

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.969

В.И. Кошелев, Д.Н. Козлов

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕЙ ЦЕЛИ

Предложен адаптивный доплеровский алгоритм обнаружения маневрирующей цели. Проведено его имитационное моделирование и сравнение с известным неадаптивным многоканальным алгоритмом по характеристикам обнаружения и аппаратным затратам. Полученный выигрыш в пороговом отношении сигнал - шум составляет 1.46 дБ при трех каналах ускорения.

Ключевые слова: маневрирующая цель, ускорение, адаптивный алгоритм, доплеровский обнаружитель.

Введение. Все более широко применяемые сегодня беспилотные летательные аппараты обладают возможностью совершать маневры, длительное время сохраняя большое радиальное ускорение. Данное обстоятельство приводит к "размытию" амплитудного спектра сигнала по каналам скорости при использовании многоканальных доплеровских обнаружителей. Следствием является ухудшение характеристик обнаружения [1]. Таким образом, малоразмерность и интенсивное маневрирование целей приводят к значительному уменьшению дальности их обнаружения. Одним из способов компенсации эффекта, вызванного ускоренным движением цели, является многоканальность по ускорению, заключающаяся в фазовом сдвиге выборки сигнала до вычисления дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [2].

Для повышения точности компенсации межпериодных фазовых набегов за счет ускорения необходимо увеличивать число каналов ускорения. Такое решение, помимо увеличения количества требуемых вычислительных операций, приведет к неоднозначному влиянию на характеристики обнаружения. С одной стороны, увеличение числа каналов ведет к более точной настройке опорных сигналов и увеличению вероятности правильного обнаружения. [3] С другой стороны, рост числа каналов приводит к росту вероятности ложных тревог и соответственно необходимости увеличения порога обнаружения. Это, в свою очередь, снижает вероятность правильного обнаружения. [4] Таким образом, не-

однозначность влияния увеличения числа каналов на характеристики обнаружения и рост вычислительных затрат приводят к необходимости поиска новых методов решения задачи повышения эффективности обнаружения интенсивно маневрирующей цели [5-8].

Цель работы состоит в разработке алгоритма адаптивной настройки каналов ускорения, проведении сравнительного анализа эффективности обнаружения данного алгоритма и неадаптивного многоканального алгоритма, использующего равномерную расстановку каналов, и сравнении вычислительной сложности реализации этих алгоритмов.

Теоретическая часть. На вход многоканального устройства обработки поступает выборка аддитивной смеси сигнала \dot{S} с шумом \dot{n} , представленная двумя квадратурными составляющими:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_k &= \mathbf{Re} \left(\dot{S}_k + \dot{n}_k \right) + i \mathbf{Im} \left(\dot{S}_k + \dot{n}_k \right) = \\ &= \left| \dot{S}_k \right| \exp \left(i \left(k\varphi_c + \frac{k^2}{2} \varphi'_c \right) \right) + \dot{n}_k, \end{aligned}$$

где: $\mathbf{Re} \left(\dot{S}_k + \dot{n}_k \right)$ и $\mathbf{Im} \left(\dot{S}_k + \dot{n}_k \right)$ – действительная и мнимая составляющие комплексного k -го отсчета соответственно; $k = 0..N - 1$; N – число импульсов в пачке; i – мнимая единица; φ_c и φ'_c – межпериодные набег фазы сигнала, вызван-

ные скоростью и ускорением соответственно. Многоканальность по ускорению обеспечивается набором фазовращателей, осуществляющих умножение входной выборки на фазовращающие множители. В результате выборка сигнала на выходе фазовращателей принимает вид:

$$\begin{aligned} \left\{ \dot{X}_k \right\}_{m=0}^{N-1} &= \dot{Y}_k \exp \left(-i \frac{k^2}{2} \{ \varphi'_n \}_m \right) = \\ &= \left| \dot{S}_k \right| \exp \left(i \left(k \varphi_c + \frac{k^2}{2} (\varphi'_c - \{ \varphi'_n \}_m) \right) \right) + \\ &+ \dot{n}_k \exp \left(-i \frac{k^2}{2} \{ \varphi'_n \}_m \right) = \\ &= \left| \dot{S}_k \right| \exp \left(i \left(k \varphi_c + \frac{k^2}{2} \{ \Delta \varphi' \}_m \right) \right) + \dot{n}_k, \end{aligned}$$

где: $\{ \varphi'_n \}_m$ - настройка m -го канала по ускорению на межпериодный фазовый набег за счет ускорения; M - число каналов ускорения; $\{ \Delta \varphi' \}_m$ - расстройка m -го канала по ускорению от истинного значения фазового набег за счет ускорения. Во втором слагаемом опущен множитель $\exp(\cdot)$ вследствие отсутствия его влияния на результаты моделирования. Над полученной выборкой осуществляется преобразование Фурье, чем обеспечивается когерентное накопление сигнала в N скоростных каналах:

$$\left\{ \dot{Z}_l \right\}_{m=0}^{M-1} = \sum_{k=0}^{N-1} \left\{ \dot{X}_k \right\}_m \exp \left(-ik \frac{2\pi l}{N} \right),$$

где $\dot{Z} = \left\{ \left\{ \dot{Z}_l \right\}_{m=0}^{M-1} \right\}_{l=0}^{N-1}$ - комплексная выборка отсчетов \dot{Z}_l на выходе блока преобразования Фурье. Затем вычисляют модули отсчетов ДПФ и сравнивают полученные значения с порогом. Доплеровский сдвиг фазы сигнала связан с номером канала как $\varphi_c = 2\pi l / N$.

При несовпадении межпериодного набег фазы φ'_c принятого сигнала и настройки канала ускорения $\{ \varphi'_n \}_m$ сохраняется эффект размытия сигнала по каналам скорости и снижения уровня сигнала в канале, соответствующем истинному значению скорости. Снижение уровня сигнала зависит от рассогласования величин $\{ \Delta \varphi' \}_m$. Таким образом, среди всех каналов ускорения уровни сигналов будут максимальны в двух каналах, настройки которых наиболее близки к набегам фаз, вызванных реальным ускорением [рисунок 1 – каналы ускорения $m = 1$ ($\{ \varphi'_n \}_1 = 0.4 \cdot 10^{-4} \pi$) и $m = 2$ ($\{ \varphi'_n \}_2 = 0.6 \cdot 10^{-4} \pi$)],

межпериодный набег фазы сигнала за счет ускорения $\varphi'_c = 0.5 \cdot 10^{-4} \pi$, отношение сигнал-шум $q=0$ дБ].

Следовательно, соседние значения настроек каналов ускорения, в которых наблюдаются максимумы модулей ДПФ, являются границами отрезка, внутри которого лежит истинный межпериодный набег фазы, вызванный ускорением.

Таким образом, адаптация заключается в следующем. На первом этапе настройки каналов ускорения распределяются равномерно на интервале априорно возможных межпериодных набегов фаз, вызванных ускорением. Затем описанным выше методом выбирается пара соседних каналов, определяющая границы нового интервала. На втором этапе настройки перераспределяются равномерно по новому интервалу.

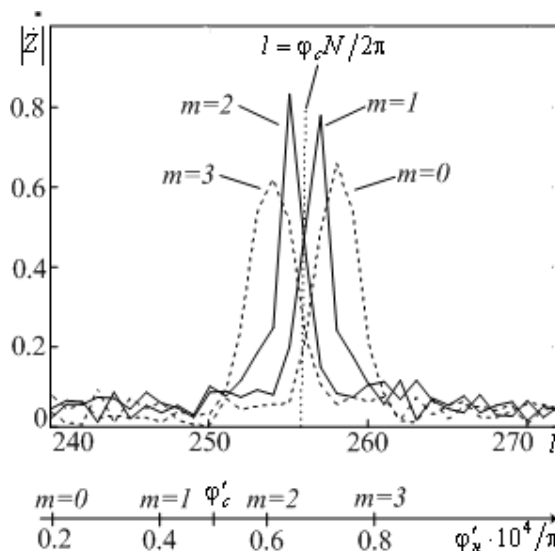


Рисунок 1 – Амплитудные спектры сигнала в четырех каналах ускорения с соответствующими настройками $\{ \varphi'_n \}_m$, $N=512$

Применение такого подхода обеспечивает повышение точности настройки каналов ускорения на характеристики сигнала при сохранении исходного числа каналов обнаружителя. В результате порог обнаружения остается на прежнем уровне, что приводит к увеличению вероятности правильного обнаружения.

Структурная схема устройства первичной обработки, реализующая данный алгоритм, изображена на рисунке 2, где: БР – буферный регистр, БФ – многоканальный блок фазовращателей, БПФ – блок быстрого преобразования Фурье, ВМ – многоканальный блок вычисления модуля, ПУ – блок пороговых устройств, СВМ – многоканальная по каналам ускорения схема выбора максимума среди каналов ускорения, БФФ – блок формирования фазовых настроек.

Многоканальность схемы выбора максиму-

ма необходима для работы алгоритма в условиях многоцелевой обстановки. Кроме того, необходимо производить сброс БФФ после осуществления второго этапа, так как ускорение цели может быстро меняться и, следовательно, выходить за пределы предполагаемого интервала.

Экспериментальные исследования. Методом статистического моделирования получены характеристики обнаружения предлагаемого алгоритма, представленные на рисунках 3 и 4, для случая трех и четырех каналов ускорения соответственно (сплошная линия – алгоритм с адаптацией, пунктирная – многоканальный алгоритм без адаптации). Диапазон априорно возможных межпериодных набегов фаз, вызванных ускорением, равен 0.001π , $N=128$.

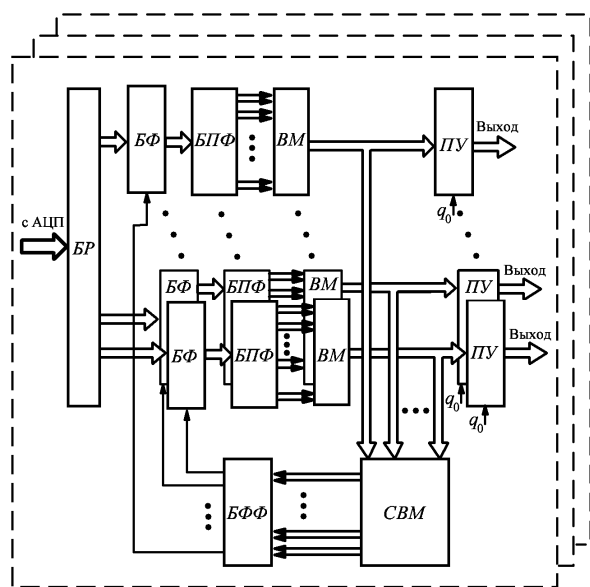


Рисунок 2 – Структурная схема устройства, реализующего адаптивный алгоритм

Представленные характеристики усреднены по всему диапазону межпериодных набегов фаз. Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет получить выигрыш в 1.46 дБ при трех каналах ускорения и 0.52 дБ при четырех каналах ускорения для вероятности правильного обнаружения 0.9 и вероятности ложной тревоги $F=0.01$. При начальной дальности обнаружения 150 км такой выигрыш соответствует увеличению дальности обнаружения маневрирующей цели на 14 км (9.3 %) и 5 км (3.3 %).

Результаты моделирования показывают, что достигаемый выигрыш зависит от числа каналов ускорения и при меньшем их количестве удается обеспечить большую эффективность обнаружения маневрирующих целей.

Было проведено сравнение требуемых при реализации вычислительных ресурсов. В качестве единицы измерения использовалась элемен-

тарная операция (ЭО) типа умножения, сложения и сравнения действительных чисел. На современном этапе развития техники можно считать, что эти действия выполняются за одинаковое время.

Для осуществления алгоритма без адаптации в одном канале по ускорению требуется $6N$ ЭО на выполнение поворота фазы; $5N \log 2N$ ЭО для вычисления N точечного БПФ; $3N$ ЭО для вычисления модулей БПФ. Для реализации данных действий во всех каналах ускорения требуется $M(6N + 5N \log 2N + 3N)$ ЭО. Для осуществления алгоритма с адаптивной настройкой в одном канале по ускорению требуется $6N$ ЭО на выполнение поворота фазы; $5N \log 2N$ ЭО для вычисления N точечного БПФ; $3N$ ЭО для вычисления модулей БПФ; $N-1$ ЭО для поиска максимума модуля БПФ. Для реализации данных действий во всех каналах ускорения требуется $M(6N + 5N \log 2N + 3N + N - 1)$ ЭО.

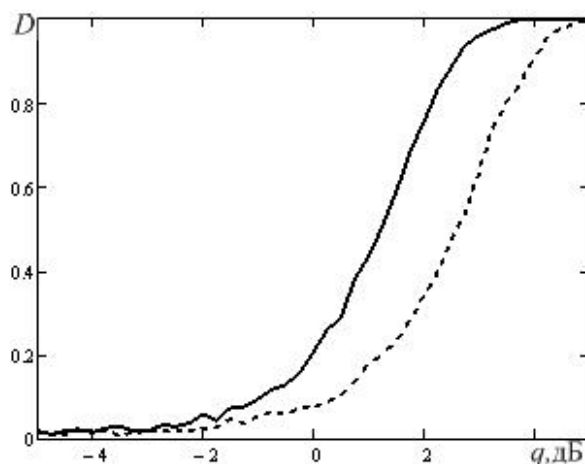


Рисунок 3 – Характеристики обнаружения системы с тремя каналами ускорения

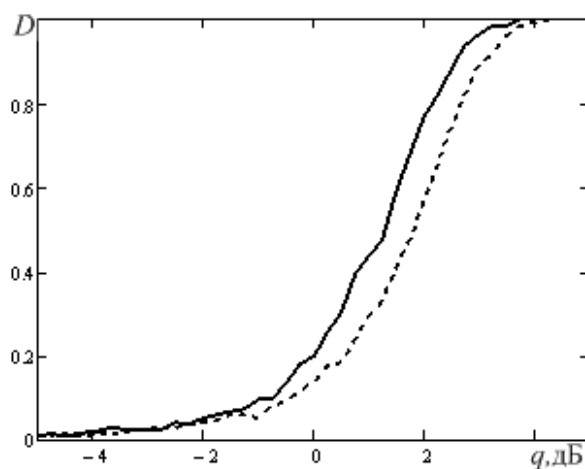


Рисунок 4 – Характеристики обнаружения системы с четырьмя каналами ускорения

Число каналов ускорения для обеспечения

одинаковой эффективности обнаружения, определяемой характеристиками обнаружения, будет больше для алгоритма без адаптации, чем для алгоритма с адаптацией. Эффективность обнаружения, которую обеспечивает адаптивный алгоритм при описанных выше параметрах системы и трех каналах ускорения, может быть получена при наличии пяти каналов ускорения при использовании алгоритма с равномерной расстановкой каналов ускорения по всему априорно возможному диапазону межпериодных набегов фаз, вызванных ускорением. В данном случае алгоритм с адаптацией требует для выполнения в 1.63 раза меньше ЭО. Для системы с четырьмя каналами ускорения при использовании неадаптивного подхода не удастся получить характеристики обнаружения такие же или лучшие по сравнению с использованием адаптивного алгоритма. Причиной этого является рост порога обнаружения при увеличении числа каналов. Максимально возможное приближение обеспечивается при 8 и более каналах ускорения в многоканальной системе. Однако в этом случае растет выигрыш в вычислительной эффективности предлагаемого алгоритма, который составляет 1.95 и более раз. В то же время предлагаемый адаптивный алгоритм, как видно из рис. 3 и рис. 4, с тремя каналами по ускорению обеспечивает большую эффективность обнаружения, чем алгоритм с четырьмя каналами по ускорению при выигрыше в вычислительной эффективности более чем в 2.59 раз.

Заключение. В статье предложен адаптивный алгоритм, позволяющий обнаруживать маневрирующие цели с большей эффективностью по сравнению с известным многоканальным по скорости и ускорению алгоритмом. Кроме того, вычислительная сложность предложенного алгоритма ниже при сравнимых характеристиках обнаружения. Снижение вычислительной слож-

ности больше чем в 2 раза позволяет реализовывать адаптивный алгоритм на той же элементной базе, что и многоканальный алгоритм. Адаптация может производиться в течение длительности пачки импульсов.

Библиографический список

1. Козлов Д.Н. Обнаружение маневрирующих целей в многоканальных фильтрах // Методы и устройства обработки сигналов в радиотехнических системах: межвуз. сб. научн. тр. – Вып. 6. – Рязань: РГРТУ, 2012. – С. 48 – 51.
2. Кузьменков В.Ю., Логинов В.М. Способы и устройства совместного измерения радиальной скорости и радиального ускорения // Радиотехника и электроника. 1997. – Т.42. – № 12. – С. 1465 –1475.
3. Кошелев В.И. Параметры многоканального обнаружителя доплеровских сигналов // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. – 2001. – № 8. – С. 18-20.
4. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Выбор числа каналов обнаружителя маневрирующей цели // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2006. – № 18. – С. 26 – 28.
5. Патент РФ № 2154837. Способ обнаружения линейно-частотно-модулированного сигнала с неизвестными параметрами / А.Г. Аганин, А.В. Богданов, В.А. Голубенко, В.В. Киселев, В.Д. Лапердин, В.И. Меркулов, Ю.Л. Иванов, К.В. Рязанцев.
6. Кошелев В.И., Белокуров В.А. Сопровождение маневрирующей цели на фоне помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2010. – № 31. – С. 89 – 91.
7. Koshelev V.I., Belokurov V.A., Kozlov D.N. Optimizing the velocity and acceleration channels parameters in multichannel Doppler filter // 2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO-2013, Budva, Montenegro, June 15th-20th 2013, P.180-183.
8. Белокуров В.А. Рекуррентное обнаружение маневрирующего объекта // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-2 (46). – С. 70-74.

УДК 621.319

В.К. Клочко, А.Н. Усачев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДОПЛЕРОВСКОЙ РЛС

Дана математическая модель сигналов для многоканальной доплеровской РЛС в задаче оценивания угловых координат обнаруженных воздушных целей. Предложены методы решения задачи для движущейся и неподвижной РЛС, основанные на пеленгации, восстановлении полей отражения и оценивании координат.

Ключевые слова: обнаружение целей, оценивание координат, доплеровская фильтрация, восстановление полей.

Введение. При построении систем радиолокационной защиты наземных, надводных или воздушных объектов (автомобилей, катеров, летательных аппаратов) от воздушных целей решается задача обнаружения воздушных целей на заданных рубежах дальности и оценивания их угловых координат. Методы обнаружения движущихся целей отражены в литературе, например [1, 2], и их относят к этапу первичной обработки радиолокационных сигналов. В данной работе рассматривается задача оценивания угловых координат обнаруженных движущихся или неподвижных целей с помощью многоканальной доплеровской РЛС, работающей в сантиметровом диапазоне длин волн, с широкой диаграммой направленности (ДН) антенны (порядка 60°), установленной на движущемся или неподвижном носителе, и предлагаются методы ее решения, которые можно отнести к этапу вторичной обработки.

Особенность задачи оценивания угловых координат целей с помощью движущейся доплеровской РЛС определяется наличием неоднозначной зависимости доплеровской частоты от угловых координат цели. При решении этой же задачи с помощью неподвижной доплеровской РЛС явная связь между доплеровской частотой и угловыми координатами цели отсутствует.

Целью работы является разработка математической модели и на ее основе методов оценивания угловых координат воздушных целей, обнаруженных многоканальной доплеровской РЛС, установленной на движущемся или неподвижном носителе.

Модель измерений и постановка задачи. Приемные элементы антенны в местной прямоугольной системе o, x, y, z расположены в q -х точках ($q = \overline{1, Q}$) M_1, M_2, \dots, M_Q с координатами x_q, y_q и $z_q = 0$. Наблюдение за целью ведется в сферической системе координат o, R, φ, θ , где R – радиальная дальность, φ – азимут, θ – угол места. Угол φ отсчитывается от оси oz в горизонтальной плоскости oxz в положительном направлении против часовой стрелки, угол θ – относительно плоскости oxz (рисунок). Ось oz показывает максимум ДН антенны.

Последовательность принимаемых q -ми элементами антенны сигналов ($q = \overline{1, Q}$) проходит этап первичной обработки в q -х каналах ($q = \overline{1, Q}$): операции стробирования по дальности,

фазовое детектирование, фильтрацию низких частот и быстрое преобразование Фурье (БПФ). На входе БПФ в момент времени t действует комплексный сигнал $\dot{s}_q(t)$, интегральная модель которого [3] в элементе разрешения дальности R представлена следующей зависимостью:

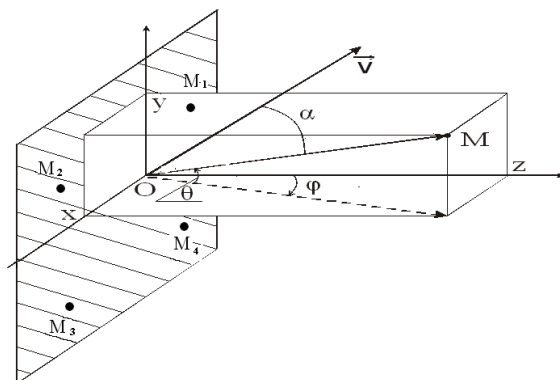
$$\dot{s}_q(t) = \gamma_q \iint_{D_{\varphi, \theta}} \dot{\mu}(t) \dot{U}(\varphi, \theta) \dot{G}_q(\varphi, \theta) d\varphi d\theta + \dot{p}_q(t), \quad (1)$$

$$\dot{U}(\varphi, \theta) = U(\varphi, \theta) \exp\{i\xi\}, \quad \xi = \varepsilon - 4\pi R / \lambda, \quad (2)$$

$$\dot{G}_q(\varphi, \theta) = G(\varphi, \theta) \exp\{i2\pi\delta_q / \lambda\},$$

$$\dot{\mu}(t) = \exp\{i2\pi f_d t\}, \quad q = \overline{1, Q},$$

где: $D_{\varphi, \theta}$ – угломерная область, ограниченная поверхностью ДН (на уровне 0,5 мощности) и сферическими поверхностями уровней дальности; $U(\varphi, \theta)$ – амплитуда сигнала отражения, принятого с углового направления φ, θ ($U(\varphi, \theta) = 0$ при отсутствии отражения); λ – длина волны излучения; ε – случайное изменение фазы сигнала при отражении в элементе разрешения дальности; $G_q(\varphi, \theta)$ – амплитудная характеристика ДН q -го элемента антенны при приеме им отраженного сигнала; $\delta_q = \delta_q(\varphi, \theta)$ – отклонение центра q -го приемного элемента антенны от плоскости волны, пришедшей с направления φ, θ и достигшей центра антенны (опережение или запаздывание принятого сигнала в q -м элементе по сравнению с центром антенны); f_d – доплеровская частота, обусловленная скоростью движения РЛС и цели; множитель i в показателе степени – мнимая единица; $\dot{p}_q(t)$ – комплексный гауссовский белый шум с нулевым средним; γ_q – мультипликативная помеха, моделирующая нестабильность работы q -х каналов, случайная величина с единичным средним.



Антенная система координат

Комплексный множитель $\dot{\mu}(t)$ зависит от доплеровской частоты f_d . Для РЛС, движущейся со скоростью v объекта носителя, частота f_d зависит от угловых координат φ, θ цели, и множитель $\dot{\mu}(t)$ стоит под знаком интеграла. Действительно, доплеровская частота f_d связана с углом α отклонения линии визирования на цель (вектора \vec{OM} на рисунке) от вектора \vec{v} скорости движения РЛС зависимостью [2]:

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} (\cos \alpha \pm \frac{v_R}{v}), \quad (3)$$

где v – путевая скорость носителя РЛС ($v \cos \alpha$ – его радиальная скорость); v_R – радиальная скорость цели.

Из (3) определяется $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha = \frac{\lambda}{2v} f_d \pm \frac{v_R}{v}. \quad (4)$$

Из скалярного произведения орта \vec{v}_0 вектора \vec{v} и орта $\vec{a} = (\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta, \cos \theta \cos \varphi)$ вектора \vec{OM} находится $\cos \alpha$ [3, 4]. В частном случае переднего обзора $\vec{v}_0 = (0, 0, 1)$ получаем следующее уравнение изодопы – пространственной линии $L_{\varphi, \theta}$ [4] уровня α :

$$\cos \varphi \cos \theta = \cos \alpha, \quad (5)$$

которое связывает $\cos \alpha$ с угловыми координатами цели φ, θ .

Для неподвижной РЛС доплеровская частота зависит только от радиальной скорости цели:

$$f_d = \pm \frac{2v_R}{\lambda},$$

и явная связь между f_d и φ, θ отсутствует.

В результате БПФ дискретная последовательность $\dot{s}_q(t_j)$, $j = \overline{1, n}$ (n – число таких элементов) преобразуется в последовательность $\dot{s}_q^*(f_j)$ на j -х частотах f_j , $j = \overline{1, n}$. Модель сигнала на частоте f_j представлена криволинейным интегралом по линии L_j изодопы, соответствующей этой частоте:

$$\dot{s}_q^*(f_j) = \gamma_q \int_{L_j} \dot{\mu}^*(f_j) \dot{U}(\varphi, \theta) dl + \quad (6)$$

$$\dot{p}_q^*(f_j), \quad j = \overline{1, n}, \quad q = \overline{1, Q},$$

где: $\dot{s}_q^*(f_j) = F\{\dot{s}_q(t_j)\}$, $\dot{\mu}^*(f_j) = F\{\dot{\mu}(t_j)\}$,

$$\dot{p}_q^*(f_j) = F\{\dot{p}_q(t_j)\}, \quad F - \text{символ БПФ.}$$

Интегральную модель (6) удобно представить в виде суммарной модели:

$$\dot{s}_q^*(f_j) = \gamma_q \sum_{k=1}^K \dot{\mu}^*(f_j) \dot{U}(\varphi_k, \theta_k) \dot{G}_q(\varphi_k, \theta_k) + \dot{p}_q^*(f_j), \quad (7)$$

где суммирование ведется по k -м элементам дискретизации линии L_j (K – число таких элементов), причем некоторые слагаемые суммы (7) могут принадлежать целям.

На основании $\dot{s}_q^*(f_j)$, $j = \overline{1, n}$, $q = \overline{1, Q}$ решается задача обнаружения сигналов от целей, то есть выделяются сигналы доплеровской частоты, которые по модулю превышают порог обнаружения [1]. Если на частоте f_j отраженный сигнал получен от одной цели, расположенной в одном элементе дискретизации пространственной линии L_j , то модель (7) принимает вид:

$$\dot{s}_q^*(f_j) = \dot{\mu}^*(f_j) \dot{U}^*(\varphi, \theta) \dot{G}_q(\varphi, \theta) + \dot{p}_q^*(f_j), \quad (8)$$

где φ, θ – неизвестные угловые координаты цели. Множитель $\dot{\mu}^*(f_j)$ при фиксированной частоте f_j является константой и не влияет на решение задачи. Опуская для удобства символы f_j , $\dot{\mu}^*(f_j)$, “*” и считая все каналы идентичными ($\gamma_q = 1, \forall q$), запишем (7) и (8) в виде:

$$\dot{s}_q = \dot{U}(\varphi, \theta) \dot{G}_q(\varphi, \theta) + \dot{p}_q, \quad q = \overline{1, Q}, \quad (9)$$

$$\dot{s}_q = \sum_{k=1}^K \dot{U}(\varphi_k, \theta_k) \dot{G}_q(\varphi_k, \theta_k) + \dot{p}_q \quad q = \overline{1, Q}. \quad (10)$$

Задача заключается в нахождении оценок неизвестных угловых координат φ, θ целей на основе моделей (9) и (10).

Методы оценивания угловых координат целей. Вначале уточним зависимости $G_q(\varphi, \theta)$ и $\delta_q = \delta_q(\varphi, \theta)$ в (2) от φ и θ . Считаем, что амплитудная характеристика ДН $G(\varphi, \theta)$ у всех каналов одинакова (индекс q опускаем). Для круговой ДН принимаем [2]:

$$G(\varphi, \theta) = \exp\{-k_0(\varphi^2 + \theta^2)\}, \quad (12)$$

где: $k_0 = \sqrt{1,4} / \Delta_{\varphi, \theta}$; $\Delta_{\varphi, \theta}$ – ширина ДН на уровне 0,5 мощности по азимуту и углу места.

Расчет $\delta_q = \delta_q(\varphi, \theta)$ сводится к следующему.

Плоский фронт волны, отраженный от цели с угловыми координатами φ, θ , пересекая центр антенны, отклонен относительно центра q -го приемного элемента – точки M_q с координатами x_q, y_q на величину δ_q . Эту величину опреде-

лим по формуле расстояния от точки до плоскости, проходящей через начало координат с нормальным вектором $\vec{n} = (x, y, z) = R(\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta, \cos \theta \cos \varphi)$, или ортом вектора нормали $\vec{n}^0 = (\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta, \cos \theta \cos \varphi)$. Получаем:

$$\delta_q = x_q \cos \theta \sin \varphi + y_q \sin \theta. \quad (13)$$

Комплексная ДН в (2) с учетом (13) будет:

$$\begin{aligned} \dot{G}_q(\varphi, \theta) &= G(\varphi, \theta) \exp\{i\mu \delta_q\} = \\ G(\varphi, \theta) \exp\{i\mu x_q \cos \theta \sin \varphi\} \times \\ &\times \exp\{i\mu y_q \sin \theta\}, \mu = 2\pi / \lambda, \end{aligned} \quad (14)$$

где функция $G(\varphi, \theta)$ определена в (12).

Метод пеленгации для движущейся РЛС.

Пусть на дальности R и доплеровской частоте f_D принят отраженный сигнал от одной цели с неизвестными координатами φ, θ , при этом справедлива модель измерений (9).

Представим (13) с учетом (5):

$$\delta_q = x_q \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi + y_q \sin \theta, \quad (15)$$

где $\cos \alpha$ определен в (4).

Обозначим $a = \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi$, $b = \sin \theta$ – величины, зависящие от φ и θ : $a = a(\varphi)$, $b = b(\theta)$. Тогда (15) принимает вид:

$$\delta_q = x_q a + y_q b. \quad (16)$$

Модель измерений (9) с учетом (16) будет:

$$\dot{s}_q = \dot{U}_0 \dot{G}_q(a, b) + \dot{p}_q, \quad q = \overline{1, Q}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= U_0 \exp\{i\xi\}, \quad U_0 = U \exp\{-k_0(\varphi^2 + \theta^2) / \Delta^2\}, \\ U &= U(\varphi, \theta), \quad G_q(a, b) = \exp\{i\mu(x_q a + y_q b)\}. \end{aligned}$$

Задача заключается в оценивании параметров a и b , зависящих от φ и θ на основе измерений \dot{s}_q , $q = \overline{1, Q}$.

Пусть используется 4-элементная плоская антенная решетка ($Q = 4$), приемные элементы которой (точки M_1, \dots, M_4 на рисунке) имеют координаты:

$$\begin{aligned} x_1 = d, y_1 = d; \quad x_2 = -d, y_2 = d; \\ x_3 = -d, y_3 = -d; \quad x_4 = d, y_4 = -d, \end{aligned}$$

тогда модель измерений (17) раскрывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= U_0 \exp\{i\xi\} \exp\{i\rho(a+b)\} + \dot{p}_1, \quad (18) \\ \dot{s}_2 &= U_0 \exp\{i\xi\} \exp\{i\rho(-a+b)\} + \dot{p}_2, \\ \dot{s}_3 &= U_0 \exp\{i\xi\} \exp\{i\rho(-a-b)\} + \dot{p}_3, \\ \dot{s}_4 &= U_0 \exp\{i\xi\} \exp\{i\rho(a-b)\} + \dot{p}_4, \quad \rho = \mu d. \end{aligned}$$

Следуя логике моноимпульсного метода измерения угловых координат [3, 5], запишем сигналы суммарного и двух разностных (по азимуту и углу места) каналов:

$$\dot{S}_\Sigma = \dot{s}_1 + \dot{s}_2 + \dot{s}_3 + \dot{s}_4, \quad (19)$$

$$\dot{S}_\varphi = \dot{s}_2 + \dot{s}_3 - \dot{s}_1 - \dot{s}_4,$$

$$\dot{S}_\theta = \dot{s}_3 + \dot{s}_4 - \dot{s}_1 - \dot{s}_2.$$

Пренебрегая действием шумов \dot{p}_q (при большом отношении сигнал-шум), выделим действительные и мнимые части (19):

$$\operatorname{Re}\{\dot{S}_\Sigma\} = 4U_0 \cos \xi \cos(\rho a) \cos(\rho b),$$

$$\operatorname{Im}\{\dot{S}_\varphi\} = -4U_0 \cos \xi \sin(\rho a) \cos(\rho b),$$

$$\operatorname{Im}\{\dot{S}_\theta\} = -4U_0 \cos \xi \cos(\rho a) \sin(\rho b).$$

Построим следующие пеленгационные характеристики:

$$U_1 = -\operatorname{Im}\{\dot{S}_\varphi\} / \operatorname{Re}\{\dot{S}_\Sigma\} = \operatorname{tg}(\rho a), \quad (20)$$

$$U_2 = -\operatorname{Im}\{\dot{S}_\theta\} / \operatorname{Re}\{\dot{S}_\Sigma\} = \operatorname{tg}(\rho b).$$

Из (20) следуют оценки a и b :

$$a = (1/\rho) \operatorname{arctg}(U_1), \quad (21)$$

$$b = (1/\rho) \operatorname{arctg}(U_2).$$

И далее из (21) находим оценки угловых координат φ и θ :

$$\varphi = \operatorname{arctg}(a / \cos \alpha), \quad \theta = \arcsin(b). \quad (22)$$

Метод пеленгации на двух частотах для движущейся РЛС. Метод позволяет найти координаты цели, расположенной в области пересечения ДН двух приемных элементов, и сводится к следующему.

1. Если присутствие одной и той же цели обнаружено в каналах двух приемных элементов антенны, максимумы ДН которых в общей угловой системе координат имеют азимуты φ_1 и φ_2 при угле места $\theta = \theta_0$ на соответствующих частотах f_1 и f_2 , то уравнение (5) для этих частот дает два уравнения:

$$\cos(\varphi - \varphi_1) \cos(\theta - \theta_0) = \cos \alpha_1, \quad (23)$$

$$\cos(\varphi - \varphi_2) \cos(\theta - \theta_0) = \cos \alpha_2,$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{\lambda}{2v} f_1 \pm \frac{v_\delta}{v}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{\lambda}{2v} f_2 \pm \frac{v_\delta}{v}.$$

2. Если $\varphi_1 - \varphi_2 = 45^\circ$, то после замены $\varphi - \varphi_1 = \beta$, $\varphi - \varphi_2 = \beta + 45^\circ$, раскрытия косинуса разности и деления второго уравнения в (23) на первое получаем оценку φ , а из первого уравнения оценку θ :

$$\beta = \arctg(1 - \sqrt{2} \cos \alpha_2 / \cos \alpha_1), \quad (24)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \beta, \quad \theta = \theta_0 + \arccos(\cos \alpha_1 / \cos \beta).$$

3. Если присутствие цели обнаружено в каналах двух приемных элементов антенны, имеющих углы места θ_1 и θ_2 при азимуте $\varphi = \varphi_0$ на соответствующих частотах f_1 и f_2 , то уравнение (5) для этих частот дает следующие два уравнения:

$$\cos(\varphi - \varphi_0) \cos(\theta - \theta_1) = \cos \alpha_1,$$

$$\cos(\varphi - \varphi_0) \cos(\theta - \theta_2) = \cos \alpha_2.$$

4. Если $\theta_1 - \theta_2 = 45^\circ$, то после замены $\theta - \theta_1 = \beta$, $\theta - \theta_2 = \beta + 45^\circ$ и выполнения аналогичных преобразований получаем следующие оценки:

$$\theta = \theta_1 + \beta, \quad \varphi = \varphi_0 + \arccos(\cos \alpha_1 / \cos \beta). \quad (25)$$

5. Формулы, подобные (24), (25), получают и при других значениях разностей $\varphi_1 - \varphi_2$ и $\theta_1 - \theta_2$. Угол, под которым пересекаются области ДН приемных элементов антенны, обеспечивается за счет соответствующего расположения этих элементов на той или иной поверхности.

Метод восстановления полей отражения для движущейся РЛС. Данный метод [4, 6] применим как для движущейся, так и неподвижной РЛС. Для движущейся РЛС решается система Q уравнений (10) относительно неизвестных комплексных величин $\dot{U}_k = \dot{U}(\varphi_k, \theta_k)$, $k = \overline{1, K}$, $K < Q$, где (φ_k, θ_k) – угловые координаты k -х элементов дискретизации на линии доплеровской частоты $L_{\varphi, \theta}$:

$$(\varphi_k, \theta_k) = (\varphi_k, \arccos(\cos \alpha / \cos \varphi_k)),$$

$\varphi_k \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$, где предельные значения азимута $\varphi_{\min}, \varphi_{\max}$ определяются шириной ДН.

Измерения $\dot{s}_q, q = \overline{1, Q}$ записываются в Q -вектор S , неизвестные k -е амплитуды $\dot{U}_k = \dot{U}(\varphi_k, \theta_k)$ – в K -вектор U , q, k -е значения ДНА $\dot{G}_q(\varphi_k, \theta_k)$ – в $Q \times K$ -матрицу G , шумы \dot{p}_q – в Q -вектор P . Получаем следующую векторно-матричную модель измерений:

$$S = GU + P. \quad (26)$$

Решение (26) относительно неизвестного вектора U находим по критерию минимума квадрата евклидовой нормы $\|S - GU\|^2$, т.е. методом наименьших квадратов. Получаем оценки вида:

$$\hat{U} = G^+ S, \quad (27)$$

где G^+ – $K \times Q$ -псевдообратная матрица, которая находится или с помощью сингулярного разложения матрицы G , или с помощью методов регуляризации, например:

$$\hat{U} = WS, \quad W = G^+ = (G^{*T}G + \delta E)^{-1}G^{*T}, \quad (28)$$

где: W – $K \times Q$ -матрица весовых коэффициентов, вычисляемая заранее; “*” и “ T ” – символы комплексного сопряжения и транспонирования; δ – параметр регуляризации; E – единичная матрица.

Реализация алгоритма (28) сводится к умножению комплексных измерений \dot{s}_q на комплексные весовые коэффициенты \dot{w}_{kq} – элементы матрицы G^+ и суммированию:

$$\hat{U}_k = \sum_{q=1}^Q \dot{w}_{kq} \dot{s}_q. \quad (29)$$

Из найденных оценок \hat{U}_k выбираем $\hat{U}_k = \dot{\mu} \dot{U}(\varphi_k, \theta_k)$, модули которых $|\hat{U}_k|$ превышают порог обнаружения полезного сигнала. Угловые координаты (φ_k, θ_k) выбранных элементов дают искомые оценки φ, θ .

Метод восстановления полей отражения для неподвижной РЛС. Для неподвижной РЛС доплеровская частота не зависит от угла α и соответственно угловых координат цели. В этом случае предлагается метод восстановления полей отражения в угломерной области обзора $D_{\varphi, \theta}$, ограниченной шириной ДН антенны. Метод сводится к следующему.

1. Предварительно область $D_{\varphi, \theta}$ разбивается на m непересекающихся подобластей в элементах дискретизации азимута φ и угла места θ : $D = D_1 \cup D_2 \dots \cup D_K$. При этом справедлива модель измерений (10) для k -х пространственных элементов дискретизации, причем характеристика ДН $\dot{G}_q(\varphi_k, \theta_k)$ каждого k -го слагаемого в сумме (10) будет соответствовать центру подобласти D_k .

2. В рабочем режиме в каждом периоде зондирования в элементах разрешения дальности на основе принятых в Q каналах антенны отраженных сигналов $\dot{s}_q, q = \overline{1, Q}$ с привязкой к текущему моменту времени t (до операций БПФ) решается система уравнений (10) относительно комплексных амплитуд $\dot{U}(\varphi_k, \theta_k, t)$, $k = \overline{1, K}$ в соответствии с (27) или (29).

3. В последовательности периодов зондирования для каждой k -й составляющей поля отра-

жения ($k = \overline{1, K}$) формируется последовательность комплексных амплитуд $\dot{U}(\varphi_k, \theta_k, t)$, которая подвергается БПФ.

4. В блоке БПФ на основе анализа доплеровских частот выделяются те k -е составляющие $\dot{U}(\varphi_k, \theta_k)$ поля отражения, которые по амплитуде проходят порог обнаружения цели. Остальные составляющие исключаются из рассмотрения.

5. Координаты φ_k, θ_k принимаются за оценки координат цели.

При реализации данного метода удобно также применять двухэтапные алгоритмы [7].

Метод оценивания координат для неподвижной РЛС. Данный метод заключается в нахождении оценок угловых координат φ, θ на основе измерений (9), полученных в частотных каналах БПФ. Модель измерений (9) с учетом (2), (12), (14) принимает вид:

$$\dot{s}_q = U \exp\{-k_0(\varphi^2 + \theta^2)\} \times \exp\{i[\mu_2(x_q \cos \theta \sin \varphi + y_q \sin \theta) + \xi]\} + \dot{p}_q, \quad q = \overline{1, Q}. \quad (30)$$

Задача заключается в нахождении оценок неизвестных величин U, φ, θ на основе измерений $\dot{s}_q, q = \overline{1, Q}$ модели (30).

Комплексные измерения (30) содержат в себе измеряемые амплитуды:

$$|\dot{s}_q| = U \exp\{k_0(\varphi^2 + \theta^2)\} + \chi_q, \quad q = \overline{1, Q}, \quad (31)$$

и измеряемые фазы $\psi_q = \arg(\dot{s}_q / |\dot{s}_q|)$:

$$\psi_q = \mu(x_q \cos \theta \sin \varphi + y_q \sin \theta) + \eta_q, \quad (32)$$

где χ_q и η_q – случайные величины; $q = \overline{1, Q}$.

В обозначениях $X = \cos \varphi \sin \theta, Y = \sin \theta, a_q = \mu x_q, b_q = \mu y_q$ преобразуем (32) к виду:

$$\psi_q = a_q X + b_q Y + \eta_q, \quad q = \overline{1, Q}, \quad (33)$$

где X, Y – искомые величины, зависящие от φ, θ .

Таким образом, имеются системы (31), (33) $2Q$ уравнений, которые могут решаться совместно или отдельно относительно φ, θ методом максимального правдоподобия. Так, при совместном решении и отсутствии информации относительно χ_q и η_q для поиска оптимальных оценок φ, θ может быть использован критерий минимума суммарных квадратов отклонений измерений (31), (33) относительно их модельных значений, взятых с весовыми коэффициентами.

При раздельном решении удобно минимизировать функцию

$$F(X, Y) = \sum_{q=1}^Q [\psi_q - a_q X - b_q Y]^2$$

по X и Y на основе решения системы двух линейных уравнений $\partial F / \partial X = 0, \partial F / \partial Y = 0$ относительно X, Y . Далее определяем оценки

$$\varphi = \arcsin(X / \sqrt{1 - Y^2}), \quad \theta = \arcsin Y.$$

Выводы. Предложены модели и методы для оценивания угловых координат обнаруженных целей с помощью движущихся или неподвижных доплеровских РЛС. Для движущейся РЛС рассмотрены методы приводят к линейным оценкам, которые легко реализуются. Для неподвижной РЛС рассмотрен метод восстановления амплитуд, который для точного определения координат требует большого числа каналов и дает приближенные оценки координат при их малом числе. Метод оценивания координат реализуется при малом числе каналов.

Предложенные методы могут быть использованы в существующих системах радиолокационной защиты наземных, надводных или воздушных объектов с помощью доплеровской РЛС.

Библиографический список

1. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986. 288 с.
2. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли: учеб. пособие для вузов / под ред. Г.С. Кондратенкова. М.: Радиотехника, 2005. 368 с.
3. Клочко В.К., Нгуен Ч.Т. Математическая модель системы формирования трехмерных радиозображений на основе доплеровской фильтрации и оценивания координат // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 2 (44). – С. 11 – 18.
4. Математические методы восстановления и обработки изображений в радиотеплооптоэлектронных системах / В.К. Клочко. Рязань: РГРТУ, 2009. 228 с.
5. Леонов А.И., Фомичев К.И. Моноимпульсная радиолокация. М.: Радио и связь, 1984. 312 с.
6. Патент RU 2 373 551 С1. Способ измерения угловых координат нескольких объектов в многоканальных доплеровских РЛС / В.К. Клочко. Приоритет 24.03.2008. Опубл.: 20.11. 2009. Бюл. № 32.
7. Клочко В.К., Е.П. Чураков Е.П. Алгоритм формирования трехмерного изображения земной поверхности с помощью антенной решетки // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-2 (46). – С. 3 – 6.

УДК 621.396

В.Г. Андреев, Т.Ф. Нгуен

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОДАВЛЕНИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ПОМЕХ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ МОЩНОСТЬЮ НЕКОРРЕЛИРОВАННОЙ КОМПОНЕНТЫ

Предлагается упрощённый адаптивный алгоритм, применение которого позволяет уменьшить в 2,3...18,7 раз количество вычислительных операций по сравнению с оптимальным решением. Показано, что использование предлагаемого алгоритма расчёта коэффициентов обратной матрицы комбинированных помех обеспечивает увеличение средней вероятности правильного обнаружения на 10 %...23 % по сравнению с известным (неадаптивным) алгоритмом.

Ключевые слова: комбинированные помехи, обеляющий фильтр, подавление помех, адаптивная обработка сигналов.

Введение. Комбинированные помехи (смесь коррелированных и некоррелированных мешающих воздействий) часто наблюдаются в радиотехнических системах, что снижает их эффективность: уменьшается дальность действия, точность и т.д., т.е. комбинированные помехи ухудшают тактико-технические характеристики радиосистем. Существует специально организованные мероприятия, снижающие наблюдаемость полезных объектов, а также специальные приёмы, нарушающие нормальную работу радиотехнических систем [1]. Например, коррелированные помехи создаются радиоотражениями от протяжённых мешающих объектов, к числу которых относятся земная и морская поверхность, местные предметы, гидрометеоры (облачность, дождь, снег, туман), атмосферные неоднородности (следы метеоритов в атмосфере, молнии, «ангелы») и пр. [1]. Воздействующие совместно с коррелированными, некоррелированные помехи вызваны иными источниками: наземное и бортовое радиооборудование, промышленные, специально организованные помехи и т.д. Борьба с сочетанием коррелированных и некоррелированных помех (комбинированными помехами) является одной из важных проблем обработки радиотехнических сигналов. Решение этой проблемы заключается в «обелении» коррелированной мешающей компоненты до уровня некоррелированной составляющей (шума) [1].

Оптимальное решение основано на расчёте

параметров обеляющего фильтра путём обращения корреляционной матрицы \mathbf{R} комбинированных помех и сопряжено со значительными вычислительными затратами [2, 3]. Поэтому часто не предполагается адаптация к изменяющейся мощности P_n шума, что снижает значение вероятности D правильного обнаружения сигналов на фоне комбинированных помех. Отметим, что величина P_n в ряде практических приложений может быстро и значительно изменяться во времени из-за вариаций окружающей помеховой обстановки (включение и выключение источников шума, уход от направления на них максимумов лепестков диаграммы направленности антенны при сканировании и т.п.) [2].

Цель работы — сокращение вычислительных затрат алгоритма обращения корреляционной матрицы \mathbf{R} комбинированных помех при изменении мощности P_n шума.

Постановка задачи. Построение фильтра обеления помех связано с обращением корреляционной матрицы \mathbf{R} в условиях быстрых изменений мощности P_n некоррелированной мешающей компоненты. При этом матрица \mathbf{R} может быть представлена суммой корреляционных матриц коррелированной \mathbf{R}_c и некоррелированной $P_n \mathbf{I}$ компонент соответственно:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + P_n \mathbf{I}, \quad (1)$$

где: \mathbf{R}_c — $(q+1) \times (q+1)$ -мерная корреляционная матрица коррелированной компоненты мешающего процесса с нормированной к единице дис-

персий, q — порядок нерекурсивного обеляющего фильтра (предполагается нормировка коэффициентов его импульсной характеристики к единичному значению первого коэффициента), \mathbf{I} — $(q+1) \times (q+1)$ -мерная единичная матрица, \mathbf{R} — $(q+1) \times (q+1)$ -мерная корреляционная матрица мешающего процесса, P_n — относительная мощность шума (некоррелированной компоненты). Отметим, что матрица \mathbf{R} для рассматриваемого квазистационарного мешающего процесса является эрмитовой и теплицевой, а её структура имеет ленточный вид [4]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 + P_n & R_1^* & \dots & R_q^* \\ R_1 & 1 + P_n & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & R_1^* \\ R_q & \dots & R_1 & 1 + P_n \end{bmatrix},$$

где: R_j — нормированные к дисперсии коррелированной составляющей коэффициенты автокорреляции j -го порядка, * — знак комплексного сопряжения. При этом модули коэффициентов автокорреляции приняты следующего вида [5]:

$$|R_j| = \exp[-(\pi \Delta FT j)^2 / 2,8],$$

где ΔFT — относительная ширина спектральной моды коррелированной мешающей компоненты.

Для нахождения обратной к \mathbf{R}_c матрицы \mathbf{R}_c^{-1} часто используется формула [6]:

$$\mathbf{R}_c^{-1} = \sum_{i=1}^{q+1} \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H, \quad (2)$$

где: \mathbf{H} — знак транспонирования и комплексного сопряжения; λ_i , \mathbf{u}_i соответственно являются собственными значениями и собственными векторами матрицы \mathbf{R}_c . В этом случае все собственные значения λ_i строго положительны, так как матрица \mathbf{R}_c положительно определена [4].

Аналитическое решение. Известно [6], что собственные значения матрицы \mathbf{R} , имеющей структуру (1), сводятся к виду: $(\lambda_i + P_n)$, тогда нетрудно показать, что матрицы \mathbf{R} , \mathbf{R}_c имеют одинаковые собственные векторы \mathbf{u}_i . Поэтому из выражений (1), (2) получим предлагаемую формулу для расчёта матрицы \mathbf{R}^{-1} , являющейся обратной к матрице \mathbf{R} :

$$\mathbf{R}^{-1} = \sum_{i=1}^{q+1} \frac{1}{\lambda_i + P_n} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H. \quad (3)$$

Очевидно, что если свойства коррелированных помех не изменяются, то собственные значения λ_i и соответствующие им собственные векторы \mathbf{u}_i матрицы \mathbf{R}_c фиксируются. При этом в

формуле (3) величины λ_i и произведения $\mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H$ будут неизменны для каждого значения i , что даёт возможность сохранить их в памяти устройства обработки. Поэтому при вариациях относительной мощности P_n шума расчёт обратной матрицы \mathbf{R}^{-1} по формуле (3) упрощается по сравнению с алгоритмами обращения матриц общего вида. Отметим, что результаты расчёта по предлагаемому алгоритму при использовании сохранённых в памяти устройства обработки величин λ_i и $\mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H$ в точности совпадают с истинными значениями коэффициентов обратной матрицы \mathbf{R}^{-1} комбинированных помех (оптимальным решением).

Экспериментальные исследования. Обработка поступающей информации в режиме реального времени накладывает жесткие требования на быстрдействие используемых в радиотехнических системах алгоритмов. Сравним вычислительные затраты на адаптацию при оптимальном (общего вида) и предлагаемом упрощённом решениях. Положим, что m — число изменений относительной мощности P_n шума ($m \geq 1$) в процессе наблюдения при сохранении статистических свойств коррелированной компоненты ($\mathbf{R}_c = \text{const}$). В таблице приведены приближенные формулы для оценки вычислительных затрат в этом случае.

Таблица — Вычислительные затраты

Оптимальный метод	Предлагаемый метод
Количество умножений и делений	
$m(q+1)^3 + 2m(q+1)^2$	$(q+1)^3 + 2(q+1)^2 + (m-1)(q+1)$
Количество сложений и вычитаний	
$m(q+1)^3 + m(q+1)^2 - 2m(q+1)$	$(q+1)^3 + (q+1)^2 - 2(q+1) + 2(m-1)(q+1)$
Общее количество арифметических операций	
$2m(q+1)^3 + 3m(q+1)^2 - 2m(q+1)$	$2(q+1)^3 + 3(q+1)^2 - 2(q+1) + 3(m-1)(q+1)$

Из анализа таблицы следует, что при втором порядке $q=2$ обеляющего фильтра и числе $m=2$ изменений мощности шума выигрыш μ в вычислительных затратах составляет 2,3 раза; при $q=4$, $m=5$ — 4,2 раза, а при $q=6$, $m=35$ — 18,7 раза. Семейство зависимостей $\mu(m)$ для разных q представлено на рисунке 1. Оно отражает вычислительную эффективность μ (соотношение между общим количеством арифметических операций, необходимых для предлагаемой (3) и оптимальной процедур расчёта коэффициентов обеляющего фильтра q -го порядка) при разном числе m изменений относительной мощности P_n шума в процессе наблюдения.

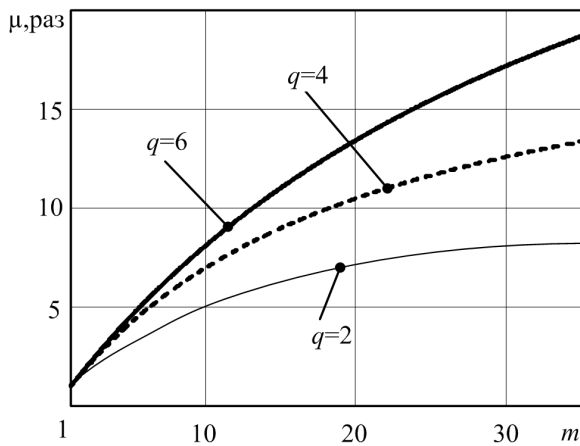


Рисунок 1— Зависимости выигрыша от числа изменений относительной мощности шума и порядка фильтра

Из рисунка 1 следует, что при увеличении значений q и m выигрыши μ нарастают.

Одним из существенных недостатков байесовского правила обнаружения сигналов является большое количество априорной информации о потерях и вероятностях состояния объекта, которая должна быть в распоряжении наблюдателя. Так, в ряде практических задач затруднительно априорно узнать вероятности наличия полезного сигнала в анализируемой спектрально-временной области и потерь за счёт ложной тревоги или пропуска полезного сигнала [1]. Поэтому вместо байесовского подхода воспользуется для оценки эффективности предлагаемого алгоритма критерием Неймана – Пирсона. Согласно ему предполагается максимизация вероятности D правильного обнаружения (минимизация величины вероятности пропуска полезного сигнала) при заданной вероятности F ложной тревоги [1]. Сравним характеристики обнаружения для систем, реализующих известное, оптимальное и предлагаемое решения.

Оценим среднюю вероятность \bar{D} правильного обнаружения полезного объекта при вероятности F ложной тревоги $F = 10^{-6}$, порядке фильтра $q = 2$, уровне мощности некоррелированной мешающей компоненты $P_n = 1$, относительной ширине спектра коррелированной помехи $\Delta FT = 0,1$ и относительной ширине спектра полезного сигнала $\Delta F_s T = 0,01$. На рисунке 2 представлены характеристики обнаружения $\bar{D}(Q)$ для данного случая, где Q — отношение сигнал-(помеха+шум).

Поскольку формула (3) даёт точные значения коэффициентов обратной матрицы \mathbf{R}^{-1} комбинированных помех, то оптимальное (линия 1) и предлагаемое (линия 2) решения совпадают друг с другом, а известное решение приведено

пунктирной кривой 3. Из анализа зависимостей, приведённых на рисунке 2, следует, что при отношении сигнал-(помеха + шум) $Q = 20$ предлагаемое решение обеспечивает на 10 % большую среднюю вероятность \bar{D} правильного обнаружения, чем известное, а при $Q \geq 40$ выигрыш у предлагаемого решения составляет около 20 %.

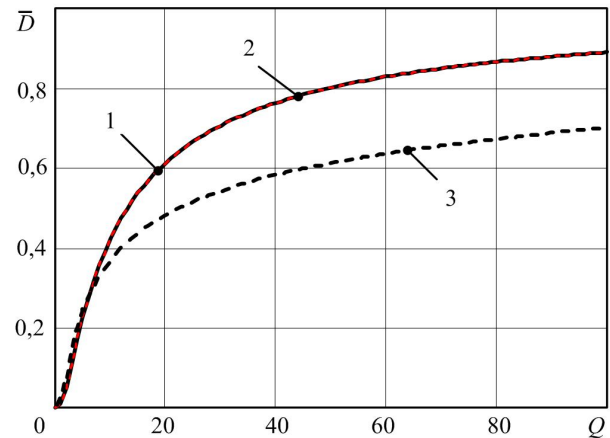


Рисунок 2— Зависимости средней вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал-(помеха+шум)

При относительной мощности шума $P_n = 10$ характеристики обнаружения показывают, что предлагаемое и оптимальное решения дают выигрыш до 23 % в величине \bar{D} при $Q \geq 60$ по сравнению с известным неадаптивным алгоритмом.

Выводы. Таким образом, анализ эффективности предлагаемого адаптивного алгоритма (3) расчёта коэффициентов обеляющего фильтра показал, что имеется выигрыш в точности вычисления коэффициентов обратной матрицы комбинированных помех по сравнению с известным неадаптивным подходом в условиях изменения мощности P_n некоррелированного шума. Это позволяет увеличить среднюю вероятность \bar{D} правильного обнаружения на 10 %...23 % по сравнению с известным решением. Кроме того, обеспечивается сокращение в 2,3...18,7 раз вычислительных по отношению к оптимальному решению (см. таблицу).

Библиографический список

1. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. – М.: Радиотехника, 2004. – 320 с.
2. Андреев В.Г., Нгуен Т.Ф., Нарбеков А.Ю. Адаптивная фильтрация комбинированных помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 3(45). – С. 38-41.
3. Андреев В.Г. Оптимизация авторегрессионных моделей мешающих радиоотражений // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2008. – Т. 51. – № 7. – С. 40-47.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. — М.: Физматлит, 2002. – 320 с.

5. Автоматизированные системы управления воздушным движением: справочник / В.И. Савицкий, В.А. Василенко, Ю.А. Владимиров, В.В. Точилор; под ред. В.И. Савицкого. – М.: Транспорт, 1986. – 192 с.

6. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

УДК 621.391.83

К.А. Батенков

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ГРАНИЦЫ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ ДИСКРЕТНОГО КАНАЛА СВЯЗИ, УЧИТЫВАЮЩИЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВХОДЯЩЕГО В ЕГО СОСТАВ НЕПРЕРЫВНОГО КАНАЛА

Получен аналитический вид потенциальных границ взаимной информации дискретного канала связи, составленного из произвольных непрерывного канала, модулятора и демодулятора. Свойства непрерывного канала характеризуются функцией правдоподобия, а операции модуляции и демодуляции отождествляются с операторами над пространственными матрицами.

Ключевые слова: дискретное отображение непрерывного канала связи, дискретный канал связи, непрерывный канал связи, функция правдоподобия, пространственная матрица.

Введение. Известно, что вычисление взаимной информации канала [1], отличного от линейного гауссовского, оказывается весьма трудоемкой процедурой [2, 3, 4], а зачастую просто невыполнимой вследствие отсутствия явных форм интегралов бесконечной или, по крайней мере, значительной кратности. В результате возникает необходимость в определении квазиоптимальных операторов модуляции и демодуляции, обладающих достаточно высокими значениями показателя качества. Для этой цели используются более простые критерии, например минимум среднеквадратического отклонения, которые позволяют вычислять квазиоптимальные операторы модуляции и демодуляции с помощью упрощенных процедур либо же вообще в явном виде [4, 5]. Сравнение же получаемых решений целесообразно осуществлять на основе некоторых более простых границ показателей качества, которые зависят как от типа используемого канала связи и распределения источника, так и от самих операторов модуляции [6].

Целью данной работы является аналитический вывод потенциальных границ взаимной информации дискретного канала связи, составленного из произвольных непрерывного канала, модулятора и демодулятора, причем не обязательно линейных.

Нижняя граница. Формализация границ взаимной информации $I_{x,x'}$ осуществляется на основе общей формулы для детерминированных дискретных отображений непрерывного канала связи:

$$\begin{aligned}
 I_{x,x'} = & \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \\
 & \times \left\{ \log \left(\int_{\bar{\mathbf{x}}'} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{x}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \times \right. \right. \\
 & \times \delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' - \right. \\
 & \left. \left. - \Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{x}}') \right] d\bar{\mathbf{x}}' \right) - \\
 & - \log \left(\int_{\bar{\mathbf{y}}' \mathbf{y}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{y} \right] d\mathbf{y} \times \right. \\
 & \times \delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}' - \right. \\
 & \left. \left. - \Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}' \right] d\bar{\mathbf{y}}' \right) \Bigg\} d\bar{\mathbf{y}}'' dx,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ – распределения сигнала на входе модулятора; $\omega_{x'/x}(x', x)$ – функция правдоподобия непрерывного канала связи;

$\Phi_i = \left\{ \Phi_{k_1, \dots, k_i, j} \right\}_{k_1, \dots, k_i=1, N, j=1, N_c}$ – $(i+1)$ -мерная матрица переменного порядка $(\underbrace{N \times \dots \times N}_i \times N_c)$

коэффициентов разложения базисных функций модуляции; $\Phi^i = \left\{ \Phi_{i,k_1,k_2,\dots,k_i} \right\}_{k_1=1,N',k_2=1,N',\dots,k_i=1,N'}$ – $(i+1)$ -мерная матрица переменного порядка $(N' \times N'_c \times \dots \times N'_c)$ коэффициентов разложения

базисных функций демодуляции; N_a – степень нелинейности модулятора; N_b – степень нелинейности демодулятора; N – размерность сигналов на входе модулятора; N' – размерность сигналов на выходе демодулятора; N_c – число координатных функций разложения сигнала на выходе модулятора; N'_c – число координатных функций разложения сигнала на входе демодулятора; $\delta(\mathbf{x})$ – дельта-функция многомерного аргумента \mathbf{x} .

В данной формуле операция умножения n_a -мерной матрицы $\mathbf{A} = \{A_{k_1, \dots, k_{n_a}}\}$ на вектор $\mathbf{a} = \{a_k\}$ по индексам $l, \dots, l' = \overline{1, n_a}$ имеет вид:

$$\mathbf{A}\{l, \dots, l'\}\mathbf{a} = \left\{ \sum_{k_1} \dots \sum_{k_{l'}} \left(\prod_{m=l}^{l'} a_{k_m} \right) A_{k_1, \dots, k_l, \dots, k_{l'}, \dots, k_i} \right\}. \quad (2)$$

Умножение на одну и ту же функцию $\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})\omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right]$ выражений под логарифмами (1) не изменяет величину взаимной информации, а на основании свойства логарифма произведения [7] и линейности оператора интегрирования (1) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'} = & - \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \times \\ & \times \log \left(\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \right) d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x} - \\ & - \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \times \\ & \times \log \left(\frac{\int \int \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{y} \right] d\mathbf{y}}{\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right]} \right) \times \\ & \times \frac{\delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' - \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}') \right] d\bar{\mathbf{y}}' -}{\int \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{x}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' - \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}') \right] d\bar{\mathbf{y}}' - \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{x}}'} d\bar{\mathbf{x}}'} d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x}. \end{aligned}$$

Использование хорошо известного неравенства $\log x \leq (x-1)\log e$, сокращение числителя и знаменателя дроби на одну и ту же функцию, а также условия нормировки для плотностей вероятности приводят к выражению:

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'} \geq & \log e - \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \times \\ & \times \log \left(\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \right) d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x} - \\ & - \log e \cdot \int \int_{\bar{\mathbf{y}}' \bar{\mathbf{y}}''} \frac{\omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{y} \right] d\mathbf{y}}{\int_{\bar{\mathbf{x}}'} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{x}}', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] d\bar{\mathbf{x}}'} \times \\ & \times \frac{\delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' - \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}') \right] d\bar{\mathbf{y}}'}{\delta \left[\sum_{j=1}^{N_b} (\Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' - \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{x}}') \right] d\bar{\mathbf{x}}'} \times \\ & \times d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Применение свойства логарифма произведения ко второму слагаемому в правой части (3), условия нормировки для плотностей вероятности формализуют нижнюю границу взаимной информации:

$$\begin{aligned} I_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'} \geq & H_{\mathbf{x}} + H_{x'/x} + \log e - \\ & - \log e \cdot \int \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \frac{\omega_{\mathbf{x}'} \left(\sum_{j=1}^{N_b} \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' \right)}{\omega_{x'/x} \left(\sum_{j=1}^{N_b} \Phi_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'', \mathbf{x} \right)} d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x}, \end{aligned}$$

где $H_{\mathbf{x}}$ – энтропия распределения сигнала на входе модулятора \mathbf{x} , определяемая выражением:

$$H_{\mathbf{x}} = - \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \log \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x};$$

$H_{x'/x}$ – условная энтропия сигнала на входе демодулятора x' при известном сигнале на входе модулятора \mathbf{x} , определяемая аналогичной формулой:

$$\begin{aligned} H_{x'/x} = & - \int_{\mathbf{x}} \omega_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \int_{\bar{\mathbf{y}}''} \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] \times \\ & \times \log \omega_{x'/x} \left[\bar{\mathbf{y}}'', \sum_{i=1}^{N_a} \Phi_i \{1, \dots, i\} \mathbf{x} \right] d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x}. \end{aligned}$$

Верхняя граница. Она определяется на основе известного соотношения между взаимной информацией $I_{\mathbf{x}, \mathbf{x}'}$, энтропией выходного

сигнала $H_{\mathbf{x}'}$ и условной энтропией $H_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}}$ [2, 3, 8]:

$$I_{\mathbf{x},\mathbf{x}'} = H_{\mathbf{x}'} - H_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}}. \quad (4)$$

Умножение и деление выражения под логарифмом энтропии сигнала на выходе демодулятора на плотность вероятности некоторой многомерной гауссовской случайной величины \mathbf{y} , обладающей идентичной с ним ковариационной матрицей и плотностью распределения [9, 10]:

$$\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}') = (2\pi)^{-\frac{N'}{2}} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1/2} \right| \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x}'^T \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \mathbf{x}'\right), \quad (5)$$

где $\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}$ – ковариационная матрица сигнала на выходе демодулятора \mathbf{x}' ; $|\mathbf{A}|$ – определитель (детерминант) матрицы \mathbf{A} ; не изменяет исходного выражения:

$$H_{\mathbf{x}'} = \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')}{\omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \cdot \omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}'. \quad (6)$$

Представление логарифма произведения в виде суммы логарифмов преобразует (6) в следующую форму:

$$H_{\mathbf{x}'} = \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')}{\omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}' + \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{1}{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}'. \quad (7)$$

Второе слагаемое в (7) на основе (5), свойства логарифма произведения и равенства определителя обратной матрицы обратной величине определителя данной матрицы $|\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1}| = |\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}|^{-1}$ разлагается на два слагаемых:

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{1}{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}' = \\ & = \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \left[(2\pi)^{\frac{N'}{2}} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{1/2} \right| \right] d\mathbf{x}' + \\ & + \frac{\log e}{2} \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \mathbf{x}'^T \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \mathbf{x}' d\mathbf{x}'. \end{aligned} \quad (8)$$

Использование в первом слагаемом (8) условия нормировки плотностей вероятности, а во втором – свойства следа произведения матриц в форме [10]

$$\mathbf{x}'^T \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \mathbf{x}' = \text{tr}(\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \mathbf{x}' \mathbf{x}'^T),$$

позволяет представить (8) в виде:

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{1}{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}' = \log(2\pi)^{\frac{N'}{2}} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{1/2} \right| + \\ & + \frac{\log e}{2} \text{tr} \left[\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \mathbf{x}' \mathbf{x}'^T d\mathbf{x}' \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Очевидно, что интеграл второго слагаемого (9) представляет собой ковариационную матрицу сигнала на выходе демодулятора. Следова-

но, поскольку произведение обратной матрицы на саму матрицу равно единичной матрице [11], порядок ковариационной матрицы соответствует размерности сигнала на выходе демодулятора [9], а след единичной матрицы равен ее порядку [12], то справедливо следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & \text{tr} \left[\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \mathbf{x}' \mathbf{x}'^T d\mathbf{x}' \right] = \\ & = \text{tr}(\mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}^{-1} \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2}) = \text{tr} \mathbf{E}_2 = N'. \end{aligned}$$

Тогда (9) принимает форму:

$$\int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{1}{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}' = \log \sqrt{(2\pi e)^{N'} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2} \right|}. \quad (10)$$

Первое слагаемое в (7) на основе неравенства $\log x \leq (x-1) \log e$, сокращения числителя и знаменателя дроби на одну и ту же функцию, а также условия нормировки для плотностей вероятности преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \log \frac{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')}{\omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}')} d\mathbf{x}' \leq \\ & \leq \log e \cdot \int_{\mathbf{x}'} \omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}') \left[\frac{\omega_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}')}{\omega_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}')} - 1 \right] d\mathbf{x}' = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

В результате в соответствии с (4), (7), (10) и (11) верхняя граница взаимной информации формализуется в следующем виде:

$$I_{\mathbf{x},\mathbf{x}'} \leq \log \sqrt{(2\pi e)^{N'} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2} \right|} - H_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}}.$$

Следует отметить, что, по сути, данная граница оказывается следствием максимальности энтропии нормального распределения среди всех распределений с заданной ковариационной матрицей [10].

Таким образом, доказана следующая теорема, задающая границы взаимной информации для произвольных непрерывных каналов связи и сигналов, передаваемых по ним.

Теорема о потенциальных границах взаимной информации. Взаимная информация между входным и выходным сигналами дискретного канала связи, получаемого путем дискретного отображения произвольного непрерывного многопараметрического канала, ограничена следующим интервалом:

$$\begin{aligned} & \log \sqrt{(2\pi e)^{N'} \left| \mathbf{M}_{\mathbf{x}',2} \right|} - H_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}} \geq I_{\mathbf{x},\mathbf{x}'} \geq \\ & \geq H_{\mathbf{x}} + H_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}} + \log e - \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & - \log e \cdot \int \int_{\mathbf{x} \bar{\mathbf{y}}''} \frac{\omega_{\mathbf{x}'} \left(\sum_{j=1}^{N_b} \Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'' \right)}{\omega_{\mathbf{x}'/\mathbf{x}} \left(\sum_{j=1}^{N_b} \Phi'_j \{2, \dots, j+1\} \bar{\mathbf{y}}'', \mathbf{x} \right)} d\bar{\mathbf{y}}'' d\mathbf{x}. \end{aligned}$$

Данная теорема по сути является некоторым обобщением границ, полученных в [2], на случай многомерного дискретного канала связи, образованного на основе операторов модуляции и демодуляции с ограниченной степенью нелинейности.

Выводы. Взаимная информация учитывает конкретный вид распределения вероятности сигнала на входе модулятора, а следовательно, как показатель качества системы передачи информации характеризует не только канал связи как таковой, но и вероятностные параметры передаваемого по нему входного сигнала. С одной стороны, это является существенным достоинством подобного показателя, поскольку позволяет синтезировать дискретные отображения, учитывающие дополнительную априорную информацию об источнике помимо информации о свойствах непрерывного канала связи. С другой же стороны, возможность с помощью кодера источника и кодера канала варьирования статистических характеристик сигнала на входе модулятора может потребовать синтеза оптимальных отображений для всех возможных вариаций этих дополнительных априорных сведений. К тому же зависимость величины взаимной информации от характеристик источника может быть столь значительной, что в ряде случаев способна практически полностью нивелировать достоинства оптимальных отображений по отношению к неоптимальным.

Библиографический список

1. Батенков К.А. Максимум взаимной информации как основной критерий синтеза инфокоммуникационных систем // Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. – Ростов-на-Дону : ПЦ

"Университет" СКФ МТУСИ, 2013. – С. 51–53.

2. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь : пер. с англ. / Р. Галлагер ; под ред. М. С. Пинскера и Б. С. Цыбакова. – М. : Советское радио, 1974. – 720 с.

3. Кудряшов Б.Д. Теория информации : учебник для вузов / Б. Д. Кудряшов. – СПб. : Питер, 2009.

4. Батенков К.А. Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 1 (43). – С. 12-20.

5. Батенков К.А. Обобщенный пространственно-матричный вид энергетических ограничений систем связи // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2013. – № 3. – С. 238–245.

6. Батенков К.А. Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. – 2013. – № 10. – С. 2–4.

7. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, К. Корн. – М. : 1970. – 720 с.

8. Стратонович Р.Л. Теория информации / Р.Л. Стратонович. – М. : Сов. радио, 1975. – 424 с.

9. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устойчивых систем : учеб. пособие для вузов / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М. : Радио и связь, 1991. – 608 с.

10. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В.С. Пугачев. – 2-е изд., исправл. и дополн. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 496 с.

11. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1966. – 576 с.

12. Магнус Я.Р. Матричное дифференциальное исчисление с приложениями к статистике и экономике / Я.Р. Магнус, Х. Нейдеккер ; пер. с англ. под ред. С.А. Айвазяна. – М. : Физматлит, 2002. – 496 с.

УДК 621.396.96

В.И. Кошелев, А.В. Сафонова

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ PROPAGATOR МЕТОД ОЦЕНКИ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИХОДА РАДИОСИГНАЛА

Предложен модифицированный Propagator-метод оценки направления прихода радиосигнала. Проведено сравнение точности и объема необходимых вычислительных операций предложенного алгоритма оценки координат источников излучения с известными алгоритмами ESPRIT и PM. Доказаны преимущества предложенного алгоритма оценки угловых координат источника излучения при реализации его в реальном времени.

Ключевые слова: угловые координаты, точность определения координат, вычислительные операции.

Введение. Оценка координат источников радиоизлучений является важной задачей обработки радиосигналов, которая решается в радиолокации, гидролокации, мобильных телекоммуникационных системах и во многих других областях современной радиотехники [1-3]. Основные алгоритмы оценки направления прихода сигнала, такие как MUSIC и ESPRIT, глубоко изучены, имеют множество модификаций и практических применений [4]. Однако эти алгоритмы требуют разложения кросс-спектральной матрицы по собственным векторам или сингулярного разложения матрицы полученных данных. Эти операции связаны с большими вычислительными затратами, поэтому их применение ограничено в ряде задач обработки сигнала в реальном времени.

Для уменьшения вычислительных затрат при оценке направления прихода сигнала Маркосом предложен Propagator-метод (PM), не требующий разложения на собственные векторы кросс-спектральной матрицы или сингулярного разложения матрицы полученных данных [5]. Информация об угловых координатах извлекается из полученного сигнала путем разделения сформированной матрицы управляющих векторов при условии парного соответствия между азимутом и углом места пеленгуемых источников излучения [6].

Цель работы состоит в модификации известного Propagator-метода, которая не требует парного соответствия между азимутом и углом места пеленгуемых источников излучения, что является необходимым условием корректной работы классического PM. Такая модификация отличается меньшими вычислительными затратами, облегчающими его реализацию в реальном времени.

Теоретическая часть. Рассмотрим эквидистантную антенную решетку, состоящую из N триплетов, каждый из которых включает в себя три элемента, как показано на рисунке 1.

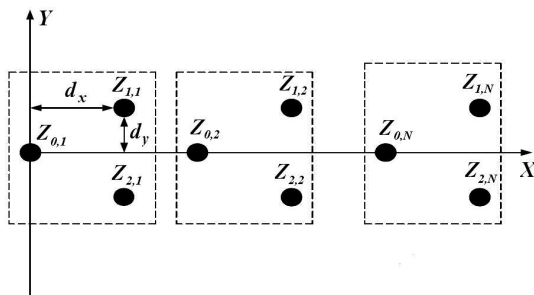


Рисунок 1 – Антенная решетка, состоящая из N триплетов

Предположим, что существуют K некоррелированных узкополосных источников излу-

чий (ИИ), где k -й источник имеет координаты $(\phi_k; \theta_k)$, а ϕ_k – азимут, θ_k – угол места. Антенная решетка может быть разбита на три подрешетки, не имеющие общих элементов. Вектор принятых сигналов для 1-й, 2-й и 3-й подрешетки можно записать как:

$$\mathbf{Z}_0 = (\mathbf{Z}_{01}, \mathbf{Z}_{02}, \dots, \mathbf{Z}_{0N})^T,$$

$$\mathbf{Z}_1 = (\mathbf{Z}_{11}, \mathbf{Z}_{12}, \dots, \mathbf{Z}_{1N})^T,$$

$$\mathbf{Z}_2 = (\mathbf{Z}_{21}, \mathbf{Z}_{22}, \dots, \mathbf{Z}_{2N})^T,$$

где T – знак транспонирования. Вектора \mathbf{Z}_i можно переписать как:

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n}_0,$$

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{A}\Phi_1\mathbf{S} + \mathbf{n}_1,$$

$$\mathbf{Z}_2 = \mathbf{A}\Phi_2\mathbf{S} + \mathbf{n}_2,$$

где \mathbf{A} – матрица направляющих векторов $\mathbf{a}(\theta_k)$, $k = 1, \dots, K$ размерностью $N \times K$, \mathbf{S} – вектор сигналов от K источников сигналов размерностью $K \times 1$ и $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ – векторы аддитивного белого гауссовского шума, представленного в виде вектора размерностью $N \times 1$. Φ_1, Φ_2 – диагональные матрицы размерностью $K \times K$, содержащие информацию об азимуте и угле места, которые можно записать как:

$$\Phi_1 = \text{diag} \left[\exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_1}{\lambda} + \frac{2\pi d_y \cos \phi_1}{\lambda} \right) \right\} \dots \right. \\ \left. \dots \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_K}{\lambda} + \frac{2\pi d_y \cos \phi_K}{\lambda} \right) \right\} \right], \quad (1)$$

$$\Phi_2 = \text{diag} \left[\exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_1}{\lambda} - \frac{2\pi d_y \cos \phi_1}{\lambda} \right) \right\} \dots \right. \\ \left. \dots \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_K}{\lambda} - \frac{2\pi d_y \cos \phi_K}{\lambda} \right) \right\} \right], \quad (2)$$

где λ – длина волны, θ_k – угол места, ϕ_k – азимут, d_x и d_y – координаты двух элементов в первом триплете по оси x и по оси y , соответственно.

Из формул (1) и (2) с помощью известных алгоритмов сверхразрешения [4,7] можно найти координаты источников излучения. Однако известные методы требуют больших вычислительных затрат, поэтому их применение в режиме реального времени затруднено.

Формулы (1) и (2) содержат информацию как об азимуте, так и об угле места. Один из способов разделения этой информации состоит в формировании суммарного вектора \mathbf{Z}_1 и \mathbf{Z}_2 . Тогда

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) / \sqrt{2}, \quad (3)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S} + \mathbf{n}, \quad (4)$$

где $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2) / \sqrt{2}$, Φ – диагональная матрица, размерностью $K \times K$, которую можно записать как:

$$\Phi = \sqrt{2} \text{diag} \left[\cos \left(\frac{2\pi d_y \cos \phi_1}{\lambda} \right) \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_1}{\lambda} \right) \right\}, \dots, \cos \left(\frac{2\pi d_y \cos \phi_K}{\lambda} \right) \exp \left\{ j \left(\frac{2\pi d_x \cos \theta_K}{\lambda} \right) \right\} \right]. \quad (5)$$

Информация об азимуте K источников излучения заложена в амплитудных компонентах диагональных элементов матрицы (5), а информация об угле места – в фазовых компонентах. Φ находится с помощью РМ [8]. Затем оценка направления прихода сигнала производится с использованием диагональных элементов матрицы Φ .

Данная процедура основана на разложении вектора \mathbf{A} отклика антенной решетки на подматрицы \mathbf{A}_1 и \mathbf{A}_2 размерностью $K \times K$ и $(N - K) \times K$ соответственно:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_2^T]^T.$$

Введем новую матрицу \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = [\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\Phi)^T]^T.$$

Справедливо:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{A}_1^T \mathbf{D}_1^T]^T,$$

где

$$\mathbf{D}_1 = [\mathbf{A}_2^T (\mathbf{A}_1\Phi)^T (\mathbf{A}_2\Phi)^T]^T, \quad (6)$$

\mathbf{A}_1 – неединичная матрица, принцип формирования которой является общим для всех методов, основанных на разделении рабочего пространства на подпространства при $N \geq 2K$. Функция распространения представляет собой линейный оператор \mathbf{P} , тогда:

$$\mathbf{P}^H \mathbf{A}_1 = \mathbf{D}_1, \quad (7)$$

где \mathbf{P} – эрмитов оператор, обозначающий сопряжение и транспонирование.

Обозначим \mathbf{z}_j вектор сигналов на входе антенной решетки, размерность $2N \times 1$ и запишем его как:

$$\mathbf{z}_j = [\mathbf{z}_{0j}^T \mathbf{z}_j^T]^T, j = 1, \dots, L.$$

Также обозначим через \mathbf{X} матрицу данных размерностью $2N \times L$, включающую L – векторов сигнала (снимков), принятых антенной решеткой, и запишем ее как:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_L].$$

Запишем кросс-спектральную матрицу размерностью $2N \times 2N$ как:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \mathbf{X} \mathbf{X}^H = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{z}_l \mathbf{z}_l^H.$$

Разобьем матрицу данных \mathbf{X} и кросс-спектральную матрицу $\hat{\mathbf{R}}$ на подматрицы:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{R}} = [\mathbf{F} \quad \mathbf{J}], \quad (9)$$

где \mathbf{X}_1 и \mathbf{X}_2 – подматрицы размерностью $K \times L$ и $(2N - K) \times L$ соответственно и \mathbf{F} и \mathbf{J} – подматрицы размерностью $2N \times K$ и $2N \times (2N - K)$ соответственно.

Обозначим $\hat{\mathbf{P}}_{data}$ и $\hat{\mathbf{P}}_{est}$ матрицы оценки функции распространения размерностью $K \times (2N - K)$, основанные на матрице данных \mathbf{X} и кросс-спектральной матрице $\hat{\mathbf{R}}$ соответственно. Оптимальные в среднеквадратическом смысле матрицы оценки функции распространения могут быть найдены из (8) (9) методом наименьших квадратов[9]:

$$\hat{\mathbf{P}}_{data} = (\mathbf{X}_1 \mathbf{X}_1^H)^{-1} \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^H,$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{est} = (\mathbf{F}^H \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^H \mathbf{J}.$$

Разложим $\hat{\mathbf{P}}_{est}$ и $\hat{\mathbf{P}}_{data}$ как:

$$\hat{\mathbf{P}}^H = [\hat{\mathbf{P}}_1^T \quad \hat{\mathbf{P}}_2^T \quad \hat{\mathbf{P}}_3^T]^T, \quad (10)$$

где размерности матриц $\hat{\mathbf{P}}_1^T$, $\hat{\mathbf{P}}_2^T$ и $\hat{\mathbf{P}}_3^T$ идентичны размерностям \mathbf{A}_2 , $\mathbf{A}_1\Phi$ и $\mathbf{A}_2\Phi$ соответственно.

В соответствии с выражением (7) и, используя (6) и (10), можно записать следующие равенства:

$$\hat{\mathbf{P}}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2, \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_2 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_1 \Phi, \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \Phi. \quad (13)$$

Выражения (11) и (13) могут быть использованы для нахождения Φ . Для этого найдем собственные значения матрицы $\hat{\mathbf{P}}_2$ из выражения (12), выразим \mathbf{A}_1 из (11) и подставим в (13). Результатом преобразования является:

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\# \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2 \Phi, \quad (14)$$

где $\#$ – обозначает псевдообращение. Таким образом, оценка диагональных элементов матрицы Φ может быть получена путем нахождения K собственных значений матрицы $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$. Размерность матрицы $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ – $K \times K$, что меньше чем размерность матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ – $2N \times 2N$, которая используется для разложения на собственные значения в ESPRIT, минимум в 4 раза, так как $N \geq 2K$ [4].

Затем, используя факторизацию, можно представить $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$ как:

$$\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\# = \mathbf{V}_1 \mathbf{\Phi} \mathbf{V}_1^{-1}, \quad (15)$$

где \mathbf{V}_1 представляет собой матрицу собственных векторов $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$, а $\mathbf{\Phi}$ – диагональную матрицу собственных значений $\hat{\mathbf{P}}_3 \hat{\mathbf{P}}_1^\#$. Из выражения (5), азимут и угол места могут быть найдены как:

$$\hat{\phi}_k = \cos^{-1} \left[\frac{\lambda}{2\pi d_y} \cos^{-1} \left[\frac{\text{amplitude}(\mathbf{\Phi})_{k,k}}{\sqrt{2}} \right] \right], \quad (16)$$

$$\hat{\theta}_k = \cos^{-1} \left[\frac{\lambda}{2\pi d_x} \text{phase}(\mathbf{\Phi})_{k,k} \right]. \quad (17)$$

Отметим, что в данном случае оценка угла места не зависит от оценки азимута.

Имитационное моделирование. Проведено моделирование предложенного алгоритма и сравнительный анализ его результатов с известными алгоритмами РМ и ESPRIT. Оценка направления прихода сигнала по азимуту и углу места проведена для двух источников излучения с координатами $(20^\circ; 50^\circ)$ и $(50^\circ; 20^\circ)$. Число элементов антенной решетки выбрано равным 18 (шесть триплетов), расстояние между элементами – $d_y = \lambda/4$ и $d_x = \lambda/2$. Число независимых испытаний – 250, объем выборки – 100. В результате моделирования получены зависимости стандартного отклонения (Δ) оценки координат источника излучения от истинного значения в градусах, от отношения сигнал-шум (ОСШ). Рассматривался диапазон изменения значения ОСШ (10...35) дБ. Графики зависимостей представлены на рисунках 2 – 5.

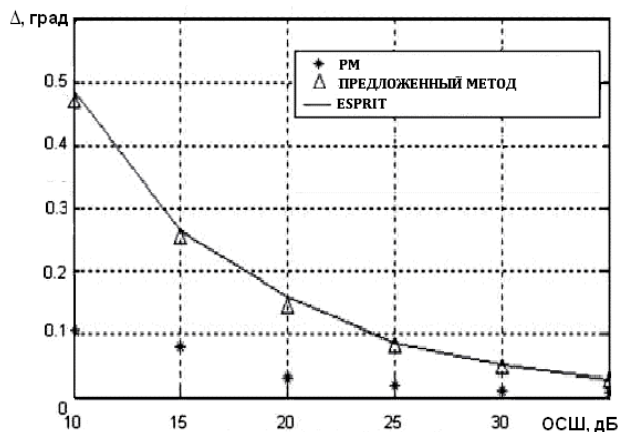


Рисунок 2 – Стандартное отклонение (Δ) оценки угла места источника излучения $\varphi = 20^\circ$ от истинного значения в зависимости от величины отношения сигнал-шум (ОСШ)

На рисунках 2,3 представлены зависимости стандартного отклонения оценки угла места ис-

точника излучения от истинного значения в градусах, от величины ОСШ. При значениях величины ОСШ менее 25 дБ точность предложенного модифицированного метода ниже точности РМ на $(0,05 \dots 0,35)$ градусов, при этом стандартное отклонение от истинного значения координат источника излучения для предложенного метода и метода ESPRIT имеет примерно равное значение. Для случая когда величина ОСШ больше 30 дБ, разница в точности методов не превышает 0,01 градуса.

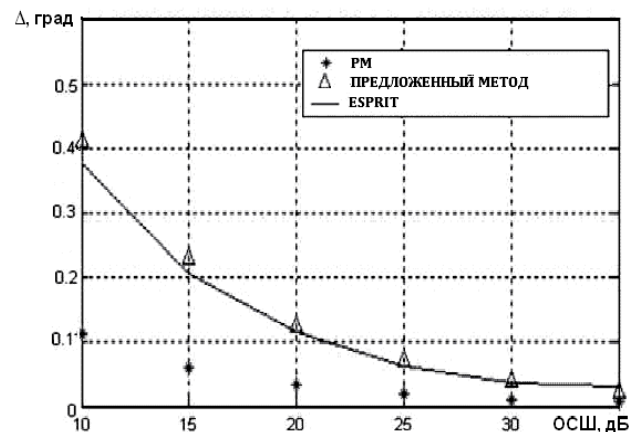


Рисунок 3 – Стандартное отклонение (Δ) оценки угла места источника излучения $\varphi = 50^\circ$ от истинного значения в зависимости от величины отношения сигнал-шум (ОСШ)

На рисунках 4,5 представлены зависимости стандартного отклонения оценки азимута источника излучения от истинного значения, в градусах, от величины ОСШ, в дБ. При величине ОСШ от 10 дБ до 25 дБ разница в точности РМ и предложенного алгоритма колеблется в диапазоне от 0,2 до 0,03 градуса. Точность ESPRIT и предложенного метода отличается не более чем на 0,01 градуса.

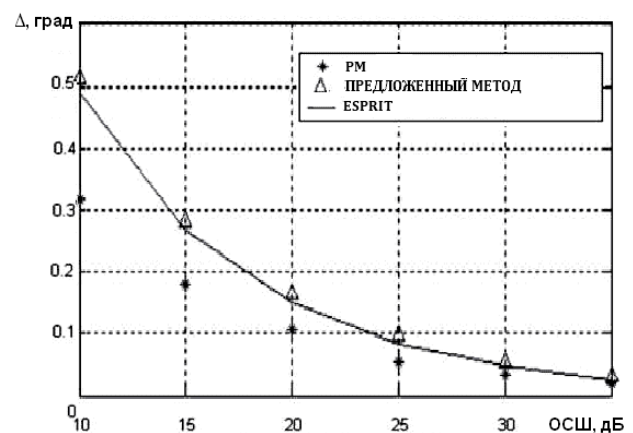


Рисунок 4 – Стандартное отклонение (Δ) оценки азимута источника излучения $\theta = 50^\circ$ от истинного значения в зависимости от величины отношения сигнал-шум (ОСШ)

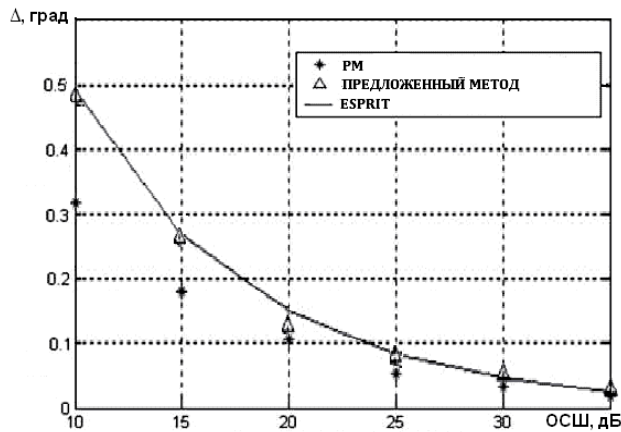


Рисунок 5 – Стандартное отклонение (Δ) оценки азимута источника излучения $\theta = 20^\circ$ от истинного значения в зависимости от величины отношения сигнал-шум (ОСШ)

Предложенный алгоритм имеет $3NLK$ вычислительных операций. Как известно, алгоритм ESPRIT имеет вычислительную сложность, равную $N^3 + 2N^2L$ [10], а РМ требует $3N'LK$ вычислительных операций, где N' – число элементов в каждой подрешетке [8]. Для рассмотренного случая вычислительная сложность модифицированного РМ в 1,5 раза меньше, чем у РМ и в 4,5 раз меньше, чем у ESPRIT, что во многих случаях является принципиальным с точки зрения реализации алгоритма в реальном времени.

Для алгоритмов определения угловых координат источника излучения важное значение имеет разрешение нескольких близко расположенных целей. Оценки $\hat{\theta}$ азимута θ источника излучения и стандартного отклонения Δ от ее истинного значения при расположении источников излучения на близком расстоянии для предложенного модифицированного РМ приведены в таблице. Данные получены при значении ОСШ = 10 дБ и при фиксированном значении угла места $\varphi = 20^\circ$.

Таблица

θ , град	$\hat{\theta}$, град	Δ , град
50	49,053	0,834
53	52,128	0,775
56	54,987	0,958
59	58,438	0,631

Сравнив данные, приведенные в таблице, и данные, полученные в результате моделирования (рисунок 5), отметим, что точность оценки координат по сравнению со случаем, когда источники разнесены на 30 градусов отличается на (0,15...0,45) градуса. Из полученных результатов можно сделать вывод, что предложенный алго-

ритм может быть использован для определения координат нескольких близкорасположенных источников излучения, т.е. он обладает разрешением по угловой координате.

Заключение. В результате моделирования было доказано, что точность оценки угловых координат предложенного метода сопоставима с точностью метода ESPRIT (точность оценки отличается не более чем на 0,01 градуса), и метода РМ – разница в точности колеблется от 0,02 до 0,35 градуса в диапазоне изменения величины отношения сигнал-шум от 10 дБ до 35 дБ. Также модифицированный РМ является эффективным и при определении координат нескольких близкорасположенных источников излучения. Применение предложенного метода позволяет сократить вычислительные затраты по сравнению с известным методом ESPRIT – в 4,5 раза, а по сравнению с РМ – в 1,5 раза.

Кроме того, достоинством модифицированного РМ является то, что он не требует парного соответствия между азимутом и углом места пеленгуемых источников излучения, что является необходимым условием для корректной работы классического РМ. Это позволяет избежать неоднозначности при определении координат конкретного источника излучения и дополнительно уменьшить вычислительные затраты на этапе вторичной обработки сигнала.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о преимуществе предложенного алгоритма перед известными алгоритмами сверхразрешения в объеме требуемых вычислительных операций, сохраняя вместе с тем приемлемую для многих задач точность оценки угловых координат.

Библиографический список

1. Кошелев В.И., Штрунова Е.С. Повышение эффективности алгоритмов защиты РЛС от активных шумовых помех // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2011. – № 37. – С. 27–31.
2. Нуен Ч.Т. Алгоритмы формирования трехмерных радиоизображений на основе доплеровской фильтрации и оценивания координат // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 3 (45). – С. 27–31.
3. Паршин Ю.Н., Лыонг Ч.В. Разработка гиперболического алгоритма определения координат источника радиоизлучения // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 1 (43). – С. 32–38.
4. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. – М.: Радио и связь, 2003. – 200 с.
5. Marcos S., Marsal A., Benidir M., The propagator method for source bearing estimation, Signal Processing

42 (2) (March 1995), 121–138.

6. Luta Liu, Qingbo Ji, Yilin Jiang, Improved Fast DOA Estimation Based on Propagator Method, APSIPA ASC 2011, http://www.apsipa.org/proceedings_2011/pdf/APSIPA319.pdf.

7. Зотов С.А., Макаров Е.С., Нечаев Ю.Б. Методы сверхразрешения в задачах радиопеленгации // Информационные процессы и технологии в обществе и экономике. – 2006. – №3. – С. 12-26.

8. Yuntao Wu, Guisheng Liao, H.C. So., A fast algorithm for 2-D direction-of-arrival estimation, Signal Processing 83 (2003), 1827 – 1831.

9. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения пер. с англ. - М.: Мир, 1990. – 584 с.

10. Hongshu Liao, Lu Gan, Ping Wei, 2-D ESPRIT algorithm for 2-D DOA estimation, Journal of information and computational science, 10, 2011, 1961-1871.

УДК 621.396.96

А.Н. Ковалев, Ф.Н. Ковалев

ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ЦЕЛИ В ПРОСВЕТНОЙ БИСТАТИЧЕСКОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрена задача оценки траекторных параметров цели в просветном радиолокаторе с измерениями доплеровской частоты и направления прихода рассеянного сигнала. Проведено исследование потенциальной точности определения параметров методом максимального правдоподобия. Предложен алгоритм определения координат, основанный на модели движения цели почти ортогонально линии базы системы; по результатам численных экспериментов оценена его точность. Достоинством алгоритма является высокая, сравнимая с потенциальной, точность на начальных участках траектории и возможность оперативной оценки координат.

Ключевые слова: просветная радиолокация, бистатическая радиолокационная система, потенциальная точность, метод максимального правдоподобия, параметры траектории.

Введение. В просветных радиолокационных системах (РЛС) обнаружение и определение координат цели осуществляется в узкой зоне в окрестности линии базы, соединяющей передатчик и приемник, где наблюдается повышенная интенсивность рассеянного излучения [1]. Просветные РЛС формируют на передатчиках с монохроматическим излучением и приемниках с амплитудным детектированием суммарного колебания, образуемого в результате интерференции мощной радиоволны, излученной передатчиком, и радиоволны, рассеянной на объекте [2-5]. Для оценки координат используют измерения доплеровской частоты и направления прихода рассеянного на объекте сигнала.

Целью работы является разработка эффективного алгоритма оценки параметров траектории объекта в просветной бистатической радиолокационной системе на основе анализа потенциальной точности определения параметров методом максимального правдоподобия и приближенных соотношений для доплеровской частоты и направления прихода рассеянного сигнала.

Теоретические исследования. На рисунке 1 показана схема просветной бистатической двухкоординатной РЛС. Элементы системы размещены в плоскости xOy : приемник (Пр) – в центре системы координат (точке O), передатчик (П) – на оси Ox на расстоянии a от приемника, называемом базой. Цель движется со скоростью v в плоскости xOy , пересекая в момент времени t линию базы под углом ψ в точке $(s, 0)$, $0 < s < a$.

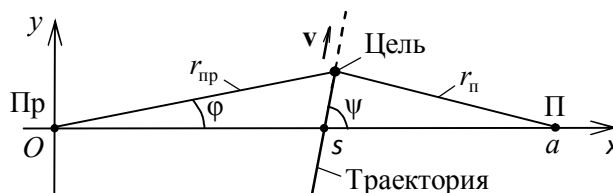


Рисунок 1 – Схема просветной бистатической РЛС

Ввиду узости зоны действия системы локация цели осуществляется на небольших удалениях от линии базы: $|y| \ll s$, $|y| \ll (a - s)$. Как следствие, в качестве модели движения цели обычно рассматривают ее равномерное прямолинейное движение под углами ψ , близкими к

90° [3-7], так что текущие координаты можно представить в виде:

$$x(t) = s + v_x(t - \tau), \quad (1)$$

$$y(t) = v_y(t - \tau), \quad (2)$$

$$|v_x| \ll |v_y|,$$

где t – текущее время, τ – момент пересечения целью линии базы, $v_x = v \cos \psi$, $v_y = v \sin \psi$, $v = |\mathbf{v}|$ – величина скорости.

Параметры траектории, через которые выражаются координаты (1), (2), удобно объединить в вектор

$$\chi_4 = [s, \tau, v_y, v_x]^T. \quad (3)$$

Индекс в обозначении вектора показывает число параметров, которые описывают траекторию; принятое в χ_4 их расположение удобно для дальнейшего изложения; T – знак транспонирования.

Определение траекторных параметров и координат (1), (2) в системе осуществляется по измерениям доплеровской частоты f и направления прихода φ рассеянного сигнала:

$$f(t) = -\frac{1}{\lambda} \frac{d(r_n(t) + r_{np}(t))}{dt}, \quad (4)$$

$$\varphi(t) = \text{arctg}(y(t)/x(t)), \quad (5)$$

λ – длина волны излучения передатчика; r_{np} , r_n – дальности цели до приемника и передатчика (см. рисунок 1). При этом полагают, что измерения частоты f и угла φ выполняются независимо друг от друга [4,6,7] и с одинаковым интервалом T . Измерения, выполненные в разные моменты времени, также считаются независимыми. Ошибки измерений распределены по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями и неизменными во времени дисперсиями σ_f^2 и σ_φ^2 доплеровской частоты и угла соответственно.

Связь параметров траектории (3) с параметрами сигнала (4), (5) задается уравнениями:

$$f_i(\chi_4) = -\frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{(x_i - a)v_x + y_i v_y}{\sqrt{(x_i - a)^2 + y_i^2}} + \frac{x_i v_x + y_i v_y}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \right\}, \quad (6)$$

$$\varphi_i(\chi_4) = \text{arctg}(y_i/x_i). \quad (7)$$

Здесь $x_i = x(t_i)$, $y_i = y(t_i)$ – значения координат цели (1), (2) в моменты измерений $t_i = t_1 + (i-1)T$, $i = \overline{1, n}$, n – число измерений на текущий момент времени $t = t_n$, t_1 – время первого измерения (совпадает с моментом вхождения цели в зону действия системы). Для опреде-

ленности в работе принято, что измерения доплеровской частоты и угла производятся одновременно.

Все поступившие к текущему моменту времени $t = t_n$ измерения удобно объединить в один вектор \mathbf{z} , а соответствующие им функции (6), (7) для тех же моментов времени – в вектор \mathbf{h} :

$$\mathbf{z} = [\hat{f}_1, \hat{\varphi}_1, \dots, \hat{f}_i, \hat{\varphi}_i, \dots, \hat{f}_n, \hat{\varphi}_n]^T,$$

$$\mathbf{h} = [f_1, \varphi_1, \dots, f_i, \varphi_i, \dots, f_n, \varphi_n]^T,$$

где знак $\hat{}$ означает оценку величины, $\hat{f}_i = \hat{f}(t_i)$, $\hat{\varphi}_i = \hat{\varphi}(t_i)$. Размерности векторов \mathbf{z} и \mathbf{h} составляют величину $2n$, увеличивающуюся со временем.

Корреляционная матрица \mathbf{Q}_4 , характеризующая потенциальную точность определения вектора χ_4 методом максимального правдоподобия, находится путем обращения информационной матрицы Фишера [4,5] и имеет вид

$$\mathbf{Q}_4 = (\mathbf{H}_4^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_4)^{-1}, \quad (8)$$

где \mathbf{H}_4 – матрица размером $2n \times 4$ с элементами, представляющими собой производные функций (6), (7) по всем составляющим вектора χ_4 , вычисленные для заданной траектории:

$$H_{i,1} = \frac{\partial f_i(\chi_4)}{\partial s}, \quad H_{i,2} = \frac{\partial f_i(\chi_4)}{\partial \tau},$$

$$H_{i,3} = \frac{\partial f_i(\chi_4)}{\partial v_y}, \quad H_{i,4} = \frac{\partial f_i(\chi_4)}{\partial v_x},$$

$$H_{i+1,1} = \frac{\partial \varphi_i(\chi_4)}{\partial s}, \quad H_{i+1,2} = \frac{\partial \varphi_i(\chi_4)}{\partial \tau},$$

$$H_{i+1,3} = \frac{\partial \varphi_i(\chi_4)}{\partial v_y}, \quad H_{i+1,4} = \frac{\partial \varphi_i(\chi_4)}{\partial v_x};$$

$\mathbf{R} = \mathbf{M}\{\Delta \mathbf{z} \Delta \mathbf{z}^T\}$ – корреляционная матрица ошибок измерений, являющаяся диагональной матрицей размером $2n \times 2n$ с чередующимися элементами σ_f^2 и σ_φ^2 на главной диагонали; $\mathbf{M}\{\dots\}$ – знак статистического усреднения;

$$\Delta \mathbf{z} = [\Delta f_1, \Delta \varphi_1, \dots, \Delta f_i, \Delta \varphi_i, \dots, \Delta f_n, \Delta \varphi_n]^T,$$

Δf_i , $\Delta \varphi_i$ – ошибки измерений доплеровской частоты и угла в момент времени t_i , $\Delta f_i = \hat{f}_i - f_i$, $\Delta \varphi_i = \hat{\varphi}_i - \varphi_i$.

Диагональные элементы матрицы \mathbf{Q}_4 представляют собой минимальные значения дисперсий ошибок определения траекторных параметров σ_s^2 , σ_τ^2 , $\sigma_{v_y}^2$ и $\sigma_{v_x}^2$, которые достигаются в

рассматриваемой системе для заданной траектории.

В качестве примера на рисунке 2 сплошной линией 1 показан график среднеквадратичного отклонения σ_s ошибки определения абсциссы s точки пересечения траектории с линией базы в зависимости от времени наблюдения t_n (числа n пар измерений доплеровской частоты и угла) для траектории с параметрами $s = 15$ км, $\tau = 20$ с, $v = 200$ м/с и $\psi = 90^\circ$. Параметры системы имели значения: $a = 40$ км, $\lambda = 1$ м, $T = 1$ с, $\sigma_f = 0,3$ Гц, $\sigma_\varphi = 0,3^\circ$. Зона действия системы условно задавалась границами $y = \pm 4$ км. На графике начало отсчета времени совпадает с моментом первого измерения: $t_1 = 0$. Время наблюдения и число пар измерений связаны равенством $t_n = (n-1)T$ или $n = 1 + t_n/T$.

Другой вариант расчета потенциальной точности, предназначенный для движения цели строго перпендикулярно к линии базы ($\psi = 90^\circ$, $v_x = 0$), предусматривает оценку вектора

$$\chi_3 = [s, \tau, v_y]^T. \quad (9)$$

В этом случае расчет можно произвести по формуле аналогичной (8):

$$\mathbf{Q}_3 = (\mathbf{H}_3^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_3)^{-1}. \quad (10)$$

Матрица производных \mathbf{H}_3 имеет размер $2n \times 3$ и содержит производные доплеровской частоты и угла (6), (7) только по параметрам s, τ, v_y (\mathbf{H}_3 получается из \mathbf{H}_4 путем исключения четвертого столбца).

Результаты расчета по (10) для рассмотренного примера представлены также на рисунке 2 (сплошная линия 2).

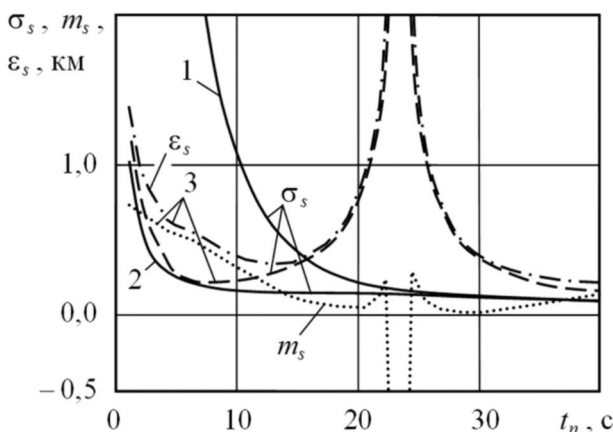


Рисунок 2 – Зависимость точности определения параметра s от времени наблюдения t_n

Из приведенных графиков видно, что наи-

лучшая точность определения величины s достигается на выходе цели из зоны действия. На начальных участках траектории точность заметно хуже, что связано с малым числом поступивших измерений. Более того, приведенные расчеты наглядно демонстрируют большую разницу в точности определения величины s на начальных участках в случаях поиска полного χ_4 (3) и неполного χ_3 (9) векторов.

Аналогичная ситуация наблюдалась и для других параметров траектории. Так, точность определения момента τ в случае оценки полного вектора χ_4 составляла $\sigma_\tau = 2,038$ с и $\sigma_\tau = 0,016$ с соответственно в начале ($t_n = 5$ с) и в конце ($t_n = 40$ с) наблюдения. При оценке же вектора χ_3 расчеты давали $\sigma_\tau = 0,307$ с при $t_n = 5$ с и $\sigma_\tau = 0,011$ с при $t_n = 40$ с.

Более высокая точность элементов вектора χ_3 в сравнении с χ_4 обусловлена меньшим количеством оцениваемых параметров при том же числе измерений угла и доплеровской частоты [8].

Следует отметить, что другой возможной формой представления вектора траекторных параметров цели может быть $\chi_4 = [s, \tau, v, \psi]^T$ вместо (3). График на рисунке 2 при такой форме был таким же.

Существенно лучше до пересечения целью линии базы потенциальная точность определения элементов вектора χ_3 в сравнении с χ_4 побуждает к поиску траекторных параметров в предположении $\psi \rightarrow 90^\circ$.

С учетом узости зоны действия системы и при углах ψ , близких к 90° , расстояния r_n , r_{np} и далее доплеровскую частоту $f(t)$ (4) можно представить приближенно [7]:

$$r_n = \sqrt{(a-x)^2 + y^2} \approx (a-s) + \frac{y^2}{2(a-s)},$$

$$r_{np} = \sqrt{x^2 + y^2} \approx s + \frac{y^2}{2s},$$

$$f(t) \approx -\frac{v_y}{\lambda} \frac{y(t)a}{s(a-s)} = -\frac{v_y^2(t-\tau)a}{\lambda s(a-s)}. \quad (11)$$

Приближенное представление имеет место и для угла φ (5):

$$\varphi(t) \approx y(t)/s = v_y(t-\tau)/s. \quad (12)$$

Из (11), (12) следует квазилинейная зависимость функций $f(t)$ и $\varphi(t)$ от времени. Совместное рассмотрение (11), (12) приводит к удобным формулам для оперативного вычисления параметров траектории цели по моменту τ и значениям $f(9)$

и $\varphi(\xi)$, определенных в моменты ϑ и ξ :

$$s \approx \frac{f(\vartheta)\lambda(\xi - \tau)^2 a}{f(\vartheta)\lambda(\xi - \tau)^2 - \varphi^2(\xi)(\vartheta - \tau)a}, \quad (13)$$

$$v_y \approx \frac{\varphi(\xi)f(\vartheta)\lambda(\xi - \tau)a}{f(\vartheta)\lambda(\xi - \tau)^2 - \varphi^2(\xi)(\vartheta - \tau)a}.$$

Параметр τ согласно (4), (11) и (5), (12) можно предварительно найти по одному из условий:

$$f(\tau) = 0, \quad (14)$$

или

$$\varphi(\tau) = 0.$$

Экспериментальные исследования. Точность определения параметров траектории по (13), (14) рассчитывалась методом математического моделирования. На рисунке 2 для рассматриваемого примера линиями 3 показаны рассчитанные по результатам 1000 независимых численных экспериментов графики оценок математического ожидания m_s (пунктир) и среднеквадратичного отклонения σ_s (штрих) ошибки определения параметра s в зависимости от времени t_n . Здесь же штрихпунктирной линией 3 показан график полной ошибки $\varepsilon_s = \sqrt{m_s + \sigma_s}$.

Измерения доплеровской частоты и угла формировались по (4), (5) с добавлением в моменты времени t_i независимых, распределенных по нормальному закону ошибок со среднеквадратичными отклонениями $\sigma_f = 0,3$ Гц, $\sigma_\varphi = 0,3^\circ$ и нулевыми средними значениями.

Для снижения влияния случайных ошибок перед использованием (13) проводилась аппроксимация измеренных функций доплеровской частоты и угла полиномами первой степени [6,7]:

$$f_a(t) = b_0 + b_1 t, \quad (15)$$

$$\varphi_a(t) = c_0 + c_1 t. \quad (16)$$

Такой подход эффективен ввиду отмеченного ранее квазилинейного характера этих функций [см. (11), (12)].

Коэффициенты полиномов (15), (16) b_0 , b_1 и c_0 , c_1 находились методом наименьших квадратов по $N = 8$ последним, поступившим на текущий момент t измерениям доплеровской частоты, и $N = 8$ последним измерениям угла соответственно. До момента $t_n = (N - 1)T = 7$ с использовались все имеющиеся измерения. Поскольку аппроксимированные значения обладали меньшей погрешностью в центре интервала аппроксимации $(N - 1)T$ по сравнению с его концами, то расчет параметров траектории вы-

полнялся в центре интервала – в моменты времени $\vartheta = \xi = t_n - (N - 1)T/2$.

Использование большего числа измерений N для аппроксимации приводило к снижению дисперсии σ_s и росту математического ожидания m_s , так что при $N = 10$ полная ошибка ε_s начала увеличиваться по сравнению с приведенной на графике (рисунок 2).

Момент τ определялся из (15) по условию (14):

$$\tau = -b_0/b_1.$$

После пересечения целью оси Ox значение τ фиксировалось; коэффициенты b_0 , b_1 вычислялись по N измерениям доплеровской частоты в окрестности ее нулевого значения.

Особенностью построенного графика полной ошибки ε_s (рисунок 2) является его рост в центре траектории, что связано с повышенной чувствительностью бистатической системы к ошибкам измерений в непосредственной близости от линии базы [9]. В качестве оценок параметра s в этой области могут быть приняты его значения, вычисленные ранее – до пересечения линии базы.

К моменту выхода цели из зоны действия точность оценки параметра s алгоритмом (13), (14) была примерно в два раза хуже потенциальной (см. рисунок 2).

На начальных участках траектории ошибка ε_s была заметно меньше среднеквадратичного отклонения ошибки определения параметра s полного вектора χ_4 , что является следствием меньшего числа оцениваемых в алгоритме параметров. Алгоритм (13), (14) давал меньшие ошибки и для траекторий с курсами $70^\circ < \psi < 110^\circ$.

Наряду с отмеченной высокой точностью на начальных участках траектории очевидными преимуществами алгоритма (13), (14) является его относительно простая структура и небольшое число вычислительных операций по сравнению с другими алгоритмами (см., например [4]) и возможность оперативной оценки параметров s , τ , v_y при курсах ψ , отличных от 90° .

Уточнить траекторные параметры, в том числе и v_x относительно значения $v_x = 0$, можно на следующем этапе обработки, например методом максимального правдоподобия [4]:

$$\hat{\chi}_{\text{МП}} = \hat{\chi}_4 + (\mathbf{H}_4^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_4)^{-1} \mathbf{H}_4^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}], \quad (17)$$

где $\hat{\chi}_4$ – оценка вектора траекторных параметров χ_4 , найденная по (13), (14), со значением четвертого элемента $v_x = 0$; \mathbf{H}_4 – матрица про-

изводных элементов вектора \mathbf{h} [функций (6), (7)] по всем составляющим вектора χ_4 в точке $\hat{\chi}_4$.

Выводы. Проведенные исследования и выявленная в ходе них разница в точности оценок элементов полного χ_4 и неполного векторов χ_3 показали целесообразность начального поиска траекторных параметров, исходя из предположения о движении цели ортогонально линии базы. Приближенные выражения (11), (12), полученные для такой модели движения, приводят к простым соотношениям (13), (14) для оценки траекторных параметров s , τ , v_y .

Основным достоинством предлагаемой методики оценки координат по (13), (14) является высокая, сопоставимая с потенциальной, точность на начальных участках траектории, когда число n поступивших измерений невелико и оценка координат наиболее затруднительна.

Полученные оценки координат могут быть использованы на следующем этапе обработки в качестве исходных данных для метода максимального правдоподобия или других известных методов фильтрации первичных измерений.

Эффективность использования (13), (14) сохранялась для траекторий с $70^\circ < \psi < 110^\circ$ и на удалении от линии базы до $y = \pm 5$ км при s не слишком близких к краям базы. Полет цели на высотах до 2 км над плоскостью xOy не приводил к существенному росту ошибок.

Следует отметить, что подход к определению траекторных параметров на основе модели движения цели ортогонально линии базы может быть распространен и на просветные многопозиционные системы с измерениями доплеровских частот в разнесенных приемниках [5]. Простые расчетные формулы оценки траекторных параметров в них несложно получить с помощью понятия угловой скорости объекта [10].

Считаем своим приятным долгом поблагодарить В.В. Кондратьева за поддержку работы.

Библиографический список

1. Уфимцев П.Я. Основы физической теории дифракции. – М.: БИНОМ, 2011. – 351 с.
2. Чапурский В.В. Синтезированная теневая радиолокация в бистатической радиолокации // Радиотехника. – 2009. – № 3. – С. 52-69.
3. Бляхман А.Б., Рунова И.А. Бистатическая эффективная площадь рассеяния и обнаружение объектов при радиолокации “на просвет” // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 4. – С. 424-432.
4. Рындык А.Г., Сидоров С.Б., Бляхман А.Б., Ковалев Ф.Н. Точность определения координат методом максимального правдоподобия при локации “на просвет” // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44, № 12. – С. 1436-1440.
5. Ковалев Ф.Н. Определение координат движущихся целей по измерениям доплеровской частоты в радиолокационных системах с обнаружением “на просвет” // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 3. – С. 331-339.
6. Бляхман А.Б., Ковалев Ф.Н., Рындык А.Г. Метод определения координат движущихся целей при радиолокации “на просвет” // Радиотехника. – 2001. – № 1. – С. 4-9.
7. Ковалев Ф.Н. Определение параметров траектории цели в просветных бистатических радиолокационных системах // Системы управления и информационные технологии. – 2013. – № 4 (54) – С. 86-90.
8. Ковалев Ф.Н. Потенциальная точность определения координат цели при локации “на просвет” с учетом нелинейного характера движения цели // Труды Нижегородского государственного технического университета. – 2007. – Т. 65, вып. 14. – С. 75-79.
9. Ковалев Ф.Н. Точность местоопределения цели в бистатической радиолокационной системе // Радиотехника. – 2013. – № 8. – С. 56-59.
10. Ковалев А.Н., Ковалев Ф.Н. Определение координат движущейся цели в просветной многопозиционной радиолокационной системе // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – 2013. – № 4-1 (46). – С. 46-49.

УДК 621.396

Д.А. Гуляйкин, В.А. Тарусов, В.А. Шалагинов

МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОБОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Предложена математическая модель системы измерения побочных электромагнитных излучений, учитывающая возможности современного измерительного оборудования по анализу нестационарных сигналов.

Ключевые слова: *побочные электромагнитные излучения, специальное исследование.*

Введение. Одним из наиболее опасных каналов утечки информации являются побочные электромагнитные излучения [1] (ПЭМИ), представляющие собой электромагнитные излучения технических средств (ТС) обработки защищаемой информации, возникающие как побочные явления и вызванные электрическими сигналами, действующими в их электрических и магнитных цепях [2]. Источниками опасного сигнала в виде побочных электромагнитных излучений являются токи и напряжения обрабатываемой в технических средствах защищаемой информации.

Оценка защищенности информации от утечки с технических средств за счет ПЭМИ производится на основании результатов, полученных при проведении специального исследования технических средств, модель которого представлена на рисунке 1.

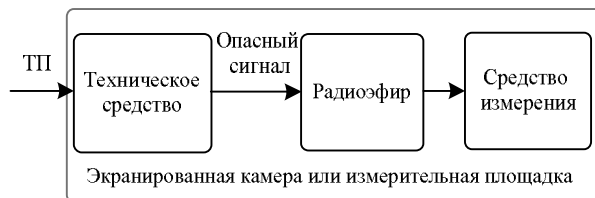


Рисунок 1 – Модель системы измерения ПЭМИ

При проведении специального исследования на вход технического средства подается специальная тестовая последовательность (ТП). Для решения задачи разработки тестовых последовательностей необходимо наличие инструментария, включающего модель технического средства и модель системы измерения. Моделирование технического средства позволяет определить множество сигналов, циркулирующих внутри технического средства при обработке тестовой последовательности. Данная задача не рассматривается в рамках настоящей статьи. Анализ подходов к моделированию системы измерения ПЭМИ [1, 3, 4] выявил недостаток, заключающийся в предположении о стационарности тестового сигнала. В настоящее время с учетом использования схемотехнических и программных решений расширения спектра, а также использования пакетной передачи обеспечение стационарности тестового сигнала является сложной задачей. *Цель работы* – разработка модели системы измерения, позволяющей учесть возможности современного оборудования по измерению ПЭМИ, порождаемых нестационарными сигналами.

Разработка структуры модели. Выбор моделируемого средства измерения осуществляется в предположении, что наиболее часто измерения проводятся в частотной области с помощью

анализаторов спектра.

Структурная схема системы измерения в соответствии с анализом принципов построения современных анализаторов спектра [5] представлена на рисунке 2.

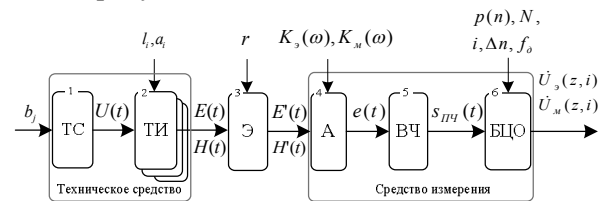


Рисунок 2 – Структурная схема системы измерения ПЭМИ:

- ТС – техническое средство;
- ТИ – точечный излучатель;
- Э – радиоэфир;
- А – антенна;
- ВЧ – ВЧ часть анализатора спектра;
- БЦО – блок цифровой обработки

При обработке тестовой последовательности b_j в элементах технического средства протекают сигналы $U(t)$, являющиеся источниками ПЭМИ. Моделирование процесса преобразования тестовой последовательности в сигналы, циркулирующие в техническом средстве, является отдельной задачей и не рассматривается в данной статье. С учетом вышесказанного входным параметром модели системы измерения ПЭМИ является сигнал $U(t)$, циркулирующий внутри технического средства.

Блоки (2-4) рисунка 2 описывают процесс формирования и распространения электромагнитных излучений, вызванных совокупностью тестовых сигналов, с помощью пространственно-частотной функции $H_{ТС}(f, \vec{r})$. Характер и поведение этой функции по частоте в зависимости от пространственного направления \vec{r} определяются многими факторами и на практике это сделать практически невозможно. Описание процесса формирования ПЭМИ производится в соответствии с допущением о возможности представления случайной антенны совокупностью элементарных линейных излучателей.

В соответствии с указанным допущением внутренним управляемым параметром блока (2) рисунка 2 является длина элементарного линейного излучателя l_i для диполя Герца или радиус плоского витка a_i .

Внутренним управляемым параметром блока (3) рисунка 2, описывающего процесс распространения излученного сигнала в радиоэфире, является расстояние от источника излучения до точки измерения r .

Учёт калибровочных коэффициентов элек-

трической $K_e(\omega)$ и магнитной $K_m(\omega)$ антенн реализуется блоком (4) рисунка 2.

Блок высокочастотной обработки (5) рисунка 2 осуществляет перенос измеренного сигнала $e(t)$ на промежуточную частоту $f_{ПЧ}$.

Внутренними управляемыми параметрами блока цифровой обработки (6) рисунка 2 являются: вид оконной функции $p(n)$, N – размер кадра, Δn – шаг сдвига окна анализа, i – номер кадра, f_δ – частота дискретизации.

Внутренними неуправляемыми параметрами являются: $e(t)$ – сигнал на выходе антенны (магнитной или электрической), $s_{ПЧ}(t)$ – сигнал на промежуточной частоте.

Выходным параметром модели является массив спектральных компонентов $\dot{U}_e(z, i)$ или $\dot{U}_m(z, i)$ для электрической и магнитной составляющих соответственно, где z – номер спектральной составляющей.

Анализ подходов к моделированию отдельных элементов [3] позволил сформулировать допущения:

- в качестве источника излучения рассматривается совокупность точечных источников (диполей Герца или круглых плоских витков);
- сопротивление R элементарных участков цепи не зависит от частоты;
- высокочастотная часть анализатора спектра (5) рисунка 2 считается идеальной и не вносит искажений в сигнал, а следовательно, может быть исключена;
- блок цифровой обработки реализует БПФ по алгоритму с прореживанием по времени;
- в зависимости от принципа работы моделируемого анализатора спектра модель должна предусматривать возможность реализации оконного преобразования Фурье;
- в качестве модели канала распространения радиоволн используется модель Гаусса, поскольку при проведении специальных исследований исключают возможность многолучевости путем использования безэховых экранированных камер, направленных антенн и отстройки по максимальному уровню излучения;
- погрешности, вызванные дискретизацией сигнала, выведены в ограничения и не учитываются.

Использование модели излучения гармонического сигнала [6] для сигналов $U(t)$ сложной формы требует предварительного разложения сигналов в ряд Фурье.

Поскольку преобразования сигналов в эле-

ментах (2 – 4) рисунка 2 зависят от частоты, необходим переход в частотную область. Для сокращения вычислительной сложности данной операции в модели используется БПФ. С целью исключения дублирования операций перехода из временной области в частотную на входе блока 2 и в блоке 6 рисунка 2, при условии однозначной обратимости преобразования Фурье выбор длины выборки для преобразования в частотную область осуществляется с учетом параметров блока цифровой обработки. Учет данного условия позволяет не осуществлять повторное преобразование в частотную область в блоке 6 рисунка 2. При этом в соответствии с сочетательным законом умножения учет вида оконной функции на входе блока 2 рисунка 2 также позволит не производить в блоке 6 данную операцию. Исходя из данных рассуждений, возможно переместить блок 6 (блок цифровой обработки) рисунка 2, реализующий оконное преобразование Фурье, до блока 2 рисунка 2. С учетом этого модель измерительной системы будет иметь вид как на рисунке 3.

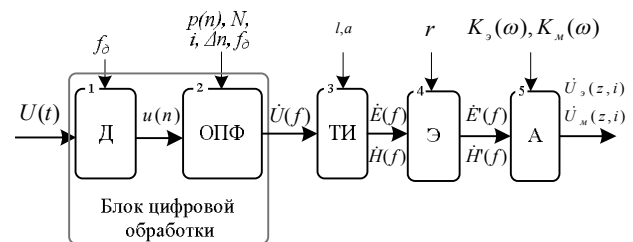


Рисунок 3 – Модель измерительной системы с учетом допущений:

- Д – дискретизация;
- ОПФ – оконное преобразование Фурье;
- ТИ – точечный излучатель;
- Э – радиоэфир;
- А – антенна

Правомерность перехода из временной в частотную область при определении энергии сигнала определена равенством Парсеваля [7]:

$$E = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) = \sum_{k=0}^N C_k^2 \|\varphi_k\|^2, \quad (1)$$

где C_k – коэффициенты обобщенного ряда Фурье,

φ_k – базисные функции.

С учетом перечисленных особенностей проведем декомпозицию модели и классификацию полученных элементов в соответствии с [8].

Модель является детерминированной, так как предполагается отсутствие всяких случайных воздействий (шумы выведены в ограничения), динамической (отражает поведение объек-

та во времени) и непрерывной (предполагает наличие непрерывных процессов).

С учетом ограниченного времени измерения сигнал будет иметь бесконечный спектр, а следовательно, перед дискретизацией необходимо ограничить спектр сигнала.

Выбор частоты дискретизации f_Δ осуществляется в соответствии с теоремой Котельникова и определяется максимальной частотой F_Δ в спектре сигнала $U(t)$:

$$f_\Delta \geq 2F_\Delta. \quad (2)$$

Дискретизация непрерывного сигнала $U(t)$ в соответствии с теоремой Котельникова:

$$u[m] = \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \frac{\sin(\frac{\pi}{\Delta} \cdot (t - m\Delta))}{\frac{\pi}{\Delta} \cdot (t - m\Delta)} dt, \quad (3)$$

где $\Delta = \frac{1}{f_\Delta}$ – интервал дискретизации;

$u[m]$ – дискретные отсчеты сигнала;

m – номер дискретного отсчета.

В соответствии с результатами анализа принципов построения современных анализаторов спектра [5] в модели реализуется оконное преобразование Фурье.

Предлагаемая модель учитывает вид и параметры оконной функции, используемой для предотвращения эффекта растекания спектра.

Взвешивание дискретного сигнала с применением оконной функции $p[n]$ к текущему i -му кадру анализатора спектра описывается выражением:

$$u_{pi}[n] = u[m] \cdot p[n] \quad (4)$$

при $n = 0 \dots N-1$ и $m = i \cdot \Delta n \dots i \cdot \Delta n + N$,

где N – размер кадра (окна);

Δn – шаг сдвига окна анализа;

i – номер кадра.

Быстрое преобразование Фурье применяется к взвешенной дискретной последовательности $u_{pi}[n]$ размерностью N . В основе алгоритма БПФ с прореживанием по времени лежит процедура деления N -точечной последовательности $u_{pi}[n]$ на две более короткие последовательности $u_{pi,1}[n]$ и $u_{pi,2}[n]$ длительностью $N/2$ отсчетов.

Пространственно-частотный спектр ПЭМИ определяется произведением спектра взвешенного сигнала ТС на пространственно-частотную передаточную функцию:

$$E(\omega, r) = \dot{K}(\omega, r) \cdot \dot{U}_{pi}(\omega). \quad (5)$$

Связь номера спектральной составляющей h

с её частотой ω определяется выражением:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_\Delta \cdot h}{N}. \quad (6)$$

В условиях допущений относительно источника ПЭМИ в виде совокупности точечных источников (диполей Герца или круглых плоских витков) для определения $\dot{K}(\omega, r)$ с учетом особенностей составляющих напряженностей электромагнитного поля применяется система уравнений Максвелла (7 – 12) [6], описывающая процесс излучения при прохождении гармонического сигнала:

- через элементарный линейный участок цепи (диполь Герца) [6]:

$$\dot{H}_\varphi(\omega, r) = \frac{\dot{I}(\omega)l}{4\pi} \left[j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} \right] \sin \theta e^{-jkr}, \quad (7)$$

$$\dot{E}_r(\omega, r) = \frac{k}{\omega \epsilon} \frac{\dot{I}(\omega)l}{2\pi} \left[\frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \cos \theta e^{-jkr}, \quad (8)$$

$$\dot{E}_\theta(\omega, r) = \frac{k}{\omega \epsilon} \frac{\dot{I}(\omega)l}{4\pi} \left[j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \sin \theta e^{-jkr}, \quad (9)$$

- через круглый плоский виток радиусом a [6]:

$$\dot{E}_\varphi(\omega, r) = -j \frac{\omega \mu}{k} \frac{\dot{I}(\omega)l_\Delta}{4\pi} \left[j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} \right] \sin \theta e^{-jkr}, \quad (10)$$

$$\dot{H}_r(\omega, r) = j \frac{\dot{I}(\omega)l_\Delta}{2\pi} \left[\frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \cos \theta e^{-jkr}, \quad (11)$$

$$\dot{H}_\theta(\omega, r) = j \frac{\dot{I}(\omega)l_\Delta}{4\pi} \left[j \frac{k}{r} + \frac{1}{r^2} - j \frac{1}{kr^3} \right] \sin \theta e^{-jkr}, \quad (12)$$

где $k = \omega / v$ – волновое число;

v – скорость света;

$l_\Delta = k\pi a^2$ (a – радиус плоского витка).

Ток, протекающий через элементарный участок цепи, в соответствии с допущениями, принятыми в модели, определяется выражением:

$$\dot{I}(\omega) = \frac{\dot{U}(\omega)}{R}. \quad (13)$$

Взаимная ориентация векторов \vec{E} и \vec{H} в поле диполя Герца представлена на рисунке 4.

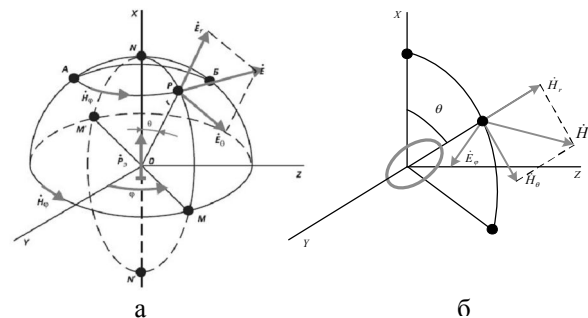


Рисунок 4 – Взаимная ориентация векторов \vec{E} и \vec{H} в поле диполя Герца (а), рамочной антенны (б)

Проведем анализ составляющих выражений (7) – (12). Слагаемое $jk\dot{I}(\omega)/r$ зависит от производной тока по времени и оказывает наибольшее влияние в дальней зоне $r > 6\lambda$. Слагаемое $\dot{I}(\omega)/r^2$ определяется током в линии и оказывает наибольшее влияние в средней зоне $[\lambda/2\pi; 6\lambda]$. Слагаемое $j\dot{I}(\omega)/kr^3$ учитывает влияние меняющихся во времени точечных зарядов q и $-q$ и оказывает наибольшее влияние в ближней зоне $r < \lambda/2\pi$. Множитель e^{-jkr} учитывает сдвиг фазы напряженности на расстоянии r за счет времени распространения.

Коэффициенты калибровки приемных антенн являются зависимыми от частоты и позволяют учесть затухание или усиление (для активных антенн) сигнала в антенне:

$$\dot{U}_{zi}(h) = \dot{E}_i(h) \cdot K_z(\omega), \quad (14)$$

$$\dot{U}_{mi}(h) = \dot{H}_i(h) \cdot K_m(\omega), \quad (15)$$

где $K_z(\omega)$ – коэффициент калибровки электрической антенны;

$K_m(\omega)$ – коэффициент калибровки магнитной антенны.

С учетом рассмотренных выше преобразований сигнала модель измерительной системы может быть представлена в виде рисунка 5.

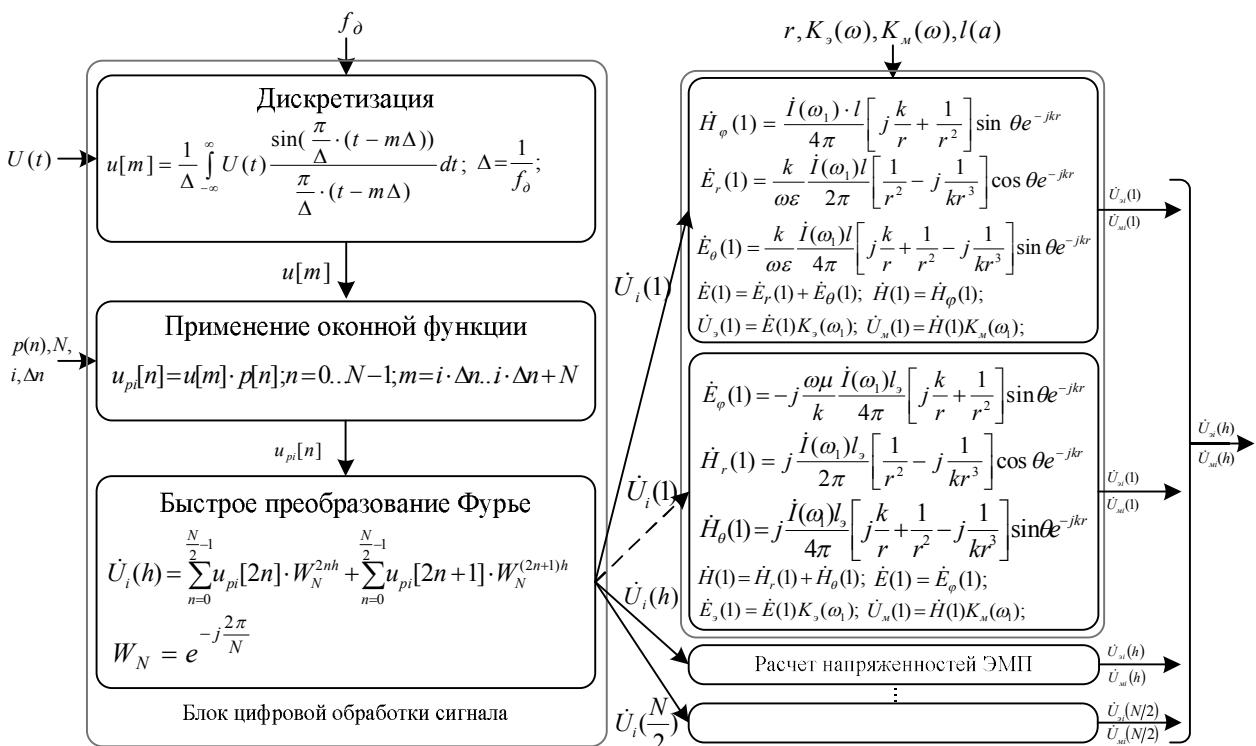


Рисунок 5 – Детализированная модель измерительной системы ПЭМИ

Заключение. Модель (рисунок 5) является инструментарием для определения спектра тестового сигнала, в зависимости от параметров измерительного оборудования и его пространственного размещения. Возможно применение данной модели для исследования влияния периода стационарности и формы тестового сигнала на наблюдаемый спектр в зависимости от параметров блока цифровой обработки анализатора спектра. Применение модели для получения абсолютных значений спектральных составляющих ограничено в связи с допущениями, принятыми в модели.

Библиографический список

1. Бехтин, М.А. Развитие методов анализа электромагнитных излучений в широкой полосе частот /

М.А. Бехтин, Ю.В. Кузнецов, А.Б. Баев, А.А. Сергеев // Успехи современной радиоэлектроники. 2009. – № 1–2. – С. 132–139.

2. Бузов, Г.А. Защита от утечки информации по техническим каналам : учеб. пособие / Г.А. Бузов, С.В. Калинин, А.В. Кондратьев. – М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 416 с.

3. Кузнецов, Ю.В. Система измерения электромагнитного излучения технических средств / Ю.В. Кузнецов, М.А. Бехтин // Сб. науч. тр. МАИ. – Москва, 2007. – С. 149–154.

4. Вихлянцев, П.С. Определение границ ближней и дальней зоны при измерениях ПЭМИ / П.С. Вихлянцев, В.В. Петров, М.В. Симонов // Конфидент. – 2002. – № 4–5. – С. 36–39.

5. Афонский, А.А. Цифровые анализаторы спектра, сигналов и логики / А.А. Афонский, В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. – 248 с.

6. *Гольдштейн, Л.Д.* Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.В. Зернов. – М.: Советское радио, 1971. – 664 с.

7. *Зюко, А.Г.* Теория электрической связи : учеб. пособие / А.Г. Зюко, Д.Д. Кловский, В.И. Коржик, М.В. Назаров. – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.

8. *Советов, Б.Я.* Моделирование систем / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М.: Высшая школа, 1998. – 319 с.