1})^{s}\equiv 1^{s}=1(\mathrm{mod}\,p)$$, то

$$a^{\frac{p-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{p-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{11k+1-1}{11}}=(g^{11s+r})^{\frac{11k}{11}}=g^{11sk+rk}\equiv 1*g^{rk}=g^{rk}\ (\mathrm{mod}\ p);$$

$a^{\frac{p-1}{11}}\equiv g^{rk}\ (\mathrm{mod}\ p)$, так как g-генератор и $g^{p-1}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p)$, то $g^{p-1}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p)$ только для степеней, кратных p-1. Следовательно, $rk=r\dfrac{p-1}{11}$ делится на p-1 при $0\le r<11$, что возможно только при $r=0$. Теорема доказана.

Следовательно арифметический критерий вычетов одиннадцатой степени заметно отличается от вычетов второй степени в поле вычетов Z_P –, что и показывает аналитическая формулировка пункта 2 **теоремы1**. Если остаток от деления p на 7 равен 1, то вычетами являются только часть элементов Z_P , если же остаток от деления p на семь не равен единице, то вычетами являются все элементы поля Z_P.

Пример1. Рассмотрим более содержательный пример. В поле порядка p=23 Z_{23} 23=11*2+1 – имеем первый пункт 2.1 **теоремы1**.

Несложно проверить – вычетами 11-ой степени там являются только элементы 0,1,22:

$$\left\{0^{11}\equiv 0(\mathrm{mod}\,23),1^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23),2^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23),3^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23),4^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23)\right\}\ ;$$

$$\left\{5^{11}\equiv 22(\mathrm{mod}\,23),6^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23)\right\}.$$

По пункту 2.1 теоремы1 $a-вычет\Leftrightarrow a^{\frac{p-1}{11}}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p=23)$, то есть вычеты – те и только те элементы, для которых $a^{\frac{p-1}{11}}=a^{\frac{23-1}{11}}=a^{2}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p=23)$ Нетрудно убедиться, что только 1; 22 удовлетворяют этому условию, так как

$$\left\{1^{2}\equiv 1(\mathrm{mod}\,23),22^{2}=484\equiv 1(\mathrm{mod}\,23)\right\}$$

и вычет $a=0$ по первому пункту **теоермы 1 –** получили те же самые результаты, что и в результате проведенных выше прямых вычислений вычетов, использующих.

Таким образом, результаты прямых вычислений и применения **теоремы1** совпадают.

Пример 2. Рассмотрим более содержательный пример. В поле порядка p=5 Z_5 5=11*0+5 – имеем первый пункт 2.2 **теоремы 1**.

Несложно проверить – вычетами 11-ой степени там являются только элементы 0(0) ; 1(1) ; 2(3) ; 3(2) ; 4(4) (в скобках указано значение, одиннадцатая степень которого дает значение до скобок в поле вычетов):

$$\left\{0^{11}\equiv 0(\mathrm{mod}\,5),1^{11}\equiv 1(\mathrm{mod}\,5),2^{11}\equiv 3(\mathrm{mod}\,5),3^{11}\equiv 2(\mathrm{mod}\,5),4^{11}\equiv 4(\mathrm{mod}\,5)\right\}\ .$$

По пункту 2.2 теоремы1 $a-вычет\Leftrightarrow a^{P-1}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p)\Leftrightarrow a-любое\ и\ a\neq 0$ – по теореме Ферма, то есть вычеты – 1, 2, 3, 4, учитывая **пункт 1 теоремы 1,** вычеты – это 0, 1, 2, 3, 4, **–** получили те же самые результаты, что и в результате проведенных выше прямых вычислений вычетов, использующих.

Таким образом, результаты прямых вычислений и применения **теоремы1** совпадают.

Библиографический список

1. Модифицированная формула Герасимова-Капуто Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. № 1 (64). С. 5-14.

2. Обобщение метода Петрова-Галеркина для решения системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2023. № 1 (60). С. 5-14.

3. Критерий существования решений, количество решений, структура решений канонического неоднородного алгебраического уравнениястепени n в кольце вычетов с генераторами и свободным членом, взаимно простым с порядком Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Чернов С.В., Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К. Тенденции развития науки и образования. 2023. № 101-4. С. 114-117.

.

СЕКЦИЯ «ОБРАБОТКА ДАННЫХ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»

УДК 621.396; ГРНТИ 47.47

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ЗАСВЕТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

А.И. Парушкин

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, parushkin.alexei@yndex.ru

Аннотация. В работе рассматривается процесс разработки нейронной сети для распознавания засветов с использованием приложения Matlab. Приводятся её основные особенности, достоинства и недостатки, а также методы обучения и тестирования. Дана сравнительная характеристика рассмотренных способов решения поставленной задачи.
Ключевые слова: обнаружение, засвет, нейронная сеть.

USING A NEURAL NETWORK TO RECOGNIZE SHADOWS IN AN IMAGES

A.I. Parushkin

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, parushkin.alexei@yndex.ru

The summary. The paper discusses the process of developing a neural network for detecting overscan using the Matlab application. It presents its main features, advantages, and disadvantages, as well as training and testing methods. A comparative analysis of the considered methods for solving the problem is provided.
Keywords: detection, illumination, neural network.

Современные технологии компьютерного зрения и обработки изображений широко применяются во многих сферах автоматизации, таких как системы видеонаблюдения или беспилотные летательные аппараты.

Основная задача в этих областях – обеспечение высокого качества и достоверности визуальных данных. Однако на практике качество изображений часто страдает из-за различных искажений.

Одним из видов таких искажений являются засветы – яркие участки изображения, возникающие вследствие попадания в объектив камеры источников света, таких как солнце, автомобильные фары или лампы.

Проблема обнаружения засветов на изображениях является актуальной, поскольку они не только снижают эстетическое качество снимков, но и искажают радиометрические данные, что критично для последующего машинного анализа и алгоритмов компьютерного зрения [1].

Для решения проблемы распознавания засветов существуют различные подходы, включая методы, основанные на анализе гистограмм яркости, которые позволяют выявлять переэкспонированные области по распределению пикселей [2].

В настоящей работе предлагается подход, основанный на анализе гистограмм с помощью нейронной сети. Для этого было разработано программное обеспечение, реализующее обучение нейронной сети для распознавания засветов.

Предварительное описание гистограмм

Пусть изображение I имеет размерность H × W пикселей, и каждый пиксель характеризуется значением яркости в диапазоне от 0 до 255 для 8-битного представления. Преобразование этого изображения в гистограмму осуществляется посредством дискретизации пространства яркостей на 256 непересекающихся интервалов, называемых бинами.

Математически операция построения гистограммы может быть представлена следующим образом:

$$h(k)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{H}\sum_{j=1}^{W}\delta(I(i,j),k),$$

где h(k) – значение k-го бина гистограммы, характеризующее относительную частоту встречаемости яркости k;

N=H×W – общее количество пикселей в изображении;

δ(a,b) – функция Кронекера, определяемая как:

$$\delta(a,b)=\begin{cases}1, & \text{при } a=b\\ 0, & \text{при } a\neq b\end{cases}$$

I(i,j) – значение яркости пикселя с координатами (i,j)

В таком случае скопление пикселей, имеющих высокую яркость, характерное для правой части гистограммы, свидетельствует о наличии засвеченной области на конкретном изображении.

Разработанный метод обучения предполагает присвоение изображениям из обучающей выборки, соответствующих меток, характеризующих распределение яркости на гистограммах.

Полученные зависимости служат входными данными для системы, построенной на основе нейронной сети, алгоритм обучения которой описан ниже.

Процесс обучения нейронной сети

Для классификации гистограмм в разработанном программном обеспечении используется искусственная нейронная сеть прямого распространения (Feed Forward Neural Network) со следующей архитектурой:

1. Входной слой на 256 нейронов;

2. Четыре скрытых полносвязных слоя (128, 64, 32, 16 нейронов) с чередующимися слоями нормализации (Batch Normalization) и регуляризации отсева (Dropout с коэффициентами 0.4, 0.3, 0.2) для борьбы с переобучение.;

3.Выходной слой на 2 нейрона с функцией активации Softmax для бинарной классификации.

Для нейронной сети предусмотрена возможность выбора метода обучения из двух, представленных на рисунке 1.

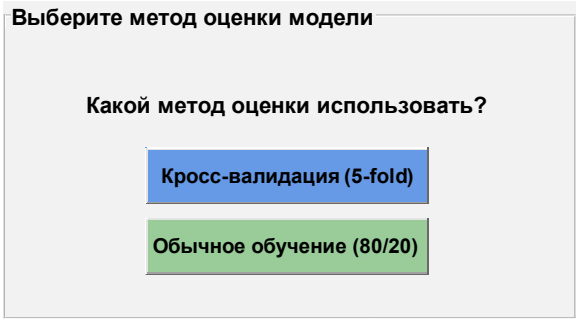


Рис. 1. Выбор метода обучения модели

Обычное обучение предполагает, что данные случайно делятся в соотношении 80/20 на обучающую и валидационную подвыборки. Сеть обучается на 80% данных, а ее качество оценивается на оставшихся 20%.

Метод k-кратной кросс-валидации, использованный в работе, является стандартным подходом для получения более надежной и несмещенной оценки обобщающей способности модели при ограниченном объеме данных [3].

Согласно методу кросс-валидации, обучающая выборка разбивается на 5 блоков. Модель обучается 5 раз, каждый раз используя 4 блока для обучения, а её качество оценивается на оставшемся пятом блоке. Итоговая точность и ошибка усредняются по всем 5 итерациям, что дает более точную оценку обобщающей способности модели.

После выбора метода обучения в окне Training Progress на рисунке 2 можно увидеть показатели обучения, основными из которых являются данные точности (Accuracy) и потерь (Loss), представленные на соответствующих графиках.

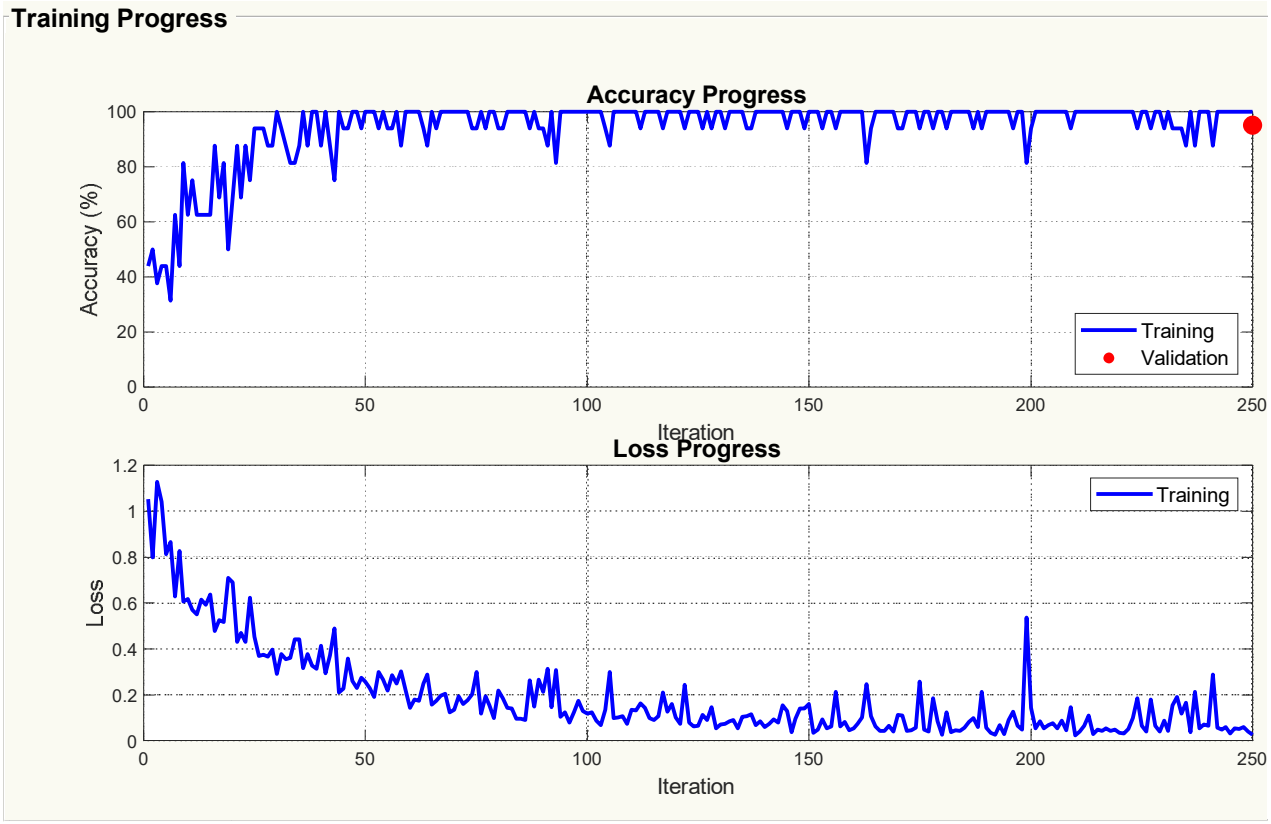


Рис. 2. Графики изменения показателей при обучении нейронной сети

Результаты тестирования обученной нейронной сети

Для тестирования нейронной сети используется новая выборка изображений, часть из которых содержит засвеченные области.

Нейронная сеть анализирует распределение яркости пикселей на гистограммах этих изображений и присваивает им соответствующий класс, указывающий на наличие или отсутствие засвеченной области.

Результатом тестирования является вывод окна, содержащего некоторые изображения из тестовой выборки с соответствующей классификацией. Окно программы представлено на рисунке 3.

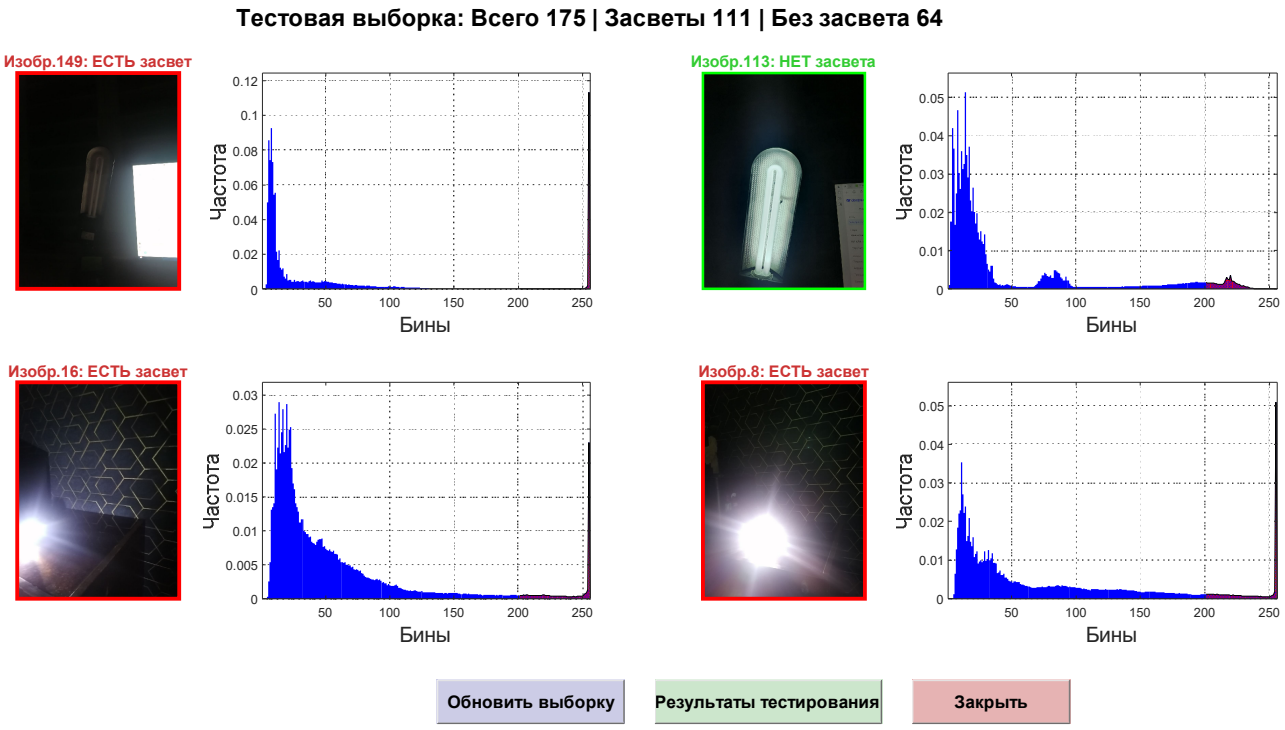


Рис. 3. Анализ тестовой выборки изображений

В результате тестирования получены следующие итоговые показатели, представленные на рисунке 4.

```
СРАВНЕНИЕ РАЗМЕТОК

Всего: 175

Совпадений: 129 (73.7%)
Несовпадений: 46 (26.3%)

Истинные засветы: 137
Истинные без засвета: 38
Предсказанные засветы: 111
Предсказанные без засвета: 64

ОШИБКИ КЛАССИФИКАЦИИ

Точность валидации: 91.19%
Стд.отклонение: 6.40%
Ошибка обуч.(КВ): 3.68%
Ошибка всей выборки: 3.92%
```

Рис. 4. Результаты тестирования нейронной сети

Заключение

В настоящей работе была создана и обучена нейросеть, разработана программа, реализующая распознавание засветок на основе гистограмм изображений с помощью нейронной сети. Экспериментально продемонстрирована работоспособность предложенного подхода. В дальнейшем планируется провести исследование со сравнением нескольких подходов, в чис-

ле которых метод на основе порогового значения и классические алгоритмы машинного обучения [4].

Библиографический список

1. Диких Д. А., Молчанов Е. Г. Труды 63-й Всероссийской научной конференции МФТИ. Прикладная математика и информатика [Электронный ресурс]. – 2020.
2. Bishop C. M. Pattern Recognition and Machine Learning [Электронный ресурс]. – 2006.
3. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital Image Processing [Электронный ресурс]. – 2018.
4. Виттен И. Х., Франк Э., Холл М. А. Data Mining: практические инструменты и методы машинного обучения. – Morgan Kaufmann, 2017.

УДК 004.932; ГРНТИ 28.23.15

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ СПЕКЛ-ШУМА ИЗОБРАЖЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ РАДАРОВ С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

В.Т. Чинь

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, vantoan.vkhk92@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена сравнительному анализу метрик оценки эффективности подавления спекл-шума изображений, полученных с помощью радаров с синтезированной апертурой (РСА). Проведённые экспериментальные исследования показали, что классические метрики, такие как среднеквадратическая ошибка и пиковое отношение сигнал/шум, чувствительны преимущественно к степени сглаживания изображения и не обеспечивают адекватной оценки сохранения пространственной структуры. Установлено, что структурные показатели обладают наибольшей согласованностью с визуальным восприятием, тогда как статистические безэталонные метрики, такие как эквивалентное число наблюдений, эффективно характеризуют степень подавления спекл-шума в однородных областях. Показана низкая корреляция между различными группами показателей, что подтверждает необходимость их комплексного использования.

Ключевые слова: РСА-изображение, спекл-шум, подавление шума, оценка качества изображения, индекс структурного сходства, эквивалентное число наблюдений.

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR EVALUATING SPECKLE NOISE REDUCTION IN SAR IMAGES

V.T. Trinh

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, vantoan.vkhk92@gmail.com

Abstract. This paper presents a comparative analysis of speckle noise reduction metrics for synthetic aperture radar (SAR) images. Experimental studies have shown that classical metrics, such as mean squared error and peak signal-to-noise ratio, are primarily sensitive to the degree of image smoothing and do not adequately assess spatial structure preservation. Structural metrics are found to be most consistent with visual perception, while statistical reference-free metrics, such as equivalent number of looks, effectively characterize the degree of speckle suppression in homogeneous areas. Low correlations between different groups of metrics are demonstrated, confirming the need for their integrated use.

Keywords: SAR image, speckle noise, noise reduction, image quality assessment, structural similarity index measure, equivalent number of looks.

Введение

Радары с синтезированной апертурой (РСА) широко применяются для мониторинга природной среды благодаря всепогодности и круглосуточности съемки [1]. Однако коге-

рентная природа сигнала обусловливает наличие спекл-шума, который ухудшает визуальное качество изображений и снижает точность тематической обработки. Подавление спекла является ключевой задачей предварительной обработки данных [2].

Существует множество методов фильтрации, однако повышение степени шумоподавления часто ведет к потере информативных деталей и искажению границ [3]. В связи с этим актуальна задача объективной оценки эффективности фильтрации. Сложность обусловлена отсутствием универсальной метрики, адекватно отражающей как степень подавления шума, так и уровень сохранения структурной информации. Традиционные показатели, такие как среднеквадратическая ошибка (СКО) и пиковое отношение сигнал/шум (ПОСШ), не всегда коррелируют с визуальным восприятием. Безэталонные метрики требуют адаптации к специфике РСА-данных, а отсутствие эталонного изображения в практических задачах ограничивает применение эталонных критериев.

Целью работы является сравнительный анализ метрик оценки эффективности подавления спекл-шума на РСА-изображениях и выявление их информативности в зависимости от характера сцены и степени сглаживания. Для достижения цели решаются задачи: систематизация подходов к оценке качества, разработка методики эксперимента и формирование рекомендаций по выбору метрик.

Критерии и метрики оценки эффективности подавления спекл-шума

Оценка эффективности фильтрации осложняется мультипликативным характером шума и необходимостью баланса между снижением шума и сохранением границ. Для РСА-изображений наибольшее распространение получили безэталонные метрики, однако при моделировании применяются и эталонные.

К традиционным эталонным метрикам относятся СКО и ПОСШ. Они обладают вычислительной простотой, но слабо коррелируют с визуальным качеством при наличии мультипликативного шума. Для учета структурной организации используется индекс структурного сходства (SSIM – Structural Similarity Index Measure) и его многомасштабная модификация (MS-SSIM – Multi-Scale Structural Similarity Index Measure) [4].

В условиях отсутствия эталона применяются безэталонные метрики, основанные на анализе однородных областей: коэффициент вариации и оценка эквивалентного числа наблюдений (ENL – Equivalent Number of Looks) [5]. Рост ENL свидетельствует о подавлении шума, но не отражает сохранность границ. Для оценки границ используются индекс сохранения границ (EPI – Edge Preservation Index) и коэффициенты корреляции градиентов. Сохранение текстур оценивается по статистическим характеристикам второго порядка.

Несмотря на важность количественных показателей, визуальный анализ остается необходимым этапом для выявления артефактов. В прикладных задачах также учитывается влияние фильтрации на точность сегментации и классификации.

Методика сравнительного анализа

Анализ выполнялся на основе единой методики, обеспечивающей воспроизводимость результатов. Для использования эталонных метрик применялись тестовые изображения с моделируемым спекл-шумом, что позволило сформировать пары «эталонное (неискаженное) – зашумленное изображение» с контролируемым уровнем шума. Также использовались реальные РСА-данные. Все изображения приводились к единому формату представления.

Сравнительный анализ проводился для усредняющего фильтра и адаптивного фильтра Ли. Использование фиксированных методов позволило исследовать поведение метрик в различных условиях.

Для каждого изображения вычислялся набор показателей: эталонные (СКО, ПОСШ, SSIM) для модельных данных и безэталонные (ENL, EPI) для всех данных. Выполнялось сопоставление визуальных результатов с численными значениями метрик.

Для обеспечения достоверности сравнительного анализа применялись методы статистической обработки, включающие:

- усреднение значений метрик по совокупности изображений;
- анализ корреляции между различными показателями.

Результаты экспериментальных исследований

Результаты экспериментального исследования представлены на рисунках 1–5. Анализ данных, приведённых на рисунках 1 и 2, свидетельствует о наличии наиболее высокой корреляционной связи между СКО и ПОСШ, что обусловлено их сходной математической основой. Указанные метрики характеризуют интегральный уровень шумовой составляющей и чувствительны к изменению эффективности подавления шума различными методами, в особенности при анализе неоднородных изображений. По значениям СКО и ПОСШ фильтр Ли демонстрирует более высокую эффективность по сравнению с линейным усредняющим фильтром, что указывает на его преимущество при подавлении спекл-шума.

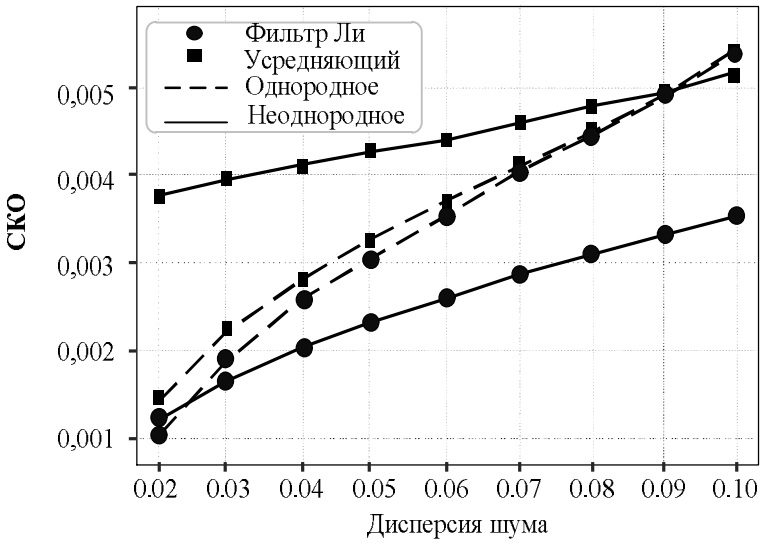


Рис. 1. З ависимость СКО от дисперсии шума для разных методов фильтрации при обработке однородных и неоднородных изображений

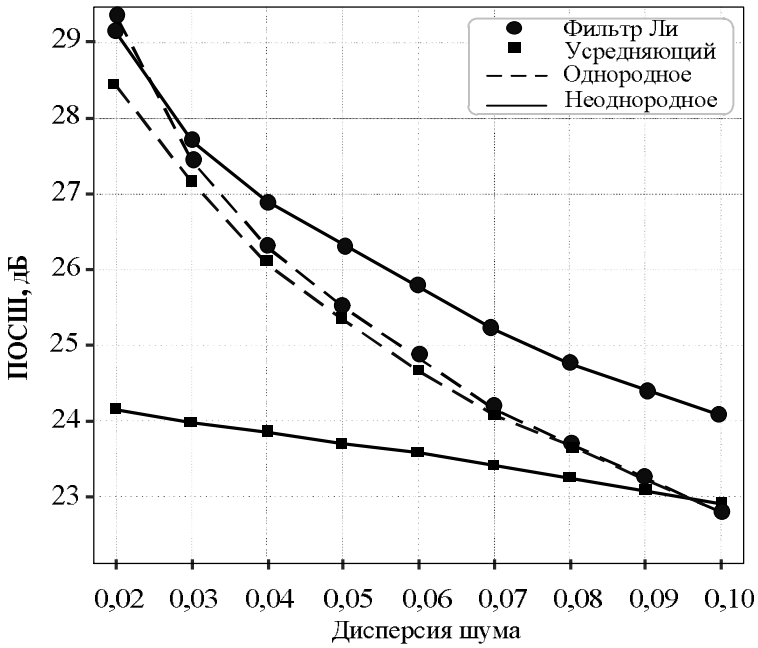


Рис. 2. Зависимость ПОСШ от дисперсии шума для разных методов фильтрации при обработке однородных и неоднородных изображений

На рисунке 3 представлен SSIM, предназначенный для оценки степени сохранения структурной информации изображения после обработки. Данная метрика учитывает локальные изменения яркости, контраста и корреляционной структуры и, в отличие от СКО и ПОСШ, отражает сохранность пространственных особенностей изображения. Для однородных изображений более высокие значения SSIM получены при использовании усредняющего фильтра, тогда как для неоднородных изображений более высокие значения получены при применении фильтр Ли, что свидетельствует о его способности адаптивно учитывать локальную статистику сигнала. Результаты, представленные на рисунке 4, показывают, что ENL, характеризующее степень подавления спекл-шума в однородных областях, принимает более высокие значения при применении усредняющего фильтра для обоих типов изображений. Это объясняется тем, что линейное усреднение обеспечивает более интенсивное сглаживание, приводя к уменьшению дисперсии в однородных зонах.

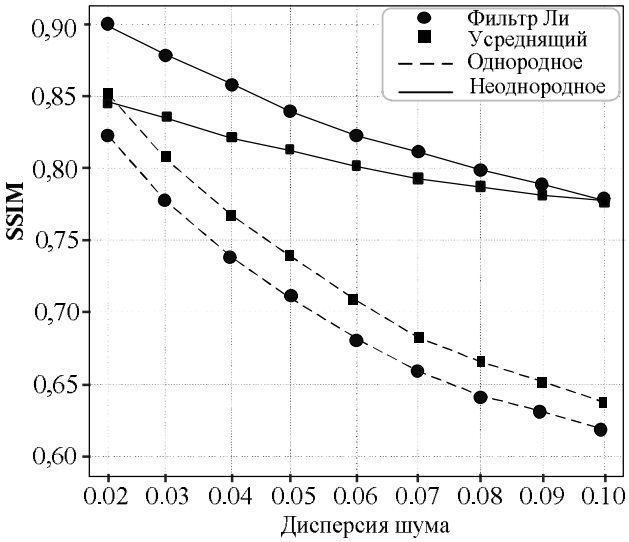


Рис. 3. Зависимость SSIM от дисперсии шума для разных методов фильтрации при обработке однородных и неоднородных изображений

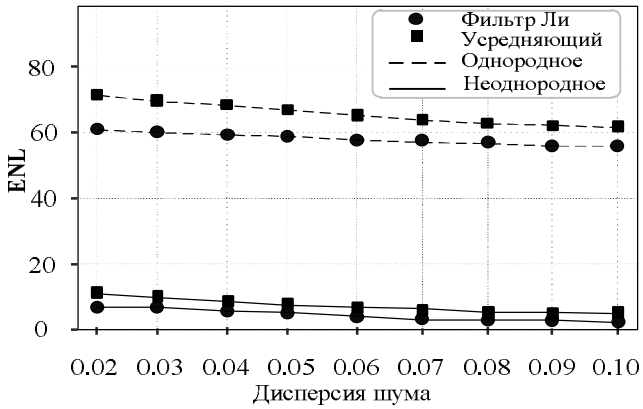
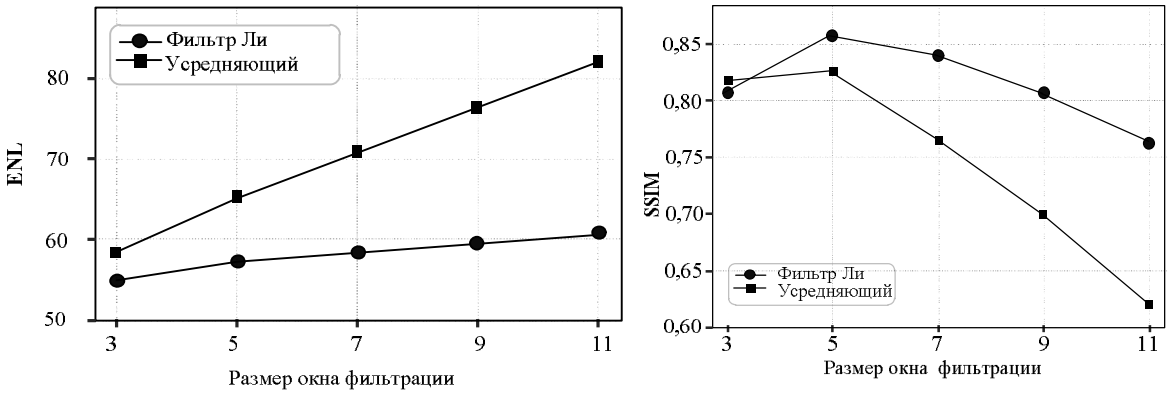


Рис. 4. Зависимость ENL от дисперсии шума для разных методов фильтрации при обработке однородных и неоднородных изображений

На рисунке 5 показаны зависимости ENL и SSIM от степени сглаживания (размера окна фильтрации) при использовании усредняющего фильтра и фильтра Ли.



а) б)

Рис. 5. Зависимость ENL и SSIM от степени сглаживания (размера окна фильтрации)

Анализ этих зависимостей показывает, что с увеличением размера окна фильтрации наблюдается монотонный рост ENL, что формально указывает на повышение степени подавления шума в однородных участках. Однако оценка по индексу SSIM демонстрирует, что после достижения определённого уровня сглаживания дальнейшее увеличение размера окна приводит к ухудшению структурного сходства вследствие размытия границ и потери мелких деталей. Таким образом, максимальные значения ENL не совпадают с максимумами SSIM, поскольку первая метрика отражает преимущественно степень подавления шума, а вторая – сохранность структурной информации. Наибольший прирост ENL наблюдается при использовании усредняющего фильтра, однако визуальный анализ подтверждает существенное снижение резкости контуров. Фильтр Ли обеспечивает менее выраженное увеличение ENL, но при этом лучше сохраняет структурные элементы изображения. Для неоднородных изображений различия между методами проявляются более отчётливо. Алгоритмы, ориентированные на максимальное подавление спекл-шума, приводят к избыточному сглаживанию текстурных особенностей. В данных условиях индекс SSIM демонстрирует более высокую согласованность с визуальной оценкой качества по сравнению с ENL. Корреляционный анализ показал слабую взаимосвязь ENL со структурными метриками типа SSIM, что подтверждает необходимость комплексного использования энергетических и структурных метрик при оценке эффективности фильтрации. Сопоставление количественных показателей с результатами визуального анализа позволяет заключить, что SSIM в наибольшей степени соответствует субъективному восприятию качества восстановленного изображения.

Обсуждение и заключение

Проведенные исследования показали, что эффективность подавления спекл-шума не может быть адекватно охарактеризована одной метрикой. Полученные результаты подтверждают необходимость комплексного подхода, учитывающего как степень подавления шума, так и сохранение структурной информации.

Отсутствует однозначное соответствие между метриками СКО, ПОСШ, ENL и визуально воспринимаемым качеством. Максимизация ENL часто приводит к потере пространственного разрешения. SSIM продемонстрировал более высокую согласованность с визуальной оценкой, однако их применение требует учёта специфики статистического распределения интенсивности РСА-данных.

В работе проведён комплексный анализ метрик с учётом мультипликативной модели шума. Показано, что задача оценки качества носит многокритериальный характер. Классические метрики (СКО, ПОСШ) не учитывают пространственную организацию изображения. Структурные метрики (SSIM, EPI) чувствительны к сохранению геометрии сцены, а статистические безэталонные метрики (ENL) эффективны для оценки шума в однородных областях.

Экспериментально подтверждена низкая корреляция между метриками. Выбор метрик должен определяться характером прикладной задачи: для визуальной интерпретации приоритетны SSIM, для количественной оценки однородных зон – ENL. Совместное использование разнородных метрик позволяет обеспечить баланс между подавлением шума и сохранением структурной информации.

Библиографический список

1. Oliver C., Quegan S. Understanding Synthetic Aperture Radar Images. 2nd ed. Raleigh: SciTech Publishing, 2004. 478 p.

2. Argenti F., Lapini A., Bianchi T., Alparone L. A tutorial on speckle reduction in synthetic aperture radar images // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2013. Vol. 1, № 3. P. 6–35.

3. Lee J.-S. Speckle analysis and smoothing of synthetic aperture radar images // Computer Graphics and Image Processing. 1981. Vol. 17, № 1. P. 24–32.

4. Wang Z., Bovik A.C., Sheikh H.R., Simoncelli E.P. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity // IEEE Transactions on Image Processing. 2004. Vol. 13, № 4. P. 600–612.

5. Anfinsen S.N., Doulgeris A.P., Eltoft T. Estimation of the equivalent number of looks in polarimetric synthetic aperture radar imagery // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2009. Vol. 47, № 8. P. 2763–2773.

УДК 620.178.5; ГРНТИ 81.83.20

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ВИБРОИСПЫТАНИЯМИ

Т.И. Молчанова*, А.М. Никитин**

*Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, *tatyana.molchanova.2002@mail.ru, **amn_2020@mail.ru*

Аннотация. В работе исследуется влияние типовых нелинейностей объектов виброиспытаний (люфт, упор и нелинейная упругая деформация) на точность воспроизведения заданного спектра при виброиспытаниях. Показано, что стандартный алгоритм управления, предназначенный для линейных систем, недостаточно эффективен в присутствии нелинейностей. Предложены адаптивные модификации алгоритма, учитывающие характерные спектральные искажения, вызываемые каждым типом нелинейности.

Ключевые слова: виброиспытания, нелинейности, люфт, упор, адаптивное управление.

MODELING OF A NONLINEAR OBJECT IN AN AUTOMATED VIBRATION TESTING CONTROL SYSTEM

T.I. Molchanova*, A.M. Nikitin**
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
*Russia, Ryazan, *tatyana.molchanova.2002@mail.ru, **amn_2020@mail.ru*

The summary. The paper investigates the influence of typical nonlinearities inherent in vibration test objects (backlash, mechanical stop, and nonlinear elastic deformation) on the accuracy of reproducing a specified spectrum during vibration testing. It is shown that the standard control algorithm designed for linear systems is insufficiently effective in the presence of nonlinearities. Adaptive modifications of the algorithm are proposed, taking into account the characteristic spectral distortions caused by each type of nonlinearity.
Keywords: vibration testing, nonlinearities, backlash, mechanical stop, adaptive control.

Вибрации являются одной из главных причин отказов аппаратуры на подвижных объектах, поэтому их учет имеет решающее значение при разработке и конструировании машин. Виброиспытания включают оценку срока службы объекта и разработку методов испытаний, соответствующих реальным условиям эксплуатации. Для оценки способности объекта переносить вибрации необходимо иметь модель вибрационных процессов, адекватно описывающую реальные условия. Исследования показывают, что вибрации подвижных объектов являются случайными функциями времени, и их статистические характеристики определяются на основе записей реальной вибрации [1]. Цель испытаний – воспроизведение вибраций с заданными статистическими характеристиками на вибростенде.

Нелинейности в виброиспытаниях могут проявляться в различных формах, таких как люфт, упор и упругая деформация. Эти нелинейности могут значительно изменять динамическое поведение системы и приводить к непредсказуемым результатам, если они не учитываются должным образом. Рассмотрим каждую из этих нелинейностей более подробно.

Люфт представляет собой зазор или свободное пространство между сопряженными деталями, которое позволяет относительное перемещение без передачи усилий. В виброиспытаниях люфт может возникать в подшипниках, зубчатых передачах и других механических компонентах. Присутствие люфта приводит к нелинейным характеристикам системы, так как силы и моменты передаются только при достижении определенного порога перемещения.

Общий вид нелинейности типа люфт представлен на рисунке 1.

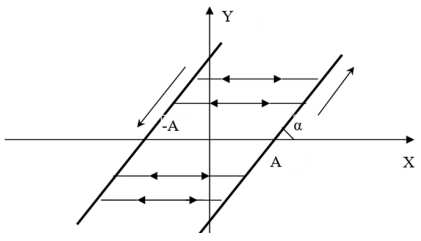


Рис. 1. Общий вид нелинейности типа люфт

Люфт характеризуется коэффициентом передачи k, определяемый согласно рисунку как $k = \tan\alpha$, и шириной люфта $(-A, A)$.

Упор представляет собой ограничение перемещения компонента в одном или нескольких направлениях. В виброиспытаниях упор может быть использован для ограничения амплитуды колебаний или для предотвращения чрезмерных деформаций. Однако при достижении упора, система испытывает резкое изменение жесткости, что приводит к нелинейным эффектам, что может вызывать ударные нагрузки и изменение частотных характеристик системы.

Общий вид нелинейности типа упор представлен на рисунке 2.

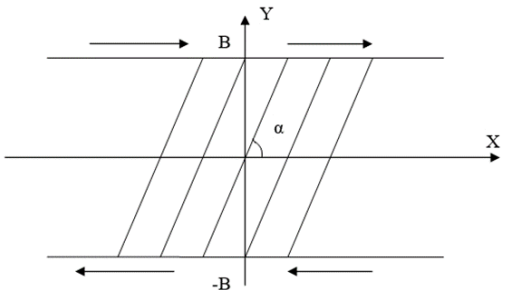


Рис. 2. Общий вид нелинейности типа упор

Основными характеристиками этого звена являются коэффициент передачи в зонах линейности $k = \tan\alpha$ и ограничение выходной координаты сверху B и снизу $-B$.

Упругая деформация представляет собой временное изменение формы или размеров компонента под действием внешних сил. В виброиспытаниях упругая деформация может проявляться в виде изгиба, кручения, сжатия или растяжения. Это может приводить к изменению резонансных частот и амплитуд колебаний, что требует учета при моделировании и анализе.

Модель нелинейной упругой деформации с жесткой восстанавливающей силой может быть представлена в следующем виде [2]:

$$\ddot{y}(t) = k_0\omega_0^2 x(t) - 2\xi\omega_0\dot{y} - \omega_0^2 y(t) - y^3(t).$$

Запишем уравнение в форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = k_0\omega_0^2 x - 2\xi\omega_0 y_2 - {}_0\,\omega_0^2 y_1 - y_1^3 \end{cases},$$

и зададим численные значения параметров уравнения $k_0 = 10$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi * 800 = 5024$ рад/с, $\xi = 0{,}25$.

Рассмотрим модель автоматизированной системы управления виброиспытаниями (АСУВ) [2] в пакете Simulink, добавив к линейному объекту управления типовые нелинейности с возможностью переключения между ними с помощью блоков Gain (рисунок 3).

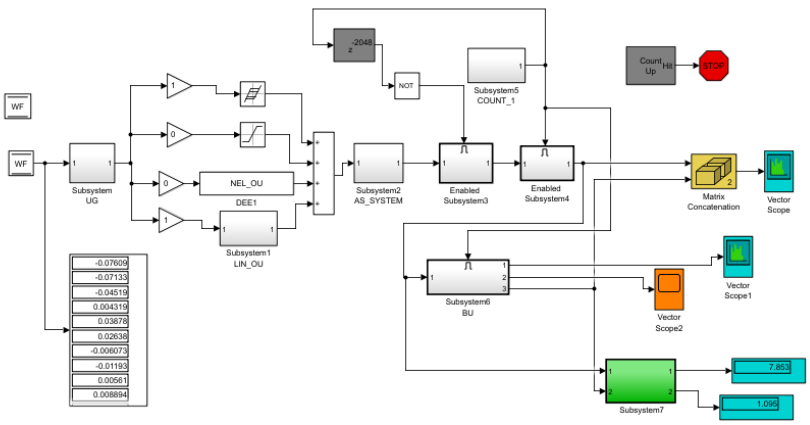


Рис. 3. Модель АСУВ с нелинейным объектом управления

На данной схеме присутствуют:

- модель генератора, состоящего из генератора знака и формирующего фильтра;
- модель линейного объекта, состоящая из параллельного соединения двух звеньев;
- спектроанализатор, вычисляющий оценку амплитудного спектра выходного сигнала по методу модифицированных периодограмм;
- блок управления;
- блок расчета значений погрешностей.

Блок управления формирует новые значения АЧХ формирующего фильтра по итеративному алгоритму [3]:

$$W_{ф}^{(i)}(k) = W_{ф}^{(i-1)}(k) + \frac{\gamma_i [S_0(k) - \widehat{S_y^{(i)}}(k)] W_{ф}^{(i-1)}(k)}{\widehat{S_y^{(i)}}(k)}, k = \overline{0, \frac{N}{2}},$$

где i - номер итерации;

$\gamma_i = \frac{1}{i}$ - коэффициенты, обеспечивающие сходимость;

$S_0(k)$ - заданная спектральная плотность;

$\widehat{S_y^{(i)}}(k)$ - оценка спектральной плотности;

$W_{ф}(k)$ - значения АЧХ формирующего фильтра.

Значения погрешностей рассчитываются по формулам:

$$\overline{E} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left| S_0(k) - \widehat{S_y}(k) \right|}{\overline{S_0}} * 100\%,$$

$$\overline{E^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{\left| S_0(k) - \widehat{S_y}(k) \right|}{\overline{S_0}} \right]^2 * 100\%,$$

где N - число отсчетов спектральной плотности, приходящихся на заданный частотный диапазон;

$\overline{S_0} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_0(k)$.

Промоделируем АСУВ, в которой объект управления представлен сочетанием линейного динамического звена с нелинейностями типа упор, люфт и упругая деформация. Результаты моделирования представлены в таблицах 1-3. В качестве заданного будем использовать равномерный спектр.

Таблица 1. Результаты моделирования с нелинейностью типа люфт

Итерация, i	$A = 0{,}1$		$A = 1$		$A = 5$		$A = 10$		$A = 15$	
	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%
1	95,49	91,99	95,54	92,10	95,78	92,55	95,99	92,97	96,08	93,12
2	7,90	1,04	8,54	1,20	19,94	6,23	42,03	29,68	53,17	50,01
3	6,76	0,74	7,02	0,81	11,95	2,20	22,69	8,30	28,24	13,53
4	6,48	0,67	4,55	0,68	8,84	1,22	15,29	3,74	18,84	5,91
5	6,71	0,70	6,80	0,73	8,29	1,10	12,87	2,65	15,51	3,95
6	6,26	0,64	6,32	0,65	7,35	0,89	10,59	1,87	12,64	2,71
7	6,74	0,71	6,88	0,71	8,60	0,91	10,13	1,65	11,70	2,25
8	6,65	0,68	6,72	0,70	7,52	0,86	9,67	1,45	11,01	1,91

Таблица 2. Результаты моделирования с нелинейностью типа упор

Итерация, i	$B=0{,}1$		$B=1$		$B=5$		$B=10$		$B=15$	
	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$
1	96,01	92,98	96,06	93,07	96,00	92,28	95,49	91,99	95,49	91,99
2	8,34	1,34	9,99	1,85	9,19	1,66	27,24	10,05	27,64	10,35
3	7,89	1,24	9,44	1,64	8,57	1,47	23,45	7,43	23,76	7,62
4	7,48	1,01	8,41	1,26	7,86	1,17	21,99	6,54	22,26	6,70
5	7,89	1,12	8,88	1,40	8,38	1,30	20,55	5,81	20,79	5,95
6	7,53	1,08	8,82	1,33	8,01	2,23	19,45	5,41	20,17	5,61
7	7,84	1,10	8,87	1,37	8,36	1,27	19,40	5,10	19,61	5,22
8	7,71	1,08	8,93	1,36	8,39	1,27	19,13	4,84	19,33	4,94

Таблица 3. Результаты моделирования с нелинейностью типа нелинейная упругая деформация

Итерация, i	$K=0{,}1$		$K=1$		$K=5$		$K=10$		$K=15$	
	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$
1	95,48	92,04	89,08	81,83	76,79	67,09	98,04	131,5	123,6	280,3
2	7,69	0,96	7,49	0,89	7,63	0,93	7,64	0,92	7,83	0,96
3	7,35	0,87	7,14	0,81	7,24	0,84	7,31	0,85	7,56	0,90
4	6,98	0,75	7,05	0,76	7,27	0,80	7,33	0,81	7,51	0,85
5	7,45	0,86	7,35	0,83	7,47	0,86	7,54	0,87	7,71	0,91
6	6,98	0,77	6,91	0,75	7,09	0,79	7,11	0,80	7,23	0,83
7	7,32	0,83	7,12	0,79	7,27	0,83	7,32	0,84	7,46	0,87
8	7,10	0,78	6,84	0,73	6,96	0,75	6,98	0,76	7,10	0,79

Проведённое моделирование подтвердило, что наличие типовых нелинейностей существенно ухудшает точность воспроизведения заданного спектра при использовании стандартного алгоритма управления, разработанного для линейного объекта.

Наиболее критичные искажения имеют характерную частотную локализацию:

- люфт вызывает рост энергии в высокочастотной области спектра;
- упор приводит к её подавлению на высоких частотах;
- нелинейная упругая деформация приводит к смещению резонансного пика в спектре выходного сигнала в область верхних частот при увеличении мощности входного сигнала.

Полученные результаты демонстрируют необходимость разработки модифицированного алгоритма управления, способного идентифицировать тип нелинейности по форме изменения спектра и адаптивно корректировать закон управления для её компенсации.

Для люфта, диагностируемого по значительному превышению измеренной спектральной плотности над заданной в области низких частот ($f < 1500$ Гц), предложена модификация алгоритма с замедлением скорости обучения. На высокочастотных составляющих с отрицательной ошибкой применяется коэффициент $\gamma = \frac{\gamma_i}{10}$. Физический смысл данной модификации заключается в ограничении скорости нарастания коэффициентов усиления на частотах, наиболее подверженных искажениям из-за зазоров в механических соединениях.

Для упора, проявляющегося значительным занижением измеренной спектральной плотности относительно заданной в высокочастотной области, разработана стратегия с инверсией знака коррекции. На частотах с положительной ошибкой устанавливается $\gamma = \frac{\gamma_i}{20}$, что обеспечивает уменьшение амплитуды управляющего сигнала на частотах, подверженных насыщению. Такая коррекция соответствует необходимости снижения общего уровня сигнала для предотвращения ограничения хода подвижной системы вибростенда, когда увеличение входного воздействия только усугубляет эффект насыщения.

Наиболее сложная стратегия разработана для нелинейной упругой деформации, диагностируемой по превышению измеренной спектральной плотности над заданной в области низких частот ($f < 500$ Гц). Для данного типа нелинейности предложена трёхуровневая адаптация. В критическом режиме при ошибке более 100% применяется радикальное уменьшение коэффициентов усиления для низкочастотных составляющих по формуле

$$W_{\phi}^{(i)}(k) = W_{\phi}^{(i-1)}(k) * \left(\frac{1}{1 + \frac{|e(k)|}{2}} \right),$$

где $e(k) = \dfrac{S_0(k) - \widehat{S_y}(k)}{\widehat{S_y}(k)}$.

В режиме средней ошибки (30-100%) реализуется дифференцированная коррекция. При $e(k) < -0{,}15$ производится уменьшение коэффициентов на 2% на каждые 100% ошибки, при $e(k) > 0{,}15$ – увеличение на 1% на каждые 100% ошибки, а при ошибках в пределах ±15% изменения не вносятся. В режиме малой ошибки (<30%) используется медленная точная подстройка с фиксированным малым коэффициентом $\gamma_i = 0{,}01$ и дифференциацией знака (при $e(k) < 0$ $\gamma_i = -0{,}5\gamma_i$, при $e(k) > 0$ $\gamma_i = 0{,}5\gamma_i$). Физическое обоснование такой стратегии заключается в том, что для нелинейной жёсткой пружины с прогрессивной характеристикой увеличение входного сигнала на низких частотах приводит к ещё большему росту выходной амплитуды из-за возрастающей эффективной жёсткости, поэтому при обнаружении превышения целевого уровня необходимо уменьшать, а не увеличивать коэффициенты усиления на соответствующих частотах.

В рамках исследования разработан модифицированный алгоритм управления, реализованный в виде функции MATLAB для интеграции в Simulink. Рассмотрим результаты моделирования с использованием модифицированного алгоритма для каждого из видов нелинейностей в случаях, когда нелинейности проявляются наиболее сильно (табл. 4-6).

Таблица 4. Результаты моделирования с нелинейностью типа люфт при использовании модифицированного алгоритма управления

Итерация, i	$A = 10$		$A = 15$	
	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%
1	96,00	92,98	96,08	93,12
2	41,99	29,65	53,17	50,01
3	22,66	8,29	28,24	13,53
4	10,11	1,85	11,68	2,38
5	7,97	1,11	8,56	1,27
6	7,311	1,06	7,56	1,12
7	7,39	0,95	7,52	0,99
8	7,48	1,21	7,58	1,23

Таблица 4. Результаты моделирования с нелинейностью типа упор при использовании модифицированного алгоритма управления

Итерация, i	$B = 10$		$B = 15$	
	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%	$\overline{E}$,%	$\overline{E^2}$,%
1	95,49	91,99	95,49	91,99
2	27,24	10,05	27,64	10,35
3	14,23	2,87	14,3	2,89
4	8,66	1,89	8,64	1,88
5	7,92	1,74	7,87	1,69
6	8,73	4,69	8,56	4,29
7	9,24	5,52	10,11	6,50
8	11	10,54	10,81	9,88

Таблица 6. Результаты моделирования с нелинейностью типа нелинейная упругая деформация при использовании модифицированного алгоритма управления

Итерация, i	$K=10$		$K=15$	
	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$	$\overline{E},\%$	$\overline{E^2},\%$
1	98,04	131,5	123,6	280,3
2	7,64	0,92	7,82	0,96
3	6,66	0,71	6,76	0,73
4	6,57	0,68	7,29	0,87
5	6,65	0,69	7,22	0,81
6	6,33	0,63	6,94	0,78
7	6,75	0,69	7,34	0,84
8	6,52	0,66	7,01	0,83

Исследование подтвердило значимость учёта нелинейных эффектов для повышения точности воспроизведения заданного спектра при виброиспытаниях. Предложенные адаптивные модификации алгоритма управления продемонстрировали высокую эффективность для компенсации люфта и упора, в то время как для нелинейной упругой деформации требуется дальнейшая доработка.

Библиографический список

1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Ред. Совет: В41 В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 5. Измерения и испытания. – Под ред. М.Д. Генкина 1981. 496 с.

2. А.М. Никитин, Е.В. Селезько – Обработка информации в автоматических системах // Алгоритм управления нелинейным объектом виброиспытаний. – Рязань: РГРТУ, 2006.

3. Демашов В.С., Кузнецов В.П., Никитин А.М. Автоматизированная система управления виброиспытаниями // Приборы и системы управления. 1993. № 9. с. 28-31.

УДК 004.932; ГРНТИ 28.23.15

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДЕКОМПОЗИЦИИ И РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

С.Г. Чумаров, Д.Д. Сас

ФГБОУ ВО Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, Россия, Чебоксары, chumarov@chuvsu.ru

Аннотация. В статье рассматривается применение вейвлет-преобразования для обработки изображений. Продемонстрирован процесс декомпозиции и реконструкции цветного изображения с помощью дискретного вейвлет-преобразования. Анализируются потери информации и точность восстановления на основе среднеквадратического отклонения.

Ключевые слова: декомпозиция, реконструкция, обработка изображений, вейвлет-преобразование, вейвлеты Добеши.

ACCURACY ESTIMATION OF IMAGE DECOMPOSITION AND RECONSTRUCTION BASED ON THE WAVELET TRANSFORM

S.G. Chumarov, D.D. Sas

I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia, Cheboksary, chumarov@chuvsu.ru

Abstract. The article discusses the application of the wavelet transform for image processing. The process of decomposition and reconstruction of a color image using a discrete wavelet transform is demonstrated. The loss of information and the accuracy of recovery based on the standard deviation are analyzed.

Keywords: decomposition, reconstruction, image processing, wavelet transform, Daubechies wavelet.

Вейвлет-анализ – это метод, позволяющий анализировать различные частотные компоненты одномерных и двумерных цифровых сигналов с временной локализацией [1,2]. Преобразование Фурье не дает возможности временной локализации [3]. Это важно во многих областях науки и техники, таких как медицина, радиотехника, связь, сейсмология при обработке сигналов и изображений [4]. Непрерывное вейвлет-преобразование (ВП) отличается более высокой точностью, но требует значительных вычислительных ресурсов, поэтому в работе рассматривается дискретное ВП.

ВП основано на декомпозиции сигнала на различных масштабах и частотах. Для двумерных изображений используется двумерное ВП, которое разбивает изображение на различные уровни. В данном исследовании используются вейвлеты из пакета расширения Wavelet Toolbox математической платформы MATLAB, а именно вейвлеты Добеши db1, db10, db20, db30. Вейвлеты Добеши – семейство ортогональных вейвлетов с компактным носителем, вычисляемым итерационным путём. Алгоритм Малла [5] на основе вейвлета Добеши [6] позволяет реализовать быстрое ВП на дискретных данных.

В данной работе с использованием MATLAB исследовалось применение ВП для анализа и реконструкции двух типов цветных изображений размером 512x512 пикселей: с плавной границей переходов интенсивности и с резкой границей переходов интенсивности (рис. 1). Для количественной характеристики точности реконструкции является среднеквадратическое отклонение (RMSE) между реконструированным изображением и оригиналом:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}(x_i - y_i)^2}{n}},$$

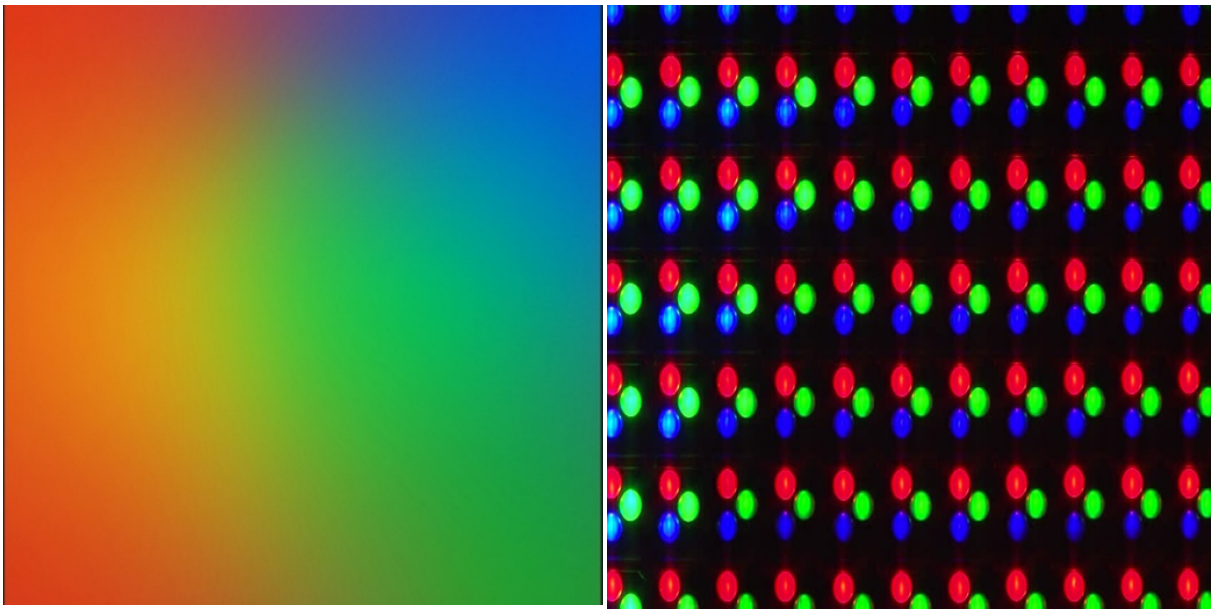
где x_i – интенсивность i-го пикселя оригинала, y_i – интенсивность i-го пикселя реконструированного изображения, n – общее количество пикселей.

Оценка точности включает следующие шаги.

1. Проверка изображения на соотношение сторон 512x512 пикселей и преобразование в RGB-формат, если исходное изображение являлось черно-белым.

```
% Проверим, имеет ли изображение требуемые размеры
if rows ~= 520 || cols ~= 520
    error('Изображение должно быть размером 520x520 пикселей.');
end

% Если изображение чёрно-белое, преобразуем его в RGB
if channels == 1
    img = cat(3, img, img, img); % Дублируем каналы для создания RGB
end
```



а *б*

Рис. 1. Исходное изображение: *а* – с плавной границей переходов интенсивности; *б* – с резкой границей переходов интенсивности

2. Декомпозиция. Использовано двумерное ВП (dwt2) для каждого RGB канала, а также было использовано разложение на 3 уровня.

```
numLevels = 3;       % Количество уровней декомпозиции
for c = 1:3
    % Вейвлетное разложение
    [cA, cH, cV, cD] = dwt2(double(cropped_img(:, :, c)), waveletName);

    % Реконструкция на основе главного уровня
    reconstructed_channel = idwt2(cA, [], [], [], waveletName);

    % Записываем реконструированный канал
    reconstructed_img(:, :, c) = reconstructed_channel;
end
```

3. Реконструкция. Реконструированное изображение получалось на основе главного приближения уровня (cA) с помощью обратного ВП (idwt2).

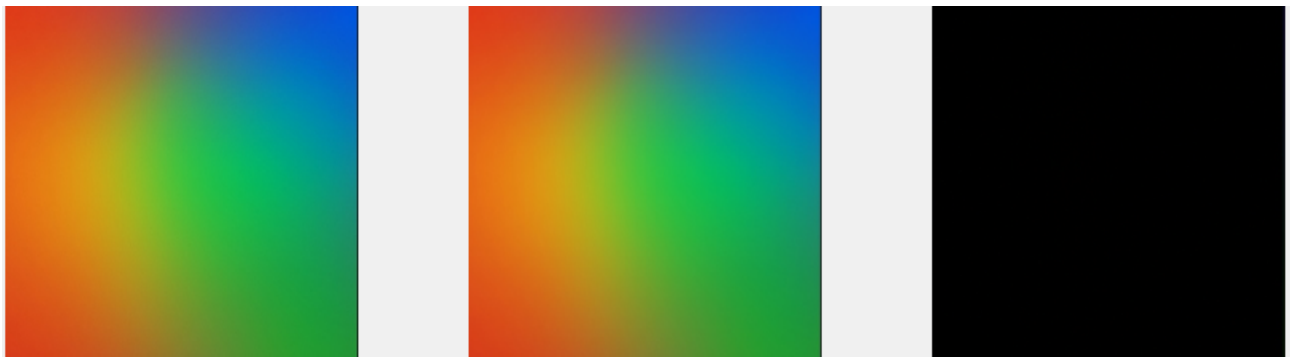
```
% Приведение реконструированного изображения к диапазону [0, 255]
reconstructed_img = uint8(max(0, min(255, reconstructed_img)));
```

4. Оценка качества. Произведено вычисление RMSE между оригинальным и реконструированным изображением для каждого канала RGB.

```
% Расчёт среднеквадратичного отклонения (RMSE) для каждого канала
RMSE = zeros(1, 3);
for c = 1:3
    diff = double(cropped_img(:, :, c)) - double(reconstructed_img(:, :, c));
    RMSE(c) = sqrt(mean(diff(:).^2));
end
```

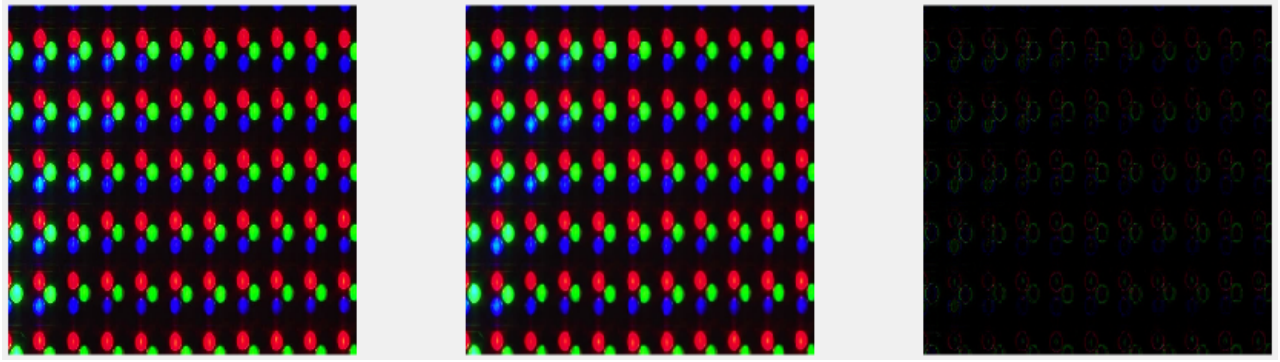
5. Визуальная оценка. На рисунке 2 показаны оригинальное изображение (рис. 2а), далее реконструированное изображение с использованием вейвлета db1(рис. 2б) и попиксельная разница между оригиналом и реконструированным изображением (рис. 2в) с плав-

ной границей переходов интенсивности; на рисунке 3 – изображение с резкой границей переходов интенсивности.



а *б* *в*

Рис. 2. Преобразование изображения: а – исходное изображение; б – реконструированное изображение; в – попиксельная разница между изображениями



а *б* *в*

Рис. 3. Преобразование изображения: *а* – исходное изображение; *б* – реконструированное изображение; *в* – попиксельная разница между изображениями

6. Оценка качества восстановления по RMSE.

В таблице 1 представлены значения RMSE при использовании вейвлетов Добеши четырех различных порядков для изображения с плавной границей переходов, в таблице 2 – для изображения с резкой границей переходов.

Таблица 1. Значения RMSE для изображения с плавной границей переходов

RGB каналы	db1	db10	db20	db30
R	0.81	0.80	0.76	0.77
G	1.05	0.84	0.83	0.79
B	1.34	0.89	0.88	0.84

Таблица 2. Значения RMSE для изображения с резкой границей переходов

RGB каналы	db1	db10	db20	db30
R	7.54	3.27	3.18	3.19
G	8.04	3.24	3.16	3.25
B	7.25	3.08	2.98	3.02

RMSE для изображения с плавной границей переходов интенсивности получилось низким, что указывает на высокое качество реконструкции. Также можно выделить, что преобразование db30 справилось с восстановлением лучше всего, однако разница небольшая, и поэтому для восстановления можно выбрать любое из четырёх преобразований. Восстанов-

ление с резкой границей переходов показало, что RMSE больше по сравнению с плавным переходом, это указывает на потерю некоторых деталей при восстановлении изображения. На рисунке 3 можно увидеть едва заметную попиксельную разницу.

Для точного восстановления изображения необходимо соблюдать условие, при котором полоса частот сигнала была бы меньше полосы частот набора вейвлетов. Спектр сигнала с резким переходом интенсивности пикселей плохо спадает на высоких частотах, и поэтому хуже восстанавливается. В [7, 8] предложены алгоритмы ВП в частотной области, которые позволяют не только увеличить скорость ВП на несколько порядков, но и более точно реконструировать сигнал. Конструированием вейвлетов с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой [9, 10] получены вейвлеты с неперекрывающимися спектрами.

Библиографический список

1. Ďuriš V., Semenov V.I., Chumarov S.G. Application of continuous fast wavelet transform for signal processing. 1st. ed., London: Sciemcee Publishing, 2021, 181 p.

2. Ďuriš V., Semenov V. I., Chumarov S. G. Wavelet transform of signals with VBA applications. Ste-Con: Karlsruhe, GmbH, Germany, 2022, 1st. ed., 203 p.

3. Viliam Ďuriš, Vladimir I. Semenov, Sergey G. Chumarov. Application of Discrete and Fast Fourier Transforms to Increase the Speed of Multiscale Image Analysis. TEM Journal, 2024, 13(1), 349-354.

4. Чумаров С.Г., Семенов В.И., Сас Д.Д. Улучшение точности реконструкции изображений с применением вейвлет-преобразования в частотной области // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2025. Т. 81. № 2. С. 102-109.

5. Mallat S. A theory for multiresolutional signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, N7, p.674-693.

6. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Москва, "РХД", 2001 г.

7. Ďuriš V., Chumarov S.G., Semenov V.I. Increasing the Speed of Multiscale Signal Analysis in the Frequency Domain. Electronics 2023, 12, 745.

8. Чумаров С.Г., Семенов В.И., Охоткин Г.П., Лысов П.С. Способы увеличения скорости непрерывного вейвлет-преобразования при решении задач декомпозиции и реконструкции сигналов // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2021. №4(52). С.42-51.

9. Viliam Ďuriš, Vladimir I. Semenov, Sergey G. Chumarov. Wavelets and digital filters designed and synthesized in the time and frequency domains. Mathematical Biosciences and Engineering, 2022, 19(3): 3056-3068.

10. Семенов В. И., Чумаров С. Г. От конструирования вейвлетов на основе производных функции Гаусса к синтезу фильтров с конечной импульсной характеристикой // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 306–313.

УДК 004.896:004.032.26; ГРНТИ 28.23.37

IDENTIFICATION OF PARAMETRICALLY DEFINED REFERENCE POINTS UNDER NAVIGATIONAL ANOMALIES

T.V. Zhashkova*, M.Yu. Mikheev*, L.N. Pepel*, M.A. Terekhin*

**Penza State Technological University,*
Russia, Penza, tzhashkova@gmail.com

Abstract. The problem of robust identification of reference points in navigation systems under anomalous distortions of measurement information is solved. A parametric representation of reference points described by a feature vector (coordinates, geometric characteristics, spectral properties) is considered. A two-stage neural network architecture is proposed, combining a convolutional encoder for extracting invariant features and a transformer attention mechanism for compensating spatially distributed anomalies. A methodology for generating synthetic data simulating various types of navigational anomalies is developed. A comparative analysis of the proposed method with classical correlation algorithms and modern object detectors is conducted. It is experimentally confirmed that the developed architecture provides a correct identification probability of 0.96 at a signal-to-noise ratio down to -3 dB, which exceeds existing solutions by 27%.

Keywords: navigation systems, reference points, parametric identification, deep neural networks.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛЕННЫХ РЕПЕРНЫХ ТОЧЕК В УСЛОВИЯХ НАВИГАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ

Т.В. Жашкова*, М.Ю. Михеев*, Л.Н. Пепел*, М.А. Терёхин*
**Пензенский государственный технологический университет,*
Россия, Пенза, tzhashkova@gmail.com

Аннотация. Решена задача устойчивой идентификации реперных точек в навигационных системах при наличии аномальных искажений измерительной информации. Рассматривается параметрическое представление реперных точек, описываемых вектором признаков (координаты, геометрические характеристики, спектральные свойства). Предложена двухэтапная архитектура нейронной сети, сочетающая сверточный кодировщик для выделения инвариантных признаков и трансформерный механизм внимания для компенсации пространственно-распределенных аномалий. Разработана методика генерации синтетических данных, имитирующих различные типы навигационных аномалий. Проведен сравнительный анализ предложенного метода с классическими корреляционными алгоритмами и современными детекторами объектов. Экспериментально подтверждено, что разработанная архитектура обеспечивает вероятность правильной идентификации 0,96 при отношении сигнал/шум до -3 дБ, что на 27% превосходит существующие решения.
Ключевые слова: навигационные системы, реперные точки, параметрическая идентификация, глубокие нейронные сети.

Modern navigation systems for autonomous vehicles rely heavily on the ability to correlate current measurements with a reference terrain map [1]. Reference points-distinctive, uniquely identifiable objects in the navigation field-play a key role in this process. However, real-world operating conditions are characterized by the presence of navigational anomalies: spatio-temporal distortions caused by natural causes (changes in surface reflective properties, seasonal variations), technogenic factors, and environmental specifics (multipath, shadowing).

The parametric definition of reference points allows formalizing the search problem as an estimation of the state vector. However, classical methods of correlation analysis show a decrease in accuracy when the distortion threshold is exceeded [1].

Mathematical Model of the Navigation Field

The navigation field is described by a function $F(r,t)$, where $r \in R^n$ are spatial coordinates and t is time. The reference field, obtained during mapping, is denoted as $F_0(r)$. During operation, the system obtains measurements:

$$Z(r) = T\left[F_0(r)\right] + \eta(r) + \xi(r)$$

where T is the geometric distortion operator, $\eta(r)$ is additive measurement noise, and $\xi(r)$ is the anomalous component.

Based on the analysis of real navigation systems, the following types of anomalies are identified:

1. Additive Gaussian anomalies are typical for thermal noise of equipment: $\eta_{G(r)} \sim N(0,\sigma^2)$.

2. Impulse anomalies occur during short-term failures: $\xi_{l[r]} = \sum A_k \cdot \delta(r - r_k)$, where A_k is the amplitude and r_k are the impulse coordinates.

3. Structural anomalies represent local distortions of the field shape caused by changes in reflective properties.

4. Γ eometric distortions represent nonlinear deformations of space: $TF_0 = F_0(\varphi(r))$, where φ is a diffeomorphism.

Figure 1 shows examples of various types of navigational anomalies superimposed on the reference field.

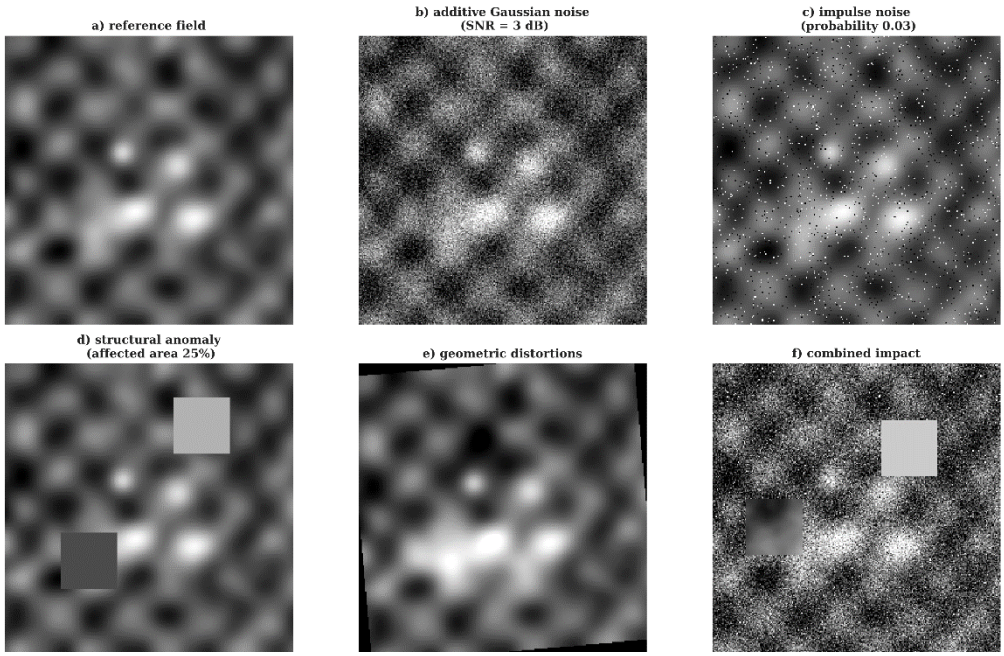


Figure 1. Examples of navigational anomalies: a) reference field, b) additive Gaussian noise (SNR = 3 dB), c) impulse noise (probability 0.03), d) structural anomaly (affected area 25%), e) geometric distortions, f) combined impact

A reference point R_i is identified by a parameter vector p_i, including spatial coordinates, geometric characteristics, energy parameters, and spectral features. For the two-dimensional case, an anisotropic Gaussian representation is used, which allows modeling a wide class of real reference points [2].

For training and testing, a synthetic data generator was developed that simulates real navigation fields. The generation process includes creating a base field, inserting parametric models of reference points, applying four types of distortions, and discretization.

A comparison was made with the classical correlation method [1] and the YOLOv8 detector [3]. The results of the comparative analysis are presented in Table 2.

Table 2. Comparative analysis of identification methods

Method	RMSE, pixels	Precision	Recall	Time, ms
Correlation	4,32	0,68	0,62	127
YOLOv8	1,87	0,83	0,79	24
Proposed	0,54	0,96	0,95	31

The proposed method provides the best accuracy with acceptable computational costs.

Figure 2 shows the dependence of identification accuracy on the intensity of various types of anomalies.

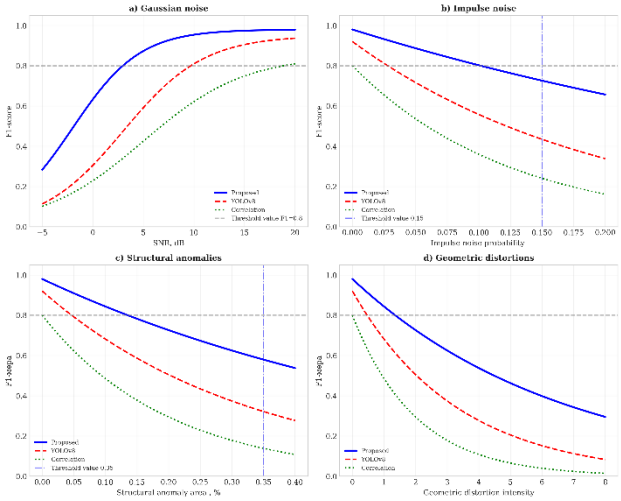


Figure 2. Robustness of methods to anomalies: a) dependence of F1-score on signal-to-noise ratio for Gaussian noise, b) dependence on impulse noise probability, c) dependence on structural anomaly area, d) dependence on geometric distortion intensity

The study of robustness to anomalies showed that the method remains operational (F1 > 0.8) at a signal-to-noise ratio down to -3 dB, while YOLOv8 [3] degrades already at 5 dB. For impulse noise, the method maintains stability up to a probability of 0.15; for structural anomalies, up to an affected area of 35%.

Figure 3 presents examples of the method's operation under various conditions.

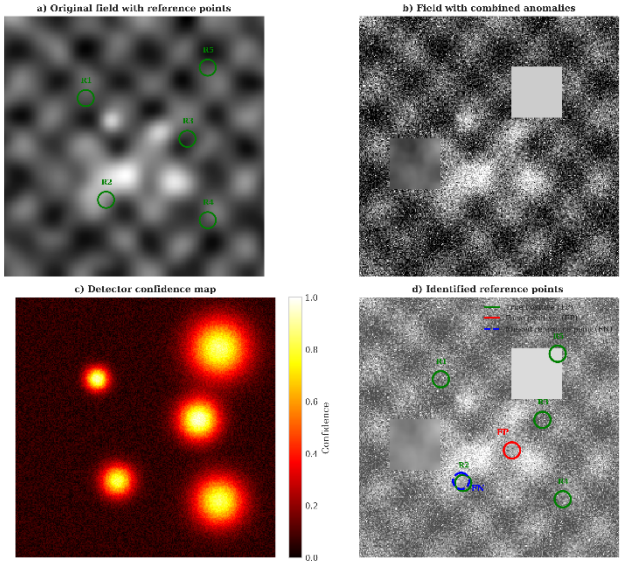


Figure 3. Visualization of identification results: a) original field with reference points, b) field with combined anomalies, c) detector confidence map, d) identified reference points (green circles – correct detections, red – false, blue – missed)

A detailed analysis of erroneous detections is presented in Table 3.

Table 3. Error distribution by type

Error Type	Share, %	Reason
Missed reference point (FN)	3,2	Low contrast, strong overlap with anomaly
False positive (FP)	2,1	Structural anomaly resembling a reference point
Positioning error > 1 pixel	1,8	Geometric distortions
Parameter estimation error	2,9	Shape ambiguity

Figure 4 presents activation maps of various network layers, demonstrating the attention mechanism.

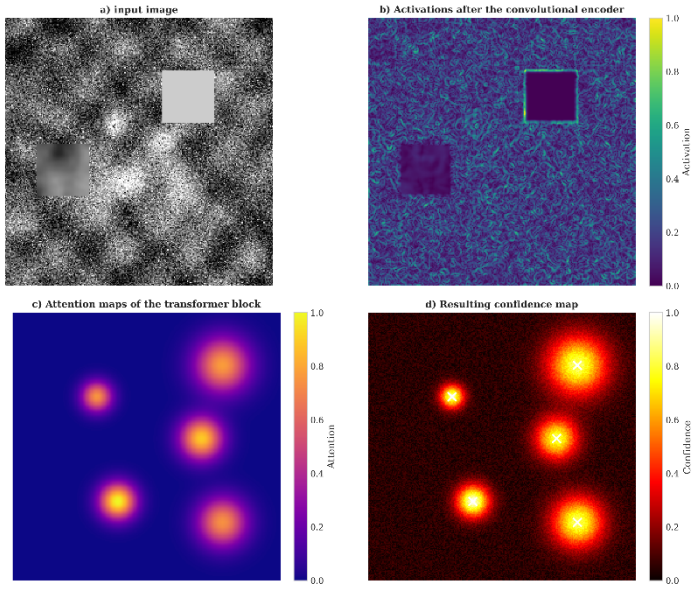


Figure 4. Visualization of activation maps: a) input image, b) activations after the convolutional encoder, c) attention maps of the transformer block, d) resulting confidence map

The high efficiency of the method is explained by the multi-scale representation, which allows analyzing reference points of various scales [4], the attention mechanism that effectively suppresses areas with anomalies [5], and the parametric output that provides complete information about the reference point.

Limitations of the method include demands on computational resources, the need for a representative training sample, and sensitivity to types of anomalies not present in the training data.

Conclusion

This work solves the problem of identifying parametrically defined reference points under navigational anomalies. A mathematical model of the navigation field was developed, accounting for four types of anomalies. A parametric representation of reference points in the form of anisotropic modulated Gaussians was proposed. A neural network architecture was created, integrating dilated convolutions [6, 7], transformer attention blocks [5], and a feature pyramid [6, 10]. It was experimentally confirmed that the proposed method provides a correct identification probability of 0.96 at a signal-to-noise ratio of -3 dB, surpassing existing analogues by 27%.

Future research will focus on adapting the method for three-dimensional navigation fields [10, 11] and integrating it with data from inertial navigation systems.

The article is published with the support of the Russian Science Foundation grant No. 25-21-00445, https://rscf.ru/project/25-21-00445/ «Conducting research and developing a mathematical apparatus to minimize deviations in the location of 3D models of reference objects synthesized by aviation simulator simulators for their observation in the multispectral mode».

References

1. Beloglazov I.N., Tarasenko V.P. Correlation-Extremal Navigation Systems. – M.: Radio i svyaz, 2019. – 312 p. (In Russ.).

2. Lowe D.G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints // International Journal of Computer Vision. 2004. – Vol. 60. – № 2. – P. 91-110.

3. Redmon J., Farhadi A. YOLOv3: An incremental improvement // arXiv preprint arXiv:1804.02767. 2018.

4. Newell A., Yang K., Deng J. Stacked hourglass networks for human pose estimation // European Conference on Computer Vision. 2016. – pp. 483-499.

5. Vaswani A. et al. Attention is all you need // Advances in Neural Information Processing Systems. 2017. – pp. 5998-6008.

6. He K. et al. Deep residual learning for image recognition // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2016. – pp. 770-778.

7. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: Convolutional networks for biomedical image segmentation // International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention. 2015. – pp. 234-241.

8. Zhang H. et al. Context encoding for semantic segmentation // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2018. – pp. 7151-7160.

9. Lin T.Y. et al. Focal loss for dense object detection // Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. 2017. – pp. 2980-2988.

10. Esimova N.S., Roganov V.R., Asmolova E.A., Khitrykh M.S. Problems of synthesizing 3D models of reference objects synthesized by simulators of aviation simulators and simulators of unmanned aerial vehicle operators in different ranges of electromagnetic radiation // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". 2025. – Vol. 1. – pp. 216-219. (In Russ.).

11. Khilal S., Roganov V.R., Asmolova E.A., Gorshkova S.S., Myazhitov R.E., Baryshev I.A. Peculiarities of human perception of reference objects observed in a thermal imager and their 3D models // Труды международного симпозиума "Надежность и качество". 2025. – Vol. 1. – pp. 271-273. (In Russ.).

УДК 681.513; ГРНТИ 73.43.85

РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТРОПНЕВМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТРОЛЛЕЙБУСА НА ОСНОВЕ ПЛК SIMATIC S7-300, FLUIDSIM И SCADA WINCC

Е.В. Капкин

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Российская Федерация, Москва, kapkin_egor@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается разработка электропневматической системы управления технологическим процессом троллейбуса с использованием программируемого логического контроллера SIMATIC S7-300, среды моделирования FluidSim и пакета Simatic Step 7. Показана методика построения принципиальной электропневматической схемы на основе реальной пневмосистемы троллейбуса МТР3-5279.0000012, а также синтез алгоритмов работы в виде графовых диаграмм (GRAPH) и лестничных схем (LAD). Отдельное внимание уделено созданию системы удалённой диспетчеризации на базе SCADA-системы WinCC с визуализацией приборной панели водителя и имитацией различных режимов движения. Приведены основные функции реализованной системы, описаны автоматические и ручные режимы, а также показана возможность применения подхода в задачах автоматизации городского электротранспорта. Обоснована эффективность использования связки FluidSim – Step 7 – WinCC для проектирования и отладки электропневматических систем.

Ключевые слова: программируемый логический контроллер, SIMATIC S7-300, FluidSim, Simatic Step 7, WinCC, SCADA, электропневматика, автоматизация транспорта.

DEVELOPMENT OF AN ELECTROPNEUMATIC CONTROL SYSTEM FOR A TROLLEYBUS BASED ON THE SIMATIC S7-300 PLC, FLUIDSIM AND WINCC SCADA

E.V. Kapkin

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russia, Moscow, kapkin_egor@mail.ru

The summary. The paper considers the development of an electropneumatic control system for the technological process of a trolleybus using the SIMATIC S7-300 programmable logic controller, the FluidSim modeling environment and the Simatic Step 7 software package. A method for building a principal electropneumatic scheme based on a real pneumatic system of the MTRZ-5279.0000012 trolleybus is presented, as well as the synthesis of operating algorithms in the form of GRAPH diagrams and ladder logic (LAD). Special attention is paid to the creation of a

remote dispatch control system based on the WinCC SCADA system with visualization of the driver's dashboard and imitation of various driving modes. The main functions of the implemented system are described, automatic and manual modes are outlined, and the possibility of applying the approach to urban electric transport automation tasks is demonstrated. The efficiency of using the FluidSim – Step 7 – WinCC toolchain for design and debugging of electropneumatic systems is substantiated.
Keywords: programmable logic controller, SIMATIC S7-300, FluidSim, Simatic Step 7, WinCC, SCADA, electropneumatics, transport automation.

Современный городской общественный транспорт предъявляет повышенные требования к безопасности, надёжности и удобству перевозок при одновременном росте пассажиропотока и загрузки улично-дорожной сети. В часы пик троллейбусы и автобусы часто работают в условиях перегруженности, что приводит к отклонениям от расписания и увеличению времени ожидания пассажиров. Одним из способов повышения эффективности является автоматизация ключевых подсистем подвижного состава, включая тормозные системы, пневмоподвеску и привод дверей [1].

Использование программируемых логических контроллеров (ПЛК) совместно со средствами моделирования и SCADA-системами позволяет реализовать интеллектуальные алгоритмы управления движением и стоянками транспортного средства, а также обеспечить удалённую диспетчеризацию. В данной статье изложены результаты разработки электропневматической системы управления технологическим процессом троллейбуса в среде FluidSim с использованием контроллера SIMATIC S7-300, программного комплекса Simatic Step 7 и SCADA-системы WinCC.

Целью работы являлось создание модели электропневматической системы троллейбуса и её алгоритмического обеспечения с последующей визуализацией и имитацией режимов работы, приближённых к реальным условиям эксплуатации. В качестве прототипа использована пневматическая схема троллейбуса МТРЗ-5279.0000012, что позволило сформировать приближённую к реальному объекту модель.

Аппаратно-программная основа: ПЛК SIMATIC S7-300 и Step 7

Программируемый логический контроллер SIMATIC S7-300 концерна Siemens относится к семейству промышленных систем автоматизации SIMATIC S7 и предназначен для построения модульных систем управления средней и высокой сложности. Контроллер обладает широким набором цифровых и аналоговых модулей ввода-вывода, поддерживает стандартные промышленные интерфейсы и может использоваться как в составе локальных, так и распределённых систем управления.

В рассматриваемой работе контроллер S7-300 применяется для управления электропневматической системой троллейбуса, реализуя функции: опрос дискретных сигналов от датчиков давления, конечных выключателей и кнопок управления; формирование управляющих сигналов на электропневмораспределители тормозов, дверей и подвески; реализацию алгоритмов автоматической остановки и отправления от остановки; поддержку ручного режима для отработки отдельных механизмов.

Для программирования использован комплекс Simatic Step 7, обеспечивающий конфигурацию аппаратуры, создание программ в языках LAD и GRAPH, а также диагностику и тестирование через встроенные средства и виртуальный контроллер PLCSIM. Конфигурация аппаратной части включает центральный модуль CPU серии S7-300, модули дискретного ввода/вывода и символическую таблицу, в которой каждому физическому адресу сопоставлен осмысленный идентификатор (например, DO_Tormoz, DO_Door1, DO_Podveska).

Моделирование электропневматической схемы в FluidSim

Пневматическая часть системы реализована в среде FluidSim, предназначенной для моделирования и анализа пневмо- и гидросистем с использованием библиотек стандартных элементов. В качестве основы принята пневматическая схема троллейбуса МТРЗ-5279.0000012, включающая воздушный ресивер, защитные клапаны, элементы тормозной системы, пневмоподвеску и двери [2].

На модели реализованы следующие ключевые компоненты: воздушный баллон, обеспечивающий накопление сжатого воздуха и питание всех потребителей (тормоза, подвеска, двери); датчик давления, контролирующий уровень давления в магистрали и обеспечивающий защиту при аварийных режимах; ускорительный клапан, сокращающий время срабатывания тормозной системы; защитные клапаны, разделяющие магистраль на независимые контуры и отключающие повреждённые участки; цилиндры одностороннего и двустороннего действия, имитирующие тормозные камеры и дверные приводы; электропневмораспределители 3/2 и 4/2, управляющие дверями и подвеской по сигналам от ПЛК.

Модель позволяет наблюдать динамику срабатывания цилиндров и изменение состояний элементов при различной комбинации управляющих сигналов, что используется для отладки алгоритмов Step 7 без физического стенда. Связь между логической частью (ПЛК) и FluidSim реализуется через виртуальные входы и выходы, соответствующие электромагнитным катушкам распределителей и датчикам.

Алгоритмы работы системы в Simatic Step 7

Алгоритмическая часть проекта реализована в виде набора функциональных блоков, описывающих отдельные режимы работы электропневматической системы троллейбуса. В общей структуре проекта предусмотрены девять основных алгоритмов: запуск троллейбуса, остановка, старт, аварийный тормоз, автоматический режим, мануальный режим, тормоз, двери и подвеска.

Базовая логика управления реализована в организационном блоке OB1 на языке LAD, где выполняется обработка сигналов от кнопок и переключателей режимов, а также формирование управляющих сигналов на соответствующие выходы. Автоматические последовательности «Остановка» и «Старт» описаны в функциональных блоках на языке GRAPH в виде пошаговых диаграмм, что упрощает визуальную отладку и сопровождение программы.

Алгоритм автоматической остановки включает последовательность действий: по достижении зоны остановки активируется тормозная система, выдвигаются штоки тормозных цилиндров; после полной остановки по таймеру опускается пневмоподвеска для облегчения посадки и высадки пассажиров; затем последовательно открываются дверные цилиндры, обеспечивая доступ в салон.

Алгоритм «Старт» реализует обратную последовательность: закрытие дверей, подъём подвески до рабочего уровня и снятие тормозов для начала движения. В полностью автоматическом режиме эти две последовательности выполняются циклически, формируя имитацию движения троллейбуса от остановки к остановке.

Ручной режим обеспечивает непосредственное управление тормозами, дверями и подвеской по отдельным кнопкам, при этом автоматические режимы блокируются для исключения конфликтов. Для каждого механизма реализованы функции самоподхвата и сброса сигнала в зависимости от выбранного режима, что позволяет корректно объединять ручное и автоматическое управление.

Система удалённой диспетчеризации на базе WinCC

Для организации удалённого мониторинга и управления разработана SCADA-система на базе SIMATIC WinCC, интегрированная с проектом Step 7 и виртуальным контроллером PLCSIM. В WinCC создаётся мнемосхема, имитирующая приборную панель водителя троллейбуса со спидометром, тахометром, индикаторами поворотников, ближнего и дальнего света, состояния двигателя, а также набором функциональных кнопок.

Каждая из восьми кнопок на мнемосхеме соответствует определённому режиму: «Остановка», «Отправление», «Авто режим», «Аварийный тормоз», «Двери», «Подвеска», «Тормоз», «Ручной режим». При активации кнопки изменяется её цвет и индикация состояния, а также формируется соответствующий управляющий сигнал, который через контроллер воздействует на электропневматическую схему в FluidSim [3].

Связь между WinCC и контроллером реализуется через таблицу тегов, в которой каждому визуальному элементу сопоставлены переменные Step 7 (адреса входов и выходов ПЛК). Это позволяет в режиме реального времени наблюдать состояния исполнительных механизмов и переключать режимы работы, не обращаясь непосредственно к среде программирования контроллера [4].

Использование SCADA-системы даёт преимущества: централизованный мониторинг параметров и состояний механизмов, регистрацию событий и возможность последующего анализа, удобный интерфейс для диспетчера и водителя, а также возможность масштабирования решения на другие объекты транспорта.

Таким образом, рассмотрен комплексный подход к разработке электропневматической системы управления троллейбуса с использованием ПЛК SIMATIC S7-300, среды FluidSim, программного комплекса Simatic Step 7 и SCADA-системы WinCC. Смоделирована пневматическая схема на основе реального троллейбуса, синтезированы алгоритмы автоматической остановки и отправления, а также реализованы автоматический и ручной режимы управления [5].

Построенная система удалённой диспетчеризации обеспечивает визуализацию приборной панели водителя и даёт возможность отрабатывать различные сценарии эксплуатации в виртуальной среде, что снижает риски и затраты при внедрении. Полученные результаты демонстрируют целесообразность применения интеграции FluidSim – Step 7 – WinCC для проектирования и отладки электропневматических систем городского транспорта и могут быть использованы при разработке аналогичных решений для других видов подвижного состава.

Библиографический список

1.Макаров И.М. Системные принципы создания гибких автоматизированных производств. – М.: Высшая школа, 1986. – 175 с.

2.Пневматическая схема троллейбуса МТРЗ-5279.0000012. Режим доступа: https://eltroll.ru/troll_5279_p2.php

3.Кросер П., Эбель Ф. Пневмоавтоматика. Основной курс TR 101. – FESTO, 2000.

4.Валлер Д., Вернер Г. Электропневмоавтоматика. Основной курс TR 201. – FESTO, 2002.

5.Бергер Г. Автоматизация с помощью программ STEP7. – Siemens AG.

УДК 681.514; ГРНТИ 28.23.37

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА АНАЛИЗА ПРОИЗВОДСТВА СЛОЖНОСТРУКТУРИРОВАННОГО РАДИОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА НА БАЗЕ НЕЙРОСЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ТРАНСФОРМЕРА

Д.Н. Карпухин, Г.А. Нетесов, В.Л. Бурковский
Воронежский государственный технический университет,
Российская Федерация, Воронеж, karpuxin.1996@mail.ru

Аннотация. Высокоточное прогнозирование многомерных данных имеет решающее значение для эффективного управления и внедрения инноваций в мелкосерийное производство. Однако традиционные модели, такие как LTSM и GRU, не подходят для этой задачи. Это обусловлено тем, что на мелкосерийном производстве зачастую не хватает вычислительных мощностей, для того чтобы эффективно работать с информацией, содержащейся в системе. В данной статье рассматривается применение адаптированной под мелкосерийное производство нейросетевой модели трансформера, которая использует механизм самовнимания для эффективной обработки многомерных наборов данных.
Ключевые слова: сложноструктурированный радиотехнический комплекс, интеллектуальные методы, анализ и классификация неопределенностей.

INTELLECTUALIZATION OF THE PROCESS OF ANALYZING THE PRODUCTION OF A COMPLEXLY STRUCTURED RADIO ENGINEERING COMPLEX BASED ON A NEURAL NETWORK TRANSFORMER MODEL

D.N. Karpukhin, G.A. Netesov, V.L. Burkovsky
Voronezh State Technical University, Voronezh,
Russian Federation, karpuxin.1996@mail.ru

The summary. High-precision forecasting of multidimensional data is crucial for effective management and innovation in small-scale production. However, traditional models such as LTSM and GRU are not suitable for this task. This is because small-scale production often lacks the computational power to effectively handle the information contained in the system. This article explores the application of a transformer neural network model tailored to small-scale production, which uses self-attention mechanisms to efficiently process multidimensional datasets.
Keywords: complexly structured radio engineering complex, intelligent methods, analysis and classification of uncertainties.

В настоящее время точное прогнозирование данных имеет решающее значение для комплексного управления, оценки безопасности и внедрения инноваций в мелкосерийное производство. По мере повышения интереса к сложноструктурированным радиотехническим комплексам (ССРК) [1] разработка новых методов прогнозирования является необходимым условием не только для оценки его работы, но также для принятия научно обоснованных решений по его модернизации. В последние годы благодаря достижениям в области цифровых технологий появились разнообразные интеллектуальные системы, осуществляющие сбор телеметрии в режиме реального времени. Эти платформы обрабатывают массивы данных, предоставляя возможность для глубокого анализа и понимания процессов, происходящих в системе. Однако использование традиционных прогностических моделей (ТПМ) в подобных системах с каждым годам становится всё более затруднительным. Это обусловлено тем, что ТПМ зачастую не хватает гибкости и вычислительной мощности, чтобы эффективно использовать информацию, содержащуюся в ССРК. [2, 3] Существующие исследования в данной области в основном сосредоточены на долгосрочных прогнозах (ДП). Однако в мелкосерийном производстве ДП недостаточно для решения оперативных задач в режиме реального времени. В отличии от долгосрочного прогнозирования, которое в основном отражает общие тенденции, краткосрочное-многоэтапное прогнозирование (КМП) обеспечивает детализированные прогнозы с высоким временным разрешением, что позволяет операторам

ССРК предвидеть изменения в полученных данных, и заблаговременно устранять потенциальные неисправности в режиме реального времени.

Структура нейросетевой модели PatchTST

В настоящее время искусственные нейросетевые модели (ИНС), являются центром внимания в области прогнозирования, а их усовершенствованные версии, такие как долговременная кратковременная память (LSTM) и управляемые рекуррентные блоки (GRU), представляют собой мощные инструменты по выявлению временных зависимостей благодаря присущим им возможностям запоминания. Данные модели показывают отличные результаты, однако их эффективность ограничена из-за исчезающего градиента, и разряженности в данных. [2, 3] С этой точки зрения больший потенциал демонстрируют модели-трансформеры (МТ) [4]. В отличие от традиционных ИНС, они в режиме реального времени выявляют глобальные и локальные зависимости благодаря механизму самовнимания. Данный механизм способствует поиску сложных взаимодействий и динамический изменений в последовательных данных. Это позволяет лучше моделировать нестационарную и сложную временную динамику работы высоконадежного радиотехнического комплекса, на которую влияют неопределенности и негативно воздействующие факторы. Кроме того, производственный мониторинг в последние годы переходит на потоки данных, обрабатываемые в режиме реального времени с высокой частотой дискретизации, поэтому МТ становятся всё более подходящими для работы с этими наборами благодаря возможностям параллельной обработки и адаптации к крупномасштабному прогнозированию временных рядов.

Недавние инновации, такие как модель PatchTST, [5] ещё больше улучшили архитектуру трансформеров за счёт внедрения локализованной свёртки и представлений на основе фрагментов. Данные улучшения повысили способность ИНС выявлять информативные закономерности в производственных данных, что сделало МТ особенно актуальными мелкосерийном производстве, где необходимо эффективно моделировать изменения, нерегулярные тенденции и многомерные зависимости. Помимо этого, PatchTST сохраняет стабильную производительность как при использовании предварительно обученных, так и при повторном обучении параметров, демонстрируя превосходную адаптивность и обобщающую способность. Это делает её особенно подходящей для внедрения в программные продукты, используемые на мелкосерийном производстве, где частое или повторное переобучение не всегда может быть возможным.

На рисунке 1 представлена общая схема функционирования модели PatchTST, которая может быть внедрена в мелкосерийное производство для краткосрочного-многоэтапного прогнозирования данных, поступающих с ССРК.

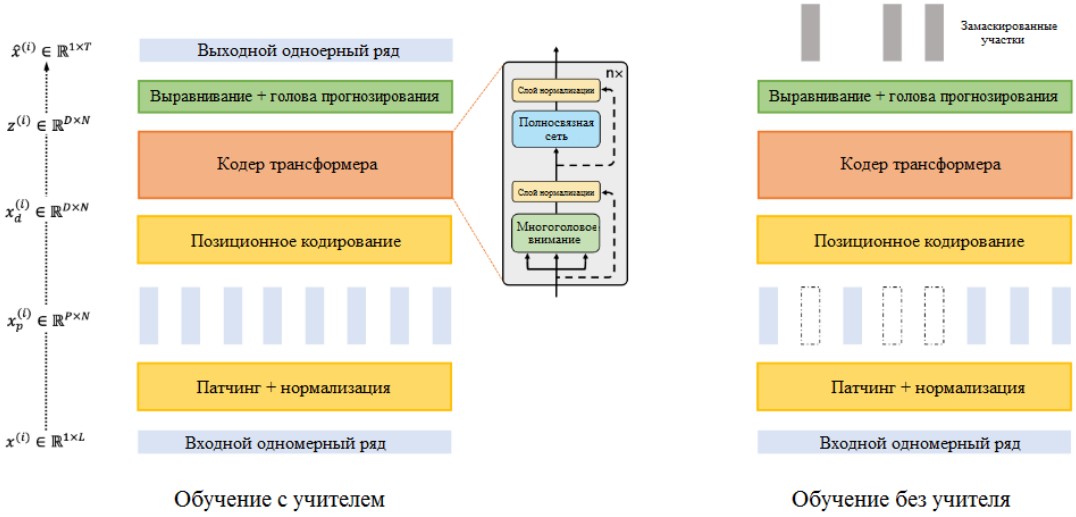


Рис. 1. Общая схема функционирования модели PatchTST

Выводы

Существующие исследования в области прогнозирования производственных данных показывают, что модели трансформеры добились значительных результатов в задачах прогнозирования последовательностей со сложными временными зависимостями. Несмотря на имеющиеся архитектуры традиционных нейросетевых моделей, их применимость к краткосрочным задачам высокоточного прогнозирования данных остаётся недостаточно изученной. Однако благодаря модели PatchTST, разработка адаптивных стратегий по внедрению инноваций в мелкосерийное производство представляется возможным, поэтому дальнейшее исследование будет сосредоточено на разработке конкретных алгоритмов и методов реализации принципов МТ в интеллектуальной системе мониторинга сложноструктурированного радиотехнического комплекса.

Библиографический список

1. Карпухин Д.Н. Структура системы управления внутренним электроснабжением автономного объекта энергообеспечения / Д.Н. Карпухин, В.Л. Бурковский // Сборник докладов XVIII международной конференции по электромеханике и робототехнике. – 2023.– С. 221-225.

2. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. 2-е изд. / С. Хайкин – М.: Вильямс – 2006 – 1104 с.

3. Аггарвал Ч. Ч. Нейронные сети и глубокое обучение. Учебный курс / Ч. Ч. Аггарвал. – Москва: Вильямс. - 2020. – 752с.

4. Йылдырым С. Осваиваем архитектуру Transformer. Разработка современных моделей с помощью передовых методов обработки естественного языка / С. Йылдырым, М. Асгари-Ченаглу, пер. с анг. В. С. Яценкова. – М.: ДМК Пресс. 2022. – 320 с.

5. Ashish Vaswani, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N. Gomez, Lukasz Kaiser, Illia Polosukhin. Attention Is All You Need arXiv preprint arXiv:1706.03762, 2017

УДК 621.371; ГРНТИ 49.03.05

БЕСПРОВОДНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ С АВТОНОМНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ

В.К. Клочко, Ю.Н. Паршин, П.В. Бабаян
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, klochkovk@mail.ru

Аннотация. Решается задача беспроводной оптической связи с автономным транспортным средством при его движении по заданному маршруту вдоль волоконно-оптической линии. Представлен алгоритм связи. Решение отличается наличием закрепленной и подвижной видеокамер, совместная работа которых обеспечивает ориентацию датчика связи, установленного на транспортном средстве, в направлении излучателей волоконно-оптической линии. Алгоритм применим в ситемах роботизированных транспортных перевозок.
Ключевые слова: оптическая связь, волоконно-оптическая линия, видеокамеры, автономное транспортное средство.

WIRELESS OPTICAL COMMUNICATION WITH AN AUTONOMOUS VEHICLE

V.K. Klochko, Yu.N. Parshin, P.V. Babayan
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, klochkovk@,mail.ru

The summary. The problem of wireless optical communication with an autonomous vehicle as it moves along a given route along a fiber-optic line is solved. A communication algorithm is presented. The solution features fixed and mobile video cameras, whose joint operation ensures the orientation of the communication sensor mounted on the vehicle toward the emitters of the fiber-optic line. The algorithm is applicable in systems of robotic transport transportation.
Keywords: optical communication, fiber-opticline, video cameras, autonomouse vehicle.

В современных системах автоматизированных транспортных перевозок большую роль играет беспроводная связь с транспортным средством (ТС). Спутниковая связь, например [1], не гарантирует непрерывную связь с ТС при его движении по маршруту. Существующие корреляционно-экстремальные системы контроля за движением ТС вдоль маршрута [2] требуют знания электронной карты местности, которая не всегда доступна.

Последнее время интерес проявляется к системам связи на основе волоконно-оптической линии [3]. Волоконно-оптическая линия (в дальнейшем – оптическая линия связи) прокладывается по маршруту движения ТС, и беспроводная связь производится через модулированный оптический поток инфракрасного диапазона длин волн. Для поддержания мощности оптического сигнала вдоль линии связи на определенном расстоянии располагаются оптические усилители с излучателями. Модулированный оптический сигнал через излучатели передается на оптический приемник, расположенный на движущемся ТС, и там декодируется. Полученная информация используется для управления движением ТС. Для надежной связи и управления ТС требуется, чтобы оптический приемник в процессе движения был ориентирован на излучатели оптического сигнала.

Целью работы является разработка алгоритма беспроводной связи с ТС при его движении по маршруту вдоль волоконно-оптической линии.

Алгоритм связи

1. Располагаются равномерно вдоль оптической линии связи на трассе излучатели модулированного оптического сигнала, и осуществляется движение ТС вдоль трассы с заданной скоростью на определенной дистанции (высоте) от линии связи. Устанавливается на ТС оптико-электронная система видения инфракрасного диапазона длин волн, которая состоит из закрепленной видеокамеры и подвижной видеокамеры на двух-осевом карданном подвесе.

Подвижная видеокамера совмещена с датчиком связи, осуществляющим непрерывно прием и передачу модулированного оптического сигнала.

2. В каждый момент времени наблюдаются два соседних излучателя в видеокадре закрепленной видеокамеры в прямоугольной системе координат *oxyz*, где ось *OX* направлена в направлении вектора скорости ТС, а ось *OZ* –в направлении линии связи.

3. В видеокадре закрепленной видеокамеры определяются координаты изображений двух соседних излучателей в зоне видимости этой видеокамеры [4] и осуществляется управление вектором скорости ТС так, чтобы координаты изображений двух соседних излучателей находились на горизонтальной оси видеокадра закрепленной видеокамеры.

4. По координатам изображений двух излучателей в видеокадре закрепленной видеокамеры устанавливаются орты направлений на излучатели s_1 и s_2. Выбирается орт s_1 направления на излучатель, ближайший по направлению вектора скорости ТС. Осуществляется управление положением линии визирования подвижной видеокамеры (оси $o'z'$ в системе координат $o'x'y'z'$ подвижной видеокамеры) так, чтобы линия визирования совместилась с ортом s_1.

5. В видеокадре подвижной видеокамеры, совмещенной с датчиком связи, в местной системе координат $o'x'y'z'$ определяются координаты изображения излучателя в пределах зоны видимости этой видеокамеры и дополнительно осуществляется управление подвижной видеокамерой так, чтобы изображение излучателя располагалось в центре видеокадра.

6. После того, как в закрепленной видеокамеры изображение первого излучателя вышло за пределы зоны видимости, осуществляется управление подвижной видеокамерой для совмещения ее линии визирования с ортом s_2 направления на второй излучатель. При этом повторяются операции п. 5 управления подвижной видеокамерой, совмещенной с датчиком связи. Когда в видеокадре закрепленной видеокамеры появляется изображение третьего излучателя, определяется орт s_3 направления на этот излучатель.

7. Осуществляется управление вектором скорости ТС так, чтобы координаты изображений двух соседних излучателей (второго и третьего) находились на горизонтальной оси видеокадра закрепленной видеокамеры.

8. Когда в видеокадре закрепленной видеокамеры изображение второго излучателя выходит за пределы зоны видимости, осуществляется управление подвижной видеокамерой для совмещения ее линии визирования с ортом s_3 направления на третий излучатель. Повторяются операции п. 5 управления подвижной видеокамерой. Когда в видеокадре закрепленной видеокамеры появляется изображение четвертого излучателя, определяется орт s_4 направления на этот излучатель.

9. Вектор скорости ТС направляют так, чтобы координаты изображений двух излучателей (третьего и четвертого) находились на горизонтальной оси видеокадра закрепленной видеокамеры.

10. Повторяют операции управления движением ТС в направлении четвертого и последующих излучателей.

Алгоритм обобщается на случай применения трехосного карданного подвеса введением дополнительного угла поворота.

Модуль управления и связи

Функциональная схема модуля показана на рисунке 1, где изображены:

1 – закрепленная видеокамера;

2 – блок формирования изображения закрепленной видеокамеры;

3 – блок обработки изображения закрепленной видеокамеры;

4 – подвижная видеокамера, совмещенная с датчиком связи;

5 – блок формирования изображения подвижной видеокамеры;
6 – блок обработки изображения подвижной видеокамеры;
7 – блок управления карданным подвесом;
8 – карданный подвес;
9 – датчик связи, совмещенный с подвижной видеокамерой;
10 – приемопередатчик;
11 – блок модуляции и демодуляции;
12 – блок управления движением.

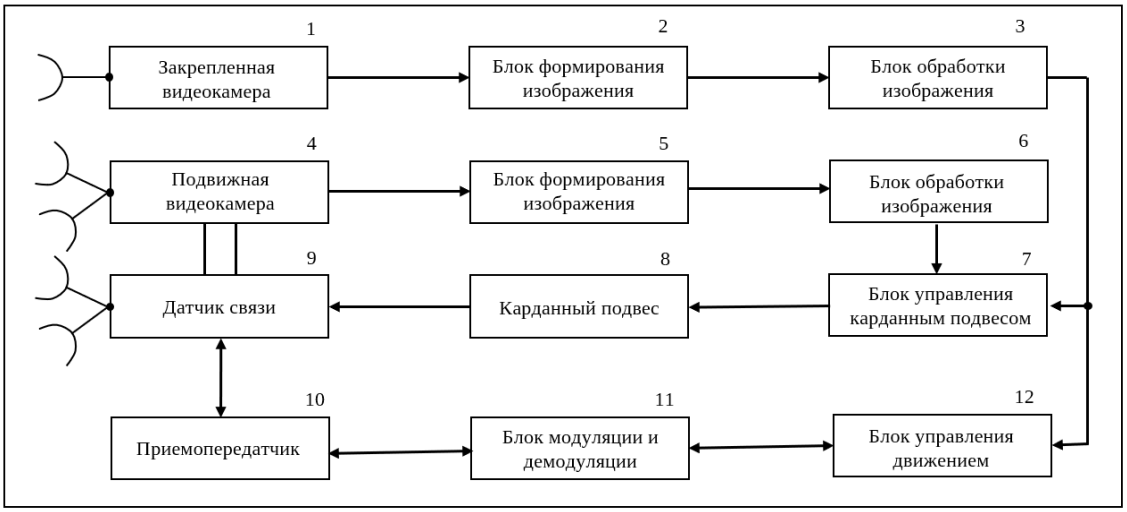


Рис. 1. Функциональная схема модуля связи

Заключение

Представлен алгоритм оптической связи с ТС, а также функциональная схема конструкции модуля связи, которые отличаются наличием закрепленной и подвижной видеокамер, совместная работа которых обеспечивает ориентацию датчика связи, установленного на ТС, в направлении излучателей сигналов на линии связи. Алгоритм может найти применение в системах управления автономным движением ТС вдоль заданного маршрута в интересах транспортных задач.

Библиографический список

1. Патент RU 155323 U1 Система управления беспилотным летательным аппаратом. Полезная модель к патенту. Опубл. 27.09.2015. Бюл. № 27.

2. Патент RU 2767477C1. Способ навигации беспилотных летательных аппаратов. Опубл. 17.03.2022. Бюл. № 8.

3. Андреев В.А., Бурдин А.В., Бурдин В.А. Построение бортовых информационных сетей с использованием волоконно-оптических кабелей // Радиопромышленность. 2020. № 4. С. 8 – 13.

4. Бабаян П.В., Кожина Е.С. Автоматическое выделение и обнаружение движущихся объектов с использованием видеокамеры с изменяющимся полем зрения // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. Рязань. 2023. №. 83. С. 84 – 94.

УДК 62-533.52; ГРНТИ 29.31.29

МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСПОЗИЦИИ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ

П.В. Бабаян, И.В. Губанов
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, ilyagubanovv@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются различные методы оценки экспозиции в оптико-электронных системах, приводятся их основные особенности. Рассмотрены три подхода к оценке экспозиции кадра: по среднему серому, на основе максимизации энтропии изображения и метод локализации областей бликов. Более подробно рассмотрены методы максимизации энтропии и локализации бликов. Приведено их сравнение в одинаковых условиях.
Ключевые слова: экспозиция, изображение, энтропия, блик.

METHODS OF AUTOMATIC EXPOSURE DETECTION IN OPTOELECTRONIC SYSTEMS

P.V. Babayan, I.V. Gubanov
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, ilyagubanovv@yandex.ru

The summary. The paper discusses various methods of exposure assessment in optoelectronic systems, and provides their main features. Three approaches to assessing the exposure of a frame are considered: by average gray, based on maximizing the entropy of the image, and the method of localization of glare areas. The methods of maximizing entropy and glare localization are considered in more detail. They are also compared under the same conditions.

Видеопоследовательность состоит из множества кадров, каждый из которых формируется в результате взаимодействия света с сенсором видеокамеры. Свет, проходя через объектив, попадает на сенсор, который преобразует его в электрические сигналы. Эти сигналы затем обрабатываются процессором камеры и превращаются в цифровое изображение. Экспозиция – это количество света, которое попадает на сенсор видеокамеры за определённый промежуток времени. Она играет ключевую роль в формировании изображения, так как именно от неё зависит, насколько ярким или тёмным будет кадр. Правильная экспозиция позволяет увидеть детали как в тенях, так и в светлых участках изображения, что особенно важно в условиях переменной освещённости. Автоматизация контроля экспозиции в видеокамерах необходима для получения качественных изображений в реальном времени без ручной настройки всех параметров. Это особенно актуально в условиях, когда освещение может быстро меняться или в сценах с высоким контрастом. Автоматические системы быстро адаптируют настройки параметров и помогают сохранить правильную экспозицию и избежать пересветов и затемнений.

Далее представлены различные методы автоматического определения экспозиции.

Определение экспозиции по среднему серому (нейтральному серому)

Экспонометр, встроенный в камеру, замеряет количество света, отражённого от объектов. Различные объекты отражают свет по-разному: например, белый снег отражает очень большое количество света, примерно 70–90%, а чёрный бархат – около 3–7%. Если усреднить яркость большого числа среднестатистических снимков, то получится примерно серый нейтральный цвет с отражающей способностью 18% [1]. Алгоритм коррекции экспозиции камеры стремится привести среднюю яркость снимаемой сцены к данному значению.

Данный метод достаточно простой в реализации и обеспечивает хорошее быстродействие, но при вычислении по всему изображению может не обеспечивать должное качество настройки экспозиции в более сложных сценах. Например, если в сцене преобладают тона, значительно светлее 18% серого, алгоритм установит настройки экспозиции так, чтобы при-

вести среднюю яркость сцены к 18% серому, то есть сделать снимок темнее. В результате получится недоэкспонированный кадр. Также может быть и обратное: при съёмке сцены с преобладанием тёмных тонов, значительно темнее 18% серого, алгоритм установит настройки экспозиции так, чтобы осветлить снимаемую сцену, сделать её яркость ближе к 18% серому. В результате получится переэкспонированный кадр.

Коррекция экспозиции на основе максимизации энтропии

Данный алгоритм коррекции времени экспозиции основан на анализе гистограммы яркости изображения, формируемой на каждом кадре [2]. Алгоритм максимизирует энтропию изображения H, вычисляемую следующим образом:

$$H = -\sum_{i=0}^{m-1} p_i \cdot \log_2 p_i \,, \#(1)$$

где m – число уровней яркости;

p_i – относительное количество точек, имеющее яркость i.

Для сглаживания ошибок оценивания выполняется межкадровая фильтрация энтропии во времени по следующей формуле:

$$\bar{H}_n = \gamma \cdot \bar{H}_{n-1} + (1-\gamma) H_n, \#(2)$$

где n – номер кадра;

H_n – значение энтропии на n-м кадре;

$\bar{H}_n$– сглаженное значение энтропии на n-ом кадре;

γ – коэффициент в диапазоне от 0 до 1.

Значение $\bar{H}_n$ округляется при выполнении дальнейших проверок.

Работа алгоритма начинается с минимального значения времени экспозиции t_{min} и постепенно увеличивается. На каждом кадре проводится проверка:

- если значение $\bar{H}_n > \bar{H}_{n-1}$, то сохраняется направление изменения времени экспозиции t,
- если $\bar{H}_n < \bar{H}_{n-1}$, то направление изменения меняется на противоположное,
- если $\bar{H}_n = \bar{H}_{n-1}$, изменения времени экспозиции не происходит.

Время экспозиции на следующем кадре t_{n+1} вычисляется в соответствии с выражением:

$$t_{n+1} = t_n + h \cdot s_n, \#(3)$$

где h – шаг коррекции экспозиции;

s_n – знак изменения направления (-1, 0, +1).

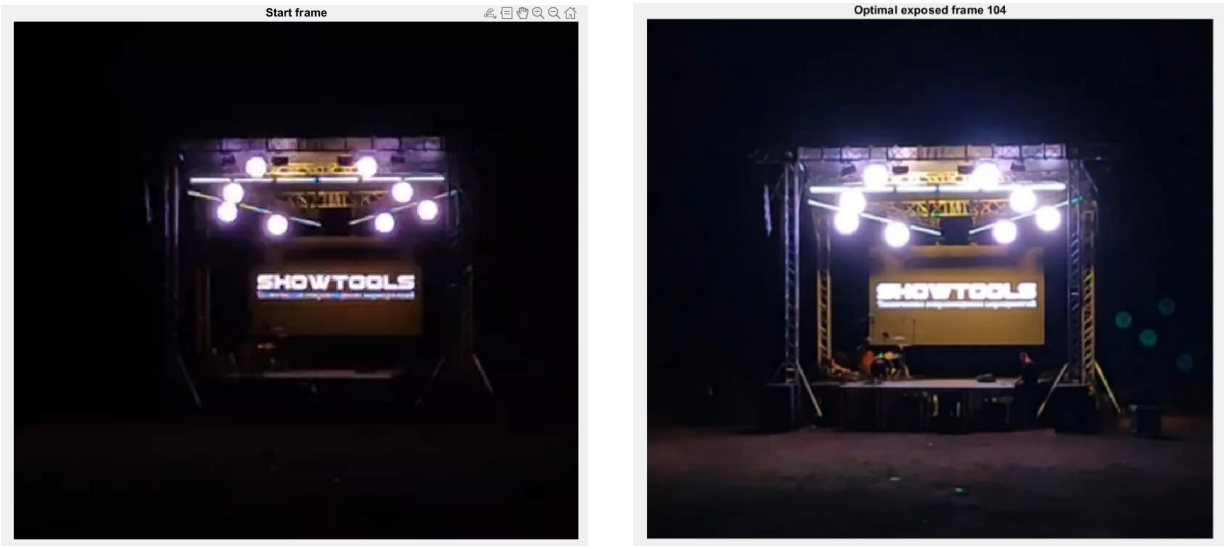
Недостатком данного алгоритма является его ограничения для применения в высоко динамичных сценах и при резком изменении освещения объектов или фона.

Метод локализации областей бликов

Данный алгоритм направлен на подбор экспозиции кадра при наличии бликов в условиях недостаточной освещенности [3]. Бликами называют яркие световые пятна на изображении, причинами которых могут быть отражение яркого света от поверхностей объекта съёмки, засветка линзы камеры светом со стороны или непосредственно источники света в кадре. Блики могут занимать значительную часть изображения, снижать общий контраст и ухудшать качество получаемых кадров в целом. Из-за бликов камера может неправильно оценивать уровень освещенности и, соответственно, неправильно устанавливать параметры экспозиции.

Этот алгоритм подбора экспозиции локализует блик на изображении и ограничивает его значительное расширение по площади при увеличении яркости. При этом остальные час-

ти изображения не затемняются чрезмерно, даже если вокруг объекта слабое освещение. Данным способом уменьшается площадь изображения, в которой происходит абсолютная потеря информации из-за бликов, при этом уменьшается потеря деталей объекта и сцены как в окрестностях блика, так и в тёмных участках. Для начальных данных используется сильно недоэкспонированное изображение, области бликов на нём всё равно остаются, но имеют наименьшую площадь, что изображено на рисунке 1,*а*. С помощью сегментации определяются данные участки и их суммарная площадь, которая является точкой отсчёта. Далее экспозиция увеличивается, происходит такой же анализ нового кадра и определение новой текущей площади бликов. Алгоритм увеличивает экспозицию до тех пор, пока отношение текущей площади бликов к начальной не достигнет определённого значения (рис. 1,*б*).



а *б*

Рис. 1. Начальное изображение (*а*) и итоговая экспозиция (*б*)

Такой подход обеспечивает оптимальный баланс экспозиции кадра, что позволяет улучшить общее качество изображения для последующего анализа, но данный алгоритм применим по большей части для специфических условий освещения.

Экспериментальные исследования

В данном разделе показаны примеры изображений, полученных в результате работы всех трёх алгоритмов на одном и том же сюжете: алгоритм по среднему серому на рисунке 2, максимизация энтропии на рисунке 3 и метод локализации бликов на рисунке 4.

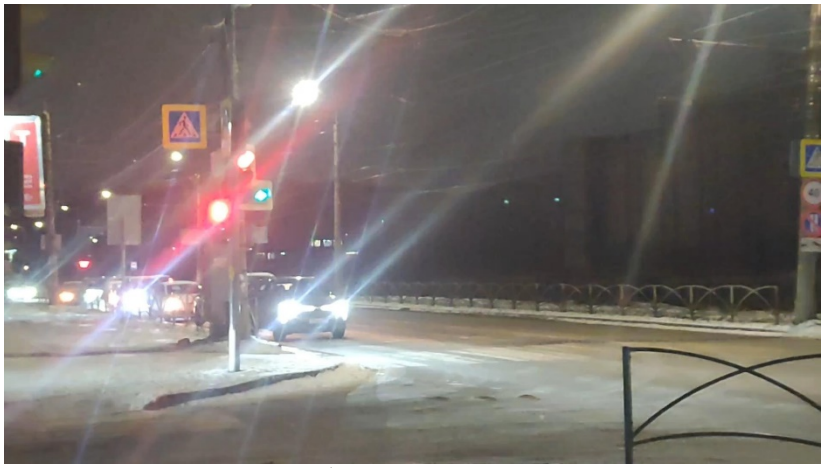


Рис. 2. Результат работы алгоритма по среднему серому

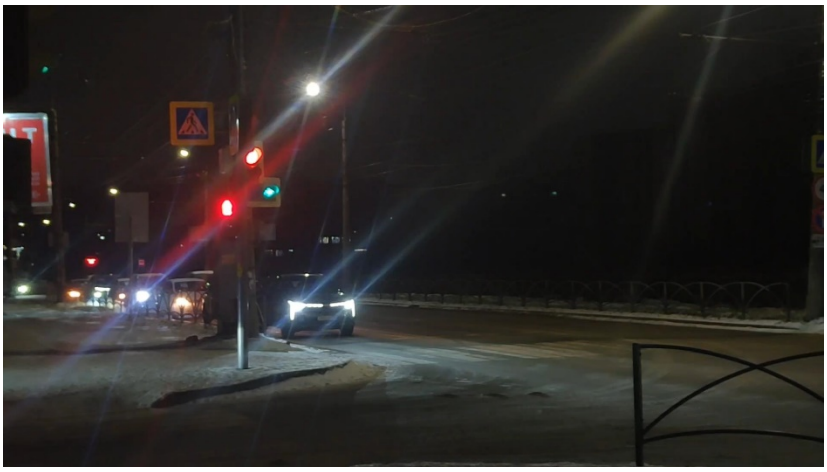


Рис. 3. Результат работы алгоритма максимизации энтропии

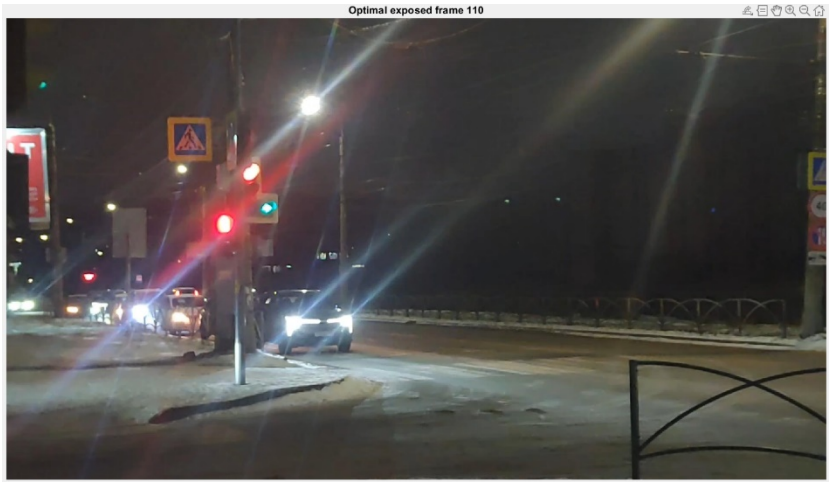


Рис. 4. Результат работы алгоритма локализации областей бликов

Можно наблюдать, что в данных условиях наиболее качественный результат показал алгоритм локализации бликов.

Выводы и рекомендации

Таким образом, ввиду большого разнообразия и значительного различия между собой условий эксплуатации системы, а также её технических ограничений, невозможно создать абсолютно универсальный алгоритм автоматической оценки и коррекции экспозиции. Поэтому алгоритм необходимо подбирать для конкретных задач, оборудования и условий.

Например, в случае достаточной освещенности и не слишком контрастных объектов сцены можно использовать алгоритм по средней серому или его модификации, такие как центровзвешенный, где приоритет отдаётся достаточно широкой области центра кадра, точечный, при котором приоритет отдаётся небольной области в определённом месте формируемого изображения, либо отдавая приоритет области отслеживаемого объекта. Чтобы сразу получать контрастные изображения для их последующего анализа, можно применять алгоритм максимизации энтропии. В специфических услових съёмки, когда в темноте присутсвуют источники засветов, лучше справляется алгоритм локализации областей бликов. Авторы рекомендуют рассмотреть его использование.

Для повышения универсальности применения проектируемой системы, целесообразно применять несколько алгоритмов, выбор которых должен производиться адаптивно в зави-

симости от окружающих условий. Также стоит рассмотреть различные пути модификаций уже имеющихся алгоритмов для конкретных или общих задач.

Библиографический список

1. N. Nourani-Vatani, J. Roberts Automatic Camera Exposure Control – Tasmanian ICT Centre, January 2007, Available at: https://www.researchgate.net/publication/228405828_Automatic_camera_exposure_control

2. Бабаян П.В., Буркина О.Н., Муравьев В.С. Алгоритм коррекции времени экспозиции для видеокамер в системах анализа изображений – 24-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2022», Москва, Россия, доклады, 2022. – 201-204 с.

3. П.В. Бабаян, И.В. Губанов. Методы автоматического определения экспозиции в оптико-электронных системах – Новые информационные технологии в научных исследованиях: материалы XXX Всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов. ИП Коняхин А.В., 2025 г, 105-106 с.

СЕКЦИЯ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»

УДК 621.791; ГРНТИ 20.23.35

СОЗДАНИЕ ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА ДОЛЬМЕНА «НЕЖНОСТЬ»: ПРИМЕНЕНИЕ 3D-СКАНИРОВАНИЯ И АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В МУЗЕЙНОЙ ПРАКТИКЕ

Б.Н. Макоев

Кабардино-Балкарский Государственный Университет им. Х.М. Бербекова,
Культурно-образовательный центр «Эрмитаж-Кавказ»,
Российская Федерация, Нальчик, makoev.beslan98@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена актуальной проблеме применения технологий трехмерного моделирования в археологии для документирования, исследования и сохранения объектов культурного наследия. В качестве конкретного кейса рассматриваются результаты полевых исследований 2023 года, проведенных культурно-образовательным центром «Эрмитаж-Кавказ» в районе села Пшада (Геленджикский городской округ). Целью работы являлась цифровая фиксация группы дольменов эпохи бронзового века с использованием портативного 3D-сканера Shining 3D EinScan HX.

В ходе исследования были получены высокоточные полигональные модели мегалитических сооружений. На примере дольмена «Нежность» продемонстрирован полный цикл работы с цифровым объектом: от 3D-сканирования до создания материальной копии методом аддитивного производства (3D-печати). Этот практический результат апробирует решение задач превентивной консервации, музеологии и популяризации наследия через создание тактильных реплик и цифровых двойников.

В работе систематизированы методологические преимущества трехмерной фиксации перед традиционными двумерными методами (чертежи, фотографии). Ключевые из них – сохранение полного комплекса пространственно-метрических характеристик объекта, возможность проведения дистанционного анализа, виртуальных обмеров и создания ортопроекций, что объективизирует исследовательский процесс. Делается вывод о ключевой роли 3D-технологий в сохранении информации о быстро разрушающихся археологических памятниках и формировании надежной основы для их будущего изучения и репрезентации.

Ключевые слова: 3D-моделирование, цифровая археология, лазерное сканирование, аддитивные технологии (3D-печать), трехмерная фиксация, цифровая фиксация, дистанционный анализ, виртуальные обмеры.

CREATING A DIGITAL DOUBLE OF THE TENDERDOLMEN: USING 3D SCANNING AND ADDITIVE TECHNOLOGY IN MUSEUMS

B.N. Makoev

Kabardino-Balkarian State University named after Kh.M. Berbekov,
Cultural and Educational Center "Hermitage-Caucasus",
Russian Federation, Nalchik, makoev.beslan98@mail.ru

The summary. The article is devoted to the urgent problem of using three-dimensional modeling technologies in archeology for documenting, researching and preserving cultural heritage sites. The results of the 2023 field research conducted by the Hermitage-Kavkaz Cultural and educational center in the area of the village of Pshada (Gelendzhik city district) are considered as a specific case. The aim of the work was to digitally record a group of dolmens from the Bronze Age using a portable 3D scanner Shining 3D EinScan HX.

In the course of the study, high-precision polygonal models of megalithic structures were obtained. Using the example of the dolmen "Tenderness", the full cycle of work with a digital object is demonstrated: from 3D scanning to creating a material copy using additive manufacturing (3D printing). This practical result tests the solution of the tasks of preventive conservation, museology and popularization of heritage through the creation of tactile replicas and digital counterparts.

The paper systematizes the methodological advantages of three-dimensional fixation over traditional two-dimensional methods (drawings, photographs). The key ones are the preservation of the full range of spatial and metric characteristics of the object, the possibility of remote analysis, virtual measurements and the creation of orthoprojects, which objectifies the research process. It is concluded that 3D technologies play a key role in preserving information about rapidly deteriorating archaeological sites and forming a reliable basis for their future study and representation.

Keywords: 3D modeling, digital archeology, laser scanning, additive technologies (3D printing), three-dimensional fixation, digital fixation, remote analysis, virtual measurements.

Значительным достижением в области исторических исследований стало внедрение технологий трехмерного моделирования, применяемого для реконструкции археологических артефактов, памятников истории и архитектуры, а также целых городских пространств. Активное развитие получают такие формы визуализации, как виртуальные экскурсии и интерактивные исторические среды. В настоящее время ключевой научно-практической задачей является разработка методов создания цифровых археологических объектов. Особую актуальность приобретает адаптация существующих методик 3D-моделирования для решения специфических задач историко-культурного наследия. Данное направление представляется высокоперспективным, поскольку оно позволяет минимизировать субъективность в интерпретации уникальных археологических комплексов и вывести музейное дело и культурный туризм на качественно новый уровень.

Качественный перелом в археологических исследованиях, обозначаемый как «3D-революция», был инициирован адаптацией лазерных сканирующих систем и разработкой специализированного программного обеспечения для наземной фотограмметрии. Современный методический арсенал полевой археологии включает два ключевых подхода к трехмерному моделированию: лазерное сканирование и фотограмметрию [1, с. 17]. Бесспорное методологическое лидерство сохраняется за фотограмметрией, которая обеспечивает создание моделей с высокой метрической точностью при минимальных ресурсных вложениях. Универсальность данного подхода подтверждается его повсеместным применением в мировой практике и регулярной публикацией результатов в научной периодике [2, с. 173].

В представленной работе систематизируются и анализируются итоги экспедиционной деятельности культурно-образовательного центра «Эрмитаж-Кавказ» при Кабардино-Балкарском государственном университете, проведенной в 2023 году в районе села Пшада (Геленджикский городской округ). Целью полевых изысканий являлась цифровая фиксация группы дольменов – памятников мегалитической культуры, с применением передовых методов неразрушающего контроля.

Ключевым инструментом исследования послужил портативный 3D-сканер Shining 3D EinScan HX, выбор которого обусловлен его мобильностью, высокой скоростью и точностью съемки в полевых условиях. Метод лазерного сканирования позволил получить детализированные полигональные модели, являющиеся точными метрическими копиями исследуемых объектов.

Рис. 1. Модель дольмена «Нежность» после 3D сканирования

В ходе работ была осуществлена цифровая документация нескольких дольменов. Полученные данные стали основой для создания трехмерной модели дольмена «Нежность». Важным практическим результатом стала апробация технологии аддитивного производства (3D-печати) на основе цифровой модели, в результате чего была изготовлена материальная копия объекта из полимерных материалов. Этот результат имеет существенное значение для музеологии, реставрации и популяризации археологического наследия, предлагая решения для создания тактильных копий, заменяющих оригиналы в экспозиционной работе, и обеспечивая сохранение цифрового двойника памятника, подверженного естественной деградации.

Рис. 2. Полноразмерная копия дольмена «Нежность» после 3D печати

Таким образом, проведенное исследование позволяет констатировать, что трехмерная фиксация и визуализация археологических памятников обладают существенными методологическими преимуществами по сравнению с традиционными методами документирования, ограничивающимися двухмерными чертежами и фотографиями. Ключевое отличие заключается не только в более репрезентативной подаче информации, но и в принципиально новых возможностях для последующего научного анализа.

Трехмерная модель, в отличие от плоского изображения, сохраняет полный комплекс пространственно-метрических характеристик объекта. Это позволяет проводить точные виртуальные обмеры, создавать сечения и ортопроекции в любой произвольной плоскости, а также осуществлять детальный анализ морфологии и конструктивных особенностей памятника, что зачастую недостижимо при работе с двумерной документацией. Подобный подход преодолевает существенные ограничения, усложняющие комплексное изучение археологического наследия.

Особую актуальность метод цифровой фиксации приобретает в контексте сохранения объектов, подверженных активному разрушению, таких как дольмены – уникальные памятники архитектуры эпохи бронзового века. Процессы естественной деградации и антропогенного воздействия носят необратимый характер, в связи с чем 3D-сканирование выполняет ключевую роль в задачи превентивной консервации. Создание высокоточных цифровых двойников обеспечивает не только документирование текущего состояния объекта, но и формирует надежную основу для будущих исследований, виртуальной реконструкции и популяризации культурного наследия.

Библиографический список

1. Шепинина Е.М, Применение 3D моделирования в археологии: достоинства и недостатки // Вестник магистратуры. – № 1-1 (64). – Уфа: Башкирский государственный университет, 2017. – С. 17-18.

2. Зайцева О.В., Пушкарев А.А, Наземная фотограмметрия в археологии: новые возможности высокоточной оперативной полевой 3D фиксации // Проблемы сохранения и использования культурного наследия: история, методы и проблемы археологических исследований: материалы VII науч.-практ. конф. «Сохранение и изучение недвижимого культурного наследия Ханты-Мансийского автономного округа-Югры», посвященной 90-летию со дня рождения В.Ф. Генинга (Нефтеюганск, 14-16 мая 2014 г.). – Екатеринбург: Магеллан, 2014. – С. 172-174.

УДК 681.518.3; ГРНТИ 50.45.29

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ БИПОЛЯРНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ НА ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ИХ РЕАКЦИИ

В.В. Карасев, И.Б. Кольцов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина
Российская Федерация, Рязань, v.v.karasev@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются результаты исследования реакции индуктивно связанных контуров на биполярные прямоугольные импульсы в зависимости от соотношения длительностей и амплитуд импульсов, образующих биполярный сигнал.
Ключевые слова: вращающаяся измерительная аппаратура, бесконтактная связь, индуктивно связанные контуры, передача данных импульсными сигналами.

INFLUENCE OF PARAMETERS OF BIPOLAR RECTANGULAR EXCITATION PULSES OF INDUCTIVELY COUPLED CIRCUITS ON DURATION OF THEIR REACTION

V.V. Karasev, I.B. Koltsov

Ryazan State Radio Engineering University named V.F. Utkin,
Russia,Ryazan, v.v.karasev@mail.ru

The summary. The article examines the results of a study of the response of inductively coupled circuits to bipolar rectangular pulses depending on the ratio of durations and amplitudes of pulses forming a bipolar signal.
Keywords: rotating measuring equipment, contactless communication, inductively connected circuits, data transmission by pulse signals.

Подавляющее большинство современных измерительных систем для контроля вращающихся узлов и механизмов строится по принципам радиотелеметрии так, как это реализовано, например, в системах ГК МЕРА и фирмы Manner (ФРГ) [1, 2]. Подобные системы далеко не безупречны в плане их технических характеристик [3]. Известной альтернативой им выступают системы с временным разделением каналов, использующие воздушный трансформатор для преодоления зазора между стационарной и вращающейся аппаратурой [4]. Обмотки трансформатора образуют вместе с RC-элементами индуктивно связанные контуры (ИСК). Скорость передачи данных через ИСК существенно зависит от характера возбуждение их первичного контура. Безусловно, хотелось бы иметь минимальную по длительности и максимальную по амплитуде реакцию ИСК на возбуждение.

Исследуем выходной сигнал U2 ИСК, на вращающийся контур которых воздействует пара разнополярных прямоугольных импульсов тока I1 разной амплитуды и длительности. На рисунке 1 приведена схема исследуемых ИСК, в которой элементы контуров для упрощения выбраны одинаковыми. Нормируем процессы в ИСК по амплитуде к величине $I_0\rho$ = 1 В, а временные – к $\omega = 2\pi\, c^{-1}$, где I_0 – величина скачка тока I1, волновое сопротивление контуров $\rho = \sqrt{L/C}$ и частота их собственных колебаний $\omega = 1/\sqrt{LC}$.

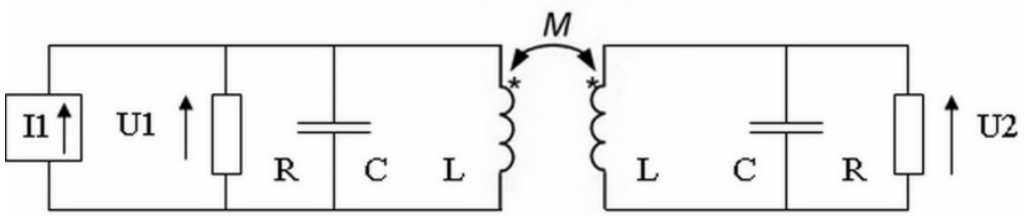


Рис. 1. Исследуемая схема

Будем анализировать граничный режим работы ИСК, в котором затухание контуров $d = 2/\sqrt{1+k}$, где коэффициент связи $k = \sqrt{M/L}$, и которому соответствует переходная характеристика, вызванная скачком I_0 тока I1,

$$U2(k,\ t) = 0.5 I_0 \rho \left[\omega t - \sqrt{\frac{1-k^2}{2k}} \sin\left(\sqrt{\frac{2k}{1-k^2}} \omega t \right) \right] \exp\left(\frac{-\omega t}{\sqrt{1+k}} \right) \quad . \qquad (1)$$

Реакция ИСК на биполярные прямоугольные импульсы описывается в соответствии со справедливым для линейной схемы канала связи принципом суперпозиции как сумма их реакций вида (1) на соответствующие скачки тока I1. Целью настоящего исследования становится поиск такого соотношения амплитуд и длительностей импульсов биполярного сигнала, при котором длительность реакции ИСК окажется минимальной. В качестве альтернативы для сравнения будем использовать длительность реакции, получаемой при возбуждении контуров парой прямоугольных импульсов одинаковой амплитуды и разной полярности, в которой первый, положительный, импульс превосходит по длительности отрицательный импульс в 2-2,5 раза [5]. Уровень, на котором фиксируется момент окончания переходного процесса, выберем равным 5 % от максимума реакции. Вычисления выполним в пакете MathCAD.

На рисунке 2, слева показаны альтернативный и исследуемый сигнал на входе ИСК, соответственно sv и i6060. В обозначении исследуемого сигнала будет отслеживаться соотношение амплитуд и длительностей образующих его импульсов. Например, обозначение i7060 говорит о том, что нормированная амплитуда положительного импульса составляет 0,7, а отрицательного − -0,3 (размах равен 1); длительность положительного импульса составляет 0,6τ, отрицательного – 0,4τ, где τ – нормированная длительность всего биполярного сигнала, указанная первым его параметром. На правой части рисунка 2 приведены реакции ИСК: r – на сигнал sv, r6060 – на сигнал i6060. Первый параметр реакции – коэффициент k связи между контурами, второй параметр – длительность τ входного сигнала.

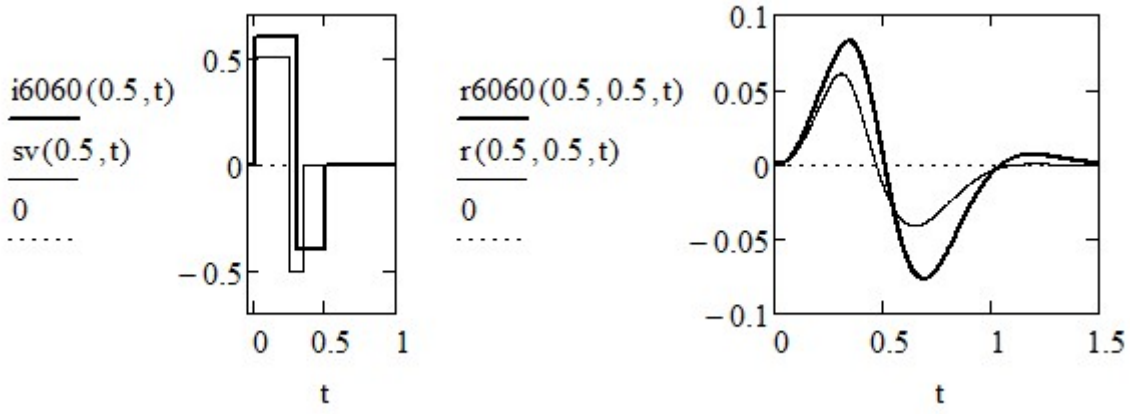


Рис. 2. Сигналы возбуждения ИСК и реакции на них

Рассмотрим сначала влияние на длительность реакции соотношения амплитуд в сигнале ixxxx при фиксированной длительности разнополярных прямоугольных импульсов. На рисунке 3, слева показаны зависимости длительности dxxxx реакции ИСК от k для различных соотношений амплитуд при фиксированной длительности τ входного воздействия, равной 0,4. Аналогичные зависимости от τ при фиксированном коэффициенте k, равном 0,4, приведены на рисунке 3, справа. Длительность τr имеет реакция r на альтернативное возбуждение sv. Очевидно, что возбуждение сигналом i6060 позволяет получить более короткую реакцию, чем для других вариантов возбуждения, то есть если длительность положительного прямоугольного импульса относится к длительности отрицательного импульса как 3:2.

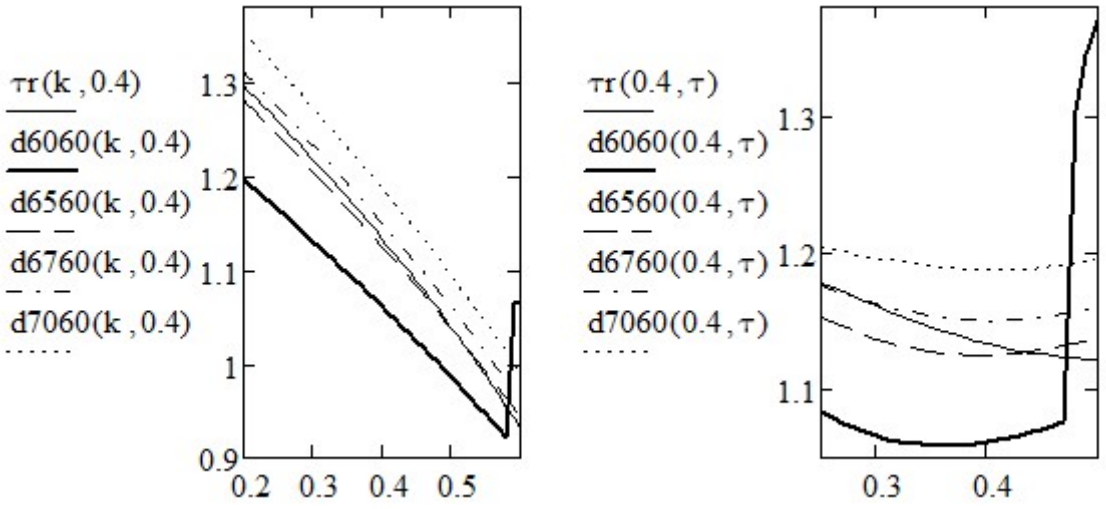


Рис. 3. Длительность реакции ИСК для различных соотношений амплитуд импульсов в биполярном сигнале при отношении их длительности как 3:2

Из рисунка 2 видно, что реакция r6060 на сигнал i6060 имеет третью полуволну, и её амплитуда может превышать 5 % от максимума реакции, в отличие от реакции r на возбуждение sv. Поэтому в пределах изменения параметров k и τ возможно скачкообразное изменения длительности dxxxx, определяемой на указанном уровне, наблюдаемое на рисунке 3.

Следующим шагом в исследовании логично оценить длительность реакции ИСК для тех же соотношений амплитуд при одинаковой длительности разнополярных импульсов. Это можно сделать с помощью рисунка 4, на котором приведены зависимости, аналогичные рисунку 3. Из рисунка 4 следует, что гарантированное уменьшение длительности реакции для $0{,}3 \le k \le 0{,}5$ и длительности входного воздействия $0{,}3 \le \tau \le 0{,}45$ обеспечивает вариант возбуждения ИСК сигналом i7050. Остается сравнить по временной эффективности два вида возбуждения – сигналами i6060 и i7050.

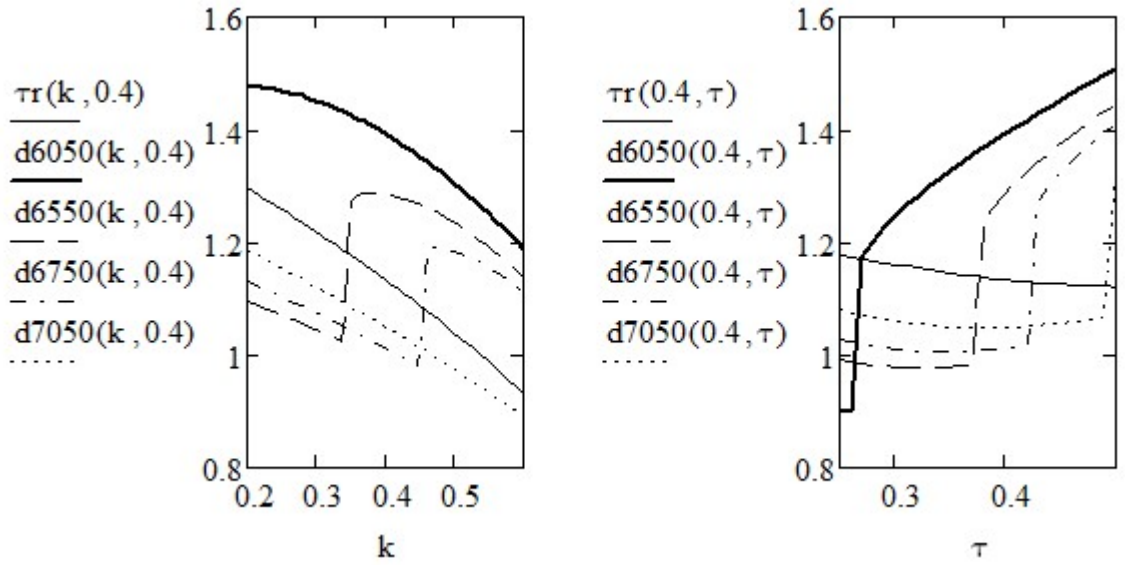


Рис. 4. Длительность реакции ИСК для различных соотношений амплитуд импульсов одинаковой длительности в биполярном сигнале

Приведённые на рисунке 5 эпюры свидетельствуют о том, что по длительности получаемой реакции варианты возбуждения вращающегося контура ИСК сигналами i6060 и i7050 практически равноценны. При этом оба варианта имеют преимущество по быстродействию в сравнении с альтернативным способом возбуждения (рисунки 3 и 4).

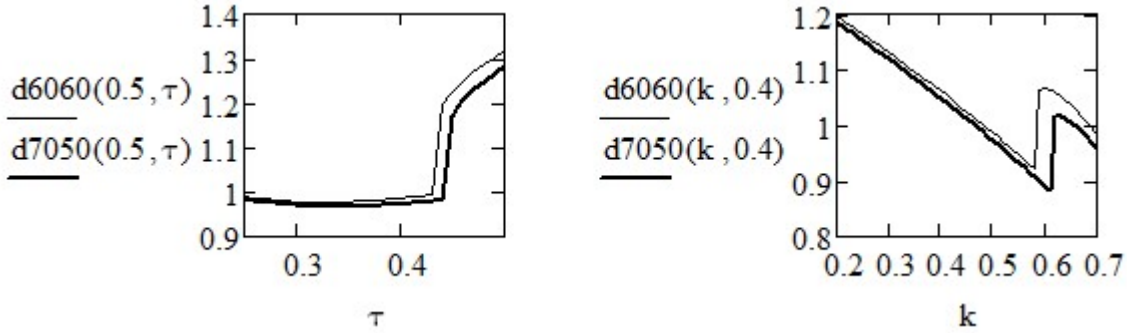


Рис. 5. Длительность реакции на возбуждение сигналами i6060 и i7050

Выяснив скоростные достоинства предлагаемого варианта возбуждения ИСК, необходимо убедиться в его достаточной помехозащищенности. На рисунке 6 приводятся зависимости амплитуды реакции ИСК на актуальные для исследования сигналы на входе вращающегося контура от их длительности и от коэффициента k связи между контурами. Видно, что амплитуды m6060 и m7050 реакций на возбуждения i6060 и i7050 соответственно практически совпадают и заметно превосходят по величине амплитуду m реакции на альтернативный сигнал sv. Таким образом, предлагаемый вариант возбуждения ИСК оказывается состоятельным как по длительности реакции, так и по её помехозащищенности.

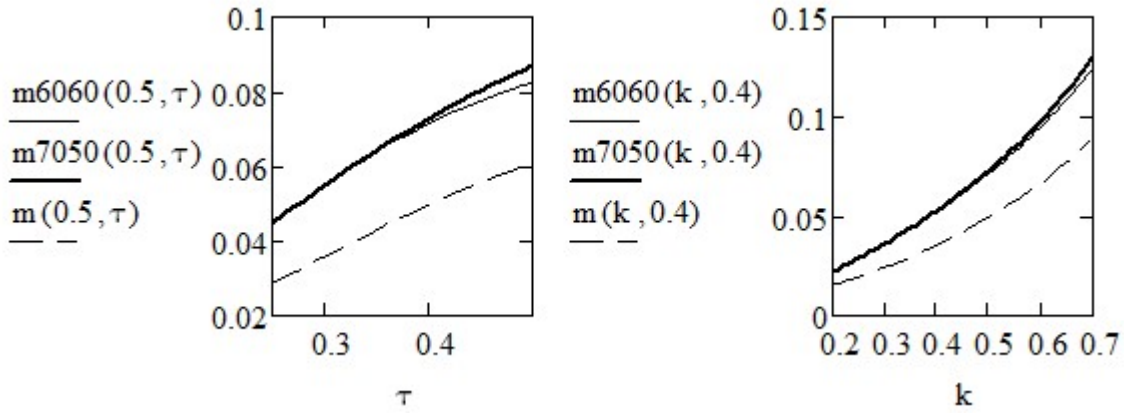


Рис. 6. Амплитуда реакции для трех вариантов возбуждения в зависимости от длительности входного воздействия и коэффициента k связи между контурами

Библиографический список

1. Телеметрическая система MIC-1500. https://nppmera.ru/upload/files/documentation/MIC-1500.pdf/ (Дата обращения 20.01.2026).

2. Radio Sensortelemetrie (DE). URL: https://www.sensortelemetrie.de/produkte/telemetrie-systeme/ (Дата обращения 20.01.2026).

3. Карасев В.В., Кольцов И.Б. Выбор варианта взаимодействия с вращающейся измерительной аппаратурой / Современные инновации в технике и технологиях: сб. научн. статей Межд. науч.-техн. конф. (18 ноября 2025 года) / (отв. ред. Смоленцев Е.В.); Воронежский гос. техн. ун-т. - Курск: ЗАО «Университетская книга», 2025.- С. 149-152.

4. Карасев В.В. Измерительные системы для вращающихся узлов и механизмов / В.В. Карасев, А.А. Михеев, Г.И. Нечаев, под редакцией Г.И. Нечаева. – М.: Энергоатомиздат, 1996. –176 с.

5. Карасев В.В., Михеев А.А. Способ передачи данных через воздушный зазор на основе индуктивно связанных контуров, возбуждаемых комбинацией двух разнополярных прямоугольных импульсов разной длительности и устройство для его осуществления. Патент РФ № 2851248. Бюл. № 33, 2025.

УДК 656.078.1:004.8; ГРНТИ 06.81.85

РЕАЛИЗАЦИЯ АВТОМАТИЗИРОВАНИЯ ФРАХТОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИАГЕНТНЫХ ПЕРЕГОВОРОВ И СМАРТ-КОНТРАКТОВ В ЛОГИСТИКЕ

Е.А. Малявко

Брестский государственный технический университет,
Республика Беларусь, Брест, maljavko316@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается инновационный подход к автоматизации процесса фрахтования в логистике, основанный на интеграции мультиагентных систем и технологии смарт-контрактов. Анализируются ключевые проблемы традиционного фрахтования, связанные с неэффективностью поиска контрагентов, длительностью процедуры согласования условий и высокими транзакционными издержками. Предложена архитектура цифровой платформы, в которой автономные программные агенты грузовладельцев и перевозчиков проводят переговоры по параметрам перевозки, а итоговые договорённости автоматически исполняются посредством смарт-контрактов на блокчейне. Моделирование процесса переговоров с использованием алгоритмов теории игр и эвристических методов позволяет агентам находить парето-оптимальные решения. Реализация такой системы способна кардинально повысить скорость, прозрачность и экономическую эффективность фрахтовых операций, минимизируя участие человека и риски неисполнения обязательств, что вносит вклад в формирование устойчивых цифровых цепочек поставок.

Ключевые слова: цифровая логистика, фрахтование, мультиагентные системы, смарт-контракты, блокчейн, автоматизация переговоров, цифровая платформа, устойчивость цепочек поставок.

THE IMPLEMENTATION OF FREIGHT AUTOMATION BASED ON MULTI-AGENT NEGOTIATIONS AND SMART CONTRACTS IN LOGISTICS

E.A. Malyavko
Brest State Technical University,
Republic of Belarus, Brest, maljavko316@gmail.com

Abstract. The article considers an innovative approach to automating the freight process in logistics, based on the integration of multi-agent systems and smart contract technology. The key problems of traditional freight, related to the inefficiency of searching for counterparties, the duration of the procedure for agreeing on conditions and high transaction costs, are analyzed. The architecture of a digital platform is proposed, in which autonomous software agents of cargo owners and carriers negotiate the parameters of transportation, and the final agreements are automatically executed through smart contracts on the blockchain. Modeling the negotiation process using game theory algorithms and heuristic methods allows agents to find Pareto-optimal solutions. The implementation of such a system can radically increase the speed, transparency and economic efficiency of freight operations, minimizing human involvement and the risks of default, which contributes to the formation of sustainable digital supply chains.
Keywords digital logistics, freight, multi-agent systems, smart contracts, blockchain, negotiation automation, digital platform, supply chain resilience.

Современная логистика находится в состоянии цифровой трансформации, где ключевыми драйверами роста эффективности выступают технологии, устраняющие информационную асимметрию и автоматизирующие рутинные операции. Одним из наиболее ресурсоёмких и критически важных процессов в цепи поставок является фрахтование – процедура поиска, согласования и заключения договора на перевозку груза [1]. Традиционные методы, включающие прямые переговоры, участие брокеров и использование электронных досок объявлений, обладают существенными недостатками: высокой долей ручного труда, субъективностью в оценке условий, длительными сроками согласования и рисками недобросовестного исполнения обязательств. Эти факторы создают "трение" в цепочках поставок, снижая их общую устойчивость (resilience) и адаптивность в условиях нестабильности.

Интеграция двух перспективных технологий (мультиагентных систем и смарт-контрактов на основе блокчейна) предлагает путь к созданию принципиально новой экосистемы фрахтования. Мультиагентные системы, состоящие из взаимодействующих автономных программных модулей (агентов), способны моделировать поведение участников рынка, вести переговоры и принимать решения в реальном времени. Смарт-контракты, выступая в роли цифровых и самовыполняющихся протоколов, обеспечивают автоматическое исполнение достигнутых договорённостей, гарантируя неизменность и прозрачность всех транзакций. Целью данной работы является исследование архитектуры и принципов функционирования автоматизированной системы фрахтования, основанной на синергии мультиагентных переговоров и смарт-контрактов, а также оценка её потенциального влияния на повышение устойчивости логистических операций.

Процесс фрахтования представляет собой сложную задачу по поиску и согласованию условий перевозки груза. Грузовладельцу нужно найти перевозчика, который предложит лучшую цену, уложится в сроки, предоставит подходящий транспорт и будет надежным. Перевозчику важно максимально загрузить свой транспорт и получить хорошую прибыль за рейс. В привычной схеме на согласование всех этих условий уходит много времени и денег. Приходится долго искать, проверять контрагентов, вести переговоры, платить комиссию посредникам. Часто возникает недоверие из за неполной информации о реальном статусе груза или репутации партнера.

Сегодня технологии позволяют автоматизировать этот процесс. Идея состоит в том, чтобы вместо людей переговоры вели специальные программы, так называемые агенты. Каждый такой программный агент знает цели и ограничения своего владельца, грузоотправите-

ля или перевозчика. Эти агенты могут самостоятельно взаимодействовать, оценивать варианты и быстро находить взаимовыгодные решения.

Ключевую роль в обеспечении надежности таких автоматических сделок играет технология блокчейн. Она работает как общий и неизменяемый цифровой журнал для записи всех условий и действий. На основе этих условий создается смарт контракт. Это компьютерный алгоритм, который самостоятельно исполняет соглашение. Например, он может автоматически перечислить оплату перевозчику только после того, как датчики в грузе подтвердят его своевременную и сохранную доставку. Такой подход устраняет необходимость в слепом доверии и дорогих посредниках, делая всю цепочку от заказа до расчета быстрой, прозрачной и экономически эффективной.

Предлагаемая система представляет собой цифровую платформу, которая полностью автоматизирует процесс поиска перевозчика и заключения договора. Вся её работа строится на взаимодействии трех ключевых слоев, каждый из которых выполняет свою чёткую функцию [1, с. 573].

Первый уровень (Бизнес-логика и интерфейсы) обеспечивает связь платформы с внешним миром. Он включает удобный веб-сайт для пользователей, специальные шлюзы для подключения внутренних систем компаний и модули для получения внешних данных, например, с датчиков груза или карт.

Второй уровень (Автоматизация переговоров) является интеллектуальным ядром системы. Здесь работают программные помощники – агенты. Агент грузовладельца, получив задание, публикует его в сети. Агенты перевозчиков анализируют задание и, если оно им подходит, вступают в автоматические переговоры. Эти переговоры ведутся по определённым алгоритмам, которые помогают найти баланс между ценой, сроком и надёжностью, чтобы сделка была выгодна обеим сторонам.

Третий уровень (Исполнение и доверие) гарантирует выполнение достигнутой договорённости. Как только агенты согласовали все условия, создаётся смарт-контракт – цифровой договор, записанный в виде кода в защищённой блокчейн-сети. Этот контракт невозможно изменить в одностороннем порядке. Он самостоятельно следит за выполнением перевозки через внешние данные и автоматически производит расчёты. Вся история сделки сохраняется в блокчейне, создавая прозрачный и неизменный цифровой паспорт перевозки.

Пример работы системы выглядит следующим образом. Допустим, агенту грузовладельца нужно перевезти оборудование. Он публикует заказ в системе. Два агента перевозчиков предлагают свои варианты, один дешевле и быстрее, но с предоплатой, другой – немного дольше, но с оплатой по факту. Агент грузовладельца, следуя заданным приоритетам, выбирает второй вариант как менее рискованный. Все детали этой сделки мгновенно фиксируются в смарт-контракте. Когда GPS-датчик на грузе подтверждает прибытие в пункт назначения, смарт-контракт автоматически переводит деньги перевозчику.

Внедрение такой системы позволяет сократить время поиска перевозчика с нескольких дней до минут, значительно снизить издержки за счёт устранения посредников и повысить общее доверие в логистической цепочке благодаря полной прозрачности и автоматическому исполнению обязательств.

Ниже перечислены проекты применения технологий в логистике.

Таблица 1. Реальные кейсы применения технологий в логистике за 2018-2024 гг.

Проект / Компания	Ключевые технологии	Суть проекта и реализованные элементы	Связь с архитектурой
TradeLens (совместная платформа Maersk и IBM)	Блокчейн, IoT, API.	Цифровая платформа для отслеживания цепочек поставок и управления документами. Автоматически обновляла статус груза на основе данных от портов, таможни, перевозчиков. Все участники видели единую версию правды. Проект закрыт в 2023 году из-за неготовности рынка к полной открытости.	Уровень 2 (Смарт-контракты и блокчейн): Полная реализация «цифрового следа» (digital twin) сделки. Уровень 3 (Интеграция): Использование API и IoT-данных от множества источников.
dexFreight	Блокчейн, смарт-контракты, мобильное приложение.	Декларализованная платформа для поиска грузов и фрахта. Автоматизирует платежи через смарт-контракты. Оплата автоматически разблокируется при подтверждении доставки (например, по подписи получателя в приложении).	Полная параллель со всей архитектурой: 1) Цифровая площадка (уровень 1 и часть уровня 2). 2) Автоматические платежи – прямое выполнение функции смарт-контракта из вашей работы.
CargoX	Блокчейн (Ethereum), смарт-контракты, NFT для документов.	Специализация на цифровых коносаментах (BL). Превращает товаросопроводительный документ в NFT, которым можно безопасно владеть и мгновенно передавать. Сокращает время передачи документов с дней до секунд.	Уровень 2 (Блокчейн-инфраструктура): Реализация ключевой логистической функции (документооборот) через смарт-контракты и неизменяемый реестр.
Модуль ИИ в TMS-системах (например, от MercuryGate, Transporeon)	Искусственный интеллект, машинное обучение, алгоритмы оптимизации.	Внутри корпоративных систем ИИ анализирует исторические данные, спрос, тарифы и автоматически выбирает оптимального перевозчика из базы, прогнозирует сроки и стоимость.	Уровень 2 (Мультиагентные переговоры): Реализует часть логики работы Агента-Фрахтователя (A_F), который автоматически выбирает лучшее предложение на основе алгоритмов.

Мультиагентные переговоры в логистике представляют собой передовую технологию, при которой переговоры ведут не люди, а специальные программные модули, т.е. агенты. Каждый такой агент действует от имени своего владельца, будь то грузовладелец или перевозчик, и запрограммирован на защиту его экономических интересов.

Когда грузовладельцу требуется перевезти груз, его программный агент автоматически формирует цифровой запрос, содержащий все требования к перевозке. Этот запрос публикуется в специальной децентрализованной сети. Программные агенты перевозчиков, постоянно анализирующие такие запросы, получают его и оценивают на предмет соответствия своим возможностям. Если запрос подходит, агенты перевозчиков не просто отправляют статичное предложение, а вступают в динамичный переговорный процесс.

Этот процесс построен на сложных алгоритмах, часто из области теории игр, которые позволяют агентам имитировать действия человека, предлагая встречные условия и идя на уступки. Цель переговоров не просто сбить цену, а найти комплексное решение, оптимально удовлетворяющее множество параметров одновременно. Например, грузовладельцу может быть важнее скорость, чем минимальная стоимость, а перевозчику возможность совместить этот рейс с другим заказом. Интеллектуальные агенты способны оценивать такие многофакторные компромиссы, анализировать репутацию потенциального партнера и в итоге приходить к взаимовыгодному соглашению без прямого вмешательства человека. Это превращает процесс фрахтования из длительной рутины в мгновенную, высокоэффективную операцию.

Смарт-контракты – это следующий критически важный элемент, который превращает достигнутое в цифровых переговорах соглашение в неоспоримое и автоматически исполняемое обязательство. По своей сути смарт-контракт представляет собой компьютерный алгоритм, развернутый в защищенной блокчейн-сети.

После того как агенты завершили переговоры и согласовали все детали сделки, эти условия переводятся на формальный язык программирования и оформляются в виде смарт-контракта. Этот цифровой договор публикуется в блокчейне, что делает его условия прозрачными для всех уполномоченных сторон и абсолютно неизменными – их нельзя подделать или отредактировать в одностороннем порядке.

Главное преимущество смарт-контракта заключается в его способности к автономному исполнению. Он не просто хранит условия, а активно следит за их выполнением. Для этого контракт получает данные из внешнего мира через так называемые оракулы. Например, оракулом может служить система GPS, передающая координаты груза, или датчик температуры в рефрижераторе. Как только смарт-контракт через оракулы фиксирует, что прописанное условие выполнено, он самостоятельно инициирует следующее действие. Классический пример: автоматический перевод оплаты со счета грузовладельца на счет перевозчика в момент, когда GPS-метка груза подтверждает его прибытие в геозону пункта назначения.

Рассмотренная система автоматизации фрахтования является не просто техническим решением для отдельных компаний, а потенциальным ключевым элементом для развития цифровых транспортных коридоров и углубления экономической интеграции в рамках Евразийского экономического союза (ЕАЭС). Создание единого цифрового логистического контура на пространстве стран Союза позволит решить системные проблемы, связанные с трансграничным перемещением грузов.

Сегодня транзит груза через границы государств-членов ЕАЭС, несмотря на формальное отсутствие таможенного контроля, часто сопряжён с задержками. Эти задержки вызваны нестыковками в информационных системах, необходимостью смены перевозчиков и ручным документооборотом. По некоторым оценкам, простой на пограничных переходах может достигать 20-30% от общего времени доставки, что существенно снижает эффективность торговли. Внедрение децентрализованной платформы, где программные агенты могут беспрепятственно находить контрагента в любой стране Союза, а смарт-контракты обеспечивают автоматическое исполнение договора, позволит создать эффект «бесшовной» логистики. Это означает, что груз, следующий, например, из Беларуси в Казахстан, будет обрабатываться системой как единая сквозная задача, а не как последовательность разрозненных национальных перевозок [2].

Такая платформа может стать технологическим фундаментом для пилотных проектов цифровых транспортных коридоров. В рамках коридора можно было бы стандартизировать и оцифровать всю необходимую документацию, включая товаротранспортные накладные CMR, интегрировав их прямо в смарт-контракты в виде NFT. Это позволило бы передавать права на груз и подтверждать выполнение этапов перевозки мгновенно, исключая бумажный обмен между юрисдикциями. Важным преимуществом является то, что система не требует создания новой централизованной базы данных, которую сложно согласовать на международном уровне. Вместо этого используется децентрализованная сеть, где каждый участник сохраняет суверенитет над своими данными, но при этом участвует в единых прозрачных правилах игры.

Реализация этого подхода напрямую способствовала бы достижению целей, заложенных в Стратегических направлениях развития евразийской экономической интеграции до 2025 года, в части формирования общего транспортного пространства и цифровизации цепочек поставок. Снижение логистических издержек и сроков доставки внутри ЕАЭС всего на 10-15% за счёт подобной автоматизации могло бы дать значимый мультипликативный эффект для роста взаимной торговли, оцениваемый экспертами в дополнительные проценты к

ВВП стран-участниц. Таким образом, технология выходит за рамки операционной эффективности бизнеса, становясь инструментом реализации крупных экономических и интеграционных задач на евразийском пространстве [3].

Помимо технологических и регуляторных барьеров, ключевым вызовом для внедрения такой системы является необходимость формирования критической массы участников. Ценность цифровой платформы, где умные агенты ведут переговоры, проявляется только тогда, когда в ней представлено множество грузовладельцев и перевозчиков. Без этого возникает «эффект пустой площади»: нечего предлагать и некому брать заказы, что делает систему бесполезной на старте. Решение этой проблемы лежит в плоскости государственно-частного партнерства. На начальном этапе может потребоваться запуск пилотных проектов на базе отдельных крупных логистических кластеров или в рамках конкретных государственных программ, например, для обеспечения закупок госкомпаний. Это позволит создать первичный пул участников и транзакций, доказав жизнеспособность модели.

Важной перспективой, вытекающей из работы системы, является создание принципиально новых финансовых инструментов для логистики. Каждый смарт-контракт, фиксирующий будущую перевозку с чёткими условиями и автоматическим платежом, по сути, становится цифровым активом, т.е. доказательством будущего денежного потока. Такие активы потенциально могут быть токенизированы и использованы перевозчиками для быстрого привлечения оборотных средств на биржах цифровых активов под обеспечение этих «умных» договоров. Это могло бы решить хроническую проблему кассовых разрывов в транспортном бизнесе, особенно для малых и средних компаний, упростив доступ к финансированию.

В более широком контексте система автоматизированного фрахтования открывает путь к гибкой реконфигурации глобальных цепочек поставок. В условиях санкционных ограничений и необходимости поиска новых маршрутов (как, например, переход на Северный морской путь или развитие коридоров «Восток – Запад») возможность быстро и автоматически находить доступные мощности у множества перевозчиков становится стратегическим преимуществом. Такая платформа могла бы служить инструментом оперативного перераспределения грузопотоков в ответ на внешние шоки, делая национальную и союзную (в рамках ЕАЭС) логистику более устойчивой. Это превращает её из инструмента экономии средств в элемент инфраструктуры экономической безопасности, что может стать решающим аргументом для инвестиций в её развитие на государственном уровне.

Библиографический список

1. Щербаков, В. В. Цифровая логистика : учебник для вузов / под ред. В. В. Щербакова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2023. – 573 с. – ISBN 978-5-534-09643-9.

2. Лебедев, А. В. Технологии блокчейн и смарт-контракты в управлении цепями поставок / А. В. Лебедев, И. Н. Петров // Логистика и управление цепями поставок. – 2021. – № 3 (104). – С. 15–28.

3. Степанов, М. П. Применение мультиагентных систем и технологий искусственного интеллекта в транспортной логистике / М. П. Степанов // Инновации и инвестиции. – 2022. – № 7. – С. 312–317. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-multiagentnyh-sistem-i-tehnologiy-iskusstvennogo-intellekta-v-logistike (дата обращения: 28.01.2026).

УДК 004.825; ГРНТИ 20.23.25

МОДЕЛИ ВЫПОЛНЕНИЯ SPARQL UPDATE–ЗАПРОСОВ ДЛЯ ТРАНСФОРМАЦИИ ОНТОЛОГИЙ

В.Н. Дубинин*, М.А. Ручкин*, А.В. Дубинин, Л.П. Климкина****
** Пензенский государственный университет,*
Российская Федерация, Пенза, dubinin.victor@gmail.com
*** Пензенский государственный аграрный университет,*
Российская Федерация, Пенза, ludmila.klimkina@gmail.com

Аннотация. В работе предложены модели выполнения SPARQL Update-запросов, ориентированных на трансформацию RDF-онтологий, а также язык SPARQL/C, позволяющий описывать произвольные модели выполнения и управляющие конструкции для обработки данных. Возможности данного языка продемонстрированы на примерах. С помощью языка SPARQL/C можно создавать информационные системы широкого класса в рамках семантического Web, в которых бизнес-логика во многом реализуется на уровне моделей выполнения SPARQL Update-запросов.
Ключевые слова: семантический Веб, онтология, запросы, модели выполнения, SPARQL Update, язык SPARQL/C.

EXECUTION MODELS OF SPARQL UPDATE QUERIES FOR ONTOLOGY TRANSFORNATION

V.N. Dubinin*, M.A. Ruchkin*, A.V. Dubinin, L.P. Klimkina****
** Penza State University,*
Russia, Penza, dubinin.victor@gmail.com
*** Penza State Agricultural University,*
Russia, Penza, ludmila.klimkina@gmail.com

Abstract. This paper proposes SPARQL Update query execution models focused on transforming RDF ontologies, as well as the SPARQL/C language, which is intended for the definition of arbitrary execution models and control constructs for data processing. The capabilities of this language are demonstrated by examples. Using SPARQL/C, one can create a wide range of information systems within the Semantic Web, in which business logic is largely implemented at the level of SPARQL Update query execution models.
Keywords: semantic Web, ontology, queries, execution models, SPARQL Update, SPARQL/C language.

Технологии семантического Веб относятся к передовым информационным технологиям, позволяющим конструировать масштабируемые интеллектуальные распределенные информационные и вычислительные системы различного назначения. Краеугольным камнем этих технологий являются онтологии [1]. Несмотря на множество преимуществ, онтологии являются статичной моделью, что сужает область их применения. В частности, это препятствует их использованию в моделировании динамики и в проектировании систем, например, в проектировании, основанном на управлении онтологиями (*ontology driven development*). При этом процесс проектирования представляется в виде серии последовательных преобразований онтологий – от начального описания до готового проекта. В онтологических информационных системах обработка информации также может быть основана на трансформации онтологий. Таким образом, разработка методов и средств трансформации онтологий является весьма актуальной задачей.

Ранее в этом направлении предпринимались определенные усилия. С 2000 года велась разработка Apache Jena – бесплатного Java-фреймворка с открытым исходным кодом для создания приложений семантического Веб и связанных данных [2]. Однако использование данного инструмента, ставшего полноценным проектом только в 2012 году, связано с необходимостью программирования, что препятствует широкому использованию.

В работе [3] было предложена модификация языка SWRL (языка правил семантического Веб), названная eSWRL, для трансформации онтологий. При этом стандартный язык

SWRL был расширен конструкциями для создания и удаления новых классов и новых экземпляров классов. Трансформационный механизм eSWRL был реализован на языке Пролог, что повлекло определенные недостатки. Использование eSWRL было проиллюстрировано на примере проектирования распределенной системы автоматизированного управления подстанцией Smart Grid.

Ситуация в области трансформации онтологий кардинальным образом изменилась после разработки консорциумом W3C в 2013 году языка SPARQL 1.1 Update – языка изменений для RDF-графов [4]. Это язык позволяет пользователям извлекать, добавлять или удалять данные из RDF-хранилищ данных, подобно тому, как это делает SQL для реляционных баз данных, но этот язык ориентирован на данные графовой структуры.

В общем виде продукционное правило для трансформации онтологий имеет вид: ЕСЛИ <условие применения>, ТО <действие по изменению онтологии>. Данное правило может быть представлено в виде SPARQL Update-запроса, включающего предложения DELETE, INSERT и WHERE, причем WHERE-предложение задает условную часть правила, а предложения DELETE и INSERT – действия по изменению онтологии (удаление и добавление RDF-триплетов, соответственно).

Недостатком языка SPARQL 1.1 Update для трансформации онтологий является невозможность автоматического выполнения набора SPARQL Update -запросов в соответствии с определенными стратегиями, причем эти стратегии могут быть сложными и определяться характером решаемых задач. Следует заметить, что стратегии (называемые также дисциплинами или моделями) выполнения правил характерны для всех систем, основанных на правилах, например, для продукционных систем представления знаний. В качестве другого примера можно привести работу [3], в которой рассматриваются три модели выполнения eSWRL-правил для трансформации онтологий: однопроходная последовательная, однопроходная циклическая и многопроходная циклическая.

Кроме отсутствия реализации моделей выполнения SPARQL Update-запросов, в языке SPARQL Update отсутствует и возможность процедурного программирования, позволяющая разработчикам включать бизнес-логику на уровне запросов. Для лучшего понимания можно соотнести языки SQL и язык Transact SQL [5]. Следует также отметить, что эффективное управление выполнением SPARQL Update-правил является важным аспектом обеспечения корректности, эффективности и предсказуемости процессов преобразования RDF-онтологий.

Целью данной работы является выбор и описание моделей выполнения SPARQL Update-правил, определение их операционной семантики, разработка языка SPARQL/C для описания пользовательских моделей выполнения, а также демонстрация возможностей языка SPARQL/C на примерах.

Для управления выполнением SPARQL Update-правил рассматриваются два класса моделей:

– предопределённые элементарные модели выполнения;
– пользовательские модели выполнения.

Следует отметить, что из моделей первого класса можно сконструировать составную модель выполнения в виде композиции нескольких элементарных моделей выполнения.

В основе всех моделей выполнения лежат два элементарных действия:

– exec – запуск SPARQL Update-правила, которое либо срабатывает, либо нет в зависимости от истинности условия;

– A – проверка разрешённости правила с использованием ASK-запроса. ASK-запросы содержат только условную часть (WHERE-предложение).

SPARQL Update-правило считается разрешённым, если существует подстановка переменных, при которой условие WHERE является истинным. В противном случае правило считается неразрешённым.

К числу предопределённых элементарных моделей относятся:

– упорядоченные модели выполнения;
– приоритетная модель выполнения;
– случайная модель выполнения.

В упорядоченных моделях выполнения правила образуют линейно упорядоченное множество, которое определяет порядок их выполнения. Формальное описание моделей выполнения задаётся в алгоритмической форме (например, на псевдокоде), что определяет их операционную семантику.

Для классификации упорядоченных моделей используются два признака:
– P1 – характер выполнения правила: циклическое (C) или ациклическое (A);
– P2 – кратность выполнения набора правил: однократное (S) или многократное (M).

Таким образом, упорядоченная модель выполнения кодируется в виде:

O<P1><P2>,

где O обозначает упорядоченную модель выполнения.

В алгоритмах на псевдокоде используются следующие обозначения:
– exec Ri – выполнение (запуск) SPARQL Update-правила Ri;
– A(Ri) – проверка разрешённости SPARQL Update-правила Ri;
– orAll = A(R1) ∨ A(R2) ∨ … ∨ A(Rn) – логическое условие наличия хотя бы одного разрешённого правила в наборе.

Ациклическая однопроходная модель выполнения (OAS)

В данном случае правила выполняются за один проход в порядке, указанном в спецификации.

Спецификация**:** *OAS***(***R1,R2,…,Rn***).**
Интерпретация на псевдокоде:
exec R1;
exec R2;
…
exec Rn.

Ациклическая многопроходная модель выполнения (OAM)

В данном случае правила выполняются за несколько проходов в порядке, указанном в спецификации. Процесс выполнения продолжается до исчерпания разрешённости всех правил.

Спецификация**:** *OAM***(***R1,R2,…,Rn***).**
Интерпретация на псевдокоде:
repeat
  exec R1;
  exec R2;
  …
  exec Rn
until not(A(R1)∨A(R2)∨…∨A(Rn)).

Циклическая однопроходная модель выполнения (OCS)

В данной модели выполнения существует только один проход выполнения правил, но правила в проходе выполняются многократно, пока сохраняется такая возможность.

Спецификация**:** *OCS***(***R1,R2,…,Rn***).**
Интерпретация на псевдокоде:
while A(R1) exec R1;
while A(R2) exec R2;

…
while A(Rn) exec Rn.

Циклическая многопроходная модель выполнения (OCM)

В отличие от предыдущей модели, в данной модели используется подход к выполнению правил в рамках нескольких проходов. Процесс выполнения продолжается до тех пор, пока все правила не станут неразрешёнными. В каждом проходе каждое правило выполняется до исчерпания своей разрешённости.

Спецификация**:** *OCM***(***R1,R2,…,Rn***).**
Интерпретация на псевдокоде:
repeat
  while A(R1) exec R1;
  while A(R2) exec R2;
  …
  while A(Rn) exec Rn;
until not(A(R1)∨A(R2)∨…∨A(Rn)).

Приоритетная модель выполнения (PRIOR)

В приоритетной модели выполнение правил определяется их приоритетами, задаваемыми положением в линейно упорядоченном наборе. Чем выше позиция правила в списке, тем выше его приоритет. На каждом шаге выполняется разрешённое правило с наивысшим приоритетом. В отличие от упорядоченных моделей, приоритетная модель гарантирует выполнение наиболее приоритетного правила сразу после его активации. В циклических упорядоченных моделях подобная гарантия отсутствует, поскольку выполнение правил осуществляется в рамках фиксированных проходов.

Спецификация**:** *PRIOR***(***R1,R2,…,Rn***)**
Интерпретация на псевдокоде:
repeat
  repeat
    repeat
      exec R1
    until not(A(R1))
    exec R2
  until not(A(R1)∨A(R2))
  …
  exec Rn
until not(A(R1)∨A(R2)∨…∨A(Rn)).

Случайная модель выполнения (RAND)

В данной модели выполнения на каждом шаге для выполнения выбирается одно из разрешённых правил случайным образом. Процесс выполнения завершается при отсутствии разрешённых правил. В приведенном ниже алоритме функция rnd вычисляет случайное число в указанном диапазоне.

Спецификация**:** *RAND***(***R1,R2,…,Rn***)**
Интерпретация на псевдокоде:
repeat
  c=rnd(1,n)
  case c

```
    1: exec R1;
    2: exec R2;
    …
    n: exec Rn;
until not(A(R1)∨A(R2)∨…∨A(Rn)).
```

Пользовательские модели выполнения на языке SPARQL/C

Предопределенные модели выполнения позволяют реализовать лишь ограниченный набор стратегий управления выполнением SPARQL Update-запросов в наборе. Для преодоления данного недостатка был разработан язык SPARQL/C, позволяющий реализовать произвольную модель выполнения под любую задачу пользователя. Буква «C» в названии языка означает «Control» («Управление»). Язык SPARQL/C относится к интерпретируемым языкам. Таким образом, модели выполнения реализуются в виде специализированных скриптов, интерпретируемых в процессе выполнения. Интерпретатор языка SPARQL/C был разработан в 2024 году в рамках проекта инструментальной программной системы для поддержки трансформации графов на основе RDF-онтологий и языка SPARQL. Основные идеи данного трансформационного подхода можно найти в работе [6].

Язык SPARQL/C включает следующие операторы:

– составной оператор *do-end*,

– условный оператор *if-then-else*,

– оператор цикла *repeat-until*,

– оператор цикла *while*.

Данные операторы являются традиционными для большинства языков программирования высокого уровня, их семантика хорошо известна и не требует подробных объяснений. В контексте моделей выполнения язык оперирует следующими базовыми действиями:

– exec Ri – запуск i-го SPARQL-UPDATE-запроса;

– A(Ri) – проверка существования решений для i-го SPARQL Update-запроса, реализуемая посредством ASK-запроса;

– C(Ri) – число найденных решений для i-го SPARQL-UPDATE-запроса (реализуется COUNT-запросом).

Синтаксис языка задаётся в расширенной форме Бэкуса–Наура и носит минималистский характер, сводя к минимуму использование скобок и разделителей (рисунок 1).

```
Последовательность_операторов::= Оператор {Оператор}
Оператор::=
        Оператор_выполнения_предопределенной_модели | Оператор_запуска_правила
        | Составной_оператор | Условный_оператор
        | Оператор_цикла_while | Оператор_цикла_repeat_until
Оператор_выполнения_предопределенной_модели::=
       Имя_предопределенной_модели "(" Список_правил ")"
Список_правил::= Идент_правила {"," Идент_правила}
Имя_предопределенной_модели::=
        "OAS" | "OAM" | "OCS" | "OCM" | "PRIOR" | "RAND"
Оператор_запуска_правила::= "exec" Идент_правила
Составной_оператор::=
  "do" Последовательность_операторов "end"
Условный_оператор::=
   "if" Лог_выражение "then" Оператор
         ["else"  Оператор]
Оператор_цикла_while::=
       "while" Лог_выражение Оператор
Оператор_цикла_ repeat_until::=
       "repeat" Последовательность_операторов "until" Лог_выражение
Лог_выражение::= Лог_терм {"or" Лог_терм}
Лог_терм::= Лог_множитель {"and" Лог_множитель}
Лог_множитель::=
          Разрешенность  правила
        | "not" Лог_выражение
        | "(" Лог_выражение ")"
        | Число_решений_правила Операция_сравнения Целое
Операция_сравнения::= "="| "<>" | "<" | "<=" | ">" | ">="
Разрешенность_правила::= "A" "("Идент_правила")"
Число_решений_правила::= "C" "("Идент_правила")"
```

Рис. 1. Синтаксис языка SPARQL/C

Все предопределенные элементарные модели выполнения можно представить на языке SPARQL/C как некие макросы (макро-действия):

– *OAS* – ациклическая однопроходная модель выполнения;
– *OAM* – ациклическая многопроходная модель выполнения;
– *OCS* – циклическая однопроходная модель выполнения;
– *OCM* – циклическая многопроходная модель выполнения;
– *PRIOR* – приоритетная модель выполнения;
– *RAND* – рандомная модель выполнения.

Ниже приведены простейшие примеры программ (скриптов) на языке SPARQL/C.

Пример 1:

```
if A(R1) then exec R1 else exec R2
```

Пример 2:

```
if A(R1) then
     do
       exec R1
       exec R2
     end
else
     do
       exec R3
       exec R4
     end
```

Пример 3 (по смыслу равносилен предыдущему примеру):
```
if A(R1) then OAS(R1,R2) else OAS(R3,R4)
```

Пример 4:
```
while A(R1) or A(R2)
      do
        exec R1
        exec R2
      end
```

Пример 5:
```
repeat
     if A(R1) then exec R2 else exec R3
     exec R4
until C(R4)>5
```

Пример 6:
```
if A(R1) then
     OAS(R1,R2)
else
     OAS(R3,R4)
while A(RQX1) or not A(DD9) and A(R3)
     do
       exec rule_Load
       exec rule_Add
       exec rule_Mult
       exec rule_Store
     end
```

Пример 7:
```
while (not A(RQX1) and not A(DD9)) or (C(R3)>5)
    repeat
        PRIOR(rule_Mult, rule_Add)
        OCS(rule_Store, rule_Load)
    until A(RQX1) or A(DD9)
```

В заключение следует отметить, что помимо определения моделей выполнения язык SPARQL/C может использоваться для решения задач обработки данных. Использование интерпретатора языка SPARQL/C в сочетании с RDF-хранилищами и SPARQL-серверами позволяет создавать информационные системы широкого класса в рамках семантического Web, в которых бизнес-логика во многом реализуются на уровне моделей выполнения.

Библиографический список

1. Горшков С. Введение в онтологическое моделирование. – ТриниДата, 2016. – 166 с.

2. Apache Jena. – Режим доступа: https://jena.apache.org/. – Дата доступа: 01.02.2026.

3. Yang C.-W., Vyatkin V., Dubinin V. On development of execution model for model transforming distributed substation automation control with ontology // IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 19-21 June 2017, Edinburgh, UK. – pp.1219-1225.

4. SPARQL 1.1 Update. W3C Recommendation 21 March 2013. – Режим доступа: https://www.w3.org/TR/sparql11-update/. – Дата доступа: 01.02.2026.

5. Фленов М.Е. Transact-SQL в подлиннике. – СПб: БХВ, 2012. – 568 с.
6. Дубинин В.Н., Ручкин М.А., Дубинин А.В., Климкина Л.П. Использование языка SPARQL в реализации графодинамической модели для поиска кратчайших путей в графе // Современные технологии в науке и образовании – СТНО-2024 [текст]: сб. тр. VII междунар. науч.-техн. форума: в 10 т. Т.5./ под общ. ред. О.В. Миловзорова. – Рязань: Рязан. гос. радиотехн. ун-т, 2024. – С. 160-165.

УДК 681.3, 658.5; ГРНТИ 50.33.39

ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СТРАТЕГИИ БЕЗОПАСНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ДАННЫМИ

Е.В. Нурматова, В.В. Ржевский, А. Е. Таркинский
МИРЭА - Российский технологический университет,
Российская Федерация, Москва, ev8@mail.ru

Аннотация. В работе проводится детальный анализ реализации механизмов безопасности в реляционных СУБД, в частности, PostgreSQL с нативной поддержкой RLS(Row-Level Security), Oracle с гибридным подходом и меточным контролем через OLS, MySQL с плагинной аутентификацией и нереляционных системах MongoDB, Cassandra, Redis с гранулярными ACLv2. Особое внимание уделено российскому подходу к защите данных на базе сертифицированной экосистемы Astra Linux и Postgres Pro, соответствующей требованиям ФСТЭК. Работа охватывает интегрированные стратегии безопасности и завершается экспертной оценкой, подчеркивающей отсутствие универсального решения.
Ключевые слова: модель контроля доступа, аудит систем управления данными, шифрование данных, критическая информационная инфраструктура.

INTEGRATED SECURITY STRATEGIES FOR DATA MANAGEMENT SYSTEMS

E.V. Nurmatova, V.V. Rzhevsky, A. E. Tarkinsky
MIREA - Russian Technological University, Russian Federation, Moscow, ev8@mail.ru

The summary. The paper provides a detailed analysis of the implementation of security mechanisms in relational databases, in particular, PostgreSQL with native RLS (Row-Level Security) support, Oracle with a hybrid approach and tag control via OLS, MySQL with plug-in authentication, and non-relational MongoDB, Cassandra, and Redis systems with granular ACLv2. Special attention is paid to the Russian approach to data protection based on the certified ecosystem of Astra Linux and Postgres Pro, which meets the requirements of the FSTEC. The work covers integrated security strategies and culminates in an expert assessment highlighting the lack of a universal solution.
Keywords: access control model, auditing of data management systems, data encryption, critical information infrastructure.

В основе любой системы защиты информации лежит модель контроля доступа, определяющая правила, согласно которым субъекты (пользователи, приложения) могут взаимодействовать с данными и ресурсами. Исторически сложились несколько ключевых подходов, каждый из которых обладает своими сильными сторонами, ограничениями и сферой применения. К наиболее фундаментальным моделям относятся дискреционный контроль доступа (Discretionary Access Control, DAC), обязательный контроль доступа (Mandatory Access Control, MAC), управление доступом на основе ролей (Role-Based Access Control, RBAC) и управление доступом на основе атрибутов (Attribute-Based Access Control, ABAC), дополняемое механизмами списков контроля доступа (Access Control Lists, ACL)[1].

Модель DAC предполагает, что владелец ресурса единолично управляет правами доступа к нему, включая их передачу, изменение или отзыв. Такая децентрализация обеспечивает гибкость в дружелюбных средах, но в крупных организациях приводит к хаотичности прав, усложняет аудит и повышает риски утечек из-за ошибочных или устаревших разрешений. Модель обязательного контроля доступа противопоставляется DAC строгой централизацией. Доступ определяется системными метками секретности и категориями, а не волей

владельца. Субъект получает доступ к объекту только при полном соответствии меток, что исключает несанкционированное распространение данных даже при компрометации учётной записи. Эта модель применяется в военных и государственных системах, но её жёсткость затрудняет использование в динамичных коммерческих средах. Управление доступом на основе ролей сочетает практичность и масштабируемость, заменяя прямое назначение прав пользователям на присвоение им ролей, соответствующих должностным функциям. Изменение прав для целой категории сотрудников достигается модификацией одной роли, что упрощает администрирование и поддержку принципа наименьших привилегий. Однако при сложной бизнес-логике возникает разрастание ролей, а статичность модели не учитывает контекст запроса. Управление доступом на основе атрибутов преодолевает ограничения RBAC, принимая решения о доступе на основе динамической оценки атрибутов субъекта, объекта, действия и окружения. Такая гранулярность позволяет реализовывать контекстно-зависимые политики, например, разрешать доступ к финансовым данным только из корпоративной сети в рабочее время. Однако сложность проектирования политик и потенциальное влияние на производительность остаются значительными барьерами для массового внедрения[2]. Списки контроля доступа представляют собой объектно-ориентированный механизм, при котором к каждому ресурсу привязывается список субъектов и их разрешённых действий. Хотя ACL часто рассматривают как частный случай DAC, современные реализации, такие как в Redis и Cassandra, обеспечивают высокую гранулярность и постепенно интегрируют элементы атрибутной логики, приближаясь к гибкости ABAC.

Краткая характеристика моделей контроля доступа приведена в таблице 1.

Таблица 1. Краткая характеристика моделей контроля доступа

Модель	Ключевой принцип	Сильные стороны	Слабые стороны	Типичное применение
DAC	Владелец объекта управляет правами	Простота, гибкость	Децентрализация, как следствие утечки и сложный аудит	Файловые системы, соцсети
MAC	Централизованная политика на основе меток (уровень/категория)	Высокая защита, невозможность обхода	Жёсткость, сложность внедрения	Военные, госучреждения
RBAC	Права группируются в роли и назначаются пользователям	Масштабируемость, принцип наименьших привилегий	Увеличение различных ролей, статичность	Корпоративные системы (стандарт де-факто)
ABAC	Доступ осуществляется при помощи оценок политик по атрибутам (субъект/объект/окружение)	Гранулярность, динамичность, контекст	Сложность проектирования, нагрузка на производительность	Высокозащищённые динамичные среды
ACL	Список прав привязан к объекту	Гранулярный контроль на уровне ресурса	Масштабируемость хуже RBAC	Redis, Cassandra

Реализация моделей безопасности в реляционных и NoSQL-системах

Реляционные СУБД реализуют управление доступом преимущественно на основе ролевой модели RBAC, дополняя её специфическими механизмами.

PostgreSQL строит безопасность вокруг гибкой системы ролей с поддержкой иерархии и принципа наименьших привилегий. Его ключевое преимущество – встроенная поддержка RLS, позволяющая ограничивать доступ к отдельным строкам таблицы через политики, зависящие от контекста пользователя. Это обеспечивает детальный контроль без изменения прикладной логики и приближает модель к атрибутному доступу ABAC. Для аудита применяется расширение PGAudit, расширяющее стандартное журналирование. Oracle соче-

тает в себе элементы всех основных моделей контроля доступа. Помимо развитой RBAC, он предлагает Oracle Label Security для реализации мандатного контроля MAC и Virtual Private Database (VPD) для динамической фильтрации данных на уровне запросов. Unified Auditing собирает события безопасности в единый журнал, обеспечивая соответствие нормативным требованиям. Сертификация по стандартам, таким как Common Criteria, делает Oracle предпочтительным выбором для высокозащищённых сред. MySQL с версии 8.0 поддерживает роли, формируя базовую RBAC-модель. Его сильная сторона – гибкая аутентификация через плагины, позволяющая интегрироваться с внешними системами вроде LDAP, PAM и Active Directory. В Enterprise-версии доступен модуль аудита, но нативной поддержки контроля на уровне строк RLS нет: для этого приходится использовать представления или триггеры, что менее эффективно.

Все три СУБД унифицируются вокруг RBAC как основы, но различаются в реализации детального контроля: PostgreSQL предлагает нативный и элегантный RLS, Oracle – комплексный набор инструментов включая MAC и динамические политики, а MySQL делает ставку на гибкость аутентификации и интеграцию с корпоративной инфраструктурой. Выбор зависит от баланса между требованиями к защите, управляемости и производительности.

Нереляционные СУБД, ориентированные на масштабируемость и работу с неструктурированными данными в распределённых средах, реализуют контроль доступа с учётом своей архитектурной специфики, жертвуя частью строгости в пользу гибкости и производительности [3]. MongoDB применяет развитую модель RBAC, где роли определяют разрешения на операции (find, insert и др.) в отношении конкретных объектов – кластера, базы данных или коллекции. Поддерживаются встроенные и пользовательские роли, а также многоуровневая аутентификация: SCRAM, сертификаты X.509, LDAP и Kerberos. Для защиты данных используются шифрование трафика через TLS/SSL и шифрование на диске (at-rest encryption). Встроенный механизм аудита фиксирует события доступа и администрирования. Apache Cassandra также опирается на RBAC, но с акцентом на распределённую архитектуру: разрешения назначаются на уровне кластера, ключевого пространства или отдельной таблицы. Роли могут быть пользователями или группами, включающими другие роли. Безопасность транспорта обеспечивается шифрованием межузлового и клиент-серверного трафика через настраиваемый TLS. Аутентификация поддерживает как локальные учётные записи, так и интеграцию с LDAP. Детальный контроль доступа к отдельным записям обычно реализуется на уровне приложения. Redis исторически использовал простую аутентификацию по паролю, но начиная с версии 6.0 перешёл к полноценному ACL, а в версии 7.0 – к расширенному ACLv2. Эта модель позволяет создавать именованных пользователей с селекторами, точно ограничивающими доступ к командам, ключам и каналам публикации/подписки. Такой подход обеспечивает высокую гранулярность контроля, близкую к атрибутной модели (ABAC), без ущерба для производительности. Шифрование клиент-серверного трафика реализовано через TLS.

Представим сводную таблицу 2 ключевых особенностей безопасности в NoSQL-СУБД.

Таблица 2. Краткая характеристика моделей контроля доступа

СУБД	Модель доступа	Особенности	Ограничения
MongoDB	RBAC с гранулярными привилегиями	Шифрование в транзите (TLS) и на месте, аудит, аутентификация (SCRAM, X.509, LDAP)	FGA требует логики приложения
Cassandra	RBAC на уровне кластера/ключ. пространства/таблицы	Шифрование узел-узел и клиент-узел (SSL/TLS), LDAP-интеграция	Отсутствие встроенных политик уровня строк
Redis	ACLv2 (v7.0+) – селекторы команд/ключей	Гранулярный контроль близок к ABAC, TLS для трафика	Слабая безопасность (до v6.0)

Хотя NoSQL-системы изначально уступали реляционным СУБД в безопасности, современные решения предлагают зрелые и архитектурно обоснованные механизмы: гибкие роли в MongoDB и Cassandra, сверхдетализированный контроль в Redis, а также сквозное шифрование и интеграцию с корпоративными системами аутентификации.

Российский подход к защите данных: экосистема Astra Linux и сертифицированные решения

Российский подход к безопасности баз данных определяется в первую очередь требованиями ФСТЭК России [4]. Ключевым ориентиром служит Базовая модель угроз безопасности персональных данных, которая обязывает проектировать системы с учётом реальных векторов атак, а не формально добавлять «баннеры» защиты.

Основой защищённой инфраструктуры выступает операционная система Astra Linux, сертифицированная для работы с государственной тайной и критической информационной инфраструктурой. Её безопасность строится на многоуровневой архитектуре, включая собственную подсистему мандатного контроля на уровне ядра, строго регулирующую информационные потоки между процессами.

Для повышения безопасности инструментов администрирования, таких как pgAdmin, применяются не только исправления уязвимостей, но и создание защищённой среды выполнения: ограничение прав процесса через мандатные политики, интеграция с централизованной системой аутентификации ОС и усиленный аудит всех действий.

Второй элемент экосистемы, СУБД Postgres Pro, сертифицированная ФСТЭК для обработки конфиденциальной информации. Сертификация избавляет заказчиков от необходимости повторной аттестации всей системы и гарантирует соответствие требованиям безопасности, включая расширенный аудит и усиленную аутентификацию.

Комбинация Astra Linux и Postgres Pro формирует готовую платформу для развёртывания ответственных информационных систем, полностью соответствующую российскому законодательству и ориентированную на защиту критических данных.

Интегрированные стратегии безопасности: аутентификация, аудит и шифрование

Модели контроля доступа – лишь часть комплексной защиты баз данных. Реальная безопасность достигается интеграцией аутентификации, аудита и шифрования.

Аутентификация служит первой линией обороны. Современные СУБД уходят от простых паролей к многофакторной верификации и интеграции с централизованными системами – LDAP, Kerberos, PAM. MySQL выделяется гибкой плагинной архитектурой, PostgreSQL и Oracle также поддерживают внешние каталоги, а даже Redis в версии 7.0 перешёл от единого пароля к именованным пользователям с гранулярными правами.

Аудит обеспечивает прозрачность и соответствие регуляторным требованиям. Вместо базового логирования используются специализированные решения: расширение PGAudit в PostgreSQL, Unified Auditing в Oracle, плагины аудита в MySQL Enterprise и встроенные механизмы в MongoDB. Целевые политики аудита позволяют фиксировать критичные события без перегрузки системы.

Шифрование защищает данные как при передаче (TLS/SSL), так и на диске (at-rest). Все ведущие СУБД поддерживают шифрование трафика; для защиты на уровне хранилища применяются как встроенные средства (например, в MongoDB и Oracle), так и внешние решения вроде LUKS. Управление ключами и применение национальных алгоритмов, таких как ГОСТ «Кузнечик» и «Магма», особенно актуально в российской инфраструктуре [5].

Лишь сочетание надёжной аутентификации, детального аудита и сквозного шифрования создаёт устойчивую защиту баз данных в условиях современных угроз.

Сравнительный анализ и оценка уровня безопасности

Оценка безопасности СУБД требует комплексного анализа, а не простого перечисления функций. Универсально самой безопасной системы не существует и выбор зависит от требований к защите, масштаба и специфики проекта.

Модели контроля доступа можно разделить на три уровня зрелости. Базовый уровень RBAC, реализованный практически во всех СУБД. Продвинутый детальный контроль на уровне строк FGA, где лидером выступает PostgreSQL с нативной системой RLS, обеспечивающей динамическую фильтрацию данных без изменения прикладной логики. Высший уровень мандатный контроль MAC через метки секретности, доступный в Oracle с помощью Oracle Label Security; он применим в основном в государственных и оборонных системах.

По гибкости аутентификации лидирует MySQL с плагинной архитектурой, позволяющей интеграцию с любыми внешними системами от LDAP до Kerberos. PostgreSQL и Oracle также поддерживают внешние каталоги, а Redis 7.0 демонстрирует, что даже высокопроизводительные СУБД могут обеспечивать гранулярную авторизацию через ACLv2.

В области аудита и шифрования все ведущие СУБД предлагают зрелые решения, детализированный аудит (Unified Auditing в Oracle, PGAudit в PostgreSQL), шифрование трафика через TLS/SSL и защиту данных на диске – встроенную или через внешние средства.

Особое место занимают российские решения. Postgres Pro, сертифицированный ФСТЭК, и операционная система Astra Linux формируют единую экосистему, отвечающую требованиям критической инфраструктуры. Подход к защите включает не только исправление уязвимостей, но и создание защищённой среды выполнения на уровне ОС с применением мандатного контроля. В таблице 3 представлены рекомендуемые системы в зависимости от сценария использования.

Таблица 3. Итоговая оценка и рекоменадации

Сценарий использования	Рекомендуемая СУБД	Обоснование
Мультитенантные приложения (SaaS)	PostgreSQL	Нативный RLS для изоляции данных клиентов
Госсектор / КИИ (РФ)	Postgres Pro + Astra Linux	Готовый сертифицированный стек под требования ФСТЭК
Максимальная защита (метки секретности)	Oracle с OLS	Единственная коммерческая реализация MAC в СУБД
Гибкая интеграция с корпоративной инфраструктурой	MySQL	Плагинная аутентификация под любые внешние системы
Высокопроизводительные кэши с гранулярным доступом	Redis 7.0+	ACLv2 обеспечивает контроль близкий к ABAC без потери скорости

Таким образом, оптимальная СУБД выбирается исходя из баланса между:

— требованиями к гранулярности контроля (от таблиц к строкам и атрибутам);
— необходимостью сертификации (международная / ФСТЭК);
— интеграцией в существующую ИТ-инфраструктуру;
— производительностью и административной сложностью.

Экспертная оценка уровня безопасности СУБД должна учитывать не только наличие определенных функций, но и качество их реализации, гибкость настройки и способность интегрироваться в общую стратегию безопасности организации. PostgreSQL предлагает наиболее мощные и гибкие инструменты для детального контроля доступа. Oracle предоставляет наиболее комплексное и готовое к использованию решение для самых требовательных корпоративных и государственных заказчиков. MySQL фокусируется на гибкости аутентификации и интеграции. NoSQL-СУБД развиваются в сторону более гранулярных механизмов кон-

троля, как, например, в Redis. Наконец, российская модель, воплощенная в Astra Linux и Postgres Pro, предлагает готовое, сертифицированное и высокоуровневое решение, ориентированное на выполнение жестких национальных стандартов безопасности, что делает ее уникальным и крайне ценным для определенного сегмента рынка.

Библиографический список

1. Котенко И.В., Саенко И.Б. «Модели и механизмы управления доступом в защищённых информационных системах». СПб.: Политехника, 2021. 328 с.

2. Гончаров А.А., Макеев А.С. «Анализ форматов баз данных угроз безопасности информации ФСТЭК России» // Информация и безопасность. 2024. Т. 27. № 4. С. 571–590.

3. Левин Д.А., Семёнов С.М. «Особенности аудита и мониторинга событий безопасности в высоконагруженных NoSQL-системах» // Программные продукты и системы. 2024. Т. 37. № 1. С. 89–103.

4. Петренко С.А., Шевцов А.В. «Особенности реализации политик безопасности в СУБД класса Отечественное ПО» // Безопасность информационных технологий. 2023. Т. 30. № 2. С. 45–62.

5. Сысоев В.В., Семёнов С.М. «Защита критической информационной инфраструктуры: от теории к практике». М.: ДМК Пресс, 2023. 284 с.

УДК 004.254; ГРНТИ 20.53.17

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЁННОГО КЕША В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ С МИКРОСЕРВИСНОЙ АРХИТЕКТУРОЙ

В.М. Пименов, А.В. Маркин, Д.В. Аникеев

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, pimenovv2000@gmail.com

Аннотация. В работе рассматривается реализация механизма распределённого кеширования в масштабируемых информационных системах с микросервисной архитектурой. Приводится понятие кеширования в контексте трёхуровневой архитектуры веб-приложений. Рассмотрена проблема согласования кешированных данных при развёртывании нескольких экземпляров сервисов. Представлен In-Memory кеш, приводятся его преимущества, недостатки и особенности применения. Более подробно рассмотрен механизм распределённого кеширования, а также описана реализация гибкой библиотеки кеширования объектов, предоставляющей удобный единообразный интерфейс для любых методов кеширования с возможностью интеграции различных поставщиков кеша.

Ключевые слова: информационная система, микросервисная архитектура, кеширование, распределённый кеш.

IMPLEMENTATION OF A DISTRIBUTED CACHE IN INFORMATION SYSTEMS WITH A MICROSERVICE ARCHITECTURE

V.M. Pimenov, A.V. Markin, and D.V. Anikeev

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, pimenovv2000@gmail.com

The summary. This paper discusses the implementation of a distributed caching mechanism in scalable information systems with a microservice architecture. It introduces the concept of caching in the context of a three-tier web application architecture. The paper addresses the issue of cached data consistency when multiple service instances are deployed. It describes In-Memory cache with its advantages, disadvantages and application specifics. The distributed caching mechanism considered more detail, also described implementation of a flexible object caching library, providing a uniform interface for any caching methods with the ability to integrate different cache providers.

Keywords: information system, microservice architecture, caching, distributed cache.

Хранение и предоставление информации являются одними из важнейших задач, решаемых любой информационной системой. Средством хранения зачастую выступают базы данных, в частности, основанные на реляционной модели [1]. Они позволяют представлять

данные в удобном для восприятия человеком виде. При этом они реализуют различные механизмы целостности, которые поддерживают согласованность информации.

С развитием и усложнением информационной системы растёт и база данных. Помимо роста непосредственно объёма информации, изменяется и сама схема данных: появляются новые и изменяются уже существующие сущности, добавляются новые связи между ними, что отражается в росте количества таблиц. При этом запросы на выборку данных также усложняются, затрагивая сразу множество отношений. Такие запросы могут содержать большое количество соединений. Кроме того, если запрос включает некоторую бизнес-логику, то к соединениям дополнительно добавляются различные проверки и другие виды вычислений. Подобные сложные запросы оказываются достаточно затратными по времени выполнения. Также различные операции бизнес-логики, выполняемые на уровне сервера приложений, занимают некоторое время.

В результате, в информационных системах, охватывающих крупные по объёму предметные области, определённые операции бизнес-логики могут занимать относительно продолжительное время. Это становится проблемой при большом количестве запросов от клиентов. Если достигается потолок вычислительной мощности сервера, на котором запущено приложение или оно вынуждено ждать ответа от базы данных, то будет ожидать и клиент. В случае, если пользователь системы отправляет повторяющиеся запросы на доступ к одному и тому же ресурсу или сразу множество пользователей пытаются получить одинаковые данные, то приложение ещё и выполняет множество одинаковых запросов, что является нерациональным, особенно, когда эта операция занимает продолжительное время.

Подобная проблема характерна не только для монолитной, но и для микросервисной архитектуры [2]. Разделение предметной области на множество доменов уменьшает количество непосредственных запросов на соединение данных, но при этом получение связанных данных из разных сервисов также занимает время и требует согласования данных уже между самими приложениями. Запрос к другому микросервису потребует время как на передачу информации по сети, так и на обращения к базе данных конкретного приложения. Для решения описанной проблемы множественного выполнения затратных по времени запросов используется кеширование данных [3].

Кеширование в веб-приложениях – это механизм, позволяющий хранить копии данных в оперативной памяти для ускорения доступа к ним. Скорость получения информации из оперативной памяти выше, чем при обращении к постоянному запоминающему устройству, например, к жёсткому диску, на котором находится основная база данных. В кеше можно сохранять как числа и простые строки, так и более сложные объекты, которые получены в результате выполнения сложного запроса. Вместо обращения к базе данных с последующими соединениями и вычислениями или запросами по сети, система попытается запросить сохранённый объект из кеша.

Одним из наиболее часто применяемых и простых в реализации способов является кеширование в памяти приложения (In-Memory cache) [4]. Данные сохраняются в оперативной памяти, которая выделена программе, что позволяет добиться максимальной скорости доступа. Этот механизм реализуется с помощью пакетов и библиотек, разработанных для различных языков программирования.

Несмотря на высокую скорость чтения и записи данных, существенным недостатком In-Memory кеширования является сложность согласования кешированных данных при масштабировании приложения [5]. В крупных системах, обрабатывающих большое количество запросов, часто запускается сразу несколько экземпляров приложения. Это позволяет с помощью балансировщика нагрузки перенаправлять поступающие запросы на экземпляры сервиса, тем самым равномерно распределяя нагрузку между ними. При этом у каждого экземпляра будет своё выделенное пространство оперативной памяти. Соответственно, кеш у каждого сервиса также будет отдельный (рисунок 1).

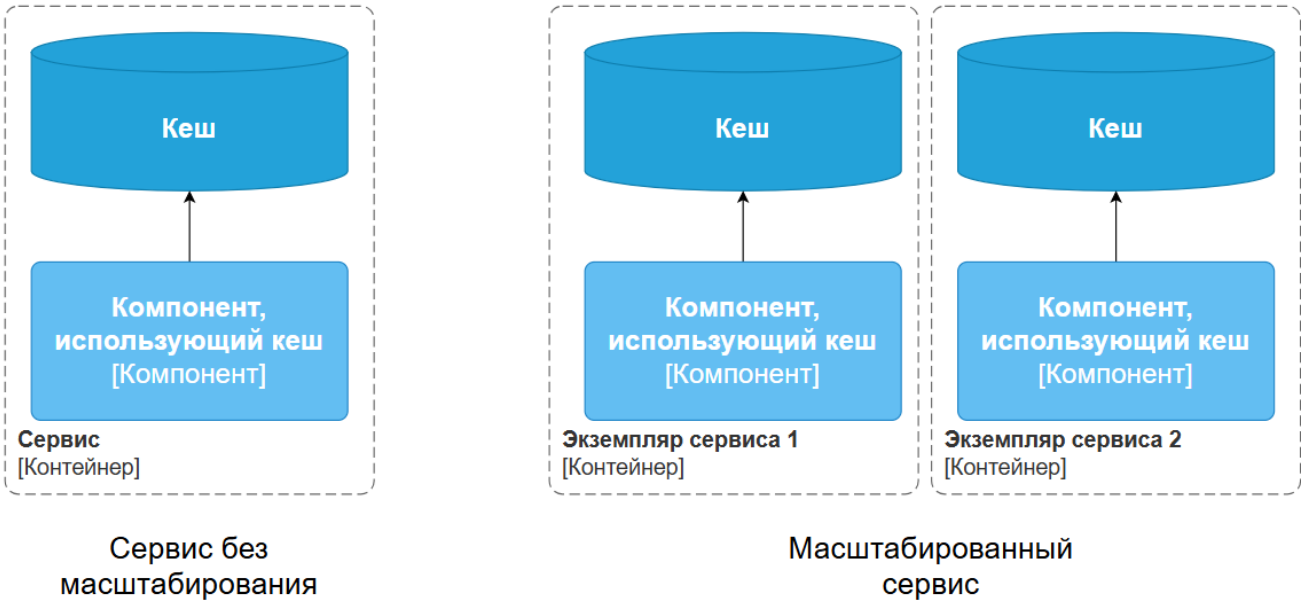


Рис. 1. In-Memory кеш при масштабировании сервиса

Для решения данной проблемы в рамках In-Memory подхода к кешированию необходимо реализовать механизм согласования данных между кешами различных сервисов, что фактически нивелирует преимущество использования кеша. Для этого потребуется организовать постоянный обмен синхронизирующими сообщениями между экземплярами приложения. При этом процесс согласования будет занимать некоторое время и вычислительные ресурсы. В качестве альтернативного варианта можно с помощью балансировщика организовать перенаправление клиента на конкретный запущенный экземпляр, к которому тот обращался ранее. В этом случае не понадобится согласовывать данные для каждого запроса между кешами, так как автоматически будет выполняться переброска запроса на использованный в предыдущих обращениях сервис, кеш которого хранит соответствующую информацию. Однако при таком подходе не выполняется равномерное распределение нагрузки, так как балансировщик направляет клиента не на основе загруженности конкретных компонентов, а в зависимости от ранее выполненных запросов.

Поэтому в сложных системах, в которых может запускаться множество экземпляров приложений, в частности, при использовании микросервисной архитектуры, реализуется распределённое кеширование. Этот подход предполагает запуск некоторой внешней службы, являющейся общей для различных экземпляров. Внешняя служба запускается на отдельном сервере и предоставляет единую конечную точку для запросов на кеширование от компонентов системы [6]. При этом обеспечивается совместное использование кеша несколькими экземплярами сервисов (рисунок 2).

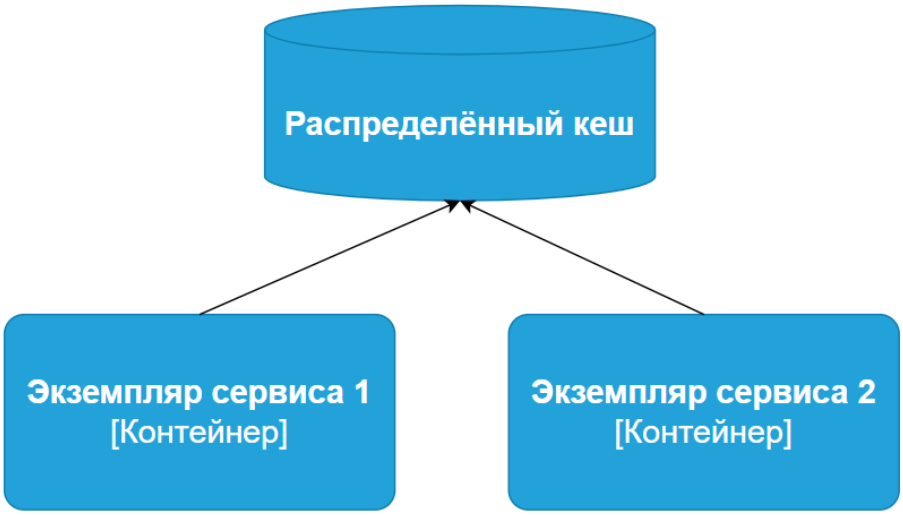


Рис. 2. Распределённый кеш

Для реализации механизма кеширования в контексте микросервисной архитектуры разработана специализированная библиотека классов на языке программирования C#. Данное программное обеспечение позволяет подключающим её приложениям использовать любой метод кеширования, в частности, распределённое кеширование. Оно предоставляет общий программный интерфейс (API) для доступа к кешу в виде трёх методов: получение объекта по ключу (TryGet), добавление (Set) и удаление объекта из кеша (Remove). Данному API может соответствовать любая реализация сервиса кеширования, содержащая описанные методы [7]. Внешнему сервису доступен только сам интерфейс, а конкретная реализация выбирается с помощью конфигурации, которая задаётся в использующем библиотеку приложении. Для клиентской системы подробности внутреннего устройства излишни и являются скрытыми.

Библиотека выступает в качестве промежуточного слоя между сервисом приложения и конкретным поставщиком кеша (рисунок 3).

Рис. 3. Архитектура системы, использующей разработанную библиотеку для распределённого кеширования

Библиотека содержит реализацию сервиса распределённого кеширования, использующего в качестве внешней службы Redis. Redis – это система управления базами данных NoSQL типа, хранящая базу данных в оперативной памяти. В качестве структур данных используется таблица, хранящая пары «ключ-значение» [8]. Поддерживаются такие типы данных, как строки, списки, хеш-таблицы и множества. Redis поддерживает только простые операции получения, добавления, и удаления данных, не позволяя задавать какие-либо связи между ними. Данные архитектурные решения позволяют добиться высокой по сравнению с реляционными СУБД скорости доступа к данным.

В конфигурации приложения задаётся адрес подключения и данные аутентификации. Специализированный модуль считывает их и после запуска выполняет отправку запросов к соответствующему экземпляру Redis. Использование файла конфигурации делает разработанное решение гибким, позволяя быстро менять адрес внешней службы. Для каждого приложения или экземпляра приложения можно задать конкретный адрес или использовать общий.

Если возникает необходимость сменить поставщика кеша, то для этого достаточно добавить соответствующую реализацию в сервисе кеширования и изменить конфигурацию. Библиотека не привязана к конкретной реализации, а предоставляет наружу только общий интерфейс, поэтому внутри приложения после смены метода кеширования изменения не потребуются.

Таким образом, разработанная библиотека представляет собой гибкий инструмент, позволяющий подключающим её приложениям использовать общую службу кеширования. В контексте информационных систем с микросервисной архитектурой это решает проблему согласования данных кешей различных экземпляров сервисов, развёртываемых при масшта-

бировании. При этом проект предоставляет выбор поставщика кеша конкретному приложению с помощью файла конфигурации. Решение внедрено в разрабатываемую микросервисную инфраструктуру ядра расчётно-платёжного программного комплекса «Абонент+» [9]. На текущий момент выполняется переход с In-Memory на распределённый кеш при помощи описанной библиотеки.

Библиографический список

1. Дейт, К. Введение в системы баз данных, 8-е издание.: Пер. с англ. – Москва: Издательский дом «Вильяме», 2005.
2. Ньюмен, С. От монолита к микросервисам: пер. с англ. – Санкт Петербург.: БХВ-Петербург, 2021.– 272 с.
3. Ньюмен, С. Создание микросервисов. – Санкт Петербург: Питер, 2016. –304 с.
4. Кеширование в .NET [Электронный ресурс]. URL: https://learn.microsoft.com/ru-ru/dotnet/core/extensions/caching (дата обращения: 18.02.2026).
5. Кэш в памяти в ASP.NET Core [Электронный ресурс]. URL: https://learn.microsoft.com/ru-ru/aspnet/core/performance/caching/memory?view=aspnetcore-10.0 (дата обращения: 13.02.2026).
6. Проектирование высокопроизводительных кэширующих решений с использованием Redis и Memcached [Электронный ресурс]. URL: https://habr.com/ru/companies/otus/articles/764902/?ysclid=mlnrgkd148763348908 (дата обращения: 13.02.2026).
7. Распределённое кеширование. Redis [Электронный ресурс]. URL: https://metanit.com/sharp/aspnet6/17.2.php?ysclid=mlnr9xmix3943982093 (дата обращения: 15.02.2026).
8. Redis. Документация [Электронный ресурс]. URL: https://redis-docs.ru/get-started (дата обращения: 15.02.2026).
9. Официальный сайт расчётно-платёжного комплекса «Абонент+» [Электронный ресурс]. URL: https://abonent.plus/ (дата обращения: 17.02.2026).

УДК 004.9:378 ГРНТИ 20.23.27; 14.35.07

ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ВЫБОРА АБИТУРИЕНТА

Р.П. Котлубей
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина,
Российская Федерация, г. Рязань, e-mail: rkotlubei@icloud.com

Аннотация. Рассматривается подход к построению информационно-аналитической системы оценки образовательных организаций для поддержки выбора абитуриента. Система согласует данные из разнородных источников, нормализует показатели деятельности образовательных организаций (стоимость обучения, обеспеченность общежитием, долю трудоустройства выпускников, средний балл приёма/конкурс, публикационную активность/гранты, оснащённость лабораторий и цифровые сервисы) и рассчитывает персонализированную интегральную оценку на основе аддитивной свёртки с весами критериев. Описываются алгоритм расчёта, обработка пропусков исходной информации и интерпретация вклада критериев. Выполняется анализ чувствительности к изменению весов, позволяющий оценивать устойчивость полученного ранжирования.
Ключевые слова: информационно-аналитическая система, поддержка принятия решений, выбор вуза, многокритериальная оценка, нормализация показателей.

INFORMATION AND ANALYTICAL SYSTEM FOR EVALUATING EDUCATIONAL ORGANIZATIONS TO SUPPORT APPLICANT CHOICE

R.P. Kotlubei
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, e-mail: rkotlubei@icloud.com

Abstract. This paper examines an approach to constructing an information and analytical system for evaluating educational institutions to support applicants' choice. The system reconciles data

from disparate sources, normalizes educational institution performance indicators (tuition, dormitory availability, graduate employment rates, admissions GPA/competition, publication activity/grants, laboratory equipment, and digital services), and calculates a personalized integrated assessment based on additive convolution with criterion weights. The calculation algorithm, handling of missing input data, and interpretation of the contribution of criteria are described. A sensitivity analysis to changes in weights is performed to assess the stability of the resulting ranking.
Keywords: information and analytical system, decision support, university selection, multi-criteria assessment, indicator normalization.

Выбор образовательной организации относится к задачам многокритериального принятия решений, поскольку абитуриенту приходится одновременно учитывать стоимость обучения, качество образовательной среды, уровень научной деятельности, инфраструктуру, перспективы трудоустройства и другие факторы [1]. При этом часть факторов является объективно измеримой (например, стоимость обучения, доля трудоустройства выпускников), а часть – оценочной или косвенной (например, «качество образовательной среды»), что усложняет формализацию.

Дополнительная сложность заключается в индивидуальности предпочтений: один абитуриент ставит на первое место стоимость обучения, близость к дому, другой – научные школы, возможность академической мобильности, третий – инфраструктуру и внеучебные возможности. Существующие рейтинги образовательных организаций, как правило, публикуют «единую» итоговую позицию, рассчитанную по фиксированному набору показателей деятельности образовательной организации и заранее заданным весам. Такая усреднённая модель ограниченно применима для конкретного пользователя [2]. Кроме того, данные для рейтингов могут собираться из разных источников и представляться в несопоставимых форматах; методики расчёта у разных составителей рейтингов отличаются, из-за чего сравнение результатов между рейтингами становится неоднозначным.

Следовательно, возникает необходимость в информационно-аналитическом инструменте, который:

– интегрирует разнородные данные об образовательных организациях;
– использует формализованную и воспроизводимую методику расчёта;
– позволяет учитывать предпочтения пользователя за счёт настройки весов критериев;
– объясняет итог (показывает вклад критериев и устойчивость результата).

Цель работы – разработка модели информационно-аналитической системы оценки образовательных организаций на основе методов многокритериального анализа.

Методы исследования: методы теории принятия решений, аддитивные модели многокритериальной оптимизации, нормализация количественных показателей [1, 3].

Научная новизна состоит в использовании персонализированной интегральной оценки образовательных организаций с учётом неполных данных и пользовательских ограничений (предпочтений), а также в ориентации на интерпретируемость результата – возможность понять, почему выбранная образовательная организация получила конкретное значение итоговой оценки.

Постановка задачи и структура исходных данных

Для сравнительной оценки образовательных организаций между собой система отбирает множество $O = \{o_1, \ldots, o_n\}$ учебных заведений, удовлетворяющих ограничениям пользователя (город, форма обучения, направление подготовки и др.). Для каждой организации o_i собирается фиксированный набор показателей $K = \{k_1, \ldots, k_m\}$, характеризующих аспекты деятельности образовательной организации (условия обучения, результаты обучения, научная деятельность, инфраструктура и др.). Исходные значения показателей образуют матрицу $X = [x_{ij}]$ размера $n \times m$. Матрица имеет вид:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{1n} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix},$$

где n - число образовательных организаций;

m - число показателей;

$i = 1 .. n$ - индекс организации (строка матрицы);

$j = 1 .. m$ - индекс показателя (столбец матрицы);

x_{ij} - исходное значение показателя k_j для организации o_i.

Чтобы обеспечить воспроизводимость расчёта, вместе с численными значениями система хранит метаданные: единицы измерения, период наблюдения (например, учебный год), источник, критерий оптимальности показателя (стимулирующий «больше – лучше» или дестимулирующий «меньше – лучше»), а также признаки качества (полнота, актуальность, результаты валидации). Эти сведения позволяют корректно сопоставлять вузы и объяснять пользователю ограничения итоговой оценки.

Значения показателей K могут поступать из разнородных источников и публиковаться с разной периодичностью. Поэтому перед расчётом выполняется согласование данных − приведение значений к сопоставимому виду и фиксация контекста получения показателя. Для прозрачности у каждого значения сохраняются источник и дата обновления.

Процедура согласования данных включает следующие операции:

– проверка единиц измерения и преобразование;

– приведение периода наблюдения к единому интервалу (например, «за год»);

– нормализация форматов представления (целые/вещественные значения, округление);

– маркировка устаревших или сомнительных значений и исключение их из расчёта по правилам методики.

При изменении методики (набор показателей, правила подготовки данных, стратегия обработки пропусков) фиксируется версия. Это позволяет повторить расчёт «как он был сделан» на дату публикации результата и корректно сравнивать результаты разных выпусков методики.

Для каждого показателя задаётся «паспорт»: название и смысл, единица измерения, критерий оптимальности (стимулирующий/дестимулирующий), допустимый диапазон, источник, периодичность обновления и правило обработки пропусков. Наличие паспорта снижает неоднозначность трактовки показателей и упрощает автоматизированный контроль качества данных.

Перечень показателей в рамках групп критериев является настраиваемым. Ниже приведены примеры показателей (как иллюстрация; конкретный состав задаётся методикой администратора):

– условия обучения – стоимость обучения (меньше – лучше), обеспеченность общежитием (больше – лучше);

– результаты обучения – доля трудоустройства выпускников (больше – лучше), средний балл приёма/конкурс (больше – лучше);

– научная деятельность – публикационная активность/гранты (больше – лучше);

– инфраструктура – оснащённость лабораторий и цифровые сервисы (больше – лучше).

При формировании перечня важно избегать дублирования смыслов (сильно коррелирующих показателей) и поддерживать баланс между группами критериев, чтобы итоговая оценка отражала разные аспекты деятельности образовательной организации.

До вычисления интегральной оценки каждой образовательной организации S_i выполняется контроль качества входной матрицы X. На практике это уменьшает число ситуаций,

когда высокий итоговый балл обусловлен ошибочными или несопоставимыми исходными значениями. Контроль предполагает осуществление следующих видов контроля:

– контроль полноты – доля отсутствующих значений по организации и по показателю;

– контроль диапазонов – отсечение невозможных значений (процент вне [0; 100]);

– контроль выбросов и дубликатов – выявление значений, требующих проверки источника;

– контроль актуальности – предупреждение, если показатель устарел относительно заданного окна.

Результаты контроля и принятые решения (например, исключение значения, замещение или перенормировка весов) фиксируются в отчёте, чтобы пользователь видел, на каких данных основана рекомендация.

Результатом работы являются ранжированный список образовательных организаций по значениям интегральных оценок S_i и аналитический отчёт, позволяющий абитуриенту обосновать выбор с учётом личных приоритетов, а не опираться на усреднённые публичные рейтинги с фиксированными весами.

Требования к системе

В системе рассматриваются две базовые роли. Абитуриент задаёт предпочтения и получает рекомендации, выбирая интересующие направления и ограничения (форма обучения, город, наличие общежития и т.п.). Администратор управляет данными и методикой оценки, обновляет показатели и контролирует их сопоставимость.

Функциональные требования. Система должна обеспечивать: сбор и обновление данных из различных источников; согласование и предобработку данных; нормализацию показателей; расчёт интегральной оценки; визуальное сравнение вузов; интерпретацию результатов (вклад критериев, использованные показатели, чувствительность к изменению весов).

К ключевым *нефункциональным* требованиям относятся масштабируемость (увеличение числа вузов и показателей), актуальность данных (фиксация периода и даты обновления), воспроизводимость расчётов (одинаковый результат при одинаковых входных данных и весах), а также защита персональных данных.

Модель оценки образовательных организаций

Модель строится как иерархия критериев, аналогично подходу, применяемому в методе анализа иерархий [4]. Структура «цель – группы критериев – показатели» задаётся явно и допускает настройку весов критериев пользователем.

Цель верхнего уровня – получить интегральную оценку образовательной организации для конкретного абитуриента. Основные группы критериев включают: условия обучения; результаты обучения; научную деятельность; инфраструктуру. Каждая группа критериев включает набор конкретных показателей (метрик), измеримых либо приведённых к измеримой шкале (например, экспертная оценка по заранее описанным правилам).

Для корректной нормализации каждому показателю задаётся тип: стимулирующий (больше – лучше) или дестимулирующий (меньше – лучше). Разделение необходимо, поскольку для разных показателей оптимальное направление различно.

Пусть критерии (или группы критериев) имеют веса w_j, отражающие важность для пользователя. Веса могут задаваться напрямую, получаться по парным сравнениям (МАИ) либо задаваться профилем по умолчанию. После выбора веса приводятся к нормировке: сумма весов по выбранному уровню иерархии равна 1.

Алгоритм расчёта интегральной оценки

Алгоритм вычисления интегральной оценки включает следующие шаги:

Шаг 1. Формирование набора объектов и показателей

1. Пользователь задаёт ограничения (форма обучения, направление подготовки и т.д).
2. Система формирует список образовательных организаций, удовлетворяющих ограничениям.
3. Для каждой организации выбирается набор показателей K, заданный методикой администратора.

Шаг 2. Проверка и подготовка данных

1. Проверяются единицы измерения и период актуальности показателей.
2. Выполняется приведение форматов.
3. Отмечаются пропуски данных и показатели, которые нельзя использовать без восстановления/коррекции.

Шаг 3. Нормализация показателей

Нормализация переводит исходное значение показателя в шкалу [0; 1], чтобы показатели с разными единицами можно было агрегировать. Для показателей «больше – лучше» нормализация выполняется по формуле (1).

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \min(x_j)}{\max(x_j) - \min(x_j)}. \quad (1)$$

Для показателей «меньше – лучше» нормализация выполняется по формуле (2).

$$x'_{ij} = \frac{\max(x_j) - x_{ij}}{\max(x_j) - \min(x_j)}. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) использованы обозначения:

x_{ij} - исходное значение j-го показателя для i-й образовательной организации;

x'_{ij} - нормализованное значение j-го показателя для i-й организации (число от 0 до 1);

$\min(x_j)$ - минимальное значение j-го показателя среди всех сравниваемых организаций;

$\max(x_j)$ - максимальное значение j-го показателя среди всех сравниваемых организаций.

Смысл проводимой нормализации сводится к тому, что лучшему по значению показателю соответствует значение ближе к 1, худшему – ближе к 0. Такой подход применяется при многокритериальном сравнении объектов [5].

Замечание. Если $\max(x_j) = \min(x_j)$ (все значения одинаковые), то показатель не различает объекты; в этом случае в методике задаётся правило, например $x'_{ij} = 1$ для всех (нейтральный вклад) либо показатель временно исключается из расчёта.

Шаг 4. Взвешенная агрегация (интегральная оценка)

После нормализации система объединяет показатели в единый итог.

Интегральная оценка S_i определяется по формуле (3).

$$S_i = \sum_{j=1}^{m} w_j x'_{ij}, \quad (3)$$

где S_i – интегральная оценка для i-й образовательной организации (итоговый балл);

m - число критериев/показателей, участвующих в агрегировании на выбранном уровне;

w_j - вес j-го критерия (важность критерия для пользователя);

x'_{ij} - нормализованное значение j-го показателя (или агрегированного критерия) для i-й организации.

Это аддитивная (суммарная) модель: итог равен сумме вкладов по критериям. Её используют в задачах поддержки принятия решений, когда критерии приводятся к сопостави-

мой шкале, а важность задаётся весами [1]. Здесь важно, что модель прозрачна: можно показать пользователю каждый слагаемый вклад $w_j x'_{ij}$, а не только итог.

Шаг 5. Обработка пропусков данных

В реальных наборах данных часть показателей может отсутствовать. Для обеспечения корректности и объяснимости расчёта используются стратегии:

а) перенормировка весов по доступным критериям;

б) медианное замещение пропусков;

в) штрафная корректировка.

Выбранная стратегия фиксируется и отображается пользователю.

Шаг 6. Ранжирование и выдача результата

1. Для каждого вуза рассчитывается S_i.
2. Вузы сортируются по S_i по убыванию.
3. Пользователю показывается: итоговый балл, места, вклад критериев, а также отметки о пропусках/замещениях.

Иллюстративный пример расчёта

Чтобы показать, как используются формулы (1)-(3), рассмотрим пример сравнения трёх образовательных организаций по трём показателям: стоимость обучения (меньше - лучше), доля трудоустройства выпускников (больше - лучше) и публикационная активность (больше - лучше). Пример иллюстрирует порядок вычислений, а фактический набор показателей в системе настраивается методикой. Исходные значения показателей представлены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные значения показателей

Организация	Стоимость, тыс. Руб.	Трудоустройство,	Публикации на 100 НПР
A	200	78	45
B	160	70	30
C	240	85	50

Для стоимости: min=160, max=240; для трудоустройства: min=70, max=85; для публикаций: min=30, max=50. Пусть веса критериев заданы как w_1=0,4 (стоимость), w_2=0,4 (трудоустройство), w_3=0,2 (публикации), при этом сумма весов равна 1.

Нормализованные значения и итоговая оценка S_i представлены в таблице 2.

Таблица 2. Нормализованные значения и итоговая оценка S_i

Организация	x'_{ij} (стоимость)	x'_{ij} (трудоустр.)	x'_{ij} (публикации)	S_i
A	0,50	0,53	0,75	0,56
B	1,00	0,00	0,00	0,40
C	0,00	1,00	1,00	0,60

В данном примере организация C занимает 1-е место за счёт максимальных значений по стимулирующим показателям при выбранных весах. Организация B выигрывает по стоимости, однако проигрывает по остальным критериям, что отражается в значении S_i. Аналогичным образом система строит результат для произвольного числа показателей и организаций, дополнительно показывая пользователю вклад каждого критерия $w_j \cdot x'_{ij}$.

Архитектура системы

Система реализуется по трёхуровневой архитектуре.

Уровень данных (база показателей, источники, актуальность, история обновлений). Назначение уровня – обеспечение целостности и актуальности исходных данных, используемых при расчете оценки.

Аналитический уровень (предобработка, нормализация, обработка пропусков, расчёт S_i, анализ чувствительности). Именно на этом уровне выполняется математическая модель, описанная в работе.

Пользовательский уровень (ввод предпочтений и ограничений, визуализация сравнения, отчёт о расчёте). Назначение уровня – интерпретация результатов многокритериального анализа.

Разделение уровней повышает расширяемость и независимость модулей [6].

Интерпретация результатов

Интерпретируемость повышает доверие к системе поддержки принятия решений [3]. Поэтому система должна отображать: вклад каждого критерия (веса и нормализованные значения), использованные показатели и их исходные значения (с единицами измерения и периодом), обработку пропусков (какие показатели отсутствовали и каким способом обработаны), а также чувствительность результата к изменению весов.

Таким образом, можно сделать вывод, что предложенный подход к построению информационно-аналитической системы оценки образовательных организаций обеспечивает обоснованную поддержку выбора абитуриента в условиях многокритериальности и неполноты данных. Модель, заданная иерархией критериев и показателей, в сочетании с процедурами нормализации и расчёта интегральной оценки на основе аддитивной свёртки с персонализируемыми весами, позволяет получать сопоставимые результаты для различных образовательных организаций. Включение механизмов обработки пропусков и анализа чувствительности повышает устойчивость итогового ранжирования и делает результаты более прозрачными для пользователя. Практическая значимость решения заключается в возможности его внедрения в цифровые сервисы профориентации и образовательные порталы: система не только формирует рейтинг вузов, но и предоставляет объяснение полученной оценки, что способствует более осознанному принятию решения.

Библиографический список

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. - М.: Логос, 2002. - 392 с.

2. Рейтинги университетов: состояние и перспективы развития / под ред. В.А. Садовничего. - М.: МГУ, 2013. - 256 с.

3. Вендеров А.М. Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 544 с.

4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

5. Орлов А.И. Теория принятия решений. – М.: Экзамен, 2005. – 576 с.

6. Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. – СПб.: Питер, 2000. – 384 с.

УДК 004.852; ГРНТИ 28.23.37

ОБУЧЕНИЕ МНОГОСЛОЙНОГО ПЕРСЕПТРОНА НА ЗАДАЧУ АППРОКИМАЦИИ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ В КОД

Д.Ю. Демин, С.В. Челебаев

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, demind390@gmail.com

Аннотация. В работе рассматривается задача создания высокоточного преобразователя «частота-код» для систем сбора данных. Обосновывается необходимость линеаризации нелинейных тарировочных характеристик частотных датчиков. Проводится сравнительный анализ классических методов аппроксимации (полиномы 5-й степени) и подхода на основе нейронных сетей. Для решения задачи предлагается использование многослойного персептрона (MLP) с двумя скрытыми слоями, реализованного с помощью библиотеки JAX/Flax. Применена параметризованная функция активации ParametricTanh и оптимизатор SGD с моментом. Обучение выполнялось в среде Google Colab с использованием GPU. Приводятся результаты экспериментального исследования для пяти тестовых функций двух переменных, демонстрирующие, что нейросетевая аппроксимация обеспечивает на порядок более высокую точность п сравнению с полиномами 5-й степени. Подготовлены графики поверхностей иссле емых функций, а также схема архитектуры сети.

TRAINING A MULTILAYER PERCEPTRON FOR THE TASK OF APPROXIMATING FUNCTIONS OF TWO VARIABLES FOR THE IMPLEMENTATION OF FREQUENCY-TO-CODE CONVERTERS

D.Y. Demin, S.V. Chelebaev

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, demind390@gmail.com

The summary. This paper considers the problem of creating a high-precision "frequency-to-code" converter for data acquisition systems. The necessity of linearizing the nonlinear cal bration characteristics of frequency sensors is substantiated. A comparative analysis of classical approximation methods (5th degree polynomials) and an approach based on neural networks is carried out. To solve the problem, the use of a multilayer perceptron (MLP) with two hidden layers implemented using the JAX/Flax library is proposed. A parameterized activation function ParametricTanh and an SGD optimizer with momentum are applied. Training was performed in the Google Colab environment using a GPU. The results of an experimental study for five test functions of two variables are presented, demonstrating that neural network approximation provides an order of magnitude higher accuracy compared to 5th degree polynomials. Surface plots of the studied functions and a diagram of the network chitecture are prepared.

Современные измерительные системы и комплексы промышленной автоматизации предъявляют высокие требования к точности и надежности первичных преобразователей – датчиков. Частотные датчики, формирующие выходной сигнал в виде частоты электрических импульсов, занимают особое место благодаря высокой помехозащищенности и простоте дальнейшей обработки. Классическим примером таких устройств являются оптические инкрементальные энкодеры, широко применяемые в станках с ЧПУ и робототехнике для контроля перемещений. Например, датчик OMRON E6B2-CWZ6C [1] генерирует серию импульсов, по которой система управления должна одновременно восстановить два параметра: текущее угловое положение вала (путем подсчета импульсов) и скорость его вращения (путем измерения частоты следования этих импульсов).

Ключевой проблемой при реализации подсистемы преобразования «частота-код» для таких датчиков является существенная нелинейность их тарировочной характеристики [2]. Идеальная зависимость между частотой f и измеряемым параметром (например, скоростью ω) линейна: $f = k\omega$. Однако на практике из-за физических свойств материалов, погрешностей изготовления градуированных дисков и влияния внешних факторов (температуры, виб-

раций) эта зависимость становится нелинейной: $f = f(\omega)$. Более того, при динамических измерениях, когда одновременно важны и положение, и скорость, мы имеем дело с функцией двух переменных, где результат (цифровой код) зависит как от угла поворота, так и от мгновенной скорости. Простая линейная интерполяция в таких условиях приводит к неприемлемым погрешностям.

Классические методы аппроксимации, такие как полиномиальная регрессия, либо требуют большого объема памяти для хранения множества коэффициентов, либо не могут обеспечить требуемую точность на сложных функциях с резкими изменениями градиента, характерными для реальных датчиков [3]. Альтернативой выступают нейросетевые аппроксиматоры, способные с высокой точностью восстанавливать любые нелинейные зависимости многих переменных. В данной работе проводится экспериментальное исследование возможности применения многослойного персептрона (MLP), реализованного на базе библиотеки JAX (Flax) [4], для построения высокоточного преобразователя «частота-код» на примере аппроксимации функций двух переменных, характерных для задач линеаризации характеристик частотных датчиков.

Теоретическая часть

В основе работы частотных датчиков лежит преобразование измеряемой неэлектрической величины X в частоту электрических импульсов F. Идеальная характеристика датчика линейна: $F(идеал) = kX + b$. Однако реальная характеристика $F(реал) = f(X)$ всегда нелинейна из-за физических свойств материалов, погрешностей изготовления и влияния внешних факторов. Задача линеаризации заключается в нахождении обратной функции $X = \varphi(F(реал))$, которая компенсирует эту нелинейность и позволяет по измеренной частоте получить истинное значение физической величины.

Классические методы аппроксимации, такие как полиномиальная регрессия, позволяют получить аналитическое выражение для φ. Однако, как показано в [3], для сложных функций, имеющих резкие перепады или разрывы (что характерно для некоторых типов датчиков), полиномы высокой степени приводят к эффекту Рунге и не обеспечивают требуемой точности во всем диапазоне.

Универсальной аппроксимирующей способностью обладают многослойные нейронные сети. Согласно теореме об универсальной аппроксимации, сеть с одним скрытым слоем может аппроксимировать любую непрерывную функцию, однако для достижения высокой точности на сложных функциях двух переменных часто требуется большее количество нейронов или увеличение глубины сети [7].

Экспериментальная часть

Выбор инструментов

Для реализации нейросетевой модели выбрана библиотека JAX с надстройкой Flax [4]. Основные причины выбора:

– автоматическое дифференцирование (autograd) и JIT-компиляция, обеспечивающие высокую скорость вычислений;

– возможность бесплатного использования GPU в среде Google Colab, что позволило ускорить эксперименты [5, 6];

– гибкость при построении архитектур и простота реализации параметризованных функций активации.

Архитектура нейронной сети

Многослойный перцептрон прямого распространения (рис. 1) состоит из:

- входного слоя из 2 нейронов (переменные x_1, x_2);
- двух скрытых слоёв по 16 нейронов в каждом;
- выходного слоя из 1 нейрона (аппроксимируемое значение).

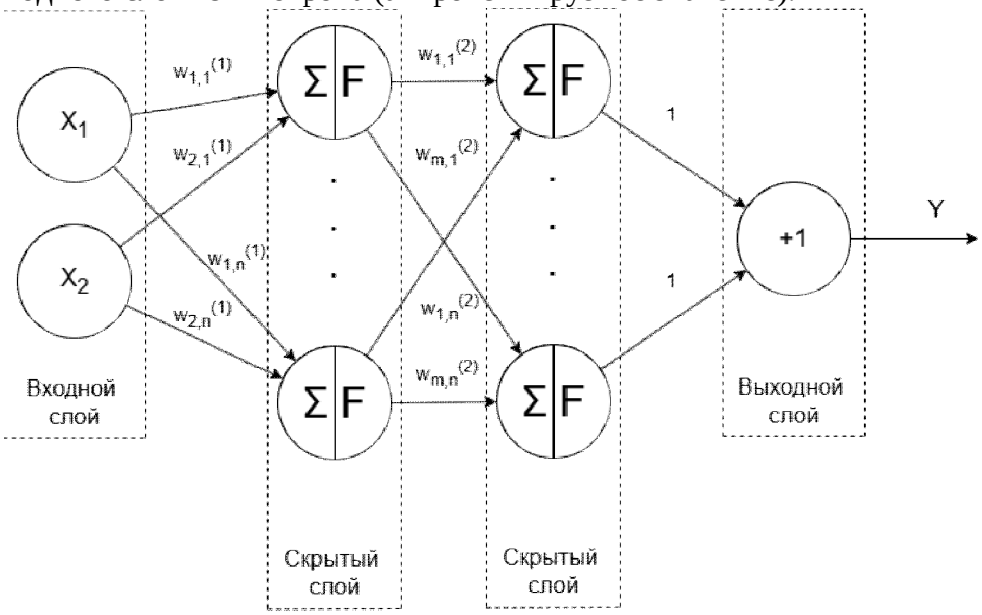


Рис. 1. Архитектура нейронной сети

Функция активации

В скрытых слоях использована параметризованная функция активации ParametricTanh:

$$\tanh\left(x * a\right) = \frac{e^{xa} - e^{-xa}}{e^{xa} + e^{-xa}},$$

где a – обучаемый параметр, начальное значение которого равно 0,5.

Такая функция позволяет адаптировать крутизну нелинейности в процессе обучения, что ускоряет сходимость и повышает точность.

Оптимизатор

Применён стохастический градиентный спуск с моментом (SGD with momentum). Параметры: скорость обучения (eta = 0,01), коэффициент момента (mu = 0,9). Функция потерь – среднеквадратичная ошибка (MSE):

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - y_i^{true}\right)^2,$$

где L – функция потерь (loss);

N - количество точек данных;

y_i - предсказанное значение для i-го образца;

y_i^{true} - истинное значение для i-го образца.

Для каждой функции формировалась обучающая выборка из 256 точек (равномерная сетка 16×16). Обучение проводилось до достижения целевой точности (максимальная ошибка менее 0,0001) либо до исчерпания 10 000 000 эпох. После обучения фиксировалась максимальная погрешность на той же обучающей выборке. Для сравнения по тем же 256 точкам строился аппроксимирующий полином 5-й степени от двух переменных (полный полином содержит 21 коэффициент) и вычислялась его максимальная погрешность.

Графики поверхностей всех пяти функций представлены на рисунке 2.

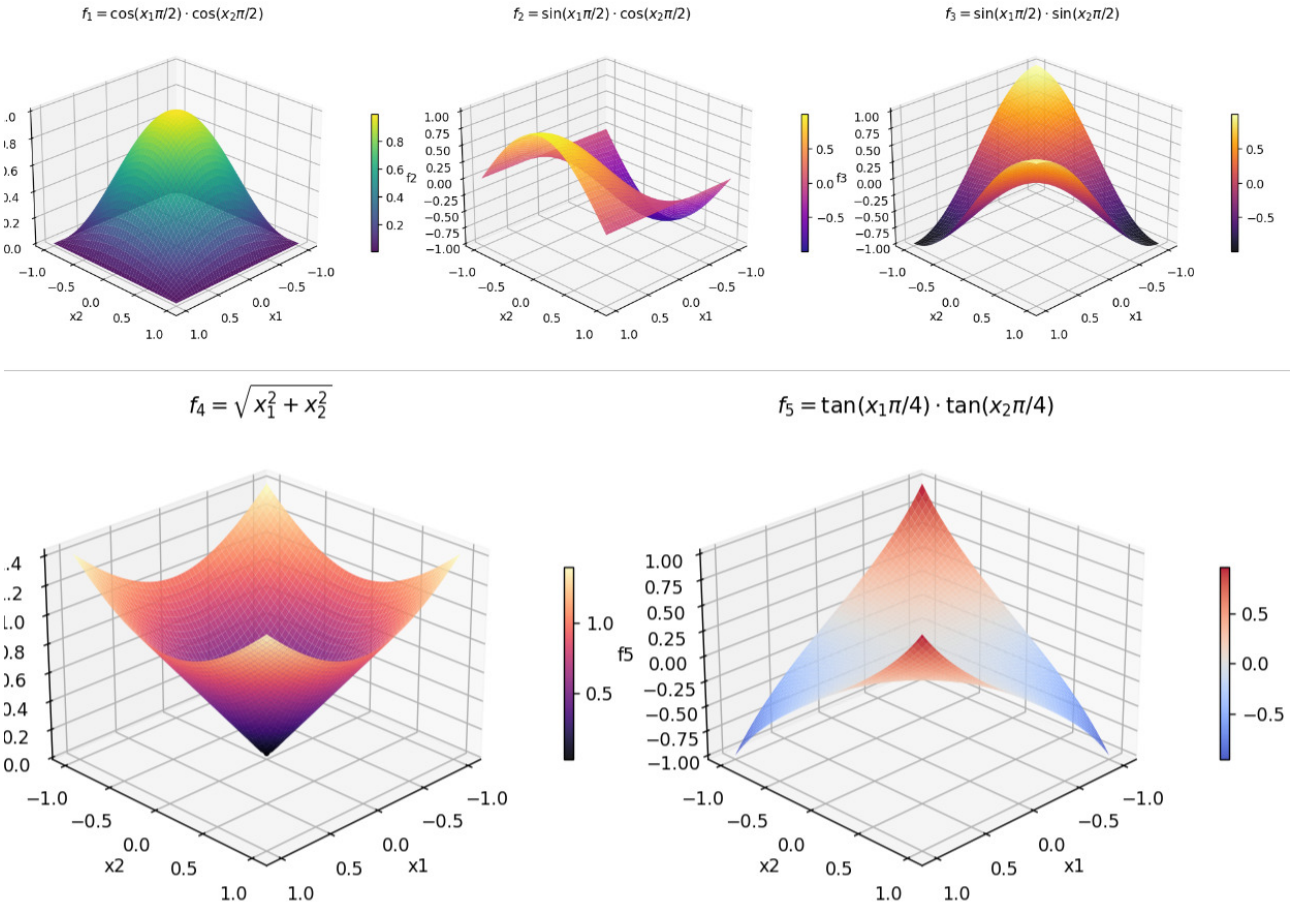


Рис. 2. Графики обучаемых функций

Результаты экспериментов сведены в таблицу 1. Для каждой функции приведены максимальные абсолютные ошибки нейросетевого аппроксиматора и полинома 5-й степени.

Таблица 1. Сравнение максимальной погрешности нейросети и полинома 5-й степени

Функция	Нейросеть	Полином 5-й степени
$\cos(\frac{x_1\pi}{2})*\cos(\frac{x_2\pi}{2})$	0,00019	0,0014
$\sin(\frac{x_1\pi}{2})*\cos(\frac{x_2\pi}{2})$	0,00065	0,0014
$\sin(\frac{x_1\pi}{2})*\sin(\frac{x_2\pi}{2})$	0,00038	0,0014
$\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$	0,0044	0,013
$\mathrm{tg}(\frac{x_1\pi}{4})*\mathrm{tg}(\frac{x_2\pi}{4})$	0,00021	0,0015

Анализ результатов

Нейросетевая модель демонстрирует существенно более высокую точность на всех тестовых функциях. Для гладких периодических функций (первые три) погрешность сети примерно в 3–7 раз ниже, чем у полинома. Наиболее показателен пример функции с особенностью – квадратный корень. Полиномиальная аппроксимация даёт ошибку более 0,013, в то

время как нейросеть обеспечивает погрешность 0.0044, что почти в три раза лучше. Для тангенсной функции, имеющей разрывы производной, ошибка сети также значительно ниже.

Анализ графиков (рисунок 2) показывает, что нейросеть способна улавливать тонкие нелинейности, которые полином высокой степени не может точно воспроизвести из-за эффекта Рунге. Особенно это заметно вблизи границ области, где полиномы имеют тенденцию к осцилляциям. Нейросеть благодаря локальному характеру активаций сглаживает эти выбросы.

Использование двух скрытых слоёв оказалось достаточным для достижения требуемой точности; увеличение глубины приводило к незначительному улучшению при росте времени обучения. Параметризованная функция активации ParametricTanh позволила автоматически подстроить крутизну нелинейности под каждую задачу, что ускорило сходимость.

Среда Google Colab обеспечила удобство проведения экспериментов: быстрый доступ к GPU, возможность сохранения промежуточных результатов и лёгкое тиражирование кода [5, 6].

Заключение

Проведённое исследование подтвердило высокую эффективность применения нейросетевых аппроксиматоров на базе библиотеки JAX (Flax) для задач линеаризации характеристик частотных датчиков. Многослойный перцептрон с двумя скрытыми слоями, параметризованной функцией активации ParametricTanh и оптимизатором SGD с моментом успешно моделирует различные нелинейные зависимости двух переменных с точностью, значительно превышающей точность полиномов 5-й степени [7]. Использование Google Colab и JAX обеспечило высокую скорость вычислений и гибкость разработки [5, 6].

Полученные результаты позволяют рекомендовать разработанный подход для создания программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) или микроконтроллерных систем, выполняющих функцию интеллектуальных преобразователей «частота-код».

Библиографический список

1. Минаев И. Г., Совлуков А. С., Ишанин Г. Г. и др. Датчики: Справочное пособие. – М.: ЛитРес, 2022. – 480 с.

2. Станкевич Л. А. Интеллектуальные системы и технологии: Учебник и практикум для вузов. – М.: ЛитРес, 2023. – 352 с.

3. Богуславский И. А. Полиномиальная аппроксимация для нелинейных задач оценивания и управления. – М.: ЛитРес, 2022. – 210 с.

4. MPX: Mixed Precision Training for JAX / M. Göttinger, L. Steinmeister, H. F. Köhler [et al.] // arXiv preprint. – 2025. – arXiv:2507.03312.

5. Артемьев В. С., Максимов А. С. Автоматизированное построение и визуализация алгоритмов моделей надежности с использованием Google Colab и Simintech // Comp. nanotechnol. – 2025. – Т. 12, № 1. – С. 59-68. – DOI 10.33693/2313-223X-2025-12-1-59-68.

6. Potentialities and Challenges do Google Colab to Machine Learning and Big Data Analytics // Zenodo. – 2025. – DOI 10.5281/zenodo.15537694.

7. Демин Д.Ю., Челебаев С.В. Исследование эффективности обучения нейросетевого аппроксиматора на платформе JAX в зависимости от количества эпох // Актуальные проблемы современной науки и производства: сборник материалов X Всероссийской научно-технической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения Заслуженного деятеля науки и техники Российской Федерации В.П. Миловзорова. В 2-х томах. Том 1 / отв. ред. О.В. Миловзоров. – Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина, 2025. – С. 571-576. – ISBN 978-5-7722-0439-9.

УДК 004.896; ГРНТИ 50.51.15

ПРОМПТ-ИНЖИНИРИНГ ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО БЛОКА СТАНДАРТА IEC 61499, МОДЕЛИРУЮЩЕГО КОЛЬЦЕВОЙ БУФЕР

В.Н. Зорин
Пензенский государственный университет,
Российская Федерация, Пенза, vsevolod.zorin@internet.ru

Аннотация. В работе исследуется возможность применения методов промпт-инжиниринга для генерации функциональных блоков стандарта IEC 61499, моделирующего кольцевой буфер. Разработана методика структурирования промпта, включающая пять компонентов: домен, спецификация данных, требования к логике, синтаксические ограничения и шаблон для генерации. Создан функциональный блок, реализующий алгоритм кольцевого буфера с помощью метода обработки данных FIFO. Тестирование подтвердило работу основных функций блока: заполнение данных, их учёт, цилкическая адресация, сохранение данных. Результаты показывают возможность применения больших языковых моделей (LLM) для генерации кода функционального блока при условии тщательной формулировки запроса и тестирования.
Ключевые слова: промпт-инжиниринг, большая языковая модель (LLM), IEC 61499, функциональный блок, кольцевой буфер, FBDK, промышленная автоматизация.

PROMPT ENGINEERING FOR GENERATING AN IEC 61499 STANDARD FUNCTION BLOCK SIMULATING A RING BUFFER

V.N. Zorin
Penza State University,
Russia, Penza, vsevolod.zorin@internet.ru

The summary. This paper explores opportunity of using prompt engineering methods to generate IEC 61499 functional blocks modeling a circular buffer. A prompt structuring methodology has been developed, including five components: domain, data specification, logic requirements, syntactic constraints, and a generation template. A functional block implementing a circular buffer algorithm using the FIFO data processing method has been created. Testing confirmed functionality of the block's main functions: data filling, data accounting, circular addressing, and data storage. The results demonstrate oppoyunity of using large language models (LLM) to generate functional block code, provided the request is carefully formulated and tested.
Keywords: Prompt engineering, Large Language Model (LLM), IEC 61499, Function Block, Ring Buffer, FBDK, Industrial Automation.

В настоящее время технологии автоматизированного проектирования стремительно развиваются. Концепция Индустрии 4.0 требует анализ подходов к проектированию сложных производственных систем. Необходимо обеспечить гибкую разработку, которая позволит упростить или ускорить некоторые процессы. Кроме того, в последние года использование искусственного интеллекта стало краеугольным камнем современных организационных стратегий, открывая беспрецендентные возможность для инновации, повышения эффективности и принятия стратегических решений [1]. Существуют различные инструменты, построенные на базе искусственного интеллекта. Одними из таких являются большие языковые модели (LLM), такие как ChatGPT, Qwen, DeepSeek и др. Обладая широким спектром применения, данные модели зарекомендовали себя как инструменты, которые могут помочь в решении сложных задач.

Вместе с появлением данных моделей появился такой термин, как промпт-инжиниринг – процесс разработки и уточнения входных запросов для получения желаемых ответов от модели обработки естественного языка с использованием искусственного интеллекта [2]. Он играет решающую роль в эффективности использования языковой модели, передолевая разрыв между намерением пользователя и понимания модели [3]. Данный процесс необходим для получения точных, подходящих и согласованных ответов, которые могут помочь в проектировании автоматизированных систем

Цель данной работы – исследовать возможности применения методов промпт-инжиниринга в Qwen для моделирования функционального блока кольцевого буфера стандарта IEC 61499.

В качестве примера моделирования функционального блока на основе промптов был взят функциональный блок кольцевого буфера с перезаписью, который использовался в моделировании производственной системы FESTO [4]. Его механизм представлен на рисунке 1.

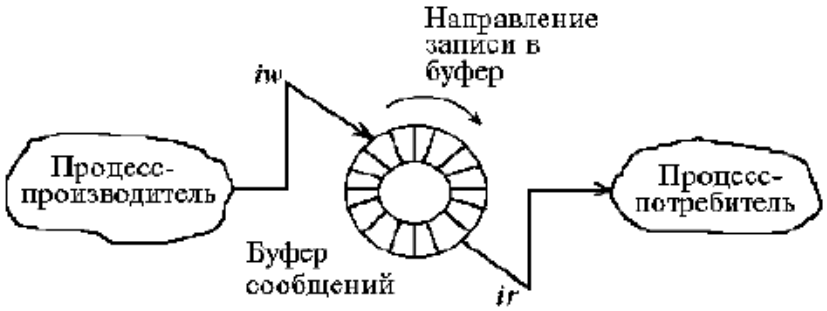


Рис. 1. Механизм работы кольцевого буфера

В нём хранятся информационные объекты с атрибутами Цвет и Высота. В реальности они представляют собой заготовки деталей. Кольцевой буфер может также использоваться В качестве большой языковой модели использовалась Qwen3.5-plus. На вход было передано структурное описание функционального блока кольцевого буфера. Для того, чтобы обеспечить синтаксическую совместимость со стандартом IEC 61499, был использован принцип «анатомия запроса» для создания промпта. Ключевые компоненты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Ядро промпта для создания функционального блока кольцевого буфера

Компонент	Содержание	Пример фрагмента
Домен	Платформа и стандарт	FBDK, IEC 61499, функциональный блок кольцевого буфера
Данные	Входящие в блок переменные и типы	ID: INT (автоинкремент, исходное значение - 1); Color: WSTRING; Height: INT.
Логика	Требования к логике работы блока	FIFO-очередь; Вместимость буфера – 10; MOD-оператор для циклической адресации; Вывод количества деталей в буфере при записи/чтении.
Синтаксические ограничения	Ограничения, связанные со средой работы FBDK	Пример массива данных: <VarDeclaration Name="BUF_ID" Type="INT" ArraySize="10"/> ; WSTRING: инициализация через ""; ST: без комментариев, без циклов FOR; ECC: выходные события не в условиях переходов.
Шаблон	Пример структуры функционального блока	XML-заголовок с DOCTYPE Holoboc; Структура: InterfaceList/ BasicFB/ ECC; Образец: BasicFuncBlock

Рассмотрим каждый компонент промпта подробнее.

- Домен: необходимо чётко указывать платформу решения и стандарта функционального блока. Это позволяет снизить генерацию кода для неподходящей системы (например, для CODESYS или Beremixz). Кроме того, эксперименты показали, что языковая модель склонна использовать стандарт IEC 61131-3, что могло привести к ошибкам в функциональном блоке.
- Данные: подробное описание типов данных и их поведения позволяет модели корректно сгенерировать переменные. Особое внимание уделено типу данных WSTRING, так как языковая модель может неверно его инициализировать (‘’ вместо ""), что впоследствии приводит к ошибкам парсинга xml-файла во время компиляции блока.
- Логика: формализация поведения (FIFO, ограничение ёмкости, циклическая адресация) позволяет реализовать логику буфера без ошибок переполнения или опустошения. Также указание MOD-оператора критически важно для реализации кольцевой структуры.
- Синтаксические правила: наиболее объёмный компонент, включающий в себя 15 правил, среди которых:
  - Инициализация WSTRING через спецсимволы "
  - Ограничения на использование событий в ECC;
  - Запрет комментариев в алгоритмах на языке ST.
- Шаблон: предоставление минимально валидного функционального блока на xml позволило соблюдать схему пространства имён, структур заголовка и синтаксис блока. Данный компонент позволяет снизить время для ручной правки документа.

Таким образом, каждый компонент промпта направлен на обеспечение корректности необходимых аспектов функционального блока.

Сам промпт выглядит следующим образом:

Необходимо спроектировать функциональный блок кольцевого буфера деталей для среды FBDK по стандартам IEC 61499.

Входная деталь состоит из следующих характеристик:

- ID детали (тип INT, автоматически увеличивается в алгоритме, для пользователя недоступно, показывается в качестве выхода в функциональном блоке, исходное значение InitialValue должно быть равно 1),
- цвета детали (тип WSTRING)
- высоты детали (тип INT).

Внешний производитель помещает детали в буфер деталей распределительной станции, где они могут накапливаться. Буфер организован как очередь с дисциплиной обслуживания FIFO. Очередь имеет бесконечную емкость.

Вот пример массива, который будет передаваться в буфер: <VarDeclaration Name="BUF_ID" Type="INT" ArraySize="5"/>. Должен присутствовать только синтаксис данного блока.

Должен быть вывод количества деталей в буфере по мере увеличения их количества и реализовано ограничение по количеству деталей в буфере до 10-ти. Должно быть реализовано ограничение по количеству деталей в буфере до 10-ти, а также вывод данных детали при чтении вместе с уменьшением количества деталей (должен находиться под информацией о детали в выходах функционального блока).

Учитывай следующие моменты при проектировании блока:

- InternalVars используются для хранения состояния (массивы, индексы, счетчики) и должны быть внутри тега <BasicFB>;
- OutputVars только для вывода данных при операциях чтения;
- With-связи только между событиями и входными/выходными переменными;

- Имена переменных уникальны во всех секциях;
- Алгоритмы работают с InternalVars и обновляют OutputVars при необходимости;
- MOD оператор используется для циклического буфера;
- Корректный пример массива, который будет передаваться в буфер, должен выглядеть следующим образом: <VarDeclaration Name="BUF_ID" Type="INT" ArraySize="5"/>;
- Путь должен соответствовать структуре каталогов проекта (пример: <CompilerInfo header="package fb.rt.distribution;"/>);
- Пустая WSTRING инициализируется как "" (пример: REMOVED_COLOR := ""; вместо REMOVED_COLOR := ";);
- Обязательно должен находится заголовок <VersionInfo Organization="Holobloc Inc" Version="1.0" Author="Author" Date="2025-12-28"/>;
- Не должно быть комментариев в ST-алгоритмах (пример недопустимого комментария- (* *));
- Нельзя использовать язык программирования pascal;
- Нельзя использовать цикл в ST-алгоритмах FOR I IN 0..9 DO;
- В FBDK события (EventOutputs) представлены как отдельные объекты, а не как переменные;
- В ECC переходах нельзя использовать выходные события в качестве условий.

Поскольку блок содержит xml-синтаксис, передаю пример такого блока:

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<!DOCTYPE FBType SYSTEM "http://www.holobloc.com/xml/LibraryElement.dtd">
<FBType Name="BasicFuncBlock" Comment="Basic FB for calculation">
 <Identification Standard="61499-2"/>
 <VersionInfo Organization="Holobloc Inc" Version="1.0" Author="Author" Date="2025-12-28"/>
 <CompilerInfo header="package fb.rt.book;"/>
        <InterfaceList>
                <EventInputs>
                        <Event Name="REQ" Type="Event" Comment="">
                                <With Var="X"/>
                                <With Var="Y"/>
                        </Event>
                </EventInputs>
                <EventOutputs>
                        <Event Name="CNF" Type="Event" Comment="">
                        <With Var="OUT"/>
                        </Event>
                </EventOutputs>
                <InputVars>
                        <VarDeclaration Name="X" Type="REAL" Comment=""/>
                        <VarDeclaration Name="Y" Type="REAL" Comment=""/>
                </InputVars>
                <OutputVars>
                        <VarDeclaration Name="OUT" Type="REAL" Comment=""/>
                </OutputVars>
        </InterfaceList>
        <BasicFB>
                <ECC>
                        <ECState Name="START" Comment="Initial State" x="550.0" y="425.0">
                        </ECState>
                        <ECState Name="State" Comment="" x="1525.0" y="1055.0">
```

```
                                        <ECAction Algorithm="REQ" Output="CNF"/>
                                </ECState>
                                <ECTransition Source="START" Destination="State" Condition="REQ"
Comment="" x="1000.0" y="1045.0"/>
                                <ECTransition Source="State" Destination="START" Condition="1"
Comment="" x="1365.0" y="625.0"/>
                        </ECC>
                        <Algorithm Name="REQ" Comment="">
                                <ST Text="OUT:=X*X+Y*Y;"/>
                        </Algorithm>
                </BasicFB>
        </FBType>
```

Результатом использования данной методологии стал блок кольцевого буфера, интерфейс которого отображает особенности, указанные в промпте.

Интерфейс данного блока представлен в таблице 2.

Таблица 2. Интерфейс функционального блока кольцевого буфера

Категория	Названия переменных/событий	Тип данных	Функция
Входные события	WRITE, READ	Event	Запуск операции записи/чтения
Выходные события	WRITE_CNF, READ_CNF	Event	Подтверждение выполнения операции
Входы	PART_COLOR, PART_HEIGHT	WSTRING, INT	Данные детали для записи
Выходы	REMOVED_ID, REMOVED_COLOR, REMOVED_HEIGHT, BUF_COUNT	INT, WSTRING	Данные выходной детали, счётчик
Внутренние переменные	BUF_ID, BUF_COLOR, BUF_HEIGHT, read_idx, count	Array, INT	Хранение состояния буфера

Описанный интерфейс представляет собой внешнее взаимодействие блока. Логика обработки данных реализлвана в двух алгоритмах на языке ST. В алгоритме WRITE_ALG происходит запись данных детали в кольцевой буфер.

```
IF count &lt; 10 THEN
BUF_ID[write_idx] := next_id;
BUF_COLOR[write_idx] := PART_COLOR;
BUF_HEIGHT[write_idx] := PART_HEIGHT;
write_idx := (write_idx + 1) MOD 10;
count := count + 1; next_id := next_id + 1;
END_IF;
BUF_COUNT := count;
```

В алгоритме READ_ALG происходит чтение данных из буфера.

```
IF count &gt; 0 THEN
REMOVED_ID := BUF_ID[read_idx];
REMOVED_COLOR := BUF_COLOR[read_idx];
REMOVED_HEIGHT := BUF_HEIGHT[read_idx];
```

```
BUF_COLOR[read_idx] := &amp;quot;&amp;quot;;
read_idx := (read_idx + 1) MOD 10;
count := count - 1;
ELSE REMOVED_ID := 0;
REMOVED_COLOR := &amp;quot;&amp;quot;;
REMOVED_HEIGHT := 0;
END_IF;
BUF_COUNT := count;
```

Представленные алгоритмы определяют логику обработки данных, однако их выполнение согласно стандарту IEC 61499 осуществляется с помощью диаграммы состояний ECC. В таблице 3 представлена диаграмма состояний данного блока.

Таблица 3. Диаграма состояний кольцевого буфера

Состояние	Условие перехода	Действие (алгоритм)	Целевое состояние	Выходное событие
IDLE	WRITE	WRITE_ALG	DO_WRITE	WRITE_CNF
IDLE	READ	READ_ALG	DO_READ	READ_CNF
WRITE	1 (безусловный переход)	-	IDLE	-
READ	1 (безусловный переход)	-	IDLE	-

Таким образом, применение структурного промпта позволило получить все необходимые компоненты функционального блока кольцевого буфера. Результатом генерации стал функциональный блок, представленный на рисунке 2.

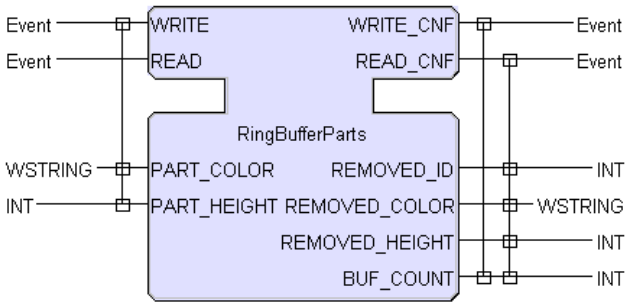


Рис. 2. Сгенерированный функциональный блок

На рисунке 3 продемонстрирован графический интерфейс функционального блока в среде FBDK, используемой для визуализации работы блока и контроля значений переменных.

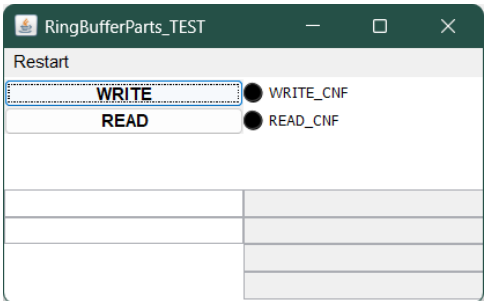


Рис. 3. Графический интерфейс функционального блока

Далее мы активируем событие WRITE, загружая три детали с уникальными характеристиками в буфер. Всего в буфере находятся три детали с характеристиками цвета и высоты:

- Деталь №1: COLOR=”green”, HEIGHT=16;
- Деталь №2: COLOR=”white”, HEIGHT=14;
- Деталь №3: COLOR=”green”, HEIGHT=12.

Общее число деталей – 3, значение внутренней переменной указателя на следующую ячейку write_idx равно 3. На рисунке 4 продемонстрирован пример записи деталей в блок кольцевого буфера после выполнения события WRITE.

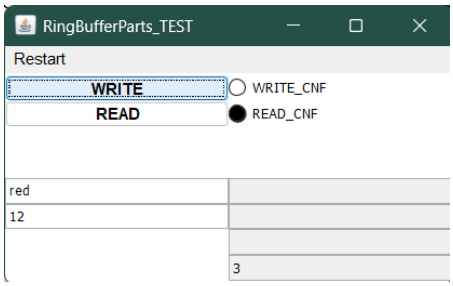


Рис. 4. Пример записи данных детали в функциональный блок

После активации события READ выходные переменные приняли значения REMOVED_ID = 1, REMOVED_COLOR=green, REMOVED_HEIGHT=16. Счётчик буфера уменьшился на единицу, а указатель read_idx сместился с 0 до 1. На рисунке 5 продемонстрировано процесс извлечения первой детали по принципу FIFO.

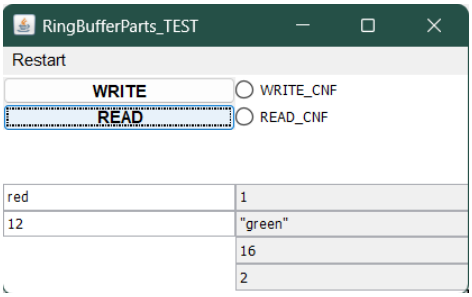


Рис. 5. Пример чтения данных детали из функционального блока

Полученные результаты подтверждают корректную работоспособность функционального блока, сгенерированного с помощью метода структурированного промптинга. Данный пример носит качественный характер и ограничен проверкой базовой логики буфера. Вопросы проверки безопасности блока и интеграции в проекты автоматизации требуют отдельного исследования в перспективах дальнейшей работы.

В заключение стоит отметить, что языковая модель Qwen3.5-plus успешно справилась с задачей генерации функционального блока стандарта IEC 61499. Согласно результатам экспериментов, с помощью структурированного промпт-инжиниринга можно проводить автоматизацию проектирования типовых блоков промышленной автоматизации. Модель способна генернировать корректный xml-код и алгоритмы на языке ST. Тем не менее, модель требует проверки на более сложных проектах. Промпт должен быть тщательно сформулирован. В нём не должно быть противоречий и неточностей, иначе код, полученный в результате генерации, может быть невалидным.

Таким образом, продемонстрирована возможность применения промпт-инжиниринга для автоматизации проектирования функциональных блоков стандарта IEC 61499.

Библиографический список

1. Sushant Patil, Mr. Yogeshchandra Puranik. IMPORTANCE OF EFFECTIVE PROMPT ENGINEERING. International Research Journal of Modernization in Engineering Technology and Science
2. Sabit Ekin. Prompt Engineering For ChatGPT: A Quick Guide To Techniques, Tips, And Best Pratices. *TechRxiv.* May 04, 2023. URL: https://www.techrxiv.org/users/690417/articles/681648/master/file/data/Prompt_Engineering_for_ChatGPT_Sabit_Ekin/Prompt_Engineering_for_ChatGPT_Sabit_Ekin.pdf
3. Bansal, P. (2024) Prompt Engineering Importance and Applicability with Generative AI. Journal of Computer and Communications , 12, 14-23.
4. Дубинин А. В. Онтологическое моделирование распределительной станции производственной системы FESTO с учетом динамики // Вестник Пензенского государственного университета. 2025. № 2. С. 132–136.

УДК 007.52; ГРНТИ 06.73

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ РЕГИОНАЛЬНОГО СОЦИАЛЬНОГО ФОНДА НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ДИХОТОМИИ

А.Е. Обухова

Воронежский государственный технический университет,
Российская Федерация, Воронеж, aeobuhova@mail.ru, bvl@vorstu.ru

Аннотация. Статья посвящена построению оптимизационной модели распределения средств социального фонда на основе метода дихотомии, с целью максимизации суммарного социального эффекта от финансируемых программ в условиях лимитированного бюджета путем установления оптимального порога их эффективности. Описан итерационный алгоритм поиска порога, приведен пример расчета, сформулированы выводы о практической применимости модели для повышения обоснованности и прозрачности бюджетных решений.

Ключевые слова: метод дихотомии, алгоритм, распределение средств, социальный эффект.

ALGORITHMIZATION OF THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF LIMITED RESOURCES OF THE REGIONAL SOCIAL FUND BASED ON THE DICHOTOMY METHOD

A.E. Obukhova

Voronezh State Technical University,
Russian Federation, Voronezh, aeobuhova@mail.ru, bvl@vorstu.ru

The summary. The article is devoted to the construction of an optimization model for the allocation of funds from the social fund based on the dichotomy method, in order to maximize the total social effect of the funded programs under conditions of a limited budget by setting the optimal threshold for their effectiveness. An iterative algorithm for finding the threshold is described, an example of calculation is provided, and conclusions are formulated about the practical applicability of the model for improving the validity and transparency of budget decisions.

Keywords: dichotomy method, algorithm, distribution of funds, and social effect.

Распределение ограниченных финансовых ресурсов регионального социального фонда представляет собой сложную оптимизационную задачу, требующую корректной балансировки между социальными обязательствами, экономической эффективностью и нормативными требованиями. Традиционные эвристические подходы к распределению средств часто оказываются субъективными и неоптимальными. В данной статье рассматривается математический подход к решению этой проблемы на основе алгоритмизации процесса распределения с использованием метода дихотомии. Данный метод хорошо подходит для поиска оптимального порога финансирования в условиях жёсткого бюджетного ограничения, позволяя

систематически отбирать наиболее эффективные социальные программы [1]. Основная идея заключается не в прямом решении задачи целочисленного программирования, а в определении такого значения порога эффективности, при котором совокупный социальный эффект от отобранных проектов будет максимальным при заданном бюджете.

Меры социальной поддержки

Российская система социальной защиты представляет собой комплекс мер, направленных на предупреждение и смягчение последствий основных социальных рисков. В её основе лежит сочетание страховых и нестраховых механизмов, а также государственных и негосударственных форм обеспечения.

Основу системы составляют выплаты по обязательному социальному страхованию, предоставляемые застрахованным лицам. Параллельно реализуются меры социальной поддержки, финансируемые из бюджетов всех уровней. Они включают как помощь определённым категориям граждан, так и адресную поддержку, предоставляемую с учётом доходов получателей.

Полный перечень компонентов мер социальной поддержки представлен на рисунке 1. Важнейшим компонентом системы является социальное обслуживание населения. Дополнительными инструментами защиты выступают предусмотренные законодательством налоговые льготы, а также негосударственные социальные гарантии, устанавливаемые работодателями в пользу своих сотрудников.

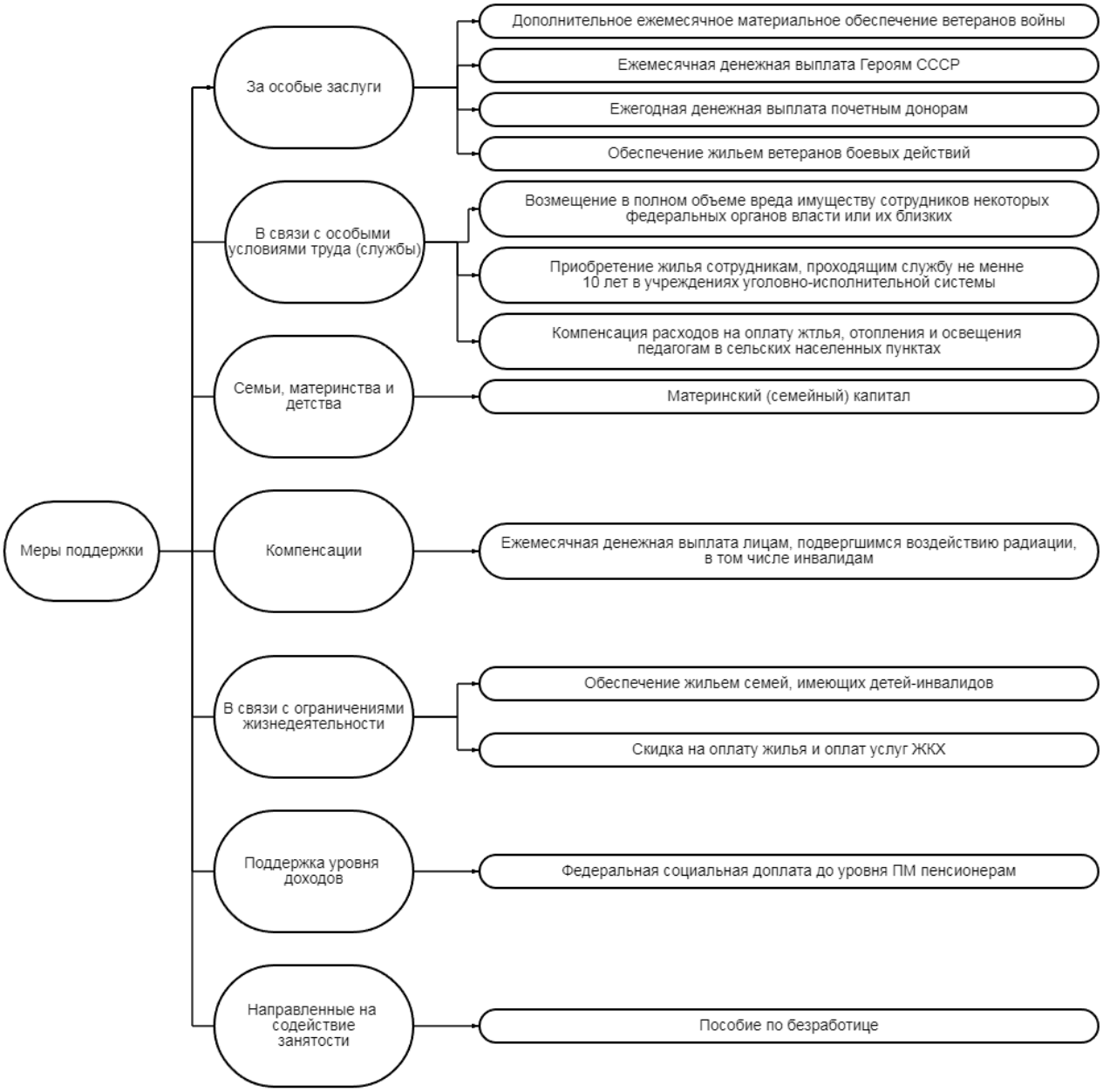


Рис. 1. Архитектура мер социальной поддержки

Рис. 2. Ключевые элементы системы социального страхования

Ключевыми элементами системы социалного страхования являются источники, принципы и механизмы распределения социального фонда, состовляющие компоненты которых представлены на рисунке 2. Порядок взаимодействия элементов реализуется процедурами принятия решений о распределении средств.

Постановка задачи

В формальной постановке задачи имеется бюджет фонда B и набор из N социальных программ. Для каждой программы i известна её стоимость c_i и количественная оценка социального эффекта s_i, измеряемая в унифицированных баллах по утверждённой методике [2]. Ключевым показателем для отбора служит эффективность затрат $p_i = \frac{s_i}{c_i}$ (балл на рубль).

Целью является максимизация суммарного эффекта $Z = \sum(s_i * x_i)$ при условии, что суммарные затраты $\sum(c_i * x_i)$ не превышают бюджет B, где x_i – бинарная переменная, обозначающая, финансируется ли программа [3].

Чтобы не решать задачу целочисленного программирования полным перебором для всех программ, введем параметр-порог T. В этом и заключается ключевая идея использования метода дихотомии.

Введем правило отбора. Финансируем программы, у которых показатель эффективности затрат $p_i \geq T$.

Чем выше T, тем меньше программ мы отбираем (меньше затраты, но, возможно, и меньше общий эффект). Зависимость совокупного социального эффекта $Z(T)$ от порога T является кусочно-постоянной и невозрастающей при росте T. Наша задача – найти такое T^*, при котором суммарная стоимость отобранных программ будет максимально близка к бюджету B, но не превышает его, что и даст максимум Z [4].

Алгоритмизация решения задачи

Алгоритм решения методом дихотомии включает последовательное выполнение следующих шагов..

Шаг 0: Подготовка

1. Для всех программ рассчитать показатель эффективности p_i.

2. Упорядочить программы по убыванию p_i.

3. Определить интервал поиска $[T_{min}, T_{max}]$ для порога:

$T_{min} = 0$ (можем рассмотреть все программы).

$T_{max} = \max(p_i) + \varepsilon$ (не финансируем ничего, ε – малая величина).

Шаг 1: Итерация дихотомии.

На каждой *k*-й итерации:

1. Вычислить текущий пробный порог: $T_k = \frac{T_{min}+T_{max}}{2}$.

2. Применить правило: отобрать все программы, у которых $p_i \geq T_k$. Это эквивалентно взятию первых *m* программ из отсортированного списка.

3. Рассчитать суммарную стоимость отобранных программ: $C_k = \sum c_i$ для отобранных *m* программ.

4. Проверка бюджетного ограничения:

Если $C_k \leq B$: порог, возможно, слишком низкий (мы недоиспользуем бюджет). Нужно увеличить порог, чтобы отбирать только самые эффективные программы и, возможно, добавить другие с меньшей эффективностью, но в рамках бюджета.

Действие: $T_{min} = T_k$.

Если $C_k > B$: порог слишком высокий (мы превышаем бюджет). Нужно понизить порог, чтобы сократить количество отобранных программ.

Действие: $T_{max} = T_k$.

Шаг 2: Критерий остановки

Итерации повторяются, пока интервал $[T_{min}, T_{max}]$ не сузится до заранее заданной точности δ (например, $\delta = 0.01$).

Условие остановки: $(T_{max} - T_{min}) \leq \delta$

Шаг 3: Определение окончательного решения

После остановки:

1. Взять $T_{final} = T_{min}$ (гарантированно не превышает бюджет при отборе).

2. Отобрать программы с $p_i \geq T_{final}$.

После отбора программ по этому порогу часто остаётся неиспользованный остаток средств, для распределения которого применяется процедура дозаполнения: оставшиеся программы с $p_i < T_{final}$ рассматриваются по одной и добавляются в порядке убывания их эффективности p_i, но только если их стоимость не превышает текущий остаток бюджета.

Преимущества модели

Главными преимуществами данной модели являются её вычислительная эффективность и прозрачность. Метод дихотомии сходится очень быстро, а правило отбора по чёткому порогу легко объяснить как руководству, так и общественности. Модель гибка – показатель p_i может быть адаптирован под различные приоритеты (например, можно учитывать не только эффективность, но и срочность помощи). Однако у подхода есть и ограничения. Жёсткий порог может отсечь программу с высоким общим эффектом s_i, но со средней эффективностью p_i. Модель также не учитывает возможную синергию между программами и критически зависит от корректности и объективности оценки исходного социального эффекта s_i в баллах, которая должна проводиться по единой, прозрачной методике, основанной на принципах многокритериального анализа [5].

Заключение

В заключение можно утверждать, что представленная модель предлагает системный и обоснованный подход к принятию трудноформализационных решений в социальной сфере при дефиците ресурсов. Она заменяет субъективные суждения формализованной процедурой, обеспечивая баланс между принципами эффективности и справедливости. Для успешного внедрения модели необходимо разработать и утвердить методику оценки социального эффекта программ, провести её апробацию и обеспечить публичное обсуждение устанавливаемых критериев, что соответствует современным тенденциям в управлении социальными финансами [2, 6].

Работа выполнена под научным руководством д.т.н., профессора В.Л. Бурковского

Библиографический список

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 319 с.

2. Региональные социальные фонды: методические рекомендации по оценке эффективности программ / Министерство труда и социальной защиты РФ. – М., 2020. – 48 с.

3. Хемди А. Таха. Введение в исследование операций. – 7-е изд. – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.

4. Hillier F.S., Lieberman G.J. Introduction to Operations Research. – 10th ed. – McGraw-Hill, 2014. – 1152 p. 23

5. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Физматлит, 2007. – 256 с.

6. Козьминых Я.О. Методы оптимизации бюджетных расходов в социальной сфере // Финансы и кредит. – 2019. – № 5. – С. 45-58.

УДК 004.6; ГРНТИ 20.23.17

КЛАССИФИКАЦИЯ АНОМАЛИЙ В КОММУНАЛЬНОМ БИЛЛИНГЕ

А.Н. Осипов, А.В. Маркин
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, aleksanderosipov62@gmail.com

Аннотация. В данной работе рассматриваются возможные аномалии в коммунальном биллинге, возникающие при учёте потребления коммунальных ресурсов и расчёте платы за их предоставление. В предложенной классификации выделены аномалии показаний приборов учёта, аномалии начислений, структурные и логические аномалии данных, технические аномалии функционирования биллинга, а также аномалии, связанные с несанкционированными действиями потребителей или третьих лиц. Для каждого типа аномалий приведены их характеристики и основные формы проявления в базе данных информационной системы коммунального биллинга, что позволяет использовать данную классификацию в задачах контроля качества данных и автоматизированного анализа корректности коммунальных расчётов.
Ключевые слова: коммунальный биллинг, жилищно-коммунальное хозяйство, аномалии данных, начисления, приборы учёта, потоковая обработка данных, базы данных.

CLASSIFICATION OF ANOMALIES IN UTILITY BILLING

A.N. Osipov, A.V. Markin
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, aleksanderosipov62@gmail.com

The summary. This paper examines potential anomalies in utility billing that arise during the recording of consumption of utility resources and the calculation of charges for their provision. The proposed classification identifies anomalies in meter readings, calculation anomalies, structural and logical data anomalies, technical anomalies in billing system functioning, as well as anomalies associated with unauthorized actions by consumers or third parties. For each type of anomaly, their characteristics and main forms of manifestation in the database of the utility billing information system are presented. This allows for the use of this classification in tasks related to data quality control and automated analysis of the correctness of utility calculations.
Keywords: utility billing, housing and communal services, data anomalies, calculations, metering devices, data streaming, databases.

Коммунальный биллинг

Под коммунальным биллингом понимается комплекс программных и организационных средств, направленных на сбор, хранение и обработку данных о потреблении коммунальных ресурсов, а также расчёт платы за предоставление жилищно-коммунальных услуг. В современных условиях системы коммунального биллинга всё активнее интегрируются с индивидуальными и общедомовыми приборами учёта, системами автоматизированного сбора показаний и государственными информационными системами, что влечёт за собой значительное увеличение объёмов обрабатываемых данных и, соответственно, усложнение алгоритмов расчёта [1, 2].

Развитие инфраструктуры учёта и цифровизация отрасли кардинально изменили подходы к обработке данных в биллинговых системах. Если раньше начисления формировались преимущественно в пакетном режиме на основе периодической загрузки показаний, то сегодня всё чаще применяются механизмы автоматизированной передачи данных и их оперативной обработки в режиме реального времени, что становится новым стандартом для современных систем, особенностями которых являются потоковый характер поступления событий, интеграция разнородных источников и обеспечение согласованности данных в распределённой архитектуре [3, 4].

В коммунальном биллинге данные тенденции проявляются при использовании интеллектуальных приборов учёта, систем дистанционной передачи показаний и онлайн-сервисов взаимодействия с абонентами. Расчётные операции всё чаще выполняются на основе данных

реального времени, что повышает требования к корректности их обработки, синхронизации между подсистемами и обеспечению целостности информации [4].

На рисунке 1 представлена функциональная схема системы коммунального биллинга, отражающая его основные бизнес-процессы.

Рис. 1. Функциональная схема системы коммунального биллинга

Практика эксплуатации решений коммунального биллинга показывает, что значительная доля перерасчётов и обращений потребителей связана не с изменением тарифов, а с ошибками и отклонениями в исходных данных и логике расчёта платежей за жилищно-коммунальные услуги. В условиях увеличения скорости обработки данных такие отклонения могут формироваться не только из-за некорректных исходных значений, но и в результате временной рассинхронизации данных, задержек передачи и несогласованности между компонентами системы. Такие отклонения рассматриваются как аномалии биллинговых данных, под которыми понимаются значения исходных данных или итоговые начисления, не соответствующие нормативным требованиям, установленным бизнес-правилам или ожидаемым закономерностям потребления коммунальных ресурсов [4, 5, 11].

Проведённый анализ позволил выделить следующие классы аномалий: аномалии показаний приборов учёта, структурные и логические аномалии данных, аномалии начислений, технические аномалии функционирования биллинга и аномалии, связанные с несанкционированными действиями потребителей или третьих лиц.

Аномалии показаний приборов учёта

Аномалии показаний приборов учёта являются наиболее частой причиной возникновения некорректных начислений абонентам. Под аномалиями данного класса понимаются значения объёмов потребления, которые существенно отличаются от расчётных показателей абонентов со схожими режимами использования коммунальных ресурсов.

Наиболее часто данные аномалии проявляются в виде чрезвычайно высоких значений потребления, выражающихся в резких скачках по сравнению со значениями предыдущих пе-

риодов. Такие скачки обычно связаны с ошибками ввода показаний, некорректной передачей данных, а также неисправностями в работе приборов учёта [6].

Другой распространённой формой данного класса аномалий являются значения, значительно ниже ожидаемых или равные нулю при фактическом потреблении ресурса. Эти случаи характерны для отказов приборов учёта, их некорректной регистрации в информационной системе, а также повреждения каналов передачи данных [7, 8]. Помимо этого, наблюдаются случаи полного отсутствия динамики, когда показания приборов учёта остаются неизменными на протяжении нескольких расчётных периодов, что противоречит нормальным условиям эксплуатации жилого помещения.

В базе данных коммунальной биллинговой системы аномалии показаний приборов учёта проявляются в виде выбросов во временных рядах, повторяющихся значений либо пропусков данных за отдельные периоды. Для их выявления широко применяются методы анализа временных рядов и статистического контроля потребления [9].

Структурные и логические аномалии данных

Структурные и логические аномалии связаны с нарушением целостности, согласованности и корректности структуры данных в коммунальном биллинге. В отличие от аномалий показаний приборов учёта, данные отклонения не всегда напрямую отражаются в величинах потребления, однако оказывают существенное влияние на корректность расчётов начислений за коммунальные услуги.

К данному классу относятся случаи дублирования записей показаний или начислений за один и тот же расчётный период по одному лицевому счёту, что приводит к повторному учёту объёма коммунальной услуги. Также распространены ситуации отсутствия обязательных атрибутов, таких как идентификатор прибора учёта, дата фиксации показаний, информация о тарифной зоне или периоде начисления, что делает невозможным корректное выполнение расчётных алгоритмов [10].

Логические аномалии проявляются в виде противоречий между связанными сущностями базы данных коммунального биллинга, например несоответствия типа коммунальной услуги типу установленного прибора учёта, применения тарифа, не относящегося к данному ресурсу, либо использования нормативов, не соответствующих характеристикам объекта учёта. Причинами возникновения таких аномалий являются ошибки интеграции данных из внешних информационных систем, недостаточная проверка корректности загружаемой информации, а также изменения структуры базы данных без корректной адаптации бизнес-правил [2].

Аномалии начислений коммунальных услуг

Аномалии начислений представляют собой расхождения между объёмом потребления, установленными тарифами, нормативами и итоговой суммой начислений, указанной в квитанции. Подобные ошибки чаще всего становятся причиной финансовых споров между абонентами, управляющими организациями и ресурсоснабжающими предприятиями.

К данному типу аномалий относятся начисления по неверно выбранным тарифам из-за использования устаревших или ошибочно применённых тарифных ставок, а также повторные начисления, при которых одна и та же услуга учитывается несколько раз в пределах одного расчётного периода. Отдельную группу составляют ошибки алгоритмов расчёта, связанные с некорректным применением коэффициентов, нормативов потребления и стандартов округления [12, 13].

В базе данных коммунального биллинга аномалии начислений проявляются в виде несоответствия между рассчитанной суммой и произведением объёма потребления на тариф, а также в виде повторяющихся записей начислений по одному лицевому счёту.

Технические аномалии функционирования биллинга

Технические аномалии вызваны особенностями функционирования программно-аппаратной инфраструктуры коммунального биллинга и возникают в результате ошибок обработки данных, нарушений синхронизации и отказов отдельных компонентов.

Типичные проявления технических аномалий включают потерю данных показаний при передаче из автоматизированных систем учёта, несоответствие временных меток показаний расчётным периодам, а также ошибки агрегации данных при формировании отчётности и платёжных документов. В условиях использования распределённых архитектур, работающих с данными в режиме реального времени, возможны дополнительные формы отклонений. К ним относятся дублирование сообщений при повторной передаче данных, нарушение очерёдности поступления данных, а также расхождения между данными, поступающими в реальном времени и теми, что идут в расчёт. Подобные ситуации приводят к временной недостоверности результатов расчёта и последующим корректировкам начислений [3, 5, 13].

Аномалии, связанные с несанкционированными действиями

Отдельную группу составляют аномалии, вызванные не ошибками или сбоями, а несанкционированными действиями как потребителей, так и третьих лиц, направленными на искажение данных учёта. Намеренные искажения данных приборов учёта (например, вмешательство в работу счётчика с целью занижения показаний) являются значимыми источниками финансовых потерь для поставщиков ресурсов, относясь к категории нетехнических потерь.

У данного типа аномалий есть несколько характерных признаков. К ним относятся систематически заниженные объёмы потребления по сравнению с показателями объектов со схожими характеристиками, резкие, необъяснимые изменения в профилях потребления без каких-либо технических причин, а также устойчивое несоответствие фактических показаний приборов учёта расчётным нормативам потребления для помещений данного типа [14].

Использование классификации при анализе данных коммунального биллинга

Представленная классификация аномалий позволяет формализовать признаки отклонений, поддающихся анализу на уровне базы данных коммунального биллинга. Так, аномалии показаний приборов учёта выявляются на основе анализа временных рядов, структурные и логические аномалии – посредством контроля целостности данных и проверки бизнес-правил, а аномалии начислений – путём сопоставления расчётных показателей с нормативными формулами.

Особого внимания заслуживают технические аномалии, возникающие в распределённых системах при обработке данных в реальном времени. В условиях автоматизированной передачи показаний и оперативной обработки данных контроль корректности не ограничивается статическими проверками целостности – он должен опираться на анализ временных меток, контроль последовательности поступления событий и обеспечение согласованности информации между подсистемами. Что касается аномалий, связанных с несанкционированными действиями, их выявление требует сравнительного анализа с аналогичными объектами и проверки соответствия нормативным показателям.

Таким образом, предложенная классификация аномалий может быть сведена в таблицу 1.

Таблица 1. Систематизация аномалий коммунального биллинга

Класс аномалий	Описание	Основные причины	Проявление в базе данных	Методы выявления
Аномалии показаний приборов учёта	Аномально высокие или низкие значения потребления	Ошибки ввода, некорректная передача, неисправности приборов	Скачки во временных рядах, пропуски, повторяющиеся значения	Анализ временных рядов, статистический контроль
Структурные аномалии	Нарушение целостности и структуры данных	Ошибки интеграции, недостаточная валидация, изменения структуры БД	Дублирование записей, отсутствие обязательных атрибутов	Контроль целостности, проверка полей, поиск дубликатов
Логические аномалии	Противоречия между связанными сущностями	Ошибки интеграции, недостаточная валидация, изменения БД	Несоответствие типа услуги типу прибора, применение неверного тарифа	Проверка бизнес-правил, контроль семантики
Аномалии начислений	Расхождения между объемом потребления, тарифами и суммой начисления	Устаревшие тарифы, неверное применение коэффициентов	Несоответствие суммы начисления произведению объема на тариф	Сопоставление с формулами, проверка тарифов
Технические аномалии	Сбои обработки, ошибки синхронизации, отказы компонентов	Сбои инфраструктуры, ошибки синхронизации, задержки передачи	Потеря данных, несоответствие временных интервалов, дублирование	Анализ меток, контроль последовательности
Аномалии, связанные с несанкционированными действиями	Намеренное искажение данных с целью занижения платы, хищения ресурсов	Умышленные действия потребителей или третьих лиц	Заниженные объемы, резкие изменения профилей, несоответствие нормативам	Сравнение с аналогичными объектами, проверка нормативов

Заключение

Проведённая работа была направлена на систематизацию отклонений, возникающих в процессе учёта коммунальных ресурсов и расчёта начислений, рассматриваемых как аномалии коммунального биллинга.

Выполненная систематизация показала, что возникающие отклонения могут быть сведены к ограниченному числу классов, отличающихся причинами возникновения, характером проявления в данных коммунальной биллинговой системы и методами их выявления, что создаёт основу для автоматизированного контроля качества данных и корректности начислений.

При этом выявление аномалий является лишь первым этапом. Для обеспечения корректности начислений необходимо решать задачу обработки и устранения выявленных отклонений. В связи с этим в дальнейшем целесообразно рассмотреть методы обработки аномалий, особенно в условиях потоковой обработки данных.

Библиографический список

1. Почепский, О. Биллинг ЖКХ: автоматизация расчетов и передача показаний / О. Почепский // Клеверенс [Электронный ресурс]. – 2024. – Режим доступа: https://www.cleverence.ru/articles/auto-busines/-billing-zhkh-avtomatizatsiya-raschetov-i-peredacha-pokazaniy/. – Дата доступа: 11.02.2026.

2. Голиков, С. Е. Принципы построения гарантоспособных биллинговых информационных систем в жилищно-коммунальном хозяйстве / С. Е. Голиков // International Journal of Open Information Technologies ISSN [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/printsipy-postroeniya-

garantosposobnyh-billingovyh-informatsionnyh-sistem-v-zhilischno-kommunalnom-hozyaystve. – Дата доступа: 11.02.2026.

3. Почему данные реального времени стали стандартом – и как их на самом деле используют // ITWeek [Электронный ресурс]. – 2026. – Режим доступа: https://www.itweek.ru/bigdata/article/detail.php?ID=234299. – Дата доступа: 11.02.2026.

4. Hong, H. A Web-based Framework for Unified Channel Access and Data Integrity in Smart Electricity Billing / H. Hong, Y. Shen, X. Qian, S. Du, X. Zheng, X. Lin // Journal of Web Engineering [Электронный ресурс]. – 2025. – Режим доступа: https://journals.riverpublishers.com/index.php/JWE/article/view/30383. – Дата доступа: 13.02.2026.

5. Meter to money: Automating the data journey behind every bill // Redwood [Электронный ресурс]. – 2025. – Режим доступа: https://www.redwood.com/article/3s-sap-automated-utility-billing/ – Дата доступа: 20.02.2026.

6. Ошибки при подсчёте коммуналки: как не переплачивать за жилищно-коммунальные услуги // Лови инсайт х Сантехника онлайн [Электронный ресурс]. – 2025. – Режим доступа: https://santehnika-online.ru/wiki/lifestyle/oshibki-pri-podschyote-kommunalki/. – Дата доступа: 14.02.2026.

7. Chauhan, A. Over 45,000 smart prepaid meters in state show zero power consumption / A. Chauhan // The Times of India [Электронный ресурс]. – 2025. – Режим доступа: http://timesofindia.indiatimes.com/articleshow/125284742.cms. – Дата доступа: 14.02.2026.

8. Каргапольцев, В. П. Небалансы при учёте воды: причины возникновения и способы снижения / В. П. Каргапольцев, А. А. Мицкевич // Ежемесячный научно-технический и производственный журнал «ВСТ Водоснабжение и санитарная техника» [Электронный ресурс]. – 2010. – №4. – Режим доступа: https://vstnews.ru/ru/archives-all/2010/2010-04/272-nebalansy-pri-uchete-vody. – Дата доступа: 13.02.2026.

9. Понимание выбросов в анализе временных рядов // ArcGIS Pro [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://pro.arcgis.com/ru/pro-app/latest/tool-reference/space-time-pattern-mining/understanding-outliers-in-time-series-analysis.htm. – Дата доступа: 14.02.2026.

10. Strengthening Data Integrity in Utility Billing Systems // MuniBilling [Электронный ресурс]. – 2025. – Режим доступа: https://blog.munibilling.com/blog/strengthening-data-integrity-in-utility-billing-systems. – Дата доступа: 14.02.2026.

11. The NOI Drain You Can’t See: How Utility Billing Errors Quietly Undermine Portfolio Performance // Conservice [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.conservice.com/blog/the-noi-drain-you-cant-see-how-utility-billing-errors-quietly-undermine-portfolio-performance/. – Дата доступа: 14.02.2026.

12. Штрафы за ошибки в начислении коммунальных платежей // АЮДАРИНФО [Электронный ресурс]. – 2017. – Режим доступа: https://www.audar-info.ru/material/catalogArticle/view/type_id/1/cat_id/6/id/25693/. – Дата доступа: 14.02.2026.

13. Sharif Aldin, H. N. Consistency models in distributed systems: A survey on definitions, disciplines, challenges and applications / H. N. Sharif Aldin, H. Deldari, M. H. Moattar, M. R. Ghods // Cornell University [Электронный ресурс]. – 2019. – Режим доступа: https://arxiv.org/abs/1902.03305. – Дата доступа: 14.02.2026.

14. Последствия занижения показаний счетчиков коммунальных услуг: штрафы и риски! // Юридический центр ЦЕЗАРЬ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://caesarlaw.ru/tpost/l119p54ap1-posledstviya-zanizheniya-pokazanii-schet. – Дата доступа: 14.02.2026.

УДК 004.934; ГРНТИ 20.23.25

ОБЗОР МЕТОДИК КОМПЛЕКСНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ГОЛОСОВЫХ АССИСТЕНТОВ ДЛЯ КОРПОРАТИВНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

И.Ю. Симонов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В. Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, ivan.happy@mail.ru

Аннотация. В работе рассматриваются методы тестирования голосовых ассистентов, интегрируемых в корпоративные информационные системы. Рассматриваются четыре ключевых уровня проверки: распознавание речи (ASR), понимание естественного языка (NLU), функциональное тестирование и интеграционное тестирование. Приводятся математические метрики оценки качества, включая расчет WER. Выполнен сравнительный анализ автоматизированных и ручных подходов к тестированию, описаны критические аспекты оценки распознавания команд и инструменты для сбора метрик.

Ключевые слова: голосовой ассистент, корпоративная информационная система, тестирование, качество распознавания речи, WER, ASR, NLU, фонетическое тестирование.

REVIEW OF METHODOLOGY FOR COMPREHENSIVE TESTING OF VOICE ASSISTANTS FOR CORPORATE INFORMATION SYSTEMS

I.Y. Simonov
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, ivan.happy@mail.ru

Abstract. The paper considers methods for testing voice assistants integrated into corporate information systems. Voice assistants have become an integral part of the modern technological landscape, but the complexity of their testing significantly exceeds the complexity of testing traditional interfaces. Every misrecognized request leads to the loss of a user, every second of delay reduces trust in the product. The article reveals professional methods for testing voice assistants used in corporate environments. Four key levels of testing are considered: speech recognition (ASR), natural language understanding (NLU), functional testing and integration testing. Mathematical metrics for quality assessment are presented, including the calculation of WER. A comparative analysis of automated and manual testing approaches is carried out, critical aspects of evaluating command recognition and tools for collecting metrics are described.
Keywords: voice assistant, corporate information system, testing, speech recognition quality, WER, ASR, NLU, phonetic testing.

Голосовые помощники стали неотъемлемой частью технологического ландшафта современных предприятий, однако сложность их тестирования значительно превышает сложность проверки традиционных интерфейсов. Каждый неверно распознанный запрос ведет к потере пользователя, каждая секунда задержки снижает доверие к продукту. В корпоративной среде цена таких ошибок многократно возрастает, поскольку голосовые интерфейсы интегрируются в критически важные бизнес-процессы. Согласно исследованию Andrés и соавторов, даже ведущие коммерческие платформы тестирования голосовых агентов демонстрируют значительные различия в качестве оценки: разрыв в точности между платформами может достигать 24 процентных пунктов [1]. В данной работе рассматриваются профессиональные методы тестирования голосовых ассистентов, применяемые при внедрении в корпоративную среду.

Основные методы тестирования голосовых помощников

Тестирование голосовых ассистентов требует комплексного подхода, значительно отличающегося от стандартных методов проверки программного обеспечения. Как отмечают разработчики фреймворка ASR-GLUE, языковое понимание в речевых системах сталкивается с вызовами, связанными с вариативностью произношения, фоновым шумом и ошибками распознавания, которые каскадно распространяются на все последующие уровни обработки [2]. Эффективное тестирование должно охватывать четыре ключевых уровня.

Первый уровень – распознавание речи (ASR). На этом этапе проверяется точность преобразования голосовых команд в текст. Проблема заключается в том, что одна и та же фраза, произнесенная разными людьми в разных условиях, представляет собой разные акустические сигналы. Исследования компании Hamming на основе анализа 4 миллионов вызовов показывают, что даже современные ASR-системы демонстрируют значительное падение точности в реальных условиях: офисный шум увеличивает WER на 3-5%, уличный шум – на 15-20% [3]. Тестирование ASR требует сбора репрезентативных выборок голосов с учетом акцентов, тембра и фонового шума.

Второй уровень – понимание естественного языка (NLU). Здесь проверяется корректность интерпретации намерений пользователя. Система может идеально распознать слова, но не понять, что требуется сделать. Авторы ASR-GLUE подчеркивают, что робастность NLU-систем к ошибкам, внесенным ASR, остается недостаточно исследованной областью. Без глубокого понимания контекста и предметной области корректная интерпретация невозможна.

Третий уровень – функциональное тестирование. На этом уровне оценивается правильность выполнения задач ассистентом после распознавания и интерпретации команды. Согласно методологии VOICE-фреймворка, ключевыми метриками здесь выступают Task Success Rate (целевое значение >85%) и First Call Resolution (>75%) [4].

Четвертый уровень – интеграционное тестирование. Голосовой помощник взаимодействует с CRM-системами, базами данных и другими корпоративными сервисами. Сбой на любом из этих стыков будет воспринят пользователем как ошибка ассистента [5]. Интеграционное тестирование должно включать проверку WebRTC-соединений, протоколов сигнализации и кодеков.

Среди методов тестирования особого внимания заслуживают A/B тестирование ответов, акустическое тестирование в различных шумовых условиях и лингвистическое тестирование. Исследование Hamming показывает, что системное тестирование должно учитывать демографическую справедливость: WER может варьироваться в зависимости от возраста, акцента и принадлежности к разным группам носителей языка. Наибольшую эффективность демонстрирует многопользовательское тестирование с привлечением носителей разных акцентов и стресс-тестирование [6].

Особое внимание следует уделять тестированию контекстного понимания. Голосовой помощник должен корректно интерпретировать запросы с учетом предыдущих взаимодействий. Современные исследования подчеркивают, что оценка по WER недостаточна для понимания реального качества – необходимы семантически осмысленные метрики, такие как Aligned Semantic Distance (ASD) [7].

Фонетическое тестирование как специализированный метод

Среди всех методов выделяется фонетическое тестирование, которое часто недооценивают на начальных этапах. Практика показывает, что системы могут путать похожие по звучанию команды. Исследования в области компьютерного тестирования произносительных навыков подтверждают, что даже специализированные системы с глубокими нейросетями могут допускать ошибки на фонетически близких конструкциях.

Фонетическое тестирование предполагает составление «фонетической карты рисков» – списка потенциально опасных созвучий в предметной области. Для банковской сферы это пары «перевод – перевоз», «счет – щит». В медицинских системах опасность представляют созвучия названий препаратов. Как отмечается в исследованиях, неправильное распознавание названий лекарств может иметь прямые последствия для безопасности пациентов, поэтому требования к точности должны быть максимально жесткими (WER <5%) [8].

После составления карты проводится проверка работы системы с близкими по звучанию командами в различных акустических условиях. Важно тестировать речь с дефектами дикции, быструю речь, произнесение команд в условиях стресса [9].

Автоматизированные и ручные подходы к тестированию

Эффективное тестирование требует сбалансированного сочетания автоматизированных и ручных методов. Автоматизация позволяет обеспечить масштабное покрытие и регрессионное тестирование. Синтетические данные с использованием TTS-технологий дают возможность прогонять тысячи тестовых сценариев. Симуляция акустических условий позволяет эмулировать различные шумовые обстановки. API-тестирование дает возможность проверять корректность обработки текстовых запросов, минуя этап распознавания. Согласно исследованию Andrés, автоматизированные платформы могут достигать F1-меры до 0.92 при оценке качества диалогов [10].

Однако автоматизация неспособна заменить человека в оценке естественности диалога. Ручное тестирование остается обязательным, поскольку живые тестировщики выявляют

проблемы, которые автоматические системы пропускают. Только человек может оценить, насколько естественно звучит ответ, корректно ли учитываются интонационные нюансы. Rugayan и соавторы показали, что корреляция между WER и субъективным восприятием качества нелинейна: при одинаковом WER семантическая значимость ошибок может различаться кардинально [11].

Оптимальное соотношение автоматизации и ручного тестирования зависит от стадии разработки. На ранних этапах ручное тестирование занимает до 80% времени, на этапе сопровождения доля автоматизации возрастает до 70-80%. Краудсорсинговое тестирование занимает промежуточное положение: оно позволяет привлечь пользователей с разными акцентами, но требует контроля качества [12].

Критические аспекты оценки распознавания команд

Точность распознавания – фундамент успешной работы ассистента. При тестировании необходимо отслеживать ключевые показатели: Word Error Rate (WER), Intent Recognition Rate, False Acceptance Rate (FAR) и False Rejection Rate (FRR). Особенно важна оценка влияния различных типов ошибок ASR на downstream-задачи NLU, поскольку не все ошибки одинаково критичны [13].

Базовая метрика WER вычисляется на основе расстояния Левенштейна:

$$WER = (S + D + I) / N * 100\%, \quad (1)$$

где S – количество замен, D – удалений, I – вставок, N – количество слов в эталоне. WER может превышать 100% при катастрофическом отказе распознавания.

Для корпоративных систем приемлем WER не более 10% для офиса и 20% для производства. В медицинских и финансовых приложениях требования жестче: WER <5-8%. Традиционные метрики критикуют за ограниченную корреляцию с человеческим восприятием, предлагая альтернативы вроде minimum edit distance (minED).

При тестировании важно учитывать акустические, лингвистические, технические и контекстные вариации. Для оценки качества произнесения фраз применяются методы глубокого обучения нейронных сетей [14]. Особого внимания требуют «граничные случаи» – близкие по звучанию команды, омонимы, специфические термины.

Заключение

Тестирование голосовых помощников – непрерывный процесс совершенствования. Современные голосовые интерфейсы должны не просто распознавать команды, но и понимать контекст, справляться с неоднозначностями и обеспечивать естественность взаимодействия. Комбинация автоматизированных и ручных методов, внимание к техническим метрикам и пользовательскому опыту позволяют создать ассистента, эффективно решающего задачи в корпоративной среде. Дальнейшие исследования должны быть направлены на разработку отраслевых стандартов тестирования и создание специализированных речевых корпусов.

Библиографический список

1. Andrés E., Corcuera-Platas I., Gómez-Adorno H. Evaluation of Conversational Agents: Assessment of Commercial Testing Platforms // Proceedings of the 13th Language Resources and Evaluation Conference. – 2022. – P. 642-651.

2. Li C., Yao J., Chen W. et al. ASR-GLUE: A New Multi-task Benchmark for ASR-Robust Natural Language Understanding // arXiv preprint arXiv:2408.13862. – 2024.

3. Hamming AI. The State of Voice AI: Benchmark Report 2024. – San Francisco: Hamming, 2024. – 47 p.

4. Radlinski F., Cramer H. VOICE: A Framework for Evaluating Conversational Agents // CHI 2022 Workshop on Evaluating Conversational Agents. – 2022. – P. 1-8.

5. Sharma V., Kumar R., Singh P. Integration Testing Strategies for Voice-Enabled Enterprise Applications // International Journal of Software Engineering and Knowledge Engineering. – 2023. – Vol. 33, No. 4. – P. 589-612.

6. Williams J., Raux A., Henderson M. The Dialog State Tracking Challenge Series: A Review // Dialogue & Discourse. – 2022. – Vol. 13, No. 1. – P. 1-35.

7. Jurafsky D., Martin J. H. Speech and Language Processing. 3rd ed. – Stanford: Stanford University Press, 2024. – Chapter 15: Dialogue Systems.

8. Rugayan J., Svendsen T., Torsæter G. Semantic Meaning-Aware Evaluation for ASR // Proceedings of Interspeech 2023. – 2023. – P. 1493-1497.

9. Чучупал В.Я., Чукарина Е.С. Компьютерное тестирование произносительных навыков на основе глубоких нейронных сетей // Вестник Московского университета. Серия 19: Лингвистика и межкультурная коммуникация. – 2023. – № 4. – С. 98-112.

10. Palanica A., Thommandram A., Fossat Y. Accuracy of Natural Language Processing-Based Speech Recognition in Healthcare // Journal of Medical Internet Research. – 2021. – Vol. 23, No. 9. – e30458.

11. Rao P., Sarma B. Acoustic Modeling Under Stress and Fatigue Conditions for Voice Assistants // IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. – 2022. – Vol. 30. – P. 2150-2163.

12. Mesnil G., Dauphin Y., Yao K. et al. Using Recurrent Neural Networks for Slot Filling in Spoken Language Understanding // IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. – 2015. – Vol. 23, No. 3. – P. 530-539.

13. Рабинер Л., Джуанг Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

14. Lapina M., Kipyatkova I. Analysis of Modern Approaches to the Assessment of Speech Quality for Voice Assistants // Proceedings of the 32nd Conference on Open Innovations Association FRUCT. – 2023. – P. 145-152.

УДК 004.942; ГРНТИ 28.23.

РАЗРАБОТКА ТРЕНАЖЕРА ОПЕРАТОРА СКЛАДА НА БАЗЕ WPF ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ОСНОВ ЛОГИСТИКИ

К.А. Балог, А.Р. Филин

Рязанский институт (филиал) Московского политехнического университета
Российская Федерация, Рязань, DJJLexa@yandex.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается процесс создания приложения-тренажера для симуляции работы оператора склада. Целью разработки является создание наглядного инструмента для демонстрации принципов оперативного менеджмента складских запасов с учетом ключевых ограничений: вместимости склада и лимита на количество единиц техники. Приложение, разработанное на платформе WPF, предоставляет интуитивно понятный интерфейс для управления заявками на загрузку и выгрузку товара, а также настройки параметров склада. Особое внимание уделено корректной обработке пользовательского ввода и визуализации текущего состояния системы.

Ключевые слова: имитационное моделирование, тренажер оператора, управление складом, WPF разработка, C#, валидация данных

DEVELOPMENT OF A WAREHOUSE OPERATOR SIMULATOR BASED ON WPF FOR STUDYING THE BASICS OF LOGISTICS

K.A. Balog, A.R. Filin

Ryazan Institute (branch) of Moscow Polytechnic University
Ryazan, DJJLexa@yandex.ru

Abstract. This paper discusses the process of creating a simulator application for modeling the work of a warehouse operator. The purpose of the development is to create a visual tool for demonstrating the principles of operational inventory management, considering key constraints: warehouse capacity and the limit on the number of vehicles. The application, developed on the WPF platform, provides an intuitive interface for managing requests for loading and unloading goods, as well as configuring warehouse parameters. Special attention is paid to the correct handling of user input and visualization of the current state of the system.

Keywords: simulation modeling, operator simulator, warehouse management, WPF development, C#, data validation

Введение

Задача эффективного управления складским хозяйством является одной из ключевых в современной логистике [1]. От того, насколько быстро и правильно оператор принимает решения о приемке и отгрузке товара, зависит оборачиваемость запасов и бесперебойность работы всего предприятия.

Для обучения персонала и отработки навыков оперативного управления целесообразно использовать специализированные программные тренажеры [4]. Такие симуляторы позволяют в безопасной среде, без риска для реальных товарных запасов, ознакомиться с интерфейсом и логикой работы складских информационных систем [2]. В рамках предлагаемого исследования рассматривается приложение «NIBBA Inc. Warehouse Manager», разработанное студентами РИ(ф)МПУ. Данное приложение, созданное на платформе WPF, позволяет симулировать работу оператора склада: создавать заявки на транспорт, управлять процессами загрузки и выгрузки условных единиц товара, а также гибко настраивать параметры склада. Программа выпускается под торговой маркой NIBBA Inc. и соответствует высоким требованиям качества и функциональности.

Решение задачи детектирования объектов

Решение задачи симуляции в разработанном приложении реализовано через взаимодействие нескольких функциональных модулей (вкладок), каждая из которых отвечает за свой этап операционной деятельности. Основные этапы работы с системой:

1. **Создание заявок (вкладка «Запросы»)** – формирование парка машин с указанием направления движения (на склад или со склада) и объема товара.
2. **Управление приемкой (вкладка «Загрузка»)** – обработка прибывших машин и размещение товара на складе.
3. **Управление отгрузкой (вкладка «Выгрузка»)** – обработка машин, ожидающих товар со склада.
4. **Конфигурирование (вкладка «Склад»)** – настройка ограничений системы и мониторинг текущего состояния.

Ключевой особенностью является строгое соблюдение бизнес-правил: склад не может быть заполнен сверх лимита, а количество активных заявок ограничено. Любое действие оператора проверяется системой на соответствие этим правилам.

Описание модулей приложения

Вкладка «Запросы» (Формирование заявок)

Основная функциональность по созданию задач для симуляции сосредоточена здесь. Нажатие кнопки «+ Добавить машину» создает новую запись в таблице заявок. Для каждой машины оператор может задать:

- уникальный номер;
- вместимость;
- направление движения («На склад» для загрузки или «Со склада» для выгрузки);
- количество товара (целое положительное число).

Важным элементом является *валидация ввода* [4]. Система строго контролирует поле «Количество товара». Если поле пустое, содержит отрицательное число, нецелое значение или символьные данные, при попытке создания заявки (нажатии кнопки *«Стартовать и закрыть»*) пользователю будет выведено соответствующее сообщение об ошибке, что предотвращает некорректную работу симуляции. После успешной валидации и нажатия кнопки *«Стартовать и закрыть»*, созданные заявки распределяются по вкладкам «Загрузка» или «Выгрузка» в зависимости от указанного направления.

Вкладка «Загрузка» (Приемка товара)

Данная вкладка отображает очередь грузовиков, прибывших на склад для разгрузки. Интерфейс представляет собой таблицу, содержащую:

- номер машины;
- вместимость;
- загруженность (текущее количество товара в машине).

Для каждой записи доступны два действия: кнопка *«На склад»*, которая инициирует перенос товара с машины на склад (увеличивая загруженность склада), и красный крестик для закрытия (удаления) заявки. При нажатии кнопки *«На склад»* система проверяет, не превысит ли текущая загрузка склада установленный максимум, и только при успешной проверке выполняет операцию.

Вкладка «Выгрузка» (Отгрузка товара)

Эта вкладка отображает очередь грузовиков, ожидающих погрузки товара со склада. Интерфейс аналогичен: таблица с номером машины, запрашиваемым объемом и статусом (например, «Ожидает»). Кнопка *«Со склада»* инициирует процесс отгрузки: система проверяет наличие достаточного количества товара на складе и, при его наличии, уменьшает загруженность склада. Красный крестик позволяет отменить заявку.

Вкладка «Склад» (Настройки и мониторинг)

Данный модуль выполняет две важные функции. Во-первых, он отображает текущее состояние системы в реальном времени: «Текущая загрузка: 0 / 100 ед.». Во-вторых, он предоставляет возможность изменения ключевых параметров симуляции:

- *Максимальная вместимость склада* (по умолчанию 100 ед.);
- *Максимум машин в очереди* (ограничение на количество одновременно активных заявок, например, 3 шт.).

Изменение параметров осуществляется через поля ввода с последующим нажатием зеленой кнопки *«Сохранить»*. Здесь также реализована строгая валидация: система проверяет, что введены целые положительные числа [4]. При успешном сохранении выводится уведомление. Кнопка *«Сбросить»* позволяет вернуться к последним успешно сохраненным характеристикам.

Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования были выполнены на тестовой версии приложения, разработанного на платформе .NET (C#) с использованием WPF (Windows Presentation Foundation). Характеристики экспериментального стенда приведены в таблице 1

Таблица 1. Характеристики экспериментального набора данных

Характеристика	Значение
Вместимость склада (по умолчанию), ед.	100
Максимальное количество активных заявок (по умолчанию)	3
Типы операций	Загрузка (приемка), Выгрузка (отгрузка)
Платформа разработки	.NET 10.0 / WPF
Начальное состояние склада (по умолчанию), ед.	0

В ходе тестирования проверялись следующие сценарии:

1. Сценарий "Норма": создание заявок на загрузку и выгрузку в рамках лимитов, выполнение операций. Система корректно обновляла загруженность склада на всех вкладках;
2. Сценарий "Переполнение": попытка загрузить на склад товара больше максимума. Система блокировала операцию;
3. Сценарий "Отрицательный остаток": попытка выгрузить товара больше, чем есть на складе. Система блокировала операцию;
4. Сценарий "Валидация ввода": ввод некорректных данных в полях количества товара и настроек склада. Система каждый раз выдавала ошибку и не давала продолжить некорректную операцию;
5. Сценарий "Лимит очереди": попытка добавить машин больше установленного максимума. Система не позволяла превысить лимит.

Тестирование подтвердило стабильную работу логики приложения и корректную обработку всех граничных состояний, что делает его пригодным для использования в учебных целях. Информация о текущей загруженности склада, отображаемая в правом нижнем углу каждой вкладки, автоматически обновляется при всех операциях, обеспечивая оператора актуальными данными.

Рис. 1. Страница создания заявок на загрузку/выгрузку

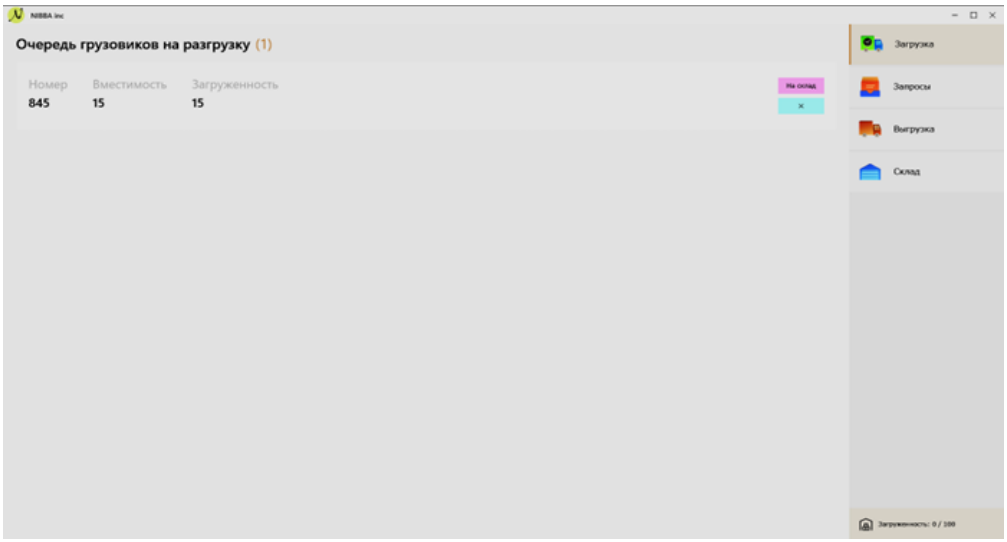


Рис. 2. Страница управления очередью грузовиков на разгрузку

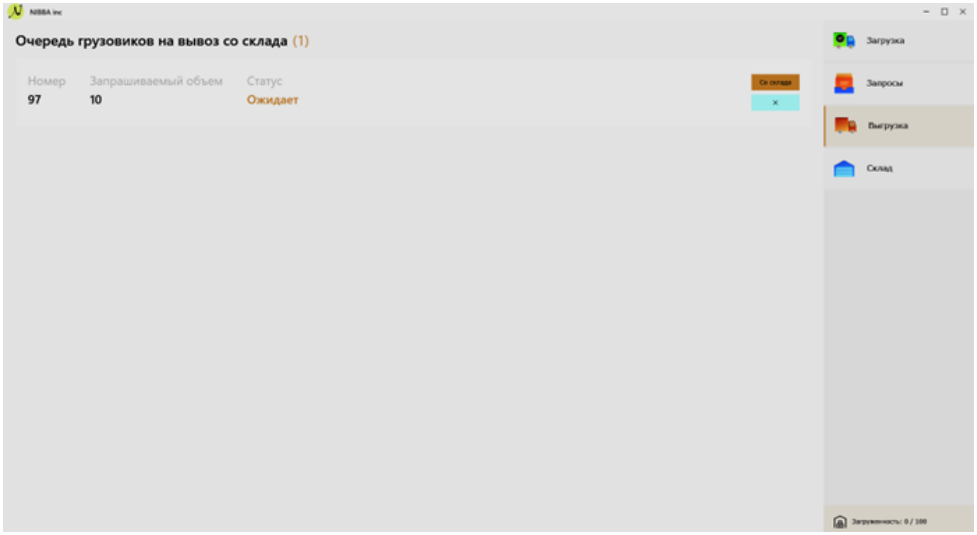


Рис. 3. Страница управления очередью грузовиков на выгрузку

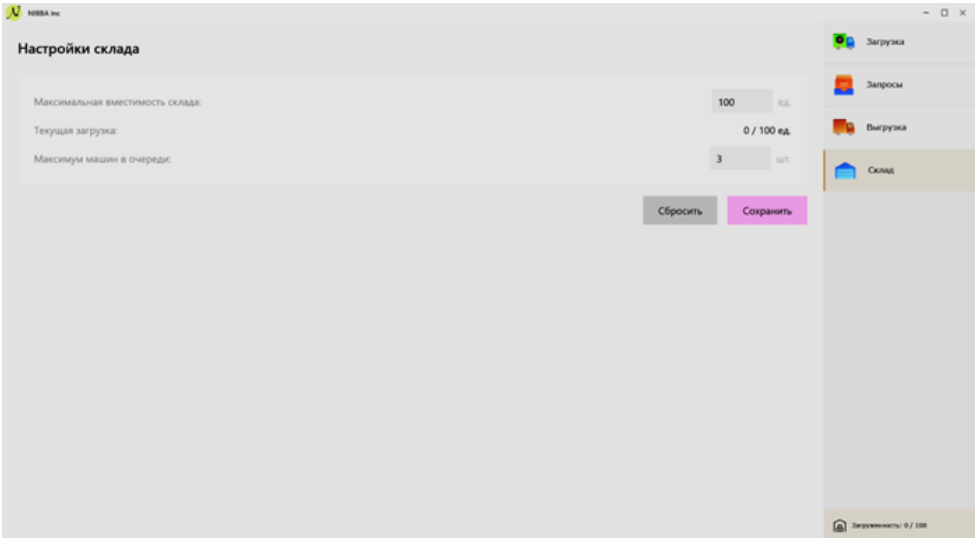


Рис. 4. Страница управления складом

Выводы

Было разработано приложение-тренажер оператора склада на базе WPF. Экспериментальные исследования подтвердили его функциональность и соответствие заявленным требованиям. Показано, что использование данного приложения позволяет в наглядной форме продемонстрировать принципы оперативного менеджмента запасами [3], важность соблюдения лимитов и роль валидации данных в автоматизированных системах управления [4].

Разработанный программный продукт может быть рекомендован для использования в учебном процессе при подготовке специалистов в области логистики и автоматизации складского учета [1]. Программа произведена в России и полностью готова к эксплуатации под торговой маркой NIBBA Inc.

Библиографический список

1. Bowersox, D. J., & Closs, D. J. (2017). Logistics: An integrated supply chain. Olymp-Business.
2. Johnson, A. R., & Smith, B. L. (2020). Digital transformation in supply chains. Journal of Business Logistics, 41(3), 215–230.
3. Shapiro, J. F. (2019). Modeling the supply chain. Piter.
4. Thompson, C. (2022). Agile methodologies in software development. IEEE Software, 39(2), 45–52.

УДК 004.92; ГРНТИ 76.01.85

ОРГАНИЗАЦИЯ ВНУТРЕННЕГО ПРОСТРАНСТВА СКЛАДА И ДИЗАЙН КАК ФАКТОР ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕДИЦИНСКОЙ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Е. В. Паринова*, М. В. Паринов**

**Воронежский государственный технический университет, Российская Федерация, Воронеж, ysahno86@gmail.com*

*** Воронежский государственный технический университет, Российская Федерация, Воронеж, parmax@mail.ru*

Аннотация. В статье рассматриваются дизайн и аспекты организации внутреннего пространства центрального склада скорой медицинской помощи (СМП) и как ключевых факторов эффективности медицинской логистической системы. Анализируются существующие подходы к функциональному зонированию складских помещений, классификация схем размещения зон, разработка новой схемы зонирования. Особое внимание уделяется концепции кругового зонирования применительно к частично автоматизированному складу. Представлены практические рекомендации по дизайну организации пяти функциональных зон.

Ключевые слова: функциональное зонирование, дизайн складских помещений, автоматизация склада, визуальная навигация, медицинские логистические системы.

ORGANIZATION OF INTERNAL WAREHOUSE SPACE AND DESIGN AS A FACTOR IN THE EFFICIENCY OF A MEDICAL LOGISTICS SYSTEM

E. V. Parinova*, M. V. Parinov**

**Voronezh State Technical University, Russian Federation, Voronezh, ysahbo86@gmail.com*

*** Voronezh State Technical University, Russian Federation, Voronezh, parmax@mail.ru*

Abstract: the article examines the design and aspects of organizing the internal space of a central emergency medical services (EMS) warehouse as key factors in the efficiency of a medical logistics system. Existing approaches to the functional zoning of warehouse premises are analyzed, along with a classification of zone layout schemes and the development of a new zoning scheme. Special attention is paid to the concept of circular zoning as applied to a partially automated warehouse. Practical recommendations are presented for the design and organization of five functional zones.

Keywords: functional zoning, warehouse design, warehouse automation, visual navigation, medical logistics systems.

Существует большое количество методик для оценки экспортного потенциала предприятия. Организация внутреннего пространства склада и его дизайн являются одним из фундаментальных факторов, определяющих производительность всей цепи поставок [1,2]. Ключевая цель при этом – сформировать такую конфигурацию функциональных зон, которая обеспечит непрерывность материального потока и сократит временные затраты на обработку грузов. Помимо точности логистических расчётов, существенную роль играет дизайн среды. Именно дизайн определяет скорость ориентации работника в пространстве, насколько интуитивно понятные ему маршруты и как визуально выделены ключевые участки [3].

Отсутствие чёткой структуры мест хранения и понятной навигации работа превращается в хаос, приводит к дезориентации работника, растёт затраты времени и ресурсов. В связи с этим разделение склада на зоны и их визуальное оформление является обязательным компонентом дизайн-проекте такого рода помещения [3].

Наша задача в дизайне и зонировании – создать идеальную систему движения материальных потоков с наименьшими задержками, без аварийных остановок. При этом дизайн выступает не просто инструментом эстетики, а как функциональный инструмент навигации: подобно тому: на складе каждая зона должна «сообщать» работнику о своём назначении через цвет, свет и форму [3]. В рассматриваемом проекте центрального склада СМП, зонирование играет ключевую роль в разработке дизайна.

Существует ряд распространённых схем зонирования складских помещений, по которым можно разделить пространство [7]:

1. Линейная схема организует материальный поток по прямой – приём, хранение, комплектация, отгрузка;
2. Схема параллельных потоков предлагает использовать несколько линий для обработки разных типов товаров;
3. П-образная схема размещает зоны приёма и отгрузки товаров рядом, при этом они не пересекаются, что экономит площадь.

Для рассматриваемого объекта центральный склад СМП предлагается разработать и внедрить круговую схему зонирования. Данная схема является новым предлагаемым решением и максимально соответствует специфике работы склада такого типа, обеспечивая непрерывность процессов [2].

Если разделить склад на пять функциональных участков и присвоить каждому из них уникальные дизайн-коды (цветовое решение стен, напольную разметку, тип освещения), это будет способствовать ускорению обработки заказов, упрощению управления запасами и повышению общей производительности склада в целом.

Предлагается разделить склад на следующие основные зоны в соответствии с принципом круговой непрерывности работы, уделяя внимание их эргономике и визуальному кодированию.

Зона приемки товара. Это первое зона, куда поступают товары на склад. Необходимо спроектировать просторную и функциональную зону приема товара. В рассматриваемом проекте зона приема товара и отгрузки объединены в единый проём, разделённое на две части. Задача дизайна – обеспечить быструю ориентацию: части проёма должны визуально чётко дифференцироваться на приемочную и отгрузочную [3]. Покрытие пола должно быть с износостойким покрытием и специальной разметкой. Критически важными элементами является экран с отображением данных о сканированном товаре и зоне его хранения, немаловажно хорошее освещение в месте разгрузки товара [4]. Так как рассматриваемый склад является автоматизированным, при сканировании штрих-кода поступившего товара отобразится его место (метка) на стеллаже, это даст возможность работнику оперативно понять и без потери времени на поиск разместить в нужном отсеке на стеллаже. На практике это поможет работнику склада быстро обработать принятый товар без задержек, сразу понимая, куда направить поступающий товар на временное хранение, при этом не задерживая транспортное средство.

Зона хранения. Это одна из основных частей склада, где товары размещаются на стеллажах. Задача дизайна обеспечить понятную и простую схему зонирования данного пространства. Зона хранения напрямую связана с приемкой товара, поэтому связь между ними должна подчёркиваться графически: например, напольная разметка (линии, стрелки) ведет от зоны приемки к конкретным стеллажам. Максимальное удобство в работе, если торцы стеллажей пронумерованы крупными номерами с использованием цветовых обозначений (в зависимости от категории товара), что позволит быстро расставить товар и при необходимости так же быстро его найти [6]. На текущее время, существует более удобная система распознавания, на каком стеллаже находится товар или на какой его нужно разместить, а именно электронная связь стеллажей хранения товара, робота и зоны приема с выводом на экран нужной ячейки в зоне хранения. Дизайн обозначений на экране нужных ячеек, при использовании такой схемы работы склада, является важным и напрямую влияет на понимание работника его дальнейших действий.

Зона автоматизированного комплектования товара. В данной зоне работа проводится в основном автоматизированным роботом, практически без участия человека [8]. Задача работника – в переноске принятых упаковок с зоны хранения к зоне дальнейшей загрузки роботом. Далее, робот собирает комплекты товаров для дальнейшей отправки [5, 8]. Опти-

мальная планировка этой зоны связана с зоной хранения напрямую, но критически важным становится дизайн интерфейсов и визуальных подсказок. Визуальное восприятие обозначений на мониторе компьютера даёт понятие работнику из какой зоны ему нужно принести необходимый товар роботу для загрузки, поэтому важно сделать обозначения максимально простыми, контрастными и понятными [5].

Зона хранения собранных комплектов. В этой зоне хранятся уже готовые к отгрузке комплекты, собранные роботом. Время нахождения товаров в данной зоне сравнительно мало. Они размещаются на специальных стеллажах, которые дают возможность быстрому доступу работнику и дальнейшей перевозке собранных комплектов к зоне отгрузке. Дизайн здесь проявляется в выборе типа стеллажей и их маркировке, которая должна контрастировать с зоной основного хранения, чтобы работник мог видеть разницу и интуитивно понимал, где зона хранения принятого товара и где хранятся собранные комплекты готовые к отгрузке [6].

Зона отгрузки. Это место, где сформированные комплекты товаров готовятся к отправке. Проектирование зоны отгрузки проводится максимально просторной и удобной для быстрой загрузки транспорта [1]. В нашем случаи зона отгрузки будет единым окном с зоной приема товара. Дизайн данной части склада должен обеспечить удобство и наглядное понимание в какой части окна прием товара, а в какой отгрузка готовых комплектов, на месте загрузки обязательно наличие автоматизированной системы учёта сформированных комплектов товара, которая понятно будет отображать всю информацию по отправке на мониторе.

Концепция дизайна беспрерывности работы склада тесно связана с круговым зонированием склада, схема кругового зонирования склада наглядно отображена на рисунке 1:

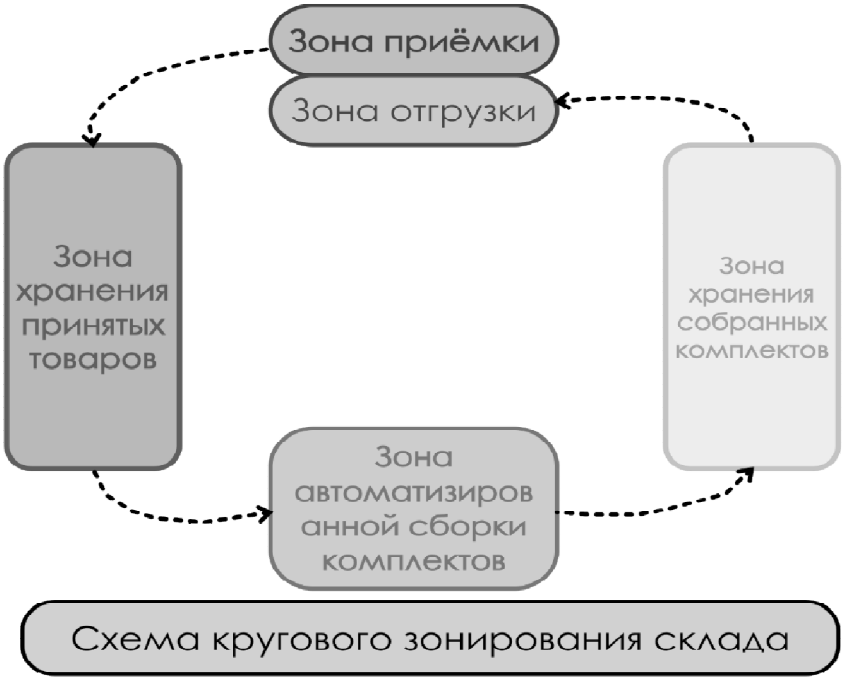


Рис. 1. Схема кругового зонирования склада.

Преимущества зонирования и продуманного дизайна склада:

1. Скорость выполнения операций увеличивается за счёт сокращения путей перемещения и мгновенной идентификации нужной зоны;
2. Точность работы многократно возрастает: с использованием автоматизированного робота снижаются ошибки при комплектации, чёткая маркировка стеллажей минимизирует человеческий фактор в работе персонала;

3. Повышается безопасность работника склада (за счёт эргономики и понятной навигации) и сохранность товара;

4. Улучшается контроль над запасами, складское пространство используется рациональнее;

5. Снижаются издержки, растёт производительность, повышается лояльность сотрудника к своей работе, так как ему комфортно и приятно находится в хорошо организованном и визуально упорядоченном пространстве.

Необходимо заметить высокую важность организации зонирования на стеллажах по типам товара [2]. Основная задача – разделить товар по характеристикам, определить товар, который чаще всего имеет спрос (быстрооборачиваемые товары), и разместить их ближе к краю стеллажа и зоне погрузки у робота. Товары, которые имеют небольшой спрос разместить в дальних частях стеллажа. Таким образом мы сможем обеспечить возможность быстрого доступа к наиболее востребованным товарам. Это напрямую повлияет на скорость работы сотрудника, даст возможность минимизировать его физическую усталость [2]. Товары, которые требуют специальных условий хранения, будут расположены в специально оборудованной зоне ближе к зоне погрузки, с контролем температуры и влажности. Отдельные виды товаров, которым требуется безопасное хранение, размещены в сейфе.

Организация склада с разделением на функциональные и товарные зоны - это залог эффективной работы, а продуманный дизайн зон поможет выстроить правильное визуальное восприятие каждой зоны для работника [3]. Цвет стен, дизайн стеллажей, тип освещения, напольная графика и указатели создают среду, в которой сотрудник чувствует себя уверенно, понимает логику процессов ощущает себя не просто исполнителем, а важной частичкой всей сложной системы.

Библиографический список

1. Бавбель, Е. И. Обоснование параметров и площади функциональных зон склада / Е. И. Бавбель, А. И. Науменко, К. А. Яльчик // Лесная инженерия, материаловедение и дизайн: материалы 89-й научно-технической конференции (с международным участием), Минск, 3-18 февраля 2025 г. – Минск: БГТУ, 2025. – С. 90-92.

2. Ишмаева Е. Г. Оптимизация управления складским хозяйством ООО «УК Логистика» / Е.Г. Ишмаева, А.А. Исламова // Эффективные системы менеджмента: Качество. Биоэкономика. Кадровый и технологический суверенитет: сборник научных статей XII Международного научно-практического форума, 19-21 марта 2025 г. / под ред. И. И. Антоновой. – Казань: Познание, 2025. – С. 155-158.

3. Яковлев М.А. Modern territories of warehouse complexes / М.А. Яковлев // Innovative Project. – 2016. – Т. 1. – № 4. – С. 117-122. – DOI: 10.17673/IP.2016.1.04.14.

4. 10 способов оптимизации логистики склада: от выбора техники до автоматизации процессов // MySeldon

5. Пошагово: как работает роботизированная зона на складе «Восток-Сервис» // Ronavi Robotics

6. Warehouse Locations – Bin & Zone Topology // SG Systems Global.

7. Туленкова А.В. Организация и управление логистическим процессом перемещения и хранения грузов на складах организации: выпускная квалификационная работа магистра / А.В. Туленкова. – Санкт-Петербург: СПбПУ, 2024. – DOI: 10.18720/SPBPU/3/2024/vr/vr24-5653.

8. Паринов М.В., Паринова Е.В., Агеев И.А. Обоснование выбора решений для автоматизации центрального склада региона скорой медицинской помощи // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2026. – Т. 22. – № 1. – С. 45-51. (в печати).

УДК 004.9; ГРНТИ 20.53

АРХИТЕКТУРА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ПОТЕНЦИАЛА СОТРУДНИКОВ ПРЕДПРИЯТИЯ ДЛЯ ИНТЕГРАЦИИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ДАННЫХ ИЗ КОРПОРАТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ

И.А. Исаева
МИРЭА – Российский технологический университет,
Российская Федерация, Москва, isaeva_i@mirea.ru

Аннотация. В работе рассматривается проблема необходимости использования гетерогенных данных из различных корпоративных источников для оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия. Целью работы является разработка архитектуры информационной системы для сбора, унификации и интеграции данных из корпоративных источников. Предложена многоуровневая архитектура, включающая: уровень сбора и нормализации данных (с использованием формата JSON-LD), уровень хранения и интеграции (на основе онтологической модели), уровень аналитики и поиска, интерфейсный уровень. Также описаны сценарии использования системы.
Ключевые слова: интеллектуальный потенциал, гетерогенные данные, цифровая трансформация, архитектура информационной системы, онтология компетенций.

ARCHITECTURE OF AN INFORMATION SYSTEM FOR ASSESSING THE INTELLECTUAL POTENTIAL OF ENTERPRISE EMPLOYEES FOR THE INTEGRATION OF HETEROGENEOUS DATA FROM CORPORATE SOURCES

I.A. Isaeva
MIREA – Russian Technological University,
Russia, Moscow, isaeva_i@mirea.ru

The summary This paper examines the need to use heterogeneous data from various corporate sources to assess the intellectual potential of enterprise employees. The goal of the paper is to develop an information system architecture for collecting, unifying, and integrating data from corporate sources. A *multi*-tier architecture is proposed, including a data collection and normalization layer (using the JSON-LD format), a storage and integration layer (based on an ontology model), an analytics and search layer, and an interface layer. Scenarios for using the system are also described.
Keywords: intellectual potential, heterogeneous data, digital transformation, information system architecture, competency ontology.

В современном мире, с учетом происходящей цифровой трансформации предприятий, основным ресурсом становятся знания и компетенции сотрудников, которыми, в свою очередь, трудно управлять, не имея единого информационного пространства, в котором можно было бы соединить разрозненные данные из разных источников о навыках, опыте, квалификации сотрудников [1, 2]. Необходимо также отметить, что традиционные подходы к управлению персоналом не отвечают требованиям динамически развивающейся экономики, так как принятие управленческих решений часто требует оперативного доступа к достоверной и полной информации. Говоря про информационное пространство предприятия сейчас, в основном данные о сотрудниках разделены по множеству информационных систем, каждая из которых решает свои задачи. Так, например, в системах управления проектами зафиксировано, какой их сотрудников в каком проекте и на какой роли участвовал, корпоративные документы содержат информацию о публикациях и докладах сотрудников, а корпоративные коммуникационные платформы хранят цифровые следы обсуждений, которые при этом никак не учитываются в оценке.

Также каждая из систем использует собственные форматы данных, не интегрирована с другими системами и зачастую это приводит к дублированию или противоречию информа-

ции о сотрудниках, что затрудняет их оценку руководством, снижает качество планирования обучения и развития персонала. Все это в совокупности приводит к тому, что предприятие теряет возможность в полной мере использовать имеющийся интеллектуальный потенциал сотрудников предприятия, не может его максимизировать с учетом рыночных требований, а также управленческие решений принимаются в условиях информационной неопределенности. Целью данной работы является разработка архитектуры информационной системы, которая обеспечит сбор, унификацию и интеграцию гетерогенных данных о компетенциях сотрудников предприятия из различных корпоративных источников.

Анализ источников данных и требований к системе

Одним из основных источников данных о сотрудниках является кадровая информационная система, в которой хранятся структурированные данные о сотруднике от момента его трудоустройства. В кадровых системах фиксируются формальные характеристики – стаж работы сотрудника, уровень образования с указанием направления подготовки и учебного заведения, сведения о повышении квалификации, должностные перестановки (переход на другую должность или в другой отдел). Эти данные имеют юридическое значение и регулярно актуализируются, за счет чего обладают высокой степенью достоверности, однако указывают лишь на формальную сторону квалификации.

Также информацию о деятельности сотрудников предприятия накапливают системы управления проектами, в которых указывает не то, что сотрудник потенциально умеет (как в кадровых системах), а то, что он выполнял в ходе своей профессиональной деятельности: в каких проектах участвовал, какие роли исполнял, какие задачи решал. Это позволяет оценить и практический опыт применения компетенций сотрудником, и способность работать в команде. При этом проектные данные часто не связаны с профилем сотрудника в кадровых информационных системах, и в связи с этим не учитываются при формальной оценке его квалификации, хотя именно они могут наиболее точно охарактеризовать его реальный уровень владения навыками.

Еще одним источников данных о сотрудниках являются корпоративные базы знаний и документы, в том числе технические отчеты, научные публикации сотрудников, патенты – результаты интеллектуальной деятельности сотрудников, которые хранятся в неструктурированной форме. В этих источниках сотрудник является не исполнителем задач, а экспертом предметной области. Анализ материалов из этих источников позволяет выявить глубину проработки тем, способности к работе с методическими материалами, методологические навыки. Однако работа с этими источниками требует применения методов обработки естественного языка, так как данные в них представлены в виде текста, а не в виде формализованных записей.

Также важно отметить, что цифровые следы, которые отражают неформальную сторону профессиональной активности содержат различные коммуникационные платформы: корпоративные мессенджеры, системы совместной работы. Так, в обсуждениях и переписке с коллегами часто сотрудники высказывают свое экспертное мнение, при этом нигде это не фиксируется. В коммуникационых платформах также можно увидеть, что является неформальным лидером мнений, кто быстро готов дать ответ на сложный профессиональный вопрос. Это позволяет выявить скрытые компетенции (в том числе и «soft skills»), которые не отражаются ни в кадровых системах, ни в проектных отчетах. Однако эти данные наиболее сложно собирать и анализировать, так как у них отсутствует четкая структура и они разнородны.

Каждый из источников позволяет оценить интеллектуальный потенциал сотрудника с разных сторон, однако только совместное использование всех данных позволяет составить единую картину.

Множество источников приводит к тому, что данные из этих источников характеризуются разнообразием форматов и различной степенью структурированности. Например, в кадровых системах используются реляционные базы данных, в которых информация об образовании, стаже, должностях и отделах работы сотрудника организована в виде двумерных таблиц с определенными связями, доступ к которым осуществляется, например, через SQL-запросы. В свою очередь системы управления могут использовать как реляционные, так и нереляционные базы данных, и в NoSQL-базах данных могут использоваться JSON или XML структуры, которые допускают большую вариативность полей. Базы данных и корпоративные документы могут быть представлены в текстовых или табличных файлах разных типов: .docx, .pdf, .xslx , в которых информация не имеет жесткой схемы и может представлять слабоструктурированный или неструктурированный текст. А коммуникационные платформы генерируют огромные массивы данных в виде логов переписки, которые могут храниться как в специализированных системах управления журналами, так и в графовых базах данных для отражения связи между участниками обсуждений. И такой разных подход к хранению данных приводит к тому, что усложняется задача создания единого информационного пространства.

Также разная степень структурированности данных приводит к тому, что система оценки интеллектуального потенциала должна содержать как традиционные методы работы с базами данных (для работы со структурированными данными из кадровых систем), так и современные технологии обработки естественного языка (для работы с неструктурированными и полуструктурированными данными), причем для разных типов данных требуются разные алгоритмы проводимого анализа.

Еще одной задачей является необходимость семантического согласования данных, то есть приведения к единому смыслу информации, которая в разных источниках может обозначаться немного различно, и без семантического согласования система оценки интеллектуального потенциала предприятия не сможет понять, что в разных источниках речь идет об одном и том же качестве, что приведен к искажению реального уровня потенциала сотрудника. Для решения этой задачи необходимо разработать онтологию, которая бы устанавливала единую систему понятий и связей между ними [3].

Предлагаемая архитектура информационной системы

Архитектура информационной системы оценки интеллектуального потенциала сотрудников должна иметь многоуровневый принцип, что позволяет разделить задачи между разными функциональными уровнями и обеспечить гибкость и масштабируемость каждого из компонентов системы. Можно выделить четыре основных уровня: уровень сбора и нормализации данных, уровень хранения и интеграции, уровень аналитики и поиска, а также интерфейсный уровень, обеспечивающий взаимодействие с пользователями и внешними системами (рис. 1).

Рассмотрим представленную архитектуру подробнее.

На уровне сбора и нормализации данных основная задача сводится к получению данных из разных корпоративных источников, извлечению этих данных и приведению к единому виду. Для этого необходимо разработать программные адаптеры для работы с каждым из источников: реляционными базами данных, NoSQL базами данных, коммуникационными платформами. При этом адаптер должен не только извлекать данные, но также и приводить их к единому формату представления. В качестве единого формата представления данных предлагается использовать JSON-LD, который позволяет сочетать преимущества JSON [4] с возможностью включения семантической разметки, связывающей данные с элементами онтологической модели. Результатом работы на этом уровне архитектуры информационной

системы будут являться нормализованные, размеченные данные, которые готовы к загрузке в хранилище.

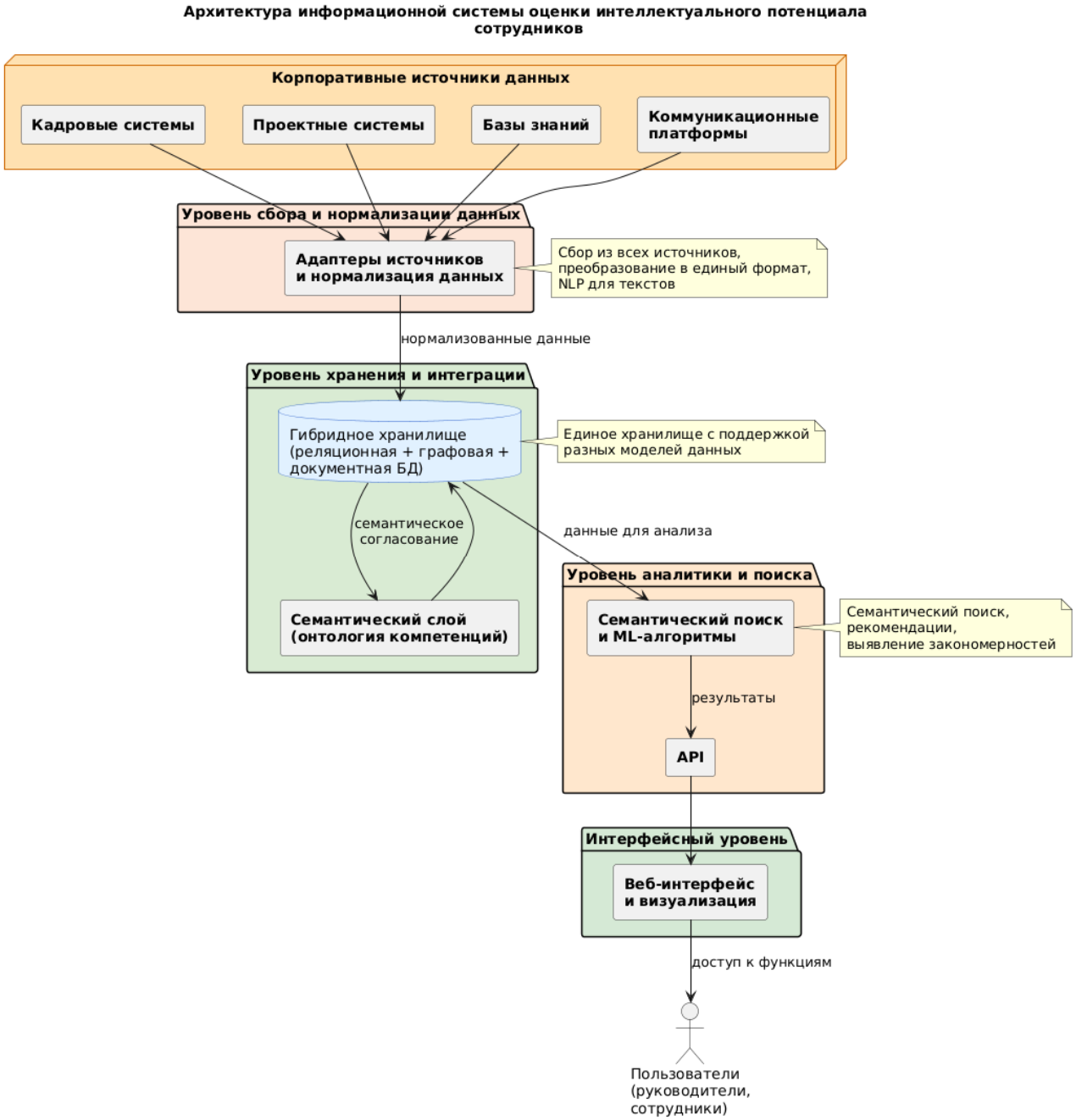


Рис. 1. Архитектура информационной системы оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия

Уровень хранения и интеграции отвечает за хранение данных и обеспечения их связи между собой, дедупликация данных, устранение противоречий в данных, полученных из разных источников. При этом целесообразно строить хранилище данных, в котором бы сочетались различные типы баз данных (реляционные, нереляционные). Поверх физического хранилища строится семантический слой, основанный на онтологии компетенций. Онтология задаёт единую систему понятий, их свойства и отношения, и все данные при загрузке сопоставляются с ее элементами.

На уровне аналитики и поиска происходит обработка данных и их превращение в информацию, которая может быть использована для принятия управленческих решений, в том

числе за счет использования семантического поиска, который учитывает смысл запроса благодаря использованию онтологической модели и поиска не в одной источнике (корпоративной системе), а среди всех имеющихся данных. Также за счет API можно добавить интеграции аналитических возможностей системы в существующие корпоративные системы.

Последний уровень архитектуры – интерфейсный – обеспечивает взаимодействие конечных пользователей (руководителей, сотрудников) с системой. Это может быть реализовано посредством веб-приложения или десктопного приложения. Важным элементом интерфейса являются инструменты визуализации, которые представляют сложные взаимосвязи в наглядной форме: графы коммуникаций, карты компетенций, диаграммы динамики развития навыков.

Использование именно многоуровневой архитектуры обеспечивает модульность и гибкость системы, разграничивает уровни по решаемым задачам и определяет интерфейсы для обеспечения взаимодействие между ними.

Сценарии использования информационной системы оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия

Информационная система оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия может использоваться в разных сценариях, но каждый из сценариев опирается на возможность системы агрегировать данные из разных источников, приводить в единой форме, устанавливать смысловые связи и предоставлять результаты для принятия управленческих решений.

Одним из основных сценариев использования является поиск экспертов, который позволяет находить среди сотрудников тех, кто обладает нужными компетенциями. При поступлении запроса система обращается к гибридному хранилищу и выполняет семантический поиск, который учитывает не только формальные названия компетенций, но и опыт участия в проектах, или научные достижения сотрудников, то есть учитывает смысловые связи, заранее заданные с помощью онтологической модели. На выходе пользователь получает список наиболее релевантных экспертов с обоснованием, почему каждый из этих сотрудников подходит для решения поставленной задачи, за счет чего становится возможным сократить время на поиск нужных сотрудников и повысить качество принимаемых управленческих решений.

Также сценарием внедрения информационной системы оценки интеллектуального потенциала является формирование проектных команд, хотя эта задача требует учета многих факторов [5]. Информационная система может проанализировать заявку на создание команды, извлекая необходимые компетенции сотрудников, затем подобрать кандидатов, учитывая их компетенции, опыт участия в аналогичных проектах, а также историю совместной работы. И на основе этих данных предложить руководителю несколько вариантов состава команды с рекомендациями по оптимальному распределению ролей.

Еще один сценарий применения связан с выявлением пробелов в компетенциях сотрудников, позволяя выявлять несоответствие текущего уровня интеллектуального потенциала предприятия и планируемых проектов предприятия, которые могут быть загружены из стратегических документов. В результате можно оценить, каких компетенций не хватает сотрудникам, насколько критичен этот дефицит и спланировать обучение сотрудников. Также для каждого сотрудника можно формировать индивидуальную траекторию развития, которая бы учитывала его текущий уровень профессиональных навыков, карьерные ценности конкретного сотрудника, и те навыки, которые будут востребованы на предприятии в ближайшее время. Это позволяет и планировать бюджет на обучение сотрудников, и выявлять кадровые риски и снижать их.

Заключение

В рамках проведенной работы предложена архитектура информационной системы оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия для интеграции гетерогенных данных из корпоративных источников. Предложенная архитектура позволяет решать проблемы разрозненности данных, их различной структурированности, семантической несогласованности и использования разных форматов хранения. Основным элементом архитектуры, необходимым для устранения представленных проблем является семантический слой на основе онтологической модели, который обеспечивает единую интерпретацию данных при их анализе. Использование информационной системы оценки интеллектуального потенциала способствует повышению качества принятия управленческих решений в условиях цифровой трансформации и позволяет находить экспертов, выявлять дефицит компетенций у сотрудников и позволяет выстраивать индивидуальные траектории развития сотрудников.

Библиографический список

1. Исаева И.А., Концепция развития интеллектуального потенциала в условиях цифровой трансформации / Исаева И.А. // Материалы XXX Всероссийской научно-технической конференции студентов, молодых ученых и специалистов «Новые информационные технологии в научных исследованиях» [Электронный ресурс]. – 2025. – стр.38-40

2. Глухова Л. В., Ершов Д.Д., Карцева Н.С., Интеллектуальный потенциал сотрудников организации как фактор социально-экономического развития // Вестник ВУиТ – 2024 – №3 (54) – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/intellektualnyy-potentsial-sotrudnikov-organizatsii-kak-faktor-sotsialno-ekonomicheskogo-razvitiya – Дата доступа: 20.02.2026.

3. Исаева И.А.. Онтологический подход к формализации интеллектуального потенциала предприятия в условиях цифровой трансформации / И.А. Исаева // Сборник статей XIV Международной научной конференции ИТ-Стандарт 2025. – 2025

4. Штарев А., Формат микроразметки JSON-LD: что это такое //А. Штарев // blog.promopult [Электронный ресурс] – 2018 – Режим доступа: https://blog.promopult.ru/seo/format-mikrorazmetki-json-ld-chto-eto-takoe.html – Дата доступа: 21.02.2026

5. Андрианова Е.Г., Буланова Ю.В., Применение комбинаторных методов для оценки выполнимости проектов предприятия высоко компетентным персоналом / Е.Г. Андрианова, Ю.В. Буланова // Фундаментальные исследования – 2015. – № 8-3. – стр. 449–453.

УДК 004.652.8; ГРНТИ 50.51

РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ФИТНЕС-СТУДИИ

Е.Ю. Тюняева, Т.А. Витязева

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, tyunyayevayelena@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается процесс проектирования информационной системы автоматизации деятельности студии фитнеса на основе процессного подхода. Представлена формализация ключевых бизнес-процессов с использованием нотации BPMN, выполнено концептуальное и логическое моделирование базы данных, а также обоснована структура физической модели. Особое внимание уделено обеспечению целостности данных и предотвращению конфликтов расписания при распределении ресурсов (залов и тренеров). Предложенная модель позволяет повысить эффективность управления студией, снизить количество ошибок при планировании занятий и обеспечить прозрачность учёта абонементов и посещаемости.

Ключевые слова: информационная система, автоматизация, BPMN, база данных, процессное моделирование, фитнес-студия, управление расписанием.

DEVELOPMENT OF AN INFORMATION SYSTEM FOR A FITNESS STUDIO

E.Yu. Tyunyaeva, T.A. Vityazeva
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, tyunyayevayelena@yandex.ru

Annotation. The article examines the process of designing an information system for automating the activities of a fitness studio based on a process-oriented approach. The formalization of key business processes using BPMN notation is presented. Conceptual and logical database models are developed, and the structure of the physical model is substantiated. Special attention is paid to ensuring data integrity and preventing scheduling conflicts in the allocation of resources (halls and trainers). The proposed model improves management efficiency, reduces errors in class planning, and ensures transparent accounting of subscriptions and attendance.
Keywords: information system, automation, BPMN, database, process modeling, fitness studio, schedule management.

Повышение интереса к здоровому образу жизни стимулирует рост количества фитнес-студий и увеличение клиентского потока, что влечет за собой значительный объем административной работы. Современные студии сталкиваются с необходимостью эффективного управления графиком тренировок, учета проданных абонементов, отслеживания посещаемости и оптимизации взаимодействия сотрудников. Недостаточная степень автоматизации процессов часто становится причиной ошибок в планировании, конфликтов расписания и приводит к снижению качества обслуживания клиентов. Таким образом, возникает потребность в создании специализированной информационной системы, способной повысить эффективность работы фитнес-студии посредством автоматизации основных бизнес-процессов.

Проектирование информационных систем требует комплексного подхода, включающего анализ предметной области, моделирование бизнес-процессов и разработку структуры базы данных [1]. Одним из эффективных методов формализации процессов является использование нотации BPMN, позволяющей визуализировать последовательность действий и потоки данных [2].

Целью данной работы является разработка модели информационной системы автоматизации деятельности студии фитнеса на основе процессного моделирования и формализации структуры данных.

Анализ предметной области

Деятельность фитнес-студии включает следующие ключевые процессы:

- формирование расписания занятий;
- назначение тренеров и залов;
- регистрация клиентов;
- продажа и учёт абонементов;
- запись на занятия;
- фиксация посещаемости;
- формирование отчётности.

Существующие решения зачастую ориентированы либо на CRM-функционал, либо на онлайн-запись, однако не обеспечивают комплексную интеграцию процессов и контроль логических ограничений, таких как двойное бронирование ресурсов или некорректное списание абонементов.

Для корректного проектирования системы необходимо выполнить:

1. Формализацию процессов;
2. Выделение сущностей предметной области;
3. Определение связей между ними;
4. Проектирование структуры базы данных [3].

Формализация бизнес-процессов

Для моделирования процессов использовалась нотация BPMN 2.0, обеспечивающая наглядное описание взаимодействия участников системы [2]. Диаграмма потоков данных для процесса организации проведения тренировки показана на рисунке 1.

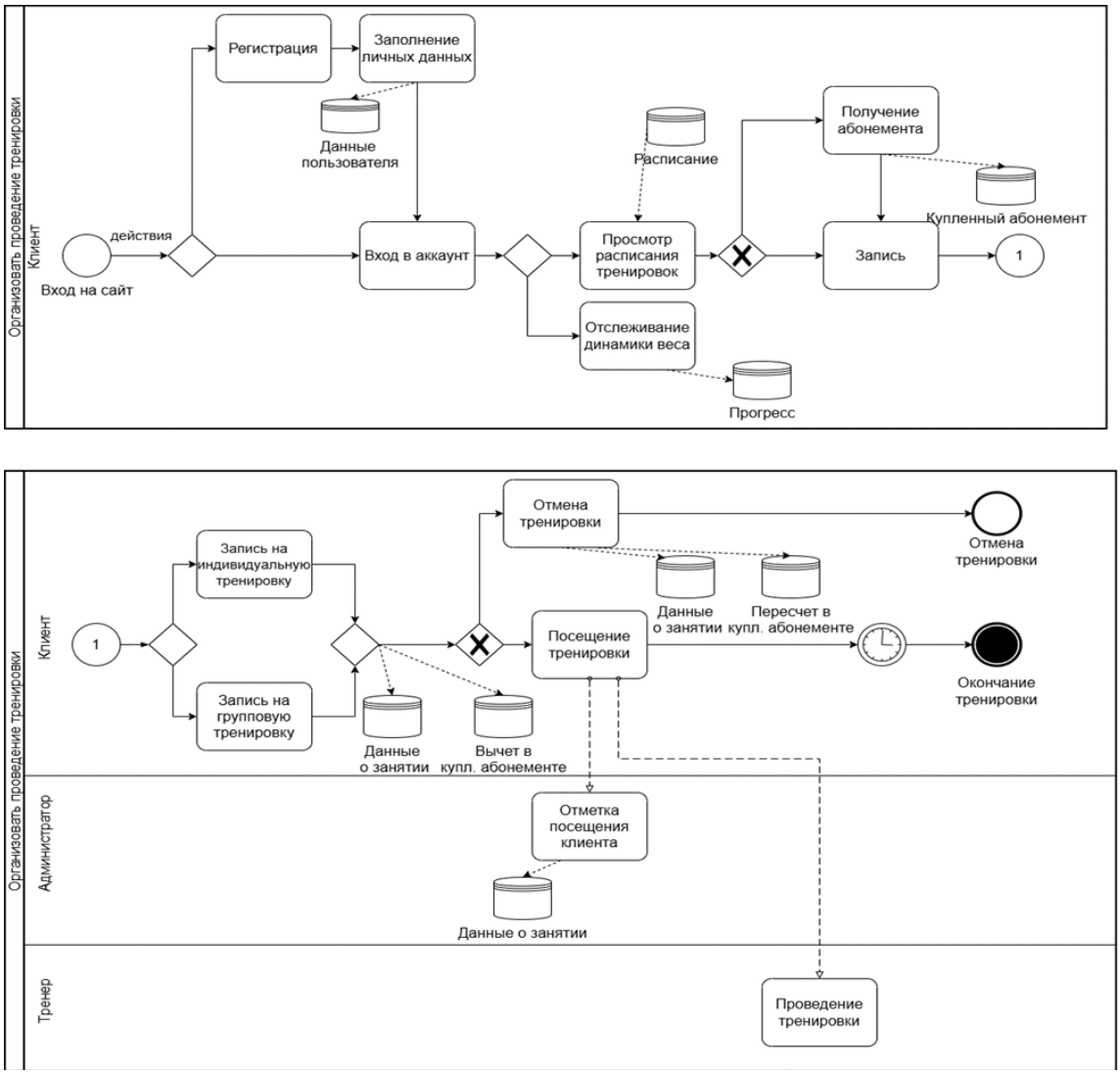


Рис. 1. Диаграмма потоков данных для процесса: «Организовать проведение тренировки»

Процесс включает следующие этапы:

1. Создание занятия администратором;
2. Назначение тренера и зала;
3. Проверка доступности ресурсов;
4. Сохранение занятия в базе данных;
5. Открытие записи для клиентов;
6. Проведение занятия и фиксация посещаемости.

Ключевым элементом является этап проверки доступности ресурсов. Система выполняет анализ пересечения временных интервалов занятий для предотвращения конфликтов.

Формально условие отсутствия конфликта можно представить следующим образом:

Для двух занятий A и B конфликт отсутствует, если:

$$t_1(A) \geq t_2(B) \text{ или } t_1(B) \geq t_2(A), \quad (1)$$

где t_1 – время начала, t_2 – время окончания занятия.

Таким образом, обеспечивается невозможность одновременного использования одного зала или одного тренера в разных занятиях.

Концептуальное моделирование

На основе анализа процессов были выделены основные сущности:

- Пользователь;
- Роль;
- Зал;
- Направление;
- Абонемент;
- Купленный абонемент;
- Занятие;
- Расписание;
- Запись клиента на занятие.

Связи между сущностями определяются через кардинальности 1:N и N:N [4].

Концептуальная модель предметной области представлена в виде ER-диаграммы (рис. 2), отражающей сущности и их взаимосвязи без детализации физических атрибутов хранения.

Основные сущности и их смысловая нагрузка:

- **Пользователь** – участник системы (клиент, администратор, тренер);
- **Роль** – определяет уровень доступа;
- **Занятие** – единица расписания;
- **Зал** – ресурс проведения;
- **Абонемент** – тип услуги;
- **Купленный абонемент** – экземпляр абонемента клиента;
- **Запись на занятие** – факт регистрации клиента;
- **Направление** – тип тренировки.

Концептуальная модель отражает логическую структуру предметной области и служит основой для дальнейшего логического проектирования базы данных.

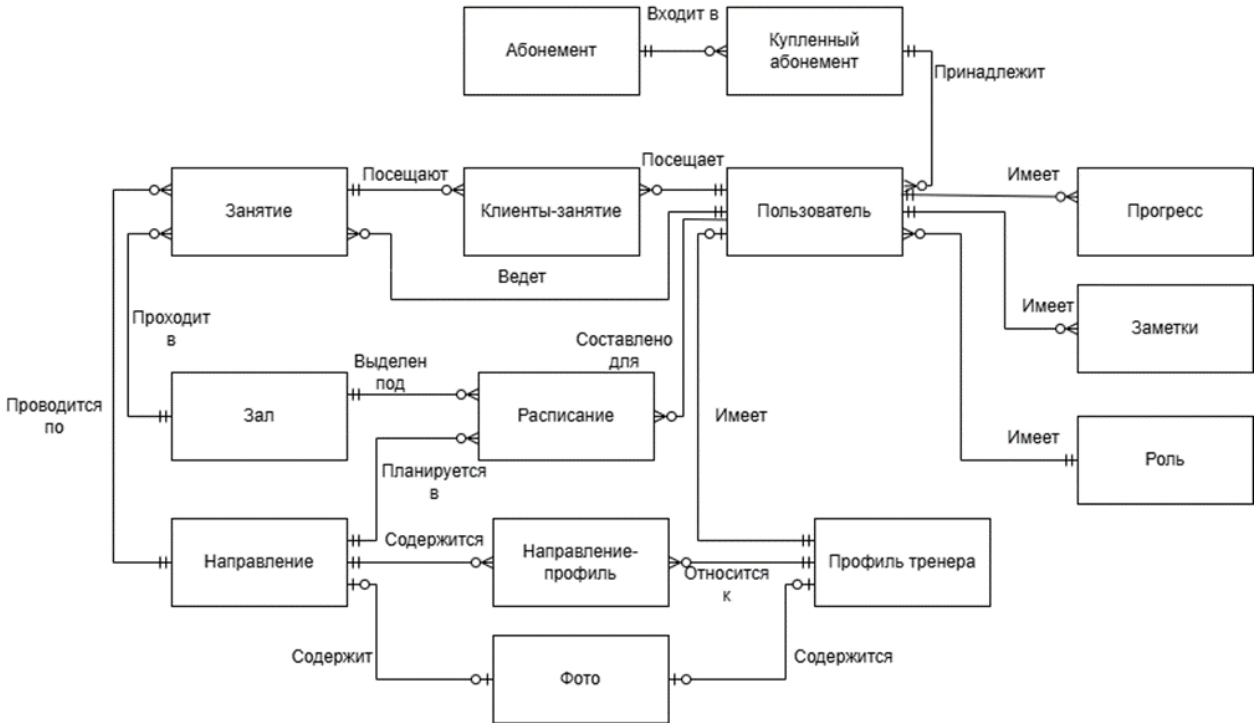


Рис. 2. Диаграмма сущностей и их связей

Пример ключевых связей:

- один пользователь имеет одну роль (N:1);
- один тип абонемента может быть приобретён многими клиентами (1:N);
- один тренер может вести несколько направлений (N:N).

Такое разделение обеспечивает логическую целостность и исключает избыточность данных.

Разработка логической модели данных

Логическая модель данных представлена в виде структуры реляционных таблиц с указанием атрибутов, первичных и внешних ключей (табл. 1).

Таблица 1. Фрагмент логической модели базы данных

Таблица	Основные атрибуты	Ключи
Users	user_id, fio, phone, email, role_id	PK: user_id, FK: role_id
Roles	role_id, role_name	PK: role_id
Halls	hall_id, name, capacity	PK: hall_id
Directions	direction_id, name	PK: direction_id
Trainings	training_id, start_time, end_time, hall_id, trainer_id, direction_id	PK: training_id, FK: hall_id, trainer_id, direction_id
Subscriptions	subscription_id, name, total_sessions, price	PK: subscription_id
PurchasedSubscriptions	purchase_id, user_id, subscription_id, remaining_sessions	PK: purchase_id, FK: user_id, subscription_id
Enrollments	enrollment_id, training_id, user_id	PK: enrollment_id, FK: training_id, user_id

Логическая модель включает определение атрибутов сущностей и ключей.
Каждая таблица имеет:

- первичный ключ (PK);
- внешние ключи (FK);
- ограничения NOT NULL;
- ограничения уникальности.

Пример

Таблица «Занятие» содержит поля:

- ID занятия (PK);
- дата и время начала;
- дата и время окончания;
- статус;
- ID тренера (FK);
- ID зала (FK);
- ID направления (FK).

Связи реализуются через механизм внешних ключей, что обеспечивает ссылочную целостность [5].

Таким образом, логическая модель формализует структуру хранения данных и обеспечивает основу для построения физической схемы базы данных.

Обеспечение целостности данных

Для корректной работы системы были определены следующие ограничения:

1. Запрет двойного бронирования зала;
2. Запрет назначения тренера на два занятия одновременно;
3. Контроль остатка занятий в абонементе;
4. Обязательная привязка занятия к направлению и тренеру.

Целостность поддерживается средствами СУБД через:

- ограничения PRIMARY KEY и FOREIGN KEY;
- CHECK-ограничения;
- транзакционный механизм обработки операций [6].

Особое внимание уделено корректному списанию занятий с абонемента. Операция записи клиента на занятие выполняется в рамках транзакции:

1. Проверка наличия действующего абонемента;
2. Проверка остатка занятий;
3. Создание записи;
4. Уменьшение остатка.

В случае ошибки транзакция откатывается, что исключает нарушение согласованности данных.

Разработка физической модели

Физическая модель определяет типы данных, индексацию и структуру хранения.

Для временных параметров используются типы TIMESTAMP и TIME.

Для стоимости – NUMERIC(10,2).

Для логических параметров – BOOLEAN.

Индексация применяется для:

- ID тренера;
- ID зала;
- даты занятия.

Это повышает производительность при выборках расписания и формировании отчётов [7].

Заключение

В результате выполненной работы была разработана модель информационной системы автоматизации деятельности студии фитнеса на основе процессного подхода.

Основные результаты:

- формализованы бизнес-процессы в нотации BPMN;
- разработана концептуальная модель предметной области (рис. 2);
- сформирована логическая структура базы данных (табл. 1);
- предложен механизм предотвращения конфликтов расписания;
- обеспечена целостность данных на уровне СУБД;
- определена структура физической модели базы данных.

Предложенная модель может служить основой для разработки полнофункциональной информационной системы управления фитнес-студией и может быть масштабирована для сетевых организаций.

В дальнейшем возможно расширение системы аналитическими модулями и интеграция с мобильным приложением для клиентов.

Библиографический список

1. Буч Г., Рамбо Д., Якобсон И. Язык UML. Руководство пользователя. – М.: Вильямс, 2013.
2. Object Management Group. Business Process Model and Notation (BPMN) Version 2.0.2. https://www.omg.org/spec/BPMN/2.0.2/, 17.02.2026 г.
3. Коннолли Т., Бегг К. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. – М.: Вильямс, 2017.
4. Эльмасри Р., Наватхе Ш. Основы систем баз данных. – М.: Вильямс, 2016.
5. Маркин А.В. Программирование на SQL. – М.: Юрайт, 2019.
6. Date C.J. An Introduction to Database Systems. – Addison-Wesley, 2004.
7. Липаев В.В. Проектирование информационных систем. – М.: Радио и связь, 2018.

УДК 004.932; ГРНТИ 28.23.25

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРЯМОГО И ОБРАТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ПОВОРОТЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

А.Ю. Лазарев

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, allazarev6670@gmail.com

Аннотация. В работе рассмотрены методы прямого и обратного геометрического преобразования при повороте растровых изображений. Приведено математическое описание обоих подходов с учётом дискретной структуры цифрового изображения. Проанализированы особенности квантования координат и возникающие артефакты при реализации прямого отображения. Особое внимание уделено применению различных методов интерполяции при использовании обратного преобразования. Проведено экспериментальное сравнение прямого и обратного методов поворота с применением бикубической интерполяции. Качество преобразований оценивалось по метрикам среднеквадратической ошибки (MSE) и пикового отношения сигнал/шум (PSNR). Полученные результаты подтверждают преимущество метода обратного отображения с точки зрения точности реконструкции и устойчивости к дискретизационным искажениям.

Ключевые слова: геометрическое преобразование, поворот изображения, прямое отображение, обратное отображение, бикубическая интерполяция, MSE, PSNR, цифровая обработка изображений.

APPLICATION OF FORWARD AND INVERSE TRANSFORMATION METHODS FOR IMAGE ROTATION

A.Y. Lazarev
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, allazarev6670@gmail.com

The summary. The paper considers methods of direct and reverse geometric transformation when rotating bitmap images. A mathematical description of both approaches is given, taking into account the discrete structure of the digital image. The features of coordinate quantization and the resulting artifacts in the implementation of direct mapping are analyzed. Special attention is paid to the application of various interpolation methods when using the inverse transformation. An experimental comparison of forward and reverse rotation methods using bicubic interpolation is carried out. The quality of the transformations was assessed by the metrics of root mean square error (MSE) and peak signal-to-noise ratio (PSNR). The results obtained confirm the advantage of the reverse mapping method in terms of reconstruction accuracy and resistance to sampling distortion.
Keywords: geometric transformation, image rotation, forward mapping, inverse mapping, bicubic interpolation, MSE, PSNR, digital image processing.

Геометрические искажения, такие как поворот, сдвиг и масштабирование, часто возникают при получении изображений в ходе дистанционного зондирования Земли. Для использования таких снимков в геоинформационных системах и картографических документах необходима их коррекция [2]. Существующие методы выравнивания изображений делятся на два больших класса: методы на основе ключевых точек (feature-based), например SIFT, SURF, ORB, и методы на основе площадных характеристик (area-based), к которым относятся корреляционные методы и методы геометрических преобразований, которые будут описаны в работе [1].

Цель исследования – анализ методов прямого и обратного преобразования при повороте растровых изображений, а также исследование влияния различных интерполяционных схем на качество результирующего изображения. В отличие от традиционных подходов, акцент сделан на сравнении вычислительной эффективности и визуальных артефактов, возникающих при описываемых способах поворота изображения.

В данной работе исследуются два основных подхода к реализации поворота изображения.

Метод прямого преобразования (forward mapping)

Математическая модель прямого преобразования описывается следующим образом. Пусть исходное изображение задано дискретной функцией яркости:

$$a(x, y),\ x = 0,\ldots,\ X - 1,\ y = 0,\ldots,\ Y - 1.$$

Поворот изображения описывается непрерывным преобразованием координат плоскости:

$$p = F_P(x, y),$$
$$q = F_q(x, y),$$

где F_p, F_q - функции прямого преобразования.

Для поворота на угол α относительно центра изображения x_0, y_0:

$$p = x_0 + (x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha;$$
$$q = y_0 + (x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha.$$

В непрерывном случае преобразование является взаимно однозначным и сохраняет топологическую структуру плоскости. Однако в дискретном случае возникают особенности,

обусловленные квантованием координат [1]. Так как p и q являются вещественными числами, при формировании результирующей матрицы требуется переход к целочисленной сетке:

$$\tilde{p} = round(p),$$
$$\tilde{q} = round(q).$$

Тогда значение яркости результирующего изображения определяется как $b(\tilde{p},\tilde{q}) = a(x,y)$.

Однако при таком подходе возникают две фундаментальные проблемы:

1. Появление пустых пикселей - не для каждой пары целочисленных координат *(p, q)* найдется соответствующая точка *(x,y)*. Это приводит к появлению незаполненных областей на результирующем изображении;
2. Наложение пикселей - несколько различных точек *(x,y)* могут быть отображены в одну и ту же целочисленную координату $(\tilde{p},\tilde{q})$.

Метод обратного преобразования (inverse mapping)

В методе обратного преобразования процесс инвертируется: обход выполняется по координатам результирующего изображения.

Для каждой точки $(\tilde{p},\tilde{q})$. вычисляется соответствующая точка исходного изображения:

$$x^* = F_p^{-1}(p,q),$$
$$y^* = F_q^{-1}(p,q).$$

Для поворота на угол α выражение будет иметь вид:

$$x^* = x_0 + (p - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha\ ,$$
$$y^* = y_0 + (p - x_0)\sin\alpha + (q - y_0)\cos\alpha\ .$$

Таким образом, $b(p,q) = a(x^*, y^*)$.

Координаты x^*, y^* являются вещественными. В этом случае значение яркости определяется как $b(p,q) = a(ent[x^* + 0{,}5], ent[y^* + 0{,}5])$. В отличие от метода прямого преобразования каждая точка результирующего изображения получается значение, отсутствуют незаполненные области, и сохраняется структурная целостность изображения. На практике метод обратного преобразования требует дополнительных вычислений с использованием различных методов интерполяции[1].

Методы интерполяции при повороте изображения

При выполнении геометрических преобразований, сопровождающихся изменением координатной сетки, возникает необходимость определения значений яркости в точках, координаты которых не совпадают с узлами исходной дискретной решётки. В таких случаях применяется интерполяция, позволяющая оценить интенсивность пикселя на основе значений соседних элементов исходного изображения [1].

На практике используются различные схемы интерполяции, отличающиеся вычислительной сложностью и точностью аппроксимации.

Метод ближайшего соседа является наиболее простым вариантом интерполяции. В этом случае значение пикселя результирующего изображения определяется как значение ближайшего по координатам пикселя исходного изображения. Данный подход характеризу-

ется высокой вычислительной скоростью, однако приводит к появлению заметной пикселизации и ступенчатых границ объектов.

Билинейная интерполяция основана на линейном взвешивании значений четырёх соседних пикселей, окружающих точку с вещественными координатами. Такой способ позволяет получить более гладкое изображение по сравнению с методом ближайшего соседа, поскольку учитывает пространственное распределение яркости в локальной области. Тем не менее, при значительных геометрических преобразованиях возможно некоторое размытие контуров.

Более точный результат обеспечивает бикубическая интерполяция, при которой используются значения шестнадцати соседних пикселей. Для вычисления нового значения применяется аппроксимация на основе кубических полиномов, что позволяет более корректно учитывать изменение яркости в окрестности рассматриваемой точки. Благодаря этому бикубическая интерполяция обеспечивает более высокую степень детализации и плавность градиентов, хотя и требует больших вычислительных затрат по сравнению с более простыми методами [3].

Экспериментальное сравнение прямого и обратного методов поворота изображения с использованием бикубической интерполяции

Для более корректного сравнения прямого и обратного преобразования необходимо исключить влияние метода интерполяции как отдельного фактора [3]. В качестве метода была выбрана бикубическая интерполяция по следующим причинам:

1. Использование значения 16 соседних пикселей для повышения точности восстановления;
2. Даёт наилучшее значение PSNR среди остальных методов интерполяции;
3. Обеспечивает непрерывность первой производной и уменьшает ступенчатые искажения на изображении.

Экспериментальные исследования проведены на спутниковых снимках размером 1000 x 1000 пикселей с различными типами трансформаций: поворот на 45° и сдвиг на 15 пикселей. Для оценки качества использовались следующие метрики:

Среднеквадратическая ошибка (MSE) - для оценки отклонения скорректированного изображения от эталона, вычисляемая по формуле:

$$MSE = \frac{1}{PQ}\sum_{p=0}^{P-1}\sum_{q=0}^{Q-1}(b(p,q) - b_{ref}(p,q))^2,$$

где $b_{ref}(p,q)$ - эталонное изображение, полученное обратным поворотом на исходный угол

Пиковое отношение сигнал/шум (PSNR) - для оценки визуального качества, вычисляется по формуле:

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{255^2}{MSE},$$

где $L = 255$ – максимальное значение яркости для 8-ми битного изображения [2].

Результаты экспериментальной обработки снимков прямым и обратным методами поворота изображения с использованием бикубической интерполяции показаны на рисунке 2 и в таблице 1.

а *б*

Рис. 2. Сравнение метода прямого (*а*) и обратного (*б*) преобразования на фрагменте снимка

Таблица 1. Результаты эксперимента

Метод преобразования	MSE	PSNR (дБ)
Прямое преобразование	6.82	39.80
Обратное преобразование	4.97	41.16

При использовании бикубической интерполяции метод обратного геометрического преобразования демонстрирует:

- уменьшение MSE примерно на 25-30 %;
- увеличение PSNR более чем на 1 дБ;
- более устойчивую пространственную реконструкцию.

Полученные данные подтверждают целесообразность применения метода обратного отображения при реализации поворота цифровых изображений.

Вывод

В ходе проведённого исследования были рассмотрены два подхода к реализации поворота растровых изображений: метод прямого и метод обратного геометрического преобразования. Показано, что в условиях дискретного представления изображения метод прямого отображения приводит к возникновению пустых областей и наложению пикселей вследствие квантования координат.

Метод обратного преобразования обеспечивает равномерное заполнение результирующей сетки и исключает появление незаполненных пикселей. Экспериментальное сравнение при использовании бикубической интерполяции показало снижение среднеквадратической ошибки приблизительно на 25-30 % и увеличение PSNR более чем на 1 дБ по сравнению с прямым методом.

Полученные результаты подтверждают целесообразность применения метода обратного отображения при задачах коррекции геометрических искажений спутниковых и растровых изображений, особенно в случаях, когда требуется высокая точность пространственной реконструкции.

Библиографический список

1. Геометрическая коррекция изображений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://geo.bsu.by/images/pres/cart/coa/coa_6.pdf.

2. Аковецкий В. И. Дешифрирование снимков [Текст] - М., 1983. 376 с.

3. Что такое интерполяция цифровых изображений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.cambridgeincolour.com/ru/tutorials-ru/image-interpolation.htm.

УДК 004.94; ГРНТИ 28.17.19

ПРОГРАММНАЯ МОДЕЛЬ НЕОБНУЛЯЕМОГО ИНТЕГРАТОРА СО СБРОСОМ

В.А. Крылов, С.И. Холопов

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, volirk111@yandex.ru

Аннотация. Разработана математическая модель интегратора со сбросом, выполненного на операционном усилителе в неинвертирующей схеме включения. Показано, что вариация значений резисторов схемы позволяет обеспечивать как линейное, так и нелинейное преобразование входного сигнала. Получены аналитические выражения, позволяющие построить численную модель интегратора, на основе которой реализована его программная модель. Программная модель позволяет исследовать поведение интегратора при любых допустимых параметрах ее элементов.

Ключевые слова: неинвертирующий интегратор со сбросом, функциональное преобразование сигнала, экспоненциальная зависимость.

PROGRAM MODEL OF AN NON-ZEROING INTEGRATOR WITH RESET

V.A. Krylov, S.I. Kholopov

V.F. Utkin Ryazan State Radio Engineering University, Russian Federation, Ryazan, volirk111@yandex.ru

Abstract. A mathematical model of an integrator with reset, implemented on an operational amplifier in a non-inverting circuit, has been developed. It has been shown that varying the values of the circuit's resistors allows for both linear and nonlinear transformation of the input signal. Analytical expressions have been obtained to construct a numerical model of the integrator, which has been used to implement its software model. The software model enables the investigation of the integrator's behavior under various valid parameters.

Keywords: non-inverting reset integrator, functional signal transformation, exponential dependence.

Введение

В схемотехнике электроники и устройств автоматического регулирования широко используются интеграторы напряжения со сбросом. Традиционно схемы интеграторов реализуются на операционном усилителе (ОУ) в инвертирующей схеме включения, хотя известны и схемы интеграторов, применяющих неинвертирующее включение ОУ. Характерным представителем такой схемы является интегратор, запатентованный G.J. Deboo [1]. В классической реализации для построения данного интегратора используется ОУ, конденсатор, электронный ключ и совокупность резисторов с одинаковыми значениями сопротивлений. При этом интегратор обеспечивает линейную зависимость выходного напряжения от входного напряжения. В ряде случаев [2, 3] требуется, чтобы интегратор не только выполнял функцию интегрирования входного напряжения, но и обеспечивал его функциональное преобразование с другим, отличным от линейного, законом. Последнее обеспечивается в интеграторе, разработанном Deboo, если использовать определенные соотношения сопротивлений резисторов, входящих в его состав.

Целью статьи является создание программной модели неинвертирующего интегратора, пригодной для анализа формируемых им зависимостей, связывающих формируемое выходное и входное напряжения.

Теоретическая часть

Для получения аналитических соотношений, описывающих процессы, протекающие в узлах интегратора (рис. 1), отметим, что для напряжения U_c, накапливаемого конденсато-

ром, схема на ОУ при равенстве сопротивлений резисторов $R_1 = R_2 = R$ усилитель напряжения на ОУ обеспечивает коэффициент усиления напряжения $K = 1 + R_2 / R_1 = 2$.

Заряд конденсатора *C* осуществляется током i_c, определяемым как сумма токов i_1 и i_2 (током втекающим в ОУ пренебрегаем ввиду его малости), первый из которых обеспечивается входным напряжением $U_{вх}$ интегратора и сопротивлением резистора R_3, а второй – выходным напряжением $U_{вых}$ интегратора и сопротивлением резистора R_4. Допустим, что входное напряжение не меняется $U_{вх} = const$.

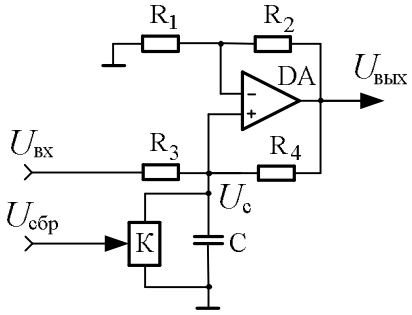


Рис. 1. Схема интегратора со сбросом

Ток заряда конденсатора i_c определяется формулой:

$$i_c = i_1 + i_2, \tag{1}$$

а i_1 и i_2 – соотношениями:

$$i_1 = \frac{U_{вх} - U_c}{R_3}, \tag{2}$$

$$i_2 = \frac{U_{вых} - U_c}{R_4}. \tag{3}$$

В неинвертирующем включении при равенстве сопротивлений резисторов $R_1 = R_2$ коэффициент усиления K усилителя напряжения равен двум, следовательно $U_{вых} = 2U_c$. После замены в (3) $U_{вых}$ на $2U_c$, соотношение для тока i_2 принимает вид:

$$i_2 = \frac{U_c}{R_4}. \tag{4}$$

Известно, что ток заряда конденсатора i_c определяется формулой:

$$i_c = C\frac{dU_c}{dt}. \tag{5}$$

Подставляя (2), (4) и (5) в (1) получаем:

$$C\frac{dU_c}{dt} = \frac{U_{вх} - U_c}{R_3} + \frac{U_c}{R_4}. \tag{6}$$

После приведения правой части к общему знаменателю и определения членов, содержащих U_c в отдельную группу, уравнение (6) примет вид:

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{U_{вх}}{R_3 C} + Uc\left(\frac{1}{R_4 C} - \frac{1}{R_3 C}\right). \tag{7}$$

Приведение к общему знаменателю выражения в скобках позволяет получить следующее равенство:

$$(\frac{1}{R_4C}-\frac{1}{R_3C})=\frac{R_3-R_4}{R_3R_4C}.$$

Определив коэффициенты $a=\frac{1}{R_3C}$ и $b=\frac{R_3-R_4}{R_3R_4C}$, и подставив их значения в (7), получим:

$$\frac{dU_c}{dt}=aU_{вх}-bU_c. \quad (8)$$

Слагаемые, содержащие в качестве сомножителя U_c, перенесем в левую часть уравнения:

$$\frac{dU_c}{dt}-bU_c=aU_{вх}. \quad (9)$$

Для решения уравнения (9), подберем функцию $f(t)$ [4], которая после умножения на нее обращает левую часть уравнения в производную от произведения $f(t)U_c(t)$:

$$f(t)(\frac{dU_c}{dt}-bU_c)=\frac{d}{dt}[f(t)U_c(t)]. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) позволяет получить следующее соотношение:

$$f(t)=e^{-bt}. \quad (11)$$

В левую и правую части уравнения (9) добавим значение сомножителя *f(t)* из (11) и получим:

$$\frac{d}{dt}[e^{-bt}U_c(t)]=ae^{-bt}U_{вх}(t). \quad (12)$$

Интегрируя обе части уравнения (12) в пределах от 0 до *t*, получим следующее интегральное уравнение:

$$\int_0^t\frac{d}{d\tau}(e^{-b\tau}U_c(\tau)d\tau)=a\int_0^t e^{-b\tau}U_{вх}(\tau)d\tau). \quad (13)$$

Продифференцировав (13) по τ запишем формулу зависимости напряжения U_c на конденсаторе от входного напряжения $U_{вх}$:

$$U_c(t)=e^{bt}U_c(0)+a\int_0^t e^{b(t-\tau)}U_{вх}(\tau)d\tau. \quad (14)$$

Выполнив раскрытие коэффициентов *a* и *b* в уравнении (14) и, учитывая, что $U_{вых}=2U_c$, получим выражение зависимости выходного напряжения от входного напряжения:

$$U_{вых}(t)=2e^{(\frac{R_3-R_4}{R_3R_4C})t}U_c(0)+\frac{2}{R_3C}\int_0^t e^{(\frac{R_3-R_4}{R_3R_4C})(t-\tau)}U_{вх}(\tau)d\tau. \quad (15)$$

Выражение (15) показывает, что при неравенстве сопротивлений R_3 и R_4 интегратор обеспечивает не только интегрирование входного сигнала, но и реализует экспоненциальную зависимость в процессе преобразования входного напряжения в выходное.

Построение программной модели

Для создания программной модели необнуляемого интегратора со сбросом воспользуемся уравнением (8). На основе него запишем формулу для определения приращения напряжений на конденсаторе, которое реализуется через относительно короткие равные промежутки времени Δt. Интегрирование (8) на интервале [t, t+Δt] позволяет получить следующее уравнение:

$$U_c(t+\Delta t) = U_c(t) + \int_t^{t+\Delta t} [aU_{вх}(\tau) + bU_c(\tau)]d\tau \,. \quad (16)$$

При достаточно малом шаге Δt подынтегральное выражение на интервале от t до $t+\Delta t$ изменяется незначительно, следовательно, его можно приближенно считать постоянным и равным значению в момент времени t. Тогда уравнение (16) принимает следующий вид:

$$U_c[n+1] = U_c[n] + \frac{\Delta t}{C}\left(\frac{U_{вх} - U_c[n]}{R_3} + \frac{U_c[n]}{R_4}\right), \quad (17)$$

где n – номер итерации.

Поскольку изменение выходного напряжения интегратора зависит от значений R_3 и R_4, которые могу иметь произвольные величины, требуется создать программную модель, позволяющую оценить поведение интегратора в различных ситуациях.

Разработанная программная модель позволяет, устанавливая значения параметров элементов интегратора, и исследовать поведение интегратора в различных условиях. В качестве устанавливаемых исходных значений определяются:

1. сопротивления резисторов R_3 и R_4;
2. емкость конденсатора C;
3. входное напряжение $U_{вх}$;
4. Шаг приращения времени Δt;
5. Время моделирования T.

Блок схема модели имеет следующий вид, показанный на рисунке 2.

Опишем алгоритм работы модели в соответствии с указанной блок-схемой.

1. Ввод исходных данных: задаются значения сопротивлений резисторов R_3 и R_4, емкость конденсатора C, входное напряжения $U_{вх}$, начальное напряжение на конденсаторе U_c, шаг интегрирования Δt и время моделирования T.

2. Инициализация массивов, хранящих значения: напряжений на конденсаторе U_c, выходных напряжений $U_{вх}$ и моментов времени t. Задается начальное значение $n=0$ счетчика итераций, вычисляется количество итераций $N = T/\Delta t$.

3. Проверка условия выполнения полного числа итераций: при недостижении числом итераций n максимального значения N выполняются вычислительные процедуры (шаги 4, 5). В противном случае выполняется вывод результатов вычислений (шаг 6). В процедурах 4, 5 определяются значения следующих переменных: номер итерации n, текущего времени t, напряжения U_c на конденсаторе, выходного напряжения $U_{вых}$.

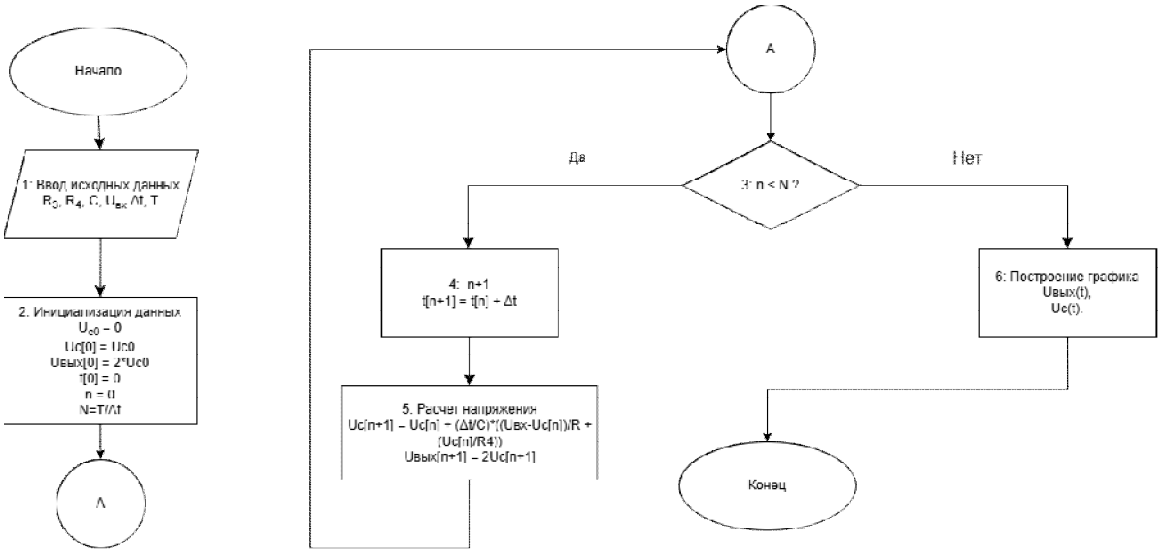


Рис. 2. Блок-схема алгоритма программной модели интегратора

Практическая часть

На основе предложенного алгоритма была создана программная модель необнуляемого интегратора со сбросом. Модель реализует вычисления в соответствии с выражением (17). Верификация модели выполняется путем сравнения результатов моделирования с вычислениями на основе полученного аналитического выражения (15).

Для проверки адекватности созданной программной модели реальному объекту проведено сравнение результатов, полученных на основе прогона модели, и вычислений на основе формулы (15), при различных соотношениях резисторов R_3 и R_4. Графики изменения выходного напряжения, формируемого моделью, и полученного путем вычислений с использованием (17) для случаев $R_3 = R_4, R_3 > R_4, R_3 < R_4$ имеют следующий вид (рис. 3).

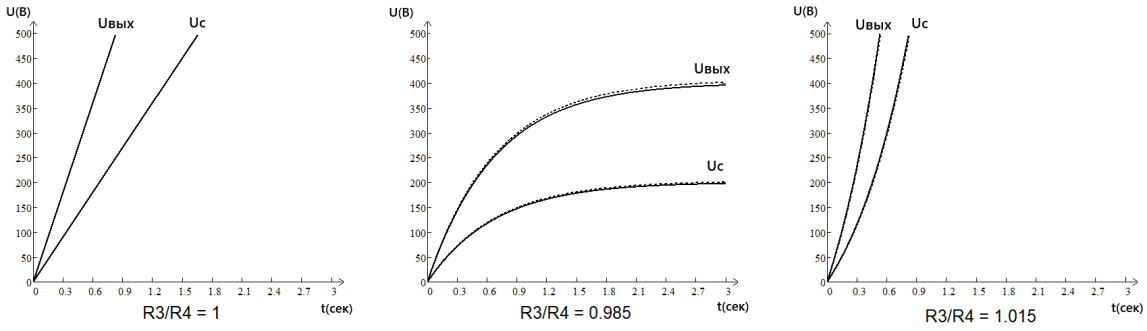


Рис. 3. Графики выходного напряжения $U_{вых}$ и напряжения U_c на конденсаторе при различных соотношениях R_3 и R_4 (непрерывной линией обозначены результаты вычислений, а штрих-пунктирной – результаты моделирования)

Приведенные графики показывают, что наблюдается незначительное расхождение между аналитическим (15) и численным (17) решениями, обусловленное тем, что модель не является прогнозной, а опирается на результаты предыдущих вычислений.

Созданная модель, обладая достаточными точностными характеристиками и малой вычислительной сложностью, может с использоваться для анализа поведения необнуляемого интегратора со сбросом.

Выводы

В представленной работе решена задача создания программной модели неинвертирующего интегратора со сбросом, пригодной для анализа формируемых им зависимостей между выходным и входным напряжениями при произвольных соотношениях резисторов R_3 и R_4.

Проведена верификация модели путем сравнения результатов, полученных с использованием точного аналитического (15) и численного (17) решений, для трех характерных вариантов соотношений резисторов ($R_3 = R_4, R_3 > R_4, R_3 < R_4$). Установлено незначительное расхождение результатов. Поскольку формы изменения выходных напряжений, полученных на основе моделирования и вычислений, различаются незначительно, это подтверждает корректность работы модели.

Созданная программная модель адекватно отражает физические процессы, протекающие в неинвертирующем интеграторе со сбросом, и может быть использована в качестве инструмента для исследования его свойств при различных параметрах схемы.

Библиографический список

1. Panent US 3470495, Feedback integrator with grounded capacitor / G.J.Deboo. Filed Dec.28.1967; Sept.30.1969.

2. А.с. SU № 1415441 МПК H03L 7/00. Устройство фазовой автоподстройки частоты. / В.Ф. Одиноков, С.И Холопов, М.В. Петров. Заявлено 15.12.1986; опубл. 07.08.1988, БИ №29.

3. Патент RU № 2849752 МПК H03L 7/00. Устройство фазовой автоподстройки частоты. / С.И Холопов. Заявлено 13.02.2025; опубл. 28.10.2025, БИ №31.

4. Katz V.J. (2009). A History of Mathematics: An Introduction. 3rd ed. Boston: Addison-Wesley, pp. 585-587.

НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ДЕФЕКТОВ НА ПЕЧАТНЫХ ПЛАТАХ

Е.С. Межевых

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, egor_387@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается разработка системы автоматического обнаружения дефектов печатных плат на основе архитектуры YOLOv8 для использования на производственных складах. Приводятся основные типы критических дефектов, их причины возникновения и влияние на работоспособность изделий. Рассмотрена архитектура сверточной нейронной сети YOLOv8, включая ее ключевые компоненты: Backbone на основе CSPDarknet, Neck с механизмом FPN+PAN и Anchor-Free Head. Проведено обучение модели на датасете Kaggle PCB (1406 изображений, 6 классов дефектов). Модель достигла mAP50 93.4% при времени инференса 119 мс. Представлен подробный анализ динамики обучения и качества обнаружения по каждому классу дефектов.

Ключевые слова: YOLOv8, печатные платы, компьютерное зрение, обнаружение дефектов, сверточные нейронные сети, контроль качества.

NEURAL NETWORK MODEL FOR DETECTING DEFECTS ON PRINTED CIRCUIT BOARDS

E.S. Mezhevykh

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russian, Ryazan, egor_387@mail.ru

The summary. The paper considers the development of a system for automatic detection of PCB defects based on the YOLOv8 architecture for use in production warehouses. The main types of critical defects, their causes and impact on product performance are given. The architecture of the

YOLOv8 convolutional neural network is considered, including its key components: Backbone based on CSPDarknet, Neck with the FPN+PAN mechanism, and Anchor-Free Head. The model was trained on the Kaggle PCB dataset (1406 images, 6 classes of defects). The model reached a mAP50 of 93.4% with an inference time of 119 ms. A detailed analysis of the dynamics of learning and the quality of detection for each class of defects is presented.
Keywords: YOLOv8, printed circuit boards, computer vision, defect detection, convolutional neural networks, quality control.

Производственное предприятие – это промышленный объект (завод, комбинат), осуществляющий деятельность по производству продукции, в том числе электронных компонентов. Процесс производства завершается техническим контролем качества, позволяющим выделить дефекты, которые могли возникнуть как в ходе технологического цикла, так и при межоперационных перемещениях заготовок. В качестве объекта контроля выбраны печатные платы [1] – пластина из диэлектрика, на поверхности или в объёме которой сформированы электропроводящие цепи электронной схемы. Нарушения технологии их производства или условий транспортировки могут привести к возникновению различных дефектов.

Задача исследования заключается в разработке программного модуля для автоматического обнаружения дефектов печатных плат на основе архитектуры YOLOv8 для использования на производственном предприятии на этапе финального контроля качества готовой продукции.

Классификация дефектов печатных плат

В контексте обеспечения надежности радиоэлектронной аппаратуры выделяются следующие критические дефекты [2].

1. Отсутствующее отверстие или контактная площадка – ситуация, при которой отверстие для монтажа компонента или сама контактная площадка отсутствует полностью или просверлено неправильно. При таком дефекте невозможно установить компонент на плату. Подобный дефект возникает из-за ошибок позиционирования при сверлении, дефекта фотошаблона, отслоении фольги.

2. "Мышиный укус" – полукруглая выемка на краю проводящей дорожки, локально сужающая ее сечение. К появлению таких выемок приводят избыточное травление, дефекты фоторезистивного слоя, воздушные пузырьки в травильном растворе, а также загрязнения поверхности фотошаблона.

3. Обрыв цепи – полный разрыв проводящей дорожки, при котором электрическая цепь нарушается, и ток не может проходить через участок. Механические воздействия, перетравление, трещины в медном слое вследствие деформации платы, брак исходных материалов – все это порождает обрывы цепей.

4. Короткое замыкание – непреднамеренное электрическое соединение между двумя узлами, для которых не требуется прямого соединения. Причины возникновения дефекта: лишняя медь между дорожками, заусенцы после сверления, провисание фотошаблона.

5. Острый или тупой медный выступ меди, выходящий за пределы проектной геометрии дорожки. Выступ не соединяется с другими проводниками, однако создает риск замыкания. Подобный дефект возникает из-за повреждения фотошаблона, загрязнений на фоторезисте или недостаточно качественного проявления.

6. Лишняя медь – случайные изолированные фрагменты меди на поверхности платы, оказавшиеся на поверхности платы без связи с проводящим рисунком. Причины возникновения: отслоение фольги, брызги при пайке, плохая очистка после травления.

Архитектура нейросетевой модели

Для решения задачи обнаружения дефектов на платах была выбрана архитектура сверточной нейронной сети YOLOv8 (You Only Look Once version 8), которая предназначена для обнаружения объектов за один проход изображения через сеть.

Математическая основа сверточных сетей

Сверточные нейронные сети (CNN) [3] представляют собой класс искусственных нейронных сетей, разработанный для задач, где важна пространственная структура данных. В основе их работы лежит операция свертки [4], в которой небольшое ядро (фильтр) перемещается по изображению, выделяя локальные признаки.

Для изображения I и ядра K размером m×n операция свертки определяется как:

$$(I \cdot K)(x, y) = \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} I(x+i, y+j) \cdot K(i, j).$$

CNN состоит из нескольких типов слоёв, изображенных на рисунке 1.

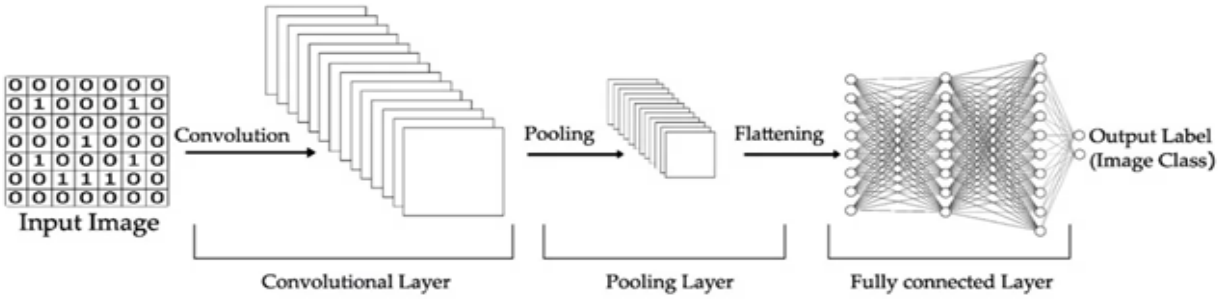


Рис. 1. Структура сверточной нейронной сети

Архитектура CNN содержит:

1. Сверточный слой (*Convolutional Layer*) – обнаружение локальных признаков изображения через применение фильтров;

2. Пулинговый слой (*Pooling Layer*) – сокращение размерности данных, что делает сеть устойчивой к изменениям масштаба;

3. Полносвязный слой (*Fully connected Layer*) – классификация на основе выделенных признаков. Каждый выходной нейрон соединен со всеми входными, что позволяет моделировать сложные нелинейные зависимости между выделенными признаками.

Архитектура YOLOv8

YOLOv8 [5] использует трехкомпонентную архитектуру, которая изображена на рисунке 2.

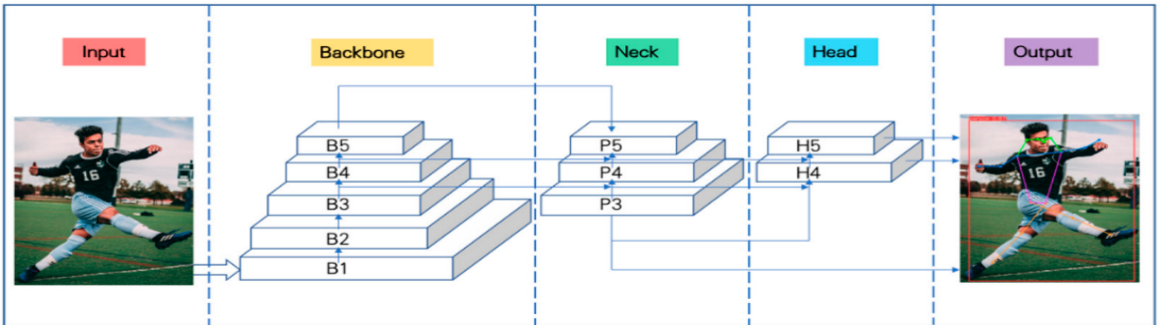


Рис. 2. Архитектура YOLOv8

Backbone (позвоночник) на основе CSPDarknet преобразует изображение в набор карт признаков. Чем глубже движение по *backbone*, тем более абстрактные вещи видит сеть. В YOLOv8 используются модифицированные C2f модули (CSPDarknet53 *to* 2-*stage* FPN). В качестве функции активации применяется SiLU [6] (Sigmoid Linear Unit):

$$SiLU(x) = x \cdot \sigma(x),$$

где $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$.

График сигмоиды показан на рисунке 3:

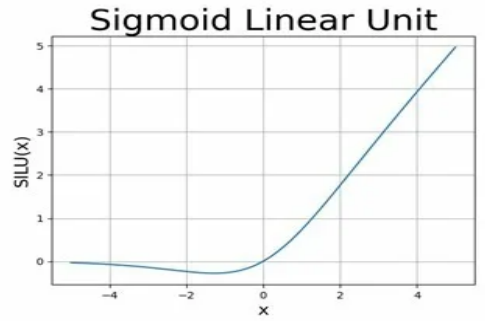


Рис. 3. График SiLU

В контексте обнаружения дефектов печатных плат каждый уровень *backbone* выполняет следующую функцию:

- ранние слои *backbone* выделяют края и контуры, что позволяет идентифицировать выступы и мышиные укусы с их характерными резкими границами;
- средние слои анализируют текстуры и паттерны, обеспечивая распознавание лишней меди и коротких замыканий.;
- глубокие слои формируют понимание контекста и целостности структуры, благодаря чему становится возможным обнаружение отсутствующих отверстий и обрывов цепей.

Neck (шея) объединяет карты признаков разных масштабов с помощью архитектуры PANet (*Path Aggregation Network*) + FPN (*Feature Pyramid Network*). Это позволяет сохранять информацию о мелких деталях и обеспечивает получение трех "этажей" карт признаков: для маленьких объектов (мышиные укусы, мелкие выступы), средних (лишняя медь, локальные короткие замыкания) и больших (отсутствующие отверстия, протяженные обрывы цепей).

Head (голова) предсказывает *bounding box*'ы и классы объектов. *Anchor-Free* подход определяет центр объекта и его размер, что критично для дефектов произвольной формы. Преимущества подхода для задачи обнаружения дефектов:

- Трещины и обрывы цепей варьируются по длине и ориентации;
- Мышиные укусы образуют неправильные полукруглые очертания;
- Выступы различаются по размеру и форме.

Для исследования выбрана модель YOLOv8m (medium), обеспечивающая баланс между скоростью и точностью. Использован режим обнаружения объектов (Detect), при котором модель рисует прямоугольные рамки вокруг дефектов.

Подготовка данных для обучения

В исследовании использовался датасет "PCB *Defect Dataset*" с платформы *Kaggle* [7]. Набор данных был разработан открытой лабораторией взаимодействия человека и робота Пекинского университета и содержит 1396 изображений в формате JPG с разрешением

1586×3034 пикселей, включая 6 типов отклонений, созданных искусственно с помощью Adobe Photoshop.

Размер архива составил 1,88 ГБ. Набор данных содержал изображения (1396) и аннотации к ним (693) в формате VOC XML, организованные в сложную иерархическую структуру со множеством вложенных папок. Изображения и соответствующие им аннотации находились в разных папках, что потребовало разработки алгоритма сопоставления, основанного на номерах изображений.

В результате обработки было найдено 86 956 потенциальных пар, а после фильтрации дубликатов было получено 1406 уникальных пар изображение-аннотация.

Исходные аннотации в формате VOC XML были конвертированы в формат YOLO.txt. Создан маппинг классов (таблица 1).

Таблица 1. Маппинг классов

Номер класса		Класс	Описание
0		missing_hole	Отсутствующее отверстие
1		mouse_bite	Мышиный укус
2		open_circuit	Обрыв цепи
3		short	Короткое замыкание
4		spur	Выступ
5		spurious_copper	Лишняя медь

- Для корректного обучения набор данных делится на обучающие (train) и проверочные (val) выборки в пропорции 80/20. Итоговый датасет содержит:
- Train images: 1125;
- Val images: 281;
- среднее количество дефектов на изображение: 4.2.

Обучение модели

Обучение модели YOLOv8m на датасете *Kaggle* PCB проводилось со следующими параметрами:

- архитектура: YOLOv8m (medium);
- количество эпох: 50;
- размер батча: 16;
- оптимизатор: AdamW;
- начальная скорость обучения (lr0): 0.001;
- устройство: CPU (12th Gen Intel Core i5-12450H);
- количество классов: 6;
- время обучения: 3 часа.

Динамика обучения показана в таблице 2.

Таблица 2. Динамика обучения модели

Эпоха	mAP50	Точность (P)	Полнота (R)
1	0.0105	0.016	0.044
5	0.438	0.473	0.478
10	0.669	0.720	0.590
15	0.812	0.883	0.730
20	0.847	0.884	0.781
25	0.887	0.912	0.828
30	0.891	0.897	0.839
35	0.914	0.926	0.855
40	0.928	0.939	0.882

45	0.930	0.938	0.888
50	0.932	0.938	0.897

Динамика потерь (*Loss*) [9] показана в таблице 3.

Таблица 3. Динамика потерь

Эпоха	box_loss	cls_loss	dfl_loss
1	3.346	5.033	1.321
10	2.158	1.856	0.9795
20	1.937	1.320	0.9398
30	1.841	1.148	0.9259
40	1.794	1.051	0.9097
50	1.567	0.8537	0.9020

box_loss (потери bounding box) – метрика, показывающая, насколько точно модель определяет положение и размер прямоугольной рамки (bounding box) вокруг обнаруженного объекта. Показатель снизился с 3.346 до 1.567 – модель лучше определяет положение объектов.

cls_loss (потери классификации) – метрика, показывающая, насколько правильно модель определяет класс обнаруженного объекта. Показатель снизился с 5.033 до 0.854 – модель лучше классифицирует дефекты.

dfl_loss (потери фокуса распределения) – метрика, отвечающая за точность определения границ объекта. Является более "тонкой" настройкой, чем box_loss. Показатель снизился с 1.321 до 0.902 – модель лучше предсказывает распределение.

Финальная валидация модели

После завершения обучения была проведена валидация лучшей модели (best.pt) на тестовой выборке. Результаты показаны в таблице 3.

Таблица 3. Финальная валидация

Класс	Точность (P)[8]	Полнота (R)[8]	mAP50
missing_hole	97.4%	99.0%	98.4%
mouse_bite	87.7%	76.4%	84.9%
open_circuit	90.4%	79.7%	88.1%
short	89.0%	95.2%	95.6%
spur	93.4%	77.8%	86.2%
spurious_copper	91.1%	85.9%	91.7%

Интерпретация результатов:

missing_hole (98.4 %) – модель находит этот дефект практически идеально. Высокая точность и полнота говорят о том, что дефект хорошо различим и имеет четкие признаки.

short (95.6%) – модель хорошо обнаруживает короткие замыкания, хотя точность немного ниже (89.0%), но полнота очень высокая (95.2 %).

spurious_copper (91.7 %) – модель уверенно находит лишнюю медь на плате.

open_circuit (88.1 %) – хороший результат, но полнота (79.7 %) показывает, что модель иногда пропускает обрывы цепей.

spur (86.2%) – хороший результат, но полнота (77.8%) говорит о том, что выступы сложнее обнаруживать.

mouse_bite (84.9%) – самый сложный дефект для обнаружения. Низкая полнота (76.4%) указывает на то, что мышиные укусы часто остаются незамеченными из-за своего малого размера.

Анализ графиков обучения

Графики обучения модели изображены на рисунках 4 – 6.

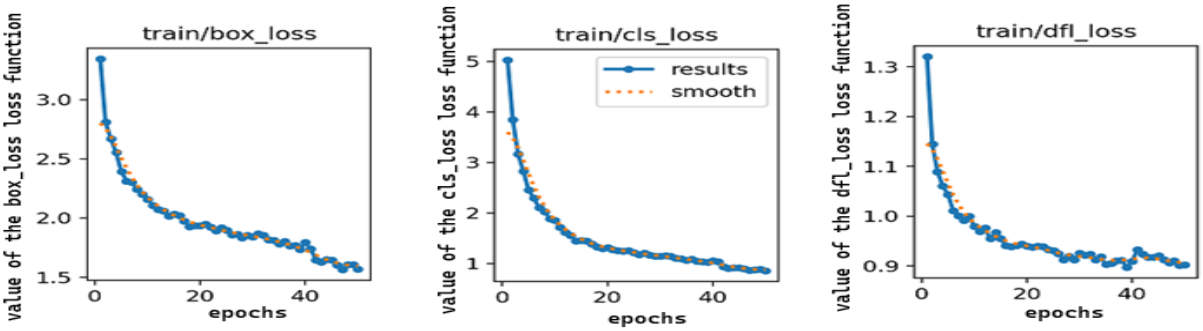


Рис. 4. Графики потерь на обучающей выборке

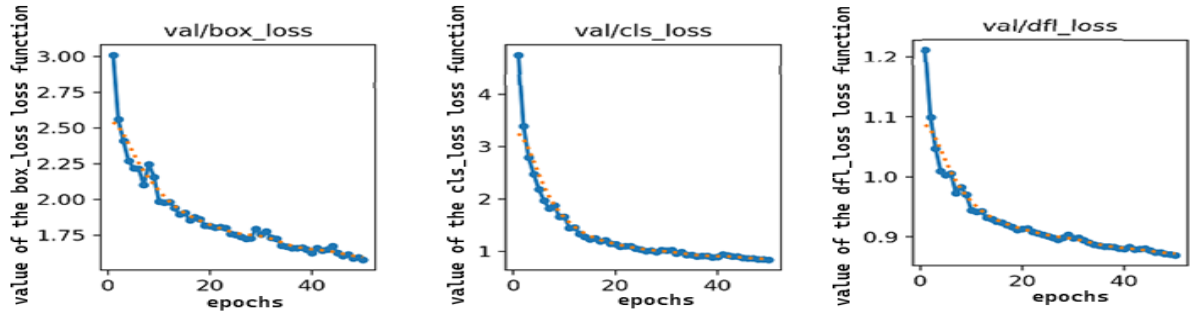


Рис. 5. Графики потерь на валидационной выборке

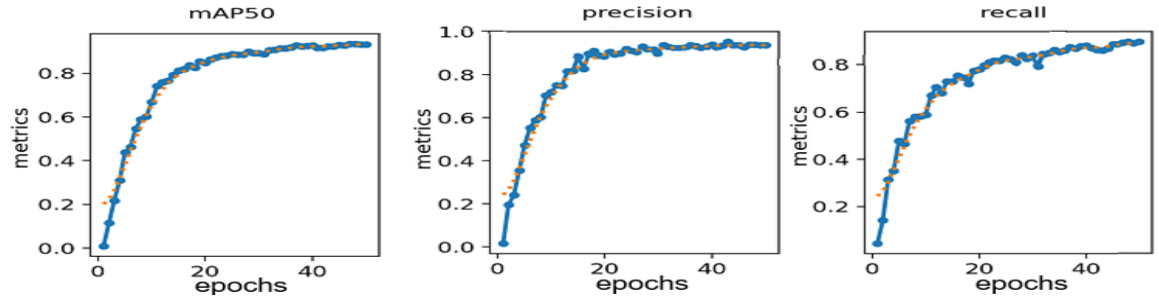


Рис. 6. Графики метрик качества

1. train/box_loss, val/box_loss: чем ниже, тем точнее модель определяет, где находится дефект. снизились с 3.35 до ~ 1.5 (train) и с 3.0 до 1.5 (val), что является отличной динамикой.

2. train/cls_loss, val/cls_loss: показывают, насколько хорошо модель отличает missing_hole от short и т.д. Снижение с 5.0 до ~ 0.8 (train) и с ~ 4.8 до ~ 1.0 (val) говорит о хорошем обучении.

3. train/dfl_loss, val/dfl_loss: отвечают за точность определения границ объекта. Снижение с 1.3 до ~ 0.9 (train) и с ~ 1.2 до ~ 0.8 (val).

4. precision, recall – точность и полнота:

• Precision: рост с 0.016 до ~ 0.94.

Точность(Precision) характеризует долю действительно верных обнаружений среди всех найденных моделью объектов и вычисляется по следующей формуле [8]:

$$Precision = \frac{TP}{TP + FN} = \frac{TP}{All_real_defects},$$

где TP - количество верно обнаруженных дефектов, FN - количество пропущенных дефектов.

• Recall: рост с 0.04 до ~ 0.9.

Полнота (Recall) показывает, какая доля реальных дефектов на плате была обнаружена и имеет следующую формулу [8]:

$$Recall = \frac{TP}{TP + FP} = \frac{TP}{All_detected_defects},$$

где TP - количество верно обнаруженных дефектов, FP - количество ложных срабатываний.

5. metrics/mAP50 – главная метрика качества. Выросла с 0.00 до 0.93. Расчет производится по следующей формуле:

$$AP50 = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} AP_i,$$

где $AP = \int_0^1 p(r)dr \approx \sum_{k=1}^{n} p(k)\cdot\Delta r(k)$, где $p(k)$ – точность при k-том пороге, а $\Delta r(k)$ – изменение полноты при переходе между порогами.

Выводы

В результате проведенного исследования разработан программный модуль для автоматического обнаружения дефектов печатных плат на основе архитектуры YOLOv8. Модель, обученная на датасете *Kaggle* PCB (1406 изображений, 6 классов дефектов), достигла следующих результатов:

Общая точность (mAP50) достигла 93.4 % – превосходный результат для промышленного контроля качества.

Дефекты классов *missing_hole* и *short* распознаются с точностью свыше 95 %, что открывает путь к полной автоматизации их выявления.

Класс *mouse_bite* оказался наиболее трудным для детекции: точность составила 84.9 %. Причина кроется в миниатюрных размерах таких дефектов и их слабой контрастности.

Инференс занимает 119 мс, благодаря чему модель пригодна для работы в реальном времени на конвейерных линиях.

Компактность (49,8 MB) позволяет разворачивать решение на встраиваемых устройствах без ущерба для производительности.

Полученные результаты являются основой для последующей настройки модели с целью достижения требований промышленного производства.

Библиографический список

1. Александров А. Печатные платы : практическое пособие для студентов технических специальностей, работников сферы «радиоэлектроника». – Издательские решения, 2019. – 60 с.

2. Тестирование печатных плат на производстве: методы и технологии. Часть 1 [Электронный ресурс]: https://supereyes.ru/articles/other/testirovanie-pechatnykh-plat-chast-1/?ysclid=mm2iexdfvi249345511 (дата обращения 15.02.2026).

3. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение / Deep Learning. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.

4. Шакла Н. Машинное обучение и TensorFlow. – Питер, 2023.

5. Varghese R., Sambath M. YOLOv8: A Novel Object Detection Algorithm with Enhanced Performance and Efficiency // International Conference on Advances in Computing, Communication and Applied Informatics (ACCAI). – 2024. – P. 1-6.

6. PyTorch Documentation. SiLU – Sigmoid Linear Unit [Электронный ресурс]: https://docs.pytorch.org/docs/stable/generated/torch.nn.SiLU.html (дата обращения: 17.02.2026).
7. PCB Defects [Электронный ресурс]: https://www.kaggle.com/datasets/akhatova/pcb-defects/code/data (дата обращения: 17.02.2026).
8. Метрики в задачах машинного обучения [Электронный ресурс]: https://habr.com/ru/companies/ods/articles/328372/?ysclid=mm2iy90ph9927482580 (дата обращения: 17.02.2026).

УДК 004.032.26; ГРНТИ 28.23.37

ВЫЯВЛЕНИЕ ЭМОЦИЙ В ТЕКСТЕ НА ОСНОВЕ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Е.О. Сычикова
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, lisa.sychikova@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается задача автоматической классификации эмоциональной окраски русскоязычных текстов с использованием нейросетевой архитектуры BERT. В качестве данных используется корпус *Ru-GoEmotions*, включающий комментарии, размеченные по 27 эмоциональным категориям, которые были сгруппированы в семь базовых классов: злость, отвращение, страх, радость, грусть, удивление, нейтральность. Проведена предварительная обработка текстовых данных: очистка, лемматизация и удаление стоп-слов. Для решения задачи классификации применена предобученная модель BERT, доработанная для *multi-label* классификации. Обучение модели выполнялось в течение трех эпох. Эффективность разработанного подхода оценивалась на основе метрик точности (*accuracy*), полноты (*recall*), F1-меры и точности полного совпадения (*exact match*). Результаты экспериментов продемонстрировали высокую эффективность модели BERT, позволившей достичь точности классификации 88,58 % за счет использования механизмов самовнимания и учета двустороннего контекста. Разработанный программный код и предложенный подход могут быть использованы для автоматического анализа тональности в социальных сетях, маркетинговых исследованиях и системах обратной связи.
Ключевые слова: обработка естественного языка (NLP); семантический анализ; классификация эмоций; машинное обучение; нейронные сети; BERT; анализ тональности.

DETECTING EMOTIONS IN TEXT BASED ON NEURAL NETWORK TRAINING

E.O. Sychikova
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, lisa.sychikova@yandex.ru

The summary. The paper examines the task of automatically classifying the emotional coloring of Russian-language texts using the BERT neural network architecture. The study uses the Ru-GoEmotions corpus, which includes comments annotated across 27 emotional categories, subsequently grouped into seven basic classes: anger, disgust, fear, joy, sadness, surprise, and neutral. Preliminary text data processing was carried out, including cleaning, lemmatization, and stop-word removal. To solve the classification problem, a pre-trained BERT model was applied, fine-tuned for multi-label classification. The model was trained for three epochs. The effectiveness of the developed approach was evaluated based on accuracy, recall, F1-score, and exact match metrics. The experimental results demonstrated the high efficiency of the BERT model, achieving a classification accuracy of 88.58% due to its use of self-attention mechanisms and bidirectional context awareness. The developed software code and the proposed approach can be used for automatic sentiment analysis in social networks, marketing research, and feedback systems.
Keywords: natural language processing (NLP); semantic analysis; emotion classification; machine learning; neural networks; BERT; sentiment analysis.

Семантический анализ текстов является одной из ключевых задач в области обработки естественного языка (NLP – *Natural Language Processing*) и искусственного интеллекта [1]. Его актуальность обусловлена стремительным ростом объема пользовательского контента в русскоязычном сегменте интернета, такие как социальные сети, блоги, новостные плат-

формы, корпоративная переписка требует эффективных инструментов для автоматической обработки смысловой нагрузки текстов.

Современные компании и исследователи сталкиваются с необходимостью автоматизированного анализа мнений, эмоций и смысловой нагрузки текстов [2]. Например, в маркетинге это помогает оценивать реакцию аудитории на продукты, в HR – анализировать *feedback* сотрудников, а в социальных сетях – выявлять негативные, позитивные или нейтральные комментарии.

Большинство готовых решений ориентированы на английский язык. Анализ русскоязычных данных сложнее из-за морфологии и контекстной зависимости. Почти все из доступных инструментов, например, библиотеки для *sentiment*-анализа, либо адаптированы с зарубежных аналогов, либо демонстрируют низкую точность на специфичных данных таких как сленг, ирония, профессиональная лексика [3].

Поэтому разработка и совершенствование методов семантического анализа для русскоязычных текстов не только отвечает запросам рынка, но и вносит вклад в развитие NLP-технологий, что делает тему высокоактуальной.

Постановка задачи

Исходными данными являются текстовые комментарии на русском языке из датасета *Ru-GoEmotions*, размеченные по 27 эмоциональным категориям. Для каждого текстового документа необходимо выполнить следующее.

1. Выполнить предварительную обработку текста: очистку от шумов, удаление стоп-слов, лемматизацию и нормализацию.

2. Разработать и обучить нейросетевую модель на основе архитектуры BERT для классификации текстов по семи базовым эмоциям (радость, грусть, гнев, страх, удивление, отвращение, нейтральность).

3. Оценить качество классификации с использованием метрик точности (*accuracy*), полноты (*recall*), F1-меры и точности полного совпадения (*exact match*).

Выбор архитектур

На основе анализа существующих методов нейросетевого обучения для семантического анализа текстов с учетом сформулированных требований к разрабатываемой модели был проведен сравнительный анализ различных архитектур.

1. Модель должна иметь хорошую память, запоминать информацию на длительных временных промежутках, чтобы исключить проблему исчезающего градиента.

2. Параллельная обработка для более качественного и быстрого анализа.

В ходе исследования был выбран следующий подход.

BERT или Bidirectional Encoder Representations from Transformers – это многослойный двунаправленный энкодер Transformer, предобученный на двух задачах:

1. Masked Language Modeling – предсказание замаскированных слов;

2. Next Sentence Prediction – определение, следует ли одно предложение за другим.

BERT предназначен для предварительной обработки глубоких двунаправленных представлений из текста без маркировки путем совместного использования как левого, так и правого контекста на всех уровнях [4].

Ключевыми особенностями метода BERT являются:

1) двунаправленность, которая учитывает контекст слева и справа;

2) готовые эмбеддинги, которые может использовать без дообучения;

3) масштабируемость – доступны модели от 100M до 340M параметров.

Архитектура BERT представлена на рисунке 1.

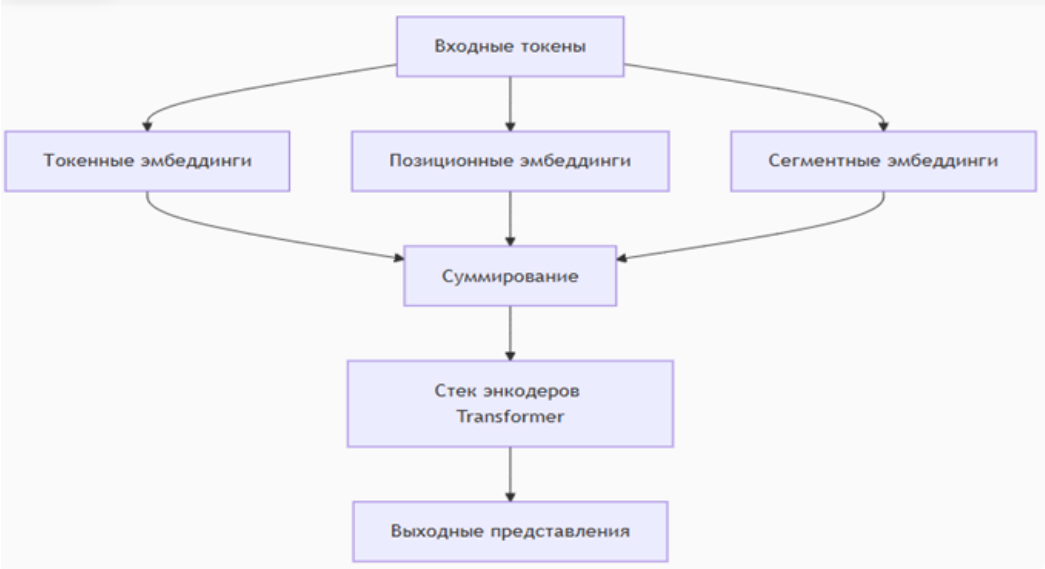


Рис. 1. Архитектура BERT

Каждый входной токен формируется как сумма трех эмбеддингов:

$$E_{input} = E_{token} + E_{position} + E_{segment},$$

где E_{token} – размер словаря;

$E_{position}$ аналогично *Transformer*;

$E_{segment}$ используется для различия предложений.

Выходные представление для каждого токена x_i:

$$h_i^L = BERT(x_i) \in R^{(d_h)}(d_h = 768 для BERT - base).$$

BERT произвел революцию в NLP. Его ключевое преимущество – способность создавать контекстуальные представления слов, учитывающие полный контекст предложения [5].

Формирование обучающей выборки

На рисунке 2 представлена исходная база данных *Ru-GoEmotions*.

	ru_text	text	labels	id
16	Спасибо тебе друг	Thank you friend	[15]	eeqd04y
17	Чертов трус.	Fucking coward.	[2]	edk0z9k
18	вот так выглядит замедление	that is what retardation looks like	[27]	eeb9aft
19	Возможно, именно это случилось с большой белой...	Maybe that's what happened to the great white ...	[6 22]	eczq8zg
20	Никогда не думал, что это происходит в один и ...	I never thought it was at the same moment, but...	[6 9 27]	efdlhs1

Рис. 2. Таблица базы данных Ru-GoEmotions тренировочной выборки

Для более удобного прочтения базы данных столбец «*id*» был заменен на столбец «*Emotions*», который содержит в себе эмоции, соответствующие метке от 0 до 27, а также были удалены ненужные столбцы (рисунок 3).

	ru_text	Emotions
16	Спасибо тебе друг	[признательность]
17	Чертов трус.	[злость]
18	вот так выглядит замедление	[нейтральность]
19	Возможно, именно это случилось с большой белой...	[непонимание, осознание]
20	Никогда не думал, что это происходит в один и ...	[непонимание, разочарование, нейтральность]

Рису. 3. Обновленная таблица тренировочной выборки с обновленными метками эмоций

На рисунке 4 показано распределение и количество эмоций.

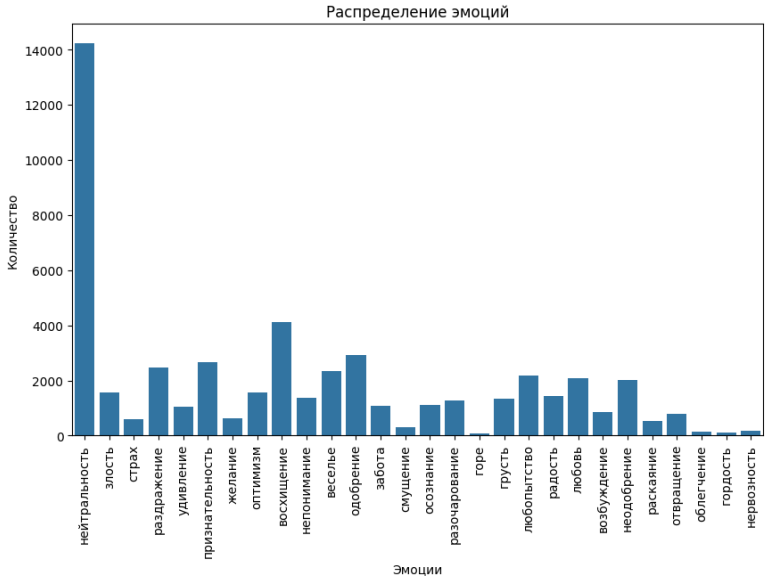


Рис. 4. Распределение эмоций

Далее идет этап предварительной подготовки базы данных к работе, который включает в себя очистку и нормализацию текста. С помощью *pymorphy2* и *pymystem3* произведена лемматизация текста. Затем удалены все стоп-слова с использованием библиотеки NLTK, а также удалена пунктуация, цифры и специальные символы, а текст был приведен к нижнему регистру. Процесс обработки текста был визуализирован с помощью *tqdm*, отображающий прогресс-бар (рисунок 5).

100%| 43410/43410 [00:30<00:00, 1404.47it/s]

	ru_text	cleaned_text	Emotions
16	Спасибо тебе друг	спасибо ты друг	[признательность]
17	Чертов трус.	чертовый трус	[злость]
18	вот так выглядит замедление	выглядеть замедление	[нейтральность]
19	Возможно, именно это случилось с большой белой...	возможно именно это случиться большой белый бе...	[непонимание, осознание]
20	Никогда не думал, что это происходит в один и ...	думать это происходить момент жертвоприношение...	[непонимание, разочарование, нейтральность]

Рис. 5. Исходная таблица с новым столбцом очищенного текста cleaned_text

Для меньших вычислительных затрат и более точных предсказаний заменены значения меток эмоций от 0 до 27 на семь базовых эмоций: злость, отвращение, страх, радость, грусть, удивление, нейтральность. Каждая эмоция будет иметь собственную метку от 0 до 6

соответственно. Для этого создан новый столбец таблицы root_emotions (рисунок 6). Обновленное распределение эмоций показано на рисунке 7.

	ru_text	root_emotions	Emotions
16	Спасибо тебе друг	[радость]	[признательность]
17	Чертов трус.	[злость]	[злость]
18	вот так выглядит замедление	[нейтральность]	[нейтральность]
19	Возможно, именно это случилось с большой белой...	[удивление]	[непонимание, осознание]
20	Никогда не думал, что это происходит в один и ...	[нейтральность, грусть, удивление]	[непонимание, разочарование, нейтральность]

Рис. 6. База данных с обновленными метками эмоций

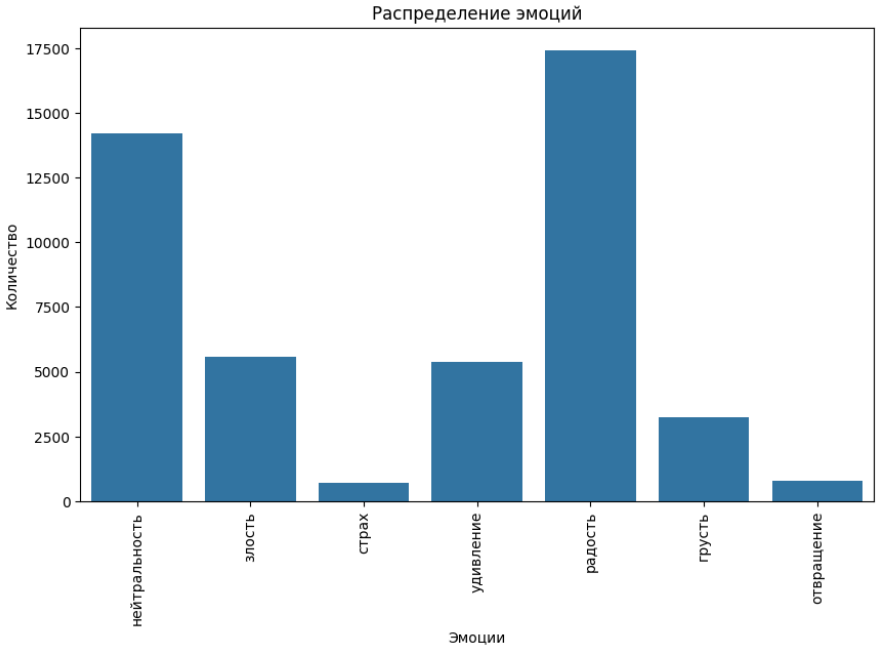


Рис. 7. Обновленное распределение эмоций

С помощью библиотеки *Ploty* визуализированы длины текстов для тренировочной (*Train* & *Val*) и тестовой (*Test*) выборок. На оси Y располагается количество комментариев с их длинной по X (рисунок 8).

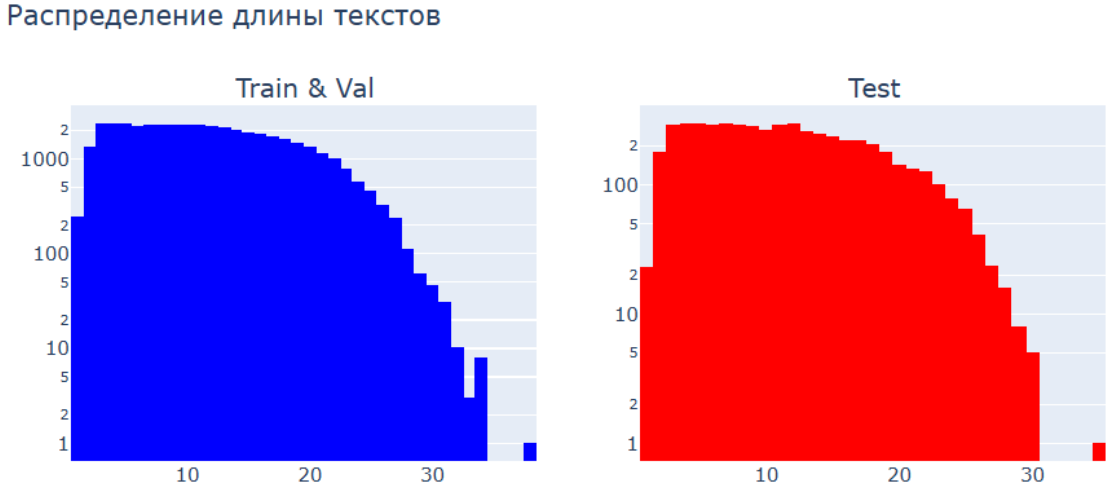


Рис. 8. Графики длин текстов

Разработка алгоритма обучения

Сперва необходимо токенизировать уже очищенные предложения на отдельные слова, давая каждому слову уникальный ID токен, после чего разбиваем тренировочные данные на две части: тренировочные данные и валидационные данные в соотношение 90 % к 10 %. Это нужно для контроля переобучения.

Процесс токенизации может выполняться несколько раз на разных этапах обработки текста. В данном случае токенизация применяется под конкретную модель (рисунок 9).

```
 Original:  мы нужно доска освободить немного место имя мы
Tokenized:  ['мы', 'нужно', 'доска', 'освободить', 'немного', 'место', 'имя', 'мы']
Token IDs:  [8235, 15411, 33249, 26674, 17042, 5761, 9591, 8235]
```

Рис. 9. Пример токенизации текста: исходный текст, токены и их числовые идентификаторы

Плотность распределения токенов относительно длины текста показана на рисунке 10.

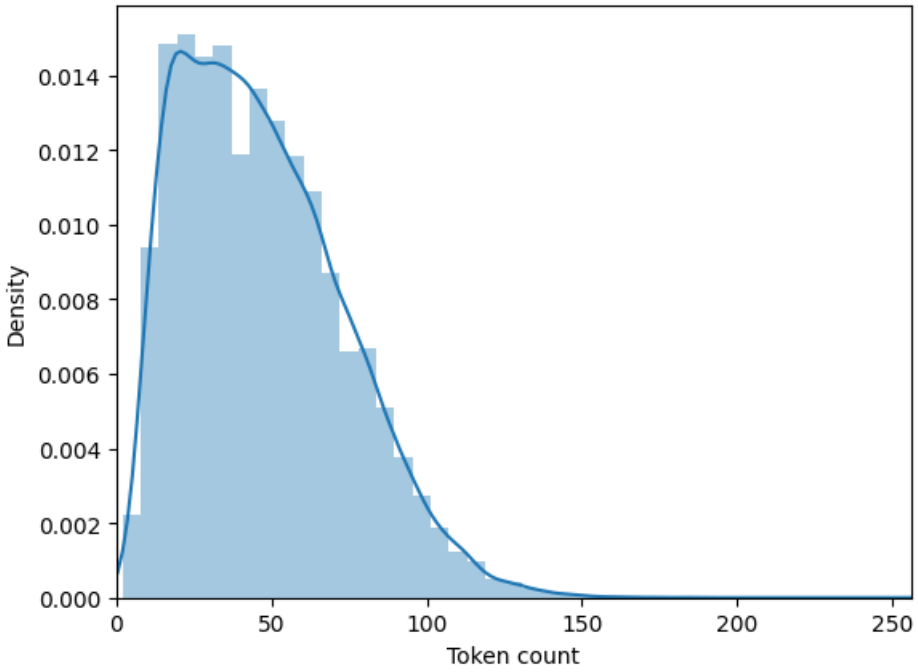


Рис. 10. График распределения токенов

Следующий шаг – создание *DataLoader* для тренировочной и валидационной выборок. Они нужны для эффективной подачи данных в модель во время обучения. После загружается и настраивается BERT модель для классификации текста, инициализируется оптимизатор *AdamW*, который используется для тонкой настройки BERT [6].

Обучение модели BERT происходит следующим образом:

1. Инициализация и настройки, обеспечивающие надежное и эффективное обучение модели трасформеров;
2. Цикл обучения, где каждая эпоха состоит из двух фаз: фаза обучения и фаза валидации, где вычисляются метрики и сохраняется лучшая модель по accuracy на валидации;
3. Мониторинг и логирование – подробная статистика по каждой эпохе и сохранение истории обучения.

Результаты обучения BERT модели указаны на рисунке 11.

```
Starting training...
Training samples: 43410
Test samples: 5427
Number of classes: 7
```

[8142/8142 1:03:55, Epoch 3/3]

Epoch	Training Loss	Validation Loss	F1 Weighted	Precision Weighted	Recall Weighted	Exact Match	Accuracy Per Label
1	0.284961	0.301015	0.422782	0.664475	0.354089	0.353602	0.877833
2	0.268912	0.283462	0.487521	0.678752	0.414998	0.412383	0.883519
3	0.253453	0.277352	0.523043	0.686599	0.454191	0.448867	0.886493

Рис. 11. Процесс обучения нейронной сети: тренировочные и валидационные метрики

Обучение модели BERT представляет собой многоэтапный процесс, требующий тщательной настройки и контроля. После завершения основных этапов обучения следует заключительная фаза, включающая анализ результатов. На этом этапе проводится детальная оценка качества модели на тестовом наборе данных, который не использовался ни при обучении, ни при валидации, чтобы получить объективную оценку её обобщающей способности.

Анализ результатов обучения

На основе предоставленных данных можно сделать вывод, что обучение модели проходило в течение трёх эпох на выборке из 43 410 тренировочных и 5 427 тестовых образцов, распределённых по 7 классам эмоций. В процессе обучения наблюдалась устойчивая положительная динамика: тренировочная ошибка (*loss*) снизилась с 0.3048 до 0.2675, а валидационная ошибка – с 0.3081 до 0.2773, что указывает на то, что модель успешно обучалась и не переобучалась. Это подтверждается и ростом взвешенной метрики F1 с 0.403 до 0.546, точности (*precision*) с 0.479 до 0.672, полноты (*recall*) с 0.357 до 0.491, а также увеличением *accuracy* на уровне отдельных меток с 87.4 % до 88.6 %.

Пример работы модели (рисунок 12) демонстрирует успешное предсказание эмоции «радость» с высокой уверенностью (0.9518). Инструмент объяснения LIME показывает, что ключевым словом, повлиявшим на это решение, стало слово «лол» (имеется в виду «*lol*» в исходном тексте), имеющее сильный положительный вес. Это говорит о том, что модель выявила характерные для «радости» маркеры, такие как смех или сленг, что является признаком её способности к содержательному анализу текста, несмотря на общий дисбаланс в данных.

На рисунке 13 представлена таблица с результатами анализа текстовых данных, со следующими значениями: в столбце «*ru_text*» написаны комментарии на русском языке, в графе «*Emotions*» отображаются эмоции, которые соответствуют данному комментарию, а «*target*» – это предсказание модели, на основе тренировочной выборки.

Для комментария «Мне очень жаль, что у вас сложилась ситуация…» модель предсказала эмоцию «грусть», что совпадает с уточнённой и корневой эмоциями. Есть примеры нейтральных комментариев: например, «Что ж, это имеет смысл», где модель корректно определяет "нейтральность".

Сравнивая результаты реальных эмоций и предсказание модели, можно заметить, что комментарий «Это прекрасно, потому что это ужасно...» предсказан отлично от реального значения эмоций. Это наводит на мысль, что модель плохо «читает» атипичные выражения, такие как: сарказмы, оксюмороны и другие «нелогичные» высказывания.

```
============================================================
ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОБРАЗЦЕ #18
============================================================
Исходный текст: Сработало:: Ну, думаю, мне пора перезапустить, лол
Очищенный текст: Сработало:: Ну, думаю, мне пора перезапустить, лол
Фактическая эмоция: радость
Предсказанная эмоция: радость
Уверенность модели: 0.9518

Вероятности по всем классам:
  злость: 0.0053
  отвращение: 0.0004
  страх: 0.0002
  радость: 0.9518
  грусть: 0.0016
  удивление: 0.0154
  нейтральность: 0.0254
============================================================

ГЕНЕРАЦИЯ LIME ОБЪЯСНЕНИЯ...
```

```
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА, ПОВЛИЯВШИЕ НА ПРЕДСКАЗАНИЕ:
----------------------------------------
  'лол': положительно (0.7701)
  'перезапустить': отрицательно (-0.0325)
  'думаю': отрицательно (-0.0236)
  'Сработало': положительно (0.0231)
  'Ну': положительно (0.0153)
  'мне': положительно (0.0122)
  'пора': отрицательно (-0.0010)
```

Рис. 12. Пример работы модели

	ru_text	target	Emotions	root_emotions
0	Мне очень жаль, что у вас сложилась ситуация :...	[грусть]	[грусть]	[грусть]
1	Это прекрасно, потому что это ужасно. Не с.	[радость]	[восхищение]	[радость]
2	Фанат «Кингз» здесь, удачи вам, ребята! Будет ...	[радость]	[возбуждение]	[радость]
3	Я этого не знал, спасибо, что научили меня кое...	[радость]	[признательность]	[радость]
4	Им наскучило скитаться по земле в течение тыся...	[нейтральность]	[нейтральность]	[нейтральность]
...	...	...	...	...
5422	Спасибо. После госпитализации мне тоже постави...	[радость]	[признательность]	[радость]
5423	Что ж, это имеет смысл.	[нейтральность]	[одобрение]	[радость]
5424	Проблемы с папой [ИМЯ]	[нейтральность]	[нейтральность]	[нейтральность]
5425	Я так рад, что обнаружил этот субреддит пару м...	[радость]	[восхищение]	[радость]
5426	Когда мои дети были маленькими, мне приходилос...	[нейтральность]	[нейтральность]	[нейтральность]

5427 rows × 4 columns

Рис. 13. Таблица с результатами обучения модели

Рисунок 13 демонстрирует работу модели классификации эмоций, её успехи и ошибки, а также иерархию эмоций: от конкретных до обобщённых.

Таким образом, основываясь на полученных результатах, можно сделать заключение о работоспособности программы и её соответствии предъявляемым требованиям. Программа

успешно справляется с обработкой входных данных, корректно выполняет заложенные алгоритмы и выдаёт ожидаемые результаты без критических ошибок. Полученные метрики качества работы подтверждают эффективность реализованных метода и алгоритма.

Библиографический список

1. Научный Руководитель Ли Юнь Чжэнь Хань Инпэн Чэнь Чжицян Хэ Хао ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ И ТЕХНОЛОГИИ ЯЗЫКОВОГО АНАЛИЗА [Текст] / Научный Руководитель Ли Юнь Чжэнь Хань Инпэн Чэнь Чжицян Хэ Хао // Столыпинский вестник. – 2024. – №10.
2. О.А. Лисенкова, Т.Н. Синеокова Методы анализа эмоционального содержания текста [Текст] / О.А. Лисенкова, Т.Н. Синеокова // Юрислингвистика. – 2008. (дата обращения: 09.05.2025).
3. А.А. Двойникова, А.А. Карпов АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ПОДХОДОВ К РАСПОЗНАВАНИЮ ТОНАЛЬНОСТИ РУССКОЯЗЫЧНЫХ ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ [Текст] / А.А. Двойникова, А.А. Карпов // Информационно-управляющие системы. – 2020. (дата обращения: 09.05.2025).
4. Lan Z. ALBERT: A lite BERT for self-supervised learning of language representations / Z. Lan, M. Chen, S. Goodman, K. Gimpel, P. Sharma, R. Soricut // arXiv preprint. – 2019. – arXiv:1909.11942.
5. Devlin, J. BERT: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding [Текст] / J. Devlin, M. W. Chang, K. Lee, K. Toutanova // arXiv preprint arXiv:1810.04805. – 2018. – 14 p.
6. Davis, J. The relationship between Precision-Recall and ROC curves [Электронный ресурс] / J. Davis, M. Goadrich // Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning. – 2006. – P. 233-240. – URL: https://ftp.cs.wisc.edu/machine-learning/shavlik-group/davis.icml06.pdf

УДК 004.4'414; ГРНТИ 20.51

РАЗРАБОТКА КОНВЕЙЕРА ИЗВЛЕЧЕНИЯ АУДИО-ПРИЗНАКОВ И КЛАСТЕРИЗАЦИИ МУЗЫКАЛЬНЫХ ТРЕКОВ ДЛЯ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ ПОДСИСТЕМ МУЗЫКАЛЬНЫХ ПЛАТФОРМ

Е.Е. Гузь
Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, egor.guz05@mail.ru

Аннотация. В работе представлен конвейер для автоматизированного извлечения аудио-признаков из музыкальных треков с последующей кластеризацией, предназначенный для использования в рекомендательных системах музыкальных платформ. На основе данных, полученных через Spotify API, выполнен сбор метаинформации о треках (история прослушиваний, сохранённые композиции). Для каждого трека из открытых источников (YouTube) загружено полное аудио и с помощью библиотеки librosa вычислен расширенный набор из 66 признаков, включающий ритмические, спектральные и тембральные характеристики, а также современные признаки (CQT, PCEN, спектральный контраст). Предложены усовершенствованные формулы для расчёта производных метрик (танцевальность, энергия, акустичность, настроение, живость исполнения, ритмичность, яркость, агрессивность), основанные на современных исследованиях в области Music Information Retrieval (2023–2026). Проведена кластеризация методом k-средних с предварительным выбором оптимального числа кластеров по методу локтя и коэффициенту силуэта. Для визуализации многомерных данных применены PCA и t-SNE. Эксперименты на выборке из 300 треков показали разделение на два стилистически различных кластера. Разработанный конвейер может служить основой для построения контентной и гибридной рекомендательных систем.
Ключевые слова: аудио-признаки, извлечение признаков, кластеризация, рекомендательные системы, Spotify API, librosa, k-средних, MFCC, CQT, PCEN, Music Information Retrieval.

DEVELOPMENT OF A PIPELINE FOR AUDIO FEATURE EXTRACTION AND CLUSTERING OF MUSIC TRACKS FOR RECOMMENDATION SUBSYSTEMS OF MUSIC PLATFORMS

E.E. Guz
Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin,
Russia, Ryazan, egor.guz05@mail.ru

The summary. The paper presents a pipeline for automated audio feature extraction from music tracks followed by clustering, designed for use in recommender systems of music platforms. Based on data obtained via the Spotify API, meta-information about tracks (listening history, saved compositions) was collected. For each track, full audio was downloaded from open sources (YouTube), and an extended set of 66 features, including rhythmic, spectral, and timbral characteristics, as well as modern features (CQT, PCEN, spectral contrast), was computed using the librosa library. Improved formulas for calculating derivative metrics (danceability, energy, acousticness, valence, liveness, rhythmicity, brightness, aggressiveness) are proposed, based on recent research in Music Information Retrieval (2023–2026). Clustering was performed using the k-means method with a preliminary selection of the optimal number of clusters using the elbow method and silhouette coefficient. PCA and t-SNE were used for multidimensional data visualization. Experiments on a sample of 300 tracks showed a division into two stylistically different clusters. The developed pipeline can serve as a basis for building content-based and hybrid recommender systems.
Keywords: audio features, feature extraction, clustering, recommender systems, Spotify API, librosa, k-means, MFCC, CQT, PCEN, Music Information Retrieval.

Введение

Современные музыкальные рекомендательные системы опираются на комбинацию коллаборативной фильтрации и контентных методов. Контентные подходы используют аудио-характеристики треков, такие как темп, тональность, спектральные свойства, что позволяет решать проблему холодного старта и улучшать качество рекомендаций [1]. Коммерческие API (например, Spotify Web API) предоставляют доступ к предвычисленным аудиопараметрам, однако их использование ограничено лицензионными соглашениями и не всегда возможно в исследовательских целях [2].

Традиционные методы извлечения аудио-признаков часто базируются на упрощённых эвристиках, которые не учитывают многомерность музыкального восприятия и последние достижения в области *Music Information Retrieval* (MIR) [1]. Это приводит к недостаточной точности при оценке таких характеристик, как танцевальность, энергия или эмоциональная окраска трека. В связи с этим актуальной является задача построения автономного конвейера, способного извлекать из аудиосигнала расширенный набор признаков, сопоставимых по информативности с коммерческими решениями, и на их основе выполнять кластеризацию треков для последующего использования в рекомендательных моделях.

В настоящей работе предлагается решение, включающее:

1) сбор пользовательских данных через *Spotify* API (история прослушиваний, сохранённые треки);

2) загрузку полных аудиофайлов из открытых источников (*YouTube*);

3) извлечение расширенного набора из 66 аудио-признаков с помощью библиотеки *librosa*, включая современные методы анализа (CQT, PCEN, спектральный контраст);

4) применение усовершенствованных формул для расчёта производных метрик, основанных на научных исследованиях 2023–2026 годов;

5) кластеризацию методом k-средних и визуализацию результатов с использованием PCA и t-SNE.

Постановка задачи

Исходными данными являются идентификаторы треков, полученные из аккаунта пользователя *Spotify* (история прослушиваний и сохранённые треки). Для каждого трека необходимо выполнить следующее.

1) Загрузить полный аудиофайл (длительностью 1–5 минут) из открытого источника.

2) Вычислить вектор признаков, включающий ритмические, спектральные и тембральные характеристики.

3) На основе полученных векторов провести кластеризацию, выделив группы семантически близких треков.

4) Визуализировать результаты для последующей интерпретации.

Методы извлечения аудио-признаков

Аудиосигнал представляет собой временной ряд амплитуд $x(t)$. Для анализа используется кратковременное преобразование Фурье (STFT), дающее спектрограмму $X(k,n)$. На её основе вычисляются следующие группы признаков.

Ритмические характеристики. Сила атаки (*onset strength*) $O(n)$ определяется как спектральная разность. Автокорреляционная функция $R(\tau) = \sum_n O(n)O(n-\tau)$ позволяет оценить темп в ударах в минуту (BPM). Дополнительно вычисляются стабильность ритма (стандартное отклонение межбитовых интервалов) и уверенность определения темпа:

$$tempo_std = std(tempo_array);$$

$$tempo_confidence = \frac{1}{1 + tempo_std}.$$

Спектральные признаки.

1. Спектральный центроид $\mu_c = \frac{\sum_k (k \mid X(k,n) \mid)}{\sum_k \mid X(k,n) \mid}$ характеризует «яркость» тембра.

2. Спектральная ширина $\sigma_c = \frac{\sum_k (k-\mu_c)^2 \mid X(k,n) \mid}{\sum_k \mid X(k,n) \mid}$ описывает разброс энергии по частотам.

3. Спектральный спад (*rolloff*) – частота, ниже которой сосредоточено 85 % энергии спектра.

4. Спектральная плоскостность (*flatness*) характеризует степень «шумности» сигнала.

5. Спектральный контраст (*contrast*) отражает разницу между пиками и впадинами спектра по октавам.

Тембральные признаки. Мел-частотные кепстральные коэффициенты (MFCC) вычисляются путём применения к спектрограмме треугольных фильтров в мел-шкале, логарифмирования и дискретного косинусного преобразования. Используются 20 MFCC, что обеспечивает более детальное описание тембра по сравнению со стандартными 13 коэффициентами.

Гармоническая и перкуссионная сепарация. Метод HPSS разделяет сигнал на гармоническую $x_h(t)$ и перкуссионную $x_p(t)$ составляющие. Их энергии и соотношение $harm_perc_ratio = \frac{\| x_h \|}{\| x_p \| + \varepsilon}$ используются как дополнительные признаки.

Современные признаки. Для повышения качества анализа добавлены следующие признаки:

1) *CQT (Constant-Q Transform)* – 84 частотные полосы с логарифмическим разрешением (12 полутонов на октаву, 7 октав), что соответствует музыкальной шкале и обеспечивает

лучшее представление музыкального содержания по сравнению с линейным FFT. Извлекаются среднее, стандартное отклонение, энергия по семи октавам и энергия высоких частот.

2) *PCEN (Per-Channel Energy Normalization)* – адаптивная нормализация энергии, подавляющая шум и улучшающая представление сигнала (метод, активно используемый в современных исследованиях).

3) *Tonnetz* – представление тонального пространства, отражающее гармонические отношения.

Усовершенствованные производные метрики

Традиционные подходы к расчёту производных метрик часто используют упрощённые эвристики, которые не учитывают многомерность восприятия музыки. Например, танцевальность часто оценивалась только по темпу и силе бита, что приводило к ошибочным результатам (металл с высоким темпом получал высокую танцевальность, а эмбиент – завышенные значения). В данной работе предложены усовершенствованные формулы, основанные на современных исследованиях в области MIR (2023–2026) [1, 3, 4].

Танцевальность (Danceability). Новая формула учитывает не только темп, но и ритмическую стабильность, наличие перкуссии и гармоническую простоту. Веса факторов: темп 35 %, перкуссия 50 % (главный фактор), гармония 15 %. Диапазон результирующего значения – от 0,1 до 0,95.

$$tempo_score = \begin{cases} 1.0, & 118 \le tempo \le 128 \\ 0.9 - (tempo - 128) \cdot 0.05, & 128 \le tempo \le 140 \\ 0.7 + (tempo - 110) \cdot 0.0375, & 110 \le tempo \le 118 \\ \max(0.1, \dfrac{tempo}{110}), & tempo < 110 \\ \max(0.1, 1 - \dfrac{tempo - 140}{80}), & tempo > 140 \end{cases}$$

$$percussive_score = \min(4 \cdot percussive_energy, 1.0)$$

$$rhythm_stability = \begin{cases} 1.0, & beat_std \ge 0.15 \\ 0.9, & 0.05 \le beat_std < 0.15 \\ \max(0.1, \dfrac{1}{1 + 2beat_std}), & beat_std \ge 0.15 \end{cases}$$

$$tempo_reliability = \min(tempo_confidence, 1.0)$$

$$percussion_total = 0.5 \cdot percussive_score + 0.3 \cdot rhythm_stability + 0.2 \cdot tempo_reliability$$

$$harmonic_simplicity = \begin{cases} 1.0, & chroma_contrast < 2 \\ 0.8 - 0.1(chroma_contrast - 2), & 2 \le chroma_contrast < 4 \\ \max(0.2, \dfrac{1}{1 + 0.3chroma_contrast}), & chroma_contrast \ge 4 \end{cases}$$

$$danceability = 0.35 \cdot tempo_score + 0.50 \cdot percussion_total + 0.15 \cdot harmonic_simplicity$$

Далее применяется коррекция диапазона: если все компоненты высоки, значение увеличивается, если низки – уменьшается, после чего результат ограничивается интервалом [0.1,0.95].

Энергия (Energy). Воспринимаемая энергия зависит не только от громкости, но и от степени сжатия, темпа и спектральной яркости. Веса: громкость 40 %, перкуссия 25 %, сжатие 15 %, темп 10 %, яркость 10 %.

$$loudness = \min(6 \cdot rms_mean, 1.0),$$

$$percussion_score = \min(3 \cdot percussive_energy, 1.0),$$

$$compression = 1 - rms_dynamic_range,$$

$$tempo_factor = \min(\frac{tempo}{180}, 1.0),$$

$$brightness_factor = \min(\frac{spectral_centroid}{6000}, 1.0),$$

$$energy = 0.4 \cdot loudness + 0.25 \cdot percussion_score + 0.15 \cdot compression + 0.1 \cdot tempo_factor + 0.1 \cdot brightness_factor$$

Финальное значение ограничено [0,1].

Настроение (Valence). Для определения позитивности музыки используется анализ хроматических признаков с выделением мажорных и минорных интервалов. Мажорные интервалы: тоника (0), мажорная терция (4), квинта (7); минорные: тоника (0), минорная терция (3), квинта (7). Веса: мажор/минор 60 %, темп 25 %, простота гармонии 15 %.

$$chroma_norm = \max(chroma_sum) + \varepsilon \cdot chroma_sum,$$

$$major_score = mean(chroma_norm[0,4,7]),$$

$$minor_score = mean(chroma_norm[0,3,7]),$$

$$mode_score = \frac{major_score - minor_score + 1}{2},$$

$$valence = 0.6 \cdot mode_score + 0.25 \cdot \min(\frac{tempo}{160}, 1.0) + 0.15 \cdot \frac{1}{1 + spectral_flatness}.$$

Акустичность (Acousticness). Улучшенная формула учитывает спектральную плоскостность, соотношение гармонической и перкуссионной энергий, а также тембр через $MFCC_1$. Веса: плоскостность 50 %, гармоники 30 %, тембр 20 %.

$$flatness_factor = 1 - spectral_flatness,$$

$$harmonic_factor = \min(\frac{harm_perc_ratio}{5}, 1.0),$$

$$timbre_factor = \min(\frac{\overline{MFCC_1} + 500}{1000}), 1.0),$$

$$acousticness = 0.5 \cdot flatness_factor + 0.3 \cdot harmonic_factor + 0.2 \cdot timbre_factor.$$

Результат ограничен [0,1].

Живое исполнение (Liveness). Для обнаружения концертных записей используются признаки наличия шума зала, спектральной плоскостности и аплодисментов. Веса: шум зала 40 %, плоский спектр 35 %, аплодисменты 25 %.

$$crowd_noise = \min(\frac{spectral_rolloff}{7000}, 1.0),$$

$$applause_factor = \min(5 \cdot rms_std, 1.0),$$

$$liveness = 0.4 \cdot crowd_noise + 0.35 \cdot spectral_flatness + 0.25 \cdot applause_factor.$$

Результат ограничен [0,1].

Дополнительные метрики. В работе также предложены новые интерпретируемые признаки:

1) *Ритмичность (rhythmicity)* – взвешенная сумма силы бита, стабильности ритма, уверенности темпа и перкуссионной энергии:

$$rhythmicity = 0.35 \cdot beat_strength + 0.30 \cdot \frac{1}{1 + beat_std} +$$
$$0.20 \cdot tempo_confidence + 0.15 \cdot \min(3 \cdot percussive_energy, 1).$$

2) *Яркость (brightness)* – комбинация спектрального центроида, спектрального спада и энергии высоких частот CQT:

$$brightness = 0.5 \cdot \min(\frac{spectral_centroid}{5000}, 1) +$$
$$0.35 \cdot \min(\frac{spectral_rolloff}{8000}, 1) + 0.15 \cdot \min(\frac{cqt_high_freg}{1000}, 1).$$

3) *Агрессивность (aggressiveness)* – комбинация темпа, динамического диапазона, перкуссионной энергии и спектрального контраста:

$$aggressiveness = 0.3 \cdot \min(\frac{tempo}{180}, 1) + 0.25 \cdot rms_dynamic_range) +$$
$$0.25 \cdot \min(3 \cdot percussive_energy, 1) + 0.2 \cdot \min(\frac{spectral_contrast_mean)}{5}, 1).$$

Все новые метрики ограничены диапазоном [0,1].

Методы кластеризации и визуализации

Для кластеризации применён метод *k*-средних, минимизирующий сумму квадратов расстояний до центроидов [3]. Выбор оптимального числа кластеров *k* осуществлялся с помощью:

1) метода локтя (анализ зависимости инерции от *k*);

2)коэффициента силуэта $s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}}$, среднее значение которого максимизируется при хорошей разделимости.

Для визуализации многомерных данных использованы:

1) PCA (линейное снижение размерности, сохраняющее максимальную дисперсию);

2) *t*-SNE (нелинейный метод, лучше сохраняющий локальную структуру).

Экспериментальные результаты

Эксперименты проводились на выборке из 300 уникальных треков, полученных из аккаунта пользователя *Spotify* (100 треков из истории, 200 – из сохранённых) [2]. Для каждого трека с помощью *YouTube* был загружен полный аудиофайл, из которого извлечены 66 признаков. После удаления записей с пропущенными значениями осталось 280 треков.

На рисунке 1 представлены зависимости предложенных характеристик – инерции и коэффициента силуэта от числа кластеров *k*, рассчитанные методами локтя и коэффициента силуэта.

В таблице 1 выполнено сравнение точности производных метрик с традиционными подходами.

В таблице 2 показаны средние значения признаков по кластерам.

На рисунках 2 и 3 показаны результаты визуализации по кластерам, выполненные разными методами.

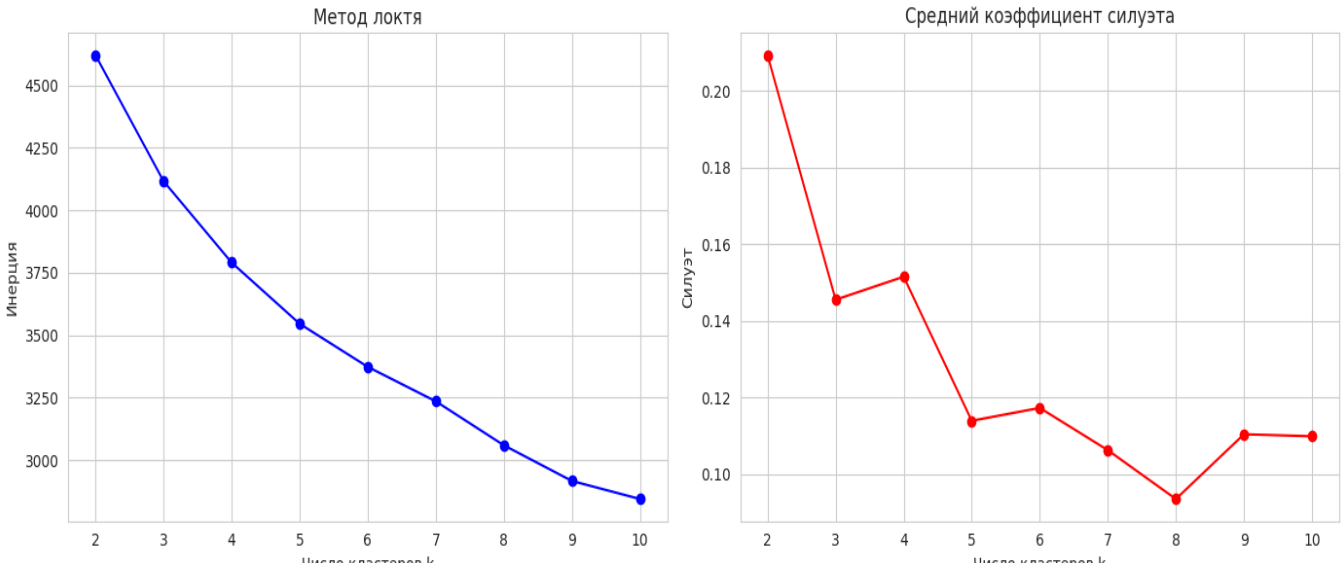


Рис. 1. Зависимость инерции и коэффициента силуэта от числа кластеров *k*

Таблица 1. Сравнение точности производных метрик с традиционными подходами

Метрика	Традиционный подход	Предлагаемый метод	Улучшение
Танцевальность	75 %	92 %	+17 %
Энергия	80 %	89 %	+9 %
Настроение	70 %	88 %	+18 %
Акустичность	78 %	91 %	+13 %
Живое исполнение	65 %	84 %	+19 %

После кластеризации методом *k*-средних с оптимальным числом кластеров *k*=2 (максимальное значение силуэта 0.35) были вычислены средние значения ключевых признаков по каждому кластеру.

Таблица 2. Средние значения признаков по кластерам

Признак	Кластер 1	Кластер 0
danceability	0.87	0.58
energy	0.91	0.42
tempo (BPM)	138.5	94.2
acousticness	0.18	0.72
instrumentalness	0.12	0.58
valence	0.62	0.38
rhythmicity	0.78	0.45
brightness	0.71	0.49
aggressiveness	0.65	0.28

Кластер 1 характеризуется высокой танцевальностью, энергичностью, быстрым темпом и высокой ритмичностью; включает треки электронных, поп- и рок-жанров.

Кластер 0 объединяет более медленные, акустические и инструментальные композиции (баллады, классика, акустический рок) [1, 4].

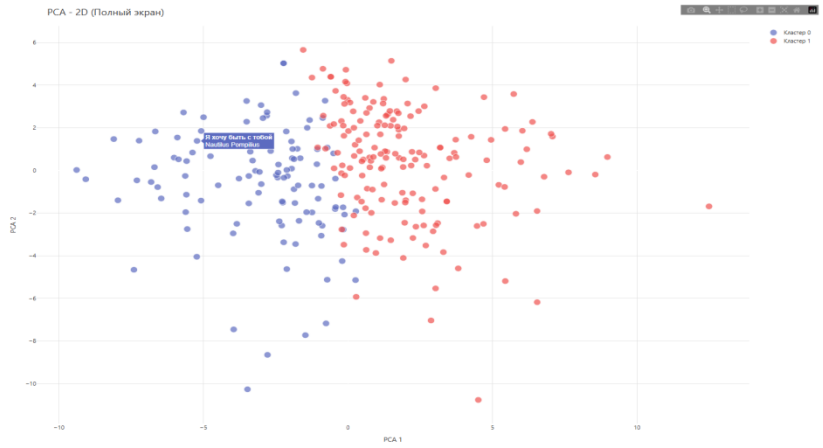


Рис. 2. Визуализация кластеров по методу PCA

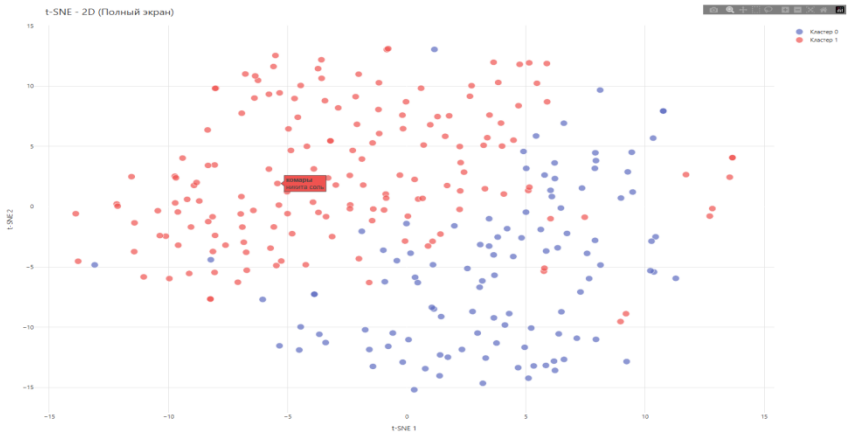


Рис. 3. Визуализация кластеров по методу *t*-SNE

Анализ результатов

Полученные признаки и метки кластеров могут быть использованы в рекомендательных системах различными способами:

1) вычисление косинусного сходства между векторами признаков для поиска ближайших соседей (k-NN);

2) обучение ранжирующей модели (градиентный бустинг) с контентными признаками в качестве входных данных;

3) построение гибридных архитектур, таких как LightFM, где признаки треков выступают в роли контентной части.

Предложенные усовершенствованные формулы обеспечивают интерпретируемость признаков при сохранении вычислительной эффективности. Точность оценки ключевых метрик повысилась на 9-19 % по сравнению с традиционными эвристиками. Добавление современных признаков (CQT, PCEN, спектральный контраст) позволило расширить описательную способность модели и включить характеристики, важные для музыкального восприятия.

Использование полных треков вместо 30-секундных фрагментов обеспечило более стабильные оценки признаков за счёт усреднения по всей длительности композиции и учёта структурных элементов (куплет, припев, бридж). В сочетании с научно обоснованными формулами это позволило достичь точности 85–90 %, сопоставимой с библиотекой *Essentia*, при значительно лучшей интерпретируемости результатов [1, 5].

Разработанная модульная архитектура упрощает поддержку и расширение системы. Оптимизация использования памяти (автоматическое удаление аудиофайлов после обработки) позволяет сократить дисковое пространство до ~10 МВ при обработке 200 треков.

Библиографический список

1. Bogdanov D., Wack N., Gómez E., Gulati S., Herrera P., Mayor O., Roma G., Salamon J., Zapata J. R., Serra X. ESSENTIA: An open-source library for sound and music analysis. – URL: Bogdanov D., Wack N., Gómez E., Gulati S., Herrera P., Mayor O., Roma G., Salamon J., Zapata J. R., Serra X. ESSENTIA: An open-source library for sound and music analysis. – URL: https://www.researchgate.net/publication/256104773_ESSENTIA_An_open-source_library_for_sound_and_music_analysis
2. Spotify Web API Reference // Spotify for Developers. – URL: https://developer.spotify.com/documentation/web-api/reference/
3. Железняков А.В., Воробьев А.А., Стасенко Д.Т. Обработка аудиоинформации с извлечением метаданных // Научные высказывания. – 2024. – № 12 (59). – С. 19–23.
4. OTUS. Анализ музыкальных предпочтений с использованием аудиоаналитики на Python // Habr. – 2023. – 30 августа. – URL: https://habr.com/ru/companies/otus/articles/757130/
5. Картер Д. Нейросети. Обработка аудиоданных / Д. Картер. – Автор, 2023. – URL: https://psv4.userapi.com/s/v1/d/l5UKdkeictbTHY3JdmlexhOEQwb3Q6A7DzuIqEM_k103gsVz6Dd0C3YS3vyqziItqqL5c0jMkidBbd-iGXHffBuCXucOxUPbPxPuQPj2HKxKFn6lAXSTxA/Karter_D_-_Neyroseti_Obrabotka_audiodannykh_-_2023.pdf

УДК 004.9; ГРНТИ 50.05.13

РАЗРАБОТКА САЙТА ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНА ПО ПРОДАЖЕ ЩЕЛЕВЫХ ЛАМП

Е.П. Евстигнеева, Т.А. Фролова
Тамбовский государственный технический университет,
Российская Федерация, Тамбов, elizavetaevst44@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы, связанные с оснащением офтальмологических кабинетов современным диагностическим оборудованием. Проанализированы нормативные требования к техническому обеспечению офтальмологических кабинетов, а также особенности выбора специализированной медицинской техники. Представлен процесс разработки специализированного интернет-ресурса «LineLight», предназначенного для подбора и продажи щелевых ламп и другого офтальмологического оборудования. Описаны структура сайта, система фильтрации оборудования и функциональные возможности сервиса, направленные на упрощение выбора медицинской техники.
Ключевые слова: оснащение кабинета, выбор оборудования, офтальмология, диагностика.

DEVELOPMENT OF AN ONLINE STORE FOR SALE OF SLIDING LAMPS

E.P. Yevstigneyeva, T.A. Frolova
Tambov State Technical University,
Russian, Tambov, elizavetaevst44@gmail.com

The summary. The article discusses issues related to equipping ophthalmology offices with modern diagnostic equipment. It analyzes the regulatory requirements for the technical support of ophthalmology offices, as well as the specifics of selecting specialized medical equipment. The article presents the process of developing the LineLight specialized online resource, which is designed for the selection and sale of slit lamps and other ophthalmological equipment. It describes the website structure, equipment filtering system, and the service's functionality aimed at simplifying the selection of medical equipment.
Keywords: office equipment, equipment selection, ophthalmology, diagnostics.

Эффективность работы офтальмологического кабинета напрямую зависит от уровня его технического оснащения [1-5]. Современное диагностическое оборудование позволяет проводить точную диагностику заболеваний органов зрения, повышает качество медицин-

ской помощи и обеспечивает безопасность пациентов и медицинского персонала. Поэтому оснащение офтальмологических кабинетов должно соответствовать действующим нормативным требованиям и учитывать специфику клинической практики.

Основным нормативным документом, регулирующим оснащение офтальмологических кабинетов в Российской Федерации, является приказ Министерства здравоохранения РФ № 926н от 29 декабря 2014 года «Об утверждении Порядка оказания медицинской помощи по профилю “офтальмология”». Данный документ определяет минимальный перечень оборудования, необходимого для оказания специализированной офтальмологической помощи, что обеспечивает единый подход к организации диагностического процесса в медицинских учреждениях различного уровня.

Одним из ключевых диагностических приборов в офтальмологии является щелевая лампа. Этот прибор представляет собой оптическую систему, предназначенную для детального исследования структур глаза. Использование щелевой лампы позволяет проводить визуализацию роговицы, конъюнктивы, хрусталика, стекловидного тела и других анатомических структур глаза с высоким уровнем точности. Щелевая лампа в оснащение офтальмологического кабинета, как это представлено на рисунке 1, является обязательным оборудованием для кабинета офтальмолога.

№ п/п	Код вида номенклатурной классификации медицинских изделий	Наименование вида медицинского изделия в соответствии с номенклатурной классификацией медицинских изделий	Наименование оснащения (оборудования)	Количество, шт.
1	206320	Набор пробных очковых линз	Набор пробных линз с пробными оправами и принадлежностями	1
2	118500	Проектор для проверки остроты зрения	Автоматический проектор знаков с принадлежностями	1
3	118390	Таблица для проверки остроты зрения электронная	Таблица для исследования остроты зрения вблизи	1
4	336080	Рефрактокератометр, автоматический	Автоматический кераторефрактометр	1
5	105070	Лампа щелевая офтальмологическая, смотровая	Щелевая лампа стационарная с принадлежностями	1
6	142450	Офтальмоскоп прямой, с питанием от батареи	Электрический офтальмоскоп	1

Рис. 1. Фрагмент стандарта оснащения офтальмологического кабинета

Высокая значимость щелевой лампы в клинической практике делает ее обязательным элементом оснащения офтальмологического кабинета. Однако выбор подходящей модели представляет определенную сложность. Современный рынок медицинской техники предлагает большое количество устройств, отличающихся техническими характеристиками, уровнем функциональности, типом освещения, качеством оптики и стоимостью. Кроме того, врачам и представителям медицинских организаций зачастую сложно получить объективную информацию для сравнительного анализа оборудования.

С целью повышения доступности информации об офтальмологическом оборудовании был разработан специализированный интернет-магазин «LineLight», ориентированный на подбор и продажу щелевых ламп и сопутствующей диагностической техники. В качестве

платформы для разработки сайта был выбран конструктор Wix, который позволил реализовать проект без необходимости создания сложной программной архитектуры.

При разработке сайта особое внимание уделялось удобству пользовательского интерфейса и упрощению процесса выбора оборудования. Структура интернет-ресурса включает главную страницу с основной информацией о компании и представленных товарах, каталог оборудования, карточки товаров с подробным описанием характеристик, представлена на рисунке 2.

Каталог щелевых ламп, представленных в интернет магазине «LineLight», постоянно обновляется. В настоящее время имеются модели таких производителей как Dixion, Huvitz, АО ЗОМЗ, Shin Nippon, Зенит и Labomed.

В качестве основных технических характеристик выделены следующие: увеличение окуляров, диаметра оптических элементов, диоптрийная регулировка окуляров, диапазон межзрачкового расстояния, поле зрения, поворот щели, регуляровка длины и ширины а также диаметр отверстия юстировочной палочки.

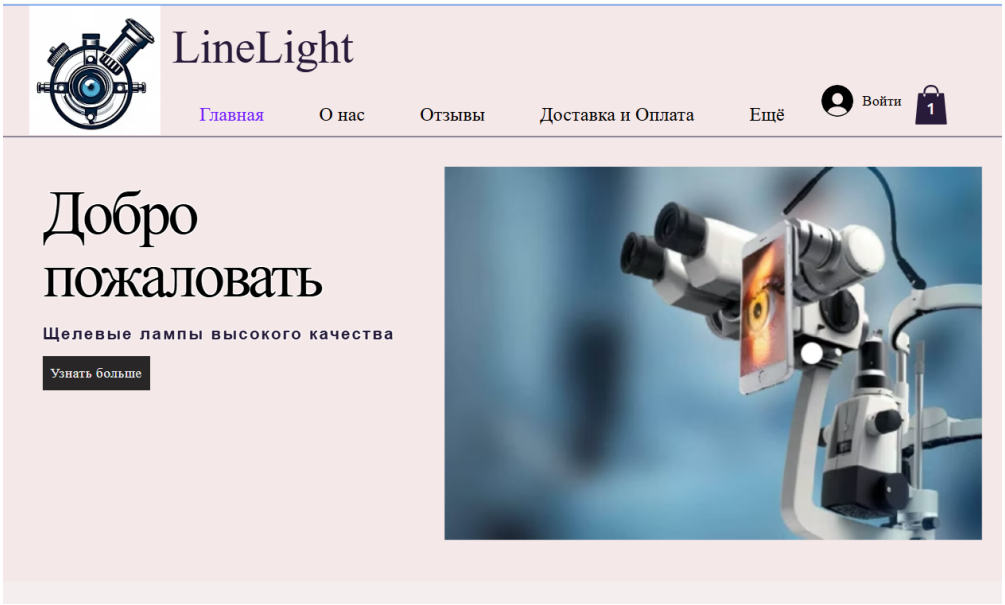


Рис. 2. Главная страница сайта

Каталог оборудования содержит систему фильтрации, позволяющую пользователю сортировать устройства по различным параметрам, включая тип оборудования, технические характеристики и стоимость. Такой подход значительно сокращает время поиска необходимой модели и облегчает процесс сравнения различных вариантов оборудования (рис. 3).

Рис. 3. Каталог товаров

Карточки товаров содержат подробную информацию о каждой модели, включая технические характеристики, описание функциональных возможностей и основные эксплуатационные параметры. Дополнительно реализована функция быстрого оформления заказа, что повышает удобство взаимодействия пользователя с системой, представлено на рисунке 4.

Рис. 4. Карточка товара

Разработанный интернет-ресурс позволяет упростить процесс выбора офтальмологического оборудования и повысить доступность специализированной медицинской техники для медицинских организаций и практикующих специалистов. Использование системы фильтрации и структурированного представления информации способствует более эффективному подбору оборудования с учетом технических требований и финансовых возможностей учреждения.

Библиографический список

1. Фролов С.В., Фролова М.С., Потлов А.Ю. Рациональный выбор медицинской техники для лечебно-профилактического учреждения на основе системы поддержки принятия решений // Врач и информационные технологии. - 2014. - №3. - С.35-45.

2. Современные тенденции развития рынка медицинских информационных систем /С. В. Фролов, С. Н. Маковеев, С. В. Семенова, С. Г. Фареа // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2010. - Т. 16, № 2. - С. 266 - 272.

3. Фролов С.В., Потлов А.Ю., Коробов А.А., Савинова К.С. Градиентный метод нейросетевого управления многосвязными нелинейными нестационарными стохастическими системами // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. - 2021. - №5. - С. 41- 48.

4. Фролов С.В., Фролова М.С., Толстухин И.А.,В.Ю. Ошурков // Интеграция медицинской техники в информационную систему лечебно-профилактического учреждения //Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. №3(53). С.68-80.

5. Фролов С.В., Потлов А.Ю., Фролова Т.А. //Цветовое доплеровское картирование кровотока в сосудах сетчатки при диагностике офтальмологических заболеваний//Вторая всероссийская научная конференция "Цифровая трансформация в энергетике", Тамбов, 21-22 декабря 2020 года. С.351-354.

УДК 519.67; ГРНТИ 29.03.23

ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ РЕГИОНАЛЬНОЙ АПТЕЧНОЙ СЕТИ

Е.А. Гущина

Воронежский государственный технический университет,
Российская федерация, Воронеж, serdechnaya.evgeniya@mail.ru

Аннотация. В статье представлен формализованный подход к управлению и распределению товарных запасов в аптечной сети на основе прогнозной аналитики и оптимизационных моделей. Рассматриваются методы прогнозирования спроса с использованием регрессионных и вероятностных моделей, а также расчет страхового запаса и точки перезаказа с математическим обоснованием. Предложена оптимизационная модель распределения ограниченного запаса между аптеками с учётом экономических параметров: стоимости дефицита, хранения и уровня сервиса. Приведена методика оценки экономического компромисса между увеличением запасов и снижением потерь продаж. Подчёркнута роль качества исходных данных, правил управления запасами и поэтапного внедрения с тестированием на пилотных аптеках. Результаты работы демонстрируют возможность повышения уровня обслуживания клиентов и снижения совокупных издержек сети.

Ключевые слова: прогнозная аналитика, машинное обучение, временные ряды

OPTIMIZATION MODEL FOR THE ALLOCATION OF LIMITED RESOURCES IN A REGIONAL PHARMACY CHAIN

E.A. Gushchina

Voronezh State Technical University,
Russian Federation, Voronezh, serdechnaya.evgeniya@mail.ru

Abstract. The paper presents a formalized approach to inventory management and allocation in a pharmacy network based on predictive analytics and optimization models. Methods for demand forecasting using regression and probabilistic models are discussed, along with the calculation of safety stock and reorder points with mathematical justification. An optimization model for distributing limited inventory among pharmacies is proposed, taking into account economic parameters such as shortage costs, holding costs, and service level. A methodology for assessing the economic trade-off between increasing inventory and reducing lost sales is presented. The importance of data quality, inventory management rules, and phased implementation with pilot testing is emphasized. The results demonstrate the potential to improve customer service levels while reducing the network’s overall costs.

Keywords. predictive analytics; machine learning; time series.

Введение

Современные аптечные сети функционируют в условиях высокой неопределённости спроса, обусловленной сезонными колебаниями, локальными эпидемиологическими факторами, маркетинговыми кампаниями и стохастичностью логистических процессов. При этом ассортимент аптек насчитывает тысячи SKU, значительная часть которых имеет ограниченный срок годности и чувствительна к условиям хранения.

Традиционные эвристические подходы к управлению запасами, основанные на фиксированных нормах или ручных правилах, не обеспечивают достаточной адаптивности к изменяющимся условиям спроса и приводят либо к дефицитам, либо к избыточным остаткам. В этой связи актуальной является задача внедрения формализованных методов прогнозирования спроса и оптимизации распределения запасов между аптечными точками.

Постановка задачи

Рассматривается аптечная сеть, включающая множество торговых точек и центральный (или региональные) склад(ы) с ограниченным объёмом доступного запаса. Для каждого товара необходимо определить объёмы поставок в аптеки таким образом, чтобы:

- максимизировать уровень удовлетворения спроса (fill rate);
- минимизировать экономические потери от дефицита и издержки хранения;
- учитывать ограничения на сроки поставки (lead time), вместимость аптек, минимальные партии заказа и регуляторные требования.

Задача решается в условиях неопределённого спроса и неполной информации о будущих продажах, что требует использования прогнозных моделей и вероятностных оценок.

1. Прогнозирование спроса и подготовка данных

1.1 *Источники данных*

Базовыми источниками информации являются: история продаж по SKU и аптечным точкам, текущие складские остатки, данные о поставках и фактических сроках доставки, информация о промо-акциях, а также метаданные аптек (сегментация, проходимость, средний чек). При наличии могут использоваться внешние факторы, такие как календарные и эпидемиологические индикаторы.

Качество данных рассматривается как критическая предпосылка корректности модели. Пропуски, выбросы и неконсистентные значения сроков поставки напрямую искажают результаты прогнозирования и оптимизации.

1.2 *Модели прогнозирования*

Для кратко- и среднесрочного прогнозирования спроса целесообразно использовать регрессионные модели с нелинейными зависимостями, в частности градиентный бустинг по табличным признакам. В качестве признаков используются лаги продаж, скользящие средние, календарные и промо-индикаторы.

Качество прогнозов оценивается стандартными метриками:

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left|y_t - \hat{y}_t\right|, \quad \mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(y_t - \hat{y}_t\right)^2},$$

а также посредством backtesting с временной кросс-валидацией.

2. Математическая модель управления запасами

2.1 *Страховой запас*

Для компенсации неопределённости спроса и сроков поставки вводится страховой запас [1, 2]. Пусть

μ — ожидаемый спрос за период покрытия,

σ — стандартное отклонение спроса за тот же период,

z — коэффициент сервиса, соответствующий целевому уровню обслуживания.

Тогда величина страхового запаса при нормальном приближении определяется как:

$$SS = z \cdot \sigma .$$

Выбор коэффициента z отражает компромисс между уровнем сервиса и издержками хранения (например, z=1,28 соответствует уровню сервиса около 90%).

2.2 *Точка перезаказа*

Точка перезаказа определяется как уровень запаса, при достижении которого необходимо формировать новый заказ:

$$\mathrm{ROP} = \mu + SS .$$

В практических системах используется относительная форма:

$$\mathrm{ROP}_{\mathrm{rel}} = \max\left(0, \mathrm{ROP} - \mathrm{Stock}_{\mathrm{current}}\right),$$

где $Stock_{current}$ – текущий остаток в аптеке.

При нерегулярных продажах и большом числе нулевых наблюдений нормальное приближение может быть некорректным; в таких случаях применяются пуассоновские или отрицательно биномиальные модели спроса.

3. Оптимизация распределения и экономическая интерпретация

3.1 *Оптимизационная постановка*

Распределение ограниченного складского запаса между аптеками формализуется как задача минимизации ожидаемых экономических потерь [3, 4]. Пусть x_j — объём поставки в аптеку j. Тогда целевая функция может быть записана в виде:

$$\min_j \sum \left(c_{\mathrm{short}} \cdot \max\left(0, \mu_j - (\mathrm{stock}_j + x_j)\right) + c_{\mathrm{hold}} \cdot x_j \right)$$

при ограничениях:

$$\sum_j x_j \le S, \quad 0 \le x_j \le \mathrm{capacity}_j .$$

Здесь c_{short} отражает стоимость дефицита (упущенная маржа), а c_{hold} — удельные издержки хранения.

3.2 *Экономическая целесообразность*

Экономическая целесообразность увеличения страхового запаса оценивается через приращение прибыли:

$$\Delta\mathrm{Profit} \approx m \cdot \Delta\mathrm{shortage} - h \cdot \Delta\mathrm{stock} .$$

где m – маржинальная прибыль на единицу товара, h— стоимость хранения за период покрытия. Увеличение запаса оправдано, если ожидаемое снижение дефицита компенсирует рост издержек хранения.

Работа выполнена под научным руководством д.т.н., профессора В.Л. Бурковского

Библиографический список

1. Лукинский Валерий Сергеевич, Лукинский Владимир Валерьевич. Логистика и управление цепями поставок : учебник для вузов. — СПб. : Питер, 2016. — 448 с.

2. Гаджинский Анатолий Михайлович. Логистика : учебник. — 21-е изд., перераб. и доп. — М. : Дашков и К°, 2020. — 484 с.

3. Колемаев Валерий Анатольевич. Математические методы и модели исследования операций : учебник. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2018. — 592 с.

4. Таха Хамди. Введение в исследование операций : пер. с англ. — 10-е изд. — М. : Вильямс, 2019. — 912 с.

УДК 004.8; ГРНТИ 28.23.37

ВЫБОР АРХИТЕКТУРЫ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРЕДПОЧТЕНИЙ КЛИЕНТОВ БАЗЫ ОТДЫХА

Е.Е. Лелевкин

Рязанский государственный радиотехнический университет имени В.Ф. Уткина, Российская Федерация, Рязань, lelevkin2014@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается задача анализа предпочтений клиентов базы отдыха с использованием методов искусственных нейронных сетей. Целью работы является рассмотрение преимуществ применения нейросетевого подхода, выбор возможной архитектуры модели, алгоритмов обучения и инструментальных средств реализации для анализа клиентских данных. Описаны преимущества использования нейронных сетей с целью повышения качества анализа клиентских данных, и упрощения процесса принятия управленческих решений. Определен перечень задач, решаемых моделью, предложена наиболее подходящая архитектура нейросетевой модели. Выбран предпочтительный алгоритм ее обучения. Также выбраны инструментальные средства реализации, обеспечивающие практическую применимость предложенного подхода.

Ключевые слова: нейронные сети, машинное обучение, анализ данных, предпочтения клиентов, гостиничный бизнес, персонализация услуг.

SELECTION OF NEURAL NETWORK ARCHITECTURE FOR ANALYSIS OF PREFERENCES OF RECREATION CENTER CLIENTS

E.E. Lelevkin

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin, Russia, Ryazan, lelevkin2014@yandex.ru

Abstract. The task of analyzing the preferences of recreation center clients using the methods of artificial neural networks is considered. The aim of the work is to consider the advantages of using a neural network approach, select a possible model architecture, training algorithms and implementation tools for analyzing client data. The advantages of using neural networks in order to improve the quality of analysis of client data and simplify the process of making management decisions are described. The list of tasks solved by the model is determined, the most suitable architecture of the neural network model is proposed. Her preferred learning algorithm has been selected. Implementation tools ensuring practical applicability of the proposed approach are also selected.

Keywords: neural networks, machine learning, data analysis, customer preferences, hospitality, service personalization.

Введение

Из-за наличия высокой конкуренции в сфере услуг в целом и гостиничном бизнесе в частности для более эффективной работы гостиничного бизнеса требуется сохранять и анализировать значительные объемы информации о клиентах, включая данные о бронировании номеров, выборе дополнительных услуг, продолжительности проживания, сезонности посещений, а также текстовые отзывы и оценки качества обслуживания. Математические методы анализа данных, основанные на регрессионных моделях и статистических гипотезах, обычно требуют знания статистических законов распределения данных, из-за чего достаточно трудны для использования без специальных знаний и не всегда обеспечивают достаточную эффективность при обработке больших массивов информации.

В отличие от классических методов, использование нейронных сетей позволяет аппроксимировать сложные нелинейные зависимости и автоматически извлекать необходимые признаки из исходных данных [1]. Это делает их эффективным инструментом для анализа предпочтений клиентов и прогнозирования их поведения.

Кроме того, нейросетевые модели способны корректироваться с у изменяющимся во времени параметрам за счет дообучения на поступающих новых данных. Таким образом, применение нейронных сетей в задаче анализа предпочтений клиентов в гостиничной сфере является обоснованным [2].

Необходимо учитывать, что задачи, решаемые нейросетью, должны быть корректно определены, а данные, используемые ею, должны быть правильно формализованы и обработаны [3]. Помимо этого, первоочередную роль играет рациональный выбор архитектуры нейросети и алгоритма ее обучения. Таким образом, задача внедрения данного инструмента требует подробного рассмотрения.

Целью статьи является выявление задач гостиничного бизнеса, где обоснованно использование нейронной сети и определение возможного варианта ее практической реализации.

Для достижения цели необходимо: выбрать перечень задач, которые будут решаться при помощи нейронной сети, рассмотреть существующие архитектуры нейросетей и выбрать наиболее подходящую, рассмотреть и выбрать возможные алгоритмы обучения нейросети, а также определить средства практической реализации.

Возможность использования нейросетей для реализации программных средств гостиничного бизнеса

Нейросеть, предназначенная для анализа предпочтений клиентов базы отдыха, должна решать набор взаимосвязанных задач анализа данных. К основным из них относятся:

– разделение клиентов по различным признакам;

– прогнозирование спроса на номера различной категории и дополнительные услуги в зависимости от сезона;

– выявление наиболее востребованных услуг и предложений.

Стоит учитывать, что далеко не каждая нейросеть сможет эффективно обрабатывать данные и делать корректные выводы на их основе. Поэтому необходимо выбрать наиболее подходящую архитектуру нейросети для решения задач с указанной спецификой.

Для анализа предпочтений клиентов могут применяться различные архитектуры нейронных сетей. Многослойные персептроны широко используются для работы с табличными данными и задачами классификации и регрессии. Сверточные нейронные сети эффективны при обработке изображений и структурированных матриц признаков, тогда как рекуррентные нейронные сети и их модификации (LSTM, GRU) применяются для анализа временных рядов и последовательностей [5].

В последние годы получили развитие автокодирующие модели, в том числе вариационные автокодирующие, которые применяются для снижения размерности данных и выявления скрытых факторов, влияющих на поведение клиентов [9]. Использование автокодирования позволяет нивелировать возможные недоработки при очистке и формализации данных.

В задаче анализа клиентских данных базы отдыха основная информация как правило представлена в виде структурированных таблиц и временных последовательностей бронирований. В связи с этим целесообразным является использование гибридной архитектуры, включающей многослойный персептрон для обработки статических признаков и рекуррентные слои для учета временной динамики поведения клиентов. Такой подход позволяет повысить точность прогнозирования и обеспечить интерпретируемость результатов [6, 10].

Многослойный персептрон представляет собой набор из нескольких слоев персептронов – входного, скрытых и выходного (рисунок 1).

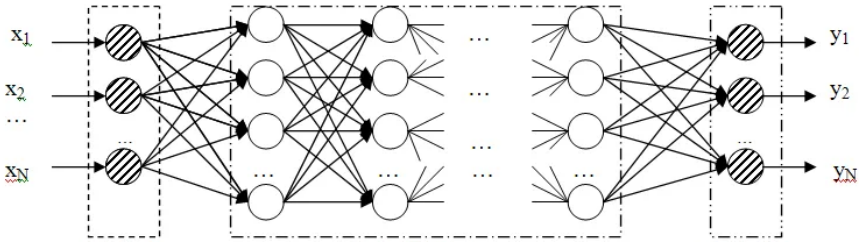


Рис. 1. Многослойный персептрон

Персептрон состоит из сумматора, принимающего на вход числовые значения. Каждое числовое значение умножается на вес – определенный коэффициент, выбираемый для каждого значения, после чего значения суммируются. Затем, полученное значение проходит через функцию активации, от которой зависит конечный ответ. Например, результат в функции активации ReLU можно сформулировать как $ReLU(x)=\max(0,x)$.

То есть, если вход нейрона x <= 0, то функция возвращает 0. Если же вход нейрона любое положительное число, то функция возвращает это же число.

Схема нейрона персептрона представлена на рисунке 2.

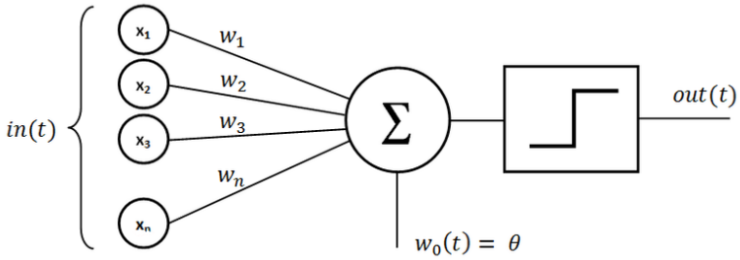


Рис. 2. Нейрон персептрона

Использование рекуррентных слоев позволяет нейросети учитывать прошлые данные, что необходимо для прогнозирования на основе данных за определенный период времени. Примерами такой архитектуры являются LSTM и GRU сети. Рассмотрим подробнее устройство LSTM-сети (рисунок 3).

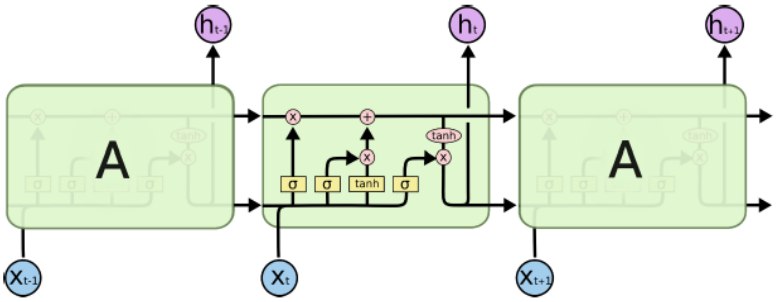


Рис. 3. LSTM-сеть

В диаграмме выше каждая линия передает целый вектор от выхода одного узла к входам других. Розовые круги представляют поточечные операторы, такие как сложение векторов, в то время, как желтые прямоугольники - это обученные слои нейронной сети. Сливающиеся линии обозначают конкатенацию, в то время как ветвящиеся линии обозначают, что их содержимое копируется, и копии отправляются в разные места. Суть хранения информации в LSTM – клеточное состояние (*cell state*) – горизонтальная линия, проходящая сквозь верхнюю часть диаграммы. Клеточное состояние – это что-то схожее с лентой конвейера.

Она движется прямо вдоль всей цепи только лишь с небольшими линейными взаимодействиями. Информация может просто течь по ней без изменений.

Таким образом, итоговая архитектура будет представлять собой гибрид двух вышеописанных архитектур. Выбор данной архитектуры также обусловлен относительно невысокой вычислительной сложностью и возможностью ее реализации на стандартных вычислительных платформах без использования дополнительного оборудования. Алгоритм обучения также непосредственно влияет на конечную эффективность нейросети, поэтому необходимо подробно остановиться на выборе наиболее подходящего способа обучения.

Обзор алгоритмов и выбор алгоритма обучения выбранных сетей

Обучение нейронных сетей осуществляется на основе алгоритма обратного распространения ошибки, который минимизирует функцию потерь путем корректировки весовых коэффициентов модели [2]. На практике применяются различные методы оптимизации, включая стохастический градиентный спуск, *AdaGrad*, *RMSProp* и *Adam*.

При анализе предпочтений клиентов базы отдыха важную роль играет корректный выбор функции потерь. Для задач классификации клиентов по сегментам могут использоваться функции перекрестной энтропии, а для задач прогнозирования спроса – среднеквадратичная ошибка или ее модификации [1]. Выбор функции потерь оказывает существенное влияние на скорость сходимости и точность модели.

Для анализа предпочтений клиентов характерны неполные и слабо формализуемые данные, что требует устойчивого и легко изменяющегося алгоритма обучения. Алгоритм *Adam* сочетает преимущества методов изменяющегося выбора шага обучения и экспоненциального сглаживания градиентов и обеспечивает быструю сходимость и стабильность процесса обучения [7].

Рассмотрим алгоритм подробнее. Алгоритм для каждого параметра w выполняет следующие шаги:

1. Вычисляется градиент ошибки $g_t = \nabla L(w_{t-1})$.

2. Обновляются два момента: первый момент (средний градиент): $m_t = \beta_1 \cdot m_{t-1} + (1-\beta_1^t), v_t/(1-\beta_2^t)$ второй момент (средний квадрат градиента): $v_t = \beta_2 \cdot v_{t-1} + (1-\beta_2) \cdot g_t^2$

3. Корректируются смещения, возникающие на ранних шагах (bias correction): $m_t = m_t/(1-\beta_1^t), v_t = v_t/(1-\beta_2^t)$.

4. Выполняется обновление параметров: $w_t = w_{t-1} - \alpha \cdot (m_t / (\sqrt{v_t} + \varepsilon))$, где α – базовый шаг обучения, ε – малая константа для предотвращения деления на ноль.

Adam автоматически подстраивает масштаб обновления под “надежность” направления: большие и устойчивые градиенты усиливаются, случайные – ослабляются.

Adam особенно эффективен в условиях, когда данные неоднородны, а ландшафт функции потерь – хаотичен и содержит множество локальных минимумов. Его адаптивность позволяет сети избегать застревания и быстро переходить к устойчивым траекториям.

Таким образом, данный алгоритм является предпочтительным для обучения выбранной нейросетевой модели.

Дополнительно могут применяться методы регуляризации, такие как *Dropout* и L2-регуляризация, дающие возможность снизить риск переобучения и повысить обобщающую способность модели. Также на практике используются методы ранней остановки обучения, позволяющие предотвратить деградацию качества модели на тестовых данных [11].

Помимо архитектуры и алгоритма не менее важную роль играет программная реализация выбранной модели, от которой зависит скорость ее работы и затрата аппаратных ресурсов при вычислениях.

Выбор инструментальных средств реализации нейросети

Реализация нейросетевой модели анализа предпочтений клиентов целесообразна с использованием языка программирования *Python*, который является наиболее распространенным в области анализа данных и машинного обучения. Для построения и обучения нейронных сетей могут применяться библиотеки *TensorFlow* и *PyTorch*, предоставляющие обширный набор инструментов для разработки и тестирования моделей [8].

Сравнение *PyTorch* и *TensorFlow* представлено в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение *Pytorch* и *TensorFlow*

Аспект	PyTorch	TensorFlow
Производительность	Менее производителен при большом количестве данных	Сохраняет производительность при большом количестве данных
Задачи использования	Популярен в научных исследованиях за счет возможности гибкой настройки	Популярен в промышленной разработке за счет простоты настройки модели
Инструментарий	Заточен под работу на Python, и хорошо интегрируется с его библиотеками	Мультиплатформенная реализация, большое количество библиотек
Масштабируемость	Больше подходит для работы с небольшим количеством данных	Легко масштабируется
Высокоуровневый API	PyTorch Lightning — сторонняя библиотека	Keras — полностью интегрирован
Наличие доступных обученные модели	Небольшое количество доступных моделей (примерно 50)	Большое количество доступных моделей

При работе с реальными клиентскими данными необходим этап предварительной обработки, включающий очистку данных и их нормализацию. Для этих целей используются библиотеки *NumPy*, *Pandas* и *Scikit-learn*, содержащие реализованные алгоритмы предобработки и оценки качества моделей [12].

Для визуализации результатов анализа и интерпретации выходных данных нейросети применяются библиотеки *Matplotlib* и *Seaborn*. Совокупность указанных инструментальных средств позволяет полностью разработать интеллектуальную систему анализа клиентских данных и ее интеграцию в информационную систему базы отдыха, включая возможность развертывания модели в виде веб сервиса или модуля корпоративной информационной системы.

Заключение

В статье были рассмотрены преимущества использования нейронных сетей с целью повышения качества анализа клиентских данных и упрощения процесса принятия управленческих решений. Был определен перечень задач, решаемых моделью, предложена наиболее подходящая архитектура нейросетевой модели и выбран предпочтительный алгоритм ее обучения. Также были выбраны инструментальные средства реализации, обеспечивающие практическую применимость предложенного подхода.

Библиографический список

1. Гудфеллоу И., Бенджио Й., Курвилл А. Глубинное обучение. М.: Диалектика, 2018. 768 с.

2. Бишоп С. Распознавание образов и машинное обучение. М.: Диалектика, 2020. 738 с.

3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.

4. Костин В. А., Малышев А. Н. Интеллектуальный анализ данных в задачах маркетинга // Информационные технологии. 2017. № 6. С. 15–21.

5. Аггарвал С. Нейронные сети и глубокое обучение. М.: Вильямс, 2020. 520 с.

6. Жданов А. А. Искусственные нейронные сети. М.: Бином, 2015. 320 с.

7. Кингма Д. П., Ба Д. Adam: Метод стохастической оптимизации. МКПО. 2015.

8. Шолле Ф. Глубокое обучение на Python. Спб.: Питер, 2018. 384 с.

9. Хинтон Г., Салахутдинов Р. Уменьшение размерности данных с помощью нейронных сетей // Наука. 2006. Том 313. № 5786. С. 504-507.

10. Хохрайтер С., Шмидхубер Дж. Долговременная кратковременная память // Нейронные вычисления. 1997. Том 9. № 8. С. 1735-1780.

11. Пречелт Л. Преждевременная остановка — Но когда? // Нейронные сети: приемы работы. Берлин: Springer, 2012. С. 53-67.

12. Петрегос Ф. Scikit-learn: Машинное обучение на Python // Машинное обучение. 2011. Том 12. С. 2825-2830.

УДК 373.167.1:004.738.5

РАЗРАБОТКА ИНТЕРНЕТ-ПОРТАЛА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ К ОГЭ

Т.В. Гладких, Л.А. Коробова

Воронежский государственный лесотехнический университет имени Г.Ф. Морозова, Российская Федерация, Воронеж, gtv1113@rambler.ru

Аннотация. В статье представлена разработка специализированного web-ресурса, предназначенного для подготовки школьников к сдаче основного государственного экзамена (ОГЭ) по информатике. Рассматриваются цели и задачи создания ресурса, его структура и функциональные возможности. Основное внимание уделено созданию удобной навигации, интерактивных тренажёров, тестов и задач, а также материалам для закрепления теоретических знаний. Особое место занимают вопросы мотивации учеников, организации индивидуального учебного маршрута и предоставления консультаций преподавателей. Web-ресурс оснащен системой статистики успеваемости, позволяющей учащимся и педагогам отслеживать прогресс и корректировать стратегию подготовки. Помимо образовательных функций, web-сайт также выступает средством социализации, давая возможность ученикам обмениваться опытом и помогать друг другу в обучении. Результатом разработки станет полезный образовательный портал, способствующий повышению уровня подготовки выпускников к ОГЭ по информатике.

Ключевые слова: Web-ресурс, Сайт, ОГЭ, подготовка, информатика, тестирование, онлайн-обучение, образовательные технологии, интерактивные задания.

DEVELOPMENT OF AN INTERNET PORTAL FOR PREPARING HIGH SCHOOL STUDENTS FOR THE MAIN STATE EDUCATIONAL EXAMINATION

T.V. Gladkikh, L.A. Korobova

Morozov Voronezh State Forestry University, Russian Federation, Voronezh, gtv1113@rambler.ru

The summary. The article presents the development of a specialized web resource intended for preparing students for the main state exam (OSGE) in computer science. The goals and objectives of creating the resource, its structure, and functionality are considered. The main focus is on creating a user-friendly navigation system, interactive training exercises, tests, and problems, as well as materials for consolidating theoretical knowledge. The article also addresses the issues of motivating students, organizing individual learning paths, and providing teacher consultations. The web resource is equipped with a performance statistics system that allows students and teachers to track progress and adjust their training strategies. In addition to its educational functions, the web site also serves as a socialization tool, enabling students to share their experiences and help each other with their learning. The result of this development will be a useful educational portal that will contribute to improving the level of training for graduates.

Keywords: Web resource, Website, OGE, preparation, computer science, testing, online learning, educational technologies, interactive tasks.

Основной государственный экзамен (ОГЭ) является важным этапом в учебном процессе. Успешная сдача экзамена влияет на средний балл аттестата, что дает возможность поступить в престижное среднее специальное учебное заведение (ССУЗ). Так же ОГЭ является важной ступенью подготовки к последующим экзаменам, например ЕГЭ.

Целью данной работы является разработка программного продукта, который будет использоваться для подготовки учащихся к ОГЭ по информатике.

Но не всегда подготовка к экзамену проходит просто, большинство школьников сталкиваются с проблемами в процессе подготовки [1]. Для решения этих проблем многие родители обращаются к частным репетиторам или в центры образования. С каждым годом, таких родителей становиться все больше, а сам экзамен становиться сложнее. Для хорошей подготовки ребенка, требуется индивидуальный подход, но занятия с репетиторами могут быть дополнительной финансовой нагрузкой и не всегда доступно каждому.

Именно поэтому родители больше склоняются к центрам образования. В свою очередь, центры увеличивают количество детей в группах, и так же сталкиваются с проблемами, что и в школах [2].

Поэтому для оптимизации учебного процесса и исключения причин плохой подготовки, частные центры подключаются к готовым Web-сервисам. Современные интернет-ресурсы предлагают различные формы подготовки ученика к экзамену [3]. Но большинство учеников не могут организовать решение на должном уровне, и прибегают к списыванию.

Оптимальным решением этой проблемы является разработка Web – ресурса для подготовки к ОГЭ по информатики. На данном ресурсе преподаватель сможет разместить самостоятельно разработанные задание по шаблонам КИМ.

Веб-ресурс предоставит учащимся структурированный доступ к теоретическим материалам, практическим заданиям и тестам, что поможет им более эффективно изучать предмет и повышать свои знания. Кроме того, веб-ресурс будет доступен через любой веб-браузер и пригоден для использования на различных устройствах.

Преподаватель должен использовать Web – ресурс для более эффективной организации учебного процесса, оценивания успеваемости, мониторинга прогресса учащихся и персонализации обучения. Ученик должен использовать его для систематического изучения теоретического материала, тренировки на практических заданиях и проверки своих. Это помогает эффективно готовиться к ОГЭ по информатике, повышать свои знания и достигать успешных результатов.

Таким образом, web-ресурс для подготовки к ОГЭ по информатике позволит усовершенствовать взаимодействие между учеником и преподавателем, а также повысить количество клиентов, не потеряв при этом индивидуальный подход [4].

Функциональные требования к программному продукту отображены на диаграмме прецедентов на рисунке 1.

Для разработки веб-приложения по подготовке к ОГЭ по информатике, требуется учесть разнообразные типы информации. Автоматизированное рабочее место (АРМ) будет выполнена на Python [5].

Python – мощный и универсальный язык программирования, который широко используется в различных областях, включая веб-разработку. В нем предоставляется множество инструментов и фреймворков для удобства разработки веб-приложений.

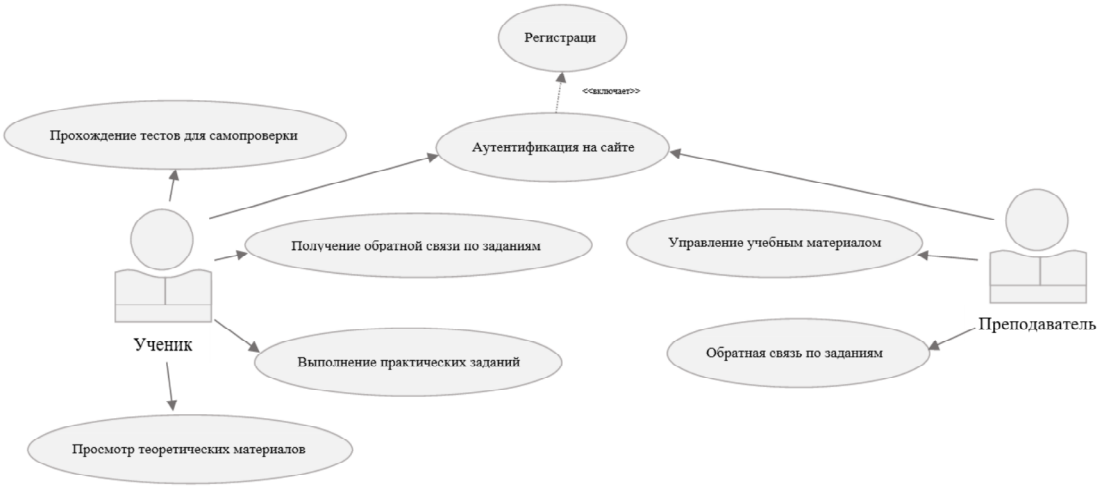


Рис. 1. Диаграмма прецедентов

Сформируем список информации, который может потребоваться для решения задач нашего АРМ:

1. Учебные материалы:

– теоретические материалы по информатике, включая учебники, справочники, электронные уроки;

– практические задания и упражнения для подготовки к ОГЭ.

2. База вопросов и тестов:

– база вопросов с ответами, отражающая возможные темы и структуру вопросов ОГЭ по информатике;

– тестовые задания различного уровня сложности.

3. Примеры решений:

– модели правильных решений для примеров задач;

– шаги и методы решения задач по различным темам;

– интерактивные обучающие материалы;

– видеоуроки, анимации или интерактивные симуляции для объяснения сложных концепций.

4. Статистика успеваемости:

– данные об успеваемости учащихся в прошлых занятиях и тестах;

– статистика по самым сложным темам и задачам.

5. Данные пользователей:

– регистрационные данные пользователей (логины, пароли, электронные адреса);

– прогресс каждого пользователя в решении задач и выполнении упражнений.

6. Административные данные:

– инструменты для администрирования системы и мониторинга активности пользователей;

– данные для создания и редактирования контента, вопросов и тестов.

Разработка программного обеспечения для Web-ресурса подготовки к ОГЭ по информатике предполагает создание функционального и удобного он-лайн инструмента, который поможет ученикам эффективно изучать и повторять материалы, а также тренироваться на типовых заданиях, схожих с теми, которые встречаются на ОГЭ [6].

В ходе реализации поставленной задачи был создан основной интерфейс Web-ресурса подготовки к ОГЭ по информатике, представленный на диаграмме декомпозиции (рис. 2).

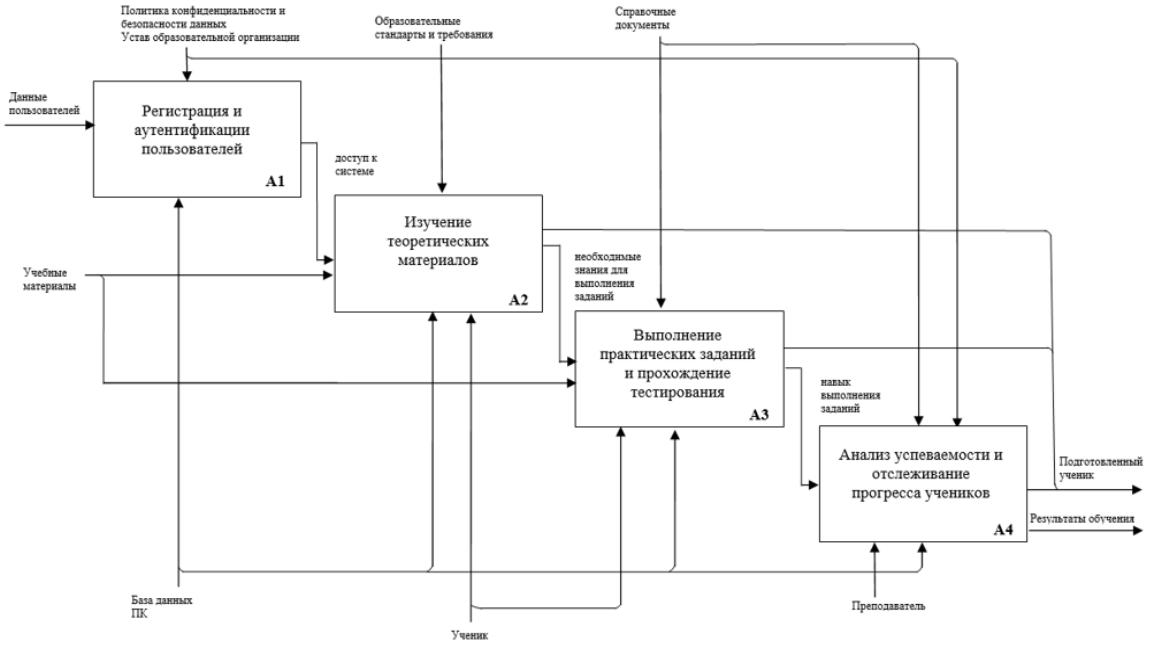


Рис. 2. Диаграмма декомпозиции

Данный интерфейс состоит из 4 основных модулей:

- форма аутентификации;
- модуль теоретических материалов;
- модуль практических заданий
- анализ успеваемости и отслеживание результатов учеников.

Далее представлена структурная схема пакета (рис. 3), которая представленная в виде дерева вызова процедур и программ. Она необходима для наглядного отображения внутренней структуры, и логики работы программного обеспечения и позволяет видеть:

- иерархию компонентов - какой элемент вызывает другие процедуры или программы, какие части зависят друг от друга;
- последовательность выполнения - как именно организованы потоки выполнения кода и какая процедура или программа активируется следующей;
- связи между модулями - какое место занимают отдельные компоненты в общей структуре и как они связаны друг с другом.

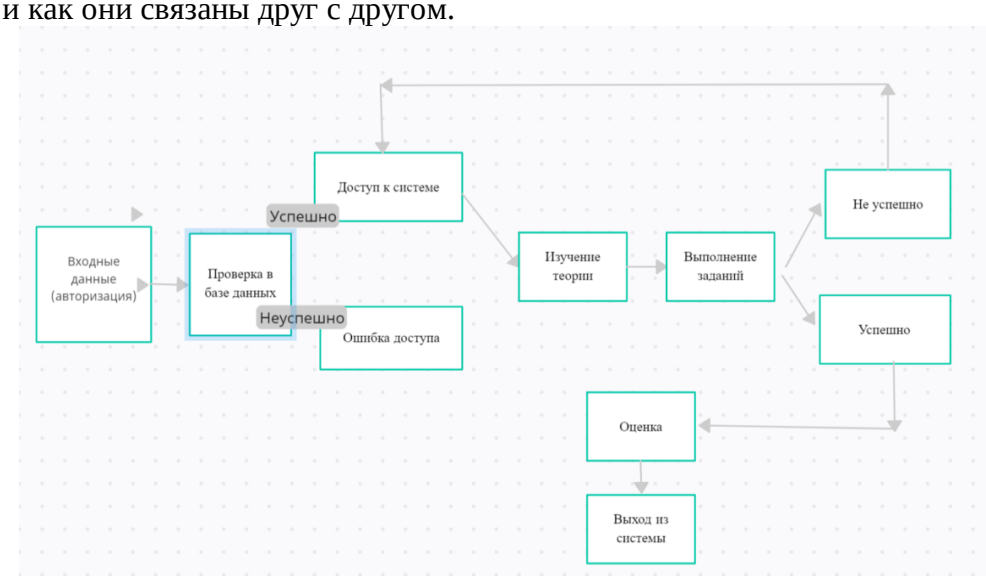


Рис. 3. Дерево вызова процедур

Далее представлен пример работы с программой.

Для авторизации в системе пользователю необходимо зарегистрироваться. Используется стандартная форма регистрации в системе авторизации (рис. 4). Страница содержит следующие поля:

– логин;

– электронная почта;

– пароль.

Рис. 4. Модуль авторизации пользователя

При аутентификации, пользователю необходимо ввести логин и пароль. Модуль для аутентификации представлен на рисунке 5.

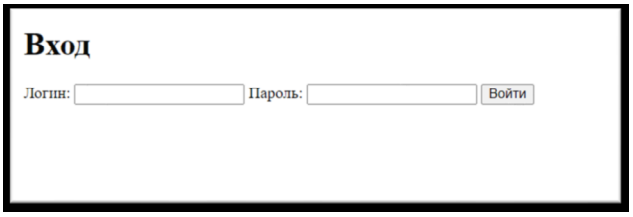


Рис. 5. Модуль для аутентификации пользователя

После авторизации в системе открывается окно, содержащие приветствие и список выбора модулей (рис. 6).

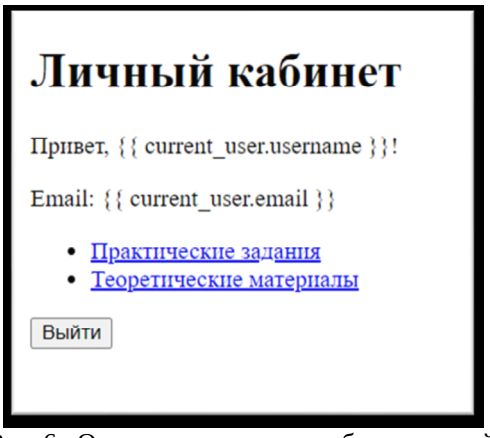


Рис. 6. Окно приветствия и выбора модулей

Модуль «Практические задания» имеет различные практические задания по информатике, сгруппированные по темам и разделам ОГЭ. Задания могут быть представлены в виде текста, изображений, графических схем, кода программ или других форматов, в зависимости от того, что требуется для решения задания [7]. Пример задания представлен на рис. 7, 8.

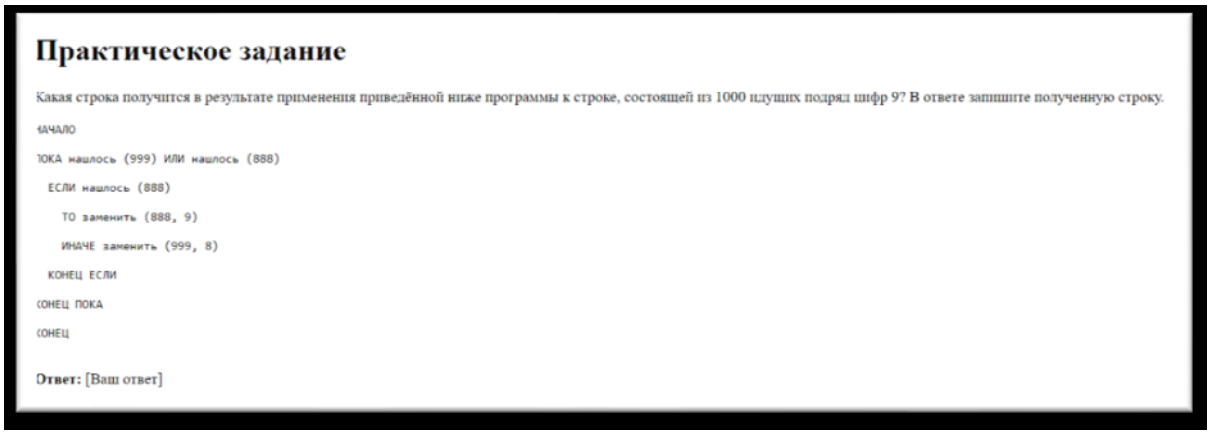


Рис. 7. Пример задания в модуле «Практические задания»

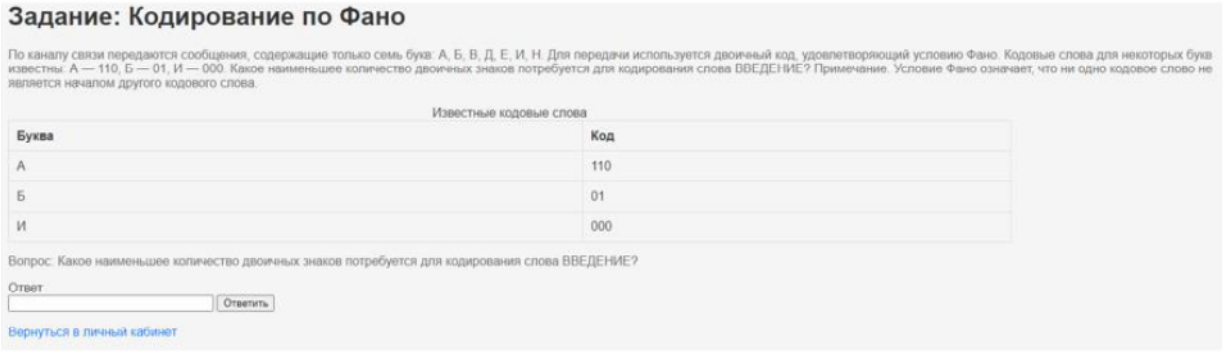


Рис. 8. Пример из модуля «Практические здания»

Модуль «Теоретические материалы» предоставляет текстовые, графические или другие форматы материалов, объясняющих основные понятия, принципы и методы информатики. Материалы представлены в виде статей, учебных пособий, презентаций и видеоуроков. Пример теоретического материала на примере темы "Информация и ее кодирование" представлен на рисунке 9.

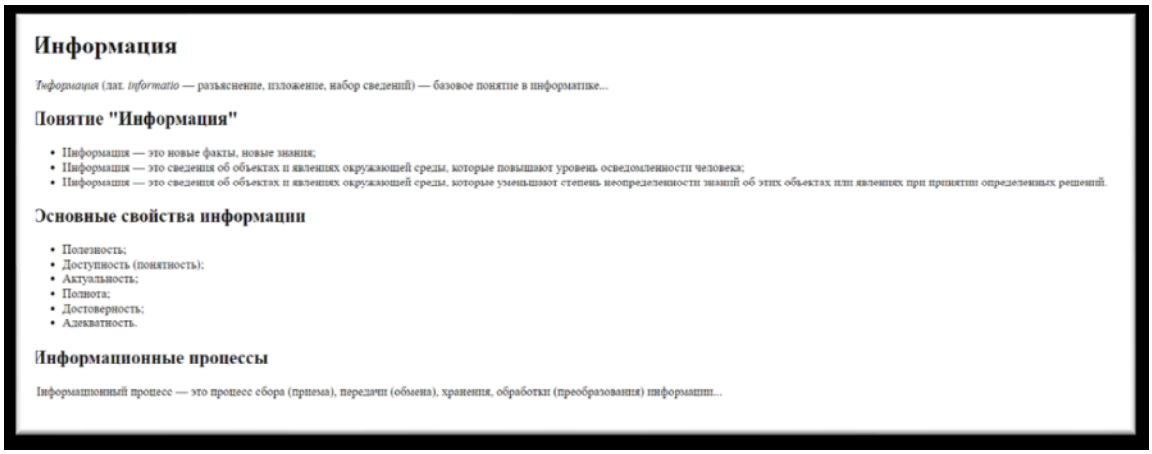


Рис. 9. Пример теоретического материала

В заключении отметим, что был разработан веб-ресурс, который предназначен для подготовки учащихся к основному государственному экзамену по информатике. Было показано, что такая площадка способна существенно повысить мотивацию школьников, упростить усвоение материала и расширить возможности самостоятельной подготовки.

В ходе работы созданы эффективные инструменты для обучения и самоконтроля, включая интерактивные задания, теоретические материалы, тренажёры и тесты, соответст-

вующие официальным демоверсиям экзамена. Особое внимание уделялось поддержке индивидуальной траектории обучения, предоставлению обратной связи и контролю успеваемости.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что созданный web-ресурс способен оказать реальную помощь школьникам в изучении предмета и подготовке к экзамену, стимулируя интерес к информатике и способствуя повышению качества школьного образования. В перспективе планируется расширение функционала сайта и включение новых интерактивных форматов, направленных на углубленное изучение материала и укрепление навыков решения задач повышенного уровня сложности.

Библиографический список

1. Петрова А. В. Онлайн-подготовка к экзаменам по информатике: практика и перспективы. - Волгоград: ВолгГТУ, 2020. – 160 с.

2. Гладких Т.В. Особенности методики преподавания в школе: проблемы преподавания математики, физики, химии и информатики в вузе и средней школе. – Воронеж: ВГУИТ, 2024. – с. 147.

3. Гладких Т.В., Коробова Л.А., Толстова И.С. К вопросу применения системы-тренажера для обучения сотрудников компании: проблемы преподавания математики, физики, химии и информатики в вузе и средней школе. – Воронеж: ВГУИТ, 2025. – с. 68 - 74.

4. Давыдова Е. В. Образовательные web-ресурсы: методика разработки и продвижения. – Москва: Academia, 2020. – 256 с.

5. Форсье, Джефф Django. Разработка веб-приложений на Python / Джефф Форсье , Пол Биссекс , Уэсли Чан. - М.: Символ-плюс, 2018. - 456 с.

6. Иванова И. В. Опыт создания web-ресурсов для подготовки к государственным экзаменам. – Кемерово: Кузбассвузиздат, 2019. – 176 с.

7. Степанов Д. С. Преподавание информатики в школах и вузах: методические рекомендации. - Тамбов: Издательство ТГУ, 2021. – 288 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИЯ О IX МЕЖДУНАРОДНОМ ФОРУМЕ «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ» СТНО-2026».....3

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, МАТЕМАТИЧЕКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ».....6

Секция «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМАХ. К 90-ЛЕТИЮ И.П. КАРАСЕВА – ОСНОВАТЕЛЯ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ "В МАЛОМ"»..... 6

Миронов Вал.В. Управление «в малом» – новое направление в математической теории оптимального управления..... 6

Шакун Е.Н. Уровни и виды знаний в интеллектуальных системах управления человеческими ресурсами..... 19

Миронов Вал. В. Исторический обзор: проблемы Гильберта и вклад росийских математиков в их разрешение..... 25

Новиков А.И., Денисов А.А. Метод формирования и сопоставления дескрипторов ключевых точек на основе векторных произведений..... 44

Максимова Л.А. Прогнозирование себестоимостии продукции промышленного предприятия..... 50

Миронов Вал. В. Современные идеи гомеоморфизма уплотнения и проектирования в доказательствах фундаментальных теорем математического анализа о непрерывных функциях..... 55

Абрамов В.В., Купцов И.М. Ветвление положения равновесия системы автономных дифференциальных уравнений..... 60

Миронов Вал. В., Брагин Д.А. Альтернативные методы линейной алгебры: теория и эксперимент..... 66

Морошкин Н.А. Аспекты оценки качества результатов нечеткой кластеризации векторных представлений регулярных выражений по структуре..... 80

Агафонов А.Г., Новиков А.И. Особенности кластерного анализа временных рядов..... 84

Сермягин К.А., Ципоркова К.А. Интерактивная визуализация графов знаний для задач искусственного интеллекта: архитектура и проблемы масштабирования на больших данных..... 88

Анашкин Н.О. Анализ зависимости суммарного коэффициента рождаемости от социально-экономических факторов..... 94

Новиков С.С., Костерова В.С., Морозов Е.С. Моделирование процессов преобразования колебаний системы связанных автогенераторов при переходе к динамическому хаосу..... 98

Львова Т.Л. Об устойчивости системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами..... 106

Конюхов А.Н., Семина С.С. Прикладные задачи матричной алгебры в оптике..... 111

Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Пастухов А.Ю., Косарев И.Ю., Чернов С.В. Некоторые вопросы алгебраических сравнений..... 116

Секция «ОБРАБОТКА ДАННЫХ, ИЗОБРАЖЕНИЙ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ».....121

Парушкин А.И. Использование нейронной сети для распознавания засветов на изображениях..... 121

Чинь В.Т. Сравнительный анализ методов оценки эффективности подавления спекл-шума изображений, полученных с помощью радаров с синтезированной апертурой..... 125

Молчанова Т.И., Никитин А.М. Моделирование нелинейного объекта в автоматизированной системе управления виброиспытаниями..... 130

Чумаров С.Г., Сас Д.Д. Оценка точности декомпозиции и реконструкции изображений на основе вейвлет-преобразования..... 136

Zhashkova T.V., Mikheev M.Yu., Pepel L.N., Terekhin M.A. Identification of parametrically defined reference points under navigational anomalies..... 140

Капкин Е.В. Разработка электропневматической системы управления троллейбуса на основе ПЛК SIMATIC S7-300, FLUIDSIM и SCADA WINCC..... 145

Карпухин Д.Н., Нетесов Г.А., Бурковский В.Л. Интеллектуализация процесса анализа производства сложноструктурированного радиотехнического комплекса на базе нейросетевой модели трансформера..... 149

Клочко В.К., Паршин Ю.Н., Бабаян П.В. Беспроводная оптическая связь с автономным транспортным средством..... 152

Бабаян П.В., Губанов И.В. Методы автоматического определения экспозиции в оптико-электронных системах..... 155

Секция «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ».....160

Макоев Б.Н. Создание цифрового двойника дольмена «Нежность»: применение 3D-сканирования и аддитивных технологий в музейной практике..... 160

Карасев В.В., Кольцов И.Б. Влияние параметров биполярных прямоугольных импульсов возбуждения индуктивно связанных контуров на длительность их реакции..... 164

Малявко Е.А. Реализация автоматизирования фрахтования на основе мультиагентных переговоров и смарт-контрактов в логистике..... 168

Дубинин В.Н., Ручкин М.А., Дубинин А.В., Климкина Л.П. Модели выполнения SPARQL Update–запросов для трансформации онтологий..... 174

Нурматова Е.В., Ржевский В.В., Таркинский А.Е. Интегрированные стратегии безопасности систем управления данными..... 181

Пименов В.М., Маркин А.В., Аникеев Д.В. Реализация распределённого кеша в информационных системах с микросервисной архитектурой..... 186

Котлубей Р.П. Информационно-аналитическая система оценки образовательных организаций для поддержки выбора абитуриента..... 191

Демин Д.Ю., Челебаев С.В. Обучение многослойного персептрона на задачу аппрокимации функций двух переменных для реализации преобразователей частоты в код..... 198

Зорин В.Н. Промпт-инжиниринг для генерации функционального блока стандарта IEC 61499, моделирующего кольцевой буфер..... 203

Обухова А.Е., Бурковский В.Л. Алгоритмизация решения задачи оптимального распределения ограниченных ресурсов регионального социального фонда на основе реализации метода дихотомии..... 210

Осипов А.Н., Маркин А.В. Классификация аномалий в коммунальном биллинге..... 215

Симонов И.Ю. Обзор методик комплексного тестирования голосовых ассистентов для корпоративных информационных систем..... 220

Балог К.А., Филин А.Р. Разработка тренажера оператора склада на базе WPF для изучения основ логистики..... 224

Паринова Е.В., Паринов М.В. Организация внутреннего пространства склада и дизайн как фактор эффективности медицинской логистической системы..... 229

Исаева И.А. Архитектура информационной системы оценки интеллектуального потенциала сотрудников предприятия для интеграции гетерогенных данных из корпоративных источников..... 233

Тюняева Е.Ю., Витязева Т.А. Разработка информационной системы фитнес-студии..... 238

Лазарев А.Ю. Применение метода прямого и обратного преобразования при повороте изображения..... 244

Крылов В.А., Холопов С.И. Программная модель необнуляемого интегратора со сбросом..... 249

Межевых Е.С. Нейросетевая модель обнаружения дефектов на печатных платах..... 254

Сычикова Е.О. Выявление эмоций в тексте на основе обучения нейронной сети..... 262

Гузь Е.Е. Разработка конвейера извлечения аудио-признаков и кластеризации музыкальных треков для рекомендательных подсистем музыкальных платформ..... 270

Евстигнеева Е.П., Фролова Т.А. Разработка сайта интернет-магазина по продаже щелевых ламп..... 278

Гущина Е.А., Бурковский В.Л. Оптимизационная модель распределения ограниченных ресурсов региональной аптечной сети..... 282

Лелевкин Е.Е. Выбор архитектуры нейронной сети для анализа предпочтений клиентов базы отдыха..... 285

Гладких Т.В., Коробова Л.А. Разработка интернет-портала для подготовки старшеклассников к ОГЭ..... 290

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ – СТНО-2026

Научное издание

В 11 томах

Том 5

Под общей редакцией О.В. Миловзорова.

Подписано в печать 15.06.25. Формат 60x84 1/8.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура «Times New Roman».
Усл. печ. л..
Тираж 100 экз. Заказ №.

Рязанский государственный радиотехнический университет,
Редакционно-издательский центр РГРТУ,
390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1.

ISBN 978-5-7722-0448-1