

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.96

С.Н. Кириллов, В.М. Бердников, Э.В. Акопов

МОДЕРНИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ ВОС-СИГНАЛОВ В ИНТЕРЕСАХ УМЕНЬШЕНИЯ УРОВНЯ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ

Проведено экспериментальное сравнение существующих алгоритмов обнаружения сигналов с меандровой поднесущей (ВОС-сигналов). Показано, что методы подавления боковых лепестков позволяют уменьшить неоднозначность обнаружения ВОС-сигналов без ухудшения характеристик обнаружения по сравнению BPSK-сигналами. Предложена модификация алгоритма подавления боковых лепестков, позволяющая получить при обнаружении сигналов ВОС(1,1) и ВОС(2,1) выигрыш в отношении сигнал-шум, достигающий 1,5 дБ, за счет применения синтезированных вспомогательных сигналов, с помощью которых можно получить лучшее согласование спектров основного и вспомогательного сигналов, либо более точную подстройку формы вспомогательной корреляционной функции к форме боковых лепестков.

***Ключевые слова:** ВОС-модуляция, обнаружение ВОС-сигналов, корреляционная функция, подавление боковых лепестков.*

Введение. Применение ВОС-сигналов (binary offset carrier) [1] в спутниковых радионавигационных системах (СРНС) позволяет увеличить потенциальную точность определения задержки (τ_3) дальномерного сигнала по сравнению с применением фазоманипулированных сигналов, т. е. BPSK-сигналов (binary phase shift keying) [2, 3]. Это достигается за счет перераспределения энергии сигнала от центра занимаемого диапазона частот к краям, что приводит к увеличению эффективной ширины спектра (ЭШС). Как ВОС-сигналы, так и их производные (СВОС, ТМВОС, МВОС, VВОС), рассматриваются в качестве главных кандидатов для применения в перспективных СРНС и уже используются в СРНС GPS и Galileo [2]. Однако автокорреляционная функция (АКФ) ВОС-сигналов имеет значительный уровень боковых лепестков (БЛ), действие которых может затруднить однозначное обнаружение сигнала и слежение за задержкой τ_3 . Таким образом, возникает проблема неоднозначности обнаружения ВОС-сигналов, что так же увеличивает вероятность ложной синхронизации системы. Для борьбы с этими явлениями существует ряд алгоритмов, каждый

из которых обладает определенными достоинствами и недостатками.

Целью работы является исследование и модернизация алгоритмов обнаружения ВОС-сигналов различного порядка в интересах уменьшения уровня боковых лепестков взаимно корреляционной функции (ВКФ).

Анализ алгоритмов обработки ВОС-сигналов. В качестве дальномерного кода для СРНС применяют такие псевдослучайные последовательности (ПСП), как коды Голда, Кассами, М-последовательности и т. д. [4].

При формировании ВОС-сигналов ПСП перемножается на меандровую поднесущую, а затем полученная в результате бинарная последовательность модулирует радиосигнал вида

$$s(t) = D(t) \cdot c(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $c(t) = \text{sign}(\sin(2\pi f_{sub} t + \varphi_{0sub}))$ – меандровая поднесущая, $D(t)$ – ПСП, f_0, φ_0 – частота и начальная фаза несущего колебания, f_{sub}, φ_{0sub} – частота и начальная фаза поднесущей. При этом порядок ВОС-сигналов определяется отношением частоты поднесущей к тактовой частоте дальномерного кода f_c , т. е. обозначение

ВОС(m,n) означает, что на n элементах ПСП укладывается m периодов поднесущей.

Общеизвестно [5], что максимальная ЭШС при неизменной полосе сигнала достигается при сосредоточении всей энергии сигнала на краях занимаемого частотного диапазона. В случае ВОС-сигналов воздействие поднесущей распределяет его энергию от центра к краям диапазона. При повышении порядка ВОС-сигналов увеличивается ЭШС, что приводит к росту потенциальной точности измерения τ_3 .

Алгоритмы обработки ВОС-сигналов содержат этапы обнаружения и слежения за задержкой τ_3 . При этом обнаружение ВОС-сигнала включает операцию вычисления ВКФ принятого и опорного сигналов (копией передаваемого сигнала). Значения ВКФ, полученные в определенных точках (ячейках) [6], обычно занимающих весь диапазон измеряемых задержек с шагом $\Delta\tau$ (как правило $\Delta\tau = \tau_H / 2$, где $\tau_H = 1 / f_c$, но применяются и другие значения), в дальнейшем сравниваются с порогом (например, по критерию Неймана-Пирсона [7]). Если порог превышен в k-й ячейке поиска, делается вывод о наличии сигнала и о величине его задержки $\tau_3 = k \cdot \Delta\tau$. При наличии БЛ значительного уровня в ВКФ ВОС-сигнала возможно срабатывание обнаружителя по одному из них и захвата его с последующей стабилизацией контура слежения за задержкой τ_3 , то есть происходит ложная синхронизация.

Слежение за задержкой τ_3 производится путем стабилизации уровня сигнала дискриминатора задержки (ДЗ) на нулевом уровне [3]. Значение сигнала на выходе ДЗ определяется разностью между ВКФ принятого сигнала с сигналом, сдвинутым относительно опорного на $\tau_H / 2$ назад (E), и ВКФ принятого сигнала с сигналом, сдвинутым относительно опорного на $\tau_H / 2$ вперед (L). Вместо сдвига $\tau_H / 2$ могут применяться и другие значения.

Для решения задачи однозначного обнаружения ВОС-сигнала в работах [8, 9] предлагаются алгоритмы, использующие методы боковой полосы (МБП), подавления поднесущей (МПП) и подавление БЛ АКФ (МПБЛ).

Согласно первому методу ВОС(m,n) – сигнал представляется как сумма двух BPSK(n)-сигналов, разнесенных по частоте на f_{sub} в обе стороны от центральной частоты спектра. Эти составляющие выделяются с помощью фильтрации, и в дальнейшем обработка происходит по

классическому алгоритму [5]:

$$R_{БП}(\tau) = \int_{t=0}^{\tau} y(t) \cdot \sin(2\pi(f_0 + f_{sub})t) \cdot D(t-\tau)dt + \int_{t=0}^{\tau} y(t) \cdot \sin(2\pi(f_0 - f_{sub})t) \cdot D(t-\tau)dt, \quad (2)$$

где $y(t)$ – сигнал на входе коррелятора, $R_{БП}(\tau)$ – ВКФ, используемая при обнаружении по методу БП.

Такой метод позволяет решить проблему неоднозначности, однако ВКФ, вычисляемая по формуле (2), имеет ширину главного лепестка такую же, как у BPSK(n)-сигнала, что не увеличивает точности измерения τ_3 на стадии обнаружения, т. е. если систему слежения строить на основе ВКФ $R_{БП}(\tau)$, то не будет достигнуто увеличение точности, ожидаемое в связи с применением ВОС-сигналов.

Метод подавления поднесущей [8] предлагает переход от многоэкстремальной АКФ к одноэкстремальной путем разложения принятого сигнала на синфазную $y_I(t)$ и квадратурную $y_Q(t)$ составляющие поднесущей частоты:

$$y_I(t) = y(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot \text{sign}(\sin(2\pi f_{sub} t)),$$

$$y_Q(t) = y(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot \text{sign}(\cos(2\pi f_{sub} t)),$$

с последующим вычислением ВКФ по формуле

$$R(\tau) = \sqrt{\left(\int_{t=0}^{\tau} y_I(t) \cdot D(t-\tau)dt \right)^2 + \left(\int_{t=0}^{\tau} y_Q(t) \cdot D(t-\tau)dt \right)^2}.$$

В результате использования МПП, так же как и МБП, возможно снижение неоднозначности обнаружения и уменьшение риска ложной синхронизации. Однако МПП присущи те же недостатки, что и МБП, к которым прибавляются еще и потери в отношении сигнал-шум, связанные с разложением сигнала на квадратурные составляющие поднесущей частоты.

Наиболее радикальным методом борьбы с неоднозначностью обнаружения является использование алгоритмов на основе МПБЛ [9]. Цель таких методов – обеспечить обработку сигнала на приемной стороне таким образом, чтобы БЛ ВКФ были значительно снижены, а уровень главного лепестка остался неизменным. Одним из путей подавления БЛ является формирование на приемной стороне вспомогательной корреляционной функции $R_{всн}(\tau)$, которая имеет максимумы, соответствующие позициям БЛ, и нуль, соответствующий положению главного максимума ВКФ. Затем, на основе согласованной ВКФ $R_0(\tau)$ и $R_{всн}(\tau)$ вычисляется ВКФ алгоритма ПБЛ, таким образом, что БЛ ВКФ компенсируются (рисунок 1).

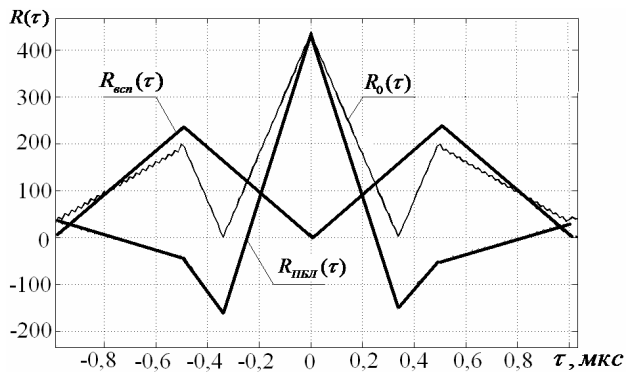


Рисунок 1– Принцип подавления боковых лепестков

В работе [9] такой метод называется GRASS (General Removing Ambiguity via Side-peak Suppression). При этом результирующая ВКФ $R_{ПБЛ}(\tau)$ определяется согласно выражению

$$R_{ПБЛ}(\tau) = R_0(\tau) - \alpha \cdot R_{всн}(\tau). \quad (3)$$

Вспомогательная ВКФ вычисляется как ВКФ принятого сигнала и некоторого вспомогательного сигнала, формируемого на приемной стороне. Форма этого сигнала рассчитывается по формуле

$$D_{всн}(t) = D(t) \cdot p(t), \quad (4)$$

где $p(t)$ – временная последовательность с периодом, равным тактовой частоте ПСП, определяющая форму символа $D_{всн}(t)$ вспомогательного сигнала.

Требуемая форма вспомогательной ВКФ достигается путем выбора последовательности $p(t)$, т. е. формы элемента вспомогательного сигнала, а также коэффициента α . При этом следует учитывать, что отношение сигнал-шум на выходе алгоритма обнаружения при увеличении α уменьшается.

В работе [9] в качестве формы элемента вспомогательного сигнала рассматривались симметричные ступенчатые сигналы, состоящие из $2M$ равных по длительности ступеней, где M – порядок ВОС-сигнала (рисунок 2).

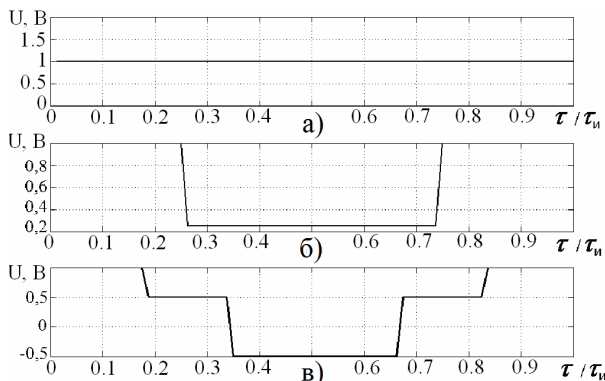


Рисунок 2 – Форма элемента вспомогательного сигнала для: а – ВОС(1,1)-сигнала; б – ВОС(2,1)-сигнала; в – ВОС(3,1)-сигнала

Форму символа вспомогательного сигнала для ВОС-сигнала можно задать с помощью вектора

$$\bar{d} = [d_M, d_{M-1}, \dots, d_2, d_1, d_1, d_2, \dots, d_{M-1}, d_M], \quad (5)$$

а оптимизацию структуры вспомогательного сигнала производить изменением параметров d_i . Их число, а вместе с тем и сложность оптимизации возрастают при увеличении порядка ВОС-сигнала.

Достоинство данного метода в том, что наряду с однозначностью обнаружения достигается увеличение точности определения τ_3 на этапе обнаружения и слежения. Это происходит благодаря сужению главного лепестка $R_{ПБЛ}(\tau)$, что требует уменьшения $\Delta\tau$ на этапе поиска сигнала, поэтому в качестве недостатка МПБЛ можно назвать увеличение времени поиска. Благодаря уменьшению БЛ у функции $R_{ПБЛ}(\tau)$, на её основе можно построить дискриминатор следящей системы. Это позволит уменьшить аппаратные затраты на построение следящей системы, используя для нее ту же аппаратуру, что и для обнаружителя. В свою очередь, при использовании МПБЛ реализация обнаружителя усложняется, так как требуются дополнительные вычислительные затраты для определения значений $R_{всн}(\tau)$.

Кроме того, недостатком МПБЛ является наличие шумов во вспомогательном канале, действие которых уменьшает общее отношение сигнал-шум. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем больше значение коэффициента α . Кроме того, необходимо принять во внимание, что спектры вспомогательного и полезного сигналов не согласованы, что также приводит к дополнительным потерям.

Однако при уменьшении коэффициента α подавление БЛ ухудшается, а форма сигнала, требуемая для максимального подавления БЛ, также не удовлетворяет условиям согласования спектров полезного и вспомогательного сигналов.

Синтез формы вспомогательного сигнала.

Предлагается путем синтеза вспомогательного сигнала при внесении дополнительных степеней свободы добиться лучшего согласования спектров без ухудшения подавления БЛ либо достичь лучшей подстройки формы $R_{всн}(\tau)$ под форму БЛ, позволяющей получить заданное подавление БЛ при меньшем значении α .

Для этого синтез формы элемента вспомогательного сигнала $p(t)$ производить путем оптимизации не только амплитуд его «ступеней» d_i ,

но и их длительности, т.е. вектору \bar{d} сопоставить вектор длительностей «ступеней» \bar{t}_d :

$$\bar{t}_d = [t_{dM}, t_{d(M-1)}, \dots, t_{d2}, t_{d1}, t_{d2}, \dots, t_{d(M-1)}, t_{dM}]. \quad (6)$$

В этом случае количество «ступеней» может быть увеличено.

Для синтеза предлагается критерий оптимизации, который имеет две составляющие: уровень БЛ ($U_{\text{бл}}$ – максимальный уровень боковых лепестков) и отношение сигнал-шум на выходе коррелятора.

Экспериментальное исследование функции $U_{\text{бл}}(d_2, t_{d2}, \alpha)$ показывает, что она имеет множество локальных экстремумов по оси t_{d1} , поэтому оптимизация по этому параметру производилась путем перебора, а по остальным применялся метод градиентного спуска.

Форма функции отношения сигнал-шум на выходе алгоритма МПБЛ от параметров оптимизации $Q(d_2, t_{d2}, \alpha)$, зависит от параметра согласования $P(d_2, t_{d2}, \alpha)$ между спектрами полезного $\dot{S}(f)$ и вспомогательного $\dot{S}_{\text{всп}}(f)$ сигналов

$$P = \int_0^{f_d/2} |\dot{S}_{\text{всп}}(f) \dot{S}(f)| df, \quad (7)$$

где f_d – частота дискретизации.

Таким образом, критерий качества оптимизации будет иметь вид:

$$KK = \beta P + (1 - \beta) \frac{1}{1 + U_{\text{бл}}}, \quad (8)$$

здесь $\beta = \overline{1,0}$ – коэффициент, значение которого выбирается экспериментально.

Экспериментальная часть. Для сравнения характеристик обнаружения, соответствующих различным типам алгоритмов обнаружения ВОС-сигналов (алгоритмы на основе МПБ, МПБЛ), проведено моделирование известного обнаружителя, применяемого для BPSK-сигналов.

В качестве обнаружителя BPSK-сигналов используется так называемый обнаружитель M из N (рисунок 3), применяемый в приемниках СРНС GPS [10].

Коррелятор вычисляет ВКФ принятого сигнала и сигнала формирователя ПСП (ФПС), выход коррелятора сравнивается с порогом, и в случае превышения порога счетчик J инкрементируется. Счетчик K ведет обратный отчет N периодов ПСП, если $K=0$ и $J \geq M$, то сигнал обнаружен. В других случаях сигнал считается не найденным, и производится сдвиг ПСП на величину $\Delta\tau$, счетчики выставляются в начальные состояния, при этом производится поиск сигнала в новой ячейке.

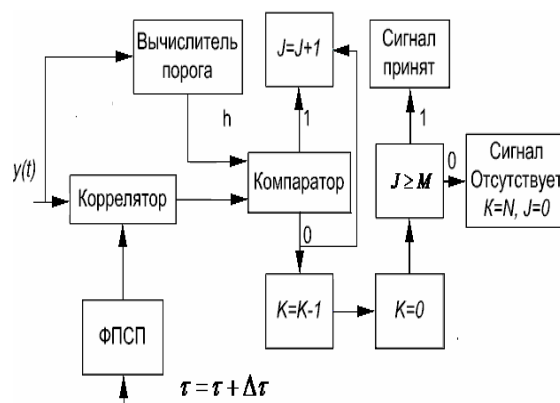


Рисунок 3 – Структурная схема обнаружителя M из N

Условия проведения эксперимента:

- ПСП – код Голда, длиной $N=1023$;
- тактовая частота ПСП – $f_c = 10^6$ Гц;
- вид обнаружителя – M из N (5 из 8) [10];
- шаг вычисления ВКФ для BPSK-сигнала – $\Delta\tau = 0,5 \cdot 10^{-6}$ с;
- шаг вычисления ВКФ для ВОС(1,1)-сигнала и ВОС(2,1)-сигнала при использовании МБП – $\Delta\tau = 0,5 \cdot 10^{-6}$ с;
- шаг вычисления ВКФ для ВОС(1,1) при использовании МПБЛ $\Delta\tau = 0,25 \cdot 10^{-6}$ с;
- шаг вычисления ВКФ для ВОС (2,1) при использовании МПБЛ $\Delta\tau = 0,125 \cdot 10^{-6}$ с;
- статистика – $N_{\text{см}} = 10000$;
- помехи – аддитивный белый гауссовский шум.

Шаг вычисления ВКФ выбирается равным половине длительности элемента последовательности, управляющей фазой несущего колебания.

В ходе эксперимента был смоделирован обнаружитель для BPSK-сигналов при когерентном и некогерентном приеме, а также обнаружитель ВОС(1,1)- и ВОС(2,1)-сигналов при использовании МБП и МПБЛ. В результате получены характеристики обнаружения для различных сигналов при фиксированной вероятности ложной тревоги $P_{FA} = 10^{-6}$ (рисунок 4), а также зависимость среднего квадрата значения ошибки измерения τ_3 ($\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{\tau}_3 - \tau_3)^2$, где $\hat{\tau}_3$ – оценка τ_3) от отношения сигнал-шум (рисунок 5).

Характеристики обнаружения для метода МПБЛ при использовании ВОС(1,1)-сигналов близки к аналогичным характеристикам для МБП (рисунок 4). Точность этого метода при высоких отношениях сигнал-шум превышает точность МБП в 2 раза (рисунок 5).

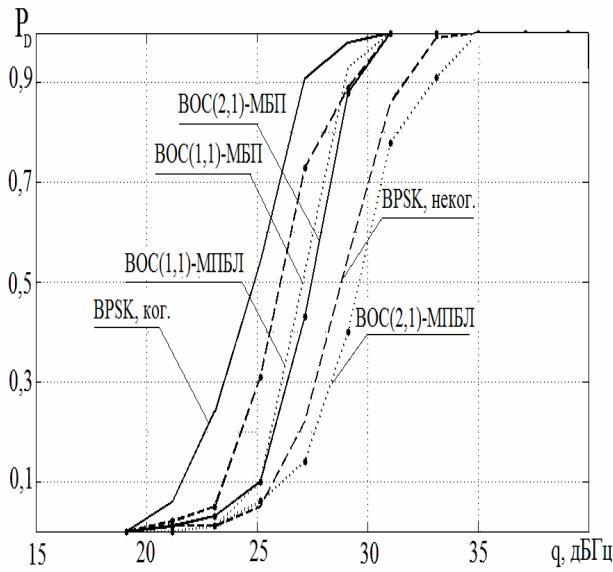


Рисунок 4 – Характеристики обнаружения для различных сигналов

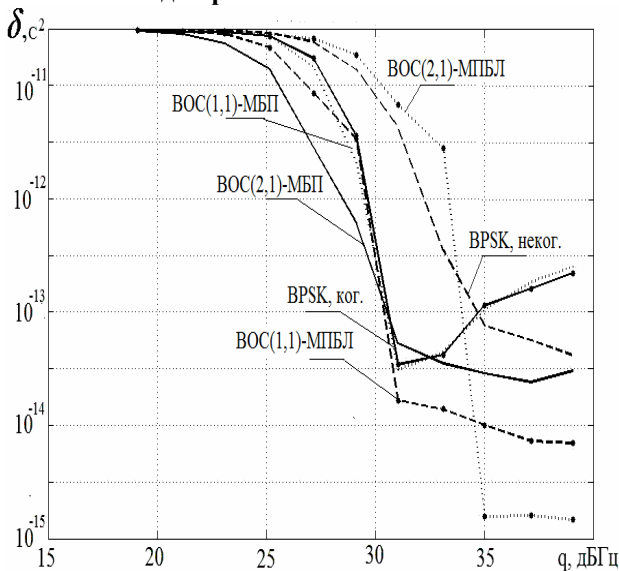


Рисунок 5 – Зависимости среднего квадрата ошибки δ от отношения сигнал-шум для различных сигналов

Анализ зависимостей на рисунке 5 позволяет увидеть, что алгоритм на основе МБП для обнаружения ВОС-сигналов, обеспечивает такую же точность измерения τ , на этапе обнаружения при высоких отношениях сигнал-шум, что и при использовании BPSK-сигналов.

Характеристики обнаружения для метода МПБЛ при использовании ВОС(2,1)-сигналов проигрывают аналогичным характеристикам для МБП (рисунок 4), однако точность такого метода при высоких отношениях сигнал-шум превышает точность МБП в 4 раза (рисунок 5).

Увеличение точности при использовании МПБЛ происходит благодаря тому, что пик ВКФ $R_0(\tau)$ значительно уже, чем пик ВКФ сигнала BPSK. Однако в связи с этим требуется увеличе-

ние числа точек, в которых вычисляется ВКФ при обнаружении (т. к. происходит уменьшение $\Delta\tau$), что приводит к уменьшению символической скорости обнаружения, которое пропорционально порядку ВОС-сигналов.

Для улучшения характеристик обнаружения при использовании метода МПБЛ для ВОС(2,1)-сигнала требуется применить более сложную модель вспомогательного сигнала или несколько вспомогательных сигналов.

На рисунке 6 приведены формы элементов синтезированных вспомогательных сигналов для ВОС(1,1)-сигнала, ВОС(2,1)-сигнала.

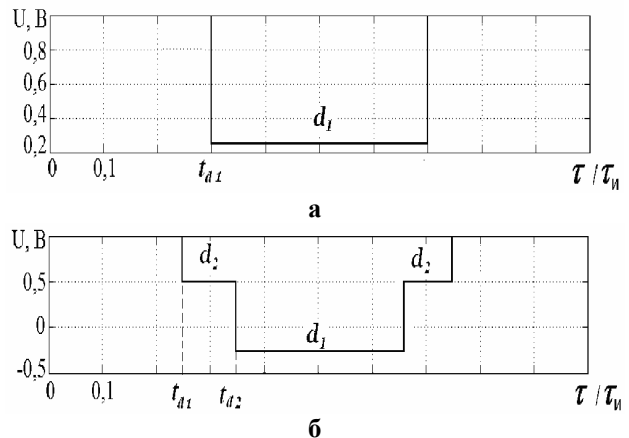


Рисунок 6 – Форма элемента предложенного вспомогательного сигнала для: а – ВОС(1,1)-сигнала; б – ВОС(2,1)-сигнала

На рисунках 7 и 8 представлены характеристики обнаружения для МПБЛ (GRASS) и для МПБЛ при использовании предложенных синтезированных вспомогательных сигналов (МПБЛ1) для сигнала ВОС(1,1) (рисунок 7) и ВОС(2,1) (рисунок 8) (вероятность ложной тревоги $P_{FA} = 10^{-6}$).

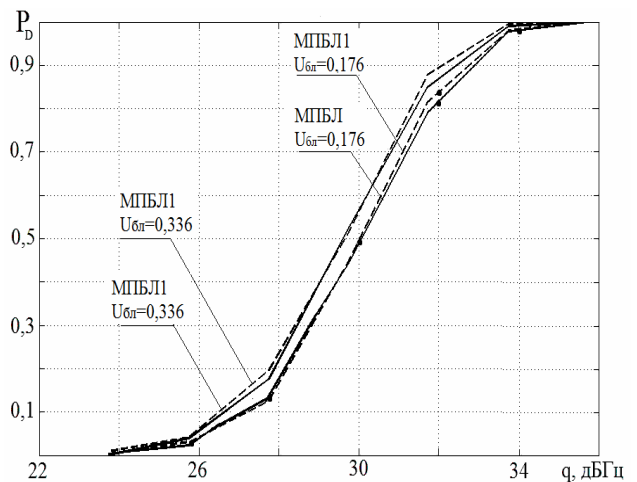


Рисунок 7 – Характеристики обнаружения для МПБЛ и МПБЛ1 для ВОС(1,1)-сигнала

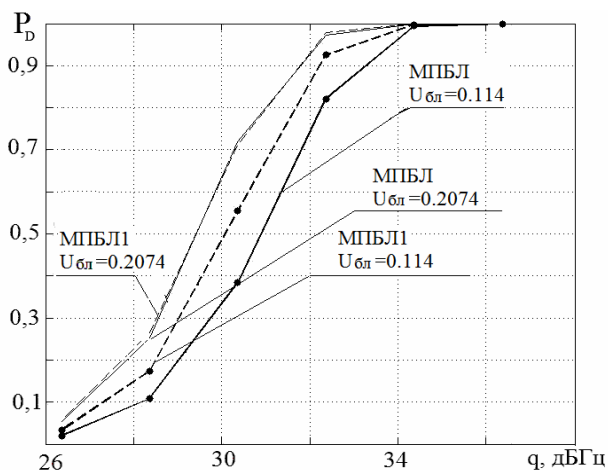


Рисунок 8 – Характеристики обнаружения для МПБЛ и МПБЛ1 в случае использования ВОС(2,1)-сигнала

Параметры вспомогательных сигналов:

– МПБЛ, ВОС(1,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,336$, $\alpha = 0,22$;

– МПБЛ1, ВОС(1,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,336$,
 $\alpha = 0,335$; $t_{d1} = 0,1625$;

– МПБЛ, ВОС(1,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,176$, $\alpha = 0,55$;

– МПБЛ1, ВОС(1,1), $U_{\text{БЛ}} = 0,176$, $\alpha = 0,644$;
 $t_{d1} = 0,3125$;

– МПБЛ, ВОС(2,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,2074$,
 $\alpha = 2$; $d_1 = 0,16$;

– МПБЛ1, ВОС(2,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,2074$,
 $\alpha = 2$; $d_1 = 0,183$; $d_2 = 0,2$; $t_{d1} = 0,3625$; $t_{d1} = 0,25$;

– МПБЛ, ВОС(2,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,144$,
 $\alpha = 3$; $d_1 = 0,16$;

– МПБЛ1, ВОС(2,1); $U_{\text{БЛ}} = 0,144$,
 $\alpha = 2,5$; $d_1 = -0,2875$; $d_2 = 0,145$; $t_{d1} = 0,4625$;

$t_{d1} = 0,25$.

Из анализа рисунков 7 и 8 следует, что выигрыш от использования предложенных вспомогательных сигналов для сигналов ВОС(1,1) и ВОС(2,1) достигает 1,5 дБ. Выигрыш достигается благодаря лучшему согласованию спектров основного и вспомогательного сигналов, а также более точной подстройке $R_{\text{всп}}(\tau)$ под форму боковых лепестков $R_0(\tau)$, что позволяет получить заданное подавления БЛ при меньшем значении коэффициента α .

Заключение. Проведенное экспериментальное сравнение алгоритмов обнаружения ВОС-сигналов позволяет сделать следующие выводы:

– алгоритм на основе МБП обеспечивает однозначное обнаружение ВОС-сигналов с характеристиками, не уступающими BPSK;

– алгоритм на основе МПБЛ обеспечивает однозначное обнаружение ВОС-сигналов с характеристиками, не уступающими BPSK, увеличение точности измерения задержки уже на стадии обнаружения, при этом возможно формировать дискриминационную функцию следящей системы на основе той же ВКФ, что использовалась при обнаружении. Это позволит уменьшить аппаратные затраты на построение системы слежения за задержкой сигнала;

– предложена модификация алгоритма на основе МПБЛ, в виде усложнения формы вспомогательных сигналов и проведен синтез вспомогательного сигнала предложенной формы;

– показано что выигрыш от использования синтезированных вспомогательных сигналов при обработке сигналов ВОС(1,1) и ВОС(2,1) достигает 1,5 дБ, при этом величина выигрыша возрастает с увеличением порядка ВОС-сигнала. При ужесточении требований к подавлению БЛ величина выигрыша также возрастает.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента № 14.132.21.1439 от 19 октября 2012 г., Соглашения о предоставлении гранта № 14.В37.21.1830, № 14.В37.21.1876, № 14.В37.21.0466, № 14.В37.21.0413.

Библиографический список

1. Betz J.W. The Offset Carrier Modulation for GPS Modernization, Proceedings of The Institute of Navigation's National Technical Meeting, January 1999.
2. Бердников В.М. Анализ помехоустойчивости существующих и перспективных сигналов спутниковых навигационных систем // Вестник РГРТУ №3, 2008. Вып. 25. – С. 36–39.
3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования // под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.: ил.
4. Бердников В. М. Многокритериальный синтез сигналов спутниковых навигационных систем // Вестник РГРТУ №3, 2009. Вып. 30. – С. 22–27.
5. Кук Ч., Берифельд М.. Радиолокационные сигналы пер. с англ. под ред. В. С. Кельзона. –М.: Советское радио, 1971. – С. 568.
6. Кириллов С. Н., Слесарев А. С. Быстрый алгоритм поиска и обнаружения фазоманипулированного сигнала спутниковой системы передачи информации // Вестник РГРТУ №3, 2009. Вып. 27. – С. 23–29.
7. Кириллов С. Н., Слесарев А. С. Алгоритм обнаружения сложных фазоманипулированных сигналов спутниковых систем передачи информации при низком отношении сигнал-шум // Вестник РГРТУ №3, 2007. Вып. 20. – С. 19–23.
8. Heiries V., Roviras D., Ries L., Calmettes V. "Analysis of non ambiguous BOC signal acquisition performance," in Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS'05), Long Beach, USA, Sep. 2005.

9. Zheng Yao (2012). Unambiguous Processing Techniques of Binary Offset Carrier Modulated Signals, Global- Navigation Satellite Systems: Signal, Theory and Applications, Prof. Shuanggen Jin (Ed.), ISBN: 978-953-

307-843-4, InTech, <http://www.intechopen.com/books>.

10. Kaplan D. Understanding GPS Principles and Applications, ARTECH HOUSE, Norwood, 2006. – P. 706.

УДК 621.396.96

В.Г. Андреев, Т.Ф. Нгуен, А.Ю. Нарбеков

АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ПОМЕХ

Предлагается упрощённый алгоритм оценки коэффициентов нерекурсивного фильтра подавления, позволяющий увеличить среднюю по доплеровским скоростям сигнала вероятность правильного обнаружения на 10 %...20 % по сравнению с известным (неадаптивным) обеляющим фильтром. Предлагаемый алгоритм не требует обращения корреляционной матрицы помех при изменении мощности некоррелированной мешающей компоненты, что сокращает в 1,7...14 раз вычислительные затраты (количество арифметических операций) на его реализацию по сравнению с оптимальным адаптивным алгоритмом.

Ключевые слова: комбинированные помехи, адаптивная фильтрация, обеляющий фильтр, подавление помех.

Введение. При работе радиотехнических систем характерно воздействие комбинированных (аддитивной смеси коррелированных и некоррелированных) помех, которые, поступая на вход приемника вместе с полезными сигналами, затрудняют их обнаружение. Например, для систем управления воздушным движением, расположенных в аэропортах и на аэродромах, типичным является одновременное присутствие на входе приёмного устройства мешающих отражений от подстилающей поверхности и активных шумовых помех (АШП) от различных источников (наземное и бортовое радиооборудование, промышленные помехи и т.д.). Борьба с такими мешающими процессами заключается в обелении коррелированной компоненты до уровня шума. Проблема заключается в том, что уровень шума может существенно меняться за счёт изменения коэффициента усиления антенны в направлении на источник АШП при сканировании.

Оптимальное решение предполагает для оценки параметров обеляющего фильтра пересчёт коэффициентов обратной корреляционной матрицы помех при изменении уровня мощности шума. Известное решение заключается в сохранении прежних значений вектора обработки, т.е. не предполагает адаптацию к изменяющейся мощности АШП, что характерно, например, для режекторных фильтров.

Оптимальное решение сопряжено с большими вычислительными затратами, а известное приводит к недоиспользованию потенциальных возможностей по обнаружению сигналов на фоне комбинированных помех.

Цель работы – сокращение вычислительных затрат путём введения корректирующего множителя при синтезе адаптивного обеляющего фильтра в условиях изменения мощности АШП.

Постановка задачи. Представим корреляционную матрицу \mathbf{R} мешающего процесса как сумму коррелированной \mathbf{R}_c и некоррелированной $P_n \mathbf{I}$ компонент соответственно:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + P_n \mathbf{I}, \quad (1)$$

где \mathbf{R}_c – $(q \times q)$ -мерная корреляционная матрица коррелированной компоненты мешающего процесса, q – порядок фильтра, \mathbf{I} – $(q \times q)$ -мерная единичная матрица, \mathbf{R} – $(q \times q)$ -мерная корреляционная матрица мешающего процесса, P_n – относительная мощность АШП.

Вычислительные затраты, которых требует процедура обращения матриц, пропорциональны кубу порядка q фильтра, а в случае использования быстрых процедур обращения – квадрату q [1, 2]. Предлагается определить поправочный коэффициент χ [3, 4], являющийся функцией уровня мощности P_n АШП, произведение которого и известного вектора \mathbf{a} весовых коэффици-

ентов фильтра приблизительно равно вектору \mathbf{a}_{opt} оптимальной обработки [5]: $\chi \mathbf{a} \approx \mathbf{a}_{\text{opt}}$ или

$$\chi \mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{opt}} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор невязки.

Вектор $\mathbf{a}^T = [a_1; a_2; \dots; a_q]$ коэффициентов обеслаивающего нерекурсивного фильтра q -го порядка при нормировке к единице нулевого коэффициента a_0 импульсной характеристики фильтра можно представить в виде уравнения Юла – Уолкера [1]:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_q \end{bmatrix} = -\mathbf{R}_c^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_q \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{r}^T = [r_1; r_2; \dots; r_q]$ – автокорреляционная последовательность мешающего процесса с единичной дисперсией $r_0=1$. Выражение (3) может быть представлено в виде:

$$\mathbf{a} = -\mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{r}$$

и представляет собой оптимальное решение в случае отсутствия воздействия АШП на вход приёмника, т.е. $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{opt}}$ при $P_n=0$.

В условиях присутствия некоррелированной компоненты (1) мешающего процесса оптимальное решение принимает вид:

$$\mathbf{a}_{\text{opt}} = -(\mathbf{R}_c + P_n \mathbf{I})^{-1} \mathbf{r},$$

что с учётом (2) даёт возможность выразить вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки.

Аналитическое решение. Предлагается для определения множителя χ использовать критерий минимума квадрата модуля q -мерного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$ невязки

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{R}_c + P_n \mathbf{I}) \chi \mathbf{a} + \mathbf{r},$$

т.е. минимума среднеквадратической ошибки:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow \min_{\chi \in C}, \quad (4)$$

где C – пространство комплексных чисел, * – знак комплексного сопряжения, T – знак транспонирования. Множитель χ , при котором выполняется требование (4), соответствует оптимальному значению χ_{opt} . Для нахождения минимума функции $\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}(\chi)$ возьмем производную по χ и приравняем её к нулю:

$$\frac{d \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{d \chi} = 2\chi (\mathbf{R}_c \mathbf{a} + P_n \mathbf{a})^T (\mathbf{R}_c \mathbf{a} + P_n \mathbf{a}) + 2 \operatorname{Re} \{ \mathbf{r}^T (\mathbf{R}_c \mathbf{a} + P_n \mathbf{a}) \} = 0, \quad (5)$$

где $\operatorname{Re} \{ \bullet \}$ – оператор выделения действительной части. С учётом того, что $\mathbf{R}_c \mathbf{a} = -\mathbf{r}$, из выражения (5) получим:

$$\chi_{\text{opt}} = -\chi [(P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})^T (P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})]^{-1} \times \operatorname{Re} \{ \mathbf{r}^T (P_n \mathbf{a} - \mathbf{r}) \} \quad (6)$$

Вычисление χ_{opt} в соответствии с (6) требует операцию обращения величины $(P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})^T (P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})$, которая представляет собой свёртку векторов и вырождается в скаляр. Таким образом, нахождение χ_{opt} не предполагает осуществления операции обращения матрицы.

Для подтверждения факта нахождения глобального минимума целевой функции $\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}(\chi)$ проанализируем знак её второй производной:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{d \chi^2} &= (P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})^T (P_n \mathbf{a} - \mathbf{r}) = \\ &= |P_n \mathbf{a} - \mathbf{r}|^2 > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что вторая производная целевой функции (4) неотрицательна при ненулевой длине вектора $(P_n \mathbf{a} - \mathbf{r})$, что подтверждает оптимальность найденного решения.

Структура предлагаемого модифицированного подавляющего фильтра порядка q показана на рисунке 1 [3].

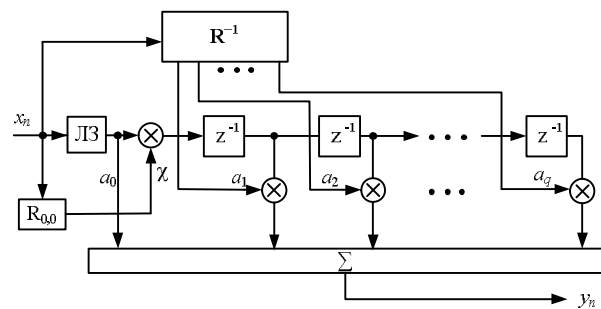


Рисунок 1 — Структурная схема адаптивного фильтра

На рисунке 1 под x_n подразумеваются дискретные цифровые отсчёты входного процесса; под y_n – дискретные цифровые отсчёты выходного процесса; z^{-1} – линии задержки на период T следования зондирующих импульсов; блоки с символом \times обозначают умножители; блок с символом Σ – это сумматор; блок \mathbf{R}^{-1} производит оценку обратной корреляционной матрицы для формирования вектора обработки \mathbf{a} по (3); блок $R_{0,0}$ – оценку дисперсии входного процесса и формирование корректирующего множителя χ по (6); ЛЗ – линия задержки на время оценок параметров входного процесса и расчёта коэффициентов подавляющего комбинированные помехи фильтра.

Поскольку характеристики коррелированной компоненты мешающего процесса медленно меняются во времени, то оперативно рассчитывается только корректирующий ранее найденные значения \mathbf{a} коэффициент χ , что, как показано ниже, существенно снижает вычислительные затраты на адаптацию предлагаемого фильтра.

Эксперименты показали, что качество коррекции по критерию (4) квадрата длины вектора ϵ невязки существенно зависит от порядка q фильтра. С ростом q увеличивается число компонент a_k вектора обработки \mathbf{a} . Если порядок фильтра первый, то коэффициент всего один и его можно идеальным образом скорректировать одним множителем, т.е. $\chi\mathbf{a}=\mathbf{a}_{\text{опт}}$, при $q=1$. В случае нескольких коэффициентов a_k точно скорректировать их все одним множителем в общем случае невозможно. Поэтому с ростом порядка q фильтра качество коррекции ухудшается. Проанализируем эффективность предлагаемой методики адаптации фильтра подавления комбинированных помех.

Экспериментальные исследования. Сравним вычислительные затраты на адаптацию при оптимальном и предлагаемом решениях. В таблице приведены приближенные формулы для оценки вычислительных затрат.

Вычислительные затраты

Оптимальный метод	Предлагаемый метод
Количество умножений и делений	
q^3+2q^2	$3q+2$
Количество сложений и вычитаний	
q^3+q^2-2q	$3q$
Общее количество арифметических операций	
$2q^3+3q^2-2q$	$6q+2$

Из анализа таблицы следует, что при втором порядке $q=2$ фильтра выигрыш в вычислительных затратах составляет 1,7 раз, при $q=4-6,5$ раз, а при $q=6-14$ раз.

На рисунке 2 изображены относительные нормированные спектральная плотность мощности (СПМ) комбинированной помехи (точечная линия 1), квадраты амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) известного (пунктирная кривая 2), предлагаемого (сплошная жирная кривая 3) и оптимального (сплошная тонкая линия 4) фильтров при $q=2$ и $P_n=10^{0,5}$ в относительных частотах FT , где F – доплеровская частота, T – период повторения зондирующих импульсов.

На малых мощностях P_n АШП все три решения дают одинаковый результат, поскольку известное и предлагаемое решения сводятся к оптимальному, а на уровнях мощности АШП, превышающих уровень пассивных помех, оптимальный фильтр становится фактически все пропускающим.

Таким образом, адаптация целесообразна при уровнях мощности P_n АШП, соизмеримых с уровнем мощности пассивной помехи.

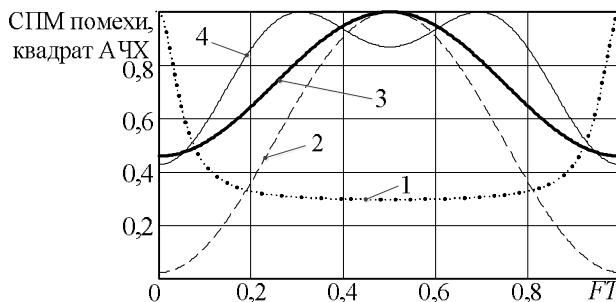


Рисунок 2 – Квадраты АЧХ фильтров и СПМ помехи

Поскольку основной в радиолокации критерий Неймана – Пирсона предполагает максимизацию вероятности D правильного обнаружения при заданной вероятности F_a ложной тревоги, то необходимо сравнить характеристики обнаружения для систем, реализующих известное, оптимальное и предлагаемое решения. Оценим среднюю по доплеровским скоростям сигнала вероятность \bar{D} правильного обнаружения при вероятности F_a ложной тревоги $F_a=10^{-6}$, порядке фильтра $q=2$, уровне мощности АШП $P_n=1$, относительной ширине спектра помехи $\Delta FT=0,1$ и относительной ширине спектра сигнала $\Delta F_s T=0,01$. На рисунке 3 представлены характеристики обнаружения для данного случая.

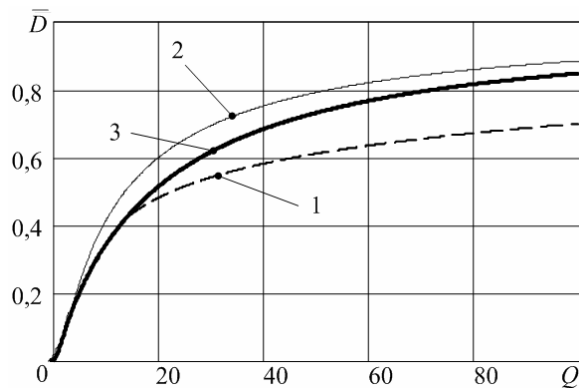


Рисунок 3 – Зависимости средней вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-(помеха+шум)

Известное решение (пунктирная линия 1) в среднем проигрывает и оптимальному (сплошная тонкая кривая 2), и предлагаемому (сплошная жирная кривая 3). Так, при отношении сигнал-(помеха + шум) $Q=40$ предлагаемое решение обеспечивает на 10 % большую среднюю вероятность правильного обнаружения, чем известное, уступая оптимальному 7 %, а при $Q=80$ выигрыш у известного решения составляет 14 % при четырёхпроцентном отклонении от потенциальной системы.

При мощности АШП $P_n=10$ характеристики обнаружения для оптимального и предлагаемого решений фактически сливаются и выигрыши в средней вероятности правильного обнаружения перед известным при $Q=40$ составляет 20 %.

Отметим, что при 4-м порядке фильтра и $Q=40$ оптимальное решение обеспечивает лишь на 1,5 % большую среднюю вероятность правильного обнаружения, чем предлагаемое, в то время как требует в 6,5 раз больших вычислительных затрат.

Для несредней вероятности правильного обнаружения $D(\varphi_s)$ её величина сильно зависит от относительной доплеровской скорости φ_s сигнала. Так, например, при $\varphi_s=0,01$ известный фильтр обеспечивает $D(0,01)=6 \times 10^{-5}$, в то время как на оптимальной скорости $\varphi_s=0,5$ он обеспечивает $D(0,5)=0,77$. На слепой скорости известный фильтр подавит сигнал вместе с помехой, в то время как адаптированный фильтр обладает большим коэффициентом усиления, чем известный, и правильное обнаружение произойдет с большей вероятностью.

Выводы. Таким образом, произведён синтез нерекурсивного обеляющего фильтра по критерию (4) на основе аддитивной модели (1) комбинированных помех. Предлагаемый алгоритм адаптации коэффициентов нерекурсивного фильтра подавления целесообразно использовать на малых порядках фильтра (2...6), при уровнях

мощности АШП, соизмеримых с уровнем мощности пассивной помехи, а также в случае обнаружения целей, доплеровские скорости φ_s которых близки к слепым.

Были получены выигрыши в средней вероятности правильного обнаружения на 10 %...20 % по сравнению с известным фильтром подавления помех и выигрыш в 1,7...14 раз в вычислительных затратах по сравнению с оптимальным решением (см. таблицу).

Библиографический список

1. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
2. Андреев В.Г., Белокуров В.А. Моделирование магнитометрических сигналов бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Вестник РГРТУ. – 2013. – № 1. – Вып. 43. – С. 45–49.
3. Андреев В.Г. Оптимизация авторегрессионных моделей мешающих радиоотражений // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2008. – Т. 51. – № 7. – С. 40–47.
4. Андреев В.Г. Линейно-ограниченные регрессионные модели локационных сигналов // Вестник РГРТА. – 2006. – Вып. 19. – С. 62–65.
5. Андреев В.Г., Воскресенский А.В. Оптимизация коэффициентов авторегрессионных фильтров обработки и моделирования сигналов конечной длительности // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2003. – Т. 46. – №2. – С. 76–80.

УДК 519.147

Д.С. Семин, А.Ю. Яшин

СПИСОЧНЫЙ АЛГОРИТМ ДЕКОДИРОВАНИЯ НА БАЗЕ СИНДРОМОВ С «МЯГКИМ» ВХОДОМ БЛОЧНЫХ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ

Предложен алгоритм декодирования циклических кодов с «мягким» входом, основанный на модификации списочного алгоритма, с использованием синдромов в интересах уменьшения необходимых затрат памяти. Представлен анализ вычислительных ресурсов, необходимых для реализации данного алгоритма. Показано, что модификация алгоритма позволила сократить объем памяти в 3 раза для кода БЧХ(63,39).

Ключевые слова: помехоустойчивые коды, списочный алгоритм декодирования, «мягкий» вход, синдром помехоустойчивого кода, оптимальный декодер.

Введение. Одной из основных проблем развития теории помехоустойчивого кодирования является задача формирования реализуемого на практике алгоритма декодирования, обеспечивающего оптимальность получаемых решений.

На практике данная проблема является особенно актуальной при проектировании и использовании адаптивных к помеховой обстановке телекоммуникационных систем [1–4]. Отдельные модули подобной системы должны иметь воз-

возможность быстрой перестройки в случае изменения помеховой обстановки в канале передачи данных.

Данную проблему можно решить путем использования универсальных алгоритмов декодирования. В качестве примера можно привести списочный декодер на базе синдромов, декодер на базе максимума апостериорной вероятности, а также декодер на базе упорядочения статистики, обеспечивающие быструю перестройку структуры в случае различных типов и параметров помехоустойчивых кодов (ПК) [5, 6]. Среди перечисленных декодеров наиболее простым с точки зрения числа элементарных операций является списочный алгоритм декодирования на базе синдромов. Недостатками данного алгоритма являются большие затраты памяти.

Целью работы являются разработка и анализ возможности практического использования модифицированного алгоритма декодирования ПК на базе синдромов с «мягким» входом в интересах уменьшения необходимого объема памяти.

Списочный алгоритм декодирования на базе синдромов. Операция помехоустойчивого кодирования может быть представлена в виде преобразования вектора информационных бит $\bar{I} = (i_0, i_1, \dots, i_{k-1})$ (длины k) в кодовый (разрешенный) вектор \bar{C} (длины n) [6]:

$$\bar{C} = F(\bar{I}),$$

где $F()$ – алгоритм кодирования, зависящий от типа и параметров помехоустойчивого кода.

Для линейных блочных ПК алгоритм кодирования может быть записан как произведение информационного вектора и образующей матрицы кода \mathbf{G} размером $k \times n$ [6]:

$$\bar{C} = \bar{I}\mathbf{G}. \quad (1)$$

В выражении (1) арифметические операции сложения и умножения выполняются в поле Галуа $GF(q)$ в котором определен ПК.

В канале передачи данных в кодовый вектор \bar{C} под действием шумов и помех вносятся ошибки, что эквивалентно записи:

$$\bar{C}' = \bar{C} + \bar{e},$$

где $\bar{C}', \bar{C}, \bar{e} \in GF(q)$.

Для любого линейного ПК может быть вычислена проверочная матрица \mathbf{H} , удовлетворяющая условию [5–7]:

$$\mathbf{G} \times \mathbf{H} = 0.$$

Синдром кодового слова может быть вычислен по формуле [5, 6]:

$$\bar{s} = \bar{C}'\mathbf{H} = (\bar{C} + \bar{e})\mathbf{H} = \bar{e}\mathbf{H}. \quad (2)$$

Таким образом, если $\bar{s} = 0$, то в кодовом слове нет ошибок, в противном случае ошибки присутствуют.

Как видно из формулы (2), синдром не зависит от переданной информации, а определяется только вектором ошибки \bar{e} . На базе данного свойства предложены одни из наиболее простых алгоритмов декодирования ПК [5–8].

Основная идея данных алгоритмов состоит в необходимости составления списка, устанавливающего соответствие между множеством всех возможных комбинаций ошибок $\{\bar{e}_i\}$ и множеством векторов синдромов $\{\bar{s}_i\}$. В зависимости от реализации размер данного списка содержит не менее чем N_c элементов:

$$N_c = \sum_{i=1}^t C_i^n,$$

где t – число ошибок, которое может исправить ПК, C_i^n – функция числа сочетаний:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

С учетом вышесказанного в декодере для каждого принятого кодового слова \bar{C}' выполняются следующие операции.

1. Вычисление вектора синдрома \bar{s} по формуле (2).
2. Выбор из списка набора векторов $\{\bar{e}\}$, соответствующих полученному вектору \bar{s} .
3. Вычисление наиболее вероятной комбинации ошибок из полученного набора.
4. Компенсация ошибки:

$$\bar{C} = \bar{C}' + \bar{e}. \quad (3)$$

Модификация списочного алгоритма декодирования на базе синдромов. Основным недостатком алгоритмов декодирования, построенных на базе синдромов, является больше размеры списка необходимых для хранения синдромов и комбинаций ошибок.

Обоснуем модификацию списочного алгоритма декодирования на базе синдромов с «мягким» входом в интересах уменьшения размера списка, необходимого для выполнения процедуры декодирования.

Основная идея модернизации алгоритма состоит в том, что список, содержащий синдромы и ошибки, строится не для всего кодового слова, а для отдельных его частей. При этом процедура декодирования разбивается на несколько этапов, на каждом из которых уточняется список возможных ошибок.

Проверочная матрица любого циклического ПК может быть образована путем последовательного сдвига проверочного вектора [8]. Раз-

мер проверочной матрицы равен $(n - k) \times n$, где k – число информационных символов, n – длина кодового слова ПК.

Разобьем матрицу \mathbf{H} на набор подматриц \mathbf{H}' размером $d_c \times (d_c + k)$:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}' & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}' & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{H}' \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \dots & h_k & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \dots & h_{k-1} & h_k & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h_0 & h_1 & \dots & h_k \end{pmatrix}.$$

Для работы предлагаемого алгоритма список, устанавливающий соответствие между векторами ошибок и синдромами, строится не для всей матрицы \mathbf{H} , а только для отдельной подматрицы \mathbf{H}' . Таки образом, размер списка может быть вычислен по формуле:

$$N_c = \sum_{i=1}^{t+1} C_i^{k+d_c}. \quad (4)$$

На рисунке 1 представлена структурная схема декодера с «мягким» входом.

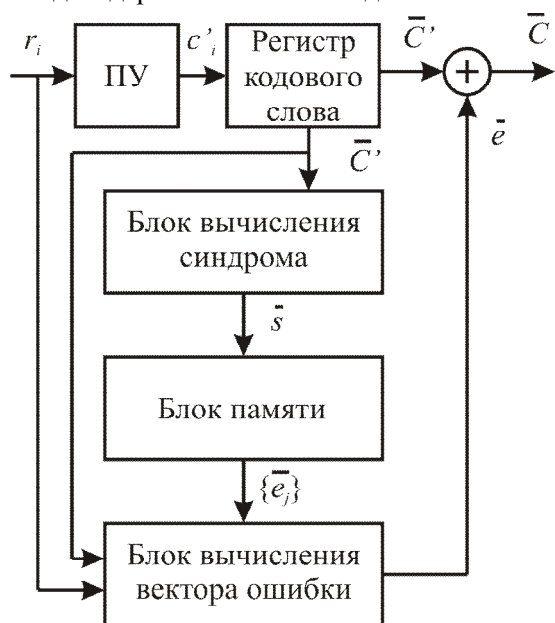


Рисунок 1 – Структурная схема списочного алгоритма декодирования с «мягким» входом

На вход схемы поступает вектор «мягкого» решения значений отсчетов кодового слова $\bar{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ [6] (модуль элементов вектора \bar{r} определяет надежность текущего символа и изменяется в интервале $[0; 1]$, а знак характеризует «жесткое» решение, то есть, если $r_i < 0$, то принятый символ «0», если $r_i > 0$, то – «1»).

В пороговом устройстве (ПУ) производится сравнение поступающих на вход отсчетов с нулевым порогом с целью вычисления «жесткого» решения \bar{C}' . По «жесткому» решению в блоке вычисления синдрома формируется вектор \bar{s} по формуле (2).

Далее вектор \bar{s} разбивается на части $\bar{s} = (\bar{s}_0, \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_{m-1})$, где $\bar{s}_i = (s_i, s_{i+1}, \dots, s_{i+d_c})$. Каждое из полученных векторов \bar{s}_i указывает на адрес в блоке памяти, по которому хранится множество векторов возможных ошибок $E_i = \{\bar{e}\}$, содержащее N_i элементов. В блоке вычисления вектора из полученных множеств вычисляется единственный вектор ошибки \bar{e} .

Далее более подробно рассмотрим алгоритм работы блока вычисления вектора ошибок.

1. Если $\bar{s} = 0$, то $\bar{e} = 0$ и окончание работы программы, иначе - переход к шагу 2.

2. Инициализация списков возможных ошибок $L_e = E_1, L'_e = \emptyset$ и числа элементов списков $N_e = N_1, N'_e = 0$.

3. Для i , изменяющейся от 1 до $m - 1$, повторять шаги 4...6.

4. Для всех элементов $\bar{e}_{L_e} \in L_e$ и $\bar{e}_{E_i} \in E_i$ выполняем проверку условия:

$$e_{L_e, u} = e_{E_i, v} + d_c \cdot i,$$

где $e_{L_e, u}$ – элементы вектора \bar{e}_{L_e} , принадлежащие отрезку $[d_c \cdot i; d_c \cdot i + k]$, $e_{E_i, v}$ – элементы вектора \bar{e}_{E_i} , принадлежащие отрезку $[0; k]$.

5. Если условие выполняется, то объединяем комбинации ошибок \bar{e}_{L_e} и \bar{e}_{E_i} в один вектор и добавляем в множество L'_e .

6. Изменяем текущий список ошибочных комбинаций $L_e = L'_e, L'_e = \emptyset$.

После завершения работы алгоритма формируется множество возможных комбинаций ошибок L_e . Далее для каждого из векторов ошибок полученного набора вычисляется разрешенное кодовое слово \bar{C} , отстоящее на минимальное расстояние от принятого кодового слова \bar{r} :

$$\min_i \|\bar{r} - (2\bar{C}_i - 1)\|, \quad i = \overline{1, N_e}, \quad (5)$$

где $\bar{C}_i = \bar{C}' \oplus \bar{e}_i$, N_e – число элементов множества L_e , после чего комбинация ошибок \bar{e}_i , удовлетворяющая формуле (5), складывается с «жестким» решением кодового слова по формуле (3) и подается на выход декодера. Необходимо отметить, что наиболее затратные, с точки зрения вычислений, шаги алгоритма 4...6 могут быть распараллелены.

Рассмотрим более детально алгоритм формирования списка (рисунок 2). На вход алгоритма подаются массив значений проверочной подматрицы \mathbf{H}' , а также параметры, характеризующие ее размерность d_c, k , и исправляющая способность кода t .

В алгоритме переменной p обозначено текущее число искаженных символов в векторе ошибок, в векторе E хранятся положения ошибочных символов.

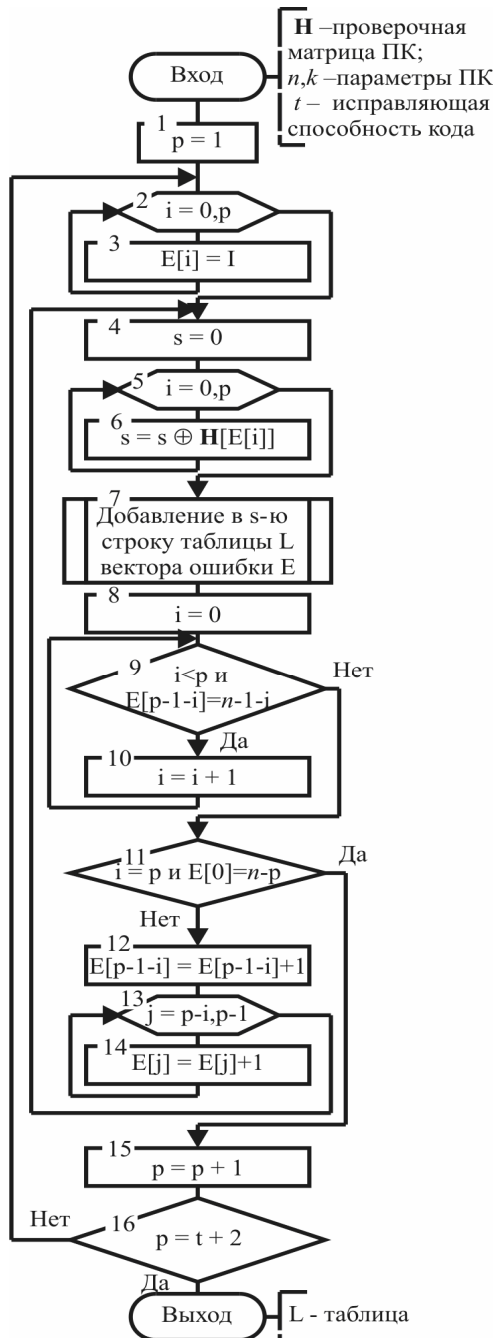


Рисунок 2 – Алгоритм формирования таблицы соответствия между векторами синдромов и ошибок

В блоках 1...3 выполняется установка начальных значений, далее вычисляется синдром

(блоки 4...6) и полученные векторы E и s заносятся в таблицу L (блок 7).

Блоки 8...14 необходимы для формирования очередной комбинации ошибок. Алгоритм завершает работу в случае, если осуществлен перебор всех возможных комбинаций ошибок вплоть до $t+1$ (блок 16). В результате работы данного алгоритма заполняется таблица, содержащая 2^{n-k} строк, каждая из которых однозначно связана с одной из возможных комбинаций векторов синдромов \bar{s} . В одной строке таблицы может храниться несколько комбинаций ошибок.

Оценка вычислительных ресурсов. Проведем оценку необходимых затрат памяти для хранения таблицы, устанавливающей соответствия между векторами синдромов и ошибок, а также число элементарных операций, необходимых для декодирования одного кодового слова ПК.

В соответствии с описанным выше алгоритмом число записей, хранящихся в списке, определяется по формуле (4).

Пусть для хранения вектора ошибок длиной p необходим 1 байт, тогда для хранения всей таблицы требуется не менее:

$$M_c = \sum_{i=1}^{t+1} i \cdot C_i^{k+d_c} \text{ байт.}$$

Наиболее сложными элементами списочного декодера с «мягким» входом являются блоки вычисления синдрома и вычисления вектора ошибки (рисунок 1).

Для вычисления синдрома необходимо не более $O_s = n \cdot k$ элементарных операций. Число элементарных операций, необходимых для работы блока вычисления вектора ошибок, пропорционально $O_e = 4N_s n + mN_s^2$, где N_s – число векторов ошибок, приходящихся на один синдром в списке, необходимом для декодирования (данная величина зависит от конкретного ПК).

Таким образом, выигрыш в объеме используемой памяти для предложенного алгоритма в сравнении со списочным алгоритмом декодирования, представленным в [5], составляет:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{t+1} i \cdot C_i^n}{\sum_{i=1}^{t+1} i \cdot C_i^{k+d_c}}.$$

Данный выигрыш зависит от параметра разбиения проверочной матрицы d_c и достигается за счет увеличения числа элементарных операций.

Результаты имитационного моделирования. Имитационное моделирование предложенного алгоритма декодирования производилось с использованием модели системы передачи дан-

ных с фазоманипулированными сигналами при воздействии в канале аддитивного белого гауссовского шума [6] для блочных кодов БЧХ с параметрами (127,113) при $d_c = 7$ и (63, 51) при $d_c = 12$.

На рисунке 3 представлены зависимости вероятности ошибки от отношения энергии бита к спектральной плотности мощности шума, действующей в канале связи для предложенного алгоритма декодирования.

В таблице представлен размер памяти в байтах, необходимый для хранения списков, устанавливающих соответствие между векторами ошибок и синдромов при различных значениях параметра d_c .

Таблица

Значение параметра d_c	Необходимый объем памяти, байт	
	БЧХ (63,39)	БЧХ (127,113)
1	6580080	1468032720
2	7493980	1534761480
3	8506680	1603894880
4	9625980	1675497330
5	10860080	1749634380
6	12217590	1826372730
7	13707540	1905780240
8	15339390	1987925940
9	17123040	2072880040
10	19068840	2160713940
11	21187600	2251500240
12	23490600	2345312750
13	25989600	2442226500
14	28696850	2542317750

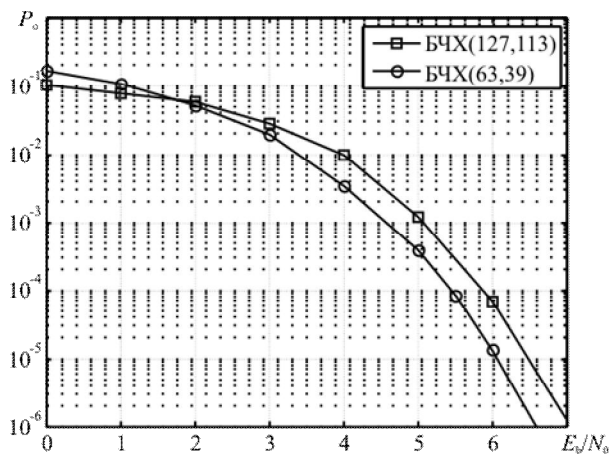


Рисунок 3 – Результаты имитационного моделирования предложенного алгоритма декодирования

Таким образом, применение предложенного алгоритма позволило уменьшить объем исполь-

зуемой памяти для кода БЧХ(127,113) в 1,3 раза и для кода БЧХ(63, 51) в 3 раза за счет увеличения числа элементарных операций в сравнении со списочным алгоритмом декодирования на базе синдромов с «мягким» входом.

Выводы. Таким образом, представлена модификация алгоритма списочного декодирования циклических кодов на базе синдромов с «мягким» входом. Представлены оценки вычислительных затрат и результаты имитационного моделирования декодеров, построенных на базе предложенного алгоритма. Показано, что разработанный алгоритм позволяет сократить объем памяти, необходимый для работы алгоритма, до 3-х раз.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-2775.2011.8 (договор № 16.120.11.2775-МК) и МК-343.2012.9, соглашения о предоставлении грантов № 14.В37.21.1830, № 14.В37.21.1876, № 14.В37.21.0466, № 14.В37.21.0413.

Библиографический список

1. Покровский П.С. Процедура адаптивного к помеховой обстановке синтеза кодовой последовательности OQPSK- и MSK-сигналов для промышленных систем управления // Вестник РГРТУ. 2010. № 4. (Выпуск 34). – С. 43–50.
2. Кириллов С.Н., Бердников В.М. Многокритериальный синтез сигналов спутниковых навигационных систем // Вестник РГРТУ. 2009. № 4 (Выпуск 30). – С. 22–27.
3. Слесарев А.С., Семин Д.С.. Формирователь радиосигналов унифицированных средств контроля радиотехнических изделий // Вестник Рязанского радиотехнического университета. 2012. № 3. (Выпуск 41). – С. 49–53.
4. Кириллов С.Н., Слесарев А.С., Покровский П.С., Семин Д.С. Реализация программно-управляемого формирователя радиосигналов телекоммуникационных систем на основе прямого цифрового синтеза // 13-я Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA-2011». – М.: 2011. – С 267–270.
5. Muller B., Holters M., Zolzer U., Low Complexity Soft-Input Soft-Output Hamming Decoder // www.gtti.it/GTTI08/pappers/baldi.pdf.
6. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. – 320 с.
7. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующая ошибки: пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
8. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

УДК 681.325.3

В.А. Ревуцкий**АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ
СВЕРТОЧНЫХ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ**

Обоснован алгоритм оценки параметров сверточных помехоустойчивых кодов (ПК), применяемых в системах спутниковой связи (ССпС). Показано, что предложенный алгоритм обеспечивает вероятность правильных решений о параметрах сверточных ПК, принадлежащих известному множеству, не менее 0,87 при значениях вероятности битовой ошибки в анализируемой двоичной последовательности (АДП) не более 10^{-2} .

Ключевые слова: помехоустойчивый код, сверточный код, анализируемая двоичная последовательность, система спутниковой связи, длина кодового блока.

Введение. В настоящее время в современных ССпС широкое распространение получили ПК различного типа и параметров [1, 2].

Одними из наиболее распространенных в ССпС на сегодняшний день являются сверточные коды (СК) [1]. При этом в [2] показано, что можно с приемлемой надежностью производить обнаружение неперфорированного и нерекурсивного СК с известными параметрами на фоне случайной двоичной последовательности. Для повышения эффективности процедуры обнаружения СК необходимо производить предварительную оценку параметров СК на основе обработки реализации АДП.

С учетом сложных условий, в которых осуществляется прием спутниковых сигналов, важно, чтобы предлагаемый алгоритм обладал устойчивостью к битовым ошибкам в АДП.

Таким образом, актуальной является задача разработки алгоритма оценки параметров СК.

Целью работы является обоснование устойчивого к ошибкам в канале спутниковой связи алгоритма оценки параметров СК.

Начальные условия. В качестве начальных условий принимается, что СК, который может быть представлен в АДП, имеет параметры $(m_{уст}, n_{уст}, k_{уст})$ из конечного априорного множества $A_{СК}$. Здесь $m_{уст}$ – максимальная длина регистра сдвига в кодере, $n_{уст}$ – длина выходного и $k_{уст}$ – длина входного кадров соответственно.

При этом данный код является нерекурсивным и неперфорированным, что могло бы внести дополнительную неопределенность о структуре истинного сверточного кодера.

Допускается также, что известны моменты смены состояний анализируемого сверточного

кодера при любых гипотетических параметрах СК.

Важно, что вероятность битовой ошибки в АДП удовлетворяет неравенству $0 \leq P_{ош.б} \leq 0,1$.

Обоснование алгоритма оценки параметров СК. Рассмотрим структуру потока кодовых слов на выходе сверточного кодера – $\bar{B}_{св}$ и установим зависимость его свойств от параметров $(m_{уст}, n_{уст}, k_{уст})$.

В [2] показано, что одной из характеристик статистической зависимости между сегментами АДП может использоваться матрица переходов (МП) – $W(N_i, N_j, I)$, элементы которой показывают относительную частоту последовательного появления в потоке определенных кодовых комбинаций длиной $m_{уст} \cdot n_{уст}$ символов, где $m_{уст}, n_{уст}$ – гипотетические параметры СК. При этом интервал I между сегментами $\bar{B}_{св}$ может варьироваться.

Непосредственно сверточный кодер в общем виде может быть представлен как дискретный фильтр с коэффициентами из поля Галуа – $GF(2)$ [1, 3 – 6]. Пусть m_0 – наибольший порядок фильтров, входящих в состав некоторого сверточного кодера с параметрами (m_0, n_0, k_0) . Тогда из описания диаграммы состояний такого кодера [3, 4] следует, что преобразование состояний, а значит, зависимость между сегментами АДП, распространяется относительно фиксированного момента времени на $n_0(2m_0 - 1)$ символов. При этом зависимость сегментов определяется вариабельностью значений 2-го сегмента относительно 1-го.

На рисунке 1 показано, как в случае частичного совпадения истинных и гипотетических параметров СК при изменении интервала I –

$I_1 = 3 \rightarrow I_2 = 5$ 2-й сегмент, находящийся сначала в пределах длины кодового блока СК, попадает в зону слабой зависимости с первым сегментом.

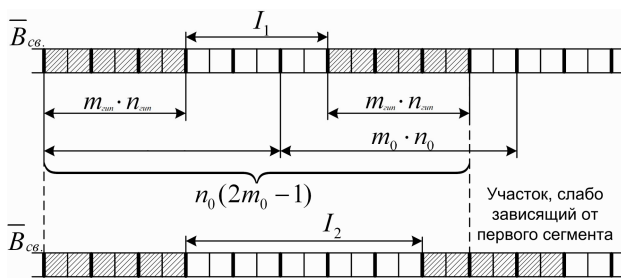


Рисунок 1 – Разбиение бинарного потока на сегменты

Так, при увеличении интервала I (I кратно n_0) между сегментами потока $\bar{B}_{св.}$, начиная с $I = 0$, выбор их производится из более разветвленных участков кодового дерева данного СК. Это приводит к снижению разреженности МП $W(N_i, N_j, I)$, при этом данный эффект может быть использован для оценки параметров СК.

Обоснуем числовой критерий МП, характеризующий ее разреженность. Множество максимумов в МП отражает количество пар кодовых комбинаций, выбираемых из АДП. При этом чем больше разреженность МП, тем выше отношение общего числа элементов МП $V_{МП} = 2^{2m_{уст}n_{уст}}$ к количеству максимумов V_{max} , которое в случае $(m_{уст}, n_{уст}, k_{уст}) = (m_{уст}, n_{уст}, k_{уст})$ и $I = 0$ определяется как [3]:

$$V\{R_{max}\} = 2^{k_{уст}(3m_{уст}-1)}. \quad (1)$$

Так, в качестве критерия разреженности МП может использоваться следующее отношение:

$$K_{МП} = V_{МП} / V\{R_{max}\} = 2^{2m_{уст}n_{уст}} / V\{R_{max}\}, \quad (2)$$

где множество $\{R_{max}\}$ вычисляется на основе оценки МП – $\hat{W}(N_i, N_j, I)$ по правилу, рассмотренному в [2].

Проведено предварительное экспериментальное исследование зависимости критерия МП $K_{МП}$ от соответствия между истинными $(m_{уст}, n_{уст}, k_{уст})$ и гипотетическими параметрами $(m_{уст}, n_{уст}, k_{уст})$ СК при различных значениях интервала I .

При этом использовались различные СК с параметрами из списка $A_{СК} = \{3.3.1; 4.3.1; 5.3.1; 3.2.1; 5.2.1; 7.2.1; 3.3.2; 5.3.2; 7.3.2\}$ при значениях вероятности битовой ошибки в АДП $P_{ош.б} = 0, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$.

Так, в случае равенства истинных и гипотетических параметров СК наиболее показатель-

ные зависимости $K_{МП}(I)$ имеют вид (рисунок 2).

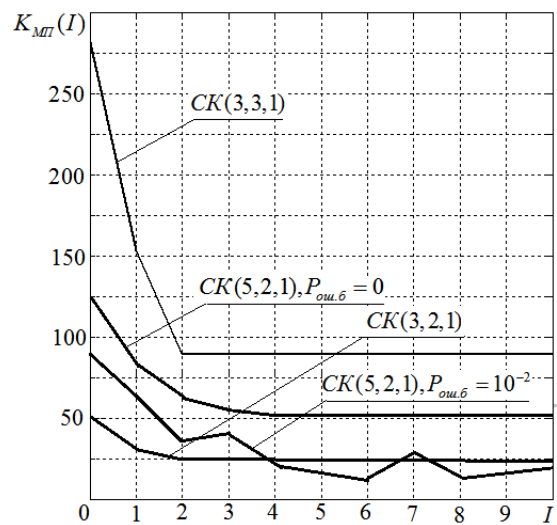


Рисунок 2 – Зависимости $K_{МП}(I)$ при совпадении истинных и гипотетических параметров СК

Наличие ошибок в данном случае приводит к искажению зависимости $K_{МП}(I)$, как показано на примере СК (5,2,1).

В случаях, когда имеет место несовпадение $n_{уст} \neq n_{уст}$, а также, когда в АДП представлен несверточный ПК (блочный или случайная двоичная последовательность), то при $P_{ош.б} = 0$ получаются следующие зависимости (рисунок 3).

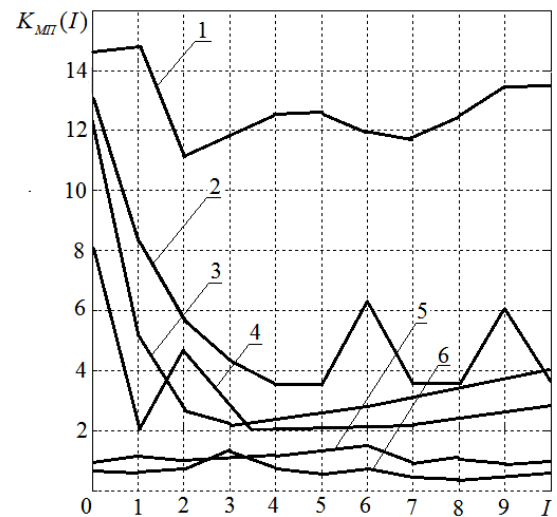


Рисунок 3 – Зависимости $K_{МП}(I)$ при несовпадении истинных и гипотетических параметров СК а также типов ПК

Здесь зависимость 1 имеет место, когда предполагается СК (5,2,1), а в АДП представлен СК (3,3,1). Зависимости 2 и 3 имеют место, когда СК (3,2,1) и СК (3,3,1) поочередно используются как истинные и гипотетические. Зависимость 4 имеет место, когда предполагается СК (2,3,2), а истинным является СК (5,2,1). Зависимости 5 и 6 получаются при наличии в АДП соответственно кода Рида – Соломона (255,223) и случайной

последовательности притом, что предполагается наличие СК (5,2,1).

Из анализа зависимостей, приведенных на рисунках 2, 3, следует, что при совпадении истинных и гипотетических параметров СК зависимость $K_{МП}(I)$ всегда имеет монотонно убывающий характер и входит в насыщение в координате $I_0 = m_{уст} - 1$. С учетом структуры кодера [2] имеет место общая зависимость:

$$I_0 = 2m_{уст} - m_{зун} - 1. \quad (3)$$

При этом наличие ошибок в АДП вероятности $P_{ош.б} \geq 10^{-2}$ приводит к появлению значительных всплесков в зависимости $K_{МП}(I)$ и потере ее монотонности.

В случае полного несовпадения истинных и гипотетических параметров СК даже в отсутствие ошибок указанные особенности зависимости $K_{МП}(I)$ не проявляются, а в случае, когда в АДП представлен блочный ПК или случайная последовательность, зависимость $K_{МП}(I)$ имеет практически равномерный характер со случайными колебаниями.

Также в ходе предварительных экспериментальных исследований получено, что при частичном совпадении истинных и гипотетических параметров СК: $n_{уст} = n_{зун}$ гистограмма уровней (ГУ) получаемой МП всегда имеет две выраженные моды, разнесенные по краям области определения ГУ. В случае несовпадения $n_{уст} \neq n_{зун}$ ГУ имеет три и более компоненты, равномерно распределенные в области ее определения.

Таким образом, с учетом экспериментальных результатов структура алгоритма оценки параметров СК имеет следующий вид (рисунок 4).

Здесь на первом этапе выполняется оценка МП для всех конфигураций гипотетических параметров из $A_{ПК}$ при $I_0 = 0$, а затем для каждой из полученных МП вычисляется ГУ.

Затем для полученных ГУ оценивается число мод и анализируется их положение в области определения ГУ, в результате чего посредством исключения формируется оценка параметра $n_{уст} - \hat{n}_{уст}$.

Наличие блока анализа числа мод ГУ позволяет выделить конфигурации гипотетических параметров СК, для которых $n_{уст} = n_{зун}$, и не выполнять вычисления $W(N_i, N_j, I), I > 0$ для случаев $n_{уст} \neq n_{зун}$. Это позволяет снизить время работы алгоритма.

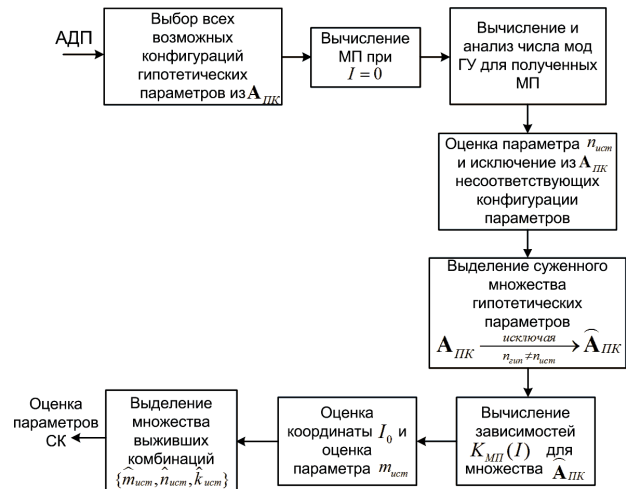


Рисунок 4 – Структурная схема алгоритма оценки параметров СК

По окончании анализа ГУ конфигурации параметров гипотетических СК, для которых число мод ГУ более 2-х, отбрасываются и выделяется суженное относительно исходного множество $\hat{A}_{ПК}$. Если ни одна конфигурация параметров из $A_{ПК}$ не дала ГУ с удовлетворительными свойствами, то $\hat{A}_{ПК} = \emptyset$ и алгоритм останавливается. В противном случае для каждой i -й конфигурации из $\hat{A}_{ПК}$ выполняется построение зависимости $K_{МП}^i(I), I = \overline{0, 2 \cdot m_{зун}^i}$.

Затем для каждой из зависимостей оценивается координата точки насыщения I_0^i и отбрасываются конфигурации параметров, в которых для $m_{зун}^j$ не выполняется соотношение (3). Так получается конечное множество оценок истинных параметров СК, представленного в АДП – $\{\hat{m}_{уст}, \hat{n}_{уст}, \hat{k}_{уст}\}$ [7].

Экспериментальная часть. В эксперименте использовались СК с параметрами из гипотетического списка $A_{СК}$ при указанных ранее значениях вероятности битовой ошибки в АДП $P_{ош.б} = \{0, \dots, 10^{-1}\}$. В качестве несверточных ПК использовались блочные коды Рида – Соломона с параметрами (255, 89), (255, 135), (255, 185) и (255, 223), коды БЧХ с параметрами (31, 11), (31, 16), (31, 26), (63, 18), (63, 36), (63, 45), а также случайная двоичная последовательность с равновероятными независимыми символами.

Эксперимент заключался в оценке процента правильных решений о параметрах СК на основе предложенного алгоритма (рисунок 4) притом, что процедура оценки проводилась для каждого из указанных ПК не менее 100 раз при достаточном объеме выборки [2].

В результате получено, что при вероятности битовой ошибки в АДП $P_{\text{ош.б}} < 10^{-2}$ предложенный алгоритм обеспечивает вероятность правильного решения о значении параметров СК, представленного в АДП, не менее $P_D \geq 0,87$. С дальнейшим увеличением $P_{\text{ош.б}}$ данная вероятность резко снижается. При этом в 93 % процентах случаев множество оценок $\{\hat{m}_{\text{ист}}, \hat{n}_{\text{ист}}, \hat{k}_{\text{ист}}\}$ содержит всего один элемент, что упрощает в дальнейшем работу алгоритма обнаружения СК.

Вывод. Обоснован алгоритм оценки параметров сверточных ПК на основе анализа числовых характеристик МП.

Показано, что данный алгоритм в среднем обеспечивает вероятность правильных решений $P_D \geq 0,87$ при вероятности битовой ошибки в АДП $P_{\text{ош.б}} < 10^{-2}$.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-2775.2011.8 (договор № 16.120.11.2775-МК) и МК-343.2012.9, соглашения о предоставлении грантов

№ 14.B37.21.1830, № 14.B37.21.1876, № 14.B37.21.0466, № 14.B37.21.0413.

Библиографический список

1. Proximity-1 Space Link Protocol—Coding and Synchronization Sublayer. Blue Book. Issue April 2003. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://public.ccsds.org/publications/SLS.aspx>.
2. Кириллов С.Н., Ревуцкий В.А. Алгоритм обнаружения сверточных кодов на фоне случайной двоичной последовательности // Вестник РГРТУ. 2012. № 4 (выпуск 42). – С. 3–8.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующей ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
4. Никитин Г.И. Сверточные коды. – СПб.: СПбГУАП, 2001. – 80 с.
5. Кириллов С.Н., Семин Д.С. Помехозащищенный кодер на основе БИХ-фильтра // Вестник РГРТУ. 2009. № 2 (выпуск 27). – С. 27–30.
6. Кириллов С.Н., Семин Д.С. Алгоритмы кодирования и декодирования недвоичных биномиальных помехоустойчивых кодов // Вестник РГРТУ. 2012. № 1 (выпуск 39). – С. 5–9.
7. Ревуцкий В.А. Алгоритм оценки параметров сверточных ПК на основе матриц перехода // Межвузовский сборник ВПМ РГРТУ. – Рязань, 2012. – С. 139–144.

УДК 621.3.072.9

С.И. Холопов

РАСШИРЕНИЕ ПОЛОСЫ ЗАХВАТА РЕЛЕЙНОЙ АСТАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Выведены формулы для описания релейной астатической системы ФАПЧ, содержащей блок обнуляемых интеграторов с нелинейным законом изменения напряжения, позволяющий в системе одновременно обеспечивать малый уровень установившейся фазовой ошибки и достаточно широкую полосу захвата. Получены соотношения, на основе которых для заданного значения фазовой ошибки можно оценить величину полосы захвата системы и определить параметры обнуляемых интеграторов.

Ключевые слова: астатическая система ФАПЧ, релейный фазовый дискриминатор, обнуляемые интеграторы, установившаяся фазовая ошибка, полоса захвата.

Введение. Одной из задач, возникающих при проектировании систем фазовой синхронизации с дискриминаторами релейного типа, является одновременное обеспечение широкой полосы захвата при малой ошибке синхронизации. В системе фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) с релейным фазовым дискриминатором и фильтрующим астатическим звеном первого порядка, выполненным в виде интегратора и

пропорционального (статического) звена, для достижения минимальной ошибки синхронизации используется формирователь напряжения с обнуляемыми интеграторами [1]. Обеспечение малой ошибки синхронизации приводит к тому, что полоса захвата такой системы становится существенно меньше ее полосы удержания.

В астатической системе ФАПЧ с релейным дискриминатором и фильтром первого порядка

[2], не использующей формирователь с обнуляемыми интеграторами, полоса захвата может достигать значения полосы удержания, но при этом ошибка фазирования в системе значительна.

Необходимо доработать структуру формирователя напряжения, включенного между выходом фазового дискриминатора и входом астатического звена так, чтобы под действием вырабатываемого им управляющего сигнала в системе ФАПЧ одновременно обеспечивались малая ошибка синхронизации и широкая полоса захвата.

Величина напряжения на выходе интеграторов, включенных в структуру формирователя, зависит от времени t , в течение которого знак разности фаз $\Delta\varphi$ опорного и подстраиваемого колебаний остается неизменным. В режиме синхронизма знак разности фаз $\Delta\varphi(t)$ меняется через достаточно малый интервал времени. Вследствие этого нарастание напряжения на выходе интеграторов, а следовательно, и формирователя, незначительно. Последнее приводит к тому, что установившаяся фазовая ошибка, возникающая под действием такого управляющего напряжения, мала. В режиме захвата при отсутствии явления перескока фазы (биений) разность фаз одного знака остается неизменной в течение существенно большего, чем в режиме синхронизма, времени. Это приводит к интенсификации воздействия на управляемый генератор (УГ) за счет большего напряжения, вырабатываемого на выходе интеграторов. Последнее способствует обработке системой больших частотных расхождений, то есть приводит к расширению полосы захвата системы. Для того чтобы воздействие на УГ усилить, закон изменения напряжения на выходе обнуляемых интеграторов следует сделать нелинейным [3].

Форма напряжения $U(t)$, поступающего на вход астатического звена, в системе ФАПЧ с формирователем напряжения, использующим (напряжение $U_L(t)$) и не использующим (напряжение $U_R(t)$) интеграторы, показана на рисунке 1.

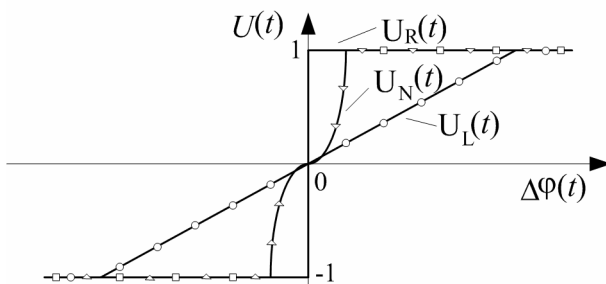


Рисунок 1 – Формы напряжений, поступающих на вход астатического фильтра

Линейно нарастающие напряжения $U_L(t)$ обоих знаков ограничиваются при достижении ими значений напряжения $|U_R(t)|=1$. Нелинейно нарастающее напряжение $U_N(t)$ сочетает в себе свойства как $U_L(t)$, так и $U_R(t)$. При малых временах обработки $\Delta\varphi(t)$ форма нелинейного напряжения $U_N(t)$ близка к форме линейно нарастающего напряжения $U_L(t)$, а при больших – достигает $U_R(t)$. Причем нарастание $U_N(t)$ до значения $U_R(t)$ происходит за интервал времени, меньший интервала, за который данного значения достигает напряжение $U_L(t)$.

Нелинейное изменение напряжения на выходе формирователя с обнуляемыми интеграторами (ОИ) обеспечивается в случае введения в схему ОИ положительной обратной связи с выхода интегратора на его дополнительный вход [3]. Структура блока обнуляемых интеграторов, используемая в схеме системы ФАПЧ [1], преобразуется к виду, показанному на рисунке 2, а.

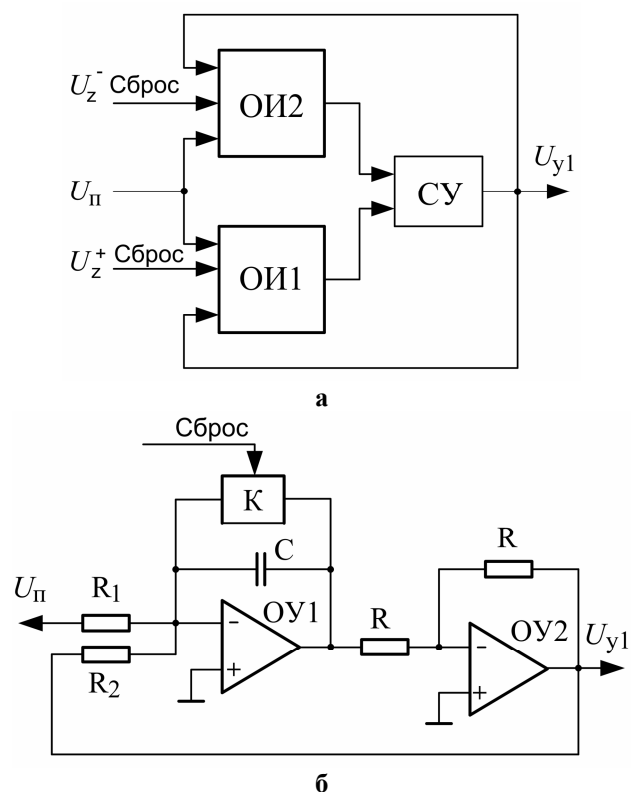


Рисунок 2 – Схемы формирователя напряжения:
а – общая схема;
б – схема нелинейного обнуляемого интегратора

В ней сигналы U_z^+ и U_z^- , поступающие с выходов логического фазового дискриминатора, обеспечивают последовательную во времени работу интеграторов ОИ1 и ОИ2 с одинаковыми параметрами, на вход которых подается напря-

жение $U_{\text{н}}$. При $U_z^+ = 1$, $U_z^- = 0$ значение $U_{\text{н}} = -1$, а при $U_z^+ = 0$, $U_z^- = 1$ – $U_{\text{н}} = 1$. Для обеспечения нелинейного закона изменения напряжения на выходе суммирующего устройства СУ напряжение U_{y1} с заданным коэффициентом передачи подается на дополнительные входы обнуляемых интеграторов ОИ1 и ОИ2.

Электрическая схема нелинейного обнуляемого интегратора (НОИ), выполненного на операционных усилителях (ОУ), представлена на рисунке 2, б. Форма и скорость нарастания выходного напряжения U_{y1} определяется постоянными времени $T_{\text{н}} = R_1 C$ прямой и $T_0 = R_2 C$ обратной цепей НОИ.

Цель работы – вывод соотношений, позволяющих определить значения параметров узлов системы ФАПЧ с НОИ, при которых для заданной точности фазирования исходного и формируемого колебаний обеспечивается максимальная полоса захвата системы.

Описание математической модели системы ФАПЧ с блоком нелинейных обнуляемых интеграторов. Анализируемая астатическая система ФАПЧ отличается от представленной в [1] только структурой блока обнуляемых интеграторов.

Схема (рисунок 2, б) описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dU_{y1}}{dt} = \frac{U_{\text{н}}}{T_0} + \frac{U_{y1}}{T_0}. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) относительно U_{y1} позволяет получить формулу для определения коэффициента передачи $K_{\text{ни}} = U_{y1}/U_{\text{н}}$ нелинейного обнуляемого интегратора:

$$K_{\text{ни}} = \frac{T_0}{T_{\text{н}}} \left(e^{\frac{t}{T_0}} - 1 \right). \quad (2)$$

Система ФАПЧ с релейным дискриминатором, в цепи управления которой отсутствует фильтрующее звено, описывается разностным уравнением [2]:

$$\varphi[k+1] - \varphi[k] = \Omega_{\text{н}} T_p - \Omega_{\text{в}} T_p F\{\varphi[k]\}, \quad (3)$$

где $\Omega_{\text{в}}$ – полоса удержания системы; $\Omega_{\text{н}}$ – начальная частотная расстройка опорного $U_{\text{оп}}$ и подстраиваемого $U_{\text{вых}}$ колебаний; $\varphi[k+1] - \varphi[k]$ – текущее значение разности фаз между опорным и подстраиваемым колебаниями; k – коэффициент, определяющий моменты времени $t = kT_p$, в которые производится анализ разности фаз; $T_p = 1/F_p$ – период регулирования,

определяемый частотой F_p опорного колебания $U_{\text{оп}}$; $F\{\varphi[k]\} = \text{Sign}\{\varphi[k]\}$ – коэффициент передачи релейного фазового дискриминатора (ФД), Sign – знаковая функция.

При введении в цепь регулирования системы ФАПЧ инерционного фильтрующего звена разностное уравнение (3) можно заменить дифференциальным уравнением

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_x(0) - \Omega_{\text{в}} K_{\text{Ф}} F(\varphi), \quad (4)$$

в котором $\Omega_x(0) = \Omega_{\text{н}}$, $F(\varphi)$ – коэффициент передачи ФД, $K_{\text{Ф}}$ – коэффициент передачи фильтрующего звена.

Коэффициент $K_{\text{Ф}}$ для фильтра, состоящего из последовательно включенных формирователя с НОИ и астатического звена первого порядка определяется следующей зависимостью:

$$K_{\text{Ф}} = K_{\text{ни}} \left(m + \frac{t}{T_{\text{н}}} \right) = \frac{T_0}{T_{\text{н}}} \left(e^{\frac{t}{T_0}} - 1 \right) \left(m + \frac{t}{T_{\text{н}}} \right), \quad (5)$$

где m – коэффициент передачи статического звена, а $T_{\text{н}}$ – постоянная времени интегратора астатического звена ($T_{\text{н}} \gg T_p$).

На основе формул (4) и (5) можно получить совокупность уравнений, описывающих изменение разности фаз и частот опорного и подстраиваемого колебаний на интервале времени между моментами смены знака $\text{Sign}[\varphi]$ разности фаз:

$$\varphi(t) - \varphi(0) = \Omega_x(0)t - \frac{m\Omega_{\text{в}}T_0\text{Sign}[\varphi]}{T_{\text{н}}} \times \left[T_0 \left(e^{\frac{t}{T_0}} - 1 \right) - t \right], \quad (6)$$

$$\Omega_x(t) - \Omega_x(0) = -\frac{\Omega_{\text{в}}T_0\text{Sign}[\varphi]t}{T_{\text{н}}T_{\text{н}}} \left(e^{\frac{t}{T_0}} - 1 \right). \quad (7)$$

Поскольку на процесс захвата в системе ФАПЧ с астатическим фильтром первого порядка основное влияние на управляемый генератор оказывает воздействие, передаваемое через статическое звено, дальнейший анализ выполним, опираясь на выражение (6).

Оценка полосы захвата. В [1] показано, что полосы захвата системы ФАПЧ с блоком, содержащим обнуляемые интеграторы, при наличии явления биений и без них достаточно близки. Поэтому в дальнейшем для системы с нелинейными обнуляемыми интеграторами полосе захвата будем оценивать для случая отсутствия биений.

Определим, при какой начальной частотной расстройке $\Omega_x(0)$ в системе ФАПЧ с НОИ обес-

печивается захват без явления биений. Рассмотрим ситуацию для $\Omega_x(0) > 0$, когда при отработке $\Omega_x(0)$ разность фаз $\Delta\varphi(t)$, изменяясь на интервале $[0, N_1\pi]$, принимает значение $N_1\pi$ в момент достижения $d\varphi/dt = 0$. Параметр N_1 определяет несимметричность формы дискриминационной характеристики релейного фазового дискриминатора [1]. Продифференцируем выражение (6) по t при $\text{Sign}[\varphi] = 1$.

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_x(0) - \frac{m\Omega_y T_o}{T_n} \left(e^{\frac{t}{T_o}} - 1 \right) = 0. \quad (8)$$

Учитывая, что в процессе захвата $\Delta\varphi(t)$ изменяется в диапазоне $[0, N_1\pi]$, выражение (6) при $\text{Sign}[\varphi] = 1$ перепишем в следующем образе:

$$N_1\pi = \Omega_x(0)t - \frac{m\Omega_y T_o^2}{T_n} \left[T_o \left(e^{\frac{t}{T_o}} - 1 \right) - t \right]. \quad (9)$$

Подставив в последнюю формулу значение $\Omega_x(0)$ из (8), преобразуем (9) к виду:

$$\frac{m\Omega_y T_o}{T_n} \left[\left(e^{\frac{t}{T_o}} - 1 \right) (t - T_o) + t \right] - N_1\pi = 0. \quad (10)$$

Поскольку для системы ФАПЧ с НОИ требуется обеспечить величину установившейся фазовой ошибки, не большую, чем для системы ФАПЧ с линейными ОИ (ЛОИ), за минимальное значение фазовой ошибки примем $\Delta\varphi_{\min} = 2\pi d$, где $d \ll 1$ – коэффициент, определяющий отношение диапазона изменения разности фаз во временном измерении к периоду опорного колебания.

Минимальная фазовая ошибка оценивается по величине фазового рассогласования, обеспечиваемого системой при $\Omega_x(0) = 0$ за время $t = T_p$. Для системы ФАПЧ с ЛОИ выведем формулу для $\Delta\varphi_{\min}$ на основе уравнения изменения разности фаз, приведенного в [1], при $\Omega_x(0) = 0$, $t = T_p$, $T_n = T_{oi}$:

$$\Delta\varphi_{\min} = \left| \varphi(T_p) - \varphi(0) \right| = \frac{m\Omega_y T_p^2}{2T_n}. \quad (11)$$

С учетом $\Delta\varphi_{\min} = 2\pi d$ из последнего выражения при $\Omega_y = \pi/T_p$ получим соотношение

$$\frac{m\Omega_y}{T_n} = \frac{4\pi d}{T_p^2}. \quad (12)$$

Выполнив замену из (12) в выражении (10), запишем формулу

$$\frac{4dT_o}{T_p^2} \left[\left(e^{\frac{t}{T_o}} - 1 \right) (t - T_o) + t \right] - N_1 = 0. \quad (13)$$

На основе (13) численными методами при заданных значениях d , T_o , T_p и N_1 можно рассчитать величину t при начальном $t \gg T_p$.

Используя соотношения (8) и (12) при $\Omega_z = \Omega_x(0)$, выведем формулу для оценки величины полосы захвата системы ФАПЧ с НОИ:

$$\Omega_z = \frac{4\pi d T_o}{T_p^2} \left(e^{\frac{t}{T_o}} - 1 \right). \quad (14)$$

Основываясь на t , вычисленном с применением соотношения (13), по формуле (14) можно рассчитать значение полосы захвата.

Величина установившейся фазовой ошибки $\Delta\varphi_{\min}$ для системы ФАПЧ с НОИ может быть получена из (6) при $\Delta\varphi_{\min} = \left| \varphi(T_p) - \varphi(0) \right|$, $\Omega_x(0) = 0$ и $t = T_p$:

$$\varphi_{\min} = \frac{m\pi T_o}{T_p T_n} \left[T_o \left(e^{\frac{T_p}{T_o}} - 1 \right) - T_p \right]. \quad (15)$$

Анализ параметров системы. Дальнейший анализ системы выполним с помощью вычислительного эксперимента на основе полученных аналитических соотношений.

Поскольку свойства системы в значительной мере зависят от параметров T_o , T_n нелинейных обнуляемых интеграторов, то из (12) выведем формулу, отражающую зависимость T_n от T_p при заданных m и d :

$$T_n = \frac{mT_p}{4d}. \quad (16)$$

Определив значение T_n , можно выбрать $T_o = T_n/r$, где r – рациональное число ($r > 0$). При заданном N_1 из (13) находится значение t , которое после подстановки его в (14) и (15) позволяет вычислить значения полосы захвата и установившейся фазовой ошибки системы ФАПЧ с НОИ.

Графически результаты анализа полосы захвата (рисунок 3) можно отразить в виде зависимости Ω_z/Ω_y от T_n/T_o для $N_1 = 1$, m ($m = 0,1$ и $m = 1$), $d = 0,0001$. Увеличение отношения T_n/T_o , реализуемого в вычислительном эксперименте, ограничивается случаями, когда $t < 10T_p$ либо управляющее напряжение $|U_{y1}|$ достигает значения 1.

На рисунке 4 показано, как изменяется значение установившейся фазовой ошибки $\Delta\varphi_{\min}$, рассчитанное по формуле (15) при тех же параметрах, при которых построены зависимости, показанные на рисунке 3.

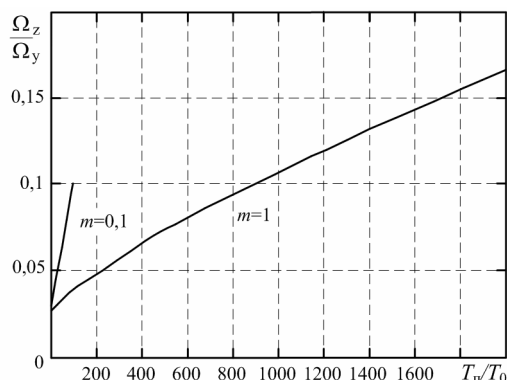


Рисунок 3 – Влияние на полосу захвата параметров НОИ и статического звена фильтра

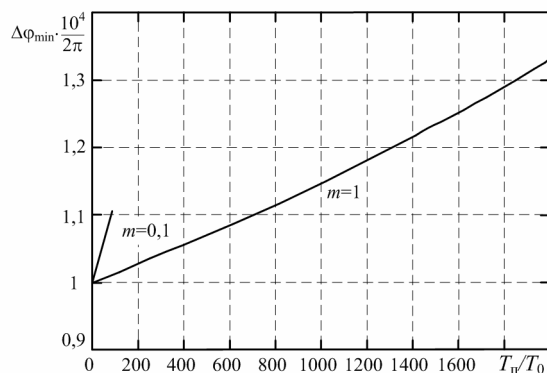


Рисунок 4 – Влияние на величину установившейся фазовой ошибки параметров НОИ и статического звена фильтра

В таблице приведены отношения полос захвата $\delta\Omega = \Omega_{z_nlin} / \Omega_{z_lin}$ и значений установившихся фазовых ошибок $\delta\varphi = \Delta\varphi_{nlin} / \Delta\varphi_{lin}$, обеспечиваемых системами ФАПЧ с НОИ (Ω_{z_nlin} , $\Delta\varphi_{nlin}$) и ЛОИ (Ω_{z_lin} , $\Delta\varphi_{lin}$) при одинаковых параметрах их узлов, за исключением параметра T_0 , задаваемого для ФАПЧ с НОИ.

Результаты сравнения систем ФАПЧ с НОИ и ЛОИ

T_n/T_0	300	600	900	1200	1500	1800
$\delta\Omega$	2,04	2,85	3,57	4,23	4,87	5,47
$\delta\varphi$	1,04	1,08	1,13	1,18	1,23	1,29

Для ФАПЧ с ЛОИ полоса захвата вычисляется по формуле [1]

$$\Omega_{zlin} = \frac{2\pi}{T_p} \sqrt{\frac{mT_p}{2T_n}}$$

а установившаяся фазовая ошибка $\Delta\varphi_{lin} = \Delta\varphi_{min}$ определяется по формуле (11).

Для ФАПЧ с НОИ значение полосы захвата находится по формуле (14) при $\Omega_{z_nlin} = \Omega_z$, а фазовая ошибка $\Delta\varphi_{nlin} = \Delta\varphi_{min}$ – по формуле (15).

Заключение. Проведенный анализ показывает, что введение в структуру обнуляемых интеграторов формирователя напряжения дополнительных обратных связей позволяет при незначительном увеличении установившейся фазовой ошибки (рисунок 4) в системе ФАПЧ с релейным фазовым дискриминатором и астатическим звеном первого порядка получить достаточно широкую полосу захвата системы (рисунок 3). Расширение полосы захвата Ω_z при обеспечении требуемой точности d синхронизации достигается варьированием отношения T_n/T_0 .

На параметры системы существенное влияние оказывает величина коэффициента передачи статического звена фильтра. При $m = 1$ в системе осуществляется значительное расширение полосы захвата за счет увеличения отношения T_n/T_0 . Однако при этом с учетом требования высокой точности фазовой синхронизации ($d \ll 1$) не достигается максимальная полоса захвата $\Omega_z = m\Omega_y = \Omega_y$.

Если $m < 1$, возможно достижение полосы захвата, равной полосе перестройки $m\Omega_y$ УГ по цепи статического звена астатического фильтра первого порядка.

Так, при $m = 0,1$ полоса захвата расширяется до значения $\Omega_z = m\Omega_y$ при отношении $T_n/T_0 = 80$ (рисунок 3), а увеличение установившейся фазовой ошибки в этом случае не превышает 11 % от минимально возможного значения $\Delta\varphi_{min} = 2\pi \cdot 10^{-4}$ (рисунок 4).

Библиографический список

1. Холопов С.И. Анализ релейной системы ФАПЧ с обнуляемыми интеграторами // Вестник РГРТУ. 2011. № 4 (выпуск 38). – С. 50–54.
2. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации / под ред. В.В. Шахгильдяна. 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Радио и связь, 1989. – 320 с.
3. А.с. №1415441 СССР МКИ Н03 L7/00 по заявке 4162161/24-09 от 15.12.1986, опублик. 07.08.1988. Устройство фазовой автоподстройки частоты. В.Ф. Одинокоев, С.И. Холопов, М.В. Петров.