

## ПЕРЕДАЧА И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.396.96

*С.Н. Кириллов, В.М. Бердников, Э.В. Акопов*

### АЛГОРИТМ ВИДЕОПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ В ГОРОДСКОЙ МЕСТНОСТИ НА ОСНОВЕ ЦИФРОВОЙ КАРТЫ

*Предложен алгоритм определения местоположения объекта в городской местности на основе контуров изображения, полученного с бортовой видеокамеры/тепловизора; данных о направлении объектива и цифровой карты местности. Показано, что достижимая среднеквадратическая ошибка позиционирования при точности определения направления по азимуту  $1^\circ$  и углу места  $2^\circ$  составляет 9,5 м при использовании одного изображения и 2,5 м при использовании трех изображений.*

**Ключевые слова:** *видеопозиционирование, видеонавигация, городская местность, цифровая карта, контуры зданий.*

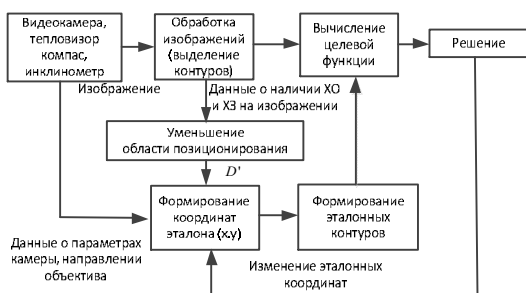
**Введение.** Действие различных мешающих факторов может привести к значительному уменьшению точности позиционирования объектов или полной неработоспособности приемников спутниковых радионавигационных систем [1, 2]. Такие факторы, как многолучевость, затенение сигналов спутников высокими зданиями, возмущения, создаваемые промышленными и бытовыми электроустановками, помехи, обусловленные работой аппаратуры телекоммуникационных систем, преднамеренные помехи и т. д. [3, 4], являются наиболее опасными в урбанизированной местности. Поэтому в условиях плотной городской застройки особенно актуально использование других систем позиционирования, менее чувствительных к особенностям работы в такой зоне, в том числе не использующих радиоволны. Вследствие этого перспективным направлением представляется применение видеокамер/тепловизоров для задач позиционирования и навигации в городской местности. Преимуществом видеопозиционирования [5] является автономность, так как при этом не требуются сторонние источники излучения, спутники, опорные станции, а также малозаметность, поскольку такой метод позиционирования не требует излучения радиоволн. Также преимуществами данного метода являются широкое распространение и невысокая стоимость видеокамер по сравнению с радиолокационной и лазерной аппаратурой, а также возможность совме-

щения функции позиционирования с другими функциями видеокамеры. Дополнительное использование тепловизоров в целях видеопозиционирования обеспечит работу системы в ночное время суток. Наиболее перспективным представляется применение видеонавигации и видеопозиционирования для роботизированных аппаратов [6], поскольку в состав большинства роботов входит одна или несколько видеокамер, а возможно и тепловизоров. При этом широкое распространение получают алгоритмы, основанные на сравнении тем или иным методом изображения полученного с видеокамеры с изображениями из базы данных, что требует значительных вычислительных затрат и большого объема памяти и априорной трехмерной модели местности (в т. ч. города) [5]. Другая группа алгоритмов видеонавигации и видеопозиционирования основана на использовании местных ориентиров с известными координатами, в качестве которых могут применяться искусственные метки, удобные для распознавания [7]. Это подходит только для навигации на достаточно небольшой изученной территории при наличии возможности установки данных меток.

**Цель работы** – разработка алгоритма видеопозиционирования объекта в городской местности, использующего контуры изображения видимого и/или инфракрасного диапазона, данные о направлении объектива видеокамеры во время съемки и цифровую карту (ЦК) террито-

рии.

**Схема системы видеопозиционирования**  
Структурная схема системы видеопозиционирования на участке урбанизированной местности  $D$ , использующей ЦК, приведена на рисунке 1.



**Рисунок 1 – Структурная схема системы видеопозиционирования объектов**

В работе системы видеопозиционирования можно выделить следующие этапы.

1. Предварительный этап включает выделение характерных объектов (ХО) с редко повторяющейся формой: куполов, башен, вышек на ЦК на основе измерения соотношений между их размерами (высотой, шириной, кривизной). Далее производится классификация характера застройки (ХЗ) различных участков территории (спальный район, частный сектор, деловой центр и т. п.), а также учитывается априорная информация о характерных объектах, полученная из других источников (например, БПЛА).

2. Формирование исходных данных для системы, которыми являются изображение  $I$ , полученное с помощью видеокамеры/тепловизора и информация о направлении объектива в горизонтальной и вертикальной плоскости (азимут  $\alpha$  и угол места  $\theta$ ), формируемые соответственно компасом и инклинометром.

3. На этапе предварительной обработки производится преобразование изображения  $I$  в вид, пригодный для сравнения с эталонной моделью: выделение контуров зданий (фактических контуров). Далее, в интересах предварительного определения местоположения объекта производится выявление ХО и ХЗ по контурам исходного изображения.

4. Формирование сокращенной области позиционирования  $D'$  с помощью информации о наличии ХО и ХЗ на исходном изображении.

5. Определение местоположения объекта путем построения эталонных контуров для различных значений координат из области неопределенности  $D'$  при использовании ЦК городской местности и данных о направлении объектива путем построения перспективной модели [8] объектов сцены. В каждой точке вычисляется целевая функция  $f(x, y)$ , имеющая смысл меры

различия между фактическими и эталонными контурами. Далее, в процессе работы алгоритма вычисляются глобальные координаты экстремума целевой функции  $(\hat{x}_\phi, \hat{y}_\phi)$ , которые принимаются в качестве оценки координат объекта (видеокамеры/тепловизора).

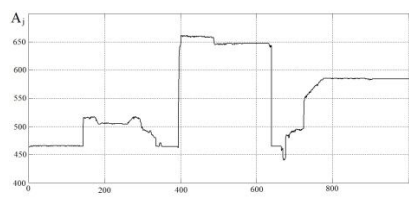
**Предварительная обработка изображений.** В случае отсутствия на исходном изображении каких-либо ХО и возможности классифицировать вид ХЗ при последующей оценке координат объекта область позиционирования не уменьшается ( $D = D'$ ).

Для работы алгоритма видеопозиционирования предлагается использовать контуры объектов инфраструктуры на фоне неба (рисунок 2,а) или контуры рельефа застройки (КРЗ).

При этом цифровому изображению из  $M$  на  $N$  пикселей ( $M, N$  – количество элементов изображения в угломестной и азимутальной плоскости) сопоставляется одномерный вектор  $\bar{A}$ , состоящий из  $N$  элементов (рисунок 2,б), при этом  $A_j$  представляет из себя номер строки, соответствующий выделенному на изображении контуру в  $j$  – м столбце.



**а**



**б**

**Рисунок 2 – Пример выделения контуров рельефа застройки**

Такой подход позволяет более экономно использовать вычислительные ресурсы аппаратной части, по сравнению со случаем применения полных изображений, за счет:

- упрощения процедуры выделения контуров;
- использования при вычислении целевой функции  $f(x, y)$  (сравнении фактического и эталонного контуров) одномерные массивы, что уменьшает вычислительные затраты;

– формирования эталонных КРЗ при использовании ЦК, что обеспечивает меньший объем вычислений, чем построение в аналогичном случае модели изображения.

Также следует отметить, что КРЗ определяется в основном формой зданий и других достаточно больших неподвижных объектов, представляющих наибольший интерес с точки зрения навигации и нанесенных на ЦК. В то же время при использовании полных изображений выделяются контуры мелких подвижных объектов, а также различные контуры текстуры подстилающей поверхности и т.д., которые не используются при позиционировании и создают помехи для работы алгоритма видеопозиционирования. Поэтому при выделении полных изображений потребуется распознавание зданий и определение их границ, что является отдельной достаточно сложной задачей, которая может включать значительный объем вычислений.

По этой причине предлагается алгоритм автоматического выделения КРЗ, включающий следующие шаги:

- бинаризация принятого изображения;
- устранение мешающих составляющих КРЗ, соответствующих столбам, проводам деревьям и т. п.

Математическая запись операции бинаризации изображения  $I$  имеет вид

$$I_{\sigma}(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{при } E_i(i, j) \leq t, \\ 1 & \text{при } E_i(i, j) > t; \end{cases} \quad (1)$$

где  $I_{\sigma}(i, j)$  – элемент выходного бинарного изображения,  $E_i(i, j)$  – яркость элемента входного изображения  $I(i, j)$ ,  $t$  – порог яркости.

Бинаризация изображения производится с целью выделения контуров высоких объектов местности на фоне неба (рисунок 3,а – входное изображение, 3,б – результат).

При этом для изображений видимого диапазона предполагается, что изображению неба соответствуют пиксели с наибольшим значением яркости в верхней части снимка. То есть принимается, что объекты сцены темнее неба, что выполняется для снимков в дневное время. В то же время для снимков инфракрасного диапазона объекты сцены предполагаются темней фона вне зависимости от времени дня (рисунок 3,в – снимок получен в ночное время при использовании тепловизора hotfind LXT).

На основе изображения  $I_{\sigma}$  вычисляется вектор  $\bar{A}$  (рисунок 3,г), путем оценки количества темных пикселей (светлых пикселей для изображения ИК-диапазона) в каждом столбце:

$$A_j = \sum_{i=1}^M (1 - I_{\sigma}(i, j)). \quad (2)$$

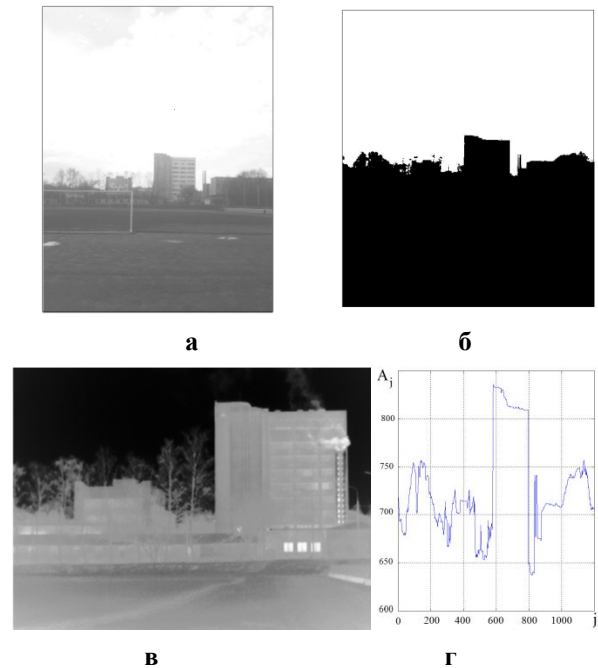


Рисунок 3 – Бинаризация изображения с выделением контура

Порог яркости может вычисляться на основе характеристик распределения величины яркости пикселей фона (неба).

Значение порога, используемое для отделения пикселей, соответствующих фону, от остальных пикселей, предлагается вычислять на основе оценок математического ожидания  $\hat{m}_{E_{\sigma}}$  и среднеквадратическое отклонение (СКО)  $\hat{\sigma}_{E_{\sigma}}$  яркости пикселей фона по эмпирической формуле

$$t = \hat{m}_{E_{\sigma}} - a \cdot \hat{\sigma}_{E_{\sigma}}, \quad (3)$$

где  $a$  – параметр, зависящий от времени суток и облачности. В ходе экспериментальных исследований в различное время дня и при разной облачности было установлено наилучшее, с точки зрения минимума СКО выделенных контуров от эталонных, значение параметра  $a = 7,15$ .

Как можно увидеть на рисунке 3,а и 3,б, наличие мешающих объектов (деревьев, проводов, столбов) в сцене приводит к искажению контуров зданий. В последующем эти искажения могут привести к уменьшению точности позиционирования и появлению аномальных ошибок. В связи с этим требуется производить дополнительную обработку, направленную на снижение влияния мешающих объектов (МО). Предположительно, распознавание границ зданий на принятом изображении может обеспечить основу такой обработки.

На данном этапе исследований предлагается использовать алгоритм уменьшения влияния мешающих объектов (АУВМО) на бинарном изображении, основанный на том факте, что деревья и провода в отличие от зданий имеют несплошную структуру (сквозь них может просвечивать фон).

Работа алгоритма АУВМО производится в два последовательных этапа:

- устранение вертикальных составляющих МО;
- устранение горизонтальных составляющих МО.

Суть первого этапа данного алгоритма в том, что пиксель бинарного изображения на выходе АУВМО остается темным ( $I_{\sigma_1}(i, j) = 0$ ), только в случае, когда этот и последующие в столбце  $r$  пикселей входного бинарного изображения также темны ( $I_{\sigma_1}(i..i+r, j) = 0$ ), такая операция эквивалентна логическому сложению значений данных пикселей. Величина окна  $r$  определяется экспериментально в зависимости от внешних условий. Таким образом, каждый пиксель бинарного изображения на выходе первого этапа АУВМО вычисляется по следующей формуле:

$$I_{\sigma_1}(i, j) = \bigcup_{c=0}^r I_{\sigma}(i+c, j). \quad (4)$$

На втором этапе производится обработка по следующему правилу: пиксель бинарного изображения на выходе остается светлым, если светел предыдущий и хотя бы один из  $g$  последующих пикселей в строке исходного изображения, где  $g$  – величина окна, которая выбирается экспериментально. Математическая запись такой операции имеет вид:

$$I_{\sigma_2}(i, j) = I_{\sigma_1}(i, j-1) \cap \left( \bigcup_{c=1}^g I_{\sigma_1}(i, j+c) \right). \quad (5)$$

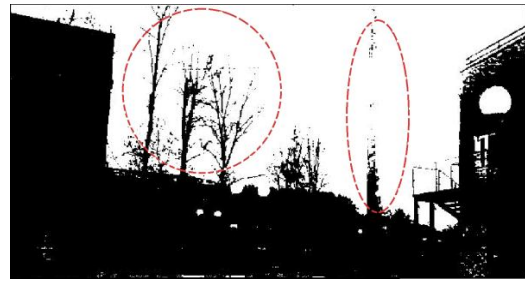
Иллюстрация работы АУВМО приведена на рисунке 4.

Из анализа рисунка 4 можно увидеть, что области бинарного изображения  $I_{\sigma}$  (рисунок 4,а), соответствующие деревьям, на изображении с выхода АУВМО  $I_{\sigma}$  (рисунок 4,б) значительно уменьшились.

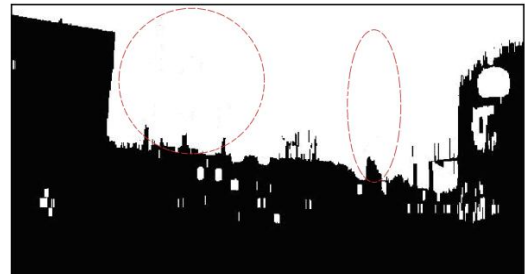
Для работы АУВМО со снимками тепловизора требуется предварительное инвертирование бинарного изображения.

В целях уменьшения объема вычислений, требуемого для работы алгоритма позиционирования, на начальном этапе предлагается производить выявление ХО и ХЗ по КРЗ. Выявление ХО и ХЗ позволит уменьшить область неопреде-

ленности до размеров территории, с которой может быть виден данный ХО, либо зоны, соответствующей данному ХЗ.



а



б

Рисунок 4 – Работа АУВМО

а – исходное изображение, б – бинарное изображение, в – бинарное изображение на выходе АУВМО

При работе алгоритма выявления ХО предполагается, что имеется база данных определенных объектов с указанием их названия, формы, расположения на ЦК. Для алгоритма определения ХЗ проведена классификация участков территории.

**Построение модели контуров рельефа застройки.** Для построения модели контуров рельефа застройки при наличии ЦКМ, параметров видеокамеры/тепловизора и направлении объектива во время съемки используется следующая последовательность действий:

- строится трехмерный массив – модель городской местности  $U$  при использовании ЦК;

- в точке предполагаемого позиционирования объекта, координаты которой  $(x_0, y_0)$  меняются в процессе поиска, строится сектор обзора видеокамеры по азимуту, при этом учитывается угол обзора видеокамеры по азимуту  $\beta$  и азимут объектива  $\alpha$ ;

- полученный сектор разделяется  $N$  лучами на равные подсекторы, при этом уравнение  $k$ -го луча ( $k = \overline{1, N}$ ) имеет вид

$$l_k = (\tan(\alpha - \beta / 2 + k \cdot \beta / N) \cdot (x - x_0) + y_0) \cdot \sec(x),$$

где

$$\sec(x) = (-\text{sign}(|\alpha - \beta / 2 + k \cdot \beta / N| - \pi / 2) \cdot \text{sign}(x - x_0) + 1) / 2; \quad (6)$$

– для всех точек каждого луча определяются значения высот зданий по модели местности  $U(x, l_k)$ , которые преобразуются согласно перспективной модели в количество пикселей  $Y(x, l_k)$  в угломестной плоскости, которому соответствует данная высота на снимке с учетом угла места наведения объектива  $\alpha$ , угла обзора видеокамеры в данной плоскости и высоты расположения камеры  $h_k$  по формуле

$$Y(x, l_k) = f \cdot (U(x, l_k) - h_k) / D(x, l_k) + N \cdot \theta / \vartheta; \quad (7)$$

– затем путем определения максимального значения  $Y(x, l_k)$  вычисляется вектор  $\bar{A}_m$  – модель контура рельефа застройки, который в последующем используется при вычислении целевой функции.

**Оценка координат объекта.** Для ускорения позиционирования предлагается использовать многоэтапную процедуру определения координат объекта на ЦК (в определенной зоне ЦК при определении ХО или ХЗ на этапе предварительной обработки изображения) поиск с уменьшением шага и увеличением разрешения используемого снимка на каждом этапе в этой области.

Блок-схема алгоритма оценки координат объекта системы видеопозиционирования приведена на рисунке 5, а.

В качестве начальной точки поиска  $(x_0, y_0)$  для первого этапа задаются координаты угловой точки ЦК. Также инициализируется начальное значение шага и начальное значение показателя разрежения  $m$ . Размерность области поиска на первом этапе принимается равной размерности уменьшенной области позиционирования ( $D_{ex} = D'_x, D_{ey} = D'_y$ ). В начале каждого этапа производится уменьшение размерности вектора  $\bar{A}$  в  $m$  раз и нормировка (в результате вычисляется вектор  $\bar{B}$ ). Затем строятся эталонные контуры и вычисляется целевая функция в точке  $(x, y)$  для всех точек области  $D_e$ . Форма целевой функции, используемая для сравнения фактических контуров, имеет вид:

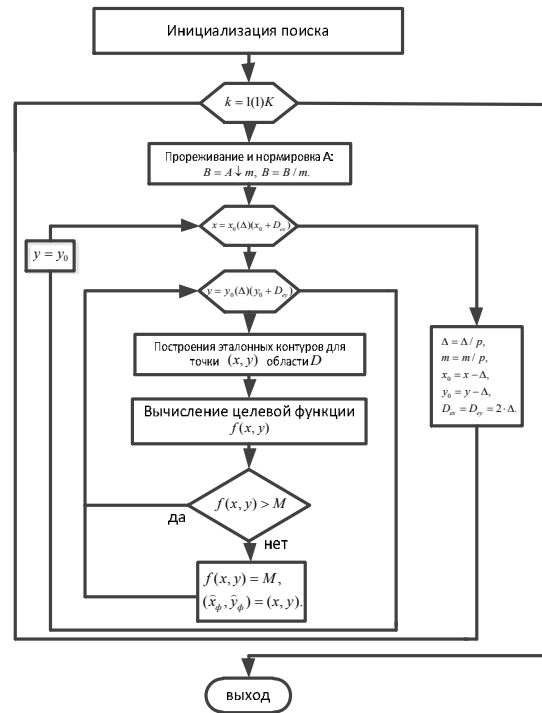
$$f(x_0, y_0) = \max_s \left( \sum_{s=0}^{S-1} \sum_{j=1}^N C_{j+s} \cdot A_{mj} \right), \quad (8)$$

при этом  $\bar{C}$  – модель КРЗ, построенная для ширины сектора обзора в азимутальной плоскости  $\beta_c = 360^\circ$ ,  $S = \frac{360^\circ}{\beta} \cdot N$  – число пикселей, соответствующее  $\beta_c = 360^\circ$ .

В случае наличия достаточно точных данных о направлении объектива в азимутальной плоскости используется следующая форма целе-

вой функции:

$$f(x_0, y_0) = \sum_{j=1}^N (B_j - A_{mj})^2. \quad (9)$$



а



б

Рисунок 5 – Блок-схемы:

а – алгоритм оценки координат объекта,  
б – алгоритм видеопозиционирования

В результате каждого этапа вычисляются координаты максимума целевой функции с точностью до шага поиска  $\Delta$ . На следующем этапе шаг поиска уменьшается в  $p$  раз, а величина  $m$  – в  $q$  раз ( $p$  и  $q$  – соответственно индексы шага и прореживания). Начальное значение показателя прореживания и индекс  $q$  необходимо выбирать так, чтобы на последнем этапе выполнялось



условие  $m=1$  и соответственно использовалось полное разрешение снимка.

Таким образом, при большом шаге поиска используется малое разрешение, что приводит к уменьшению вычислительных затрат. В то же время при малом шаге поиска используется полное разрешение снимка, что обеспечивает сохранение точности.

Наиболее затратным, с точки зрения вычислительных ресурсов, является этап оценки координат объекта. Расчеты показали, что для области позиционирования площадью  $S_D = 100 \text{ км}^2$ , при применении процессора BCM2835 с ядром ARM11 700МГц длительность данного этапа не превышает величину  $t_D = 1 \text{ с}$ .

**Экспериментальная часть.** Экспериментальные исследования предложенного алгоритма позиционирования проводились при следующих условиях:

- в качестве области позиционирования выступал участок территории в центре города Рязани площадью  $S = 420 \times 420 = 17,6 \cdot 10^4 \text{ м}^2$ ;

- использовалась ЦК данной местности с указанием данных о высоте представленных объектов;

- параметры используемой видеокамеры MPRNV700SEU:  $M \times N = 1200 \times 1600$  пикселей, углы обзора соответственно в азимутальной и угломестной плоскости равнялись  $\beta = 55^\circ$ ,  $\nu = 41,25^\circ$ ;

- параметры используемого тепловизора Hotfind LXT:  $M \times N = 240 \times 320$ , углы обзора соответственно в азимутальной и угломестной плоскости равнялись  $\beta = 24^\circ$ ,  $\nu = 18^\circ$ ;

- точность измерения азимута составляла:  $\Delta\alpha = 1^\circ$ , угла места  $\Delta\theta = 2^\circ$ ;

- количество этапов поиска  $K = 3$ ;

- начальное значение показателя и индекс прореживания  $m = 4$ ,  $q = 2$ ;

- начальное значение показателя и индекс прореживания  $\Delta = 21 \text{ м}$ ,  $p = 3$ .

На рисунке 5,б представлена блок-схема программы, реализующей алгоритм работы системы видеопозиционирования.

Исходными данными для эксперимента являются 12 цифровых снимков по три с каждого из углов футбольного поля стадиона РГРТУ.

Исследования точности производились для различных видов входных данных:

- а) изображений, не подвергавшихся обработке, направленной на устранение влияния МО;

- б) изображений обработанных с целью устранения мешающих объектов при использовании графического редактора;

- в) изображений, обработанных с помощью АУВМО, при автоматическом вычислении  $t$  по формуле (3), при этом за пиксели фона были приняты 10% верхних строк изображения, при заданном значении параметра  $a = 7,15$ .

Съемка изображений производилась из точек, хорошо заметных на спутниковом снимке (углы футбольного поля). Это использовалось при определении фактических координат объектов с помощью интернет сайта [www.maps.yandex.ru](http://www.maps.yandex.ru).

Изображения, обработанные с помощью графического редактора, используются для определения точности видеопозиционирования, которую можно получить при идеальной работе алгоритмов предварительной обработки изображений (устранения МО).

Ошибка определения координат  $d$  в метрах для представленных видов исходных изображений застройки вычисляется по следующей формуле

$$d = \sqrt{(x_\phi - \hat{x}_\phi)^2 + (y_\phi - \hat{y}_\phi)^2}, \quad (10)$$

где  $x_\phi, \hat{x}_\phi, y_\phi, \hat{y}_\phi$  – соответственно фактические значения и полученная в результате работы алгоритма позиционирования оценка координат объекта.

В ходе эксперимента получены следующие результаты:

- а) в отсутствии всякой обработки появлялись аномальные ошибки, средняя ошибка при этом возрастает до  $m_d = 75,5 \text{ м}$ , что обусловлено искажением фактических контуров действием мешающих объектов;

- б) при работе с входными данными вида (б) средняя ошибка позиционирования составила  $d_m = 9,5 \text{ м}$ ;

- в) при использовании АУВМО и автоматического выбора порога средняя ошибка составляет  $m_d = 56,1 \text{ м}$ .

Исследование путей повышения точности позиционирования показало возможность совместной обработки нескольких изображений с различных ракурсов, полученных из одной точки. Это особенно актуально при видеопозиционировании и видеонавигации роботов, имеющих на борту, как правило, несколько камер или, как минимум, одну камеру с поворотным устройством.

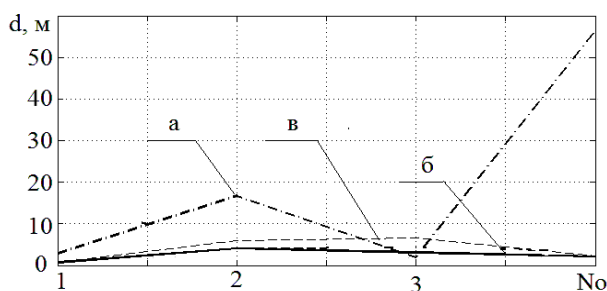
Проводились экспериментальные исследования ошибки позиционирования для различных видов исходных данных при совместной обработке трех изображений из одной точки, при этом направления объективов разнесены на  $120^\circ$

по азимуту. При этом целевая функция вычислялась как

$$f(x_0, y_0) = \sum_{h=1}^3 f_h(x_0, y_0), \quad (11)$$

где  $h$ -номер изображения, полученного из искомым точки, в каждой точке  $(x_0, y_0)$  вычисляются значения целевой функции  $f_h(x_0, y_0)$  для каждого из трех изображений.

Результаты, полученные при совместном применении трех снимков с одной точки, представлены на рисунке 6 (No – номер изображения) для различных типов входных данных.



**Рисунок 6 – Ошибка позиционирования для различных видов исходных данных при совместной обработке трех изображений из одной точки**

Из анализа рисунка 6 следует:

а) для случая использования в качестве исходных данных изображений, не подвергавшихся никакой обработке,  $m_d = 19,5$  м (кривая а). Как и в предыдущем случае, возрастание ошибки обусловлено наличием на изображениях мешающих объектов;

б) при использовании входных изображений, обработанных графическим редактором (кривая б), средняя ошибка составляла  $m_d = 2,51$  м, что в 4,75 раза меньше, чем соответствующее значение для случая одиночного использования снимков;

в) при использовании АУВМО вместе с автоматическим выбором порога яркости (кривая г), средняя ошибка составляет  $m_d = 3,83$  м, что является достаточно хорошим результатом.

**Выводы.** Проведенное экспериментальное исследование позволяет сделать следующие выводы:

– действие МО приводит к значительной ошибке определения координат (средняя точность при использовании необработанных изображений по одному снимку  $m_d = 75,5$  м, по трем снимкам  $m_d = 19,5$  м);

– достижимая точность предложенного алгоритма при заданных значениях ошибки определения углов (по азимуту  $\Delta\alpha = 1^\circ$ , по углу места  $\Delta\theta = 2^\circ$ ) и позиционировании по одному изображению составляет  $m_d = 9,5$  м, а при совместном использовании трех снимков с одной точки по разным направлениям  $m_d = 2,51$  м;

– средняя ошибка позиционирования при использовании автоматического выбора порога яркости при наличии АУВМО достигает  $m_d = 56,1$  м для позиционирования по одному снимку и  $m_d = 3,83$  м для позиционирования по трем снимкам.

При использовании тепловизора в составе системы видеопозиционирования может быть обеспечена работа системы в ночное время суток без потери точности.

#### Библиографический список

1. Kaplan D. Understanding GPS Principles and Applications, ARTECH HOUSE, Norwood, 2006. P. 706.
2. Кириллов С.Н., Бердников В.М., Акопов Э.В. Модернизация алгоритма обнаружения ВОС-сигналов в интересах уменьшения уровня боковых лепестков // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 3 (45). – С. 32-38.
3. Бердников В.М. Анализ помехоустойчивости существующих и перспективных сигналов спутниковых навигационных систем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2008. – № 25. – С. 36-39.
4. Бердников В.М. Алгоритм многокритериального синтеза навигационных сигналов с наименьшей вероятностью классификации вида модуляции // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2012. – № 41. – С. 45-49.
5. Bonin-Font F., Ortiz A., Oliver G. Visual Navigation for Mobile Robots: a Survey Department of Mathematics and Computer Science, University of the Balearic Islands, Palma de Mallorca, Spain 2006 P. 25.
6. Артемкин В.В., Лукаш С.С., Маликов А.Ю. Реализация сценария «следуй за мной» беспилотной системы управления автомобилем-роботом на основе данных лидара и видео датчика // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-3 (46). – С. 28-34.
7. Hayet J.B., Lerasle F., Devy M., Visual A. Landmark Framework for Mobile Robot Navigation, Toulouse Cedex (France), 2009 P. 20.
8. Понс Ж., Форсайт Д. Компьютерное зрение. Современный подход, М.: Вильямс, 2004 С. 925.

УДК 681.31

*Л.А. Демидова, Р.В. Тишкин, С.В. Труханов*

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СЪЕМКИ

*Рассматривается задача идентификации объектов земной поверхности по их гиперспектральным характеристикам, получаемым с космических снимков. Предлагается для решения поставленной задачи использовать систему интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки, реализующую консолидацию частных результатов идентификации, формируемых с применением алгоритмов идентификации на основе меры сходства евклидова расстояния и нечетких мер подобия.*

**Ключевые слова:** *система интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки, гиперспектральная характеристика объекта, мера сходства евклидова расстояния, нечеткая мера подобия, нечеткая линейная регрессия, консолидация.*

**Введение.** При решении задач дистанционного зондирования Земли весьма актуальной является задача идентификации объектов земной поверхности по принимаемой с борта космического аппарата гиперспектральной информации, в связи с чем целесообразна разработка системы обработки данных гиперспектральной съемки, которая бы обеспечивала идентификацию объектов по их гиперспектральным характеристикам (ГСХ), получаемым со снимков из космоса.

ГСХ объекта в графическом виде представляет собой отображение связи между длиной волны и значениями коэффициента спектральной яркости анализируемого объекта. Идентификация объекта по его ГСХ может быть осуществлена путем сравнения его ГСХ с некоторыми эталонами, объединенными в специальные спектральные библиотеки [1 – 3]. При использовании спектральных библиотек необходимо учитывать, что у анализируемой ГСХ и эталонов должны быть одинаковыми единицы измерения, спектральный диапазон и разрешение данных [3].

**Цель работы** – формирование подхода к решению задачи идентификации объектов земной поверхности по их ГСХ, обеспечивающего консолидацию частных результатов идентификации, формируемых с применением различных алгоритмов, и апробация его в системе интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки.

**Теоретические исследования.** Как показал анализ работ отечественных и зарубежных авто-

ров [4 – 8], в настоящее время для решения задач идентификации объектов земной поверхности по мультиспектральным и гиперспектральным изображениям наиболее часто используются подходы, основанные на применении:

- мер сходства (таких, как евклидово расстояние, расстояние Махаланобиса, расстояние Хемминга) [5, 9];
- метода спектрального угла [4, 5, 11];
- искусственных нейронных сетей [5, 12];
- алгоритма  $k$ -средних [4 – 7, 11];
- метода максимального правдоподобия (к сожалению, оказавшегося неэффективным при работе с 200-полосными гиперспектральными изображениями) [4, 5].

В последние годы всё большее применение при решении задач идентификации объектов на космических снимках находят так называемые нечеткие меры подобия [6, 10, 13].

Результаты исследований по оценке качества идентификации объектов на космических снимках с применением тех или иных перечисленных выше подходов свидетельствуют о том, что ни один из них не обладает явным преимуществом перед другими, поскольку не обеспечивает требуемое высокое качество идентификации в преобладающем большинстве случаев.

В данной работе при решении задачи идентификации объектов земной поверхности по их ГСХ предлагается одновременно использовать три алгоритма идентификации ГСХ, основанные на мере сходства евклидова расстояния и двух



нечетких мерах подобия, с целью последующей консолидации частных результатов идентификации. Выбор меры сходства евклидова расстояния обусловлен высокой эффективностью применения данной меры при решении широкого спектра задач идентификации (классификации), в том числе и задач идентификации при обработке космических изображений. Целесообразность использования нечетких мер подобия может быть обоснована тем, что анализируемая ГСХ некоторого объекта может одновременно попадать в разные классы (категории) объектов, и алгоритм «жесткой» [5] идентификации, которым является алгоритм на основе меры сходства евклидова расстояния, однозначно отнесет его к определенному классу, что может быть не всегда верно. Использование алгоритмов «мягкой» идентификации, основанных на применении нечетких мер подобия, позволит более гибко решать задачу идентификации объекта по его ГСХ.

Программная реализация указанных выше алгоритмов идентификации объекта по его ГСХ (алгоритмов сравнения ГСХ объекта с эталонами на основе меры сходства евклидова расстояния и нечетких мер подобия) была выполнена при разработке системы интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки (СИОДГС). Структурно СИОДГС состоит из базы данных хранения и обработки данных (БД) и программы интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки [14, 15]. БД была разработана для СУБД PostgreSQL версии 9.1 с использованием языков SQL и PL/pgSQL. Программа была создана с помощью интегрированной среды разработки Borland Delphi 7.0 на языке программирования Object Pascal. Кроме того, при выполнении расчетов, связанных с вычислением нечетких мер подобия, были использованы  $m$ -функции системы научных и инженерных расчетов MATLAB R2009b [16].

В БД СИОДГС осуществляется хранение и обработка анализируемых ГСХ; в частности, с помощью хранимых процедур проводятся операции нормирования анализируемой ГСХ к эталонным значениям, интерполяция входных значений, расчет меры сходства евклидова расстояния и нечетких мер подобия, обработка и хранение результатов.

На рисунке 1 приведена ER-диаграмма БД в общем виде. Сущности БД предназначены для хранения следующей информации:

- GSH\_TEMP – входные значения анализируемой ГСХ;
- GSH\_INTERPOLATED – интерполированные значения анализируемой ГСХ;

- I\_CHANNEL – дискретные значения длин волн каналов гиперспектрометра для интерполированных значений;
- PROCESSING\_RESULT – результаты идентификации анализируемой ГСХ;
- PROCESSING\_RESULT\_FOR\_VIEW – консолидированные результаты идентификации анализируемой ГСХ;
- PROCESSING\_TYPE – тип обработки;
- ISTOCHNIK – источник ГСХ;
- LIBRARY\_VAL – набор значений эталонных ГСХ;
- LIBRARY\_OBJS – библиотечные объекты ГСХ.

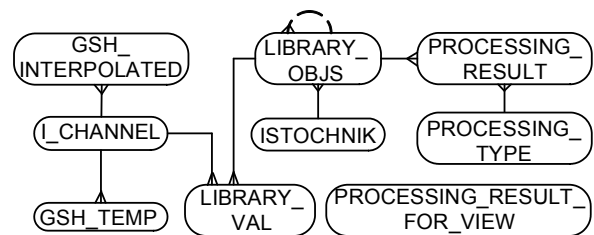


Рисунок 1 – ER-диаграмма БД СИОДГС

В программе интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки СИОДГС реализованы три алгоритма идентификации ГСХ объекта: алгоритм идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния и два алгоритма идентификации ГСХ на основе нечетких мер подобия, а также алгоритм консолидации частных результатов идентификации ГСХ объекта.

### 1. Алгоритм идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния.

Данный алгоритм реализует идентификацию ГСХ с использованием известной евклидовой метрики для вычисления расстояния между двумя точками в  $J$ -мерном пространстве [9]:

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^J (y_j^A - y_j^S)^2}, \quad (1)$$

где  $J$  – количество каналов гиперспектрометра;  $y_j^A$  – значение коэффициента спектральной яркости (КСЯ) анализируемой (Analyzed) ГСХ для  $j$ -го канала гиперспектрометра;  $y_j^S$  – значение КСЯ эталонной (Standard) ГСХ для  $j$ -го канала гиперспектрометра;  $j = \overline{1, J}$ .

При этом длина волны  $\lambda_j$  для  $j$ -го ( $j = \overline{1, J}$ ) канала гиперспектрометра считается известной величиной, с которой сопоставляются значения КСЯ анализируемой и эталонной ГСХ.

Алгоритм идентификации ГСХ на основе

меры сходства евклидова расстояния предполагает:

- расчет мер сходства евклидова расстояния (2) для анализируемой ГСХ и эталонных ГСХ, хранимых в БД;
- упорядочение по возрастанию вычисленных значений мер сходства евклидова расстояния;
- выбор в качестве искомой той эталонной ГСХ, для которой значение меры сходства евклидова расстояния (1) является минимальным.

Зачастую из-за погрешностей гиперспектральной аппаратуры, приводящих к неточности информации об анализируемой ГСХ, а также ввиду почти полного отсутствия «чистых» анализируемых ГСХ (анализируемая характеристика часто представляет собой смесь из нескольких базовых классов [5]) целесообразно рассматривать несколько эталонных ГСХ, имеющих наименьшие значения меры сходства евклидова расстояния (1), в качестве потенциально искомых.

Как показывают экспериментальные исследования, несмотря на использование при идентификации большого количества эталонных ГСХ, результат идентификации с применением меры сходства евклидова расстояния может быть неудовлетворительным. В связи с этим целесообразно осуществлять подтверждение результата идентификации, которое, в частности, может быть получено посредством применения других алгоритмов идентификации с последующей консолидацией частных результатов идентификации. Так, например, хороший консолидирующий результат идентификации обеспечивает совместное использование алгоритма идентификации на основе меры сходства евклидова расстояния и двух алгоритмов идентификации на основе нечетких мер подобия.

## 2. Алгоритмы идентификации ГСХ на основе нечетких мер подобия.

Идентификация ГСХ может быть выполнена на основе уравнения классической линейной регрессии (КЛР) посредством решения задач подбора параметров  $k$  и  $b$  уравнения (например, в соответствии с методом наименьших квадратов [17]) для анализируемой и эталонных ГСХ:

$$y = k \cdot x + b \quad (2)$$

с последующим вычислением среднеквадратичных отклонений (СКО) невязок анализируемой и эталонных ГСХ, которые могут использоваться как меры уникальности при идентификации ГСХ.

Однако, если для идентификации ГСХ использовать только одну меру (характеристику) уникальности – такую, как СКО, то это может

привести к тому, что ГСХ, имеющие приблизительно равные значения СКО, будут отнесены к одному классу, хотя при этом форма кривых ГСХ будет различна [18].

В связи с этим для идентификации ГСХ предлагается использовать дополнительные характеристики уникальности, которые могут быть получены на основе уравнения нечеткой линейной регрессии (НЛР) и использованы для расчета нечетких мер подобия.

В [19] показано, что наиболее целесообразно использовать уравнение НЛР с асимметричными нечеткими параметрами, так как оно (в отличие от уравнения нечеткой линейной регрессии с симметричными нечеткими параметрами) обеспечивает вычисление значения меры уникальности – СКО, которое равно или близко значению, получаемому с помощью уравнения КЛР:

$$Y(x) = A_1 \cdot x + A_0, \quad (3)$$

где  $A_1 = (a_1, c_1, d_1)$  и  $A_0 = (a_0, c_0, d_0)$  – треугольные нечеткие числа (ТНЧ), соответствующие параметрам  $k$  и  $b$  уравнения КЛР (2), представляемые с помощью треугольных функций принадлежности (подробно рассмотренных в [18]) и являющиеся асимметричными нечеткими параметрами уравнения НЛР (3).

При разработке алгоритмов идентификации ГСХ объекта на основе нечетких мер могут использоваться различные нечеткие меры подобия [10], при этом алгоритмы имеют одинаковые этапы реализации. Укрупненная схема алгоритма идентификации ГСХ объекта на основе нечеткой меры подобия приведена на рисунке 2.

На **первом этапе** алгоритма определяются параметры (а именно ТНЧ) уравнения НЛР анализируемой ГСХ, для чего решается задача квадратичного программирования (ЗКП), формулируемая следующим образом [18, 19]:

$$F_{\text{ЗКП}} = k_1 \cdot \sum_{j=1}^J (y_j - \sum_{i=0}^n a_i \cdot x_{ji})^2 + k_2 \cdot (1 - \alpha) \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{i=0}^n (c_i + d_i) \cdot x_{ji} + \xi \cdot \sum_{i=0}^n (c_i^2 + d_i^2) \rightarrow \min_{a, c, d} \quad (4)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=0}^n a_i \cdot x_{ji} + (1 - \alpha) \cdot \sum_{i=0}^n d_i \cdot x_{ji} \geq y_j; \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^n a_i \cdot x_{ji} - (1 - \alpha) \cdot \sum_{i=0}^n c_i \cdot x_{ji} \leq y_j; \quad (6)$$

$$c_i \geq 0; d_i \geq 0 \quad (j = \overline{1, J}; i = \overline{0, n}; n = 1), \quad (7)$$

где  $j$  – порядковый номер канала гиперспектрометра ( $j = \overline{1, J}$ );  $i$  – порядковый номер ТНЧ ( $i = \overline{0, 1}$  при  $n=1$ );  $x_{j0} = 1$  ( $j = \overline{1, J}$ ), так как соответствуют свободному члену – параметру  $b$  – уравнения КЛР (2);  $x_{j1}$  – значение длины волны для  $j$ -го канала гиперспектрометра;  $y_j$  – значение КСЯ ГСХ для длины волны  $x_{j1}$  ( $x_{j1} = \lambda_j$ );  $\alpha$  – значение уровня ТНЧ, характеризующее ширину коридора НЛР ( $\alpha \in [0, 1]$ );  $k_1, k_2$  – весовые коэффициенты, характеризующие вклад первого и второго слагаемых в целевую функцию (4);  $\xi$  – малое положительное число такое, что  $k_1, k_2 \gg \xi$  (третье слагаемое введено в целевую функцию для того, чтобы она имела квадратичный вид и чтобы при поиске значений ТНЧ можно было сформулировать ЗКП [19]).

При решении ЗКП (4) – (7) предполагается, что  $k_1 = k_2 = 1$  (в [18] показано, что выбор значений параметров  $k_1, k_2$  не оказывает сильного влияния на решение задачи);  $\xi = 0,001$ .

Пусть  $a_0 = z_1; c_0 = z_2; d_0 = z_3; a_1 = z_4; c_1 = z_5; d_1 = z_6; x_{j1} = \lambda_j; y_j = g_j$ . Тогда ЗКП (4) – (7) может быть записана как:

$$F_{ЗКП} \sum_{j=1}^J (g_j + z_1 - z_4 \cdot \lambda_j)^2 + \sum_{j=1}^J (z_2 + z_5 \cdot \lambda_j + z_6 \cdot \lambda_j) + 0,001 \cdot (z_2^2 + z_3^2 + z_5^2 + z_6^2) \rightarrow \min_{z_1, \dots, z_6} \quad (8)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} z_1 + z_3 + z_4 \cdot \lambda_j + z_6 \cdot \lambda_j \geq g_j; \\ z_1 - z_2 + z_4 \cdot \lambda_j - z_5 \cdot \lambda_j \leq g_j; \\ z_2 \geq 0; \\ z_3 \geq 0; \\ z_5 \geq 0; \\ z_6 \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Для решения ЗКП в виде (8) при ограничениях (9) может быть использован метод неопределенных множителей Лагранжа [17], для чего необходимо составить функцию Лагранжа, получить градиент функции Лагранжа и, приравняв его нулю, получить систему нелинейных уравнений, приближенное решение которой можно получить методом Ньютона [20]. Решение ЗКП методом множителей Лагранжа является весьма трудоемкой задачей, поэтому целесо-

образно использовать существующие математические пакеты, позволяющие решать задачи минимизации с ограничениями. В частности, ЗКП может быть решена с применением системы компьютерной алгебры MathCad, предлагающей решать ЗКП методом «Квази-Ньютона» с помощью встроенной функции «Minimize» [21], или с использованием системы инженерных и научных расчетов MATLAB, в которой ЗКП решается с помощью встроенной функции «quadprog» [16].

Уравнение НЛР (3) для анализируемой ГСХ строится на основе решения ЗКП (8) – (9). При этом на основе вычисленных ТНЧ  $A_1 = (a_1, c_1, d_1)$  и  $A_0 = (a_0, c_0, d_0)$  уравнения НЛР (3) для значений длин волн  $x = \lambda_j$  ( $j = \overline{1, J}$ ) определяются характерные точки уравнения КЛР  $Y_{НЛР}^{КЛР}(\lambda_j)$ :

$$Y_{НЛР}^{КЛР}(\lambda_j) = a_0 + a_1 \cdot \lambda_j, \quad (10)$$

а также уравнений верхней  $Y_{НЛР}^{UP}(\lambda_j)$  и нижней  $Y_{НЛР}^{LOW}(\lambda_j)$  границ коридора НЛР анализируемой характеристики:

$$Y_{НЛР}^{UP}(\lambda_j) = a_0 + d_0 + (a_1 + d_1) \cdot \lambda_j, \quad (11)$$

$$Y_{НЛР}^{LOW}(\lambda_j) = a_0 - c_0 + (a_1 - c_1) \cdot \lambda_j. \quad (12)$$

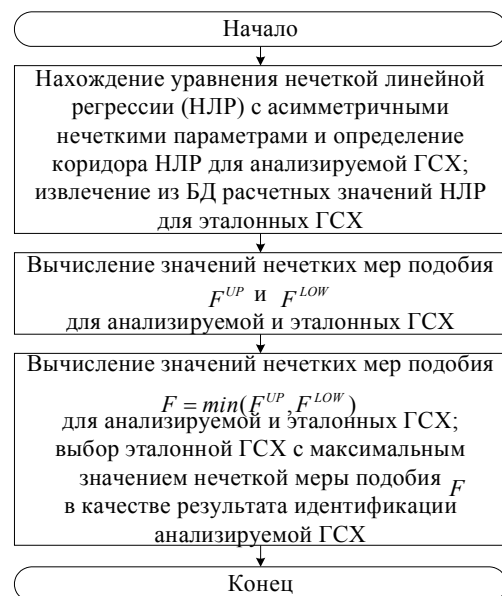


Рисунок 2 – Укрупненная схема алгоритма идентификации ГСХ объекта на основе нечеткой меры подобия

Для эталонных ГСХ уравнения НЛР (3), а также уравнения КЛР  $Y_{НЛР}^{КЛР}(\lambda_j)$ , верхней  $Y_{НЛР}^{UP}(\lambda_j)$  и нижней  $Y_{НЛР}^{LOW}(\lambda_j)$  границ коридора НЛР, определяемые в соответствии с (10), (11) и (12), строятся аналогичным образом, при этом

все расчетные значения НЛР для эталонных ГСХ хранятся в БД СИОДГС.

Из-за асимметричности ТНЧ  $A_1 = (a_1, c_1, d_1)$  и  $A_0 = (a_0, c_0, d_0)$  коридоры НЛР анализируемой и эталонных ГСХ также асимметричны (рисунок 3). В связи с этим точки ГСХ (как анализируемой, так и каждой эталонной) могут быть разбиты на 2 подмножества: подмножество точек, лежащих в верхней части *UP* коридора НЛР [между линией верхней границы коридора НЛР и линией КЛР, определяемыми соответственно уравнениями (11) и (10)], и подмножество точек, лежащих в нижней части *LOW* коридора НЛР [между линией нижней границы коридора НЛР и линией КЛР, определяемыми соответственно уравнениями (12) и (10)].

На **втором этапе** алгоритма для точек анализируемой и каждой эталонной ГСХ, лежащих в верхней *UP* и нижней *LOW* частях коридоров своих НЛР, находятся значения нечетких мер подобия  $F^{UP}$  и  $F^{LOW}$ , для вычисления которых используется одна из двух нечетких мер подобия вида [10, 17]:

$$f_1 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^J |u_A(\lambda_j, g'_j) - u_S(\lambda_j, g''_j)|}{\sum_{j=1}^J (u_A(\lambda_j, g'_j) + u_S(\lambda_j, g''_j))}, \quad (13)$$

$$f_2 = \frac{1}{J} \cdot \sum_{j=1}^J \frac{\min(u_A(\lambda_j, g'_j), u_S(\lambda_j, g''_j))}{\max(u_A(\lambda_j, g'_j), u_S(\lambda_j, g''_j))}, \quad (14)$$

где  $u_A(\lambda_j, g'_j)$  – значение функции принадлежности нечеткого множества *A* (Analyzed) анализируемой ГСХ уравнению НЛР этой ГСХ для значения КСЯ  $g'_j$ , соответствующего длине волны  $\lambda_j$  ( $j = \overline{1, J}$ );  $u_S(\lambda_j, g''_j)$  – значение функции принадлежности нечеткого множества *S* (Standard) эталонной ГСХ уравнению НЛР этой ГСХ для значения КСЯ  $g''_j$ , соответствующего длине волны  $\lambda_j$  ( $j = \overline{1, J}$ ); *J* – количество точек в ГСХ (анализируемой и эталонной), равное количеству каналов гиперспектрометра (ориентировочно  $J = 96$ ).

Данные меры подобия были выбраны из множества известных нечетких мер подобия как показавшие наивысшее качество результатов идентификации при выполнении оценки подобия тестовых наборов данных, описываемых с помощью уравнений НЛР [18].

Значение функции принадлежности некоторой точки  $(\lambda_j, g_j)$  ГСХ к уравнению НЛР этой ГСХ может быть определено как [18, 19]:

$$u(\lambda_j, g_j) = \begin{cases} 1 - \frac{a_0 + a_1 \cdot \lambda_j - g_j}{c_0 + c_1 \cdot \lambda_j}, & \text{если} \\ a_0 + a_1 \cdot \lambda_j - c_0 - c_1 \cdot \lambda_j \leq g_j \leq a_0 + a_1 \cdot \lambda_j; \\ 1 - \frac{g_j - a_0 - a_1 \cdot \lambda_j}{d_0 + d_1 \cdot \lambda_j}, & \text{если} \\ a_0 + a_1 \cdot \lambda_j \leq g_j \leq a_0 + a_1 \cdot \lambda_j + d_0 + d_1 \cdot \lambda_j; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad (15)$$

где  $a_0, c_0, d_0, a_1, c_1, d_1$  – параметры ТНЧ, вычисленные при решении ЗКП (8) – (9).

На завершающем **третьем этапе** алгоритма для анализируемой и каждой эталонной ГСХ сначала проводится вычисление результирующей нечеткой меры подобия, определяемой как минимум из нечетких мер подобия  $F^{UP}$  и  $F^{LOW}$ :

$$F = \min(F^{UP}, F^{LOW}), \quad (16)$$

а затем все эталонные ГСХ упорядочиваются по убыванию вычисленных таким образом значений нечетких мер подобия, при этом в качестве искомой выбирается та эталонная ГСХ, для которой значение нечеткой меры подобия (16) является максимальным.

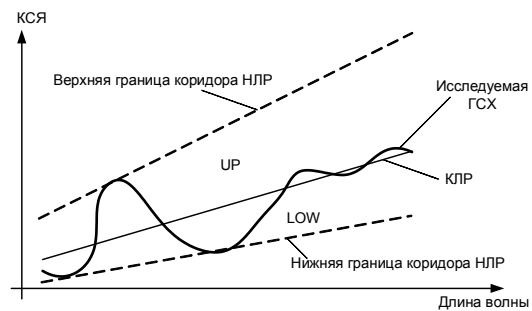


Рисунок 3 – Представление ГСХ в коридоре НЛР

### 3. Алгоритм консолидации частных результатов идентификации ГСХ объекта.

Как уже было отмечено, для повышения качества идентификации анализируемой ГСХ объекта целесообразно выполнение консолидации частных результатов идентификации (тем или иным образом) [22].

При применении трех алгоритмов идентификации ГСХ к анализируемой ГСХ и некоторой эталонной ГСХ вычисляются три значения: значение меры сходства евклидова расстояния *E* (1) и два значения нечетких мер подобия  $F_1$  и  $F_2$ , вычисленных соответственно с применением формул (13) и (14), а также (16).

При работе с БД СИОДГС, содержащей информацию об *K* эталонных ГСХ, для анализируемой ГСХ будут получены три идентифици-

рующих набора, каждый из которых является результатом применения одного из трех алгоритмов идентификации ГСХ и содержит  $K$  значений (в соответствии с количеством эталонных ГСХ в БД). Каждый такой идентифицирующий набор может быть упорядочен по убыванию (возрастанию) значений используемой меры сходства (подобия), в результате чего эталонным ГСХ из БД будут присвоены некоторые рейтинговые оценки (порядковые номера в рейтинге): чем ниже значение меры подобия евклидова расстояния и чем выше значения нечетких мер подобия, тем меньше номер в рейтинге.

Пусть  $R_E^k$  – рейтинговая оценка  $k$ -й эталонной ГСХ при использовании алгоритма идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния  $E$ ;  $R_{F_1}^k$  – рейтинговая оценка  $k$ -й эталонной ГСХ при использовании алгоритма идентификации ГСХ на основе нечеткой меры подобия  $F_1$ ;  $R_{F_2}^k$  – рейтинговая оценка  $k$ -й эталонной ГСХ при использовании алгоритма идентификации ГСХ на основе нечеткой меры подобия  $F_2$  ( $k = \overline{1, K}$ ).

Алгоритм консолидации частных результатов идентификации ГСХ объекта предполагает:

– консолидацию частных результатов идентификации, полученных с применением меры сходства евклидова расстояния  $E$  и двух нечетких мер подобия  $F_1$  и  $F_2$ , посредством применения формулы:

$$\bar{R}^k = (R_E + R_{F_1}^k + R_{F_2}^k) / 3; \quad (17)$$

– упорядочение эталонных ГСХ из БД по возрастанию усредненных значений рейтинговых оценок  $\bar{R}^k$  ( $k = \overline{1, K}$ ).

Пусть консолидирующие рейтинговые оценки  $\hat{R}^k$  определены как номера в рейтинге для усредненных оценок  $\bar{R}^k$  ( $k = \overline{1, K}$ ). Очевидно, что для дальнейшего анализа целесообразно использовать незначительную часть лучших эталонных ГСХ из БД (от 5 до 10 эталонных ГСХ), имеющих наименьшие значения (порядковые номера) консолидирующих рейтинговых оценок  $\hat{R}^k$ .

После визуального сравнительного анализа результатов идентификации анализируемой ГСХ с помощью некоторого количества лучших эталонных ГСХ из БД, полученных вышеуказанным образом и представленных как в текстовом, так и в графическом виде, оператор программы СИОДГС может принять окончательное решение о соответствии анализируемой ГСХ некоторой

эталонной ГСХ из БД.

**Экспериментальные исследования.** Предлагаемая СИОДГС была использована при решении задачи идентификации ГСХ различных объектов, в частности, была проанализирована ГСХ картофельного поля, взятая с сайта GIS-LAB [3]. В БД на момент выполнения данного анализа находилось 207 эталонных ГСХ, включая ГСХ картофельного поля.

При решении задачи идентификации ГСХ картофельного поля с применением трех рассмотренных выше алгоритмов идентификации были использованы все эталонные ГСХ из БД СИОДГС. В таблице 1 представлены пять лучших результатов идентификации ГСХ картофельного поля, при этом указаны порядковые номера  $\hat{R}^k$  лучших эталонных ГСХ, определенные посредством упорядочения по возрастанию консолидирующих рейтинговых оценок  $\bar{R}^k$  ( $k = \overline{1, K}$ ) всех эталонных ГСХ (при идентификации ГСХ картофельного поля тремя алгоритмами идентификации), наименования лучших эталонных ГСХ с указанием их класса и типа, а также порядковые номера приведенных в таблице эталонных ГСХ, определенные при индивидуальном применении алгоритмов идентификации ГСХ к ГСХ картофельного поля на основе меры подобия евклидова расстояния и нечетких мер подобия ( $R_E$ ,  $R_{F_1}$  и  $R_{F_2}$ ).

На рисунках 4 и 5 приведены фрагменты главного окна программы, содержащие графическую интерпретацию результатов идентификации ГСХ. При этом показаны: анализируемая ГСХ, линия КЛР, границы коридора НЛР и эталонная ГСХ (выбранная из таблицы результатов идентификации ГСХ). Точки анализируемой ГСХ изображены темными квадратами, точки эталонной ГСХ – светлыми окружностями.

На рисунке 4 представлены анализируемая ГСХ и эталонная ГСХ с порядковым номером 1 (таблица 1), соответствующая объекту «Поле, занятое картофелем». При этом все точки анализируемой ГСХ полностью совпадают с точками эталонной ГСХ. На рисунке 5 представлены анализируемая ГСХ и эталонная ГСХ с порядковым номером 2 (таблица 1), соответствующая объекту «Поле, занятое клевером. Московская обл., 23 июля (цветущий клевер) 1974 г.». При этом можно увидеть наличие некоторых расхождений между анализируемой и эталонной ГСХ.

Из таблицы 1 видно, что все эталонные ГСХ лучших результатов идентификации принадлежат к тому же классу («Сельхозугодия») и к тому же типу («Антропогенные объекты»), что и анализируемая ГСХ картофельного поля (хотя

все эталонные ГСХ, участвовавшие в идентификации, разделены на 4 типа и 21 класс).

Следует отметить, что при использовании только одного алгоритма идентификации ГСХ, результат идентификации может быть менее точным и даже неверным. Так, например, из таблицы 2, содержащей 5 лучших результатов идентификации ГСХ картофельного поля с помощью только одного алгоритма идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния  $R_E$ , видно, что, если бы БД не содержала эталонную ГСХ картофельного поля, то результат

идентификации – выбранная в качестве искомой эталонная ГСХ – мог бы иметь неправильно определенные класс и тип анализируемой ГСХ. В то же время консолидация частных результатов идентификации ГСХ, полученных с применением трех алгоритмов идентификации, позволяет установить более точные рейтинговые оценки  $\bar{R}^k$  эталонных ГСХ из БД и избежать принятия ложного решения о результатах идентификации ГСХ картофельного поля (при отсутствии одноименного эталонна ГСХ в БД) как ГСХ «Дерново-карбонатная почва (0-12 см)» (таблица 2).

Таблица 1 – Лучшие результаты идентификации ГСХ (консолидация)

Порядк. номер $\hat{R}^k$	Наименование объекта с эталонной ГСХ	Класс	Тип	Среднее арифм. $\bar{R}^k$	$R_E$	$R_{F_1}$	$R_{F_2}$
1	Поле, занятое картофелем. Московская обл., 26 июня 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	1	1	1	1
2	Поле, занятое клевером. Московская обл., 23 июля (цветущий клевер) 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	6	14	2	2
3	Посевы ржи, ПП 60%, высота 60см, фаза выхода в трубку, 1 июня. 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	8,33	16	4	5
4	Поле, занятое рожью. Московская обл., 1 июня 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	11	21	8	4
5	Посевы картофеля. Поле с ПП листьев картофеля 80%, высотой 20см, занимает 25% поля, 7 июля 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	16	32	9	7

Таблица 2 – Лучшие результаты идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния

$R_E$	Наименование объекта с эталонной ГСХ	Класс	Тип	Порядк. номер $\hat{R}^k$	Среднее арифм. $\bar{R}^k$	$R_{F_1}$	$R_{F_2}$
1	Поле, занятое картофелем. Московская обл., 26 июня 1974 г.	Сельхозугодия	Антропогенные объекты	1	1	1	1
2	Дерново-карбонатная почва (0-12 см).	Почвы	Грунты	145	138,7	207	207
3	Основные и ультраосновные горные породы: базальт	Горные породы	Грунты	59	64,7	104	87
4	Биохимические горные породы: мергель	Горные породы	Грунты	75	79,3	122	112
5	Луговая почва	Почвы	Грунты	79	82,7	154	89

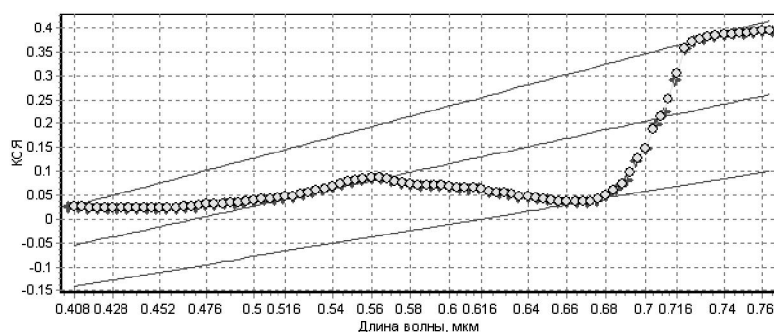
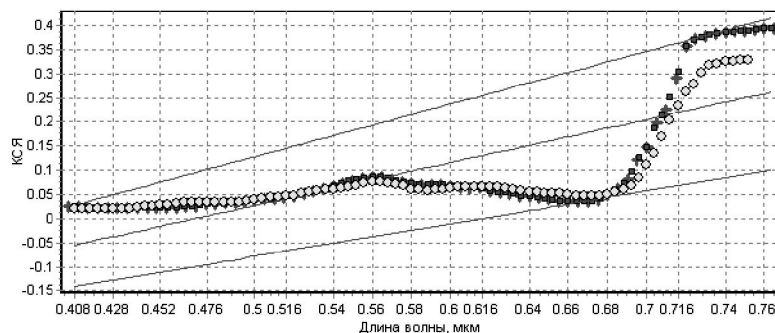


Рисунок 4 – Фрагмент главного окна программы с результатом идентификации, представленным в графическом виде (для эталона с общим порядковым №1)





**Рисунок 5 – Фрагмент главного окна программы с результатом идентификации, представленным в графическом виде (для эталона с общим порядковым №2)**

Алгоритмы идентификации ГСХ на основе нечетких мер подобия также не всегда дают приемлемые по точности результаты идентификации ГСХ (в частности, при идентификации ГСХ сухого асфальтированного шоссе алгоритмы идентификации ГСХ на основе нечетких мер подобия дают менее точные результаты идентификации, чем алгоритм идентификации ГСХ на основе меры сходства евклидова расстояния).

Приведенные примеры свидетельствуют о целесообразности совместного применения нескольких алгоритмов идентификации ГСХ с целью последующей консолидации частных результатов идентификации.

**Выводы.** Результаты экспериментальных исследований подтверждают целесообразность использования предложенного подхода к решению задачи идентификации ГСХ объектов, основанного на совместном применении нескольких алгоритмов идентификации ГСХ с последующей консолидацией частных результатов идентификации, обеспечивающей повышение надежности классификационного решения. Предлагаемая СИОДГС предоставляет пользователю удобный инструмент для проведения идентификации ГСХ различных объектов, позволяя проводить анализ результатов идентификации как в текстовом, так и в графическом виде.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку новых алгоритмов идентификации ГСХ, позволяющих реализовать альтернативные варианты анализа особенностей анализируемых ГСХ, с целью их последующего использования при формировании консолидированного результата идентификации.

#### **Библиографический список**

1. USGS Spectroscopy Lab. <http://speclab.cr.usgs.gov>.
2. Jet Propulsion Laboratory. ASTER Spectral Library. NASA. <http://speclab.jpl.nasa.gov>.
3. Спектральные библиотеки – источник данных по спектрам. GIS-LAB. <http://www.gis-lab.info>.
4. Программный комплекс ENVI. Уч. пособие.

Компания «Совзонд». – 2009. <http://www.sovzond.ru>.

5. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. – М.: Техносфера, 2010. – 560 с.

6. Чандра А.М., Кош С.К. Дистанционное зондирование и географические информационные системы. – М.: Техносфера, 2008. – 312 с.

7. Рус У.Г. Основы дистанционного зондирования. – М.: Техносфера, 2006. – 336 с.

8. Пылькин А.Н., Тишкин Р.В., Труханов С.В. Задачи DATA MINING и их решение в современных реляционных СУБД // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2011. – № 38. – С. 60-65.

9. Чубукова И.А. Data Mining. Основы информационных технологий. Специальные курсы. Издательство «Бином». Лаборатория знаний, 2006. – 384 с.

10. Van der Weken D., Nachtegaal M., Kerre E.E. An overview of similarity measures for images // Proceedings of ICASSP 2002 (IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing). – Orlando, USA. – 2002. – P. 3317-3320.

11. Yang C., Everitt J.H., Bradford J.M. Yield estimation from hyperspectral imagery using spectral angle mapper (SAM). – American Society of Agricultural and Biological Engineers. Vol. 51(2): 729-737.

12. Пылькин А.Н., Тишкин Р.В. Методы и алгоритмы сегментации изображений. – М.: Горячая линия – Телеком, 2010. – 92 с.

13. Мятлов Г.Н., Тишкин Р.В., Ушенкин В.А., Юдаков А.А. Применение нечетких мер подобия в задаче совмещения изображений поверхности Земли // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 2 (44). – С. 18-26.

14. Труханов С.В., Юдаков А.А. Создание структуры базы данных системы интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности №2013611036 от 09.01.2013.

15. Труханов С.В., Юдаков А.А. Программа интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности №2013610619 от 09.01.2013.

16. Ануфриев Е.И., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

17. Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н. Высшая математика для экономистов: учебник для вузов, М.: ЮНИТИ, 2002. – 471 с.

18. Демидова Л.А., Мятлов Г.Н. Подход к оценке уникальности кусочно-линейных объектов с использованием нечеткой линейной регрессии // Системы управления и информационные технологии. – Т. 51. – № 1. – 2013. – С. 85-89.

19. Haekwan Lee, Hideo Tanaka Fuzzy approximations with non-symmetric fuzzy parameters in fuzzy regression analysis. Osaka prefecture University. Journal of the Operations Research Society of Japan. Vol.42, №. 1, March 1999.

20. Демидович Б.П. и Марон И.А. Основы вычислительной математики. Издательство «Наука», М. 1966. – 664с.

21. Mathcad Resources: Constrained Nonlinear Optimization Problems. Minimizing Or Maximizing A Function. Parametric Technology Corporation. <http://www.ptc.com>.

22. Демидова Л.А., Тишкин Р.В., Юдаков А.А. Разработка ансамбля алгоритмов кластеризации на основе матриц подобия меток кластеров и алгоритма спектральной факторизации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 18-26.

УДК 004.9: 681.518

**Б.В. Костров, С.И. Бабаев, А.Г. Унакова**

## ПОСТРОЕНИЕ БАЗИСА В ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

*Рассматривается проблема применения функций Виленкина — Крестенсона (ВКФ) для обработки аэрокосмических изображений. Приводятся примеры построения системы базисных функций на основе ВКФ с основанием системы счисления  $m=4$  и их применение.*

**Ключевые слова:** ортогональные функции, функции Виленкина — Крестенсона, функция Радемахера, фильтрация аэрокосмических изображений.

**Введение.** Применение систем функций Виленкина — Крестенсона (ВКФ) для обработки двумерных сигналов изучено только для двух простейших случаев существования данных функций. Эти крайние случаи приводят к системе Уолша — Адамара или к системе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ), являющихся основой для построения дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

*Цель работы* — исследование вариантов построения системы базисных функций, сопоставимых по трудоемкости с преобразованием Уолша — Адамара и не отличающихся от него по временным затратам.

**Теоретическая часть.** В общем случае функция ВКФ представляет собой комплексную функцию, которую можно определить как [1]:

$$VKF(p, x) = w^{\sum_{i=1}^n p_i x_i}, \quad (1)$$

где  $w = \exp j(2\pi / m)$ ,  $p_i$  и  $x_i$  - разрядные коэффициенты чисел  $p$  и  $x$ , представленных в  $m$ -ичной системе счисления.

В простейшем случае, когда  $m=2$   $w = \exp j\pi = -1$ , ВКФ представляется функциями Уолша. В другом случае, при  $n=1$ , область определения функций выражается как  $N = m^n = m$

и ВКФ переходит в ДЭФ —  $def(p, x) = e^{j(2\pi / N)px}$ .

Исследование вопросов связанных с использованием ДЭФ для построения дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и применением функций Уолша для обработки изображений, можно найти в [2, 3]. Вопросам построения систем базисных функций, занимающих промежуточное место между дискретным преобразованием Уолша — Адамара (ДПУ) и ДПФ, до последнего времени практически не уделялось внимание ввиду отсутствия простых рекомендаций по их применению. С другой стороны, очевидно, что исследовать все варианты построения базисов на основе ВКФ вряд ли возможно. В данной статье приводятся результаты исследования варианта построения при  $m=4$ , который можно легко сопоставить с наиболее экономичным вариантом при  $m=2$ , и в то же время ненамного отличающийся от него по вычислительным затратам.

Наиболее сопоставимыми в этом плане будут выступать системы функций, основанные на арифметически кратной двоичной системе счисления ( $m=4$ ,  $m=8$  и т.д.). Тогда область определения таких базисов может быть задана как

$$N = (2^e)^n, \quad (2)$$

где  $e = 2, 3$ , и т.д.

Такое задание области определения позволит легко сопоставлять полученные результаты и легко переходить от одной арифметической операции к другой.

Рассмотрим построение системы базисных функций на основе ВКФ с основанием системы счисления  $m=4$ . Для простоты понимания формирования системы базисных функций примем  $n=2$ . Исходная матрица ДЭФ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} w_0 & w_0 & w_0 & w_0 \\ w_0 & w_1 & w_2 & w_3 \\ w_0 & w_2 & w_4 & w_6 \\ w_0 & w_3 & w_6 & w_9 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $w = e^{j\frac{2\pi}{m}} = e^{j\frac{2\pi}{4}}$ .

Матрица вновь создаваемой системы есть  $n$ -я кронекеровская степень матрицы ДЭФ размером  $4 \times 4$ . Искомая матрица будет иметь размерность  $16 \times 16$ :

$$VKF_{4^2} = D_4^{(2)}, \quad (4)$$

где (2) означает вторую кронекеровскую степень матрицы  $D$ . В соответствии с (4) искомый базис будет представлен следующей матрицей

$$VKF_{4^2} = \begin{pmatrix} w_0 & w_0 & w_0 & w_0 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_0 & w_0 & w_0 \\ w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 \\ w_0 & w_2 & w_4 & w_6 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_2 & w_4 & w_6 \\ w_0 & w_3 & w_6 & w_9 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_3 & w_6 & w_9 \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & | & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & | & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ w_0 & w_0 & w_0 & w_0 & | & \dots & | & \dots & | & w_9 & w_9 & w_9 & w_9 \\ w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & | & \dots & | & \dots & | & w_9 & w_{10} & w_{11} & w_{12} \\ w_0 & w_2 & w_4 & w_6 & | & \dots & | & \dots & | & w_9 & w_{11} & w_{13} & w_{14} \\ w_0 & w_3 & w_6 & w_9 & | & \dots & | & \dots & | & w_9 & w_{12} & w_{14} & w_{16} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Полученная матрица является симметрической, т.е. ее свойства одинаковы по переменным  $p$  и  $x$ . Это свойство позволяет использовать данное преобразование в прямом и обратном направлениях, не выполняя операции транспонирования матриц:

$$C_m = VKF_{16} B VKF_{16} \text{ и } B = VKF_{16} C_m VKF_{16}, \quad (6)$$

где  $C_m$  – матрица коэффициентов в  $m$ -ичном спектральном представлении,  $B$  – матрица изображения.

Для простоты реализации искомого базиса ее можно переписать с учетом периодичности фазы на целое число  $2\pi$ . Получим матрицу с максимальными фазами:

$$VKF_{16}^* = \begin{pmatrix} w_0 & w_0 & w_0 & w_0 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_0 & w_0 & w_0 \\ w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_1 & w_2 & w_3 \\ w_0 & w_2 & w_0 & w_2 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_2 & w_0 & w_2 \\ w_0 & w_3 & w_2 & w_1 & | & \dots & | & \dots & | & w_0 & w_3 & w_2 & w_1 \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & | & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ \dots & \dots & \dots & \dots & | & \dots & | & \dots & | & \dots & \dots & \dots & \dots \\ - & - & - & - & + & - & + & - & + & - & - & - & - \\ w_0 & w_0 & w_0 & w_0 & | & \dots & | & \dots & | & w_1 & w_1 & w_1 & w_1 \\ w_0 & w_1 & w_2 & w_3 & | & \dots & | & \dots & | & w_1 & w_2 & w_3 & w_0 \\ w_0 & w_2 & w_0 & w_2 & | & \dots & | & \dots & | & w_1 & w_3 & w_1 & w_2 \\ w_0 & w_3 & w_2 & w_1 & | & \dots & | & \dots & | & w_1 & w_0 & w_2 & w_0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

В результате вычислений по формуле (4) была получена матрица систем ВКФ-Адамара, что соответствует упорядочению строк матрицы по Адамару. Такой метод упорядочения, как уже отмечалось [4], не соответствует задаче анализа и обработки изображения. Для получения упорядочения по системе Пихлера-Хармута необходимо провести переход к упорядочению строк путем инверсии по  $m$ -ичному закону их номеров (что будет соответствовать системе ВКФ-Пэли) и, обобщив понятия кода Грея на  $m$ -ичные представления чисел, можно записать, что:

$$w_i = \left( \sum_{k=1}^i [1 + (m-2) | \sin(i-k)\pi/2 |] p_k \right), \quad (8)$$

где  $w_i$  – номер строки в системе ВКФ-Уолша (Пихлера-Хармута),  $p_k$  – номер строки в системе ВКФ-Пэли.

Все функции ВКФ могут быть выражены через обобщенные функции Радемахера, которые представляют собой комплексные функции, определенные на том же интервале  $N = m^n$ . Тогда:

$$VKF(p, x) = [R_1(x)]^{p_1} \dots [R_j(x)]^{p_j} \dots [R_n(x)]^{p_n}, \quad (9)$$

где  $R_j(x)$  – функция Радемахера  $j$ -го порядка,  $p_j$  – значение соответствующего разряда номера функции ВКФ, записанного в  $m$ -ичном представлении.

**Экспериментальные исследования.** Обобщенные функции Радемахера совпадают с теми из функций ВКФ, номера которых в  $m$ -ичном представлении содержат только один ненулевой и равный единице разряд. Так как  $m$ -ичные представления чисел  $p$  и  $n$  содержат  $n$  разрядов, то система ВКФ содержит  $n$  обобщенных функций Радемахера. В нашем примере  $n=2$ , поэтому построенная система будет содержать 2 функции Радемахера. Заметим, что для случая  $m=2$  и  $n=4$  в системе ВКФ-Уолша таких функ-

ций было 4, а для случая  $m=N$  и  $n=1$  система ВКФ представляется ДЭФ, в которой только один номер функции выражается одним единичным  $m$ -ичным разрядом, и такая система содержит одну обобщенную функцию Радемахера.

Аналогично рассмотренному примеру можно построить систему ВКФ с любой областью определения  $N$ . С учетом соображений, высказанных в [2], был построен базис для  $m=4$  и  $n=4$ ,  $N=256$ , фрагмент которого представлен в таблице 1. Данный фрагмент показывает, что при  $m=4$  элементы функций ВКФ носят комплексный характер, что неизбежно отразится на трудоемкости вычисления спектра.

**Таблица 1 – Фрагмент матрицы сформированного базиса**

$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$
$1+0i$	$0+1i$	$-1+0i$	$0+1i$	$1+0i$	$0-1i$
$1+0i$	$-1+0i$	$1+0i$	$-1+0i$	$1+0i$	$-1+0i$
$1+0i$	$0+1i$	$-1+0i$	$0-1i$	$1+0i$	$0+1i$
$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$	$1+0i$	$0-1i$	$0-1i$
$1+0i$	$0-1i$	$-1+0i$	$0+1i$	$0-1i$	$-1+0i$

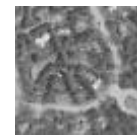
Результат низкочастотной фильтрации в построенном базисе в соответствии с теоремой об ограничениях нетригонометрического спектра [4] представлен на рисунке 1. Поскольку количество функций Радемахера в данном базисе равно  $n=4$ , то ближайший ограниченный базис, полученный в результате фильтрации, имеет область определения  $N \times N = m^3 \times m^3 = 64 \times 64$ . Анализируя структуру построенного базиса и доказательство теоремы, приведенное в [3], можно предположить, что:

$$\begin{aligned}
 b_{00}^{64} &= \frac{1}{16} (b_{00}^{256} + b_{01}^{256} + b_{02}^{256} + b_{03}^{256} + \\
 &\quad + b_{10}^{256} + b_{11}^{256} + b_{12}^{256} + b_{13}^{256} + \\
 &\quad + b_{20}^{256} + b_{21}^{256} + b_{22}^{256} + b_{23}^{256} + \\
 &\quad + b_{30}^{256} + b_{31}^{256} + b_{32}^{256} + b_{33}^{256} ); \\
 b_{01}^{64} &= \frac{1}{16} (b_{04}^{256} + b_{05}^{256} + b_{06}^{256} + b_{07}^{256} + \\
 &\quad + b_{14}^{256} + b_{15}^{256} + b_{16}^{256} + b_{17}^{256} + \\
 &\quad + b_{24}^{256} + b_{25}^{256} + b_{26}^{256} + b_{27}^{256} + \\
 &\quad + b_{34}^{256} + b_{35}^{256} + b_{36}^{256} + b_{37}^{256} ); \\
 \dots\dots\dots \\
 b_{63,63}^{64} &= \frac{1}{16} (b_{60,60}^{256} + b_{60,61}^{256} + b_{60,62}^{256} + b_{60,63}^{256} + \\
 &\quad + b_{61,60}^{256} + b_{61,61}^{256} + b_{61,62}^{256} + b_{61,63}^{256} + \\
 &\quad + b_{62,60}^{256} + b_{62,61}^{256} + b_{62,62}^{256} + b_{62,63}^{256} + \\
 &\quad + b_{63,60}^{256} + b_{63,61}^{256} + b_{63,62}^{256} + b_{63,63}^{256} ),
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

где  $b_{ij}^{64}$  – значения яркостей элементов изображения размером  $64 \times 64$ , а  $b_{q,p}^{256}$  – яркость элементов изображения размером  $256 \times 256$ .



а



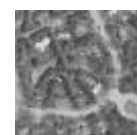
б

**Рисунок 1 – Результат ограничения спектра в базисе ВКФ при  $m = 4$ : а – исходные изображения  $256 \times 256$ ; б – результат фильтрации ( $64 \times 64$ )**

На рисунке 2 представлен результат выполнения той же операции при  $m = 2$ .



а



б

**Рисунок 2 - Результат ограничения спектра при  $m = 2$ : а – исходное изображение ( $256 \times 256$ ); б – результат фильтрации ( $64 \times 64$ )**

**Заключение.** При сравнении похожих изображений первым встает вопрос: что считать мерой схожести изображений? Очевидно, что

эта величина имеет значение обратное, различию изображений друг от друга. Следовательно, нужно выбрать некую метрику, характеризующую различие изображений друг от друга. Тогда схожими изображениями будут считаться изображения, отличие между которыми меньше некоторого порога. В настоящее время наиболее популярной и распространенной метрикой, используемой для оценки качества восстановленных изображений, является среднеквадратическая ошибка (СКО). СКО можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\hat{f}(x, y) - f(x, y))^2}.$$

Сравнительные характеристики для  $m = 2$  (рис.2) и  $m = 4$  (рис.1) по отношению к выполнению по (9) в пространстве изображения приводятся в таблице 2. Цель данного эксперимента состоит в следующем: при ограничении спектра изображения в четыре раза примерно во столько же раз должно ухудшиться его разрешение. При отбрасывании ограниченных спектральных составляющих размер изображения уменьшится в четыре раза. В пространственной же области изображения в качестве элементов этого изображения будут выступать пиксели с усредненной яркостью, что можно принять за эталон правильности работы алгоритма.

**Таблица 2 - Сравнительные характеристики**

Основные системы счисления	$m = 2$	$m = 4$
Количество отличающихся пикселей	0	122
Среднеквадратичное отклонение (СКО)	0	0,1654
Время выполнения 256*256 (с)	0,0151	0,0586
Время выполнения 64*64 (с)	0,0016	0,0038

УДК 004.93'738.5

**А.В. Брагин, Д.В. Пьянзин**

## **ВЫБОР ИНФОРМАТИВНЫХ ПРИЗНАКОВ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕКТОВ ЛАБИРИНТНЫХ ДОМЕННЫХ СТРУКТУР**

*Представлена классификация объектов лабиринтной доменной структуры. Выбраны и проанализированы информативные признаки для распознавания изображений объектов лабиринтной структуры. Предложен algo-*

Анализ данных, приведенный в таблице 2, показывает, что предложенный алгоритм может выполнять те же функции что и алгоритм, построенный в базисе Уолша — Адамара, при сопоставимом качестве получаемых результатов.

### **Библиографический список**

1. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. – М.: Сов. радио, 1975. – 208 с.
2. Сюзев В.В., Савельев А.Я., Гудзенко Д.Ю.. Методы представления и преобразования сигналов в базисе обобщенных функций Крестенсона // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование». №3. Март, 2012 г. <http://technomag.edu.ru/doc/372760.html>
3. Злобин В.К., Костров Б.В. Теоретические и методологические аспекты применения системы функций Виленкина — Крестенсона для обработки изображений // Вестник Рязанского государственного радиоуниверситета – 2013. – № 3(45). – С. 12-17.
4. Злобин В.К., Костров Б.В., Саблина В.А. Место и роль секвентного анализа в обработке аэрокосмических изображений // Радиотехника. - №3. - 2012. С. 64-75.
5. Колесенков А.Н., Костров Б.В. Метод прореживания базисных функций в корреляционно-экстремальных алгоритмах // Вопросы радиоэлектроники. Сер.ОТ. 2010. вып.1. – С. 176-184.
6. Костров Б.В., Костров В.В., Саблина В.А. Алгоритм восстановления изображений с периодическими низкочастотными искажениями//Радиотехника. № 11. 2009. С.92-95.
7. Костров Б.В., Упакова А.Г. Квазидвумерная фильтрация синхронных помех на изображении // Проектирование и технологии электронных средств №1. – 2012. – С. 32-35.
8. Елесина С.И., Логинов А.А., Никифоров М.Б. Методика оценки качества критериальной функции совмещения изображений. // Информационные технологии, №3. – 2013. – С. 24-28.
9. Никифоров М.Б., Бабаев С.И. Совместная обработка информации от систем технического зрения летательного аппарата. // Вестник Рязанского государственного радиоуниверситета – 2012. – № 39-1. – С. 14-18.

ритм анализа ветвистых объектов лабиринтной доменной структуры на основе морфологического анализа изображений.

**Ключевые слова:** лабиринтная доменная структура, информативные признаки, морфологический анализ.

**Введение.** При решении ряда задач, связанных с исследованием материалов в области физики, химии, биологии, медицины, материаловедения и т.д., требуется распознавать и анализировать изображения лабиринтных структур, содержащих большое количество (тысячи) разнообразных объектов, отличающихся друг от друга формой и размерами [4, 6, 7, 10].

**Цель работы** – выявление информативных признаков для распознавания и анализа изображений лабиринтных доменных структур, а также определение функций принадлежности лабиринтных структур к круглым, эллиптическим, гантелеобразным, полосовым и ветвистым объектам.

**Теоретическая часть.** Классическим примером лабиринтной доменной структуры являются изображения доменных структур магнитооптических материалов. Пример структур приведен на рисунке 1.

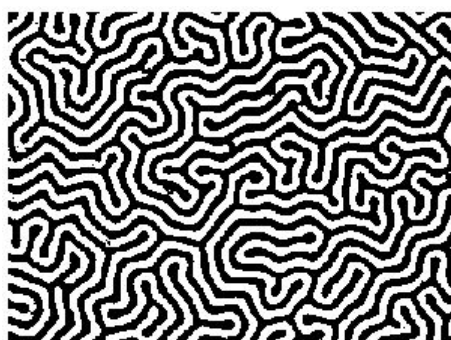
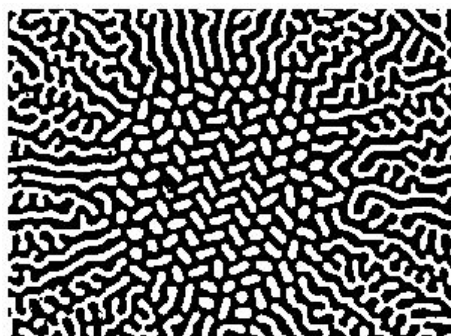


Рисунок 1 – Примеры лабиринтных доменных структур в магнитных материалах

При анализе изображений лабиринтных структур можно выделить следующие особенности:

- большое количество объектов для распознавания (тысячи);
- наличие разнообразных форм объектов: круглые, эллиптические, гантелеобразные, поло-

совые, ветвистые и др.;

- слабое отличие по форме между некоторыми объектами структуры, например: круглыми, эллиптическими и гантелеобразными объектами;

- форма полосовых и ветвистых объектов может иметь разнообразный вид, т.е. она заранее неизвестна, что существенно затрудняет процесс распознавания и анализа данных структур.

Данные особенности существенно влияют на выбор методов и алгоритмов решения задачи распознавания лабиринтных структур.

На основе анализа различных форм изображений объектов доменных структур, полученных на кафедре радиотехники НИУ ФГБОУ ВПО "МГУ им. Н.П. Огарёва" (г. Саранск), была составлена классификация указанных объектов, приведенная на рисунке 2.



Рисунок 2 – Классификация лабиринтной доменной структуры

Как известно, задача классификации состоит в отнесении объекта, заданного вектором информативных признаков  $K=(k_1, k_2, \dots, k_n)$ , к одному из наперед определенных классов  $\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ , т.е. состоит в выполнении отображения вида [1, 5]:

$$K = (k_1, k_2, \dots, k_n) \rightarrow y \in \{d_1, d_2, \dots, d_m\}. \quad (1)$$

В качестве вектора информативных признаков лабиринтных структур предлагается использовать статистический подход анализа на основе морфологических признаков объекта, к которым, в частности, относятся коэффициенты формы [2, 3]; коэффициент выпуклости; коэффициент округлости; коэффициент заполнения; эксцентриситет эллипса с главными моментами инерции. Использование морфологических признаков в качестве информативных позволяет существ-



венно снизить трудоемкость вычислений при анализе изображений лабиринтных структур, содержащих тысячи объектов. Кроме этого, в качестве информативных признаков распознавания и классификации ветвистых объектов структуры предлагается использовать признак наличия ветвлений.

**Экспериментальные исследования.** Проанализированы изображения различных видов лабиринтных доменных структур с целью определения диапазонов изменения коэффициентов формы исследуемых объектов. Как показали результаты, для разделения объектов на круглые (класс  $d_1$ ), эллиптические (класс  $d_2$ ), гантелеобразные (класс  $d_3$ ) и некруглые (полосовые, ветвистые (класс  $d_4$ ) в качестве информативных признаков достаточно использовать коэффициент округлости  $k_{окр}$  и коэффициент заполнения  $k_3$ . На рисунке 3 приведены диапазоны изменения значений коэффициентов округлости  $k_{окр}$  и заполнения  $k_3$  для объектов различной формы.

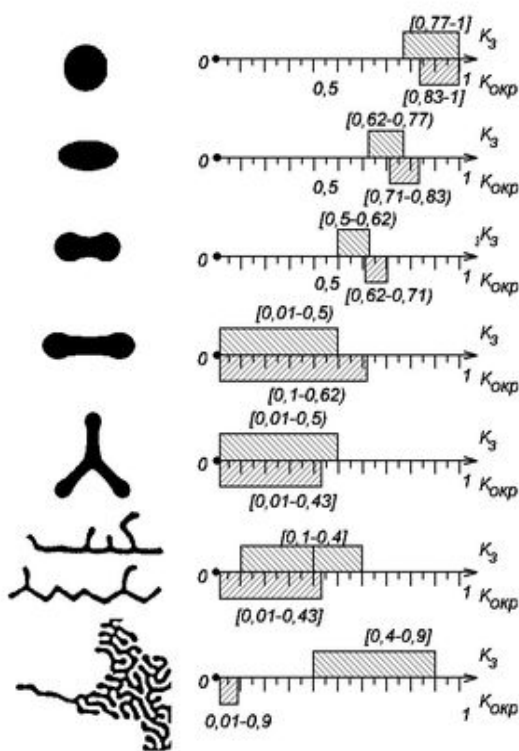


Рисунок 3 - Диапазоны изменения значений коэффициентов округлости и заполнения

Из рисунка 3 видно, что информативные признаки объектов лабиринтных структур для различных классов имеют пересечения. Поэтому для разделения совокупности информативных признаков на кластеры так, чтобы в каждом из них находились наиболее близкие по свойствам объекты, целесообразно использовать алгоритмы кластерного анализа. Для получения функций принадлежности  $\mu(k)$  объектов указанных клас-

сов на основе распределения экспериментальных данных значений коэффициентов округлости и заполнения использовался метод нечеткой кластеризации – алгоритм с-средних [8, 9]. В результате была получена матрица нечеткого разбиения, которая содержала функции принадлежности объектов к кластерам ( $d_1 - d_4$ ):

$$F = [\mu_{ki}], \mu_{ki} \in [0,1], k = \overline{1, M}, i = \overline{1, c}, \quad (2)$$

где  $M = 1000$  – количество объектов различных форм для кластеризации;  $c = 4$  – количество кластеров.

Полученные в результате кластеризации функции принадлежности приведены на рисунке 4. Функции принадлежности получаются процелированием строчек матрицы нечеткого разбиения  $F$  на входные переменные. Полученные множества степеней принадлежности аппроксимируют подходящими параметрическими функциями принадлежности.

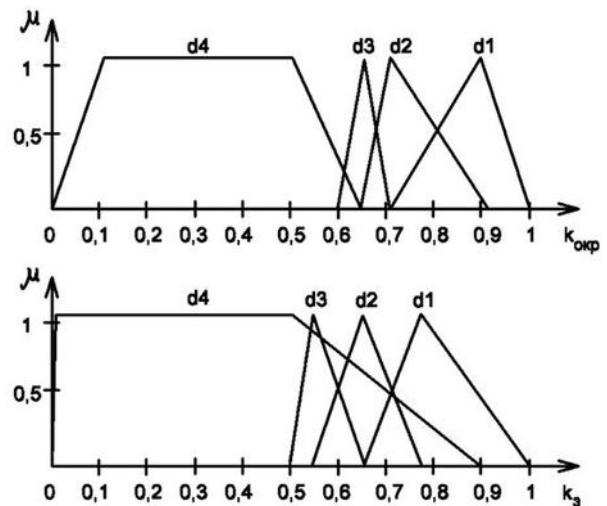


Рисунок 4 - Функции принадлежности  $\mu(k)$  коэффициентов округлости  $k_1$  и заполнения  $k_2$  для классов  $d_1 - d_4$

Для описания распределения объектов, близких к круглым (классы  $d_1, d_2, d_3$ ), использовалась треугольная функция принадлежности  $\mu(k)$ :

$$\mu(k) = \begin{cases} 0, & k \leq a \\ \frac{k-a}{b-a}, & a \leq k \leq b \\ \frac{c-k}{c-b}, & b < k < c \\ 0, & c \leq k \end{cases}, \quad (3)$$

где  $[a, c]$  – носитель нечеткого множества,  $b$  – ядро нечеткого множества.

Для некруглых объектов использовалась трапецевидная функция:

$$\mu(k) = \begin{cases} 0, & k \leq a \\ \frac{k-a}{b-a}, & a < k < b \\ 1, & b \leq k \leq c \\ \frac{d-k}{d-c}, & c < k < d \\ 0, & d \leq k \end{cases}, \quad (4)$$

где  $[a, d]$  – носитель нечеткого множества,  $[b, c]$  – ядро нечеткого множества.

Критерием разделения некруглых объектов на полосовые и ветвистые является наличие либо отсутствие у объектов ветвлений.

Предложен алгоритм определения наличия ветвлений у некруглых объектов, основанный на анализе конфигураций пикселей в изображении объекта и включающий в себя следующие шаги.

1. Построение остова  $S(A)$  некруглого объекта  $A$ :

$$S(A) = \bigcup_{k=1}^K S_k(A) \quad (5)$$

$$S_k(A) = (A \ominus kB) \setminus [(A \ominus kB) \circ B], \quad (6)$$

где  $B$  – примитив  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ ;  $K$  – номер шага

итерации, после которого эрозия изображения  $A$  приводит к пустому множеству.

2. Удаление паразитных компонентов остова  $S(A)$  (усечение). Результат усечения  $X_4$ :

$$X_1 = A \otimes \{H\} \quad (7)$$

$$X_2 = \bigcup_{k=1}^8 (X_1 \otimes H_k) \quad (8)$$

$$X_3 = (X_2 \oplus B) \cap S(A) \quad (9)$$

$$X_4 = X_1 \cup X_3 \quad (10)$$

где  $H^k$  – примитив  $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $k=1,2,3,4$  (с пово-

ротами на  $90^0$ );  $H^k$  – примитив  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ ,  $k=5$ ,

6, 7, 8 (с поворотами на  $90^0$ );  $\{H\}$  – последовательность примитивов  $H^k$ .

3. Выполнение преобразования «успех/ неудача» [1] для остова объекта после усечения:

$$X_4 \otimes C = (X_4 \ominus C_1) \cap (X_4^C \ominus C_2), \quad (11)$$

где  $X_4$  – матрица двоичного изображения с осто-

вом некруглого объекта;  $C = (C_1, C_2)$  – структурообразующая пара элементов  $C_1$  и  $C_2$ ;  $X_4^c$  – дополнение матрицы  $X_4$ .

Структурообразующая пара элементов  $C$  задает различные варианты ветвлений, которые могут присутствовать у некруглого объекта. Для  $C_1$  применяются матрицы поиска размером  $3 \times 3$ , приведенные в таблице. Для  $C_2$  – матрицы аналогичного размера, но с инверсными значениями. Множество элементов структурообразующего элемента  $C_1$  связано с интересующим объектом, а  $C_2$  с фоном, окружающим объект.

Определяются пиксели остова объекта, у которого имеются соседние пиксели, соответствующие представленным в матрицах конфигурациям.

4. Подсчет количества найденных пикселей, которые являются точками ветвлений объекта.

При наличии точек ветвлений некруглый объект относится к ветвистым, при их отсутствии – к полосовым. Предложенный алгоритм позволяет также подсчитывать количество ветвлений ветвистого объекта, что позволяет проводить классификацию объектов данного типа согласно рисунку 2.

Матрицы поиска

$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$		

**Заключение.** В статье рассматривается классификация лабиринтных доменных структур, приводятся результаты анализа и кластеризации коэффициентов округлости и заполнения для разделения объектов на круглые, эллиптические, гантелеобразные и некруглые (полосовые и ветвистые объекты). Предложен алгоритм определения наличия ветвлений у некруглых объектов, основанный на использовании морфологического преобразования.

На основе полученных результатов построен и обучен нечеткий классификатор лабиринт-

ных доменных структур [10]. Разработано программное обеспечение для распознавания эллиптических, гантелевидных, полосовых и ветвистых доменов [11].

#### **Библиографический список**

1. Gonzalez R.C, Woods R. E., Eddins S. L. Digital Image Processing using MATLAB. - Pearson Education. 2004. P. 609.
2. Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А. и др. Новейшие методы обработки изображений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с.
3. Пытьев Ю.П., Чуликов А.И. Методы морфологического анализа изображений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 336 с.
4. Летюк Л.М., Костишин В.Г., Гончар А.В. Технология материалов магнитоэлектроники. – М.: МИСИС, 2005. – 352 с.
5. Jähne B. Digital image processing. - Springer Berlin Heidelberg New York, 2005. P. 654.
6. Zvezdin A.K., Kotov V.A. Modern magneto-optics and magneto-optical materials. – Bristol and Philadelphia: IOP Publishing, 1997. P. 386.
7. Логунов М.В., Герасимов М.В. Формирование и эволюция гигантских динамических доменов в гармоническом магнитном поле // Физика твердого тела. - 2003. - Т. 45.- С. 1031-1036.
8. Леоненков А.В. Нечёткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
9. Штовба С.Д. Проектирование нечётких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.
10. Брагин А.В., Логунов М.В., Никитов С.А., Пьянзин Д.В., Трифонов А.А. Распознавание объектов в лабиринтных доменных структурах // Компьютерная оптика. 2013. – Т. 37, № 2. – С. 263-268.
11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012613173. Программа для распознавания эллиптических, гантелевидных, полосовых и ветвистых доменов / Брагин А.В., Логунов М.В., Пьянзин Д.В., Трифонов А.А.

УДК 621.372.54

**А.Ю. Линович**

## **ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ПРИ ВЫБОРЕ ЧИСЛА КАНАЛОВ МНОГОСКОРОСТНОГО АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА С ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ**

*Получены аналитические зависимости, устанавливающие верхнюю границу при выборе максимального числа каналов многоскоростного адаптивного фильтра с передискретизацией. Процедура выбора числа каналов выполняется на этапе оптимизации структуры подсистемы анализа-синтеза. Оптимизация в данном случае подразумевает минимизацию объёма вычислительных затрат на реализацию многоскоростного адаптивного фильтра при заданной точности адаптивной настройки в установленном режиме.*

**Ключевые слова:** многоскоростная обработка сигналов, оптимизация структуры, многоскоростной адаптивный фильтр.

**Введение.** Адаптивные фильтры находят широкое применение в задачах прямого и обратного моделирования, они используются для компенсации эхо-сигналов, для выравнивания частотных характеристик каналов связи, для формирования диаграмм направленности антенн, для подавления шума. Учёными предложено много разнообразных адаптивных алгоритмов, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки. Наиболее сложные с точки зрения практической реализации алгоритмы позволяют достигать наивысшего качества настройки адаптивных устройств или обеспечивают наиболее высокое быстродействие. Другие алгоритмы применяются тогда, когда возникает

потребность упростить схемную реализацию адаптивного фильтра, а вместе с тем снизить энергопотребление и себестоимость разрабатываемого устройства.

Для сокращения вычислительных затрат на реализацию цифровых фильтров высокого порядка либо применяют блочные (быстрые) преобразования, такие как быстрое преобразование Фурье, либо используют методы многоскоростной обработки сигналов. Многоскоростные адаптивные фильтры (МАФ) предполагают, как правило, предварительное разбиение сигнала на ряд вторичных спектральных компонентов. Поэтому структура МАФ чаще всего является многоканальной. Тем не менее, задача оптимизации

структуры МАФ по числу каналов до сих пор не решена.

**Цель работы** – вывод аналитических выражений, позволяющих определять верхнюю границу при выборе максимального числа каналов многоскоростного адаптивного фильтра с передискретизацией.

Задача оптимизации структуры МАФ с передискретизацией сформулирована в [1]. В настоящее время предложено много подходов к построению МАФ [2], поэтому в данной статье предлагается ограничиться наиболее известным из них: комплексными МАФ с равномерным разбиением по частоте [3] (рисунок 1).

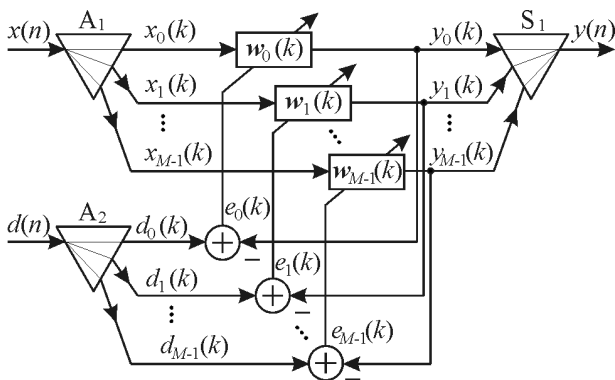


Рисунок 1 – Структурная схема МАФ

Здесь  $A_1$  и  $A_2$  – подсистемы анализа, расщепляющие входной сигнал  $x(n)$  и обучающий сигнал  $d(n)$  на  $M$  спектральных полос, которым соответствуют сигналы  $x_0(k), x_1(k), \dots, x_{M-1}(k)$  и  $d_0(k), d_1(k), \dots, d_{M-1}(k)$ . Равномерное разбиение по частоте предполагает равенство всех спектральных полос по ширине и равномерное распределение их центральных частот с шагом  $f_{\text{кв}} / M$  по частоте, где  $f_{\text{кв}}$  – частота дискретизации входного сигнала.  $S_1$  – подсистема синтеза, выполняющая объединение выходных сигналов  $y_0(k), y_1(k), \dots, y_{M-1}(k)$  отдельных адаптивных ядер  $w_0(k), w_1(k), \dots, w_{M-1}(k)$  в результирующий выходной сигнал  $y(n)$ . Поскольку ширина каждой из образованных спектральных полос меньше ширины спектра входного и обучающего сигнала, в подсистемах анализа выполняется переход на более низкую частоту дискретизации, а в дальнейшем первоначальное значение частоты дискретизации восстанавливается в подсистеме синтеза. Для удобства различения дискретных сигналов, определённых на высокой частоте дискретизации и на пониженной частоте дискретизации, на рисунке 1 при нумерации отсчётов используются разные индексы времени:  $n$  и  $k$ .

Для успешного функционирования МАФ подсистемы  $A_1$  и  $A_2$  по своим свойствам должны быть строго одинаковыми, а подсистема  $S_1$  должна быть надлежащим образом оптимизиро-

вана, чтобы соответствовать подсистемам  $A_1$  и  $A_2$ . Можно говорить, что подсистемы  $A_1, A_2$  и  $S_1$  образуют единую подсистему анализа-синтеза (ПАС). Более подробно принципы построения ПАС рассмотрены в [4]. Алгоритм расчёта подсистем анализа-синтеза с передискретизацией описан в [5].

В [6] обсуждался вопрос эквивалентности различных структур МАФ по точности настройки в установившемся режиме. Понижение частоты дискретизации входного сигнала в  $\nu$  раз позволяет проредить импульсную характеристику адаптивного фильтра (АФ) также в  $\nu$  раз. Если период дискретизации понижается в  $\nu$  раз, то есть когда  $f_{\text{кв}2} = f_{\text{кв}1} / \nu$  ( $T_2 = T_1 \nu$ ), то при сохранении прежней протяжённости импульсной характеристики фильтра число весовых коэффициентов (порядок фильтра) понижается в  $\nu$  раз:  $N_2 = N_1 / \nu$ . Поэтому эквивалентным порядком  $N_{\text{эkv}}$  цифрового фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ), работающего на пониженной частоте дискретизации, будем называть порядок КИХ-фильтра, который, работая без понижения частоты дискретизации, обладает импульсной характеристикой такой же длины. То есть при понижении частоты дискретизации в  $\nu$  раз эквивалентный порядок КИХ-фильтра  $N_{\text{эkv}}$  в  $\nu$  раз выше действительного порядка этого фильтра  $N_2$ . В дальнейших рассуждениях предполагается, что если ПАС состоит из идеальных фильтров, то при сохранении эквивалентного порядка МАФ точность адаптивной настройки в установившемся режиме не зависит от кратности понижения частоты дискретизации.

Здесь следует сразу же заметить, что в большинстве прикладных задач ПАС должна строиться из фильтров, импульсные характеристики которых значительно короче импульсных характеристик адаптивных ядер. Но чем короче импульсная характеристика, тем больше уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности и тем больше неравномерность в полосе пропускания фильтра. Ухудшение характеристик частотной избирательности фильтров ПАС накладывает предел на достижимую точность настройки МАФ в целом.

В общем виде задача оптимального синтеза цифровых цепей сформулирована в [4]. В случае МАФ задача оптимального синтеза разбивается на две подзадачи. Первая подзадача заключается в оптимальном выборе эквивалентного порядка для адаптивных ядер. Вторая подзадача соединяет в себе выбор числа каналов МАФ и оптимизацию фильтров, входящих в состав ПАС.

Решение первой подзадачи определяется заданным ограничением, наложенным на точность настройки МАФ в установившемся режиме (ме-

тоды её решения здесь не обсуждаются). Как только минимальный эквивалентный порядок  $N_{\text{экв}}$  установлен, решается вторая подзадача, которую можно сформулировать следующим образом. При заданном эквивалентном порядке МАФ  $N_{\text{экв}}$  требуется определить такое число каналов  $M$  и такой коэффициент децимации  $\nu$ , при которых для реализации МАФ требуется минимальный объём вычислительных затрат. Для определённости объём вычислительных затрат будем оценивать в операциях комплексного умножения с накоплением  $V_{\text{кун}}$  на один отсчёт входного сигнала  $x(n)$ . Математическая постановка задачи имеет вид:

$$\begin{cases} V_{\text{кун}}(M, \nu) \rightarrow \min_{M, \nu}, \\ N_{\text{экв}} = \text{const}. \end{cases} \quad (1)$$

Следовательно, задача оптимизации структуры МАФ сводится к минимизации целевой функции, в качестве которой выбран объём вычислительных затрат на реализацию адаптивной цифровой структуры, а точность воспроизведения желаемых характеристик относится к ограничивающим факторам.

Введём ещё одно допущение. Поскольку методы расчёта ПАС в классе цифровых цепей с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) достаточно сложны и не вполне исследованы, а также по причине нелинейности фазочастотных характеристик БИХ-фильтров в приведённом ниже исследовании поиск оптимального решения проводится в классе КИХ-цепей: предполагается, что все цифровые фильтры реализованы по принципу дискретной свёртки.

**Краткие теоретические сведения о синтезе цифровых систем в классе фильтров с конечной памятью.** Рассмотрим сначала задачу синтеза структуры узкополосного НЧ-фильтра с линейной ФЧХ в классе фильтров с конечной памятью [4]. Пусть требуется синтезировать цифровой фильтр, отвечающий следующим свойствам частотной избирательности:  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$  – частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – допустимая неравномерность амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра в полосе пропускания и допустимый уровень боковых лепестков в зоне непрозрачности (затухание в полосе непропускания).

Для оценки порядка оптимального фильтра с конечной памятью воспользуемся следующим выражением:

$$N = \alpha\beta L(\varepsilon_1, \varepsilon_2), \quad (2)$$

где  $\alpha = \omega_{c1}/(\omega_{c2} - \omega_{c1})$  – показатель прямоуглольности АЧХ,  $\beta = 2\pi/\omega_{c1}$  – показатель узкополосности АЧХ,  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  – показатель частотной избирательности.

На основе экспериментальных данных по большому числу оптимальных фильтров было получено эмпирическое соотношение, связывающее параметры  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  проектируемого фильтра с показателем его частотной избирательности [7]:

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = [k_1(\lg \varepsilon_1)^2 + k_2 \lg \varepsilon_1 + k_3] \lg \varepsilon_2 + [k_4(\lg \varepsilon_1)^2 + k_5 \lg \varepsilon_1 + k_6], \quad (3)$$

где:

$$\begin{aligned} k_1 &= 5,309 \cdot 10^{-3}, k_2 = 7,114 \cdot 10^{-2}, \\ k_3 &= -4,761 \cdot 10^{-1}, k_4 = -0,266 \cdot 10^{-3}, \\ k_5 &= -5,941 \cdot 10^{-1}, k_6 = -4,278 \cdot 10^{-1}. \end{aligned}$$

Показатель частотной избирательности  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  при изменении параметров  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в диапазоне  $10^{-4} \dots 10^{-1}$ , что отвечает фактически большинству используемых на практике вариантов, принимает значения от 1 до 5 и может быть аппроксимирован выражением [4, 8]:

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \approx -\frac{2}{3} \lg 10 \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (4)$$

Выражение (2) показывает, что при заданных  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  затраты на реализацию узкополосного фильтра с конечной памятью, пропорциональные его порядку  $N$ , определяются главным образом двумя параметрами: показателем узкополосности  $\beta$  и показателем прямоуглольности АЧХ  $\alpha$  (при повышении требования к прямоуглольности АЧХ фильтра показатель  $\alpha \gg 1$ ). Поэтому поиск эффективных путей минимизации общих вычислительных и аппаратных затрат должен быть направлен на «снятие» или, по крайней мере, существенное уменьшение пропорциональной зависимости порядка  $N$  от показателей  $\alpha$  и  $\beta$ .

Синтез цифровых фильтров, образующих ПАС, существенно отличается от синтеза отдельно взятых цифровых фильтров. При создании МАФ важно, чтобы в результате всей совокупности преобразований, выполняемых всем множеством входящих в его состав фильтров цифровой частотной селекции, обеспечивалось по возможности наиболее точное воспроизведение результирующего широкополосного сигнала. Поэтому в случае расчёта ПАС параметр  $\varepsilon_1$  ограничивает ошибку воспроизведения выходного результирующего сигнала  $y(n)$ .

Точных соотношений, которые позволяли бы установить взаимосвязь между порядком ПАС и её основными характеристиками, аналогичных (2) и (3), в работах современных учёных найти не удаётся. Но, анализируя наиболее перспективные методики расчёта ПАС, опубликованные в [5, 9], можно сделать несколько важных выводов. При параметрах МАФ, соответ-

вующих большинству используемых на практике вариантов, значения показателя частотной избирательности для ПАС близки к значениям показателя частотной избирательности  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , определённого в форме (3).

**Верхняя граница при выборе числа каналов МАФ, использующего нормированный алгоритм наименьших средних квадратов.** Чаще всего для настройки адаптивных ядер МАФ (рисунок 1) используется нормированный алгоритм наименьших средних квадратов (ННСК) [3, 10, 11]. Известно [6], что в АФ порядка  $N_{\text{экв}}$  при настройке по алгоритму ННСК необходимо  $2N_{\text{экв}} + 3$  комплексных умножений-накоплений (к.у.н.).

Переход к  $M$ -канальной структуре МАФ с коэффициентом децимации  $\nu$  позволяет сократить объём вычислительных затрат. На реализацию набора адаптивных ядер МАФ с эквивалентным порядком  $N_{\text{экв}}$  потребуется:

$$V_{\text{кун, АФ1}} = 2MN_{\text{экв}} / \nu^2 \quad \text{к.у.н.},$$

а на построение двух подсистем анализа и одной подсистемы синтеза необходимо:

$$V_{\text{кун, ПАС1}} = 3(M/\nu)\alpha\beta L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad \text{к.у.н.} \quad (5)$$

Исходя из принципов функционирования комплексных МАФ с равномерным разбиением по частоте [3], можно найти  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$ :

$$\omega_{c1} = 2\frac{\pi}{M} - \frac{\pi}{\nu}, \quad \omega_{c2} = \frac{\pi}{\nu}.$$

Воспользовавшись определениями показателей  $\alpha$  и  $\beta$ , запишем:

$$\alpha = \frac{2\nu - M}{2(M - \nu)}, \quad \beta = \frac{2M\nu}{2\nu - M} \quad (6)$$

и упростим (5):

$$\begin{aligned} V_{\text{кун, ПАС1}} &= 3(M/\nu)M\nu/(M - \nu)L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \\ &= 3[M^2/(M - \nu)]L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad \text{к.у.н.} \end{aligned}$$

Суммарные вычислительные затраты на построение МАФ с одноступенчатым понижением частоты дискретизации составят:

$$\begin{aligned} V_{\text{кун, МАФ1}} &= 2MN_{\text{экв}} / \nu^2 + \\ &+ 3[M^2/(M - \nu)]L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad \text{к.у.н.} \end{aligned} \quad (7)$$

Приступим к выводу зависимости оптимального числа каналов  $M_{\text{опт}}$  и оптимального коэффициента прореживания  $\nu_{\text{опт}}$  от эквивалентного порядка МАФ  $N_{\text{экв}}$ . Найдём также такое соотношение между параметрами  $M_{\text{опт}}$  и  $\nu_{\text{опт}}$ , при которых достигается минимальный объём вычислительных затрат при выборе оценки (7).

С целью упрощения приводимых далее математических преобразований введём параметр  $\xi = 2N_{\text{экв}} / 3L(\varepsilon_{\text{доп1}}, \varepsilon_{\text{доп2}})$  и функцию

$$\begin{aligned} V_M(\nu, M) &= 3L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot V_{\text{кун, МАФ1}} = \\ &= \xi \cdot M / \nu^2 + 3[M^2/(M - \nu)], \end{aligned} \quad (8)$$

которая отличается от функции (7) только постоянным множителем.

В точке минимума дробно-рациональной функции двух переменных обе частные производные обращаются в нуль. Найдём частные производные (8):

$$\begin{cases} \frac{\partial V_M}{\partial \nu} = \frac{M^2}{(\nu - M)^2} - 2\xi \frac{M}{\nu^3}, \\ \frac{\partial V_M}{\partial M} = \xi \frac{1}{\nu^2} + \frac{2M(M - \nu) - M^2}{(\nu - M)^2}. \end{cases}$$

Приравняв обе частные производные к нулю, получим:

$$\begin{cases} \frac{M^2}{(\nu - M)^2} = 2\xi \frac{M}{\nu^3}, \\ \xi \frac{1}{\nu^2} + 1 = \frac{\nu^2}{(\nu - M)^2}. \end{cases}$$

Преобразуем далее систему к виду:

$$\begin{cases} \frac{\nu^4}{(\nu - M)^2} = 2\xi \frac{\nu}{M}, \\ \frac{\nu^4}{(\nu - M)^2} = \xi + \nu^2. \end{cases}$$

Вычитая первое уравнение системы из второго, после упрощения системы получим окончательно:

$$\begin{cases} \nu^3 - \frac{2\xi}{M}(\nu - M)^2 = 0, \\ \nu^2 - \frac{2\xi}{M}\nu + \xi = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Из второго уравнения системы (9) можно выразить  $M$ :

$$M = \frac{2\xi\nu}{\nu^2 + \xi}. \quad (10)$$

Попытка нахождения параметров  $M$  и  $\nu$  непосредственно из системы (9) приводит к необходимости нахождения корней полинома четвёртого порядка:  $\nu^4 - \nu^3 - 2\xi\nu^2 - \xi\nu + \xi^2$ . Поэтому проще всего решить поставленную задачу, подставив значение  $M$ , определяемое выражением (10), в (8), а затем найти точку минимума полученной дробно-рациональной функции одной переменной:



$$V_{M2}(v) = \frac{2\xi^2}{v(v^2 + \xi)} + \frac{4\xi^2 v^2 (v^2 + \xi)}{(v^2 + \xi)^2 (2\xi v - v^3 - \xi v)} =$$

$$= \frac{2\xi^2 (\xi + v^2)}{v(\xi - v^2)(\xi + v^2)} = \frac{2\xi^2}{v(\xi - v^2)}.$$

Анализируя  $V_{M2}(v)$ , приходим к выводу, что искомая точка минимума функции  $V_{M2}(v)$  лежит на интервале  $(0, \xi)$ . Она является единственной и совпадает с точкой максимума обратной функции:  $1/V_{M2}(v)$ . Находя производную от  $1/V_{M2}(v)$  и приравнявая полученное выражение к нулю, находим:

$$v_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\xi}{3}}.$$

Из (10) следует, что:

$$M_{\text{опт}} = \frac{\sqrt{3\xi}}{2}.$$

Учитывая, что  $\xi = 2N_{\text{экв}} / 3L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ , получаем оптимальные решения поставленной задачи:

$$M_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{N_{\text{экв}}}{2L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}}, \quad (11)$$

$$v_{\text{опт}} = \frac{2}{3} M_{\text{опт}}. \quad (12)$$

Таким образом, наиболее выгодным с точки зрения экономии вычислительных затрат, выраженных в операциях комплексного умножения с накоплением, оказывается выбор коэффициента децимации равным  $2/3$  от числа каналов МАФ. Как показывает компьютерное моделирование, отношение (12) оказывается справедливым даже в тех случаях, когда число каналов отличается от оптимального значения, определяемого (11). Оптимальное число каналов МАФ увеличивается с ростом порядка  $N_{\text{экв}}$  пропорционально квадратному корню от порядка  $N_{\text{экв}}$ , что символически можно записать как  $M_{\text{опт}} = O(N_{\text{экв}}^{1/2})$ .

**Верхняя граница при выборе числа каналов МАФ, использующего рекурсивный алгоритм наименьших квадратов.** Решим теперь задачу (1) для МАФ, в котором настройка адаптивных ядер выполняется по рекурсивному алгоритму наименьших квадратов (РНК) [10, 11]. Известно [6], что для АФ порядка  $N_{\text{экв}}$ , в котором для настройки используется алгоритм РНК, необходимо  $2,5 N_{\text{экв}}^2 + 4N$  к.у.н. Переход к  $M$ -канальной структуре МАФ с коэффициентом децимации  $v$  позволяет сократить объём вычислительных затрат. На реализацию набора адаптивных ядер с эквивалентным порядком  $N_{\text{экв}}$  требуется:

$$V_{\text{кун,АФ2}} = \frac{5M}{2v} \left( \frac{N_{\text{экв}}}{v} \right)^2 + \frac{4M}{v} \left( \frac{N_{\text{экв}}}{v} \right) \text{ к.у.н.,}$$

а на построение двух подсистем анализа и одной подсистемы синтеза необходимо:

$$V_{\text{кун,ПАС2}} = 3 [M^2 / (M - v)] L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \text{ к.у.н.}$$

Суммарные вычислительные затраты на построение САФ с одноступенчатым понижением частоты дискретизации составят:

$$V_{\text{кун,МАФ2}} = 3 [\xi_1 M / v^2 + \xi_2 M / v^3 + M^2 / (M - v)] \text{ к.у.н.,} \quad (13)$$

где:

$$\xi_1 = 4N_{\text{экв}} / 3L(\varepsilon_1, \varepsilon_2), \quad \xi_2 = 5N_{\text{экв}}^2 / 6L(\varepsilon_1, \varepsilon_2). \quad (14)$$

Задача состоит в установлении зависимостей оптимального числа каналов  $M_{\text{опт}}$  и оптимального коэффициента прореживания  $v_{\text{опт}}$  от эквивалентного порядка МАФ  $N_{\text{экв}}$ , при которых достигается минимум объёма вычислительных затрат, определённого выражением (13).

Введём для упрощения приводимых далее математических преобразований функцию:

$$V_{M3}(v, M) = 3L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot V_{\text{кун,МАФ2}} =$$

$$= \xi_1 \frac{M}{v^2} + \xi_2 \frac{M}{v^3} + \frac{M^2}{M - v}, \quad (15)$$

в которой в отличие от (15) отсутствует только постоянный множитель 3. Учитывая, что в любом МАФ с передискретизацией  $v < M$ , сразу следует заметить, что при  $0 < v < M$  функция  $V_{M3}(v, M)$  принимает только положительные значения и стремится к бесконечности на краях указанного интервала.

В точке минимума дробно-рациональной функции двух переменных обе частные производные обращаются в нуль. Найдём частные производные (15):

$$\begin{cases} \frac{\partial V_{M3}}{\partial v} = \frac{M^2}{(v - M)^2} - 2\xi_1 \frac{M}{v^3} - 3\xi_2 \frac{M}{v^4}, \\ \frac{\partial V_{M3}}{\partial M} = \frac{\xi_1}{v^2} + \frac{\xi_2}{v^3} + \frac{2M(M - v) - M^2}{(v - M)^2}. \end{cases}$$

Приравняв обе частные производные к нулю, получим:

$$\begin{cases} \frac{M}{(v - M)^2} - \frac{2\xi_1}{v^3} - \frac{3\xi_2}{v^4} = 0, \\ \frac{\xi_1}{v^2} + \frac{\xi_2}{v^3} + \frac{M^2 - 2Mv}{(v - M)^2} = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Преобразуем далее систему к виду:

$$\begin{cases} \frac{v^2}{(v-M)^2} = \frac{2\xi_1}{Mv} + \frac{3\xi_2}{Mv^2}, \\ \frac{v^2}{(v-M)^2} = 1 + \frac{\xi_1}{v^2} + \frac{\xi_2}{v^3}. \end{cases}$$

Вычитая первое уравнение системы из второго, выразим  $M$  через  $v$ :

$$M = v\gamma(v), \quad (17)$$

где

$$\gamma(v) \triangleq \frac{2\xi_1 v + 3\xi_2}{v^3 + \xi_1 v + \xi_2}. \quad (18)$$

Подставив значение  $M$ , определяемое выражением (17), в (15), получим функцию одной переменной:

$$V_{M4}(v) = \xi_1 \frac{\gamma(v)}{v} + \xi_2 \frac{\gamma(v)}{v^2} + \frac{v \cdot \gamma^2(v)}{\gamma(v) - 1}.$$

Упростим полученное выражение:

$$\begin{aligned} V_{M4}(v) &= \frac{\gamma(v)}{v^2} \left[ \xi_1 v + \xi_2 + \frac{v^3 \cdot \gamma(v)}{\gamma(v) - 1} \right] = \\ &= \gamma(v) \left[ \frac{\xi_1}{v} + \frac{\xi_2}{v^2} + \frac{2\xi_1 v^2 + 3\xi_2 v}{-v^3 + \xi_1 v + 2\xi_2} \right] = \\ &= \gamma(v) \frac{(\xi_1 v + \xi_2)(-v^3 + \xi_1 v + 2\xi_2) + 2\xi_1 v^4 + 3\xi_2 v^3}{v^2(-v^3 + \xi_1 v + 2\xi_2)} = \\ &= \gamma(v) \frac{\xi_1 v^4 + 2\xi_2 v^3 + \xi_1^2 v^2 + 3\xi_1 \xi_2 v + 2\xi_2^2}{v^2(-v^3 + \xi_1 v + 2\xi_2)} = \\ &= \frac{2\xi_1 v + 3\xi_2}{v^3 + \xi_1 v + \xi_2} \cdot \frac{(\xi_1 v + 2\xi_2)(v^3 + \xi_1 v + \xi_2)}{v^2(-v^3 + \xi_1 v + 2\xi_2)} = \\ &= -\frac{2\xi_1^2 v^2 + 7\xi_1 \xi_2 v + 6\xi_2^2}{v^2(v^3 - \xi_1 v - 2\xi_2)}. \end{aligned}$$

Как упоминалось при анализе выражения (15), на интересующем нас интервале  $V_{M3}(v)$  всегда положительна и не имеет разрывов. Отсюда следует, что знаменатель полученного теперь выражения не равен нулю.

Экстремумы дробно-рациональной функции  $V_{M4}(v)$  соответствуют значениям аргумента  $v$ , в которых производная  $dV_{M4}(v)/dv$  обращается в нуль.

Найдём производную функции  $V_{M4}(v)$ :

$$\begin{aligned} \frac{dV_{M4}}{dv} &= -\frac{1}{v^4(v^3 - \xi_1 v - 2\xi_2)^2} \left[ (4\xi_1^2 v + \right. \\ &+ 7\xi_1 \xi_2)(v^3 - \xi_1 v - 2\xi_2)v^2 - (2\xi_1^2 v^2 + 7\xi_1 \xi_2 v + \\ &+ 6\xi_2^2)(2v(v^3 - \xi_1 v - 2\xi_2) + v^2(3v^2 - \xi_1)) \left. \right]. \end{aligned}$$

Приравняем полученное выражение к нулю и упростим его, учитывая, что знаменатель не равен нулю на рассматриваемом нами интервале:

$$\begin{aligned} 3\xi_1^2 v^5 + 14\xi_1 \xi_2 v^4 - (\xi_1^3 - 15\xi_2^2)v^3 - \\ - 7\xi_1^2 \xi_2 v^2 - 16\xi_1 \xi_2^2 v - 12\xi_2^3 = 0. \end{aligned}$$

Полученный многочлен 5-го порядка можно разложить на множители:

$$\begin{aligned} (\xi_1 v + 3\xi_2)(3\xi_1 v^4 + 5\xi_2 v^3 - \\ - \xi_1^2 v^2 - 4\xi_1 \xi_2 v - 4\xi_2^2) = 0. \end{aligned}$$

Поскольку первый множитель всегда положителен при  $v > 0$ , то его можно сократить. Оптимальное значение  $v_{\text{опт}}$  находится решением уравнения четвёртого порядка:

$$3\xi_1 v^4 + 5\xi_2 v^3 - \xi_1^2 v^2 - 4\xi_1 \xi_2 v - 4\xi_2^2 = 0. \quad (19)$$

Для нахождения корней уравнения четвёртой степени воспользуемся методом Феррари [12].

Если  $A, B, C, D, E$  – коэффициенты многочлена четвёртой степени, записанного в форме  $Av^4 + Bv^3 + Cv^2 + Dv + E$ , то для уравнения (19) имеем:  $A = 3\xi_1, B = 5\xi_2, C = -\xi_1^2, D = -4\xi_1 \xi_2, E = -4\xi_2^2$ .

С учётом введённых обозначений:

$$\alpha = -\frac{3B^2}{8A^2} + \frac{C}{A} = -\frac{75\xi_2^2}{72\xi_1^2} - \frac{\xi_1}{3} = -\frac{25\xi_2^2}{24\xi_1^2} - \frac{\xi_1}{3},$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{B^3}{8A^3} - \frac{BC}{2A^2} + \frac{D}{A} = \\ &= \frac{125\xi_2^3}{8 \cdot 27\xi_1^3} + \frac{5\xi_2 \xi_1^2}{2 \cdot 9\xi_1^2} - \frac{4\xi_1 \xi_2}{3\xi_1} = \frac{125\xi_2^3}{8 \cdot 27\xi_1^3} - \frac{19\xi_2}{18}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= -\frac{3B^4}{256A^4} + \frac{B^2 C}{16A^3} - \frac{BD}{4A^2} - \frac{E}{A} = \\ &= -\frac{625\xi_2^4}{256 \cdot 27\xi_1^4} - \frac{361\xi_2^2}{16 \cdot 27\xi_1}. \end{aligned}$$

Далее находим  $P$  и  $Q$  и упрощаем полученные выражения:

$$P = -\frac{\alpha^2}{12} - \gamma = \frac{7\xi_2^2}{9\xi_1} - \frac{\xi_1}{4 \cdot 27},$$

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{\alpha^3}{108} + \frac{\alpha\gamma}{3} - \frac{\beta^2}{8} = \\ &= \frac{25\xi_2^4}{27 \cdot 27\xi_1^3} + \frac{\xi_1^3}{4 \cdot 27 \cdot 27} - \frac{7\xi_2^2}{81 \cdot 2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Находим  $R$ :

$$R = -\frac{Q}{2} + \sqrt{\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3}, \quad (21)$$

В (21) перед корнем может стоять как «+», так и «-». Здесь мы ограничились рассмотрением одного из двух возможных случаев.

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q}{2}\right)^2 &= \frac{1}{16 \cdot 27 \cdot 27} \left( \frac{25\xi_2^4}{\xi_1^3} + \frac{\xi_1^3}{2 \cdot 27} - \frac{7\xi_2^2}{3} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{16 \cdot 27 \cdot 27} \left( \frac{625\xi_2^8}{\xi_1^6} - \frac{14 \cdot 25\xi_2^6}{3\xi_1^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4\xi_2^4}{27} - \frac{7\xi_1^3\xi_2^2}{81} + \frac{\xi_1^6}{4 \cdot 27 \cdot 27} \right), \\ \left(\frac{P}{3}\right)^3 &= \frac{1}{27^3} \left( \frac{7\xi_2^2}{\xi_1} - \frac{\xi_1^2}{12} \right)^3 = \\ &= \frac{1}{27^3} \left( \frac{7^3\xi_2^6}{\xi_1^3} - \frac{49\xi_2^4}{4} + \frac{7\xi_1^3\xi_2^2}{3 \cdot 16} - \frac{\xi_1^6}{27 \cdot 64} \right). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3 &= \\ &= \frac{1}{16 \cdot 27^3} \left( \frac{27 \cdot 625\xi_2^8}{\xi_1^6} + \frac{2338\xi_2^6}{\xi_1^3} - 24\xi_2^4 \right). \\ \sqrt{\left(\frac{Q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3} &= \\ &= \frac{\xi_2^2}{4 \cdot 81\sqrt{3}} \sqrt{\frac{27 \cdot 625\xi_2^4}{\xi_1^6} + \frac{2338\xi_2^2}{\xi_1^3} - 24}. \quad (22) \end{aligned}$$

Величину  $R$ , определяемую (21), нетрудно выразить через  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , если воспользоваться результатами (20) и (22).

Далее для нахождения корней (19) предлагается использовать следующую методику, основанную на методе Феррари [12]. Прежде всего, следует найти три комплексных корня из  $R$ . Из них подойдёт лишь один, поэтому дальнейшие действия следует проводить поочерёдно со всеми тремя корнями. Обозначим «подходящий нам» корень переменной  $U$ :

$$U = \sqrt[3]{R}.$$

Тогда, учитывая, что  $U \neq 0$  (это легко проверить), находим:

$$\begin{aligned} y &= -\frac{5}{6}\alpha + U - \frac{P}{3U} = \\ &= \frac{5}{6} \left( \frac{25\xi_2^2}{24\xi_1^2} + \frac{\xi_1}{3} \right) + U - \frac{1}{27U} \left( \frac{7\xi_2^2}{\xi_1} - \frac{\xi_1^2}{12} \right). \end{aligned}$$

Далее вычисляем:

$$W = \sqrt{\alpha + 2y} = \sqrt{-\frac{25\xi_2^2}{24\xi_1^2} - \frac{\xi_1}{3} + 2y}.$$

Корни (19) определяются по формуле:

$$v_{\text{опт}} = -\frac{B}{4A} + \frac{1}{2} \left( \pm_s W \pm_t \sqrt{-\left(3\alpha + 2y \pm_s \frac{2\beta}{W}\right)} \right). \quad (23)$$

Два  $\pm_s$  должны иметь одинаковый знак,  $\pm_t$  независим от  $\pm_s$ . В нашем случае  $\pm_s$  и  $\pm_t$  должны быть заменены плюсами, в чём нетрудно убедиться.

Расчёт корней уравнения четвёртой степени (19) на компьютере, выполняемый непосредственно в форме (23), приводит к неточным результатам. Причём ошибка увеличивается с ростом эквивалентного порядка  $N_{\text{эКВ}}$ . Данный эффект объясняется ограниченностью разрядной сетки и появлением чрезмерно больших величин при возведении в степень. Поэтому для повышения точности расчёта необходимо модифицировать формулу.

Математически предлагаемое упрощение программы соответствует преобразованию выражения (23) в форму:

$$v_{\text{опт}} = \frac{N_{\text{эКВ}}}{2} \left( \sqrt{a} - \sqrt{b} - \frac{25}{48} \right), \quad (24)$$

где:

$$a = 2d - b + \frac{125e^3 - 190/N_L}{108\sqrt{b}},$$

$$b = \frac{2}{3} \left[ d + \left( \frac{175/16 - 4/(9N_L) - c}{3c} \right) \frac{1}{\sqrt{N_L}} \right],$$

где:

$$\begin{aligned} c &= \left[ 5e \sqrt{\frac{625 \cdot 81}{64} e^4 N_L - \frac{2}{N_L} + \frac{1169e^2}{8}} + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{8}{27N_L} - \frac{35e}{2} \right) \sqrt{N_L} + 225e^4 \sqrt{N_L} \right]^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$d = \frac{25}{24} e^2 + \frac{4}{9N_L},$$

$$e = \frac{5}{8},$$

$$N_L = N_{\text{эКВ}} L(\varepsilon_1, \varepsilon_2).$$

Решение задачи можно упростить, если вместо точного решения использовать приближённое выражение. Учитывая, что в большинстве случаев  $N_{\text{экв}} \gg 1$ , из (15) следует, что  $\xi_2 \gg \xi_1$ . Пренебрегая величиной  $\xi_1$  в (16), получаем:

$$5\xi_2\nu^3 - 4\xi_2^2 \approx 0.$$

Отсюда:

$$\nu_{\text{опт}} \approx \sqrt[3]{\frac{4\xi_2}{5}} = \sqrt[3]{\frac{2N_{\text{экв}}^2}{3L(\varepsilon_{\text{доп1}}, \varepsilon_{\text{доп2}})}}. \quad (25)$$

Эксперименты показывают, что результаты расчётов по приближённой формуле (25) хорошо согласуются с точными значениями, найденными при решении задачи в форме (24). Причём относительная погрешность быстро уменьшается с ростом эквивалентного порядка МАФ.

Оптимальное число каналов  $M_{\text{опт}}$  выражается через  $\nu_{\text{опт}}$  с помощью (17) и (18). Если снова пренебречь  $\xi_1$  в силу малости ( $\xi_2 \gg \xi_1$ ), то

$$M_{\text{опт}} \approx \frac{3\xi_2\nu}{\nu^3 + \xi_2} = \frac{5}{3} \sqrt[3]{\frac{2N_{\text{экв}}^2}{3L(\varepsilon_{\text{доп1}}, \varepsilon_{\text{доп2}})}}, \quad (26)$$

$$\nu_{\text{опт}} \approx \frac{3}{5} M_{\text{опт}}. \quad (27)$$

Таким образом, наиболее выгодным с точки зрения экономии вычислительных затрат, выраженных в операциях комплексного умножения с накоплением, оказывается выбор коэффициента децимации равным 3/5 от числа каналов МАФ. При этом оптимальное число каналов МАФ увеличивается с ростом эквивалентного порядка  $N_{\text{экв}}$  пропорционально квадрату кубического корня от  $N_{\text{экв}}$ , что символически можно записать как  $M_{\text{опт}} = O(N_{\text{экв}}^{2/3})$ .

**Заключение.** В статье выведены аналитические зависимости, определяющие верхнюю границу области поиска оптимального числа каналов МАФ с передискретизацией. Ранее в журнале «Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета» были опубликованы результаты экспериментов по использованию МАФ с передискретизацией в [13 – 14]. Для специалистов, интересующихся техническими вопросами, связанными с выделением спектральных компонентов, интерес представляют также работы [15 – 24].

Цель оптимизации заключается в сокращении общего объёма вычислительных затрат. При поиске оптимального решения предполагается, что все фильтры реализованы методом линейной свёртки, то есть принадлежат к классу КИХ-фильтров.

Показано, что верхняя граница для адаптив-

ного алгоритма ННСК определяется выражениями (11) и (12), а для алгоритма РНК – выражениями (26) и (27). Оптимальный выбор числа каналов МАФ характеризуется степенными зависимостями вида:  $O(N_{\text{экв}}^{1/2})$  и  $O(N_{\text{экв}}^{2/3})$  соответственно.

### Библиографический список

1. Vityazev V.V., Linovich A.Yu. A subband equalizer with the flexible structure of the analysis/synthesis subsystem // Proc. IEEE Region 8 International Conference on Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering «SIBIRCON-2010». Irkutsk – Listvyanka, Russia, July 11–15, 2010. – vol. 1. – pp. 174 – 178.
2. Линович А.Ю. Адаптивные фильтры с цифровой частотной селекцией сигналов в системах широкополосной связи с одной несущей структурой // Труды РНТОРЭС им. А.С. Попова. Серия: Научная сессия, посвящённая Дню радио. М., 2012. – Выпуск XLVII. – С. 316 – 319.
3. Haykin S. Adaptive Filter Theory. – London: Pearson, 5th ed., 2013. – 912 p.
4. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.
5. Davidson T.N. Enriching the art of FIR filter design via convex optimization // IEEE Signal Processing. 2010. – №3. – pp. 89 – 101.
6. Линович А.Ю. Применение методов частотно-временной декомпозиции при решении задачи обратного моделирования // Цифровая обработка сигналов. 2005. – № 3. – С. 28 – 37.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
8. Bellanger M.G. Traitement numérique du signal. – Paris: Masson, 1980. – 375 pp.
9. Wilbur M.R., Davidson T.N., Reilly J.P. Efficient design of oversampled NPR GDFT filter banks // IEEE transactions on signal processing. 2004. – № 7. – pp. 1947 – 1963.
10. Уидроу Б. и др. Комплексная форма алгоритма НСКО // ТИИЭР. 1975. – № 3. – С. 49 – 51.
11. Коуэн К.Ф., Грант П.М. Адаптивные фильтры: пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 832 с.
13. Линович А.Ю. Эквалайзер с адаптивной структурой системы анализа-синтеза // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2011. – № 35. – С. 15 – 22.
14. Линович А.Ю. Эквалайзер с адаптацией порядков внутриканальных фильтров // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2012. – № 39-1. – С. 42 – 50.
15. Паршин А.Ю., Паршин Ю.Н. Максимально правдоподобное оценивание корреляционной размерности с учётом влияния смещения оценки и усечения диапазона масштабов // Вестник Рязанского государ-

ственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 18 – 25.

16. Семина М.Е. Алгоритм оценки параметров акустических шумов на основе вейвлет-пакетного представления // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 41 – 46.

17. Ковалев А.Н., Ковалев Ф.Н. Определение координат движущейся цели в просветной многопозиционной радиолокационной системе // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 46 – 49.

18. Дондик Е.М., Пылькин А.Н., Вавилова О.С. Распознавание искажённых фонем методом вейвлет-преобразования // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 76 – 80.

19. Малёбу Д.П., Корнеев В.А. Повышение пропускной способности магистральной сети связи республики Ангола на основе DWDM // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 134 – 138.

20. Егоров А.В., Жоау А. Повышение помехо-

устойчивости низкоскоростного кодера речи // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 138 – 142.

21. Малёбу Д.П., Корнеев В.А. Повышение пропускной способности магистральной сети связи республики Ангола на основе DWDM // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 134 – 138.

22. Штрунова Е.С. Процедура определения позиций настраиваемых элементов в частично адаптивной ФАР // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-2 (46). – С. 48 – 50.

23. Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф. Оптимизация рекуррентной процедуры расчёта коэффициентов фильтра подавления комбинированных помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-2 (46). – С. 27 – 30.

24. Васильев А.М. Алгоритм сжатия изображений на основе модифицированного дискретного косинусного преобразования // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-2 (46). – С. 16 – 21.

УДК 004.852, 004.855.5

*М.В. Акинин, Н.В. Акинина, М.Б. Никифоров*

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НЕЗАВИСИМЫХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА И АДДИТИВНОГО ШУМА

*Рассмотрен алгоритм разделения полезного сигнала и шума на основе использования анализа независимых компонент. Рассмотрены различные виды нейронных сетей, применимые для реализации анализа независимых компонент. Приведены результаты ряда экспериментов, показывающих временную и качественную эффективность применения анализа независимых компонент для отделения от шума сигналов различного происхождения.*

**Ключевые слова:** анализ независимых компонент, искусственная нейронная сеть, компьютерное зрение.

**Введение.** Одним из важнейших этапов при решении задач компьютерного зрения является предварительная обработка изображений с целью подавления и устранения шумов различной природы.

**Цель работы** — рассмотреть анализ независимых компонент (англ. independent component analysis, ICA) как средство для устранения шумовой компоненты типа «соль – перец» из исходных изображений, сравнить ICA с прочими средствами подавления шума «соль – перец», предложить и обосновать способы улучшения алгоритмов, реализующих ICA.

**Теоретическая часть.**

Шум типа «соль – перец» для двумерных дискретных сигналов (изображений) с  $N > 1$  уровнями сигнала представляет собой совмеще-

ние произвольного значения и каждого элемента сигнала. В качестве оценки эффективности  $f$  восстановления по идеальному исходному сигналу может использоваться разность единицы и нормированной суммы разностей элементов идеального и восстановленного сигналов.

ICA впервые был предложен в 1986 году в штате Юта (США) на конференции, посвященной исследованию нейронных сетей, как модель, способная разделить смесь независимых сигналов на основе информации о реализации вектора наблюдений. ICA можно рассматривать как расширение анализа главных компонент (англ. principal component analysis, PCA) [1]. Данный метод, в отличие от PCA, требует статистической независимости отдельных компонентов выходного вектора  $Y$  и не связан с требованием

ортогональности. Модель, используемая в анализе независимых компонент, может принимать вид (1):

$$Y = H \cdot X, \quad (1)$$

где  $X$  —  $n$ -мерный случайный вектор с независимыми компонентами,  $Y$  —  $m$ -мерный случайный вектор,  $H$  — некоторое обратимое неизвестное преобразование. Задача ИСА формулируется как задача поиска такой проекции вектора  $Y$  на линейное пространство векторов  $X$ , компоненты которой были бы статистически независимы. При этом для анализа доступна только некоторая статистическая выборка значений случайного вектора  $Y$ .

Для упрощения проведения анализа независимых компонент принимается ряд ограничений:

- выходные сигналы статистически независимы, т. е. значение одного из них никак не влияет на вероятность значений других;
- независимые компоненты имеют не гауссово распределение либо допустимо, что только одна из компонент распределена нормально;
- обратимость и квадратичность матрицы совмещения, т. е. число независимых компонент совпадает с числом наблюдаемых смещенных сигналов.

Традиционные методы линейного ИСА строятся по вариационному принципу:

$$X = \arg \min \cup \max(Q(A \cdot Y)), \quad (2)$$

где  $A$  — матрица  $m \times n$ ,  $Q$  — функционал модели, имеющей смысл критерия независимости компонент.

Для нелинейной ИСА задача является неопределенной, так как часто неясен вид отображения  $H$  в формуле (1). Возможным решением проблемы ИСА в таком случае является явное определение преобразования независимости компонент.

В качестве критерия статистической независимости можно выбрать взаимную информацию  $I(Y_j; Y_i)$  между случайными переменными  $Y_i$  и  $Y_j$ , которые являются компонентами выходного вектора  $Y$ . В идеальном случае эта информация равна нулю, следовательно, соответствующие компоненты  $Y_i$  и  $Y_j$  являются статистически независимыми. Такой эффект достигается при минимизации взаимной информации между всеми парами случайных переменных, составляющих вектор  $Y$ . Эта цель эквивалентна [2] минимизации дивергенции Кулбека-Лейблера (3) между функцией плотности вероятности  $f_Y(y, W)$ , параметризованной по  $W$ , и соответствующим факториальным распределением:

$$f_Y(y, W) = \prod_{i=1}^m f_{Y_i}(y_i, W), \quad (3)$$

где  $f_Y(y, W)$  — граничная функция плотности вероятности  $Y_i$ . Выражение (3) можно рассматривать как одно из ограничений, налагаемых на алгоритм обучения нейронной сети.

Так как целью алгоритма обучения является минимизация дивергенции Кулбека-Лейблера между функцией плотности вероятности  $Y$  и факториальным распределением  $Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , то минимизацию можно достичь с помощью градиентного спуска, в котором корректировке подвергается вес:

$$\begin{aligned} \Delta w_{ik} &= -\eta(t) \frac{\delta}{\delta w_{ik}} D = \\ &= \eta(t) ((W^{-T})_{ik} - \varphi(y_i) x_k), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\eta(t)$  — параметр скорости обучения,  $D$  — дивергенция Кулбека-Лейблера,  $\varphi(y_i)$  — немонотонная функция активации алгоритма обучения, определенная по формуле (5):

$$\begin{aligned} \varphi(y_i) &= \frac{1}{2} y_i^5 + \frac{2}{3} y_i^7 + \frac{15}{2} y_i^9 + \\ &+ \frac{2}{15} y_i^{11} - \frac{112}{3} y_i^{13} + 128 y_i^{15} - \\ &- \frac{512}{3} y_i^{17}. \end{aligned} \quad (5)$$

Дивергенция (расстояние) Кулбека-Лейблера — несимметричная мера удаленности друг от друга двух вероятностных распределений. При этом одно из сравниваемых распределений называется истинным, а другое — предполагаемым. Если обозначить распределение одной из рассматриваемых случайных величин  $p$  (истинное распределение), а другой случайной величины как  $q$  (предполагаемое), то для дискретных случайных величин формула для вычисления дивергенции Кулбека-Лейблера примет вид (6), а для непрерывных случайных величин — вид (7).

$$D_{KL}(p, q) = \sum p(x) \ln \frac{p(x)}{q(x)}. \quad (6)$$

$$D_{KL}(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \frac{p(x)}{q(x)} dx. \quad (7)$$

При использовании на практике дивергенции Кулбека-Лейблера следует учитывать некоторые ее свойства:

- дивергенция всегда неотрицательна. Она равна нулю, если рассматриваемые величины равны друг другу почти повсюду;
- расстояние Кулбека-Лейблера не является метрикой в пространстве распределений и не симметрично, т. е. расстояние распределения  $p$  от



носителем распределения  $q$  неравно относительно распределения  $q$  относительно  $p$ .

Минимизация дивергенции Кулбека-Лейблера применяется как один из алгоритмов для поиска приращения весовых коэффициентов для реализации однонаправленных нейронных сетей.

Альтернативой использованию алгоритма поиска приращения весовых коэффициентов, основанному на минимизации дивергенции Кулбека-Лейблера, может послужить алгоритм, основанный на естественном градиенте. Преимуществами этого алгоритма являются:

- простота реализации;
- процесс разделения компонент не зависит от соотношения амплитуд входных сигналов.

Для расчета приращения весовых коэффициентов используется формула.

$$\frac{dW}{dt} = \eta(t)(1 - f(y(t)))g^T(y(t)), \quad (8)$$

где  $\eta(t)$  — функция, характеризующая скорость обучения однонаправленной нейронной сети. Данная функция всегда неотрицательна и ее значение стремится к нулю по мере обучения сети.

Функции  $f(x)$  и  $g(x)$  могут принимать различный вид, но они никогда не должны быть одинаковы. Чаще всего используемые функции подбираются таким образом, что одна из них имеет вогнутую форму, а другая — выпуклую. Экспериментально установлено, что наиболее эффективны следующие виды этих функций.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3; f(x) = x^5; \\ g(x) &= x; g(x) = \arctg(x); \\ g(x) &= \operatorname{sgn}(x); g(x) = \operatorname{tg}(x). \end{aligned} \quad (9)$$

Альтернативой к использованию для реализации анализа независимых компонент однонаправленных нейронных сетей является использование рекуррентных нейронных сетей. На рисунке 1 представлена схема рекуррентной сети Херольта-Джутена, которая может быть применена для реализации анализа независимых компонент.

В отличие от однонаправленной нейронной сети, при расчете выходных значений рекуррентной сети учитывается отрицательная обратная связь как рассматриваемого отдельного нейрона, так и остальных нейронов. Для расчета выходных значений такой сети применяется формула.

$$y_i(t) = x_i(t) - \sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ij} y_j(t). \quad (10)$$

Расчет приращений весовых коэффициентов производится по формуле (11), которая является

нелинейным обобщением правила Хебба:

$$\frac{dw_{ij}}{dt} = \eta(t)f(y_i(t))g(y_j(t)). \quad (11)$$

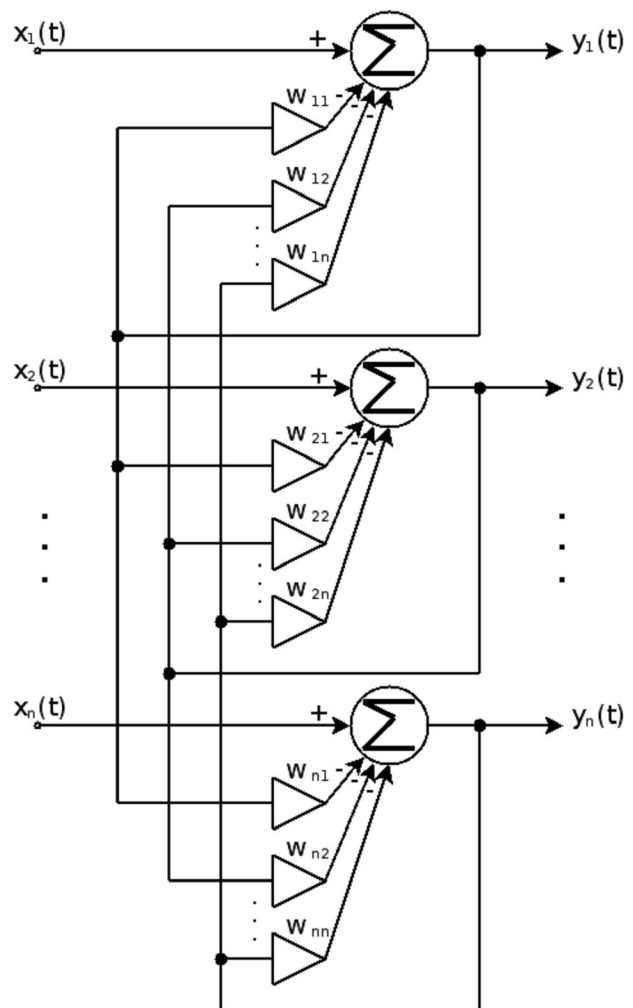


Рисунок 1 — Схема рекуррентной нейронной сети Херольта-Джутена

**Экспериментальные исследования.** Анализ независимых компонент может быть применен для разделения аналогового сигнала от аддитивного шума, что важно, например, при обработке медицинских электрических сигналов, снятых непосредственно с тела человека.

На рисунке 2 приведены графики, иллюстрирующие применение анализа независимых компонент для разделения полезного сигнала (электрокардиосигнала) и шума.

Пусть имеются два сигнала, один из которых (рисунок 2, а) — модель электрокардиограммы (ЭКГ), а другой (рисунок 2, б) — модель шума, который будет наложен на ЭКГ. Далее происходит наложение исходных сигналов друг на друга (рисунок 2, в). После чего необходимо разделить полученный сигнал на две составляющих, применив для этого метод ИСА. После чего будут получены два сигнала (рисунки 2, г и

2, д), аналогичные по форме входным, но домноженные на некоторую константу.

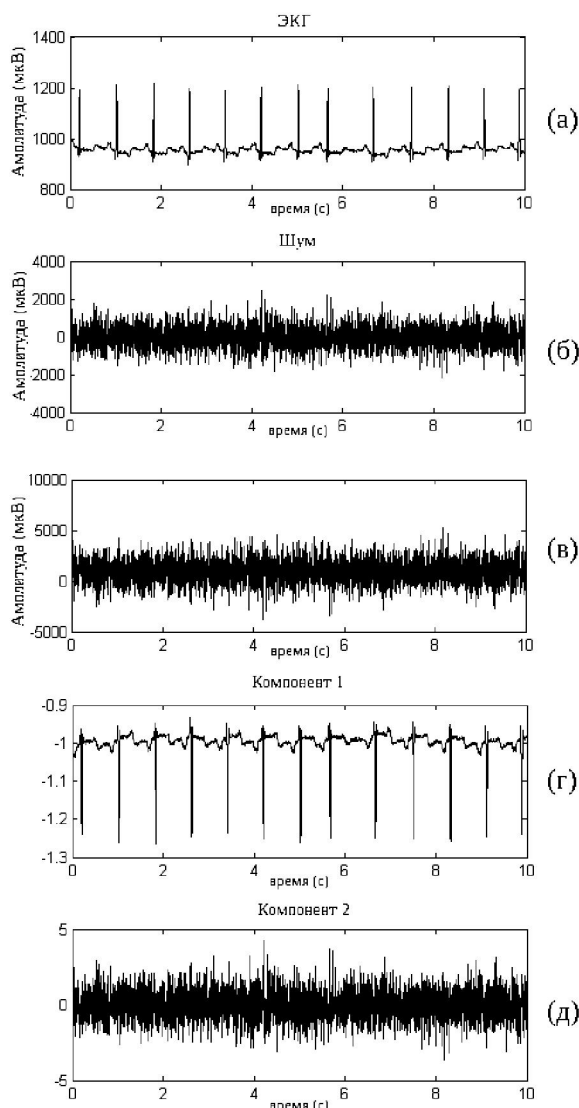


Рисунок 2 — Восстановление электрокардио-сигнала

Анализ независимых компонент может быть применен для очистки изображений от шума. Это может быть полезно при обработке видеопоследовательностей, передаваемых, например, со спутников на Землю [3]. На рисунке 3 показаны стадии применения анализа независимых компонент для распознавания зашумленных объектов.

При подготовке данного эксперимента имелось два вида изображений: идеальное (не зашумленное) изображение (рисунок 3, а), модель шума типа «соль – перец» (рисунок 3, б). С помощью логического И было получено зашумленное изображение (рисунок 3, в).

Полученное зашумленное изображение (рисунок 3, в) было подано на вход однонаправленной нейронной сети, схема которой приведена на рисунке 1. На выходе нейронной сети было

сформировано изображение, приведенное на рисунке 3, г, которое практически идентично исходному изображению (рисунок 3, а).

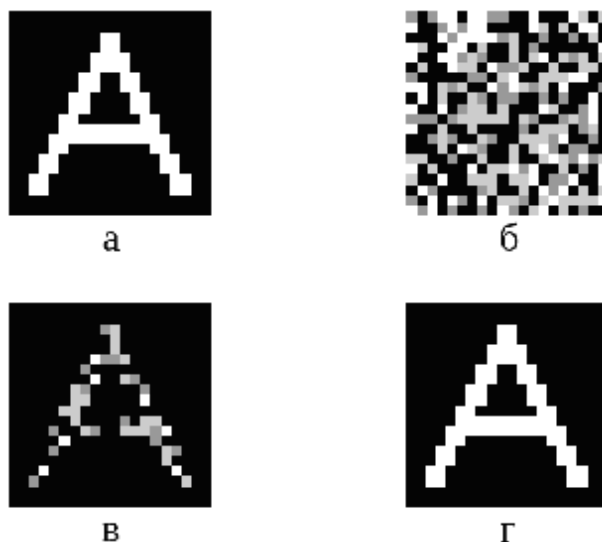


Рисунок 3 — Анализ независимых компонент для распознавания зашумленного объекта

Использование нейронных сетей для реализации анализа независимых компонент позволяет распараллелить проводимые вычисления, что особо заметно при обработке многоканальных изображений или видеопоследовательности [4]. Это означает, что один нейрон сети отвечает за обработку одного канала, что позволяет сократить время, затраченное на проводимые вычисления. С практической точки зрения подобное распараллеливание достигается с помощью использования в программной реализации анализа независимых компонент, написанную на языке программирования, средств библиотеки OpenCV. Данные средства позволяют выделить при обработке многоканальных изображений или видеопоследовательностей каждый канал, после чего одно многоканальное изображение будет представлять собой совокупность нескольких одноканальных изображений, каждое из которых можно обработать по отдельности. После чего одноканальные изображения объединяются в многоканальное с помощью средств библиотеки OpenCV.

Рассматривая приведенные примеры следует отметить, что для каждого из них были подобраны наиболее эффективные функции  $f$  и  $g$  из перечня, представленного в (9). При этом для каждого эксперимента функции  $f$  и  $g$  подбирались индивидуально, так как сигналы приведенных примеров имеют различную природу (электрокардиограмма представляет собой графическую интерпретацию аналогового электрического сигнала, снятого непосредственно с тела человека, а буква – графическое изображение некото-

рого физического объекта или понятия).

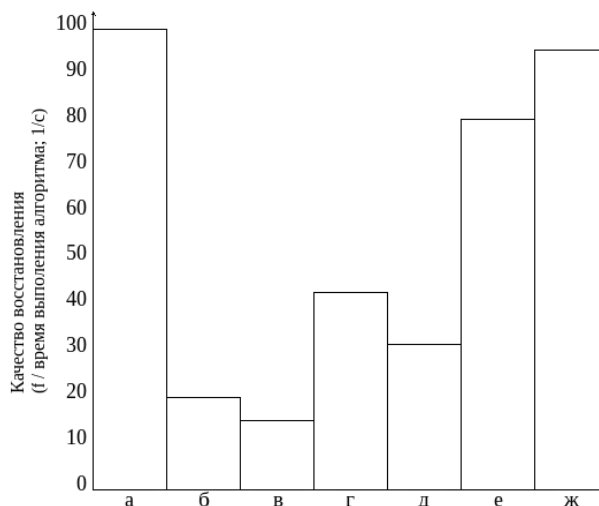
В таблице приведено качественное сравнение различных алгоритмов устранения шума «соль – перец» на данном примере.

#### Сравнение алгоритмов устранения шума «соль — перец»

Алгоритм	Качество восстановления (f / время выполнения алгоритма; 1/с)
ICA	100
Логическая фильтрация помех	20
Бинарная медианная фильтрация	14.7
Бинарная ранговая фильтрация	42.8
Взвешенные ранговые фильтры	31.57
Анизотропная фильтрация	80.46
Морфологическое закрытие	95.4

Данные, приведенные в таблице, можно наглядно представить в виде графика, который показан на рисунке 4.

**Заключение.** В статье рассмотрено применение анализа независимых компонент для разделения полезного сигнала и аддитивного шума. Результаты проведенных экспериментов показывают целесообразность применения анализа независимых компонент для фильтрации шумов типа «соль – перец» на одномерных и двухмерных дискретных сигналах (изображениях).



**Рисунок 4 — Сравнение алгоритмов устранения шума «соль-перец» (а - ICA; б - логическая фильтрация помех; в - бинарная медианная фильтрация; г - бинарная ранговая фильтрация; д - взвешенные ранговые фильтры; е - анизотропная фильтрация; ж - морфологическое закрытие)**

#### Библиографический список

1. *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации: пер. с польского. — М.: Финансы и статистика. - 2002. — 344 с., ил.
2. *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс, 2-е изд., испр.: пер. с англ. — М.: ООО «И. Д. Вильямс». - 2006. — 1104 с., ил.
3. *Акинин М.В., Логинов А.А., Никифоров М.Б.* Способы описания текстур в задачах построения топографических карт // Материалы XI Международной научно-технической конференции «АВИА — 2013» (том 4). — Киев: НАУ — 2013. — С. 27.36 – 27.40.
4. *Бабаев С.И., Никифоров М.Б.* Совместная обработка информации от систем технического зрения летательного аппарата // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2012. – № 39-1. – С. 14 –18.