

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.96

В.И. Кошелев, В.А. Белокуров**МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ РЛС
С КВАЗИНЕПРЕРЫВНЫМ СИГНАЛОМ**

Исследован метод межпачечного накопления радиолокационного сигнала с совместным устранением неоднозначности по дальности с помощью линейной частотной модуляции сигнала. Синтезированный алгоритм межпачечного накопления сигнала наряду с раскрытием неоднозначности по дальности позволяет повысить энергетическую дальность действия примерно в 1,3 раза.

Ключевые слова: квазинепрерывный сигнал, пороговый сигнал, устранение неоднозначности по дальности, повышение дальности действия РЛС.

Введение. Один из основных режимов работы импульсно-доплеровских РЛС (ИД РЛС) при обнаружении воздушных целей использует квазинепрерывные сигналы с высокой частотой повторения импульсов (ВЧПИ) и малой скважностью, что позволяет однозначно обнаруживать цели с разрешением их по скорости в области доплеровских частот, свободных от помех от подстилающей поверхности [1]. Основным недостатком режима ВЧПИ являются существенная неоднозначность измерения дальности и, как следствие, большое число «слепых» зон по дальности. Последнее обусловлено бланкированием приёмника на время излучения зондирующих импульсов.

Для устранения этих недостатков режима ВЧПИ применяют следующие методы: 1) перебор частот повторения излучаемых импульсов [2]; 2) вобуляцию периода повторения импульсов; 3) межимпульсную низкочастотную линейно-частотную модуляцию (ЛЧМ) несущего колебания [3]. Каждый из методов имеет достоинства и недостатки. Перебор частот повторения позволяет получить высокую точность измерения дальности, раскрыть неоднозначность ее измерения по результатам первичных измерений, устраняет «слепые» дальности. Однако в этом случае необходимо использование большого числа зондирующих импульсов (до 20 пачек) [1], что значительно уменьшает скорость обзора сектора сканирования. Вобуляция периода повторения импульсов решает проблему

«слепых» дальностей, но диапазон раскрываемой дальности оказывается существенно меньше энергетической дальности. Введение дополнительной ЛЧМ в зондирующий сигнал после этапа измерения скорости позволяет измерить дальность частотным методом. Однако точность измерения дальности при этом невысока и составляет величину от 1500 м до нескольких километров [4]. Тем не менее, данный метод в настоящее время широко применяется в современных многофункциональных бортовых РЛС, работающих в режиме обзора.

Общим для всех этих методов является необходимость обнаружения сигнала в каждой пачке без использования межпачечного накопления сигнала.

Поэтому актуальна задача исследования в направлении разработки методов совместного межпачечного накопления сигнала и устранения неоднозначности по дальности.

Целью статьи является синтез и анализ метода совместного межпачечного накопления сигнала и устранения неоднозначности по дальности с целью повышения дальности действия РЛС без увеличения энергетического потенциала.

Синтез алгоритма. Процесс измерения дальности при использовании ЛЧМ-сигнала разбивается на два этапа. На первом этапе осуществляется обнаружение цели и измерение доплеровской фазы сигнала φ_c в режиме излучения когерентной пачки радиоимпульсов

без модуляции их частоты. На втором этапе производится излучение одной или двух когерентных пачек радиоимпульсов с ЛЧМ несущего колебания. При измерении дальности на квадратурные фазовые детекторы поступают опорные колебания с законом изменения частоты, соответствующим излучаемому сигналу. Таким образом, доплеровская фаза сигнала на втором этапе содержит приращение фазы за счёт ненулевой радиальной скорости цели и дальномерный набег фазы φ_R , вызванный задержкой распространения ЛЧМ зондирующего сигнала. Разность фаз первого и второго этапов будет определять дальность R до цели:

$$R = \frac{c \varphi_R}{4 S \pi T_n},$$

где c – скорость света; S – крутизна изменения частоты несущего колебания на втором этапе; T_n – период повторения импульсов в пачке.

Другой особенностью рассматриваемого метода раскрытия неоднозначности по дальности является возникновение неопределённости в измерении дальности [4] в ситуациях попадания в пределы строга селекции по дальности сигналов от нескольких целей, имеющих разные скорости.

Представим задачу синтеза метода совместного межпачечного накопления сигнала и устранения неоднозначности по дальности как задачу обнаружения движущегося объекта за время приема n_{obz} пачек отраженных сигналов. Считаем, что в каждой пачке цель может находиться в одном элементе разрешения. В случае использования метода устранения неоднозначности с ЛЧМ модуляцией несущего колебания каждым элементом разрешения является отдельный частотный канал. Пусть $\mathbf{Z}^{n_{obz}} = \{\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{n_{obz}-1}\}$ – массив комплексных векторов, элементы которых являются элементами разрешения отражённых от цели пачек.

Обнаружение цели сводится к проверке гипотезы H_0 о том, что в элементах разрешения $\{n_0, \dots, n_{obz}-1\}$ цели нет, против альтернативы H_1 о том, что цель там есть:

$$\begin{cases} H_0 : z_{k,n_k} = noise_{k,n_k}, & k = 0, \dots, n_{obz} - 1 \\ H_1 : z_{k,n_k} = A + noise_{k,n_k}, & k = 0, \dots, n_{obz} - 1 \end{cases}$$

где A – комплексная амплитуда сигнала в n_k -м элементе разрешения в k -й отражённой от цели пачке; $noise_{k,n_k}$ – комплексный отсчёт шума в n_k -м элементе разрешения в k -й отражённой от цели пачке. Примем, что флуктуации амплитуды сигнала от обзора к обзору независимы.

При обнаружении сигнала со случайной начальной фазой и амплитудой оптимальным является некогерентное накопление отсчётов [5]. Логарифм отношения правдоподобия имеет вид:

$$\lambda = \sum_{i=0}^{n_{obz}-1} |z_{i,n_i}|^2. \quad (1)$$

В качестве модели сигнала цели на входе устройства обработки примем модель нормального распределения с параметрической априорной неопределённостью доплеровской фазы сигнала φ_c и дальномерного набег фазы φ_R . Входной процесс является аддитивной смесью дружно флуктуирующих по амплитуде отражений от воздушной цели и внутреннего некоррелированного шума приёмника. При этом совместная функция правдоподобия при гипотезе H_1 (сигнал есть) имеет вид:

$$P(\mathbf{U}|\mathbf{H}_1) = (2\pi)^{-N} [\det(\mathbf{R}^{sn})]^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_j \sum_k W_{jk}^{sn} U_j U_k^*\right), \quad (2)$$

где \mathbf{W}^{sn} – матрица, обратная корреляционной матрице \mathbf{R}^{sn} , которая в случае использования трёх зондирований для раскрытия неоднозначности по дальности, состоит из следующих элементов:

$$\begin{aligned} R_{j,k}^1 &= q \rho_{j,k}^c \exp(i((j-k)(\varphi_c))) + \delta_{j,k}, \\ R_{j,k}^2 &= q \rho_{j,k}^c \exp(i((j-k)(\varphi_c + \varphi_{R1})) + \delta_{j,k}, \\ R_{j,k}^3 &= q \rho_{j,k}^c \exp(i((j-k)(\varphi_c + \varphi_{R2})) + \delta_{j,k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где q – отношение сигнал-шум по мощности; ρ^c – коэффициент межпериодной корреляции сигнала; φ_c – доплеровское межпериодное изменение фазы сигнала; $\varphi_{R1} = \frac{4\pi S_1 R}{c N}$ – дальномерный набег фазы сигнала во втором зондировании;

$\varphi_{R2} = \frac{4\pi S_2 R}{c N}$ – дальномерный набег фазы сигнала в третьем зондировании; N – число импульсов в пачке; $\delta_{j,k}$ – символ Кронекера; $R_{j,k}^l$ – элементы корреляционной матрицы \mathbf{R}^{sn} для l -й отражённой от цели пачки; U_j – элементы входной выборки \mathbf{U} .

Достаточная статистика при обработке i -й отражённой от цели пачки после усреднения по доплеровской фазе примет вид [5]:

$$z_{i,n_i} = \mathbf{U}^T \mathbf{s}_{n_i}^*, \quad (4)$$

где элементы вектора $\mathbf{s}_{n_i}^*$ имеют вид: $s_k = e^{-ik\psi_{n_i}}$; ψ_{n_i} – настройка n_i -го элемента

разрешения (фильтра по скорости); T – символ транспонирования; $*$ – символ комплексного сопряжения.

Логарифм отношения правдоподобия (1) после подстановки (4) имеет вид:

$$\lambda = \sum_{i=0}^{n_{obs}-1} |U^H s_{n_i}^*|^2. \quad (5)$$

Алгоритм обнаружения сводится к вычислению логарифма отношения правдоподобия (5) по всем возможным гипотезам расположения цели, построенным после приёма k отражённых от цели пачек. Каждая гипотеза соответствует определённой дальности. Структурная схема обнаружителя, реализующего алгоритм межпачечного накопления сигнала, показана на рисунке 1.

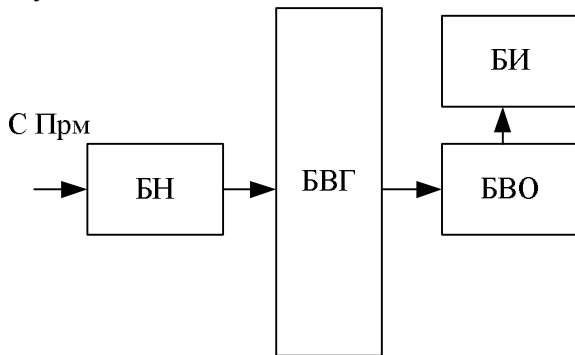


Рисунок 1

На рисунке обозначено БН – блок накопления, БВГ – блок выбора гипотез, БВО – блок вторичной обработки; Прм – приёмник; БИ – блок индикации. В БН происходит формирование гипотез возможного нахождения цели в элементах разрешения и вычисление отношения правдоподобия для каждой из них. В БВГ происходит построение апостериорной плотности распределения вероятностей для каждой из гипотез. В этом же блоке происходит выбор гипотез с максимальным значением апостериорной плотности распределения вероятностей и сравнение с порогом обнаружения соответствующих им отношений логарифмов правдоподобия (5). В качестве критерия обнаружения используется критерий Неймана-Пирсона.

Рассмотрим построение апостериорной плотности распределения вероятностей для возможных гипотез расположения цели. Для этого воспользуемся формулой Байеса, которая для гипотезы H_1 имеет вид:

$$p(x_k | Z^k) = \frac{p(z_{k,n_k} | x_k) p(x_k | Z^{k-1})}{p(z_{k,n_k} | Z^k)}, \quad (6)$$

где x_k – набор элементов разрешения, соответствующих гипотезе H_1 расположения цели в

k -й отражённой от цели пачке; Z^k – массив с входными данными; z_{k,n_k} – величина достаточной статистики в массиве входных данных в k -й отражённой от цели пачке в n_k -м элементе разрешения.

АПРВ при предположении о марковском характере переходной плотности распределения имеет вид:

$$p(x_k | Z^k) = p(z_{k,n_k} | x_k) p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | Z^{k-1}) \frac{1}{C},$$

здесь C – нормировочная константа; $p(x_k | x_{k-1})$ – переходная плотность распределения вероятностей между x_k и x_{k-1} состояниями между k -й и $(k-1)$ -й принятыми пачками.

Функция плотности распределения вероятностей (ФПРВ) для случая гипотезы H_1 имеет вид распределения Релея-Райса:

$$p(z_{k,n_k} | x_k) = \frac{z_{k,n_k}}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{z_{k,n_k}^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{z_{k,n_k} A}{\sigma_n^2}\right), \quad (7)$$

где $I_0()$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; A – амплитуда принятого сигнала; σ_n^2 – дисперсия шума в n_k -м элементе разрешения.

После подстановки функции правдоподобия (7) для гипотезы H_1 АПРВ будет иметь вид:

$$p(x_k | Z^k) = \frac{1}{C} \left(\frac{z_{k,n_k}}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{z_{k,n_k}^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{z_{k,n_k} A}{\sigma_n^2}\right) \right) p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | Z^{k-1}).$$

Особенность последнего выражения заключается в наличии в выражении неизвестной амплитуды сигнала A и дисперсии шума σ_n^2 .

Усредним выражение для $p(x_k | Z^k)$ по неизвестной амплитуде сигнала:

$$p(x_k | Z^k) = p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | Z^{k-1}) \times \int_0^\infty \frac{1}{C} \left(\frac{z_{k,n_k}}{\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{z_{k,n_k}^2 + A^2}{2\sigma_n^2}\right) I_0\left(\frac{z_{k,n_k} A}{\sigma_n^2}\right) \right) p(A) dA,$$

где $p(A)$ – плотность распределения вероятности амплитуды принятого сигнала, которая определяется моделью флуктуаций Сверлинга [4].

Для вычисления интеграла в последнем выражении воспользуемся численным методом Монте-Карло определения статистических характеристик [6]:

$$\int_0^B f(x) p(x) dx \approx \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} f(x) \delta(x - x_i) = \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} f(x_i),$$

где $p(x)$ – известная ФПРВ усредняемого пара-

метра; $\{x_i\}$ - множество случайных отсчётов, распределённых в соответствии с ФПРВ $p(x)$, $i=0, 1, \dots, (N_c-1)$; N_c - число элементов вектора случайных отсчётов, распределённых в соответствии с ФПРВ $p(x)$; $f(x)$ - известная функция; B - верхняя граница интервала усреднения.

В результате выражение для $p(x_k | \mathbf{Z}^k)$ примет вид:

$$p(x_k | \mathbf{Z}^k) = \frac{1}{C} \left(\frac{z_{k,n_k}}{\sigma_n^2} \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} \left(\exp\left(-\frac{z_{k,n_k}^2 + A_i^2}{2\sigma_n^2}\right) \times I_0\left(\frac{z_{k,n_k} A_i}{\sigma_n^2}\right) \right) \right) p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}),$$

где A_i - случайные величины, имеющие закон распределения, определяемый моделью Сверлинга; N_c - количество случайных величин в выборке.

Случайные величины A_i формируются следующим образом: определяется максимальный элемент в выборке входных данных в k -й отражённой от цели пачке в n_k -м элементе разрешения. Формируются отсчёты случайных величин с нормальным законом распределения и математическим ожиданием, равным корню квадратному из значения максимального элемента в выборке входных данных в k -й пачке в n_k -м элементе разрешения. Полученные величины отсчётов возводятся в квадрат и поступают в блок формирования гипотез.

Априорная неопределённость относительно σ_n^2 решается путём нормировки входных данных в k -й пачке в n_k -м элементе разрешения к оценке максимального правдоподобия дисперсии шума. Тогда выражение для АПРВ $p(x_k | \mathbf{Z}^k)$ принимает вид:

$$p(x_k | \mathbf{Z}^k) = \frac{1}{C} \left(z_{k,n_k} \frac{1}{N_c} \sum_{i=0}^{N_c-1} \left(\exp\left(-\frac{z_{k,n_k}^2 + A_i^2}{2}\right) \times I_0(z_{k,n_k} A_i) \right) \right) p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | \mathbf{Z}^{k-1}).$$

Имитационное моделирование. Эффективность рассмотренного метода совместного межпачечного накопления сигнала с совместным раскрытием неоднозначности по дальности определялась путём имитационного моделирования. Имитационное моделирование проводилось при следующих условиях: число импульсов в пачке $N = 1024$, число пачек $n_{обз} = 3$ (первая пачка - без ЛЧМ модуляции несущего колебания; вторая и третья с ЛЧМ модуляцией). Результаты имитационного моделирования представлены на рисунке 2.

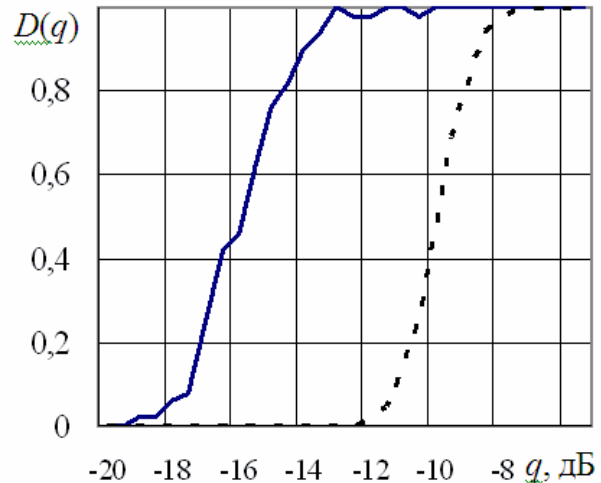


Рисунок 2

Пунктирная кривая соответствует характеристикам обнаружения классического алгоритма обнаружения. Цель считается обнаруженной, если произошло обнаружение в трёх пачках. Сплошная кривая соответствует характеристикам обнаружения синтезируемого алгоритма. Выигрыш в пороговом отношении сигнал-шум составляет величину порядка 5 дБ.

Максимальная энергетическая дальность действия R_{\max} импульсной РЛС зависит от порогового отношения сигнал-шум согласно зависимости:

$$R_{\max} \sim 4 \sqrt{\frac{1}{q_{por}}},$$

где \sim - знак пропорциональности; q_{por} - пороговое отношение сигнал-шум.

Для рассматриваемого в статье случая дальность действия возрастает примерно в 1,3 раза при использовании для раскрытия неоднозначности по дальности трёх пачек. Сравнение производилось по анализу уменьшения величины порогового отношения сигнал-шум в предлагаемом методе и классическом алгоритме устранения неоднозначности по дальности с использованием ЛЧМ-модуляции.

Выводы. Синтезированный в работе алгоритм межпачечного накопления сигнала с совместным раскрытием неоднозначности по дальности в РЛС позволяет повысить дальность действия примерно в 1,3 раза при сохранении возможности раскрытия неоднозначности по дальности.

Библиографический список

1. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. - М.: Радио и связь, 1986. 288 с.
2. Колтышев Е.Е., Петров В.В., Янковский В.Т. Алгоритм измерения дальности в радиолокационных

станциях с квазинепрерывным сигналами // Радиотехника. 2002, № 5. С. 15-21.

3. Викентьев А.Ю., Колтышев Е.Е., Уханов Е.В., Янковский В.Т. Оптимизация алгоритма измерения дальности РЛС с квазинепрерывным частотно-модулированным сигналом // Радиотехника. 2004, № 10. С. 73-79.

4. Оценивание дальности и скорости в радиоло-

кационных системах. Ч. 1 / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова – М.: "Радиотехника", 2004. – 312 с.

5. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: учебное пособие для вузов. – М. Радио и связь, 1992. – 304 с.

6. Congdon P. Bayesian Statistical modeling / John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 596 p.

УДК 621.397

В.Ф. Одиноков

УПРАВЛЯЕМЫЙ ГЕНЕРАТОР СИГНАЛОВ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Предложена методика расчета параллельного резонансного контура с дискретно-изменяемой структурой LC-элементов для использования в управляемых генераторах частот.

Ключевые слова: LC-параллельный контур, цифроаналоговый преобразователь, управляемый генератор сигналов.

Введение. В различных информационно-измерительных системах широко используются управляемые формирователи гармонических сигналов. Среди них можно выделить LC-генераторы с резонансным частотозадающим контуром [1].

Преимущество LC-генераторов перед другими типами таких же устройств заключается в малых нелинейных искажениях получаемого сигнала, поскольку частота резонанса LC-контура определяется известной формулой:

$$\omega = 1/\sqrt{LC}, \quad (1)$$

откуда следует принципиальное отсутствие дополнительных искажающих комбинационных составляющих колебания.

Недостатком LC-генераторов является сложность цифровой автоматической установки LC-параметров для управления частотой ω .

Известные методы [2] управления матрицами дискретных элементов касаются одного их типа – проводимости, емкости или индуктивности. Применительно к LC-контуру это приводит к переменным значениям характеристического сопротивления

$$\rho = \sqrt{L/C} = \omega L = 1/\omega C, \quad (2)$$

добротности

$$Q = \rho/r, \quad (3)$$

и эквивалентного сопротивления

$$R_3 = \rho^2/r,$$

где r – активные потери в контуре. Последнее

отрицательно сказывается на нагрузочной способности контура, устойчивости, стабильности и шумовых свойствах автогенератора.

Цель работы – создание методики дискретной перестройки LC-контура при относительно постоянном ρ .

Теоретическая часть. Из (2) следует, что требование постоянства ρ в процессе управления частотой приводит к необходимости одновременной вариации L и C . Этого можно достичь в следующей схеме переключения элементов контура – рисунок 1.

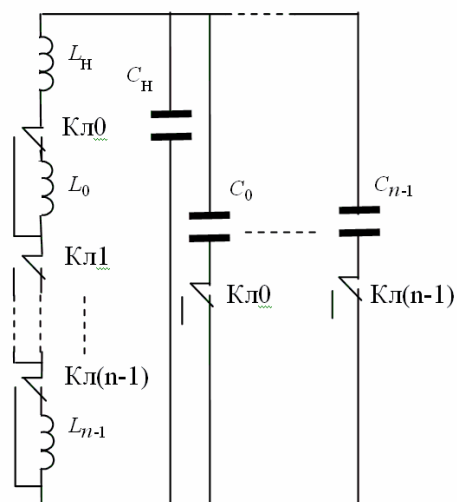


Рисунок 1 – Схема LC-контура

На рисунке 1 элементы L_n и C_n определяют начальную (наибольшую) частоту колебаний при отключенных разрядах данного цифроана-

логового преобразователя (ЦАП). Ключи Кл0...Кл(n-1) либо вводят реактивные компоненты (правое положение переключателей) в контур, либо выводят их (левое положение) из схемы. При синхронной работе одноименных переключателей (Кл0, Кл1 и т.д.) индуктивности и емкости разрядов будут изменяться одновременно, что позволяет обеспечить в той или иной степени сохранение величины характеристического сопротивления этих разрядов.

В идеальном случае перестройка параметров должна вестись из расчета двоичных весов разрядов ЦАП. Однако, учитывая относительно низкую точность изготовления LC-элементов, необходимо изменить стандартное соотношение между весами разрядов так, чтобы при любых заданных относительных отклонениях δ параметров элементов установка частоты колебаний осуществлялась с требуемой точностью.

При всех выключенных разрядах ЦАП резонансная частота контура находится по формуле (2) как

$$\omega_n = 1/\sqrt{L_n C_n}, \quad (4)$$

что дает теоретический период колебаний в виде:

$$T_n = 2\pi/\omega_n. \quad (5)$$

При подключении только нулевого разряда к L_n и C_n добавляются соответственно L_0 и C_0 . Тогда приращение τ_0 периода сигнала относительно (5) окажется равным

$$2\pi\sqrt{(L_n + L_0)(C_n + C_0)} - 2\pi\sqrt{L_n C_n} = \tau_0. \quad (6)$$

Если $\tau_0 > 0$, то должно быть

$$\sqrt{(L_n + L_0)(C_n + C_0)} > \sqrt{L_n C_n}. \quad (7)$$

После возведения в квадрат (7) дает:

$$(L_n + L_0)(C_n + C_0) > L_n C_n. \quad (8)$$

Из последнего следует:

$$L_n C_0 + L_0 (C_n + C_0) > 0. \quad (9)$$

С ростом всех параметров в (9) неравенство усиливается, поэтому при ограничениях на максимальный шаг τ_0 и с учетом допусков δ_L , δ_C на изготовление индуктивностей и конденсаторов в худшем случае (6) принимает следующий вид:

$$2\pi[\sqrt{(L_n + L_0)(1 + \delta_L)(C_n + C_0)(1 + \delta_C)} - \sqrt{L_n(1 + \delta_L)C_n(1 + \delta_C)}] = \tau_0. \quad (10)$$

Вместо $(L_n + L_0)(1 + \delta_L)$ в (10) подставим зависимость от $(C_n + C_0)(1 + \delta_C)$ величину в соответствии с (2):

$$(L_n + L_0)(1 + \delta_L) = \rho_0^2 (C_n + C_0)(1 + \delta_C), \quad (11)$$

где ρ_0 - характеристическое сопротивление контура после подключения к L_n и C_n соответственно только L_0 и C_0 с учетом их положительных допусков. В этом случае формула (10) примет вид:

$$\rho_0 (C_n + C_0)(1 + \delta_C) - [L_n(1 + \delta_L)C_n(1 + \delta_C)]^{0.5} = \tau_0/2\pi. \quad (12)$$

Откуда имеем:

$$C_0 = \{[L_n(1 + \delta_L)C_n(1 + \delta_C)]^{0.5} + \tau_0/2\pi - \rho_0 C_n(1 + \delta_C)\}/\rho_0(1 + \delta_C) = \{[L_{\partial 0} C_{\partial 0}]^{0.5} + \tau_0/2\pi - \rho_0 C_{\partial 0}\}/\rho_0(1 + \delta_C), \quad (13)$$

где $L_{\partial 0}$, $C_{\partial 0}$ - соответственно индуктивность и емкость контура с учетом их допусков до подключения нулевого разряда:

$$L_{\partial 0} = L_n(1 + \delta_L), C_{\partial 0} = C_n(1 + \delta_C).$$

Следует обратить внимание на зависимость C_0 от разности слагаемых в правой части (13). При $C_0 \ll C_n$ этот факт требует достаточно высокой точности вычислений. Для устранения возможных отрицательных значений C_0 из (13) найдем максимальную величину $\rho_0 = \rho_{0M}$, при которой емкость C_0 обуславливает вариацию частоты ($\Delta\omega$) в соответствии с идеальным ЦАП:

$$\Delta\omega = (\omega_n - \omega_m)/(2^m - 1),$$

где ω_m - минимальная частота резонанса, m - число разрядов идеального двоичного ЦАП, перекрывающего заданный диапазон частот от ω_n до ω_m . С другой стороны, на основе (1) можно записать:

$$\Delta\omega_n = 1/\sqrt{L_n C_n} - 1/\sqrt{(L_n + L_0)(C_n + C_0)} = \omega_n \lambda/(1 + \lambda),$$

где

$$\lambda = C_0/C_n = L_0/L_n.$$

Приравняв правые части выражений для $\Delta\omega$ и $\Delta\omega_n$, находим:

$$C_0 = C_n (\omega_n - \omega_m)/[(2^m - 1)\omega_n - (\omega_n - \omega_m)].$$

Тогда из (13) следует:

$$\rho_0 = \rho_{0M} = \{[L_{\partial 0} C_{\partial 0}]^{0.5} + \tau_0/2\pi\}/[C_{\partial 0} + C_0(1 + \delta_C)]. \quad (14)$$

При включении первого и выключении нулевого разряда в худшем случае по аналогии с (10) должно быть:

$$2\pi \sqrt{(L_H + L_1)(1 + \delta_L)(C_H + C_1)(1 + \delta_C)} - \\ \{ [L_H(1 + \delta_L) + L_0(1 - \delta_L)] [C_H(1 + \delta_C) + \\ + C_0(1 - \delta_C)] \}^{0.5} = \tau_1. \quad (15)$$

Проводя с (15) операции по типу (11) – (13), получаем:

$$(L_H + L_1)(1 + \delta_L) = \rho_1^2 (C_H + C_1)(1 + \delta_C), \quad (16)$$

$$C_1 = \{ \{ [L_H(1 + \delta_L) + L_0(1 - \delta_L)] [C_H(1 + \\ + \delta_C) + C_0(1 - \delta_C)] \}^{0.5} + \tau_1 / 2\pi - \\ - \rho_1 C_H(1 + \delta_C) \} / \rho_1(1 + \delta_C) = \\ = \{ [L_{\partial 1} C_{\partial 1}]^{0.5} + \tau_1 / 2\pi - \\ - \rho_1 C_{\partial 0} \} / \rho_1(1 + \delta_C), \quad (17)$$

где $L_{\partial 1}$, $C_{\partial 1}$ - соответственно индуктивность и емкость контура до подключения первого разряда с учетом допусков на элементы:

$$L_{\partial 1} = L_{\partial 0} + L_0(1 - \delta_L),$$

$$C_{\partial 1} = C_{\partial 0} + C_0(1 - \delta_C).$$

Из (11), (13), (16), (17) методом индукции делаем вывод, что при включении разряда $\varepsilon > 0$ и отключении всех предыдущих (младших) разрядов при условии сохранения характеристического сопротивления ($\rho_\varepsilon = \rho_{0,m}$) должно быть:

$$(L_H + L_\varepsilon)(1 + \delta_L) = \\ = \rho_{0,m}^2 (C_H + C_\varepsilon)(1 + \delta_C), \quad (18)$$

$$C_\varepsilon = \{ \{ [L_H(1 + \delta_L) + \sum_0^{\varepsilon-1} L_j(1 - \delta_L)] [C_H(1 + \\ + \delta_C) + \sum_0^{\varepsilon-1} C_j(1 - \delta_C)] \}^{0.5} + \tau_\varepsilon / 2\pi - \\ - \rho_{0,m} C_H(1 + \delta_C) \} / \rho_{0,m}(1 + \delta_C) = \\ = \{ \{ L_{\partial \varepsilon} C_{\partial \varepsilon} \}^{0.5} + \tau_\varepsilon / 2\pi - \\ - \rho_{0,m} C_{\partial 0} \} / \rho_{0,m}(1 + \delta_C), \quad (19)$$

где $L_{\partial \varepsilon}$ и $C_{\partial \varepsilon}$ - соответственно индуктивность и емкость контура до включения разряда $\varepsilon > 0$ с учетом допусков на элементы:

$$L_{\partial \varepsilon} = L_{\partial 0} + \sum_0^{\varepsilon-1} L_j(1 - \delta_L) =$$

$$= L_{\partial(\varepsilon-1)} + L_{(\varepsilon-1)}(1 - \delta_L),$$

$$C_{\partial \varepsilon} = C_{\partial 0} + \sum_0^{\varepsilon-1} C_j(1 - \delta_C) =$$

$$= C_{\partial(\varepsilon-1)} + C_{(\varepsilon-1)}(1 - \delta_C).$$

Методика подбора элементов контура непос-

редственно вытекает из (1), (2), (3), (11), (13), (14), (18), (19).

1. Задаемся начальной (наибольшей) и минимальной частотами резонанса ω_H , ω_M .

2. Известным путем находим число разрядов идеального двоичного ЦАП:

$$m = \lceil \lg(\omega_H / \omega_M) \rceil / \lg 2,$$

где $\lceil X \rceil$ означает ближайшее целое - большее или равное X .

3. Выбираем стандартные ряды L, C и ключи Кл.

4. Рассчитываем предполагаемое дополнительное число разрядов неидеального ЦАП [3]:

$$k = \lceil m[\lg(1 + \delta)] / [\lg 2 - \lg(1 + \delta)] \rceil,$$

где δ - наибольший допуск из δ_L , δ_C .

5. По m и k находим предполагаемое полное число разрядов n неидеального ЦАП:

$$n = m + k.$$

6. Определяем предполагаемое суммарное сопротивление ключей в цепях коммутации индуктивностей:

$$r_{\Sigma L K L} = n r_{K L},$$

где $r_{K L}$ - сопротивление одного ключа.

7. Задаемся начальной добротностью контура $Q = Q_H$.

8. При отключенных разрядах ЦАП по (3) находим требуемое значение ρ_H без учета активного сопротивления индуктивности L_H :

$$\rho_H = Q_H r_{\Sigma L K L}.$$

9. Для полученного сопротивления ρ_H в соответствии с (2) в худшем случае (при положительном отклонении L_H , когда должна обеспечиваться наибольшая частота ω_H) находим:

$$L_H = \rho_H / \omega_H(1 + \delta_L).$$

10. С учетом сказанного в последнем пункте из стандартного ряда L берем ближайшую меньшую индуктивность L_H . Определяем любым способом её активное сопротивление $r_{L H}$.

11. С учетом $r_{L H}$ по (3) уточняем значение ρ_H :

$$\rho_H = Q_H (r_{\Sigma L K L} + r_{L H}) = Q_H r_{\partial 0},$$

где $r_{\partial 0}$ - полное активное сопротивление в цепи индуктивности контура до подключения какого-либо (в том числе - нулевого) разряда:

$$r_{\partial 0} = r_{\Sigma L K L} + r_{L H}.$$

12. Для последнего значения ρ_H по пункту 9 уточняем L_H .

13. Выполняем пункты 10–12 до приемлемого результата, когда относительное различие в двух последних значениях L_n не будет превышать выбранной допустимой величины.

14. Из (2) для худшего случая находим по данным пункта 11 емкость C_n :

$$C_n = 1/\rho_n \omega_n (1 + \delta_C).$$

15. По аналогии с п. 10 из стандартного ряда С берем ближайшую меньшую емкость C_n .

16. По (2) и последним величинам L_n , C_n уточняем ρ_n :

$$\rho_n = \sqrt{L_n / C_n}.$$

17. Для последних параметров ρ_n , r_{L_n} по (3) проверяем начальную добротность контура:

$$Q_n = \rho_n / r_{\partial 0}.$$

18. Рассчитываем допустимое приращением τ_0 периода колебания при включении нулевого разряда:

$$\tau_0 = \delta_T T_{\partial 0} = \delta_T 2\pi / \omega_{\partial 0},$$

где $T_{\partial 0} = 2\pi / \omega_{\partial 0}$ - период сигнала до включения нулевого разряда, δ_T - относительное (к $T_{\partial 0}$) приращение периода сигнала при подключении нулевого разряда. Зная число разрядов m идеального двоичного ЦАП, легко определить величину δ_T как:

$$\delta_T = 1/2^m.$$

В формуле для τ_0 в соответствии с (1) и (13):

$$\omega_{\partial 0} = 1/\sqrt{L_{\partial 0} C_{\partial 0}}.$$

19. Проверяем добротность контура на частоте $\omega_{\partial 0}$:

$$Q_{\partial 0} = \rho_{\partial 0} / r_{\partial 0},$$

где

$$\rho_{\partial 0} = \sqrt{L_{\partial 0} / C_{\partial 0}}.$$

20. С учетом (14) из формулы (13) получаем:

$$C_0 = C_n / 2^m.$$

21. Из стандартного ряда для С берем ближайшее меньшее значение C_0 .

22. Из (11) с учетом (14) находим L_0 :

$$L_0 = [\rho_{0.M}^2 (C_n + C_0)(1 + \delta_C) - L_n (1 + \delta_L)] / (1 + \delta_L) = [\rho_{0.M}^2 (C_n + C_0)(1 + \delta_C) - L_{\partial 0}] / (1 + \delta_L).$$

23. Из стандартного ряда для L берем ближайшее меньшее значение L_0 . Определяем

любым образом активное сопротивление r_{L_0} индуктивности L_0 .

24. Рассчитываем допустимое приращением τ_ε периода колебания при включении очередного (по возрастанию ε) старшего разряда $\varepsilon > 0$ и выключении всех младших разрядов:

$$\tau_\varepsilon = \delta_T T_{\partial \varepsilon} = \delta_T 2\pi / \omega_{\partial \varepsilon},$$

где $T_{\partial \varepsilon} = 2\pi / \omega_{\partial \varepsilon}$ - период сигнала до включения разряда ε , δ_T - относительное (к $T_{\partial \varepsilon}$) приращение периода сигнала при выключении всех младших разрядов и включении старшего разряда ε .

В формуле для τ_ε по аналогии с τ_0 :

$$\omega_{\partial \varepsilon} = 1/\sqrt{L_{\partial \varepsilon} C_{\partial \varepsilon}}.$$

25. Проверяем добротность контура на частоте $\omega_{\partial \varepsilon}$:

$$Q_{\partial \varepsilon} = \rho_{\partial \varepsilon} / r_{\partial \varepsilon},$$

где

$$\rho_{\partial \varepsilon} = \sqrt{L_{\partial \varepsilon} / C_{\partial \varepsilon}}, r_{\partial \varepsilon} = r_{\Sigma L_{KЛ}} + r_{L_n} + \sum_0^{\varepsilon-1} r_{L_j} = r_{\partial(\varepsilon-1)} + r_{L(\varepsilon-1)}.$$

В последней формуле не учитываются сопротивления ключей в цепях включенных конденсаторов, поскольку они соединены параллельно и $r_{\Sigma L_{KЛ}} + r_{L_n} + \sum_0^{\varepsilon-1} r_{L_j} \gg r_{KЛ}$.

26. При $\omega_{\partial \varepsilon} > \omega_M$ очевидна необходимость в рассматриваемом разряде ε , поэтому рассчитываем его параметры. По формуле (19) находим C_ε .

27. Из ряда С находим ближайшее меньшее к C_ε значение.

28. Из (18) находим L_ε :

$$L_\varepsilon = [\rho_{0.M}^2 (C_n + C_\varepsilon)(1 + \delta_C) - L_n (1 + \delta_L)] / (1 + \delta_L) = [\rho_{0.M}^2 (C_n + C_\varepsilon)(1 + \delta_C) - L_{\partial 0}] / (1 + \delta_L).$$

29. Из стандартного ряда для L берем ближайшее меньшее значение L_ε . Определяем любым образом активное сопротивление r_{L_ε} индуктивности L_ε .

30. Выполняем пункты 24, 25 и, при необходимости, пп. 26–29 для очередных старших разрядов до $\varepsilon = \varepsilon_{\max}$ (при выполнении условия $\omega_{\partial \varepsilon} \leq \omega_M$).

31. Поскольку предполагаемое число разря-

дов (n) ЦАП не учитывает изменения параметров схемы в процессе расчетов, при $\varepsilon_{\max} + 1 \gg n$ можно повторно выполнить пп. 6-30 для нового числа $n = \varepsilon_{\max} + 1$. В противном случае за счет $r_{\Sigma LKЛ} = n r_{KЛ}$ на верхней частоте добротность контура будет ниже запланированной (см. пп. 6, 8).

Пример. Рассмотрим, округляя при необходимости результаты, конкретный пример без указания общепринятых размерностей величин.

1. Зададим предельные частоты:

$$\omega_M = 1 \times 10^3, \quad \omega_H = 1 \times 10^6.$$

2. Число разрядов идеального двоичного ЦАП, перекрывающего весь диапазон частот, равно

$$m = \lceil \lg(\omega_H / \omega_M) \rceil / \lg 2 = \\ = \lceil \lg(1 \times 10^6 / 1 \times 10^3) \rceil / \lg 2 = 10.$$

3. Зададимся условными стандартными рядами L и C, имеющими следующие относительные отклонения:

$$\delta_L = 0.1, \quad \delta_C = 0.05.$$

Поскольку величина индуктивности пропорциональна квадрату числа витков, а активное сопротивление её – числу витков, для расчетов $r_{L\varepsilon}$ возьмем за основу следующую очевидную формулу:

$$r_{L\varepsilon} = r_{LH} \sqrt{L_\varepsilon / L_H}.$$

Зададим сопротивления контактов реле:

$$r_{KЛ} = 1.$$

4. Дополнительное число разрядов неидеального ЦАП ($\delta = \delta_L$):

$$k = \lceil m \lg(1 + \delta) \rceil / \lceil \lg 2 - \lg(1 + \delta) \rceil = \\ = \lceil 10 \lg(1 + 0.1) \rceil / \lceil \lg 2 - \lg(1 + 0.1) \rceil = \\ = \lceil 1.5943 \rceil = 2.$$

5. Полное число разрядов n неидеального ЦАП:

$$n = m + k = 10 + 2 = 12.$$

6. Суммарное сопротивление ключей в цепи индуктивностей:

$$r_{\Sigma LKЛ} = n r_{KЛ} = 12 \times 1 = 12.$$

7. Задаем начальную добротность контура:

$$Q_H = 100.$$

8. Находим предварительное требуемое значение ρ_H :

$$\rho_H = Q_H r_{\Sigma LKЛ} = 100 \times 12 = 1200.$$

9. Предполагаемая начальная индуктивность L_H :

$$L_H = \rho_H / \omega_H (1 + \delta_L) = 1200 / 1 \times 10^6 (1 + \\ + 0.1) = 1.09 \times 10^{-3}.$$

10. (п. 10 методики для первой итерации по L_H). Ближайшее меньшее к 1.09×10^{-3} значение, выбранное из ряда L, равно (условно, так как конкретные значения индуктивностей не меняют методики расчета):

$$L_H = 1 \times 10^{-3}.$$

Условно определенное для индуктивности L_H активное сопротивление зададим как

$$r_{LH} = 10.$$

11. (п. 11 методики для первой итерации по L_H). Уточняем требуемое значение ρ_H :

$$r_{\partial 0} = r_{\Sigma LKЛ} + r_{LH} = 12 + 10 = 22, \\ \rho_H = Q_H r_{\partial 0} = 100 \times 22 = 2200.$$

12. (п. 12 методики для первой итерации по L_H). Уточняем индуктивность L_H :

$$L_H = \rho_H / \omega_H (1 + \delta_L) = 2200 / 1 \times 10^6 (1 + 0.1) = \\ = 2 \times 10^{-3}.$$

13.1. (п. 13 методики для первой итерации по L_H).

13.1.1. (10 методики для второй итерации по L_H). Находим ближайшее меньшее к 2×10^{-3} значение L_H из ряда L (условно):

$$L_H = 1.9 \times 10^{-3}.$$

13.1.2. (п. 11 методики для второй итерации по L_H). Уточняем требуемое сопротивление ρ_H с учетом r_{LH} . Используя приведенную в п. 3 примера формулу пересчета сопротивления индуктивностей условного ряда L, вместо значения r_{LH} в п. 11 методики положим $r_{LH} \sqrt{L_\varepsilon / L_H}$, где r_{LH} соответствует L_H пункта 10 примера, а L_ε – уточненная индуктивность L_H в пункте 13.1 примера (подпункт 13.1.1):

$$r_{\partial 0} = r_{\Sigma LKЛ} + r_{LH} \sqrt{L_\varepsilon / L_H} = \\ = (12 + 10(1.9 \times 10^{-3} / 1 \times 10^{-3})^{0.5}) = 25.8. \\ \rho_H = Q_H r_{\partial 0} = 100 \times 25.8 = 2580.$$

13.1.3. (п. 12 методики для второй итерации по L_H). Уточняем номинал L_H :

$$L_H = \rho_H / \omega_H (1 + \delta_L) = 2580 / 1 \times 10^6 (1 + 0.1) = \\ = 2.34 \times 10^{-3}.$$

13.2. (п. 13 методики в конце второй итерации по L_H). Полагаем, что по сравнению с 1.9×10^{-3} последнее значение L_H изменилось

существенно, поэтому возвращаемся к пунктам 10 – 12 методики.

13.2.1. (п. 10 методики для третьей итерации по L_H):

$$L_H = 2.2 \times 10^{-3}.$$

13.2.2. (п. 11 методики для третьей итерации по L_H):

$$\begin{aligned} r_{\partial 0} &= r_{\Sigma L_{KЛ}} + r_{LH} \sqrt{L_{\varepsilon} / L_H} = \\ &= 12 + 10(2.2 \times 10^{-3} / 1 \times 10^{-3})^{0.5} = \\ &= (12 + 14.8) = 26.8. \end{aligned}$$

$$\rho_H = Q_H / r_{\partial 0} = 100 \times 26.8 = 2680.$$

13.2.3. (п. 12 методики для третьей итерации по L_H):

$$\begin{aligned} L_H = \rho_H / \omega_H (1 + \delta_L) &= 2680 / 1 \times 10^6 (1 + 0.1) = \\ &= 2.44 \times 10^{-3}. \end{aligned}$$

13.3. (п. 13 методики для третьей итерации по L_H). Полагаем, что по сравнению с 2.2×10^{-3} последнее значение L_H изменилось несущественно, поэтому итерацию по расчету L_H прекращаем:

$$L_H = 2.2 \times 10^{-3}, \rho_H = 2680.$$

Для этой индуктивности, как видно из п. 13.2.2 примера, её активное пересчитанное сопротивление равно

$$r_{LH} = 14.8.$$

14. Предполагаемое значение C_H :

$$\begin{aligned} C_H &= 1 / \rho_H \omega_H (1 + \delta_C) = \\ &= 1 / 2680 \times 1 \times 10^6 (1 + 0.05) = 3.55 \times 10^{-10}. \end{aligned}$$

15. Условное ближайшее меньшее значение C_H из ряда С:

$$C_H = 3.3 \times 10^{-10}.$$

16. Уточненное значение ρ_H :

$$\rho_H = \sqrt{L_H / C_H} = (2.2 \times 10^{-3} / 3.3 \times 10^{-10})^{0.5} = 2582.$$

17. Проверяем добротность контура:

$$Q_H = \rho_H / r_{\partial 0} = 2582 / 26.8 = 96.$$

18. Для нулевого разряда:

$$\delta_T = 1 / (2^m - 1) = 1 / (2^{10} - 1) = 1 / 1023 = 9.7 \times 10^{-4},$$

$$L_{\partial 0} = L_H (1 + \delta_L) = 2.2 \times 10^{-3} (1 + 0.1) = 2.42 \times 10^{-3},$$

$$\begin{aligned} C_{\partial 0} &= C_H (1 + \delta_C) = 3.3 \times 10^{-10} (1 + 0.05) = \\ &= 3.465 \times 10^{-10}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{\partial 0} &= 1 / \sqrt{L_{\partial 0} C_{\partial 0}} = 1 / (2.42 \times 10^{-3} \times 3.465 \times 10^{-10})^{0.5} = \\ &= 1.092045 \times 10^6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \delta_T 2\pi / \omega_{\partial 0} = 2\pi \times 9.7 \times 10^{-4} / 1.092045 \times 10^6 = \\ &= 5.5809877 \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

19. Для нулевого разряда:

$$\begin{aligned} \rho_{\partial 0} &= \sqrt{L_{\partial 0} / C_{\partial 0}} = \\ &= (2.42 \times 10^{-3} / 3.465 \times 10^{-10})^{0.5} = 2643, \\ Q_{\partial 0} &= \rho_{\partial 0} / r_{\partial 0} = 2643 / 26.8 = 99. \end{aligned}$$

20. Из (13b), (14) определяем C_0 и $\rho_{0.M}$:

$$\begin{aligned} C_0 &= C_H (\omega_H - \omega_M) / [(2^m - 1) \omega_H - \\ &- (\omega_H - \omega_M)] = 3.3 \times 10^{-10} (1 \times 10^6 - \\ &- 1 \times 10^3) / [(2^{10} - 1) \times 10^6 - (1 \times 10^6 - \\ &- 1 \times 10^3)] = 3.22573 \times 10^{-13}. \end{aligned}$$

21. Условно ближайшее меньшее к 3.22573×10^{-13} значение из стандартного ряда С зададим как

$$C_0 = 3.2 \times 10^{-13}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \rho_{0.M} &= \{ [L_{\partial 0} C_{\partial 0}]^{0.5} + \tau_0 / 2\pi \} / [C_{\partial 0} + \\ &+ C_0 (1 + \delta_C (2 + \delta_C))] = \\ &= \{ [2.42 \times 10^{-3} \times 3.465 \times 10^{-10}]^{0.5} + \\ &+ 5.5809877 \times 10^{-9} / 2\pi \} / [3.465 \times 10^{-10} + \\ &+ 3.2 \times 10^{-13} (1 + 0.05)] = 2643. \end{aligned}$$

22. Индуктивность нулевого разряда:

$$\begin{aligned} L_0 &= [\rho_{0.M}^2 (C_H + C_0) (1 + \delta_C) - \\ &- L_{\partial 0}] / (1 + \delta_L) = [2643^2 (3.3 \times 10^{-10} + \\ &+ 3.2 \times 10^{-13}) (1 + 0.05) - 2.42 \times 10^{-3}] / (1 + \\ &+ 0.1) = 5.88484 \times 10^{-6}. \end{aligned}$$

23. Условное ближайшее меньшее к 5.88484×10^{-6} значение для L_0 зададим как

$$L_0 = 5.5 \times 10^{-6}.$$

По предлагаемой формуле $r_{L\varepsilon} = r_{LH} \sqrt{L_{\varepsilon} / L_H}$ рассчитываем сопротивление индуктивности нулевого разряда:

$$r_{L0} = r_{LH} \sqrt{L_0 / L_H} = 10 (5.5 \times 10^{-6} / 2.2 \times 10^{-3})^{0.5} = 0.5.$$

24. (п. 24 методики для $\varepsilon = 1$):

$$\begin{aligned} L_{\partial 1} &= L_{\partial 0} + L_0 (1 - \delta_L) = 2.42 \times 10^{-3} + \\ &+ 5.5 \times 10^{-6} (1 - 0.1) = 2.42495 \times 10^{-3}, \\ C_{\partial 1} &= C_{\partial 0} + C_0 (1 - \delta_C) = 3.465 \times 10^{-10} + \\ &+ 3.2 \times 10^{-13} (1 - 0.05) = 3.46804 \times 10^{-10}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{\partial 1} &= 1 / \sqrt{L_{\partial 1} C_{\partial 1}} = \\ &= 1 / (2.42495 \times 10^{-3} \times 3.46304 \times 10^{-10})^{0.5} = \\ &= 1.0912389 \times 10^6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \delta_T 2\pi / \omega_{\partial 1} = 9.7 \times 10^{-4} \times 2\pi / 1.0912389 \times 10^6 = \\ &= 5.58511 \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

25. (п. 25 методики для $\varepsilon = 1$):

$$r_{\partial 1} = r_{\partial 0} + r_{L0} = 26.8 + 0.5 = 27.3,$$

$$\rho_{\partial 1} = \sqrt{L_{\partial 1} / C_{\partial 1}} =$$

$$= (2.42495 \times 10^{-3} / 3.46304 \times 10^{-10})^{0.5} = 2646,$$

$$Q_{\partial 1} = \rho_{\partial 1} / r_{\partial 1} = 2646 / 27.3 = 97.$$

26. (п. 26 методики для $\varepsilon = 1$). Поскольку $\omega_{\partial 1} > \omega_M$, из (19) для $\varepsilon = 1$ находим:

$$C_1 = \{ \{ L_{\partial 1} C_{\partial 1} \}^{0.5} + \tau_1 / 2\pi -$$

$$- \rho_{0M} C_{\partial 0} \} / \rho_{0M} (1 + \delta_C) =$$

$$= \{ \{ 2.42495 \times 10^{-3} \times 3.46304 \times 10^{-10} \}^{0.5} +$$

$$+ 5.58511 \times 10^{-9} / 2\pi -$$

$$- 2645 \times 3.46 \times 10^{-10} \} / 2645 (1 + 0.05) = 7.592 \times 10^{-13}.$$

27. (п. 27 методики для $\varepsilon = 1$). Условно ближайшее меньшее значение C_1 определим как

$$C_1 = 7.5 \times 10^{-13}.$$

28. (п. 28 методики для $\varepsilon = 1$):

$$L_1 = [\rho_{\partial M}^2 (C_H + C_1) (1 + \delta_C) -$$

$$- L_{\partial 0}] / (1 + \delta_L) = [2645^2 (3.3 \times 10^{-10} +$$

$$+ 7.5 \times 10^{-13}) (1 + 0.05) - 2.42 \times 10^{-3}] / (1 +$$

$$+ 0.1) = 8.75639 \times 10^{-6}.$$

29. (п. 29 методики для $\varepsilon = 1$). Условно ближайшее меньшее значение L_1 зададим как

$$L_1 = 8.5 \times 10^{-6}.$$

По предложенной выше формуле рассчитываем сопротивление индуктивности первого разряда:

$$r_{L1} = r_{LH} \sqrt{L_1 / L_H} =$$

$$= 10 (8.5 \times 10^{-6} / 2.2 \times 10^{-3})^{0.5} = 0.62.$$

30. (п. 30 методики для $\varepsilon > 1$). Выполняем пп. 24-29 методики для $\varepsilon > 1$:

30.1. (п.30 методики для $\varepsilon = 2$):

30.1.1. (п. 24 методики для $\varepsilon = 2$):

$$L_{\partial 2} = L_{\partial 1} + L_1 (1 - \delta_L) = 2.42495 \times 10^{-3} +$$

$$+ 8.5 \times 10^{-6} (1 - 0.1) = 2.4326 \times 10^{-3},$$

$$C_{\partial 2} = C_{\partial 1} + C_1 (1 - \delta_C) = 3.46304 \times 10^{-10} +$$

$$+ 7.5 \times 10^{-13} (1 - 0.05) = 3.470165 \times 10^{-10},$$

$$\omega_{\partial 2} = 1 / \sqrt{L_{\partial 2} C_{\partial 2}} =$$

$$= 1 / (2.4326 \times 10^{-3} \times 3.470165 \times 10^{-10})^{0.5} = 1.0884 \times 10^6,$$

$$\tau_2 = \delta_T 2\pi / \omega_{\partial 2} =$$

$$= 9.7 \times 10^{-4} \times 2\pi / 1.0884 \times 10^6 = 5.599678 \times 10^{-9}.$$

30.1.2. (п. 25 методики для $\varepsilon = 2$):

$$r_{\partial 2} = r_{\partial 1} + r_{L1} = 27.3 + 0.62 = 27.92,$$

$$\rho_{\partial 2} = \sqrt{L_{\partial 2} / C_{\partial 2}} =$$

$$= (2.4326 \times 10^{-3} / 3.470165 \times 10^{-10})^{0.5} = 2648,$$

$$Q_{\partial 2} = \rho_{\partial 2} / r_{\partial 2} =$$

$$= 2648 / 27.92 = 95.$$

30.1.3 (п. 26 методики для $\varepsilon = 2$). Поскольку $\omega_{\partial 2} > \omega_M$, из (19) для $\varepsilon = 2$ находим:

$$C_2 = \{ \{ L_{\partial 2} C_{\partial 2} \}^{0.5} + \tau_2 / 2\pi -$$

$$- \rho_{0M} C_{\partial 0} \} / \rho_{0M} (1 + \delta_C) =$$

$$= \{ \{ 2.4326 \times 10^{-3} \times 3.470165 \times 10^{-10} \}^{0.5} +$$

$$+ 5.599678 \times 10^{-9} / 2\pi -$$

$$- 2645 \times 3.46 \times 10^{-10} \} / 2645 (1 + 0.05) = 16.1989 \times 10^{-13}.$$

30.1.4. (п. 27 методики для $\varepsilon = 2$). Условно ближайшее меньшее значение для C_2 определим как

$$C_2 = 15 \times 10^{-13}.$$

30.1.5. (п. 28 методики для $\varepsilon = 2$):

$$L_2 = [\rho_{\partial M}^2 (C_H + C_2) (1 + \delta_C) -$$

$$- L_{\partial 0}] / (1 + \delta_L) = [2645^2 (3.3 \times 10^{-10} +$$

$$+ 15 \times 10^{-13}) (1 + 0.05) -$$

$$- 2.42 \times 10^{-3}] / (1 + 0.1) = 13.76491 \times 10^{-6}.$$

30.1.6. (п. 29 методики для $\varepsilon = 2$):

$$L_2 = 12 \times 10^{-6},$$

$$r_{L2} = r_{LH} \sqrt{L_2 / L_H} =$$

$$= 10 (12 \times 10^{-6} / 2.2 \times 10^{-3})^{0.5} = 0.73.$$

Далее выполняем пункты 30.2..., аналогичные п.30.1, для очередных значений ε . Полученное результирующее число разрядов $\varepsilon_{\max} + 1 = 25$, что значительно превышает начальную предполагаемую величину $n = 12$. Если не производить повторного выполнения пунктов 6-30 для $n = \varepsilon_{\max} + 1$, добротность контура на верхней частоте в соответствии с пп. 6 и 8 примера вместо плановой величины 100 окажется равной

$$Q_H = \rho_H / r_{\Sigma LKЛ} = \rho_H / (\varepsilon_{\max} + 1) r_{KЛ} =$$

$$= 1200 / 25 \times 1 = 48.$$

Практическое использование рассмотренного резонансного контура осуществляется традиционным путем в схемах автогенераторов. Управление частотой ω генератора осуществляется делением ω на заданное число m и сравнением периода $T = 2\pi m / \omega$ с эталоном T_0 при последовательном переборе всех разрядов, начиная со старшего [4]. Если $T < T_0$, задействованный разряд выключается; если $T > T_0$, данный разряд остается включенным. Перебор всех разрядов при соблюдении указанного алгоритма гарантирует установку частоты генератора с

заданной точностью, так как последними в процессе уравнивания участвуют младшие разряды, спроектированные в соответствии с этой точностью. Предлагаемая методика расчета и алгоритм установки заданных частот подтверждены с помощью средств моделирования и экспериментально.

Выводы. Предложенная методика расчета элементов параллельного LC-контура дает возможность создавать аналоговые генераторы колебаний высокой спектральной чистоты с цифровой установкой частоты колебаний. Указанные свойства могут быть использованы в информационно-измерительных комплексах для их тестирования, настройки и эксплуатации.

УДК 621.372.54

А.Ю. Линович

ЭКВАЛАЙЗЕР С АДАПТАЦИЕЙ ПОРЯДКОВ ВНУТРИКАНАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

Предложены структура комплексного многоканального эквалайзера с адаптацией порядков внутриканальных фильтров и алгоритм её настройки. Приводятся результаты моделирования, подтверждающие ряд преимуществ многоканального эквалайзера с адаптивным выбором порядков внутриканальных фильтров перед известными эквалайзерами.

Ключевые слова: *многоскоростная обработка сигналов, многоканальный адаптивный фильтр, адаптация порядка.*

Введение. Вопросы построения адаптивных фильтров (АФ) высокого порядка, обеспечивающих эффективное решение задачи обратного моделирования динамических систем, стали темой работ многих отечественных и зарубежных учёных. Применение многоканальной обработки, заключающейся в разделении широкополосного сигнала на ряд его узкополосных составляющих, надлежащим образом совмещённое с методами многоскоростной обработки сигналов и методами адаптивной фильтрации, является предметом исследования одного из разделов цифровой обработки сигналов, названного за рубежом теорией субполосной адаптивной фильтрации [1...3]. Одному из практических применений данной теории, связанному с построением многоканальных эквалайзеров с прореживанием по времени, посвящено много научных публикаций, например [4, 5]. Год назад в журнале «Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета» был рассмотрен многоканальный эквалайзер с адаптивной структурой подсистемы анализа-синтеза [6].

Библиографический список

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Радио и связь, 1986. - 512 с.
2. Акулинин В.И., Одинокое В.Ф. Цифроаналоговый преобразователь на неточных элементах для замкнутых систем с цифроаналоговой памятью // Автометрия. 1974. № 3. С. 109-111.
3. Акулинин В.И., Одинокое В.Ф. Анализ цифроаналогового преобразователя с избыточной нелинейностью // Изв. вузов. Приборостроение. 1973. Т. XVI, № 9. С. 5-8.
4. Одинокое В.Ф. Цифровой синтезатор частот с поразрядным уравниванием // Изв. вузов. Приборостроение. 1982. Т. XXV, № 2. С. 40-42.

На этот раз вниманию читателя предлагается другой вариант адаптивной настройки структуры многоканального эквалайзера, заключающийся в постепенном уточнении порядков внутриканальных АФ в ответ на изменение свойств канала связи. В экспериментальной части статьи описаны результаты имитационного моделирования, подтверждающие возможность использования предлагаемого эквалайзера в задаче устранения межсимвольных искажений в широкополосных системах радиосвязи с одной несущей.

Задача обратного моделирования может быть решена с разной степенью эффективности и сложности как в классе нерекурсивных, так и в классе рекурсивных цифровых цепей [7, 8]. Для определённости в приведённых далее рассуждениях за основу взят один из наиболее известных и вместе с тем наиболее простых в плане реализации на цифровых сигнальных процессорах адаптивных алгоритмов, а именно алгоритм наименьших квадратов с нормированием мощности входного сигнала (НМНК) [1]. Построение обратной модели выполняется в

данном случае на основе линейного нерекурсивного цифрового фильтра. Известно, что аппроксимация обратной передаточной функции полюсного типа нерекурсивным цифровым фильтром требует большого числа весовых коэффициентов (большого порядка фильтра) и, как следствие, сопряжено со значительными вычислительными затратами на реализацию эквалайзера в реальном времени [8, 9].

С одной стороны, проблему сокращения вычислительных затрат можно решить с помощью методов многоскоростной обработки сигналов [10, 11]. Алгоритмы адаптивной фильтрации с применением многоскоростной обработки подробно рассмотрены, например, в [1, 4]. С другой стороны, качество процесса настройки эквалайзера и вычислительные затраты на его реализацию определяются порядком АФ. Чем меньше порядок АФ, тем выше его быстродействие и меньше затраты на реализацию. В то же время, чем больше порядок АФ, тем точнее на его основе можно воспроизвести обратную модель. Поэтому правильный выбор порядка адаптивной нерекурсивной цепи является одной из важнейших задач при проектировании эквалайзеров.

Как правило, выбор порядка АФ осуществляется либо на этапе разработки поиском наилучшего варианта для одного типового случая, либо в начале сеанса связи на основе результатов предварительно проводимой процедуры анализа параметров канала связи. В данной статье рассмотрен несколько иной подход, суть которого состоит в динамическом выборе порядка АФ. Метод динамической адаптации порядка АФ не является новым: подобная идея подробно обсуждалась и прежде, например в [12]. Однако в отношении многоканальных АФ (МАФ) эта идея приобретает особое значение. Поскольку искажения, вносимые каналом связи в передаваемый сигнал, в разной степени влияют на разные полосы его спектра, то для разных каналов МАФ предпочтительно использовать внутриканальные АФ разных порядков.

Новизна предложенного далее подхода заключается не только в многоканальности АФ, поскольку многоканальность вводится здесь экстенсивно (каждый канал МАФ настраивается независимо от остальных), но и в новом критерии оптимальности, применённом в процедуре динамического выбора порядка, в формулировке которого использовано новое понятие «вложенный фильтр». Целесообразность введения данного термина объясняется тем, что с его помощью более точно выражается суть описываемого явления усечения импульсной харак-

теристики, чем при использовании другого понятия, получившего широкое распространение, – «фильтр с прореженной импульсной характеристикой» («sparse filter»). Некоторые идеи данной статьи обсуждались ранее в [13, 14].

Цель работы – разработка структуры и алгоритма настройки комплексного многоканального эквалайзера с динамическим выбором порядков внутриканальных адаптивных фильтров, анализ основных характеристик процесса адаптации, оценка достигаемой экономии вычислительных затрат.

Теоретические исследования. Предлагаемая структура МАФ в общем виде изображена на рисунке 1. Похожая структура и преимущества МАФ с разбиением сигналов на отдельные спектральные составляющие подробно обсуждались в [4, 6]. Независимая настройка каналов обеспечивает предлагаемому МАФ значительное сокращение объёма вычислительных затрат по сравнению с МАФ, в котором используется единый контур настройки.

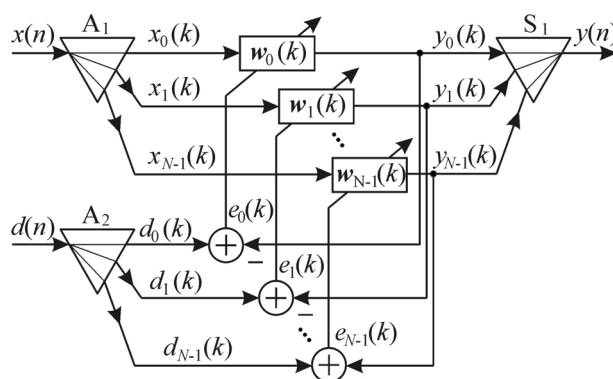


Рисунок 1 – Структурная схема МАФ

Здесь A_1 и A_2 – подсистемы анализа, расщепляющие входной сигнал $x(n)$ и обучающий сигнал $d(n)$ на N спектральных компонентов $x_0(k), x_1(k), \dots, x_{N-1}(k)$ и $d_0(k), d_1(k), \dots, d_{N-1}(k)$ соответственно. S_1 – подсистема синтеза, выполняющая объединение выходных сигналов внутриканальных АФ $y_0(k), y_1(k), \dots, y_{N-1}(k)$ в результирующий выходной сигнал МАФ $y(n)$. Поскольку спектры внутриканальных сигналов занимают более узкие полосы частот, чем спектры входного и выходного сигналов МАФ, в подсистемах анализа выполняется переход на более низкую частоту дискретизации, а в подсистеме синтеза исходная частота дискретизации восстанавливается. Здесь и далее в статье индексы n и k – индексы времени, предназначенные для нумерации отсчётов дискретных сигналов, определённых на высокой частоте дискретизации и на пониженной частоте дискретизации соответственно. Для успешного функционирования МАФ подсистемы A_1 и A_2 по

своим свойствам должны быть строго одинаковыми, а подсистема S_1 должна быть надлежащим образом оптимизирована. Обычно оптимизация проводится по критерию минимума среднеквадратической ошибки, вносимой подсистемами A_1 и S_1 в обрабатываемый сигнал вследствие эффекта «заворачивания спектра» при понижении и повышении частоты дискретизации в каналах МАФ. Более подробно вопросы оптимального проектирования подсистем анализа-синтеза с передискретизацией рассмотрены в [15].

В случае нерекурсивного АФ фиксированного порядка L выходной сигнал $y(n)$ определяется операцией свёртки вектора отсчётов входного сигнала $\mathbf{x}(n)$ с вектором весовых коэффициентов $\mathbf{w}(n)$:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad \dots \quad x(n-L+1)]^T,$$

$$\mathbf{w}(n) = [w(0) \quad w(1) \quad \dots \quad w(L-1)]^T,$$

верхний индекс T обозначает операцию транспонирования. Введём следующие обозначения для векторов отсчётов обучающего сигнала и сигнала ошибки, которые нам потребуются в дальнейших рассуждениях:

$$\mathbf{d}(n) = [d(n) \quad d(n-1) \quad \dots \quad d(n-L+1)]^T,$$

$$\mathbf{e}(n) = [e(n) \quad e(n-1) \quad \dots \quad e(n-L+1)]^T.$$

Переход к многоканальной структуре предполагает наличие множества операций свёртки:

$$y_i(k) = \mathbf{w}_i^T(k)\mathbf{x}_i(k),$$

где i – порядковый номер канала МАФ.

Изменение порядка АФ предполагает изменение длин векторов $\mathbf{x}_i(k)$ и $\mathbf{w}_i(k)$. На практике максимальная длина этих векторов ограничена возможностями вычислительных устройств и рядом других требований. В результате элементы векторов $\mathbf{x}_i(k)$ и $\mathbf{w}_i(k)$ в каждый момент дискретного времени можно представить как подмножество элементов векторов длины L_{max} или как проекцию вектора, заданного в пространстве размерности L_{max} , на подпространство $L_i(k)$ измерений.

Введём математический оператор преобразования широкополосного сигнала в набор его спектральных составляющих с понижением частоты дискретизации (с децимацией) – оператор анализа $A_{N,M}$, где первый индекс – это число спектральных составляющих, на которые раскладывается входной сигнал, а второй индекс – коэффициент децимации. Введём математический оператор преобразования набора сиг-

налов, представленных на пониженной частоте дискретизации, в результирующий широкополосный сигнал – оператор синтеза $S_{N,M}$, где снова первый индекс – это число объединяемых спектральных составляющих, а второй индекс – коэффициент интерполяции (повышения частоты дискретизации). Теперь с учётом введённых ранее обозначений работу МАФ с фиксированным порядком внутриканальных АФ L можно записать следующими соотношениями:

$$\mathbf{X}(k) = A_{N,M} \{\mathbf{x}(n)\},$$

$$\mathbf{D}(k) = A_{N,M} \{\mathbf{d}(n)\},$$

$$\mathbf{y}(k) = \text{diag}\{\mathbf{W}^T(k)\mathbf{X}(k)\}, \quad (2)$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{d}_0^T(k) - \mathbf{y}(k),$$

$$y(n) = S_{N,M} \{\mathbf{y}(k)\},$$

где

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}_0(k), \mathbf{x}_1(k), \dots, \mathbf{x}_{N-1}(k)],$$

$$\mathbf{D}(k) = [\mathbf{d}_0(k), \mathbf{d}_1(k), \dots, \mathbf{d}_{N-1}(k)],$$

$$\mathbf{W}(k) = [\mathbf{w}_0(k), \mathbf{w}_1(k), \dots, \mathbf{w}_{N-1}(k)],$$

$$\mathbf{y}(k) = [y_0(k), y_1(k), \dots, y_{N-1}(k)]^T,$$

$\mathbf{d}_0(k)$ – первая строка матрицы $\mathbf{D}(k)$.

Необходимо заметить, что операторы анализа и синтеза в (2) являются идеализированными. Дело в том, что в реальности подсистемы анализа-синтеза создаются на основе цифровых фильтров. Если эти фильтры относятся к классу нерекурсивных, то их импульсные характеристики ограничены во времени и, как правило, намного короче импульсных характеристик внутриканальных АФ. В большинстве практических задач порядками цифровых фильтров, входящих в состав подсистем анализа-синтеза, можно пренебречь, считая, что разделение сигнала на спектральные составляющие и последующий синтез выходного сигнала происходят мгновенно. В случае рекурсивных фильтров анализа и синтеза импульсные характеристики этих фильтров бесконечны, но быстро затухают, в результате чего на формирование каждого очередного отсчёта выходных реакций фильтров наибольшее влияние оказывают лишь несколько последовательно поступивших входных отсчётов. Задержками, которые рекурсивные цифровые фильтры вносят в обрабатываемые сигналы, также можно пренебречь. В этом и состоит идеализация операторов анализа и синтеза в (2), где исходный вектор и результат преобразования имеют одинаковую длину, а, следовательно, операторы не учитывают влияние предшествующих отсчётов.

Правило обновления векторов весовых коэффициентов внутриканальных АФ удобнее записать отдельно для каждого из каналов [1]:

$$\mathbf{w}_i(k+1) = \mathbf{w}_i(k) + \mu \frac{\mathbf{x}_i^*(k)}{\|\mathbf{x}_i(k)\|^2} e_i(k),$$

где $i = 0, \dots, N-1$ – порядковый номер канала МАФ, а символ «*» обозначает операцию комплексного сопряжения.

Последнее соотношение представляет собой правило обновления весовых коэффициентов МАФ, в котором для настройки внутриканальных фильтров используется комплексный алгоритм НМК [1]. Параметр μ представляет собой шаг адаптации алгоритма. Чем меньше μ , тем точнее выполняется настройка, но тем дольше продолжается переходный процесс.

Настройка МАФ с динамическим выбором порядков внутриканальных АФ отличается, во-первых, правилом обновления вектора весовых коэффициентов, в котором длины векторов \mathbf{w} и \mathbf{x} являются функциями дискретного времени, а во-вторых, введением контура адаптивной настройки порядков внутриканальных АФ.

Опишем подробнее алгоритм динамического выбора порядка фильтра. Для упрощения формул рассмотрим одноканальный АФ. Если каналы настраиваются независимо друг от друга, полученные результаты могут быть легко обобщены на случай многоканальной структуры.

Операция свёртки (1) может быть раскрыта в случае фиксированного порядка L_{max} следующим образом:

$$y(n) = \sum_{j=-\frac{L_{max}}{2}}^{\frac{L_{max}}{2}-1} w(j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} - j\right).$$

Заметим, что здесь изменена нумерация весовых коэффициентов фильтра: коэффициенты нумеруются от $-L_{max}/2$ до $L_{max}/2 - 1$.

В случае фильтра с динамическим выбором порядка:

$$y(n) = \sum_{j=-\frac{L(n)}{2}}^{\frac{L(n)}{2}-1} w(j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} - j\right)$$

или

$$y(n) = \sum_{j=0}^{\frac{L(n)}{2}-1} \left[w(j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} - j\right) + w(-1-j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} + 1 + j\right) \right]. \quad (3)$$

Последняя форма записи оказывается удобней при практической реализации эквалайзера (при создании программного кода).

Если в сумме (3) не учитывать ΔL последних слагаемых, то

$$y_{вл}(n) = \sum_{j=0}^{\frac{L(n)}{2}-1-\Delta L} \left[w(j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} - j\right) + w(-1-j)x\left(n - \frac{L_{max}}{2} + 1 + j\right) \right]. \quad (4)$$

Фильтр, определяемый выражением (4), условимся называть по отношению к фильтру, определяемому выражением (3), вложенным фильтром. Импульсная характеристика фильтра (4) получается усечением ΔL крайних левых и крайних правых коэффициентов импульсной характеристики фильтра (3) (рисунок 2).

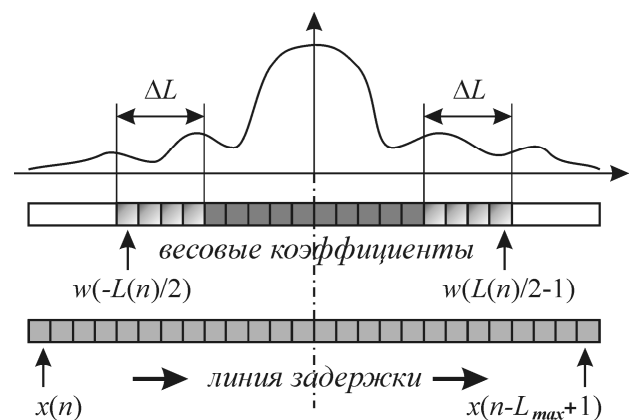


Рисунок 2 – Схема, поясняющая работу АФ

Сигнал ошибки (рассогласования) определяется следующим образом:

$$e(n) = d(n) - y(n),$$

где $y(n)$ вычисляется на основе (3).

Введём дополнительный сигнал ошибки, полученный вложенным фильтром на основе (4):

$$e_{вл}(n) = d(n) - y_{вл}(n).$$

Очевидно, что из двух фильтров предпочтительнее использовать тот, который приводит к меньшей ошибке. Чаще всего преимущество отдают среднеквадратической оценке ошибки, используя критерий минимума СКО. Применив этот критерий, запишем рекурсивное правило модификации порядка АФ:

$$L(n+1) = L(n) + \text{sign}\left\{ E\left\{ |e_{вл}(n)|^2 \right\} - E\left\{ |e(n)|^2 \right\} \right\}, \quad (5)$$

где $E\{ \}$ – оператор математического ожидания, а функция $\text{sign}(\cdot)$ определяется следующим образом:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

На практике вместо математического ожидания используют усреднение по K после-

довательно выбранным отсчётам. Тогда правило модификации порядка АФ удобно записать следующим образом:

$$L(K \cdot (k + 1)) = L(K \cdot k) + \text{sign} \left(\sum_{j=K \cdot k}^{K \cdot (k+1)-1} |e_{\text{av}}(k)|^2 - \sum_{j=K \cdot k}^{K \cdot (k+1)-1} |e(k)|^2 \right). \quad (6)$$

Особенность (6) состоит в том, что модификация порядка АФ выполняется на каждом K -м отсчёте сигнала. Среднеквадратическая ошибка оценивается по K отсчётам, расположенным на интервале между двумя соседними моментами модификации.

Описанный выше алгоритм настройки эквалайзера с адаптацией порядков внутриканальных АФ представлен в таблице. Здесь $y_i(n) = [y_i(n) \ y_i(n-1) \ \dots \ y_i(n-L_G+1)]^T$ — выходной сигнал i -го адаптивного фильтра после перехода на повышенную частоту. L_G — порядок фильтров подсистемы синтеза. Повышение частоты дискретизации выполняется методом, описанным в [11]:

$$y_i(n) = \begin{cases} y_i(Mk), & \text{если } m:M; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

В таблице используются следующие обозначения: N — число каналов МАФ, $L_i(k)$ — число настраиваемых весовых коэффициентов (порядок АФ) в i -м канале в k -й момент времени, L_H — порядок фильтров подсистемы анализа, L_G — порядок фильтров подсистемы синтеза, M — коэффициент децимации, \mathbf{h}_i и \mathbf{g}_i — векторы коэффициентов фильтров анализа и синтеза соответственно (в i -м канале). V/T_s — объём вычислительных затрат, определяемый как среднее число операций комплексного умножения, выполняемых за время T_s , равное шагу дискретизации входного сигнала МАФ.

Проведём далее анализ свойств сходимости предложенного алгоритма с динамическим выбором порядка в соответствии с правилом (5) для случая одноканального АФ. Ограничимся рассмотрением процесса настройки при условии стационарности моделируемой системы и отсутствии аддитивного шума, когда ошибка восстановления определяется только неточностью воспроизведения обратной модели эквалайзером.

В [7] показано, что для алгоритма НМНК ошибка настройки АФ в установившемся режиме определяется как

$$\varepsilon(\infty, L) = \xi(L) \cdot (M + 1) \approx \xi(L) \cdot (\mu \cdot \text{tr}(R) + 1), \quad (7)$$

где $\varepsilon(t, L)$ — среднеквадратическая ошибка, убывающая в процессе настройки, $\xi(L)$ — ошибка, достигаемая при винеровском оценивании (ми-

нимальная ошибка для выбранного порядка L), M — относительное среднее значение ошибки, $\text{tr}(R)$ — след корреляционной матрицы R входного сигнала.

Алгоритм настройки эквалайзера с адаптацией порядков внутриканальных АФ

Выполняемые действия	Затраты (V/T_s)
<p>Операции, выполняемые для отсчётов $n = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/T_s$:</p> <p>1) разделение входного и обучающего сигналов на компоненты подсистемой анализа:</p> $x_i(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{x}(n), \quad i = 0, \dots, N-1,$ $d_i(n) = \mathbf{h}_i^T \mathbf{d}(n), \quad i = 0, \dots, N-1;$ <p>2) объединение компонентов выходного сигнала подсистемой синтеза:</p> $y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{g}_i^T y_i(n)$	$\frac{NL_H}{M}$ $\frac{NL_H}{M}$ $\frac{NL_G}{M}$
<p>Операции, выполняемые для отсчётов $k = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/(MT_s)$:</p> <p>1) уточнение оценки средней мощности входного сигнала:</p> $\ \mathbf{x}_i(k)\ ^2;$ <p>2) вычисление компонентов выходного сигнала и оценка сигналов ошибки:</p> $y_i(k) = \mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}_i(k),$ $e_i(k) = d_i(k) - y_i(k),$ $i = 0, \dots, N-1;$ <p>3) обновление векторов весовых коэффициентов:</p> $\mathbf{w}_i(k+1) = \mathbf{w}_i(k) + \mu \frac{\mathbf{x}_i^*(k)}{\ \mathbf{x}_i(k)\ ^2} e_i(k),$ $i = 0, \dots, N-1$	N $\frac{NL_i(k)}{M^2}$ $\frac{NL_i(k)}{M^2}$
<p>Операции, выполняемые для отсчётов $k = 0, 1, 2, \dots$ на частоте дискретизации $1/(KMT_s)$:</p> <p>1) модификация порядков внутриканальных АФ в соответствии с (6):</p> $L_i(K \cdot (k + 1)) =$ $= L_i(K \cdot k) + \text{sign} \left(\sum_{j=K \cdot k}^{K \cdot (k+1)-1} e_{\text{av}}(k) ^2 - \sum_{j=K \cdot k}^{K \cdot (k+1)-1} e(k) ^2 \right)$	$\frac{2N}{M}$

При использовании в алгоритме НМНК процедуры нормировки шага адаптации μ , при которой величина шага меняется обратно пропорционально средней мощности входного сигнала, выражение в скобках в (7) является постоянной величиной, а значит, $M = const$.

Известно также [7], что при использовании алгоритма НМНК ошибка уменьшается со временем по экспоненте, если собственные числа матрицы R принимают близкие величины (если мощность в спектре сигнала относительно равномерно распределена по частоте):

$$\varepsilon(t, L) = [\varepsilon_0 - (M + 1)\xi(L)] \cdot e^{-\frac{t}{\tau(L)}} + (M + 1)\xi(L),$$

где постоянная времени

$$\tau(L) = \frac{L}{4\mu \cdot tr(R) \cdot F_{кг}} \approx \frac{L}{4M \cdot F_{кг}},$$

$F_{кг}$ – частота дискретизации, ε_0 – начальная величина ошибки.

Найдём производную ошибки по времени:

$$\frac{d\varepsilon(t, L)}{dt} = -\frac{4F_{кг}M}{L} (\varepsilon_0 - (M + 1)\xi(L)) \cdot e^{-\frac{4F_{кг}M \cdot t}{L}}. \quad (8)$$

Найдём далее порядок L , при котором скорость настройки в начальный момент наибольшая, воспользовавшись условием:

$$\frac{d}{dL} \left(\frac{d\varepsilon(t, L)}{dt} \Big|_{t=0} \right) = 0.$$

Тогда

$$\frac{d}{dL} \left(\frac{1}{L} (\varepsilon_0 - (M + 1)\xi(L)) \right) = 0,$$

следовательно,

$$-\frac{1}{L^2} (\varepsilon_0 - (M + 1)\xi(L)) - \frac{1}{L} (M + 1) \frac{d\xi(L)}{dL} = 0.$$

Так как L – всегда положительная величина, то условие экстремума принимает следующий вид:

$$\xi(L) - L \frac{d\xi(L)}{dL} - \frac{\varepsilon_0}{M + 1} = 0. \quad (9)$$

Однако следует помнить, что это всего лишь условие локального экстремума. В действительности локальных экстремумов может быть много (теоретически их число может стремиться к бесконечности). Поэтому предложенный алгоритм выбора порядка АФ в общем случае не применим к решению задач прямого моделирования.

Но в случае решения задачи обратного моделирования при увеличении порядка АФ L убывает не только $\xi(L)$, но и её первая производная. Поэтому предложенный метод даёт хорошие результаты при решении практических задач.

Поскольку вид $\xi(L)$ нам неизвестен, ограничимся в дальнейшем рассмотрением двух примеров.

Пример 1.

Определим вид $\xi(L)$, при котором (9) обращается в тождество. Воспользуемся методом разделения переменных:

$$\frac{d\xi(L)}{\xi(L) - \frac{\varepsilon_0}{M + 1}} = \frac{dL}{L},$$

интегрируя по частям, находим

$$\ln \left| \xi(L) - \frac{\varepsilon_0}{M + 1} \right| = \ln L + C,$$

где C – произвольная константа.

$\varepsilon(t, L)$ убывает, если $(M + 1)\xi(L) < \varepsilon_0$. Следовательно,

$$\xi(L) - \frac{\varepsilon_0}{M + 1} = -e^C L$$

или

$$\xi(L) = \frac{\varepsilon_0}{M + 1} - e^C L.$$

Таким образом, если $\xi(L)$ линейно спадает с ростом L , то оптимальным порядком является любая целая величина из интервала от нуля до

$$L_0 = \frac{\varepsilon_0 e^C}{M + 1}.$$

Однако как только ошибка в процессе настройки окажется меньше ε_0 , оптимальный выбор порядка – это все значения от L_0 и выше (при условии отсутствия аддитивного шума и изменений в канале связи). В данном случае при выборе $L = L_0$ появляется возможность достичь нулевой ошибки восстановления.

Пример 2.

Обычно в задачах обратного моделирования нулевая ошибка достигается теоретически только при бесконечно большом порядке L . Поэтому рассмотрим ситуацию, в которой $\xi(L)$ может быть представлена в следующей форме:

$$\xi(L) = \frac{A}{L^P}, \quad P > 0, \quad (10)$$

где A – некоторый постоянный коэффициент.

В этом случае

$$\frac{d\xi(L)}{dL} = -PAL^{-P-1}.$$

Подставляя в (9), находим

$$A(L^{-P} + L \cdot P \cdot L^{-P-1}) - \frac{\varepsilon_0}{M + 1} = 0.$$

Тогда

$$L^{-P} = \frac{\varepsilon_0}{A(P + 1)(M + 1)}$$

и

$$L = \left[\frac{A(P+1)(M+1)}{\varepsilon_0} \right]^{\frac{1}{P}}. \quad (11)$$

Выражение (11) позволяет найти оптимальный порядок L , при котором скорость настройки максимальна в начальный момент времени. Оптимальный порядок для произвольного момента времени можно выразить следующим образом:

$$L_{onm}(t) = \left[\frac{A(P+1)(M+1)}{\varepsilon(t, L)} \right]^{\frac{1}{P}}. \quad (12)$$

Найдём далее зависимость $\varepsilon(t, L)$ при условии, что порядок L в каждый момент времени выбирается из условия оптимальности (12). Для этого воспользуемся (8) и (10):

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\varepsilon_{onm}(t)}{dt} \right|_{t=0} &= -\frac{4F_{кв}M}{L_{onm}} (\varepsilon_{onm}(t) - (M+1)AL_{onm}^{-P}) = \\ &= -\frac{4F_{кв}M}{L_{onm}} (\varepsilon_{onm}(t) - (M+1)AL_{onm}^{-P}) = \\ &= -4F_{кв}M \left(\varepsilon_{onm}(t) - \frac{A(M+1)\varepsilon_{onm}(t)}{A(P+1)(M+1)} \right) \times \\ &\times \left[\frac{\varepsilon_{onm}(t)}{A(P+1)(M+1)} \right]^{\frac{1}{P}} = \\ &= -4F_{кв}M \frac{P}{P+1} \frac{1}{[A(P+1)(M+1)]^{\frac{1}{P}}} (\varepsilon_{onm}(t))^{\frac{1}{P}}. \end{aligned}$$

Запишем полученное выражение в упрощённом виде:

$$\left. \frac{d\varepsilon_{onm}(t)}{dt} \right|_{t=0} = -C_0 \cdot (\varepsilon_{onm}(t))^{\frac{1}{P}},$$

где смысл введённой константы C_0 понятен из сравнения с предыдущей записью.

Применим метод интегрирования по частям. Получим:

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{onm}(t))^{-\frac{1}{P}} d\varepsilon &= -C_0 \cdot dt, \\ -N(\varepsilon_{onm}(t))^{-\frac{1}{P}} &= -C_0 \cdot t + C, \\ \varepsilon_{onm}(t) &= \left[\frac{P}{C_0 \cdot t - C} \right]^P, \end{aligned}$$

где C – произвольная константа.

Известно начальное условие:

$$\varepsilon_{onm}(0) = \varepsilon_0.$$

Тогда

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{-P}{C} \right]^P,$$

$$C = -P \left[\frac{1}{\varepsilon_0} \right]^{\frac{1}{P}},$$

$$\varepsilon_{onm}(t) = \left[\frac{P}{C_0 \cdot t + P\varepsilon_0^{\frac{1}{P}}} \right]^P,$$

$$\varepsilon_{onm}(t) = \left[\frac{C_0}{P} \cdot t + \varepsilon_0^{\frac{1}{P}} \right]^{-P},$$

$$\varepsilon_{onm}(t) = \left[\frac{4F_{кв}M}{P+1} (A(P+1)(M+1))^{\frac{1}{P}} \cdot t + \varepsilon_0^{\frac{1}{P}} \right]^{-P}.$$

При $P = 1$ оптимальная обучающая кривая принимает вид

$$\varepsilon_{onm}(t) = \frac{1}{\frac{F_{кв}M}{A(M+1)} \cdot t + \frac{1}{\varepsilon_0}}.$$

При $P = 2$ оптимальная обучающая кривая принимает вид

$$\varepsilon_{onm}(t) = \frac{1}{\left(\frac{4F_{кв}M}{3\sqrt{3}A(M+1)} \cdot t + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right)^2}.$$

Таким образом, с одной стороны, процесс настройки АФ с динамическим выбором порядка описывается степенной, а не показательной функцией времени. Но, с другой стороны, в отличие от АФ фиксированного порядка обучающая кривая АФ с динамическим выбором порядка стремится к нулю, обеспечивая более высокую скорость и точность настройки.

Из (12) найдём зависимость оптимального порядка АФ от времени:

$$\begin{aligned} L_{onm}(t) &= [A(P+1)(M+1)]^{\frac{1}{P}} \times \\ &\times \left[\frac{4F_{кв}M}{P+1} (A(P+1)(M+1))^{\frac{1}{P}} \cdot t + \varepsilon_0^{\frac{1}{P}} \right] = \\ &= \frac{4F_{кв}M}{P+1} \cdot t + \left[\frac{A(P+1)(M+1)}{\varepsilon_0} \right]^{\frac{1}{P}}. \end{aligned}$$

То есть, независимо от выбранной степени P , порядок увеличивается со временем линейно. Тем не менее, по ряду причин на практике настройка протекает медленнее, а процесс увеличения порядка АФ постепенно замедляется.

Экспериментальные исследования. Для эксперимента была выбрана модель, аналогичная предложенной в [16]: 4-позиционная относительная фазовая манипуляция (QPSK) с исполь-

зованием кода Грея, скорость передачи равна 10 Мбит/с. Фильтрация импульсов осуществляется на приёмной и передающей сторонах цифровым фильтром с характеристикой типа «приподнятый косинус», нормированной на квадратный корень, и коэффициентом спада, равным 0,23. Как и в [16], при модуляции используется одна несущая частота, но обработка сигнала выполняется без перехода в частотную область. Кроме того, предполагается, что настройка происходит по известному в приёмнике эталонному сигналу, поэтому пилот-сигналы в модели отсутствуют.

В качестве модели канала связи использовалась двухлучевая модель с изменяющимися во времени коэффициентами передачи и фиксированной задержкой между лучами, равной 1 мкс. Коэффициенты передачи лучей изменялись с течением времени случайным образом, для чего использовались два генератора псевдослучайных последовательностей, работающих независимо друг от друга. Средние значения дисперсий коэффициентов передачи по лучам сохранялись постоянными. При этом средний модуль коэффициента передачи по запаздывающему лучу был в 5 раз меньше среднего модуля коэффициента передачи по основному лучу.

Сравнить результаты настройки двух эквалайзеров 512-го порядка (одноканального и многоканального) и двух эквалайзеров с адаптивным выбором порядка (также одноканального и многоканального) позволяет рисунок 3.

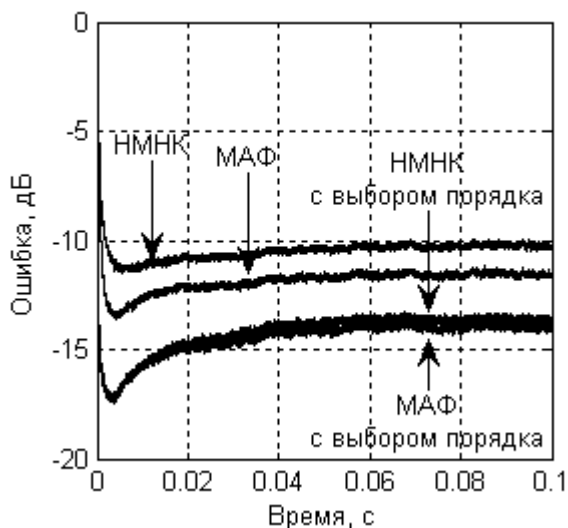


Рисунок 3 – Обучающие кривые для двух одноканальных и двух многоканальных эквалайзеров (фиксированного и переменного порядка)

Процесс изменения порядков АФ в одноканальном и многоканальном эквалайзерах показан на рисунке 4.

Графики, представленные на рисунках 3 и 4,

получены путём усреднения результатов более 10000 экспериментов.

Характерный провал, наблюдающийся в поведении кривых на рисунке 3, связан с особенностью модели канала связи и объясняется постепенным нарастанием мощности в запаздывающем луче в начале движения мобильного устройства связи.

В первые моменты настройки эквалайзеры с адаптивным выбором порядка снижают порядки АФ, благодаря чему настройка протекает значительно быстрее, чем у эквалайзеров с фиксированным порядком. В дальнейшем порядки АФ растут, что позволяет повысить точность настройки в установившемся режиме. В данном примере отношение сигнал-шум удалось повысить с 10 до 14 дБ.

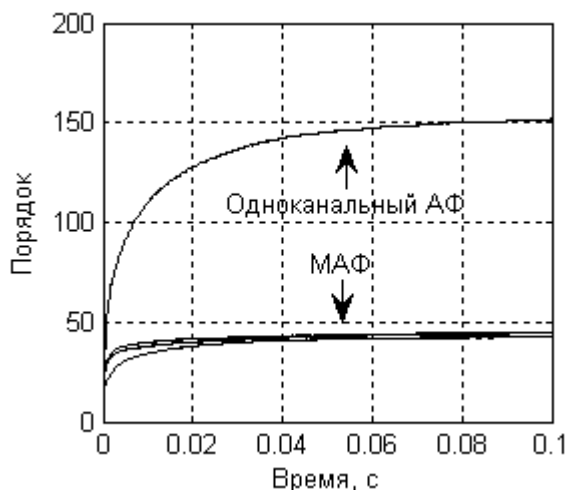


Рисунок 4 – Изменение средних величин порядков одноканального АФ и восьмиканального АФ в каналах МАФ в процессе настройки эквалайзеров

Оценим выигрыш по вычислительным затратам. При проведении компьютерного моделирования были выбраны следующие численные значения для параметров, перечисленных в таблице. Использовался 8-канальный комплексный адаптивный фильтр ($N = 8$) с 6-кратным понижением частоты дискретизации ($M = 6$). Порядки фильтров анализа и синтеза были выбраны одинаковыми $L_H = L_G = 96$, порядки адаптивных фильтров L были равны 512. Одноканальный эквалайзер с фиксированным порядком АФ требует $512 \cdot 2 + 1 = 1025$ комплексных умножений на каждый отсчёт дискретного входного сигнала (к.у./отс.). При переходе к многоканальной структуре эквалайзера с фиксированным порядком вычислительные затраты снижаются до $8 \cdot 96 / 6 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 512 / 6 / 6 \times 2 = 136 + 8 \cdot 512 / 6 / 6 \cdot 2 \approx 366$ к.у./отс. Предоставив эквалайзерам самостоятельный выбор наилучших порядков АФ, можно достичь

дополнительной экономии вычислительных затрат. В случае одноканального эквалайзера с адаптивным выбором порядка потребуется $L_i \cdot 2 + 1$ к.у./отс., а для многоканального эквалайзера с адаптивным выбором порядков затраты составят $8 \cdot 96 / 6 + 3 \cdot 8 + 8 \cdot L_i / 6 \cdot 2 = 152 + 16/6 \times L_i$ к.у./отс. Судя по рисунку 4, в установленном режиме работы затраты на одноканальный и многоканальный фильтры равны в среднем 313 и 259 к.у./отс. соответственно.

Заключение. В статье предложены структура и алгоритм настройки многоканального эквалайзера с адаптивным выбором порядков внутриканальных АФ. Описаны правила построения и настройки данного эквалайзера. Выведены расчётные соотношения для определения объёма вычислительных затрат.

Исследования выполнены при поддержке гранта Президента РФ для ведущих научных школ НШ-242.2012.10.

Библиографический список

1. *Haykin S.*, Adaptive filter theory, 4th ed. – NJ: Prentice-Hall, 2001. – 936 p.
2. *Sayed A.H.*, Fundamentals of adaptive filtering. – New York: Wiley, 2003.
3. *Diniz P.* Adaptive filtering: algorithms and practical implementation. 3rd ed. – Springer, 2008. – 656 p.
4. *Линович А.Ю.* Применение методов частотно-временной декомпозиции при решении задачи обратного моделирования // Цифровая обработка сигналов. 2005. – № 3. – С. 28 – 37.
5. *Lee K.-A., Gan W.S., Kuo S.M.* Subband adaptive filtering: theory and implementation – United Kingdom: Wiley, 2009. – 344 p.
6. *Линович А.Ю.* Эквалайзер с адаптивной структурой системы анализа-синтеза // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. – № 1. – С. 15 – 22.
7. *Уиорроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов: пер с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
8. *Кириллов С.Н. и др.* Практические аспекты применения алгоритмов цифровой фильтрации и обработки сигналов в радиотехнических системах. Часть I. Перспективные методы цифровой фильтрации в радиотехнических системах: монография. – М.: РГРТУ, 2009. – 272 с.
9. *Коуэн К.Ф., Грант П.М.* Адаптивные фильтры: пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
10. *Crochiere R.E., Rabiner L.R.* Multirate digital signal processing. – NJ: Prentice-Hall, 1983. – 411 p.
11. *Витязев В.В.* Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.
12. (WO 98/15901) System for dynamically adapting the length of a filter, 16.04.1998 G06F 17/10, H04B 3/23, H04M 9/00 PCT/IL97/00315 COMSYS COMMUNICATION & SIGNAL PROCESSING LTD.
13. *Линович А.Ю.* Процедура динамического выбора порядков внутриканальных адаптивных фильтров в многоканальных эквалайзерах // Радиоэлектронные средства передачи и приёма сигналов и визуализации информации: материалы Первой Всероссийской конференции. – М.: Изд-во РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2011. – С. 28 – 31.
14. *Линович А.Ю.* Методы многоскоростной обработки сигналов в широкополосных системах связи с одной несущей // Материалы 4-й Международной научно-технической конференции «ARMIMP-2011». Суздаль, 2011 г. С. 61 – 64.
15. *Davidson T.N.* Enriching the art of FIR filter design via convex optimization // IEEE Signal Processing. – 2010. № 3. – P. 89 – 101.
16. *Ng B., Lam C.T., Falconer D.* Turbo frequency domain equalization for single-carrier broadband wireless systems // IEEE transactions on wireless communications. 2007 – № 2. – P. 759 – 767.

УДК 612.172.2

П.А. Блинов

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЧАСТОТЫ СЕРДЕЧНЫХ СОКРАЩЕНИЙ НА ИСКАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОКАРДИОСИГНАЛА ПРИ УСТРАНЕНИИ ДРЕЙФА ИЗОЛИНИИ

Приведен анализ влияния частоты сердечных сокращений на искажения электрокардиосигнала при устранении дрейфа изолинии фильтрационными, интерполяционными и методами на основе импульсных сигналов сложной формы.

Ключевые слова: *устранение дрейфа, интерполяция электрокардиосигнала, фильтрация электрокардиосигнала, импульсные сигналы сложной формы.*

Цель. Целью данной статьи является проведение анализа влияния частоты сердечных сокращений на результат устранения дрейфа изолинии электрокардиосигнала различными методами.

Введение. На раннем этапе обработки электрокардиосигналов (ЭКС) первичная задача обработки сигналов заключается в выделении и устранении помех. Одной из трудноустраняемых помех является дрейф изолинии ЭКС. На сегодняшний день существуют несколько методов выделения и устранения этой помехи:

- фильтрационные методы устранения [1];
- интерполяционные методы устранения [2];
- использование импульсных сигналов сложной формы [3].

Основные достоинства и преимущества перечисленных методов рассмотрены в [4].

Известно, что частота сердечных сокращений (ЧСС) меняется в зависимости от внешних факторов, таких как психофизическое состояние человека; состояние сердечно-сосудистой системы и т.д. [5, 6]. Вариация ЧСС влияет на точность выделения и устранения дрейфа изолинии. Изменение спектра ЭКС за счет изменения ЧСС накладывает ограничения на использование существующих методов устранения. С этой целью необходимо рассмотреть влияние ЧСС на точность восстановления и устранения дрейфа изолинии ЭКС перечисленными выше методами.

Фильтрационные методы. Фильтрационные методы устранения дрейфа изолинии заключаются в использовании фильтров низких частот (ФНЧ) или фильтров высоких частот (ФВЧ).

В случае применения ФНЧ подавляется спектр ЭКС с целью выделения низкочастотного спектра дрейфа. На рисунке 1 представлена структурная схема, реализующая метод компенсации дрейфа изолинии с использованием ФНЧ, а также спектральный состав ЭКС и помехи до и после устранения (рисунок 1,б).

Вместе с дрейфом изолинии выделяется часть спектра ЭКС, которая затем вычитается из исходного ЭКС, тем самым устраняется низкочастотная составляющая сигнала с дрейфом изолинии.

Как видно из рисунка 1,б, при использовании ФНЧ подавляется не только аддитивная помеха (область 4 на рисунке 1,б), но и часть спектра ЭКС, что искажает последний.

Изменение ЧСС приводит к смещению границ области 1 (рисунок 1,б) влево при уменьшении ЧСС или вправо при ее увеличении.

На рисунке 2 приведен пример устранения дрейфа изолинии ЭКС при ЧСС 40 уд/мин и 140 уд/мин.

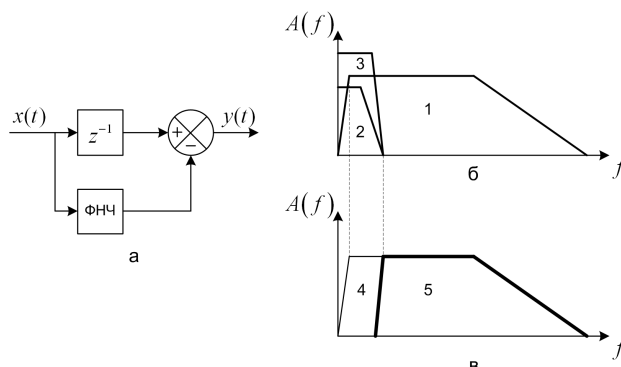


Рисунок 1 – Структурная схема и спектры до и после фильтрации ФНЧ
1 – спектр ЭКС; 2 – спектр аддитивной помехи; 3 – АЧХ ФНЧ; 4 – теряемая область спектра ЭКС; 5 – спектр ЭКС после процедуры фильтрации ФНЧ

Как видно из рисунка 2, при максимальном значении ЧСС область потерь (область 4) при устранении дрейфа изолинии фильтрационными методами минимальна.

При использовании ФВЧ подавляется спектр, лежащий до частоты среза, в том числе и содержащий составляющие спектра с дрейфа изолинии ЭКС. В данном случае уже не требуется проводить дополнительные операции вычитания сигналов.

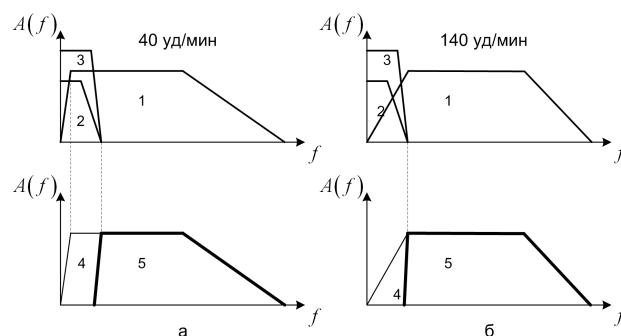


Рисунок 2 – Структурная схема и спектры до и после фильтрации ФНЧ

а – ЧСС 40 уд/мин; б – ЧСС 140 уд/мин

На рисунке 3 представлена структурная схема (а), реализующая метод устранения дрейфа изолинии ЭКС с использованием ФВЧ, и спектр ЭКС и помехи до и после устранения дрейфа (б).

Для оценки изменения средней мощности спектра ЭКС в зависимости от ЧСС определим спектры сигналов и воспользуемся формулой средней мощности спектра сигнала [7]:

$$P = S_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} S_n^2, \quad (1)$$

где $S_0 = \frac{a_0}{2}$ - постоянная составляющая сигнала; S_n - амплитуда n -й гармоники сигнала.

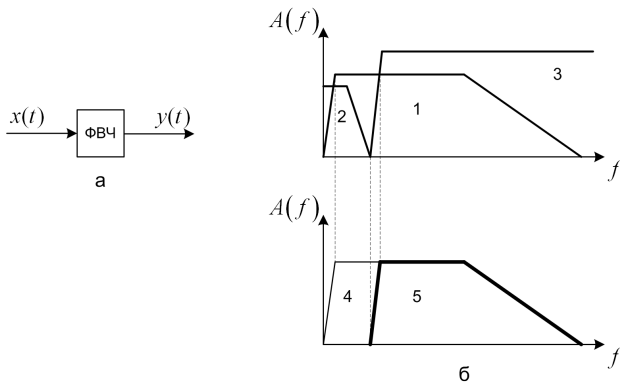


Рисунок 3 – Структурная схема и спектры до и после фильтрации ФВЧ
 1 – спектр ЭКС; 2 – спектр аддитивной помехи; 3 – АЧХ ФВЧ; 4 – теряемая область спектра ЭКС; 5 – спектр ЭКС после процедуры фильтрации ФВЧ

Найдем отношения величин средних мощностей спектра сигнала ЭКС до и после фильтрации, согласно формуле:

$$\delta_p = \frac{P_2}{P_1}, \quad (2)$$

где P_1 - средняя мощность спектра сигнала ЭКС до фильтрации; P_2 - средняя мощность спектра сигнала ЭКС после фильтрации.

Рассмотрим влияние изменения ЧСС на величину потери полезных составляющих спектра ЭКС при ЧСС 40 и 140 уд/мин ФНЧ фильтром на основе окна Кайзера для устранения дрейфа изолинии со следующими параметрами: частота среза - 0,5 Гц, частота подавления - 1 Гц, крутизна АЧХ - 80 дБ. АЧХ фильтра изображена на рисунке 4.

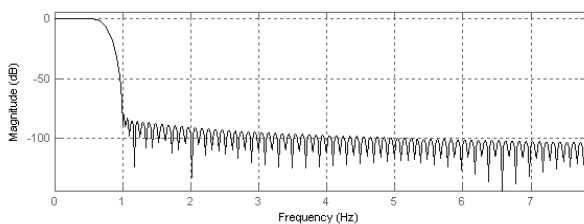


Рисунок 4 – АЧХ ФНЧ фильтра для устранения дрейфа изолинии электрокардиосигнала

На рисунке 5 представлен результат работы фильтрационного метода устранения дрейфа изолинии при ЧСС 40 и 100 уд/мин без наличия дрейфа в исходном ЭКС.

В случае сигнала ЭКС, изображенного на рисунке 5, потеря средней мощности спектра сигнала составляет:

- при ЧСС 40 уд/мин (рисунок 5, а-б) $\delta_p = 0,0152$;
- при ЧСС 100 уд/мин (рисунок 5, в-г) $\delta_p = 10^{-5}$;

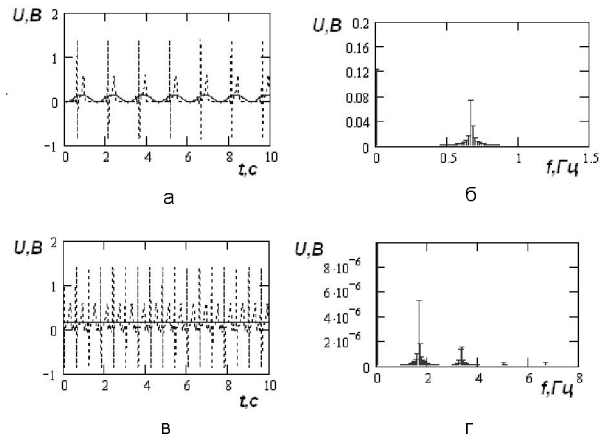


Рисунок 5 – Потеря полезной составляющих спектра ЭКС после процедуры фильтрации
 а – ЭКС с ЧСС 40 уд/мин; б – потеря спектра ЭКС с ЧСС 40 уд/мин после фильтрации; в – ЭКС с ЧСС 100 уд/мин; г – потеря спектра ЭКС с ЧСС 100 уд/мин после фильтрации

Полученные значения относительной потери средней мощности спектра сигнала ЭКС показывают, что увеличение ЧСС ЭКС приводит к уменьшению потери средней мощности спектра сигнала ЭКС. Можно сделать вывод, что фильтрационные методы устранения чувствительны к изменению ЧСС ЭКС.

Интерполяционные методы. В этом случае на каждом периодически или почти периодически повторяющемся отрезке обрабатываемого сигнала выделяются опорные точки, и через них проводятся аппроксимирующие полиномы, описывающие дрейф изолинии с определенной погрешностью.

На рисунке 6 проиллюстрировано формирование узлов интерполяции для восстановления дрейфа изолинии при различных ЧСС.

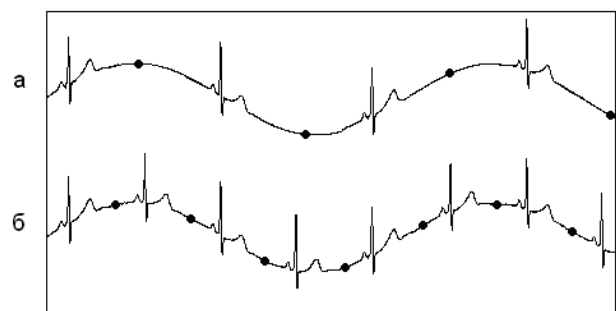


Рисунок 6 – Формирование узлов интерполяции при различных значениях ЧСС
 а – 60 уд/мин; б – 120 уд/мин

Как можно заметить из рисунка 6, частота формирования интерполяционных узлов напрямую зависит от ЧСС, что соответствует формуле [4]:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2F_{FHR}}, \quad (3)$$

где Δt - интервал между узлами интерполяции;
 F_{FHR} - частота сердечных сокращений.

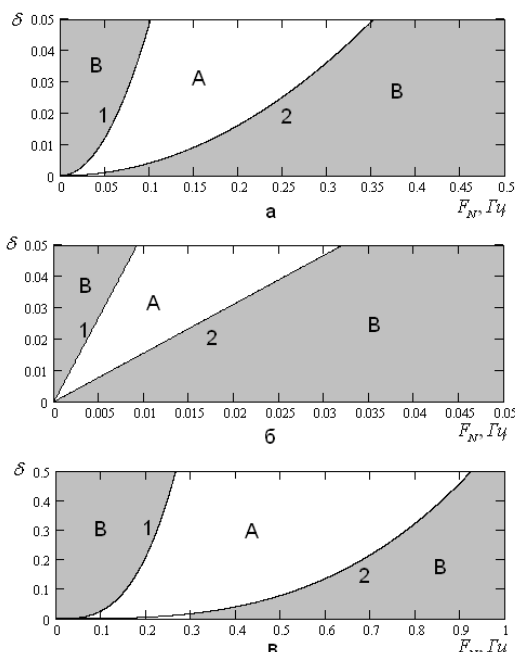


Рисунок 7 – Ограничения интерполяционных методов восстановления дрейфа изолинии ЭКС в масштабе относительной погрешности равномерного приближения до 0,05

1 – ограничение по ЧСС в 40 уд/мин, 2 – ограничение по ЧСС в 140 уд/мин, А – допустимая область [область возможного изменения ЧСС (40-140 уд/мин)], В – недопустимая область частот

Согласно выражению (3), максимальная частота дрейфа, возможная к выделению интерполяционными методами, зависит от ЧСС и имеет максимальное значение при максимальном значении ЧСС.

При ЧСС 140 уд/мин максимальная величина частоты дрейфа, возможная к выделению интерполяционными методами, - 1,16 Гц.

В практических приложениях шаг дискретизации существенно меньше, чем определяемый по Котельникову, и зависит от степени интерполяционного полинома и требуемой точности представления восстановленного сигнала [8]. Ограничения интерполяционных методов восстановления дрейфа изолинии ЭКС в масштабе относительной погрешности равномерного приближения до 0,05 представлены на рисунке 7.

В настоящее время в технических приложениях выбор интервала дискретизации дрейфа ЭКС определяется в значительной мере требованиями удобства и простоты восстановления дрейфа ЭКС по его отсчетам.

Устранение дрейфа изолинии электрокардиосигнала на основе импульсных сигналов сложной формы. В [3] предлагается решать задачу устранения аддитивной помехи с помощью

импульсных сигналов сложной формы (ИССФ).

Характерной особенностью ИССФ является отсутствие в его спектре заданных спектральных составляющих (спектральных зон). В спектре модулированного по амплитуде ИССФ вместе с подавленными гармоническими составляющими с частотами, кратными частоте дискретизации, подавляются и соответствующие им боковые составляющие, то есть подавляется целиком спектральная зона.

Важной задачей, решаемой с помощью ИССФ, является подавление заданного количества спектральных зон, что позволяет, пропустив такой сигнал (сигнал ИССФ) через ФНЧ, выделить аддитивную помеху - в данном случае дрейф изолинии ЭКС. На следующем этапе выделенный сигнал дрейфа вычитается из исходной смеси ЭКС и помехи, тем самым избавляя исходный ЭКС от действия аддитивной помехи, выраженной в виде дрейфа изолинии.

Количество подавляемых спектральных зон зависит от интервала диастолы сердца, что в свою очередь зависит от ЧСС. Максимальное количество подавляемых спектральных зон можно определить по следующей формуле:

$$k_{\max} = \frac{T_{TP}}{2} \cdot f_D - 1 \quad (4)$$

где T_{TP} - длительность TP-сегмента; f_D - частота дискретизации сигнала.

На рисунке 8 изображено подавление спектральных зон при значениях ЧСС в 40 и 140 уд/мин, где $\omega_D = 2\pi f_D$.

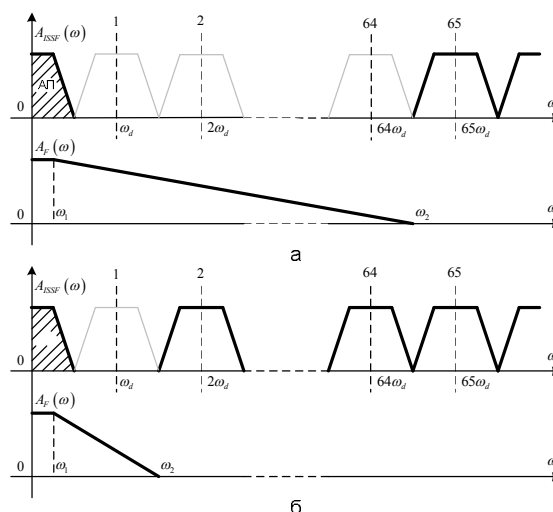


Рисунок 8 – Влияние ЧСС на подавление спектральных зон ИССФ

а – 40 уд/мин б – 140 уд/мин

Из рисунка можно заметить, что при ЧСС в 40 уд/мин возможно подавление 64 спектральных зон, что снижает требования к после-

дующей фильтрации ИССФ. Следовательно, увеличение ЧСС приводит к ужесточению требований, предъявляемых фильтрам и, как следствие, увеличению вычислительных затрат на фильтрацию ИССФ.

Заключение. Исходя из представленной в аналитическом обзоре информации о влиянии частоты сердечных сокращений на искажения электрокардиосигнала при устранении дрейфа изолинии различными методами, можно сделать вывод о достоинствах и недостатках рассмотренных методов.

Фильтрационные методы устранения дрейфа изолинии

Достоинства

Простота реализации.

Недостатки

1. Подавление информативной части спектра ЭКС из-за перекрытия спектра помехи и спектра ЭКС.

2. Нелинейность ФЧХ при использовании БИХ-фильтров. В связи с этим необходимо использовать КИХ-фильтры, что приводит к увеличению вычислительных затрат и росту дисперсии шума на выходе фильтра с увеличением порядка фильтра при ненормированной импульсной характеристике.

Интерполяционные методы устранения

Достоинства

1. При выделении помехи сохраняются все спектральные составляющие ЭКС.

2. Простота реализации.

Недостатки

1. Принципиальное ограничение на максимальное значение частоты дрейфа изолинии, которая может быть восстановлена. Эта частота принципиально не может превышать половину ЧСС.

2. Реальный сигнал дрейфа изолинии заменяется интерполирующей функцией, в связи с чем ошибка восстановления дрейфа изолинии увеличивается с увеличением частоты реального дрейфа изолинии.

Методы устранения дрейфа изолинии на основе ИССФ

Достоинства

1. Расширение области спектра частот,

выделяемой аддитивной помехи (дрейфа изолинии) до частот, сравнимых с ЧСС.

2. Выделяется истинный дрейф изолинии.

3. Сохраняются все спектральные составляющие ЭКС.

Особенности

1. Необходимо применение ФНЧ.

2. ФНЧ должны быть нерекурсивными (КИХ) фильтрами для обеспечения линейности ФЧХ и однозначного определения времени задержки фильтруемого сигнала.

Использование КИХ-фильтров приводит к возрастанию вычислительных затрат.

При совершенствовании рассмотренных выше методов устранения дрейфа изолинии необходимо стремиться к выполнению требования работоспособности метода в широком диапазоне изменения ЧСС (40-140 уд/мин) и частоты дрейфа изолинии до частот, равных ЧСС.

Библиографический список

1. Барановский А.Л. Кардиомониторы. Аппаратура непрерывного контроля ЭКГ / А.Л. Барановский, А.Н. Калинин, Л.А. Манило и др.: под ред. А.Л. Барановского и А.П. Немирко. М.: Радио и связь, 1993. С. 194-204.

2. Блинов П.А. Применение интерполяции с неравномерным шагом для выделения дрейфа изолинии // Физика полупроводников. Микроэлектроника. Радиоэлектронные устройства. Рязань: РГРТУ, 2008. С. 17-19

3. Мельник О.В., Михеев А.А., Нечаев Г.И. Выделение дрейфа изолинии электрокардиосигнала. - Биомедицинские технологии и радиоэлектроника, 2005, № 1-2. - С. 26-30

4. Блинов П.А., Михеев А.А. Анализ методов компенсации дрейфа изолинии электрокардиосигнала // Вестник РГРТУ № 4, 2009. Вып. 30. - С. 94-97

5. Барабанов С.В. Физиология сердца: учеб. Пособие / под ред. акад. Б.И. Ткаченко. 2-е изд., испр. и доп. - СПб.: СпецЛит, 2001. - 143 с.: ил.

6. Джанашия П.Х., Шевченко Н.М., Богданова Е.Я. Карманный справочник кардиолога. - М.: ООО «Медицинское информационное агентство», 2008. - 352 с.

7. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Радио и связь, 1986. - 512 с.

8. Пенин П.И. Системы передачи цифровой информации: учеб. пособие для вузов. - М.: Сов. радио, 1976. - 368 с.