

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 004.73:519.2

В.П. Корячко, Д.А. Перепелкин, М.А. Иванчикова

АЛГОРИТМ ПАРНЫХ ПЕРЕХОДОВ КАНАЛОВ СВЯЗИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ НАГРУЗКИ В КОРПОРАТИВНЫХ СЕТЯХ НЕСКОЛЬКИХ ПРОВАЙДЕРОВ СВЯЗИ С РАЗЛИЧНЫМИ ЗОНАМИ ПОКРЫТИЯ

Предложены математическая модель и алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия, повышающие эффективность их функционирования в условиях динамических изменений нагрузки на линиях связи.

***Ключевые слова:** адаптивная ускоренная маршрутизация, алгоритмы маршрутизации, алгоритм парных переходов, динамические изменения, динамические корпоративные сети, программно-конфигурируемые сети, провайдеры связи.*

Введение. В настоящее время большой класс распределенных сетевых структур оптимально строить на основе базовых (опорных) сетей. На сегодняшний день такие задачи актуальны при формировании региональной телекоммуникационной инфраструктуры с учетом особенностей действующих на территории региона операторов связи. Это дает возможность сократить общие затраты на создание высокоскоростных каналов связи, построить устойчивую сетевую структуру, к которой легко подключать новые сегменты с учетом специфики предприятия. В связи с этим основное внимание уделяется эффективности применяемых в корпоративных сетях процессов маршрутизации.

Задача маршрутизации в сетях решается при условии, что кратчайший маршрут, обеспечивающий передачу пакета на минимальное время, зависит от топологии сети, пропускной способности и нагрузки на линии связи. На практике загрузка и пропускная способность линий связи корпоративной сети динамически меняются, что может приводить к частой рассылке служебной информации об изменениях маршрутов.

Применение новых перспективных подходов для решения задачи маршрутизации позволяет повысить эффективность функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия за счет

уменьшения трудоемкости построения оптимальных маршрутов.

Цель работы – разработка математической модели и нового эффективного алгоритма построения дерева оптимальных маршрутов в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия, повышающих эффективность их функционирования в условиях динамических изменений нагрузки на линиях связи.

Постановка задачи. Для повышения эффективности функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи наиболее важной задачей является выбор алгоритма маршрутизации, который будет обеспечивать поиск оптимальных маршрутов с учетом различных свойств той или иной корпоративной сети. В настоящее время широкое применение получили алгоритмы адаптивной маршрутизации. Эти алгоритмы обеспечивают автоматическое обновление таблиц маршрутизации после изменения конфигурации сети.

В общем случае корпоративная сеть состоит из множества базовых (коммуникационных) узлов, к которым подключаются пользователи сети, соединенных скоростными каналами связи. Стоимость, или цена, маршрута складывается из стоимости используемых каналов связи и базовых узлов.

Задача формирования и построения оптимальных маршрутов передачи данных часто формулируется как задача поиска кратчайших путей на графе. При этом вершинами графа являются базовые узлы, а ребрами – каналы связи, соединяющие эти базовые узлы. В настоящее время известно большое число алгоритмов поиска оптимальных маршрутов.

Для решения задачи поиска оптимальных маршрутов в корпоративных сетях широко используется алгоритм Дейкстры. Данный алгоритм применяется для построения таблиц маршрутизации в протоколе OSPF (Open Shortest Path First). Характеристики и параметры качества обслуживания протокола OSPF подробно рассматриваются в работах [1-3]. Трудоемкость построения таблиц маршрутизации с использованием классического алгоритма Дейкстры составляет величину $O(N^2)$, где N – число маршрутизаторов корпоративной сети.

Развитие в последнее время технологии программно-конфигурируемых сетей [4,5] позволяет формулировать различные задачи мониторинга и анализа трафика реального времени [6-8], оптимальной маршрутизации и балансировки трафика [9-13].

В работах [14,15] предложен алгоритм парных переходов, позволяющий за счет сбора дополнительной информации учесть возможные изменения параметров линий связи корпоративной сети и не производить полный пересчет маршрутных таблиц. Это позволило снизить трудоемкость расчета таблиц маршрутизации до величины порядка $O(k \cdot N)$, где k – число фактически выполненных парных переходов. В работах [16-18] предложены эффективные алгоритмы адаптивной ускоренной маршрутизации при динамических изменениях в структуре корпоративной сети, которые также позволили снизить трудоемкость построения оптимальных маршрутов передачи данных до величины $O(k \cdot N)$. Недостатком предложенных алгоритмов является то, что при каждом динамическом изменении в структуре корпоративной сети после каждого парного перехода необходимо рассчитывать дополнительную информацию для того, чтобы определить оптимальный маршрут до других узлов в сети. В работах [19-22] предложен алгоритм парных перестановок маршрутов при динамических изменениях параметров линий связи корпоративной сети, что позволило снизить трудоемкость построения оптимальных маршрутов передачи данных до величины $O(N)$. В работах [23-25] предложен алгоритм парных перестановок маршрутов при динамических изменениях в структуре корпоративной сети, что также позво-

лило снизить трудоемкость построения оптимальных маршрутов передачи данных до величины $O(N)$. Однако в данных работах рассматривается возможность построения эффективных схем маршрутизации при наличии одного оператора связи в корпоративной сети.

В реальных случаях задача поиска оптимальных маршрутов в корпоративной сети осложняется наличием нескольких альтернативных вариантов реализации, что приводит к необходимости стыковки каналов в узлах сети и возникновению зависимости стоимости узла от подключаемых к нему каналов связи. Примером может служить задача оптимального построения базовой сети региона при наличии нескольких операторов связи с различными зонами покрытия [26-29].

Трудоемкость построения таблиц маршрутизации корпоративных сетей нескольких провайдеров связи с применением алгоритма Дейкстры составляет величину порядка $O(N^3)$ за счет добавления цикла по всем узлам для определения наименьшего канала связи между любой парой узлов сети.

Наиболее эффективный алгоритм для решения задачи поиска оптимальных маршрутов в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи предложен в работе [30]. Данный алгоритм адаптивной маршрутизации позволяет повысить эффективность функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи за счет оптимального построения маршрутов передачи данных и исключения из общей стоимости маршрута – стоимости неиспользуемых каналов и узлов связи. Однако в случае динамического изменения нагрузки на линиях связи в корпоративной сети нескольких провайдеров связи необходимо производить полный перерасчет таблиц маршрутизации.

Разработка новых, более эффективных алгоритмов адаптивной ускоренной маршрутизации позволяет повысить эффективность функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи за счет уменьшения трудоемкости построения таблиц маршрутизации.

Разработка алгоритма. Для повышения эффективности функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия предлагаются математическая модель и алгоритм парных переходов каналов связи, который позволяет уменьшить трудоемкость построения таблиц маршрутизации при динамическом изменении нагрузки на их линиях связи. В общем случае для решения данной задачи применяется графовая модель корпоративной сети, в которой множество вер-

шин графа соответствует множеству узлов связи или маршрутизаторов в сети, а множество ребер соответствует возможным каналам связи между этими узлами. Каждое ребро, соответствующее каналу связи, имеет свой вес. На практике весу ребра могут соответствовать стоимость аренды канала связи, затраты на оплату единицы трафика, передаваемого по каналу связи, соответствующему данному ребру, либо более сложная функция, учитывающая большее число параметров корпоративной сети.

Математическую модель корпоративной сети нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия представим в виде неориентированного взвешенного связного мультиграфа $G = (V, E, W, Z)$, где V – множество вершин (узлов связи или маршрутизаторов), $|V| = N$, E – множество ребер (каналов или линий связи), $|E| = M$, W – множество весов ребер (стоимость каналов связи между узлами), Z – множество провайдеров связи, $|Z| = m$.

Каждый узел связи v_i мультиграфа корпоративной сети также имеет свой вес $s(v_i)$. Вес узла может определяться, например, числом пользователей, которые подключаются к данному узлу. Однако в случае подключения к узлу каналов связи нескольких провайдеров он выполняет функции по коммутации этих каналов, что, как правило, требует дополнительных затрат. Поэтому вес узла должен учитывать этот фактор, что в нашем случае будет выглядеть следующим образом:

$$s(v_i) = \sum_{x=1}^m s_x(v_j),$$

где $s_x(v_j)$ – вес узла связи с номером j , связанный с обслуживанием каналов провайдера связи с номером x .

Пусть на мультиграфе G в некоторый момент времени уже решена задача поиска оптимальных маршрутов до всех узлов множества $V_s = V \setminus \{v_s\}$ из начального узла v_s , т. е. построено дерево оптимальных маршрутов с корнем в узле v_s . Обозначим это дерево как T_g .

Рассмотрим множество каналов E мультиграфа G . По признаку вхождения каналов в дерево T_g можно разделить исходное множество E на два подмножества: $E_T \in T_g$ и $E_R \notin T_g$, $E_T \cup E_R = E$.

Множество каналов дерева E_T – множество каналов дерева T_g для мультиграфа G . Для заданного мульти графа G согласно свойству дерева мощность множества E_T будет равняться мощности множества V минус единица $|E_T| = |V| - 1$.

Множество каналов замены для дерева E_R – множество каналов мультиграфа G , не вошедших в дерево T_g . При соответствующих условиях некоторый канал связи $e_{ij}^x \in E_R$, инцидентный узлам v_i и v_j и обслуживаемый провайдером $x \in Z$, может перейти в множество каналов дерева E_T , заменив собой некоторый канал $e_{k,p}^x \in E_T$. При этом инцидентность канала $e_{k,p}^x$ узлу v_i или v_j является обязательным условием. В свою очередь канал e_{ij}^x перейдет в множество E_R .

Будем называть такие переходы парными переходами и обозначать $e_{ij}^x - e_{k,p}^x$.

Парные переходы возможны в двух случаях: при уменьшении веса канала связи $e_{k,p}^x$ до некоторого порогового значения и при увеличении веса канала $e_{ij}^x \in E_T$. При этом возможен такой случай, при котором изменение веса канала связи $e_{ij}^x \in E_T$ повлечет за собой исключение некоторого канала $e_{o,u}^x \in E_T$ и включение в это множество канала $e_{k,p}^x \in E_R$. Изменение веса канала связи $e_{k,p}^x \in E$ может привести к одному или нескольким парным переходам, но может и не привести к перестановкам, вследствие чего конфигурация дерева оптимальных маршрутов не изменится. Количество парных переходов зависит от величины изменения и положения канала связи в дереве оптимальных маршрутов (для каналов $e_{ij}^x \in E_T$). Любой канал связи $e_{ij}^x \in E$ может попасть в дерево T_g только посредством срабатывания парного перехода.

Для каждого канала связи $e_{ij}^x \in E$ на шкале значений весов определены точка вхождения в дерево $w_{ij}^{x,t}$ и точка вхождения в множество замены $w_{ij}^{x,s}$, причем $w_{ij}^{x,t} \leq w_{ij}^{x,s}$, под которыми понимается максимально возможный вес канала e_{ij}^x при его вхождении в множество каналов дерева $E_T \in T_g$ и в множество каналов замены для дерева $E_S \notin T_g$ соответственно.

На рисунке представлено положение точек на шкале значений весов канала связи.

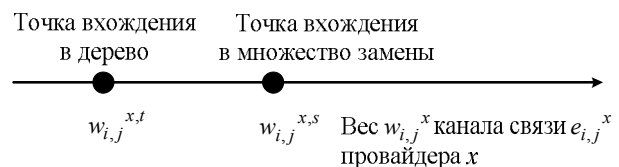


Рисунок – Расположение значений $w_{ij}^{x,t}$ и $w_{ij}^{x,s}$ на шкале значений весов канала связи e_{ij}^x

Маршрутная степень узла связи $ms(v_i)$ – число неповторяющихся каналов связи $e_{ij}^x \in E$, инцидентных узлу v_i , через каждый из которых можно построить маршрут между узлами v_i и v_s .

Множество оптимальных маршрутов до узлов мультиграфа G из исходного узла $v_s - \pi_j \in \Pi_j$ ($j = 1 \dots N$) определяет множество оценок опти-

мальных маршрутов до этих узлов – $d_j \in D_j$ ($j = 1 \dots N$). Оценку длины оптимального маршрута d_j можно определить из следующего выражения:

$$d_j = \min_{x=1..m} \left\{ d_p^x \right\} + w_{p,j}^x + s_j^x,$$

где d_p^x – оценка длины маршрута до узла связи v_p , $w_{p,j}^x$ – вес канала связи, соединяющего узел v_p с узлом v_j , s_j^x – стоимость обслуживания каналов связи провайдера $x \in Z$ для узла связи с номером j .

Для разработки алгоритма парных переходов каналов связи при динамическом изменении нагрузки в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия сформулируем следующие теоремы.

Теорема 1. Для любого канала связи $e_{ij}^x \in E_T$, обслуживаемого провайдером $x \in Z$ и инцидентного узлам v_i и v_j , маршрутные степени которых больше единицы, при заданной конфигурации графа, неизменных весах других каналов существует такое значение веса $w_{ij}^{x,t}$, что при $w_{ij}^x > w_{ij}^{x,t}$ канал e_{ij}^x становится каналом замены и переходит в множество E_R .

Доказательство. Пусть $\pi_{i,u}$ – текущий оптимальный маршрут и оценка его оптимального маршрута $d_i > d_j$. Для узла связи v_i , степень которого больше единицы, следовательно $|P_i| > 1$, среди $\pi_{i,k} \in P_i$ найдется такой оптимальный маршрут $\pi_{i,p}$, для которого $e_{ij}^x \notin \pi_{i,p}$. Длина маршрута $\pi_{i,p}$ составляет $d_{i,p}$. Тогда при увеличении веса канала связи w_{ij}^x на величину, большую $d_{i,p} - d_{i,u}$, оптимальный маршрут до узла v_i изменится на маршрут $\pi_{i,p}$. То есть при $w_{ij}^x > w_{ij}^x + (d_{i,p} - d_{i,u})$ канал e_{ij}^x становится каналом замены и переходит в множество E_R . В данном случае $w_{ij}^{x,t} = w_{ij}^x + (d_{i,p} - d_{i,u})$. Теорема доказана.

Величину $w_{ij}^{x,t}$ будем называть точкой вхождения в дерево для канала e_{ij}^x .

Отношение парного перехода r_i – отношение соответствия элемента e_{ij}^x множества E_T элементу $e_{k,p}^x$ множества E_R такое, что при увеличении веса канала e_{ij}^x так, что $w_{ij}^x > w_{ij}^{x,t}$, имеет место парный переход $e_{ij}^x - e_{k,p}^x$.

Теорема 2. Для любого канала связи $e_{k,p}^x \in E_R$, находящегося в отношении парного перехода с некоторым каналом $e_{ij}^x \in E_T$ с заданной точкой вхождения в дерево $w_{ij}^{x,t}$, существует такое значение веса $w_{k,p}^{x,t}$, что при $w_{k,p}^x < w_{k,p}^{x,t}$ канал $e_{k,p}^x$ становится каналом дерева T_g и переходит в множество E_T .

Доказательство. Пусть $\pi_{i,u}$ – текущий опти-

мальный маршрут, содержащий канал e_{ij}^x . Пусть $\pi_{i,p}$ – оптимальный маршрут, содержащий канал $e_{k,p}^x$. Из доказательства, приведенного выше, следует, что $d_{i,u} = d_{i,p} - (w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x)$. При $d_{i,p} < d_{i,u}$ канал связи $e_{k,p}^x$ станет каналом дерева T_g и перейдет в множество E_T . В данном случае $w_{k,p}^{x,t} = w_{k,p}^x - (w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x)$. Теорема доказана.

Теорема 3. Для элементов парного отношения r_i : $e_{ij}^x \in E_T$ и $e_{k,p}^x \in E_R$ при известной точке вхождения в дерево $w_{ij}^{x,t}$ и $w_{k,p}^{x,t}$ справедливо выражение $w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x = w_{k,p}^{x,t} - w_{k,p}^x$.

Доказательство. Пусть каналы e_{ij}^x и $e_{k,p}^x$ инцидентны некоторому узлу v_i , т. е. $k = i$. Пусть оптимальный маршрут между v_s и v_i , содержащий канал e_{ij}^x , имеет длину $d_{i,k}$. Известно, что при увеличении веса канала связи e_{ij}^x до значения, превышающего $w_{ij}^{x,t}$, оптимальный маршрут до v_i изменится таким образом, что будет включать в себя канал связи $e_{k,p}^x$ и иметь длину, равную $d_{i,l}$. Следовательно, $d_{i,l} - d_{i,k} = w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x$. С другой стороны, при уменьшении канала связи $e_{k,p}^x$ до значения, меньшего $w_{k,p}^{x,t}$, оптимальный маршрут до v_i изменится таким образом, что будет включать в себя канал $e_{k,p}^x$ и будет иметь длину, равную $d_{i,l}$. То есть $d_{i,l} - d_{i,k} = w_{k,p}^x - w_{k,p}^{x,t}$. Таким образом, $w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x = w_{k,p}^x - w_{k,p}^{x,t}$. Теорема доказана.

Следствие 1. Если для элементов парного отношения r_i : $e_{ij}^x \in E_T$ и $e_{k,p}^x \in E_R$, соответствующих весов w_{ij}^x и $w_{k,p}^x$ при известной точке вхождения в дерево $w_{k,p}^{x,t}$ изменился вес канала e_{ij}^x до значения, равного w_1 , то $w_{k,p}^{x,t} = w_{k,p}^{x,t} + (w_1 - w_{ij}^x)$.

Следствие 2. Если для элементов парного отношения r_i : $e_{ij}^x \in E_T$ и $e_{k,p}^x \in E_R$, соответствующих весов w_{ij}^x и $w_{k,p}^x$ при известной точке вхождения в дерево $w_{k,p}^{x,t}$ изменился вес канала $e_{k,p}^x$ до значения, равного w_2 , то $w_{ij}^{x,t} = w_{ij}^{x,t} + (w_2 - w_{k,p}^x)$.

Теорема 4. Каналы связи $e_{ij}^x \in E_T$ и $e_{k,p}^x \in E_R$, находящиеся в одном отношении $r_i \in R$, инцидентны одному и тому же узлу связи v_i при условии, что v_i является листом дерева оптимальных маршрутов.

Доказательство. После превышения каналом e_{ij}^x веса точки вхождения в дерево данный канал будет исключен из дерева и узел связи v_i окажется не связанным со всеми остальными узлами в дереве. Чтобы в результате получилось дерево T_g с исходным множеством узлов, необходимо в дерево добавить канал связи, связывающий узел v_i с некоторым узлом v_p в дереве. Таким каналом по определению отношения парного перехода является $e_{k,p}^x \in E_R$. Этот канал будет инцидентен узлу v_i . Теорема доказана.

Отношение парного перехода, в общем случае, может быть не задано. Действительно, оптимальные маршруты до узла с маршрутной степенью 1 на заключительном шаге будут содержать один и тот же канал вне зависимости от веса этого канала. То есть для некоторого узла связи v_i с маршрутной степенью, равной 1, и инцидентного ему канала e_{ij}^x , через который проходит маршрут между узлами v_i и v_s , точка вхождения в дерево для канала e_{ij}^x будет равна бесконечности. Иными словами, изменение веса канала связи e_{ij}^x в данных условиях приведет к изменению оценки длины маршрута до узлов множества $V_T^{(i)}$. Конфигурация дерева T_g при этом останется неизменной.

Рассмотрим следующий случай: пусть изменению подвергся вес некоторого канала связи e_{ij}^x , обслуживаемого провайдером $x \in Z$ и инцидентного узлам связи v_i и v_j . Допустим, что v_i находится ниже по иерархии в дереве T_g относительно узла v_j . Тогда изменению подвергнутся оценки длин оптимальных маршрутов π_k всех узлов v_k , входящих в V_j – дерево $V_T^{(j)}$.

Рассмотрим некоторый узел связи v_i , который является листом дерева оптимальных маршрутов T_g . Для данного узла определены оптимальный маршрут $\pi_{i,k}$ и оценка длины оптимального маршрута – $d_{i,k}$. Пусть канал связи $e_{ij}^x \in E_T$, инцидентный узлу v_i , является заключительным каналом в маршруте $\pi_{i,k}$ и находится в отношении парного перехода r_i с каналом $e_{k,p}^x \in E_R$. Канал связи $e_{k,p}^x$, по теореме 4, инцидентен узлу v_i . Пусть канал $e_{k,p}^x$ инцидентен также узлу связи v_p , $\pi_{j,p}$ – оптимальный маршрут до узла v_p . Тогда при условиях наступления парного перехода $e_{ij}^x - e_{k,p}^x$ оценка длины оптимального маршрута до узла v_i станет равной $d_{j,p} + w_{k,p}$. Оптимальный маршрут до узла $v_i - \pi_{i,r}$ будет состоять из маршрута $\pi_{j,p}$ и канала связи $e_{k,p}^x$. Таким образом, множество парных переходов R определяет множество оптимальных маршрутов и оценок их длин для узлов графа G в условиях невозможности использования текущих оптимальных маршрутов. То есть для узла v_i существует маршрут $\pi_{i,r}$ такой, что $d_{i,r} = d_{i,k} + (w_{ij}^{x,t} - w_{ij}^x)$. Следовательно, для заданного графа при увеличении веса канала связи e_{ij}^x , входящего в дерево оптимальных маршрутов T_g , оценка длины оптимального маршрута до узла v_i не может быть больше, чем $d_{i,r}$.

Среди элементов множества E_R можно выделить такие элементы-каналы, которые для некоторого заданного состояния мультиграфа G не могут попасть в множество E_T при изменениях весов каналов связи $e_{ij}^x \in E_T$. Для таких кана-

лов связи $e_{k,p}^x \in E_R$ вхождение в дерево T_g возможно только при уменьшении их собственного веса $w_{k,p}^x$ при условии единичного изменения.

В множестве E_R можно выделить два подмножества.

Множество каналов замены E_S для дерева – это такое подмножество множества E_R , элементы-каналы которого участвуют, по крайней мере, в одном отношении парного перехода.

Множество непарных каналов E_P – это такое подмножество множества E_R , элементы-каналы которого не участвуют ни в одном отношении из множества R .

В общем случае множество E_P может быть пустым $|E_P| = 0$. Множество E_S будет пустым только при условии, что исходный связный мультиграф G является деревом, и задача поиска оптимальных маршрутов в этом случае лишена смысла.

Теорема 5. Для любого канала связи $e_{ij}^x \in E_S$, инцидентного некоторым узлам v_i и v_j , маршрутные степени которых больше двух, при заданной конфигурации графа, неизменных весах других каналов связи существует такое значение веса $w_{ij}^{x,s}$, что при $w_{ij}^x > w_{ij}^{x,s}$ канал e_{ij}^x становится непарным каналом и переходит в множество E_P .

Доказательство. Пусть $\pi_{i,u}$ – текущий оптимальный маршрут, $d_i > d_j$ и e_{ij}^x – последний канал связи маршрута $\pi_{i,u}$. Для узла связи v_i , маршрутная степень которого больше двух, следовательно $|P_i| > 2$, среди маршрутов $\pi_{i,k} \in P_i$ найдется такой оптимальный маршрут $\pi_{i,p}$, для которого $(e_{k,p}^x \notin \pi_{i,p}) \cap (e_{ij}^x \notin \pi_{i,p})$. Пусть канал связи $e_{o,u}^x$ является последним каналом маршрута $\pi_{i,p}$. Длина маршрута $\pi_{i,p}$ составляет величину $d_{i,p}$. Тогда при увеличении веса канала связи $e_{k,p}^x$ на величину, большую $d_{i,p} - d_{i,u}$, канал $e_{o,u}^x$ заменит канал $e_{k,p}^x$ в парном переходе $e_{ij}^x - e_{k,p}^x$. Новым переходом будет переход $e_{ij}^x - e_{o,u}^x$. При $w_{k,p}^x > w_{k,p}^x + (d_{i,p} - d_{i,u})$ канал $e_{k,p}^x$ становится непарным каналом и переходит в множество E_P . В данном случае $w_{k,p}^{x,s} = w_{k,p}^x + (d_{i,p} - d_{i,u})$. Теорема доказана.

Величину $w_{k,p}^{x,s}$ будем называть точкой вхождения в множество замены для канала $e_{k,p}^x$.

Если для канала связи $e_{ij}^x \in E$ на шкале значений весов определены точка вхождения в дерево $w_{ij}^{x,t}$ и точка вхождения в множество замены $w_{ij}^{x,s}$, то $w_{ij}^{x,t} \leq w_{ij}^{x,s}$.

Теорема 6. Для любого канала связи $e_{ij}^x \in E_S$, обслуживаемого провайдером $x \in Z$ и инцидентного некоторым узлам v_i и v_j , маршрутные степени которых больше двух, при заданной конфигурации графа, неизменных весах других каналов связи существует такой канал $e_{k,p}^x \in E_P$ и

такое значение его веса $w_{k,p}^{x,s}$, что при $w_{k,p}^x < w_{k,p}^{x,s}$ канал $e_{k,p}^x$ становится каналом замены и переходит в множество E_S .

Доказательство. Пусть $\pi_{i,u}$ – текущий оптимальный маршрут, $d_i > d_j$ и $e_{o,u}^x$ – последний канал связи маршрута $\pi_{i,u}$. В силу доказанного в теоремах 1 и 2 имеем, что существует некое отношение парного перехода $r_i \in R$ для каналов связи $e_{o,u}^x$ и $e_{i,j}^x$. Пусть $\pi_{i,s}$ – оптимальный маршрут, содержащий маршрут $e_{i,j}^x$, и $\pi_{i,p}$ – оптимальный маршрут, содержащий канал связи $e_{k,p}^x$. Из доказательства теоремы 1 следует, что $d_{i,s} + (w_{i,j}^{x,s} - w_{i,j}^x) = d_{i,p}$. То есть $d_{i,s} = d_{i,p} - (w_{i,j}^{x,s} - w_{i,j}^x)$. При $d_{i,p} < d_{i,s}$ канал $e_{k,p}^x$ станет каналом замены и перейдет в множество E_S . Теорема доказана.

Отношение парного перехода множества замены rs_i – отношение соответствия элемента $e_{i,j}^x$ множества E_S элементу $e_{k,p}^x$ множества E_P такое, что при увеличении веса канала связи $e_{i,j}^x$ так, что $w_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s}$, имеет место парный переход $(e_{i,j}^x - e_{k,p}^{x,s})$, при котором канал $e_{i,j}^x$ исключается из множества E_S и включается в E_P , а канал $e_{k,p}^x$ исключается из множества E_P и включается в множество E_S . При этом парный переход $r_i: e_{o,u}^x - e_{i,j}^x$ заменяется переходом $e_{o,u}^x - e_{k,p}^x$.

Теорема 7. Для элементов отношения парного перехода множества замены $r_i: e_{i,j}^x \in E_S$ и $e_{k,p}^x \in E_P$ при известных точках вхождения в множество замены $w_{i,j}^{x,s}$ и $w_{k,p}^{x,s}$ справедливо, что $w_{i,j}^{x,s} - w_{i,j}^x = w_{k,p}^x - w_{k,p}^{x,s}$.

Доказательство. Пусть каналы связи $e_{i,j}^x$ и $e_{k,p}^x$ инцидентны некоторому узлу v_i . Пусть оптимальный маршрут между v_s и v_i , содержащий канал $e_{i,j}^x$, имеет длину $d_{i,k}$. Известно, что при увеличении веса канала связи $e_{i,j}^x$ до значения $w_{i,j}^{x,s}$ канал $e_{i,j}^x$ станет непарным каналом и длина маршрута $\pi_{i,k}$ будет равна $d1$. Следовательно, $d1 - d_{i,k} = w_{i,j}^{x,s} - w_{i,j}^x$. С другой стороны, при уменьшении канала связи $e_{k,p}^x$ до значения $w_{k,p}^{x,s}$ ребро $e_{i,j}^x$ станет непарным каналом и длина маршрута $\pi_{i,k}$ будет равна $d2$. То есть $d2 - d_{i,k} = w_{k,p}^x - w_{k,p}^{x,t}$. В силу того, что в момент, когда каналы находятся в точках вхождения в множество замены, оба маршрута до рассматриваемого узла связи, которые проходят соответственно через $e_{i,j}^x$ и $e_{k,p}^x$, будут равны, следовательно, $d1 = d2$. Получаем что $w_{i,j}^{x,t} - w_{i,j}^x = w_{k,p}^x - w_{k,p}^{x,t}$. Теорема доказана.

Следствие 1. Если для элементов парного отношения множества замены $rs_i: e_{i,j}^x \in E_S$ и $e_{k,p}^x \in E_P$, соответствующих весов $w_{i,j}^x$ и $w_{k,p}^x$ при известной точке вхождения в множество замены $w_{k,p}^{x,s}$ изменился вес канала связи $e_{i,j}^x$ до значения, равного w_1 , то $w_{k,p}^{x,s} = w_{k,p}^{x,s} + (w_1 - w_{i,j}^x)$.

Следствие 2. Если для элементов парного отношения множества замены $rs_i: e_{i,j}^x \in E_S$ и $e_{k,p}^x \in E_P$, соответствующих весов $w_{i,j}^x$ и $w_{k,p}^x$ при известной точке вхождения в множество замены $w_{k,p}^{x,s}$ изменился вес канала связи $e_{k,p}^x$ до значения, равного w_2 , то $w_{i,j}^{x,s} = w_{i,j}^{x,s} + (w_2 - w_{k,p}^x)$.

Обозначим $w_{i,j}^x$ – вес канала связи, соединяющего узлы v_i и v_j ; $nw_{i,j}^x$ – новое значение веса, полученное в результате динамического изменения нагрузки на линии связи корпоративной сети нескольких провайдеров. Узел связи v_i располагается ниже по иерархии дерева оптимальных маршрутов относительно узла v_j .

При рассмотрении изменения веса канала связи в корпоративной сети нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия следует выделить следующие варианты случаев в зависимости от принадлежности к интервалам до и после изменения:

- 1) $w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t}; nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t};$
- 2) $w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t}; w_{i,j}^x < nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s};$
- 3) $w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t}; nw_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s};$
- 4) $w_{i,j}^{x,t} < w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s}; nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t};$
- 5) $w_{i,j}^{x,t} < w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s}; w_{i,j}^{x,t} < nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s};$
- 6) $w_{i,j}^{x,t} < w_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s}; nw_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s};$
- 7) $w_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s}; nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,t};$
- 8) $w_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s}; w_{i,j}^{x,t} < nw_{i,j}^x < w_{i,j}^{x,s};$
- 9) $w_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s}; nw_{i,j}^x > w_{i,j}^{x,s}.$

На основе предложенной математической модели, доказанных выше теорем и сформулированных следствий предложен алгоритм парных переходов каналов связи, вычисляющий оптимальные маршруты до каждого узла графа корпоративной сети нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия без полного повторного построения дерева оптимальных маршрутов при динамическом изменении нагрузки. Определение точек вхождения в дерево и точек вхождения в множество замены для всех каналов мультиграфа G позволяет вычислить те оптимальные маршруты, которые изменятся или изменят оценки своих длин. Это позволило значительно уменьшить трудоемкость построения дерева оптимальных маршрутов корпоративной сети нескольких провайдеров связи.

Рассмотрим работу алгоритма парных переходов каналов связи при динамическом изменении нагрузки в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия. Укрупненно алгоритм имеет следующий вид.

Шаг 1. Разбить множество каналов мультиграфа корпоративной сети нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия на подмножество каналов, которые входят в дерево оптимальных маршрутов E_T , подмножество ка-

налов замены E_S , которые не входят в дерево оптимальных маршрутов, подмножество непарных каналов E_P .

Шаг 2. Для каждого канала связи корпоративной сети нескольких провайдеров связи определить точки вхождения в дерево оптимальных маршрутов и в множество каналов замены.

Шаг 3. Для узла связи, являющегося листом дерева, произвести поиск всех парных переходов без ограничений по каждому из провайдеров, с учетом весов узлов связи в ранее построенном дереве оптимальных маршрутов. Привязать эти списки к узлу связи, инцидентному рассматриваемому каналу и расположенному ниже по иерархии.

Шаг 4. Если узел связи не является листом дерева, то вычислить парные переходы для этого узла, с учетом веса узла по каждому из провайдеров, и выбрать лучшие значения потенциальных парных переходов. Процедура выполняется для формирования списков парных переходов в случае динамического изменения нагрузки.

Шаг 5. Для каждого узла связи сформировать полный список парных переходов.

Шаг 6. Анализируя полученную используемым протоколом маршрутизации информацию, определить, произошло ли изменение веса какого-либо канала связи. Если да, то перейти к шагу 7, иначе – к шагу 6.

Шаг 7. Используя список парных переходов, определить, требуется ли сделать парный переход: если да, то перейти к шагу 8, если нет – к шагу 12.

Шаг 8. Для узла связи, у которого потенциал уменьшился и у которого в список парных переходов входит канал с изменившейся метрикой, определить маршрут минимальной длины и поместить канал, который привел к уменьшению потенциала узла, в дерево оптимальных маршрутов, а сменившийся канал связи из дерева оптимальных маршрутов – в множество каналов замены, при необходимости изменить вес узла в зависимости от обслуживающих провайдеров.

Шаг 9. Определить, уменьшился ли потенциал других узлов связи в сети, расположенных выше по иерархии, после выполнения парного перехода. Если да, то перейти к шагу 10, иначе – к шагу 11.

Шаг 10. Для каждого узла связи, у которого потенциал уменьшился, определить маршрут минимальной длины. Если новый маршрут для каждого узла содержит канал из списка парных переходов, то поместить данный канал в дерево оптимальных маршрутов, а канал из дерева оптимальных маршрутов – в множество каналов замены.

Шаг 11. Построить новое дерево оптимальных маршрутов корпоративной сети нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия.

Шаг 12. Передать пакеты по доступным маршрутам, пересчитать точки вхождения в дерево и в множество замены, переформировать список парных переходов для каждого изменившегося узла связи. Перейти к шагу 6.

Разработанный алгоритм парных переходов каналов связи позволяет построить оптимальные маршруты в корпоративных сетях нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия в условиях динамических изменений нагрузки на их линиях связи и не производить полный пересчет маршрутных таблиц. Применение данного алгоритма позволило снизить трудоемкость расчета таблиц маршрутизации до величины порядка $O(k \cdot m \cdot N)$, где k – число выполненных парных переходов, m – число провайдеров связи, N – число маршрутизаторов в сети. Таким образом, разработанный алгоритм является эффективным при построении оптимальных маршрутов в корпоративных сетях нескольких провайдеров с различными зонами покрытия в условиях динамических изменений нагрузки на линиях связи.

Заключение. Предложенные в работе математическая модель и алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации позволяют повысить эффективность функционирования корпоративных сетей нескольких провайдеров связи с различными зонами покрытия в условиях динамических изменений нагрузки на линиях связи за счет отсутствия необходимости выполнения полного пересчета таблиц маршрутизации и уменьшения трудоемкости их построения до величины $O(k \cdot m \cdot N)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых - кандидатов наук МК-819.2014.9.

Библиографический список

1. *Перепелкин Д.А.* Алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации на базе протокола OSPF при динамическом добавлении элементов корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 34. С. 65-71.
2. *Корячко В.П., Перепелкин Д.А.* Корпоративные сети: технологии, протоколы, алгоритмы. М.: Горячая линия – Телеком, 2011. 219 с.
3. *Корячко В.П., Перепелкин Д.А.* Анализ и проектирование маршрутов передачи данных в корпоративных сетях. М.: Горячая линия – Телеком, 2012. 235 с.
4. *McKeown N., Anderson T., Balakrishnan H., Parulkar G., Peterson L., Rexford J., Shenker S., Turner J.* Openflow: Enabling Innovation in Campus Networks //

ACM SIGCOMM Computer Communication Review. 2008. Vol. 38, No. 2. P. 69-74.

5. Шибанов А.П., Корячко В.П., Ижванов Ю.Л. Моделирование агрегированного телекоммуникационного канала с технологией открытых потоков // Радиотехника. 2012. № 3. С. 109-112.

6. Mellouk A., Laryouna S., Hoseini S. Adaptive Probabilistic Routing Schemes for Real Time Traffic in High Speed Dynamic Networks // International Journal of Computer Science and Network Security. 2006. Vol. 6, No. 5B. P. 36-42.

7. Шибанов А.П., Кравчук Н.В., Башев А.В., Шибанова О.А. Синхронизация каналов компьютерной сети при передаче трафика реального времени // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2007. № 22. С. 53-57.

8. Корячко В.П., Ижванов Ю.Л., Шибанов А.П. Метод расчета характеристик высокоскоростных опорных каналов Российской университетской сети RUNNet // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 38. С. 55-60.

9. Zhang-Shen R., McKeown N. Guaranteeing Quality of Services to Peering Traffic // Proc. IEEE INFOCOM, April 2008.

10. Zhang-Shen R., McKeown N. Designing a Fault-Tolerant Network Using Valiant Load-Balancing // Proc. IEEE INFOCOM, 2008. P. 2360-2368.

11. Ижванов Ю.Л., Корячко В.П., Шибанов А.П., Сапрыкин А.Н., Лукьянов О.В. Оптимизация сетей с дозированной балансировкой нагрузки и пиринговыми каналами // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 1 (43). С. 67-74.

12. Ижванов Ю.Л. Динамическая оценка состояния компьютерных сетей на основе метода сетевой томографии и задачи балансировки трафика // Информатизация образования и науки. 2013. № 3 (19). С. 35-40.

13. Никульчев Е.В., Паяин С.В., Плужник Е.В. Динамическое управление трафиком программно-конфигурируемых сетей в облачной инфраструктуре // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С. 54-57.

14. Уваров Д.В., Перепелкин А.И., Корячко В.П. Построение дерева кратчайших путей в графе на основе данных о парных переходах // Системы управления и информационные технологии. 2004. № 4 (16). С. 93-96.

15. Корячко В.П., Перепелкин Д.А. Построение дерева оптимальных маршрутов корпоративной сети в условии динамического изменения нагрузки на ее линиях связи // Информационные технологии: межвуз. сб. науч. тр. Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет. 2011. С. 7-18.

16. Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Разработка алгоритмов адаптивной маршрутизации в корпоративных вычислительных сетях // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2006. № 19. С. 114-116.

17. Перепелкин А.И., Перепелкин Д.А. Разработка алгоритма динамической маршрутизации на базе протокола OSPF в корпоративных вычислительных

сетях // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2009. № 28. С. 68-72.

18. Перепелкин Д.А. Алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации на базе протокола OSPF при динамическом отказе элементов корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 37. С. 53-58.

19. Корячко В.П., Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Алгоритм парных перестановок маршрутов в корпоративных сетях // Системы управления и информационные технологии. 2010. Т. 40. № 2. С. 51-56.

20. Корячко В.П., Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Повышение эффективности функционирования корпоративных сетей при динамических изменениях в их структуре и нагрузках на линии связи // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 33. С. 49-55.

21. Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Повышение качества функционирования корпоративных сетей на базе протокола OSPF // Качество. Инновации. Образование. 2010. № 12. С. 51-56.

22. Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации в условиях динамически изменяющихся нагрузок на линиях связи в корпоративной сети // Информационные технологии. 2011. № 3. С. 2-7.

23. Перепелкин Д.А. Алгоритм парных перестановок маршрутов на базе протокола OSPF при динамическом подключении узлов и линий связи корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-1 (46). С. 67-75.

24. Перепелкин Д.А. Алгоритм парных перестановок маршрутов на базе протокола OSPF при динамическом отказе узлов и линий связи корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 84-91.

25. Перепелкин Д.А. Динамическое формирование структуры и параметров линий связи корпоративной сети на основе данных о парных перестановках маршрутов // Информационные технологии. 2014. № 4. С. 52-60.

26. Бурков С.М. Алгоритмы и методы поэтапного формирования телекоммуникационных сетей региона. Математическая модель // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2008. № 1. С. 91-100.

27. Бурков С.М., Бертенев В.А. Концептуальный подход к созданию телекоммуникационных систем с поэтапным развитием // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. Т. 4. № 82. С. 7-15.

28. Бурков С.М., Бертенев В.А. Постановка задачи формирования базовой сети регионального уровня // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. Т. 4. № 82. С. 22-27.

29. Горшков С.Г., Никитин Е.В., Саксонов Е.А. Задача формирования структуры базовой сети // Вестник Тихоокеанского государственного универси-

тета. 2010. № 2. С. 59-66.

30. Корячко В.П., Перепелкин Д.А., Иванчикова М.А. Алгоритм адаптивной маршрутизации в кор-

поративных сетях нескольких провайдеров связи // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 2 (44). С. 52-56.

УДК 681.3

В.А. Антипов, О.В. Антипов, А.Н. Пылькин

ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРА АЛГОРИТМОВ МАРШРУТИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ СОДЕРЖИМОГО СООБЩЕНИЙ

Опираясь на формальную спецификацию систем Публикация/Подписка, предлагается формализованный подход к разработке алгоритмов маршрутизации сообщений на основе содержимого.

Ключевые слова: *распределённые приложения, интеграция, обмен сообщениями, маршрутизация.*

Введение. При интеграции гетерогенных удалённых приложений, выполненных на различных аппаратно-программных платформах, в крупные корпоративные системы крайне важно уменьшить их взаимозависимость за счет так называемого *слабого связывания*, что позволит поддержать возможность адаптации системы к изменению объединяемых ею приложений. В этом случае для быстрой и надежной передачи данных изменяемого формата можно воспользоваться подходом, именуемым как обмен сообщениями [1 – 5].

Обмен сообщениями – это технология высокоскоростного асинхронного взаимодействия между программными приложениями с гарантией доставки информации. Приложения взаимодействуют между собой, обмениваясь пакетами данных, называемыми *сообщениями*, передаваемыми через *канал* – логический маршрут, объединяющий программы и используемый для транспортировки сообщений.

Функциональная часть обмена сообщениями обеспечивается отдельной программной системой, называемой *системой обмена сообщениями* или *связующим ПО, ориентированным на обмен сообщениями* (*Message-oriented middleware – MOM*).

Рассматривается один из важнейших вопросов, связанных с разработкой MOM, – маршрутизация сообщений [6, 7]. Одна из наиболее эффективных форм поддержки маршрутизации сообщений – *маршрутизатор на основе содержимого* (*Content-Based Router – CBR*), который перенаправляет сообщение в исходящий канал в зависимости от используемого критерия по содержанию сообщения [1, 7].

Целью работы является рассмотрение формальной обобщённой структуры алгоритмов

маршрутизации, основанных на содержимом сообщения. Формализация конфигурации маршрутизации введена на основе понятия "правильной" маршрутной конфигурации. Правильная маршрутная конфигурация гарантирует, что все нужные уведомления доставляются потребителю. При этом требования к конфигурированию маршрутов должны соответствовать спецификации систем Публикация/Подписка, представленных в [6].

Введенная обобщённая структура маршрутизации может быть использована для описания реальных алгоритмов и доказательства их правильности.

Теоретическая часть. В работе описывается обобщённая структура алгоритмов маршрутизации по содержимому, которая определяет общую стратегию передачи сообщений и позволяет реализовывать на её основе конкретные допустимые алгоритмы маршрутизации по управлению процессом передачи сообщений. Для введенной структуры был предложен универсальный критерий корректности, позволяющий определять допустимые алгоритмы маршрутизации, приводящие к корректному поведению системы Публикация/Подписка.

Модель распределенной системы на базе парадигмы Публикация/Подписка реализуется в виде набора взаимодействующих процессов, называемых *брокерами*, которые соединены между собой в виде ациклической топологии. Каждый брокер B выступает в качестве местной *точки доступа* к системе и управляет эксклюзивным набором локальных клиентов L_B , который является подмножеством множества \mathcal{C} всех клиентов сети. Кроме того, B взаимодействует с соседними брокерами N_B , к которым он непосредственно подключён. Таким образом, брокеры уведомле-

ний и управляющих сообщений реализуют функциональность распределенного *сервиса уведомлений*. Стратегия передачи сообщений определяется маршрутизационным алгоритмом на основе содержимого, который определяет, как уведомления направляются через брокеров сети и как осуществляется фильтрация уведомлений при посредничестве брокеров.

Формально топология взаимосвязей брокеров представляется как связный неориентированный ациклический граф $G = (V, E)$ с множеством вершин $V = (B_1, \dots, B_n)$, соответствующих брокерам, и множеством рёбер $E \subseteq \{(B_i, B_j), 1 \leq i < j \leq n\}$, представляющих двунаправленные связи между ними. Определена функция направленности связей $e(B_i, B_j)$, возвращающая (B_i, B_j) , если $i < j$, и (B_j, B_i) в противном случае.

Для связи между брокерами используется два типа сообщений: *forward*(n) и *admin*(S, \mathcal{U}), где S, \mathcal{U} – множества фильтров, элементы которых интерпретируются соответственно как подписка и отмена подписки; n – уведомление, принадлежащее множеству всех уведомлений \mathcal{M} . Клиент осуществляет связь со своим брокером посредством сообщений *sub*(F), *unsub*(F) и *pub*(n), а брокер отправляет своему локальному клиенту сообщения типа *notify*(n) [6, 7]. При этом формально фильтр $F \in \mathcal{F}$ – это отображение множества \mathcal{M} на булевские значения *true* и *false*. Уведомление n соответствует фильтру F , если $F(n)$ возвращает истину. Множество всех уведомлений, которые соответствуют F , обозначим как $N(F)$. Коммуникация между клиентом и брокером рассматривается как связь, осуществляемая путем передачи сообщений, и имеет локальный характер [6]. Предполагается, что сообщения могут быть отправлены в соответствии с предлагаемой обобщённой структурой маршрутизации. Обработка сообщений типа *sub/подписка*, *unsub/отмена_подписки*, *pub/публикация* и *forward/перенаправление_публикации_брокеру*, а также генерирование сообщений типа *notify/уведомление_клиенту* реализуются аппаратно. Конкретный алгоритм маршрутизации настраивает работу сообщений типа *admin/управляющих_сообщений* с помощью своей реализации процедуры администрирования – *administer*. Такой подход позволяет использовать в конкретных системах различные алгоритмы маршрутизации как экземпляры реализуемой структуры.

Обобщённая структура алгоритмов маршрутизации показана на рисунке. Процедура *administer* вызывается брокером B при получении сообщения *admin* от соседа или при получении сообщений *sub* и *unsub* от локального кли-

ента. Если ее выполнение инициировано сообщением типа *admin* брокера U , то осуществляется вызов процедуры *administer*(U, S, \mathcal{U}), где S и \mathcal{U} – множества фильтров, которые содержались в сообщении в качестве параметров (строка 19). В свою очередь, сообщения *sub*(F) и *unsub*(F), полученные от локального клиента X , инициируют вызов процедур *administer*($X, \{F\}, \emptyset$) (строка 22) и *administer*($X, \emptyset, \{F\}$) (строка 25) соответственно. При реализации процедуры *administer* можно определить, был ли ее вызов инициирован сообщением от локального клиента или от соседа за счет проверки принадлежности пункта назначения S или множеству N_B , или множеству L_B . В результате процедура *administer* возвращает сформированное множество \mathcal{M} троек (H, S, \mathcal{U}) , и каждому соседу, представленному в наборе N_B , исключая S , т. е. из $H \in N_B \setminus \{S\}$ алгоритм маршрутизации направляет одно сообщение *admin*(S_H, \mathcal{U}_H), где S_H и \mathcal{U}_H являются производными всех кортежей относительно соответствующих соседей (строка 28 – 32).

```

program ContentBasedRoutingFramework()
begin
  initialize  $T_B$ 
  loop
5     $m \leftarrow$  wait for and return next message
    if  $m$  is "forward( $n$ )" or "pub( $n$ )" message then
      forwardNotification( $m$ )
    else
      adminMessages( $m$ )
10   fi
  end
end

procedure adminMessages(Message  $m$ )
15 begin
   $\mathcal{M} \leftarrow \emptyset$ 

  if  $m$  is "admin( $S, \mathcal{U}$ )" message from broker  $U$  then
     $\mathcal{M} \leftarrow$  administer( $U, S, \mathcal{U}$ )
20   fi
  if  $m$  is "sub( $F$ )" message from client  $X$  then
     $\mathcal{M} \leftarrow$  administer( $X, \{F\}, \emptyset$ )
  fi
  if  $m$  is "unsub( $F$ )" message from client  $X$  then
25    $\mathcal{M} \leftarrow$  administer( $X, \emptyset, \{F\}$ )
  fi

  forall  $H \in N_B \setminus \{S\}$ 
     $S_A \leftarrow \{S \mid (H, S, \mathcal{U}) \in \mathcal{M}\}$ 
     $\mathcal{U}_A \leftarrow \{\mathcal{U} \mid (H, S, \mathcal{U}) \in \mathcal{M}\}$ 
    send message "admin( $S_A, \mathcal{U}_A$ )" to  $H$ 
30   end
end

```

Обобщённая структура алгоритмов маршрутизации на основе содержимого

В принципе алгоритм обобщенной структуры допускает произвольное поведение процедуры *administer*. Представим точную спецификацию допустимых реализаций процедуры администрирования. Далее сформулированы достаточные условия для допустимых реализаций

процедуры *administer* и допустимых начальных конфигураций маршрутизации, когда экземпляр структуры будет удовлетворять необходимым требованиям безопасности и живучести [6]. Представленную спецификацию можно использовать в качестве универсального критерия, позволяющего определять допустимые реализации процедуры администрирования *administer* путем проверки требуемых свойств спецификации. Данный критерий может быть применен для доказательства корректности конкретных выбранных алгоритмов маршрутизации.

Перед тем как дать определение допустимых реализаций процедуры *administer*, необходимо ввести несколько терминов и определений для реализации динамического характера функционирования системы. Необходимо ввести некоторую формализацию процесса обновления для того, чтобы далее вводить корректные утверждения. Предположим, что каждый процесс обновления имеет уникальный идентификатор и что сообщение типа *sub* или *unsub*, которое стало его инициатором, а также все составляющие сообщения типа *admin* помечены данным идентификатором. Идентификатор процесса обновления, вызванного сообщением m , обозначим как $id(m)$. Используем $id(m)$ для обозначения состояния переменных в момент, когда сообщение с этим идентификатором обработано соответствующим брокером или отправлено или получено заданным клиентом. Например, обозначим как v_B^{id} состояние v_B – множества уведомлений брокера B непосредственно после обработки сообщения с идентификатором id . Кроме того, используем надстрочный знак 0 для обозначения исходного состояния переменных. Так, обозначим как v_B^0 начальное состояние v_B . Также требуется ввести обозначение предшествующего состояния переменных до обработки текущего сообщения. Пусть $lid_{S,B}(m)$ – это идентификатор последнего сообщения типа *admin*, *sub* или *unsub*, отправленного от S к B , до отправки сообщения m , или это 0, если m стало первым сообщением, которое S отправил B . Кроме того, пусть $lid_B(m)$ – это идентификатор сообщения типа *admin*, которое B обрабатывало до обработки m или это 0, если m – это первое сообщение типа *admin*, обрабатываемое B .

Теперь можно дать определение допустимых исходных конфигураций маршрутизации и допустимых реализаций процедуры администрирования *administer*. Сначала дадим определение допустимой исходной конфигурации маршрутизации. Это необходимо для определения реально реализуемого начального состояния ал-

горитма маршрутизации. Для краткости, предположим, что допустимая исходная конфигурация маршрутизации не содержит никаких маршрутов для локальных клиентов, и что множество активных подписок клиента S_Y^0 является пустым для всех клиентов Y .

Определение 1. Допустимая исходная конфигурация маршрутизации. Исходная конфигурация маршрутизации является допустимой тогда и только тогда, когда выполняются следующие требования:

$$1) e(B_i, B_j) \in E \Rightarrow v_{B_i}^0(\{B_j\}) \supseteq v_{B_j}^0(N_{B_j} \setminus \{B_i\})$$

(допустимая исходная удаленная конфигурация маршрутизации);

$$2) v_{B_i}^0(L_{B_i}) = \emptyset$$

(допустимая исходная локальная конфигурация маршрутизации).

Выполнение первого требования гарантирует, что брокер B_i должен, по меньшей мере, отправить те уведомления по линии связи к B_j , которые B_j , в свою очередь, отправит другим своим соседям. Это множественное отношение между маршрутами в топологии брокеров гарантирует, что каждый брокер может локально принимать решение о маршрутизации. Второе свойство просто требует, чтобы в начальной конфигурации маршрутизации не присутствовало никаких локальных маршрутов. Теперь можно определить, что значит допустимость процедуры администрирования *administer*.

Определение 2. Допустимая реализация процедуры администрирования *administer*. Реализация процедуры *administer* является допустимой тогда и только тогда, когда существует хотя бы одна такая исходная допустимая конфигурация маршрутизации, при которой всегда, если администратор является брокером B с сообщением m , полученным от локального клиента или соседа S , то выполняются следующие требования.

1. Выполнение процедуры завершается по истечении конечного временного периода.

2. Возвращаемая конфигурация маршрутизации удовлетворяет следующим свойствам:

a) если $S \in L_B$,

$$\text{то } v_B^{id(m)}(\{S\}) = \bigcup_{F \in S_S^{id(m)}} N(F);$$

b) если $S \in N_B$,

$$\text{то } v_B^{id(m)}(\{S\}) \supseteq v_S^{id(m)}(L_S \cup N_S \setminus \{B\});$$

c) $v_B^{id(m)}(L_B \cup N_B \setminus \{S\}) = v_B^{lid_B(m)}(L_B \cup N_B \setminus \{S\})$.

3. Множество \mathcal{M} возвращаемых троек (H, S, \mathcal{U}) содержит, по меньшей мере, тройки

(H, S_H, \mathcal{U}_H) для всех брокеров $H \in N_B \setminus \{S\}$ для $v_H^{id_{B,H}(m)}(\{B\}) \not\equiv v_B^{id(m)}(\{S\})$.

Вышеуказанное определение является достаточно сложным, служащим базисом для последующих утверждений, поэтому рассмотрим его толкование и значение более подробно. Определение состоит из трех требуемых выполнения свойств. Свойство 1 требует прекращения действий администратора по истечении конечного времени, свойство 2 определяет условия допустимости для текущей конфигурации маршрутизации, а свойство 3 определяет требования, которые должны выполняться для множества возвращаемых троек.

Рассмотрим более подробно сущность этих свойств.

Свойство 1 обеспечивает завершение процедуры администрирования по истечении конечного промежутка времени.

Свойство 2 задает условия допустимости для текущей конфигурации маршрутизации: свойство 2,a гарантирует, что именно необходимые уведомления будут доставлены заинтересованному в них клиенту; свойство 2,b обеспечивает соблюдение условий взаимодействия брокеров, установленных допустимой исходной конфигурацией маршрутизации; свойство 2,c означает, что сообщение m , полученное от локального клиента или соседа, может повлиять только на конфигурацию маршрутизации, касающуюся его пунктов назначения.

Свойство 3 гарантирует, что брокер отправит сообщение *admin* всем своим соседям, удаленная конфигурация маршрутизации которых самостоятельно не обеспечивает отправку необходимых уведомлений соответствующему брокеру.

Рассмотрим, для чего полезны эти свойства и для чего они нужны.

Свойство 1 вместе с алгоритмом маршрутизации, а также фактом ацикличности топологии сети гарантирует прекращение каждого процесса обновления по истечении конечного промежутка времени. Без данного свойства условие живучести могло бы нарушаться [6].

Без свойства 2,a могут быть нарушены либо условия безопасности (локальному клиенту будут отправлены не интересующие его уведомления), либо живучести (локальному клиенту будут отправлены не все интересующие его уведомления).

Условие, обеспеченное свойством 2,b, гарантирует, что брокер B направляет брокеру S , по меньшей мере, те уведомления, которые S направит, в свою очередь, своим соседям или

доставит своим локальным клиентам. Это свойство позволяет брокеру локально принимать решение о маршрутизации.

Свойство 2,c ограничивает изменения, которые могут возникнуть в результате сообщения типа *admin*, только той частью конфигурации маршрутизации, которая касается S . Это упрощает дальнейшие рассуждения.

Свойство 3 обеспечивает, что процесс обновления доходит до всех соседей, чьи маршрутные таблицы должны обновиться.

Далее будет доказано, что, если процедура администрирования допустима для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации, то система Публикация/ Подписка удовлетворяет требованиям безопасности и живучести [6]. Во-первых, будет доказано, что каждый процесс обновления завершается, если процедура администрирования допустима (см. лемму 1). Далее будет показано, что конфигурация маршрутизации всегда слабо допустима [7], если процедура администрирования допустима для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации (леммы 2, 3 и 4). Вместе с теоремой о слабой допустимости маршрутной конфигурации в динамических системах Публикации/Подписки [7] это приводит в итоге к теореме, которая доказывает исходное утверждение.

Лемма 1. Если процедура администрирования допустима, то все процессы обновления завершаются.

Алгоритм обобщенной структуры маршрутизации гарантирует, что брокер B не передаст сообщение администратора обратно брокеру, от которого он его получил. Данное утверждение, наряду с тем, что каждый процесс обновления имеет уникальный идентификатор и что процедура администрирования завершается по истечении конечного промежутка времени (свойство 1 определения 2), а также ацикличности сети, доказывает завершение каждого процесса обновления.

Докажем важное для маршрута брокеров условие (включение) доставки сообщения клиенту-подписчику.

Лемма 2. Если процедура администрирования допустима для данной допустимой исходной конфигурации маршрутизации, то для всех клиентов Y выполняется следующее свойство:

$$\square [F \in \bar{S}_Y \wedge \square \neg Unsub(U, F) \Rightarrow \forall B_k \neq B_Y. v_{B_k}(\{B_m\}) \ni N(F)],$$

где \bar{S}_Y – подмножество всех активных подписок S_Y клиента Y , чей процесс обновления завершился; B_Y – брокер, управляющий Y ; B_m – сле-

дующий брокер на маршруте от B_k к Y .

Утверждается, что, если процедура *administer* является допустимой для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации и процесс обновления все еще активной подписки F завершен, а отмена подписки на F никогда не происходила, то каждый брокер $B_k \neq B_Y$ на уникальном маршруте, ведущем к подписавшемуся клиенту, направляет, по крайней мере, все соответствующие F уведомления единственному соседу – следующему брокеру на маршруте. Доказательство этого свойства представлено в виде индукции на маршруте от B_k к B_Y . Сначала докажем терминальный случай, а затем очередной шаг индукции. Индукция является допустимой вследствие ациклической топологии сети.

Предположим, что:

1. Процедура *administer* допустима для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации.

2. $F \in \bar{S}_Y$.

3. $\square \neg Unsub(U, F)$.

Требуется доказать, что $\forall B_k \neq B_Y. v_{B_k}(\{B_m\}) \supseteq N(F)$, где B_Y – брокер, управляющий Y , а B_m – следующий брокер на маршруте от B_k к Y .

<1>1. Пусть $B_{P_i}, B_{P_{i-1}}, \dots, B_{P_1}, B_Y$ – это маршрут от некоторого брокера $B_{P_i} \neq B_Y$ к B_Y , где B_Y – брокер, управляющий Y . Маршрут является точно определенным и уникальным вследствие ациклической и связной топологии графа G .

<1>2. Рассмотрим терминальный случай: $v_{B_1}(\{B_Y\}) \supseteq N(F)$. Сначала мы докажем справедливость свойства в момент прекращения процесса обновления F . После этого докажем, что данное свойство справедливо всегда.

<2>1. Y подписался на F и отправил сообщение m типа *sub(F)* к B_Y . Доказательством служит представленный алгоритм.

<2>2. Процедура *administer* вызывается B_Y при получении сообщения m и возвращает необходимое значение. Доказательством служат шаг <2>1, алгоритм, свойство 1 определения 2 и надежность каналов.

<2>3. По завершении процедуры *administer* всегда справедливо, что $v_{B_Y}(\{Y\}) \supseteq N(F)$. Доказательством служат шаг <2>2, свойства 2,а и 2,с, предположение 3.

<2>4. Далее B_Y либо отправляет сообщение m' типа *admin* с $id(m') = id(m)$, по направле-

нию к B_{P_1} , либо не отправляет. Доказательством служат шаг <2>2 и алгоритм.

<2>5. Рассмотрим случай, когда B_Y отправил сообщение m' типа *admin* с $id(m') = id(m)$ к B_{P_1} .

<3>1. m' запускает вызов процедуры администрирования *administer* в B_{P_1} , которая также возвращает своё значение по истечении конечного промежутка времени. Доказательством служат свойство 1 допустимого администрирования, надежность каналов и алгоритм.

<3>2. Из свойства 2,б допустимого администрирования следует, что справедливо доказываемое утверждение $v_{B_1}(\{B_Y\}) \supseteq N(F)$.

<2>6. Рассмотрим случай, когда B_Y не отправил сообщение m' типа *admin* с $id(m') = id(m)$ по направлению к B_{P_1} . Тогда утверждение $v_{B_1}(\{B_Y\}) \supseteq N(F)$ вытекает из свойства 3.

<2>7. Поскольку верно $v_{B_1}(\{B_Y\}) \supseteq N(F)$ в момент прекращения процесса обновления F , то оно продолжает действовать всегда. Доказательством служат шаги <2>5, <2>6 и свойства 2,б и 2,с.

<2>8. Доказываемое утверждение следует из <2>5, <2>6 и <2>7.

<1>3. Рассмотрим шаг индукции. Предположим, что для $B_{P_{i-1}}$ и $B_{P_{i-2}}$ справедливо $v_{B_{P_{i-1}}}(\{B_{P_{i-2}}\}) \supseteq N(F)$. Докажем, что для B_{P_i} и $B_{P_{i-1}}$ справедливо $v_{B_{P_i}}(\{B_{P_{i-1}}\}) \supseteq N(F)$.

Сначала мы докажем справедливость свойства в момент прекращения процесса обновления в различных случаях. После этого обоснуем, что данное свойство справедливо всегда.

<2>1. Предположение индукции верно либо в случае получения сообщения m' типа *admin* от $B_{P_{i-2}}$ в пункте назначения $B_{P_{i-1}}$, либо вследствие допустимости исходной конфигурации маршрутизации. Доказательство: из свойства 2,с допустимого администрирования, алгоритма и предположения о надежности канала следует, что $v_{B_{P_{i-1}}}(\{B_{P_{i-2}}\}) \supseteq N(F)$ может измениться, только если $B_{P_{i-1}}$ получит сообщение типа *admin* от $B_{P_{i-2}}$.

<2>2. Рассмотрим случай получения сообщения m' типа *admin*.

<3>1. m' запускает процедуру администрирования в $B_{P_{i-1}}$ с $S = B_{P_{i-2}}$. Доказательство следует из надежности каналов и алгоритма.

<3>2. Процедура администрирования возвращает значение. Доказательством служат

шаг <3>1 и свойство 1 допустимого администрирования.

<3>3. После этого $B_{P_{i-1}}$ либо отправляет сообщение m'' типа *admin* с $id(m'') = id(m')$ к B_{P_i} , либо не отправляет. Доказательством служат шаг <3>2 и алгоритм.

<3>4. Пусть $B_{P_{i-1}}$ отправил сообщение m'' типа *admin* с $id(m'') = id(m')$ к B_{P_i} .

<4>1. Если B_{P_i} получил сообщение m'' , то необходимые условия текущей маршрутизации обеспечиваются вследствие вызова процедуры администратора. Доказательством служат свойство 1 завершения администрирования, свойство 2,b допустимого администрирования, алгоритм и надежность каналов.

<4>2. Из шага <4>1 следует, что необходимое условие справедливо.

<3>5. Рассмотрим случай, когда от $B_{P_{i-1}}$ не было отправлено ни одного сообщения m'' с $id(m'') = id(m')$ к B_{P_i} , тогда справедливость необходимых условий текущего администрирования следует из свойства 3 его допустимости.

<2>3. Рассмотрим случай, когда справедливость предположения индукции следует из допустимой исходной конфигурации маршрутизации. Из определения допустимой исходной конфигурации маршрутизации следует, что необходимое условие справедливо.

<2>4. Поскольку верно утверждение $v_{B_{P_i}}(\{B_{P_{i-1}}\}) \supseteq N(F)$ в момент прекращения процесса обновления F , то оно продолжает действовать всегда. Доказательством служат свойства 2,b и 2,c, предположение 4 и надежность каналов.

<2>5. Доказываемое утверждение следует из <2>1, <2>2, <2>2, <2>3 и <2>4.

<1>4. Ч. т. д. Шаг <1>2 доказывает терминальный случай, а шаг <1>3 – шаг индукции. Лемма вытекает из индукции вследствие ациклической топологии сети.

Лемма 3. Если процедура *administer* допустима для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации, то $\square[Y \in L_{B_Y} \Rightarrow v_{B_Y}(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y} N(F)]$.

Утверждается, что локальная допустимость всегда справедлива. Это доказывается на основе индукции. Сначала докажем, что свойство выполняется для допустимой исходной конфигурации маршрутизации, а затем для всех последующих конфигураций.

Предположим, что:

1. Процедура *administer* допустима для данной начальной конфигурации маршрутизации.

2. $S_Y^0 = \emptyset$.

Докажем, что

$$\square[Y \in L_{B_Y} \Rightarrow v_{B_Y}(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y} N(F)].$$

<1>1. Докажем, что

$$v_{B_Y}^0(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y^0} N(F).$$

<2>1. $v_{B_Y}^0(\{Y\}) = \emptyset$, что следует из предположения 1 и определения допустимой исходной конфигурации маршрутизации.

<2>2. $\cup_{F \in S_Y^0} N(F) = \emptyset$, что следует из предположения 2.

<2>3. Ч. т. д. Доказательство следует из <2>1 и <2>2.

<1>2. Предположим, что

$$v_{B_Y}^{lidy, B_Y(m)}(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y^{lidy, B_Y(m)}} N(F). \text{ Докажем,}$$

$$\text{что } v_{B_Y}^{id(m)}(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y^{id(m)}} N(F).$$

<2>1. Если Y получил сообщение m , то он вызывает процедуру *administer*, которая возвращает значение. Доказательство следует из свойства 1 допустимого администрирования и алгоритма.

<2>2. Ч. т. д. Доказательством служат шаг <2>1 и свойство 2,a (применимые вследствие предположения индукции), а также свойство 2,c.

<1>3. Исходное утверждение справедливо. Шаг <1>1 доказывает начальный шаг, а шаг <1>2 – шаг индукции.

Лемма 4. Если процедура администратора допустима для данной допустимой исходной конфигурации маршрутизации, то конфигурация маршрутизации всегда слабо допустима.

Предположим, что:

1. Исходная конфигурация маршрутизации допустима.

2. Процедура администрирования допустима.

Докажем, что конфигурация маршрутизации всегда слабо допустима.

Далее показано, что конфигурация маршрутизации всегда слабо допустима поскольку всегда справедливы как локальная, так и слабо удаленная допустимости.

$$<1>1. \square[e(B_i, B_j) \in E \Rightarrow v_{B_i}(\{B_j\}) \supseteq \bar{\eta}_{B_j, B_i}].$$

Предположим, что $e(B_i, B_j) \in E$. Докажем, что

$$\square[v_{B_i}(\{B_j\}) \supseteq \bar{\eta}_{B_j, B_i}], \text{ где } \bar{\eta}_{B_j, B_i} - \text{множество}$$

всех уведомлений, которые интересны хотя бы одному потребителю любого брокера из V_{B_i, B_j} в случае слабой удаленной допустимости.

$$<2>1. \square[F \in \bar{S}_Y \wedge \square \neg Unsub(U, F) \Rightarrow$$

$$\forall B_k \neq B_Y. \nu_{B_k}(\{B_m\}) \supseteq N(F),$$

где B_Y – брокер, управляющий Y , а B_m – следующий брокер на маршруте от B_k к Y . Доказательство следует из предположений 1 и 2, а также леммы 2.

<2>2. Справедливо, что

$$\nu_{B_i}(\{B_j\}) \supseteq \cup_{B \in V_{B_i, B_j}} \cup_{X \in L_B} \cup_{F \in \bar{S}_Y} N(F).$$

Доказательство: так как шаг <2>1 справедлив для всех подписок $F \cup \bar{S}_Y$ всех клиентов Y любого брокера B_Y , находящегося на маршруте, начинающемся с B_i, B_j .

<2>3. Справедливо, что

$$\bar{\eta}_{B_j, B_i} = \cup_{B \in V_{B_i, B_j}} \cup_{X \in L_B} \cup_{F \in \bar{S}_Y} N(F),$$

это следует из определения $\bar{\eta}_{B_j, B_i}$ [7].

<2>4. Ч. т. д. Доказательством служат шаги <2>2 и <2>3.

<1>2. Справедливо, что

$$\square [Y \in L_{B_Y} \Rightarrow \nu_{B_Y}(\{Y\}) = \cup_{F \in S_Y} N(F)].$$

Доказательство следует из леммы 3.

<1>3. Исходное утверждение справедливо, что следует из <1>1 и <1>2.

Теорема корректности допустимых реализаций обобщённой структуры маршрутизации на основе содержимого. Если процедура *administer* допустима для данной допустимой начальной конфигурации маршрутизации, то алгоритм на рисунке удовлетворяет необходимым требованиям безопасности и живучести системы [6].

Доказательство следует из лемм 1 и 4, а также теоремы о слабой допустимости маршрутной конфигурации в динамических системах Публикации/Подписки [7].

Заключение. Рассмотренная обобщённая структура маршрутизации использована для описания ряда алгоритмов маршрутизации, основанных на содержимом сообщения, и доказательства их правильности: алгоритма с "наводнением", алгоритма, основанного на идентичности маршрутизации, алгоритма, основанного на покрытии и на слиянии фильтров, а также алго-

ритмов с рекламными объявлениями и алгоритмов маршрутизации со самостабилизацией. Алгоритм, основанный на идентичности маршрута, является упрощённой версией алгоритма, основанного на покрытии. Алгоритм, основанный на слиянии маршрутов, является более сложным и построен на основе объединения фильтров, что позволяет сократить их количество.

Библиографический список

1. Антипов О.В., Пылькин А.Н. Выбор механизма уведомления в распределённых системах Публикация/Подписка // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: межвуз. сб. науч. тр. – Рязань: РГРТУ. 2011. – С. 187 – 198.
2. Антипов В.А., Гузенко Р.Е. Трёхуровневая метамодель отображения семантики предметной области на структуру XML сообщений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 31. С. 43 – 48.
3. Антипов В.А., Антипов О.В., Чехов А.П. Построение телемедицинской системы на основе коммуникационной парадигмы Публикация/Подписка // Биомедицинская радиоэлектроника. 2012. №7. С. 64 – 69.
4. Антипов В.А., Антипов О.В., Богомолов О.М., Кутаков Д.А. Формирование медицинской виртуальной организации // Биомедицинская радиоэлектроника. 2013. №7. С. 70 – 77.
5. Пылькин А.Н., Крошилин А.В., Крошилина С.В. Построение модели оценки состояния здоровья пациента в медицинских экспертных системах // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2012. №41. С. 64 – 70.
6. Антипов В.А., Антипов О.В., Пылькин А.Н. и др. Математические и компьютерные методы в технических, гуманитарных и общественных науках: коллективная монография / под науч. ред. В.И. Левина. Вып. 3 – Пенза: Москва: Приволжский Дом знаний; Московский ун-т им. С.Ю. Витте. 2013. – 188 с.
7. Антипов В.А., Антипов О.В., Пылькин А.Н. Интеграция распределённых программных приложений на основе маршрутизации по содержимому сообщений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 75 – 83.

УДК 519.718.4

В.В. Тарасов, В.А. Саблина**ПОСТРОЕНИЕ СХЕМЫ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, СВОБОДНОЙ ОТ ВИРУСОВ**

Рассматриваются схемы из функциональных элементов в базе $\{\&, \vee, \bar{}\}$, функционирование которых описывается булевыми функциями вида $f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m)$, зависящими от двух групп переменных: x_1, \dots, x_n и z_1, \dots, z_m . Первая группа переменных – обычные итерруемые переменные, через которые на схемы подается входная информация; вторая группа – несобственные переменные (индикаторы внешних воздействий на функционирование схем), которые отсутствуют физически как булевы терминалы схемы. Такие функции будем называть булевыми функциями с вирусами. Итерирование схем, реализующих функции с вирусами, иногда может привести к схемам, свободным от влияния внешней среды, то есть свободным от вирусов.

Ключевые слова: булевы функции с несобственными параметрами, булевы функции с вирусами, синтез надежных схем из ненадежных элементов.

Введение. Исследования в области надежного синтеза управляющих систем, связанных с тезисом Дж. фон Неймана и еще некоторыми обобщениями тезиса стохастического характера, в настоящее время утратили свое значение [1-24]. В [24] также отмечено открытие нового подхода к этой теории. Ключевым понятием явилось определение булевой функции с вирусом [15, 24]

$$f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m), \quad (1)$$

где x_1, \dots, x_n – обычные булевы переменные управляющей системы, z_1, \dots, z_m – булевы несобственные переменные управляющей системы, сигнализирующие о состоянии внешней среды и незримым образом участвующие в функционировании управляющей системы.

Существование несобственных параметров (переменных) можно выявить следующим образом. Пусть управляющая система, по мнению конструктора, реализует булеву функцию $f_0(x_1, \dots, x_n)$. За достаточно большой промежуток времени исследовано, что управляющее устройство не всегда реализует ту функцию, которая ему предназначена конструктором изначально. Составился перечень функций – «неисправностей»:

$$f_1, \dots, f_{|\tilde{\sigma}|}, \dots, f_{N-1}, \quad (2)$$

где $|\tilde{\sigma}|^1$ – десятичный номер, двоичная запись которого $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_m$, $m = \lceil \log_2 N \rceil$. По списку (2) составляется универсальная функция (1), перечисляющая список (2) по переменным z_1, \dots, z_m , которая затем и названа булевой функцией с вирусом, $f_{|\tilde{\sigma}|} = f(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_m)$.

Одной из основных задач вирусной теории надежности управляющих систем может служить следующая: как по заданной функции $f(\tilde{x}, \tilde{z})$ с вирусом построить функцию $g(\tilde{x}, \tilde{z})$ с вирусом (точнее сказать, с антивирусом) такую, что

$$f(g(\tilde{x}, \tilde{z}), x_2, \dots, x_n, \tilde{z}) = f_0(\tilde{x}). \quad (3)$$

Это есть булево уравнение [23] относительно неизвестной функции $g(\tilde{x}, \tilde{z})$, которую естественно назвать булевой функцией с антивирусом.

Цель работы – указать на возможность построения схемы из функциональных элементов в базе $\{\&, \vee, \bar{}\}$, реализующей $f_0(\tilde{x})$, не зависящей (устойчивой) от влияния внешней среды, основываясь на модели (3); указать условия существования решения булева уравнения (3).

¹ Здесь и далее символы с тильдой наверху, как $\tilde{\sigma}$, \tilde{x} , \tilde{z} , означают сокращенную запись списка переменных: так $\tilde{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_m)$, $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\tilde{z} = (z_1, \dots, z_m)$.

Основная часть. Ясно, что если имеется набор переменных $x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m$, то в базисе $\{\&, \vee, \bar{}\}$ можно построить схему из функциональных элементов, реализующую любую булеву функцию $f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m)$ от $n + m$ переменных. Но в нашем случае переменные x_1, \dots, x_n – это реально существующие входные переменные, а переменные z_1, \dots, z_m реально не существуют как булевы терминалы схемы и их еще надо построить в базисе $\{\&, \vee, \bar{}\}$ при участии той внешней среды, в которой работала функциональная схема, реализующая $f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m)$.

Построение схем, реализующих z_1, \dots, z_m .
 Пусть z_i – произвольное переменное из списка z_1, \dots, z_m и \tilde{z}' – список z_1, \dots, z_m переменных, получающийся удалением переменного z_i из списка z_1, \dots, z_m . Обозначим через $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$, где $\tilde{\sigma} \in \{0,1\}^{m-1}$, $\tilde{\tau} \in \{0,1\}^{m-1}$ – множество функций $z_i g(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h(\tilde{z}')$ таких, что $g(\tilde{\sigma}) = h(\tilde{\tau})$. Пусть $B = \langle M, \{\&, \vee, \bar{}\} \rangle$ – булева алгебра с сигнатурой $\{\vee, \&, \bar{}\}$ и порождающим множеством M функций от переменных z_1, \dots, z_m .

Утверждение 1. Множество $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$ замкнуто в булевой алгебре B .

Δ Пусть именуются две функции: $z_i g_1(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_1(\tilde{z}')$, $z_i g_2(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_2(\tilde{z}')$ из $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$, такие что $g_1(\tilde{\sigma}) = h_1(\tilde{\tau})$, $g_2(\tilde{\sigma}) = h_2(\tilde{\tau})$.

Из равенств $z_i g_1(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_1(\tilde{z}')$
 $= z_i \bar{g}_1(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i \bar{h}_1(\tilde{z}')$, $\bar{g}(\tilde{\sigma}) = \bar{h}_1(\tilde{\tau})$ следует, что $z_i g_1 \vee \bar{z}_i h_1 \in B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$.

Далее имеем $(z_i g_1(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_1(\tilde{z}'))(z_i g_2(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_2(\tilde{z}')) = z_i g_1(\tilde{z}') g_2(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_1(\tilde{z}') h_2(\tilde{z}')$, где $g_1(\tilde{\sigma}) g_2(\tilde{\sigma}) = h_1(\tilde{\tau}) h_2(\tilde{\tau})$.

Поэтому

$$(z_i g_1 \vee \bar{z}_i h_1)(z_i g_2 \vee \bar{z}_i h_2) \in B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}).$$

Операцию $\bar{}$ не проверяем, так как она выражена через $\&$, $\bar{}$. ▲

Определение. Замкнутый класс B_{z_i} называется максимальным для тождественной булевой функции z_i , если он не содержит z_i , а система $\{B_{z_i}, f\}$ порождает тождественную булеву функцию z_i при любой функции $f \notin B_{z_i}$.

Утверждение 2. Класс $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$ – максимальный для z_i .

Δ Отметим, что z_i при любых $\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}$ не принадлежит $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$ в силу того, что $z_i = z_i 1 \vee \bar{z}_i 0$.

Пусть $z_i g(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h(\tilde{z}') \notin B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$, так что $g(\tilde{\sigma}) \neq h(\tilde{\tau})$. Тогда $z_i \bar{g}(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h(\tilde{z}') \in B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$ и $(z_i g(\tilde{z}') \oplus \bar{z}_i h(\tilde{z}')) \oplus (z_i \bar{g}(\tilde{z}') \oplus \bar{z}_i h(\tilde{z}')) = z_i (g(\tilde{z}') \oplus \bar{g}(\tilde{z}')) \oplus \bar{z}_i (h(\tilde{z}') \oplus h(\tilde{z}')) = z_i$ (так как $z_i \phi \vee \bar{z}_i \psi = z_i \phi \oplus \bar{z}_i \psi$ для любых ϕ и ψ , а операция \oplus выражается через операции $\&, \vee, \bar{}$). ▲

Утверждение 3. Для того чтобы система M , $M \subseteq \{z_i g_k(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_k(\tilde{z}')\}$ порождала в булевой алгебре B z_i , необходимо и достаточно, чтобы она целиком не содержалась ни в одном из максимальных классов $B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$.

Δ Доказательство необходимости, очевидно, следует из утверждений 1 и 2.

Достаточность. По условию для каждой пары наборов $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\tau}$ множество M содержит функцию $f_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{z}') \notin B_{z_i}(\tilde{\sigma}, \tilde{\tau})$.

Пусть $f_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{z}') = z_i g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{z}') \vee \bar{z}_i h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{z}')$, где $g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{\sigma}) \neq h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{\tau})$. Обозначим через $\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}} = g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(\tilde{\sigma})$. Тогда имеем $F_{\tilde{\sigma}}(z_i, \tilde{z}') = \& f_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}(z) = z_i \& g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}') \oplus \bar{z}_i \& h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}')$.

В произведении $\& g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}')$ все сомножители равны 1 при $\tilde{z}' = \tilde{\sigma}$ (указание: учесть свойство $x^x = 1$). В произведении $\& h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}')$ найдется сомножитель, который при $\tilde{z}' = \tilde{\sigma}$ обратится в 0, – этот сомножитель, соответствующий $\tilde{\tau} = \tilde{\sigma}$, есть $h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}}}(\tilde{z}')$, так как здесь $\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}} = g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}}(\tilde{\sigma}) = \bar{h}_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}}}(\tilde{\sigma})$ (указание: учесть свойство $x^{\bar{x}} = 0$). Следовательно, $\& g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}') \neq 0$, $\& h_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}') \equiv 0$, то есть $F_{\tilde{\sigma}}(z_i, \tilde{z}') = z_i \& g_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}^{\alpha_{\tilde{\sigma}, \tilde{\tau}}}(\tilde{z}')$, причем $F_{\tilde{\sigma}}(z_i, \tilde{\sigma}) = z_i$. Теперь остается дизъюнктивно просуммировать по $\tilde{\sigma}$: $\vee_{\tilde{\sigma}} F_{\tilde{\sigma}}(z_i, \tilde{z}') = z_i$. ▲

Таким образом, представлен способ для реализации всех индикаторов z_1, \dots, z_m , что требуется для построения любых функций с вирусами $f(\tilde{x}, \tilde{z})$.

Предложенный способ с практической точки зрения обладает недостатком: он слишком уни-

версален. Действительно, зачем практику универсальность, когда в реальности он сталкивается с конкретными функциями. Следующий вариант построения функции с вирусами состоит в реализации совершенных конъюнкций $z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$, минуя построения переменных z_1, \dots, z_m . Действительно, для построения конкретной функции с вирусом совсем не обязательно бывает требование иметь налицо реализацию всех совершенных конъюнкций $z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$, а, возможно, только их какую-то часть.

Построение конъюнкции $z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$.

Порождающее множество M булевой алгебры $B = \langle M, \{\&, \vee, \bar{}\} \rangle$ можно сформировать из функции $f(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m)$ подстановками констант на места переменных x_1, \dots, x_n :

$$M = \{f^0(z_1, \dots, z_m), \dots, f^{|\bar{\tau}|}(z_1, \dots, z_m), \dots, f^{2^n-1}(z_1, \dots, z_m)\}. \quad (4)$$

Расширим множество M , дополнив его отрицаниями функций из M . Новое множество функций обозначим через M' . Пусть $\langle M', \{\&, \vee\} \rangle$ – монотонная булева подалгебра с порождающим множеством M' . Пусть $\varphi(z_1, \dots, z_m)$ – произвольная булева функция от несобственных переменных z_1, \dots, z_m . Очевидно, вопрос о порождении функции φ в подалгебрах $\langle M, \{\&, \vee, \bar{}\} \rangle$ и $\langle M', \{\&, \vee\} \rangle$ эквивалентен. Проиндексируем элементы множества M' : $M' = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{|M'|}\}$, где $|M'|$ – мощность множества M' .

Итак, если $\&_{j:\varphi_j(\bar{\sigma})=1} \varphi_j(\bar{z}) = z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$, то задача решена. Если это не так, то существует набор $\bar{\tau}$ такой, что $\&_{j:\varphi_j(\bar{\sigma})=1} \varphi_j(\bar{\tau}) = 1$. Покажем, что тогда реализация конъюнкции $z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$ невозможна. Действительно, пусть φ_{j_1} и φ_{j_2} удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} \varphi_{j_1}(\bar{\sigma}) = \varphi_{j_1}(\bar{\tau}) = 1, \\ \varphi_{j_2}(\bar{\sigma}) = \varphi_{j_2}(\bar{\tau}) = 1. \end{aligned} \quad (5)$$

При операциях $\&$ и \vee получаем

$$\begin{aligned} \varphi_{j_1}(\bar{\sigma})\varphi_{j_2}(\bar{\sigma}) = \varphi_{j_1}(\bar{\tau})\varphi_{j_2}(\bar{\tau}) = 1, \\ \varphi_{j_1}(\bar{\sigma})\vee\varphi_{j_2}(\bar{\sigma}) = \varphi_{j_1}(\bar{\tau})\vee\varphi_{j_2}(\bar{\tau}) = 1. \end{aligned}$$

То есть свойства (5) сохраняются при операциях $\&$, \vee . Значит, функции $\varphi_{j_1}\varphi_{j_2}$ и $\varphi_{j_1}\vee\varphi_{j_2}$ вместе с функциями φ_{j_1} и φ_{j_2} попадают в одну и ту же замкнутую систему (инвариантную подалгебру)

булевой подалгебры $\langle M', \{\&, \vee\} \rangle$ и потому не содержат конъюнкции $z_1^{\sigma_1} \dots z_m^{\sigma_m}$.

Пусть ψ – произвольная булева функция от переменных z_1, \dots, z_m ; N_ψ – множество всех наборов $(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$, в которых функция $\psi = 1$. Тогда

$$\psi = \bigvee_{\bar{\sigma}:\bar{\sigma} \in N_\psi} \&_{j:\varphi_j(\bar{\sigma})=1} \varphi_j(\bar{z}). \quad (6)$$

Пусть $g(\bar{x}, \bar{z})$ – какое-нибудь решение булева уравнения (3) (методы решения см., например, в [1, 2]). Разложим $g(\bar{x}, \bar{z})$ по переменным x_1, \dots, x_n :

$$g(\bar{x}, \bar{z}) = \bigvee_{(\sigma_1, \dots, \sigma_n)} x_1^{\sigma_1} \dots x_n^{\sigma_n} g^{|\bar{\sigma}|}(z_1, \dots, z_m). \quad (7)$$

Проекция вируса $g^{|\bar{\sigma}|}(z_1, \dots, z_m)$ схемой из функциональных элементов в базисе $\{\&, \vee, \bar{}\}$ можно реализовать по формуле (6), и далее, согласно разложению (7), строим схему из функциональных элементов, реализующую функцию с антивирусом $g(\bar{x}, \bar{z})$. Окончательная схема, реализующая функцию f_0 , получается композицией

$$f(g(\bar{x}, \bar{z}), x_2, \dots, x_n, \bar{z}) = f_0.$$

Минимизация формул в булевой подалгебре $\langle M, \{\&, \vee, \bar{}\} \rangle$. Минимизация формул (6) и (7) в связи с тем, что имеем дело с функциями, зависящими только от несобственных переменных z_1, \dots, z_m , имеет свои специфические особенности и состоит из следующих трех этапов.

1. Минимизация формул в базисе $\{\&, \vee, \bar{}\}$ и в алфавите функциональных символов (4) множества M в классе дизъюнктивных нормальных форм по схеме: СДНФ – сокращенная ДНФ – тупиковые ДНФ – минимальные ДНФ.

2. Новые приемы упрощения: если $f_1 \leq f_2$, то

- (a) $f_1 \bar{f}_2 = 0$;
- (b) $f_1 \vee f_2 = f_2$;
- (c) $f_1 f_2 = f_1$.

3. Дальнейшие действия, связанные с тождествами:

- (a) вынос за скобки:

$$xy \vee xz = x(y \vee z),$$

$$(x \vee y)(x \vee z) = x \vee yz;$$
- (b) формулы де Моргана:

$$\overline{xy} = \bar{x} \vee \bar{y}, \quad \overline{x \vee y} = \bar{x} \bar{y}.$$

Дополнение к основной части. Если не удастся построить функцию $g(\bar{x}, \bar{z})$ с антивирусом, то можно ограничиться более «скромными»

задачами, например удалить от функции f какую-нибудь одну проекцию вируса:

$$\begin{cases} f(g(\tilde{x}, \tilde{z}), x_2, \dots, x_n, \tilde{z}) = f(x_1, \dots, x_n, \tilde{z}) \text{ при } \tilde{z} \neq \tilde{\sigma}, \\ f(g(\tilde{x}, \tilde{\sigma}), x_2, \dots, x_n, \tilde{\sigma}) = h(\tilde{x}) \text{ при } \tilde{z} = \tilde{\sigma}. \end{cases}$$

Найти $g(\tilde{x}, \tilde{z})$ по заданной функции $h(\tilde{x})$. При $h(\tilde{x}) \equiv 0$ это задача удаления «неудобной» реализации функции $f(\tilde{x}, \tilde{z})$; при $h(\tilde{x}) \neq 0$ – это замена $|\tilde{\sigma}|$ -й реализации функции $f(\tilde{x}, \tilde{z})$ на «нужную» $h(\tilde{x})$.

Выводы. Статья посвящена вирусной теории надежности управляющих систем и является продолжением работ [1-3]. Насколько известно, в мире не ведется пока исследований в этом направлении. С точки зрения технической реализуемости работе требуется внимание и критика со стороны инженерного интеллекта. Вот один из главных недостатков. Схема, которая по плану конструктора реализует функцию f_0 , изначально не предполагает в себе вируса, вирус нарабатывается в схеме со временем. С этой точки зрения, схема, реализующая в среде булеву функцию с вирусом, возможно, уникальна, тем не менее, в теории выше используются (с помощью подстановки констант на входы схемы с именами x_1, \dots, x_n) схемы, функционирование которых подчинено внешней среде, описанной с помощью искусственного введения несобственных переменных z_1, \dots, z_m ; то есть изготавливается как бы базис M функций от z_1, \dots, z_m переменных; над базисом M строится антивирус. Мощность базиса $|M|$ может быть очень велика – порядка 2^n . Здесь есть противоречие с уникальностью первоначальной схемы.

Откуда взять столько вариантов схем, реализующих $f(\tilde{x}, \tilde{z})$, чтобы получить $|M|$ схем, реализующих функции $f^0(\tilde{z}), \dots, f^{|\tilde{\sigma}|}(\tilde{z}), \dots, f^{2^{n-1}}(\tilde{z})$? Ведь такое возможно только в искусственной среде?! Пока они только на бумаге, то есть надежный синтез схем из ненадежных элементов пока является математическим. С другой стороны, для построения антивируса знание вируса и «среды его обитания» совершенно необходимо. Одним из способов приближения к техническому синтезу является включение в список (2) всевозможных реализаций «неисправностей», относящихся не только к конкретной схеме, реализующей f_0 в исправном (при $\tilde{z} = \tilde{0}$) состоянии, но и ко многим дубликатам схем, реализующих f_0 в исправном состоянии. Эта операция придаст устойчивость множеству M во времени.

Библиографический список

1. Нейман Дж. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент // Сб. «Автоматы»; под ред. К.Э. Шеннона и Дж. Маккарти. – М.: ИЛ, 1956. – С. 68-139.
2. Ортюков С.И. К вопросу о синтезе асимптотически безызбыточных самокорректирующихся схем из ненадежных функциональных элементов // Проблемы передачи информации. – 1977. – Т. 13, вып. № 4. – С. 3-8.
3. Алехина М.А. О надежности схем из ненадежных функциональных элементов при однотипных константных неисправностях на выходах элементов // Дискретная математика. – 1993. – Т. 5, вып. № 2. – С. 59-74.
4. Кириенко Г.И. О самокорректирующихся схемах из функциональных элементов // Проблемы кибернетики. – М.: Наука, 1964. – Вып. № 12. – С. 32-38.
5. Мучник А.А., Гиндикин С.Г. Решение проблемы полноты для систем функций алгебры логики с ненадежной реализацией // Проблемы кибернетики. – М.: Наука, 1966. – Вып. № 15. – С. 65-85.
6. Тарасов В.В. К проблеме полноты для систем функций алгебры логики с ненадежной реализацией // Математический сборник. – 1975. – Т. 98, № 3. – С. 378-394.
7. Тарасов В.В. К синтезу надежных схем из ненадежных элементов // Математические заметки. – 1976. – Т. 20, № 3. – С. 391-400.
8. Тарасов В.В. Резервы обеспечения надежности синтеза логических схем // Кибернетика и системный анализ. – Киев: Наукова думка, 1992. – Вып. № 3. – С. 167-172.
9. Тарасов В.В. Функции алгебры логики с несобственными параметрами // Проблемы передачи информации. – 2000. – Т. 36, № 4. – С. 113-116.
10. Тарасов В.В. К вирусной теории надежности синтеза управляющих систем // Российский научный журнал. – 2013. ISSN 1995-4417. – Вып. №4 (35). – С. 289-298.
11. Тарасов В.В. Вероятностно-алгебраические модели в алгебре логики // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2003. № 13. С. 12-20.
12. Тарасов В.В. К проблеме выразимости в алгебре частных функций алгебры логики // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2004. № 14. С. 32-36.
13. Тарасов В.В. Стохастическая аппроксимация нелинейной булевой функции // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2004. № 15. С. 16-22.
14. Тарасов В.В. К проблеме реализуемости булевых функций схемами в базисе из функциональных ненадежных элементов // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2005. № 16. С. 27-32.
15. Тарасов В.В. Синтез контактных схем, свободных от вирусов // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. № 17. С. 100-102.

16. Тарасов В.В. Функциональные возможности стохастических базисов, содержащих конъюнкцию и константы // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. № 18. С. 86-90.

17. Тарасов В.В. Стохастическая аппроксимация существенной булевой функции // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. № 19. С. 19-25.

18. Тарасов В.В. О полноте конечных систем случайных булевых функций // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2007. № 20. С. 19-25.

19. Тарасов В.В. К проблеме выразимости булевых функций над базисом из булевых функций с параметром // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2007. № 21. С. 112-115.

20. Тарасов В.В. К проблеме выразимости булевых функций формулами над базисом из случайных булевых функций // Вестник Рязанского государст-

венного радиотехнического университета. 2007. № 22. С. 106-108.

21. Тарасов В.В., Ёлкина Н.В. К задаче контроля входной информации на схемах из функциональных элементов с задержками // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 33. С. 56-59.

22. Тарасов В.В., Саблина В.А. О порядках максимальных замкнутых классов в алгебре частичных булевых функций // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 36. С. 51-54.

23. Тарасов В.В., Саблина В.А. Булевы уравнения в задачах криптографии и распознавания образов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2012. № 41. С. 74-80.

24. Тарасов В.В., Саблина В.А. Тезис Дж. Фон Неймана и синтез надежных схем из ненадежных элементов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-1 (46). С. 126-130.

УДК 62-192:52(031)

Н.А. Смоляров, И.Н. Аксенов

РАСЧЁТ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ СО СМЕШАННЫМ ПО НАГРУЗКЕ РЕЗЕРВОМ

Получены соотношения для расчёта вероятности безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом с учетом ненадежности общего переключателя и рассмотрена методика этого расчёта.

Ключевые слова: надежность, резервированная восстанавливаемая система, смешанный по нагрузке резерв, общий переключатель.

Введение. Резервирование с восстановлением является высокоэффективным способом повышения надежности технических систем. При этом более надежной является система с ненагруженным резервом, чем система с нагруженным или облегченным резервом. Однако применение ненагруженного резерва не всегда возможно на практике. Это связано с тем, что для включения в работу резервных элементов (подсистем) необходимы предварительный прогрев или подготовка их к работе, например, в радиоэлектронных системах. При этом система должна непрерывно работать или допускаются кратковременные перерывы в ее работе на время переключения элементов при их отказе. В этом случае применяют нагруженный или облегченный резерв, однако эффективность от их использования может быть мала, так как все элементы расходуют свой ресурс с момента включения системы. Смешанный по нагрузке резерв позво-

ляет уменьшить этот недостаток, а при одинаковой избыточности дает выигрыш в надежности. В этом случае резервные элементы имеют разную степень нагрузки от нагруженного до ненагруженного резерва, причем при отказе любого из элементов каждый из последующих переходит в режим работы предыдущего элемента. Для выполнения этих действий используется переключатель, который может быть общим или индивидуальным для каждого из элементов. Очевидно, что надежность системы в значительной мере зависит от надежности переключателя. Поэтому при расчете надежности таких систем необходимо учитывать надежность этого устройства.

Оценка надежности резервированных восстанавливаемых систем со смешанным по нагрузке резервом приведена в работах [1 – 3]. Так, в [1] рассмотрена надежность системы со смешанным по нагрузке скользящим резервом с аб-

солютно надежным общим переключателем. В [2] дана оценка надежности системы со смешанным по нагрузке резервом с абсолютно надежными индивидуальными переключателями. В [3] получены соотношения для оценки средней наработки до отказа и коэффициента готовности системы со смешанным по нагрузке резервом с учётом ненадежности общего переключателя.

Цель работы – получение соотношений для расчёта вероятности безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом с кратностью резервирования $m = 2$ с учетом ненадежности общего переключателя.

Постановка задачи. Считаем, что отказ переключателя приводит к отказу всей системы. Схема расчета надежности системы показана на рисунке 1, где 1 – основная подсистема; 2, 3 – резервные подсистемы; П – переключатель; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – интенсивности отказов основной, первой и второй резервных подсистем соответственно.

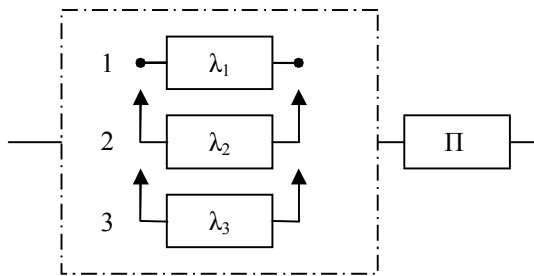


Рисунок 1 – Схема расчета надежности системы

Пусть все подсистемы одинаковые и равнонадежные при одном и том же режиме работы. Условия эксплуатации одинаковые для всех подсистем. В исходном состоянии в зависимости от режима работы резервных подсистем между их интенсивностями отказов и интенсивностью отказов основной подсистемы могут быть следующие соотношения:

- 1) $\lambda_1 = \lambda_2, \lambda_2 > \lambda_3$ – первая резервная подсистема находится в нагруженном, а вторая – в облегченном или ненагруженном резерве;
- 2) $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ – первая резервная подсистема находится в облегченном, а вторая – в ненагруженном резерве.

Считаем, что при отказе любой подсистемы происходит мгновенное переключение подсистем и их интенсивности отказов в момент замещения изменяются скачком. Например, если откажет основная подсистема, то $\lambda_2 = \lambda_1$ и $\lambda_3 = \lambda_2$, или если откажет не основная, а первая резервная подсистема, то $\lambda_3 = \lambda_2$, т. е. у оставшихся работоспособных подсистем интенсивности отказов λ_1 и λ_2 . Также считаем, что интенсивность отказов переключателя – $\lambda_{\text{П}}$. После возникнове-

ния отказа подсистема или переключатель сразу начинают восстанавливаться. Интенсивность восстановления одной подсистемы – μ , а переключателя – $\mu_{\text{П}}$. После восстановления переключатель включается в работу, а подсистема – по мере необходимости. Поток отказов и восстановлений простейшие, восстановление неограниченное. Необходимо определить вероятность безотказной работы рассматриваемой системы за заданную наработку t .

Решение задачи. Так как потоки отказов и восстановлений простейшие, то процесс, протекающий в системе, представляет собой марковский случайный процесс. Граф процесса переходов системы показан на рисунке 2.

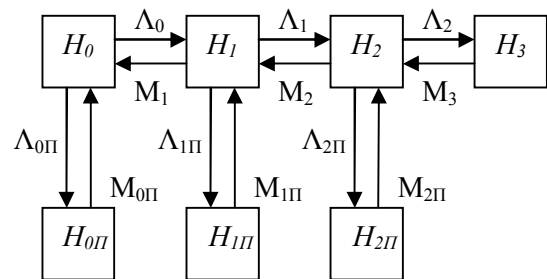


Рисунок 2 – Граф процесса переходов системы

Здесь $H_0, H_1, H_2, H_3, H_{0П}, H_{1П}, H_{2П}$ – состояния системы. H_0 – все подсистемы и переключатель работоспособны; H_1 – отказала одна подсистема; H_2 – отказали две подсистемы; H_3 – отказали все подсистемы; $H_{0П}$ – все подсистемы работоспособны, отказал переключатель; $H_{1П}$ – отказала одна подсистема и переключатель; $H_{2П}$ – отказали две подсистемы и переключатель. $\Lambda_0, \Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_{0П}, \Lambda_{1П}, \Lambda_{2П}, M_1, M_2, M_3, M_{0П}, M_{1П}, M_{2П}$ – интенсивности переходов системы из одного состояния в другое.

Так как необходимо определить вероятность безотказной работы системы, то в этом случае она представляет собой систему с поглощающим экраном, т. е. интенсивности $M_3, M_{0П}, M_{1П}, M_{2П}$ равны нулю. Граф процесса переходов системы принимает вид, показанный на рисунке 3.

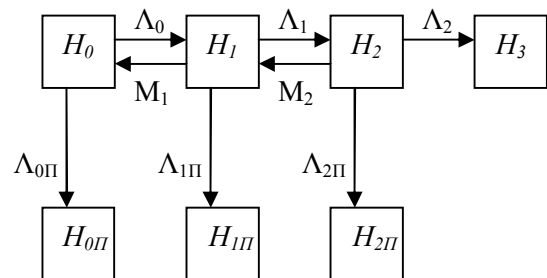


Рисунок 3 – Граф процесса переходов системы с поглощающим экраном

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_0 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \Lambda_1 = \lambda_1 + \lambda_2, \Lambda_2 = \lambda_1, \\ \Lambda_{0\Pi} &= \Lambda_{1\Pi} = \Lambda_{2\Pi} = \lambda_{\Pi}, M_1 = \mu, M_2 = 2\mu. \end{aligned} \right\} (1)$$

Так как состояния $H_3, H_{0\Pi}, H_{1\Pi}, H_{2\Pi}$ являются неблагоприятными, а состояния H_0, H_1, H_2 – несовместными благоприятными, то вероятность безотказной работы системы за наработку t

$$P_c(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t), \quad (2)$$

где $P_0(t), P_1(t), P_2(t)$ – вероятности состояний системы H_0, H_1, H_2 соответственно в момент времени t .

Для оценки этих вероятностей необходимо составить и решить следующие уравнения Колмогорова:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP_0(t)}{dt} &= -(\Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})P_0(t) + M_1P_1(t), \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -(\Lambda_1 + M_1 + \Lambda_{1\Pi})P_1(t) + \Lambda_0P_0(t) + \\ &+ M_2P_2(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -(\Lambda_2 + M_2 + \Lambda_{2\Pi})P_2(t) + \Lambda_1P_1(t). \end{aligned} \right\} (3)$$

Считаем, что начальные условия следующие: $P_0(0) = 1$ и $P_1(0) = P_2(0) = 0$ (вероятности остальных состояний системы при $t = 0$ тоже равны нулю).

Для решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (3) применим операторный метод. Введём вместо искомым функций $P_0(t), P_1(t), P_2(t)$ их изображения по Лапласу $\bar{P}_0(s), \bar{P}_1(s), \bar{P}_2(s)$ соответственно и найдём изображения их производных. Тогда система уравнений (3) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} s\bar{P}_0(s) - 1 &= -(\Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})\bar{P}_0(s) + M_1\bar{P}_1(s), \\ s\bar{P}_1(s) &= -(\Lambda_1 + \Lambda_{1\Pi} + M_1)\bar{P}_1(s) + \Lambda_0\bar{P}_0(s) + \\ &+ M_2\bar{P}_2(s), \\ s\bar{P}_2(s) &= -(\Lambda_2 + \Lambda_{2\Pi} + M_2)\bar{P}_2(s) + \Lambda_1\bar{P}_1(s). \end{aligned} \right\} (4)$$

Решая эту систему алгебраических уравнений, получаем

$$\bar{P}_0(s) = (s^2 + b's + c')[(s + \Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})(s^2 + b's + c') - M_1\Lambda_0(s + \Lambda_2 + \Lambda_{2\Pi} + M_2)]^{-1}, \quad (5)$$

$$\bar{P}_1(s) = \frac{1}{M_1}[(s + \Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})\bar{P}_0(s) - 1], \quad (6)$$

$$\bar{P}_2(s) = \frac{\Lambda_1}{M_1}[(s + \Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})\bar{P}_0(s) - 1] \times (s + \Lambda_2 + \Lambda_{2\Pi} + M_2)^{-1}. \quad (7)$$

Здесь

$$b' = \Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_{1\Pi} + \Lambda_{2\Pi} + M_1 + M_2, \quad (8)$$

$$c' = \Lambda_1\Lambda_2 + \Lambda_1\Lambda_{2\Pi} + \Lambda_2\Lambda_{1\Pi} + \Lambda_2M_1 + \Lambda_{1\Pi}\Lambda_{2\Pi} + \Lambda_{1\Pi}M_2 + \Lambda_{2\Pi}M_1 + M_1M_2. \quad (9)$$

Определим оригиналы по изображениям (5) – (7), воспользуясь теоремой Ващенко-Захарченко. При этом необходимо заметить, что изображения $\bar{P}_0(s)$ и $\bar{P}_2(s)$ являются правильными рациональными несократимыми дробями, поэтому они удовлетворяют условию этой теоремы, причём $\bar{P}_2(s)$ имеет в знаменателе сложное выражение – многочлен четвёртой степени. Изображение $\bar{P}_1(s)$ не удовлетворяет отмеченному выше условию, так как представляет неправильную дробь. С учётом всего сказанного и того, что состояния H_1 и H_2 являются менее вероятными, чем H_0 , будем считать, что

$$P_c(t) = P_0(t). \quad (10)$$

Для нахождения оригинала $P_0(t)$ необходимо определить корни знаменателя $\bar{P}_0(s)$ в формуле (5), т.е. решить следующее уравнение:

$$(s + \Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})(s^2 + b's + c') - M_1\Lambda_0 \times (s + \Lambda_2 + \Lambda_{2\Pi} + M_2) = 0. \quad (11)$$

Для этого, упростив уравнение (11), с учётом выражений (8) и (9) представим его в канонической форме

$$as^3 + bs^2 + cs + d = 0, \quad (12)$$

где $a = 1$;

$$b = \Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi} + b'; \quad (13)$$

$$c = (\Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})b' + c' - M_1\Lambda_0; \quad (14)$$

$$d = (\Lambda_0 + \Lambda_{0\Pi})c' - M_1\Lambda_0(\Lambda_2 + \Lambda_{2\Pi} + M_2). \quad (15)$$

Введя вместо s новую переменную

$$y = s + \frac{b}{3}, \quad (16)$$

получим

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \quad (17)$$

где

$$q = \frac{b(2b^2 - 9c) + 27d}{54}, \quad (18)$$

$$p = \frac{3c - b^2}{9}. \quad (19)$$

Для решения уравнения (17) необходимо определить знак дискриминанта

$$D = q^2 + p^3.$$

Так как $\lambda_1 \ll \mu$, то анализ дискриминанта D показал, что он является отрицательной величиной, т.е. уравнение (17) имеет три действительных различных корня. При этом $q > 0, p < 0$. С учётом сказанного корни уравнения (17) можно

представить через вспомогательные величины r и φ :

$$y_1 = -2r \cos \frac{\varphi}{3}, \quad (20)$$

$$y_2 = 2r \cos \left(60^\circ - \frac{\varphi}{3} \right), \quad (21)$$

$$y_3 = 2r \cos \left(60^\circ + \frac{\varphi}{3} \right), \quad (22)$$

где

$$\varphi = \arccos \frac{q}{r^3}, \quad (23)$$

$$r = \sqrt{|p|}. \quad (24)$$

Здесь квадратный корень взят со знаком плюс, так как знак величины r должен совпадать со знаком q .

Для проверки правильности решения уравнения (17) необходимо использовать свойство корней:

$$y_1 + y_2 + y_3 = 0. \quad (25)$$

Из выражения (16) следует, что корни уравнения (12) имеют вид:

$$s_1 = y_1 - \frac{b}{3}, \quad (26)$$

$$s_2 = y_2 - \frac{b}{3}, \quad (27)$$

$$s_3 = y_3 - \frac{b}{3}. \quad (28)$$

Таким образом, знаменатель правильной рациональной несократимой дроби (5) имеет три действительных различных корня (26) – (28). Поэтому оригинал $P_0(t)$, соответствующий изображению (5), несложно найти по теореме Ватценко-Захарченко, и с учётом принятого допущения (10) вероятность безотказной работы рассматриваемой системы за заданную наработку t

$$P_c(t) = \sum_{k=1}^3 \frac{s_k^2 + b's_k + c'}{3s_k^2 + 2bs_k + c} e^{s_k t}, \quad (29)$$

где коэффициенты b', c', b, c и корни $s_k, k = \overline{1,3}$, определяются по выражениям (8), (9), (13), (14), (26) – (28) соответственно, с учётом (1), (15), (18) – (25).

Из анализа полученных соотношений следует, что повышение надёжности рассматриваемой системы обеспечивается уменьшением $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_{\Pi}$ и увеличением μ и μ_{Π} .

Рассмотрим методику расчёта вероятности безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом ($m = 2$) и общим переключателем за заданную наработку t на основе формулы (29) и выражений, необходимых для её использования, на следующем примере.

Пусть $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-4} \text{ ч}^{-1}, \lambda_3 = 0$ (первая резервная подсистема находится в нагруженном, а вторая – в ненагруженном резерве). $\lambda_{\Pi} = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}, \mu = 0,1 \text{ ч}^{-1}, t = 30000 \text{ ч}$. Определить $P_c(t)$.

1. Найдём интенсивности переходов системы, используя выражения (1):

$$\Lambda_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}, \Lambda_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1},$$

$$\Lambda_2 = 10^{-4} \text{ ч}^{-1}, \Lambda_{0\Pi} = \Lambda_{1\Pi} = \Lambda_{2\Pi} = 10^{-5} \text{ ч}^{-1},$$

$$M_1 = 0,1 \text{ ч}^{-1}, M_2 = 0,2 \text{ ч}^{-1}.$$

2. Рассчитаем коэффициенты b', c', b, c, d, q, p по формулам (8), (9), (13) – (15), (18), (19) соответственно:

$$b' = 0,30032 \text{ ч}^{-1}, c' = 0,0200130231 \text{ ч}^{-2},$$

$$b = 0,30053 \text{ ч}^{-1}, c = 0,02005609 \text{ ч}^{-2},$$

$$d = 2,00534851 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-3},$$

$$q = 8,335105372 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-3} > 0,$$

$$p = -3,350001111 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-2} < 0.$$

Дискриминант

$$D = q^2 + p^3 = -3,759471766 \cdot 10^{-8} \text{ ч}^{-6} < 0.$$

Таким образом, определили значения всех коэффициентов и проверили знаки у величин D, q и p – они удовлетворяют требованиям, отмеченным выше.

3. Вычислим вспомогательные величины r и φ по соотношениям (24) и (23) соответственно:

$$r = 0,057879194 \text{ ч}^{-1}, \varphi = 89,75369817^\circ.$$

4. Определим корни уравнения (17), используя формулы (20) – (22):

$$y_1 = -0,100332538 \text{ ч}^{-1}, y_2 = 0,100166665 \text{ ч}^{-1},$$

$$y_3 = 1,658731428 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

Проверим правильность решения уравнения (17) с помощью равенства (25):

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1,428 \cdot 10^{-10} \text{ ч}^{-1}.$$

Полученную сумму можно считать равной нулю, так как она образовалась из-за погрешности расчёта на калькуляторе.

5. Найдём корни уравнения (12) по формулам (26) – (28):

$$s_1 = -0,200509204 \text{ ч}^{-1},$$

$$s_2 = -1,0001667 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1},$$

$$s_3 = -0,100010793 \text{ ч}^{-1}.$$

6. Вычислим вероятность безотказной работы системы за заданную наработку t , используя соотношение (29).

Для этого определим в нём три дроби, обозначив их U, V, W :

$$U = \frac{s_1(s_1 + b') + c'}{s_1(3s_1 + 2b) + c} = 1,97735462 \cdot 10^{-6},$$

$$V = \frac{s_2(s_2 + b') + c'}{s_2(3s_2 + 2b) + c} = 0,998002017,$$

$$W = \frac{s_3(s_3 + b') + c'}{s_3(3s_3 + 2b) + c} = 1,995989532 \cdot 10^{-3}.$$

Тогда при заданной наработке $t = 30000$ ч
 $P_c(t) = Ue^{s_1 t} + Ve^{s_2 t} + We^{s_3 t} = 0,739301105.$

Таким образом, в данном примере рассмотрели методику расчёта вероятности безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом за заданную наработку t на основе формулы (29) и всех необходимых выражений для неё.

Полученный результат расчёта $P_c(t)$ в рассмотренном примере проверялся решением системы дифференциальных уравнений (3) на ЭВМ с использованием пакета MathCAD Prime 2.0. Относительная погрешность расчёта по формуле (29) приближённо равна 0,2% и с уменьшением интенсивности отказов основной подсистемы λ_1 эта погрешность, очевидно, будет уменьшаться. Также были проведены расчёты для случая с более высокой интенсивностью отказов $\lambda_1 = 0,001 \text{ ч}^{-1}$ ($\lambda_{\Pi} = 0,0001 \text{ ч}^{-1}$). Даже в этом случае относительная погрешность составляет примерно 2%. Поэтому принятое допущение (10) и полученная на его основе формула (29) являются вполне приемлемыми для инженерных расчётов вероятности безотказной работы рассматриваемой системы. При этом величина наработки практически не влияет на эту погрешность.

Надо заметить, что формула (29) справедлива при любом другом виде резерва по нагрузке, если выполняются принятые допущения. При этом для системы с нагруженным резервом интенсивность перехода $\Lambda_0 = 3\lambda_1$, $\Lambda_1 = 2\lambda_1$, остальные интенсивности переходов те же, что и для системы со смешанным по нагрузке резервом. Для системы с облегченным резервом $\Lambda_0 = \lambda_1 + 2\lambda_0$, где λ_0 – интенсивность отказов резервной подсистемы; $\Lambda_1 = \lambda_1 + \lambda_0$, остальные интенсивности переходов те же, что и для системы со смешанным по нагрузке резервом. Для системы с ненагруженным резервом $\Lambda_0 = \Lambda_1 = \lambda_1$, остальные интенсивности переходов те же, что и для системы со смешанным по нагрузке резервом. Даже при нагруженном резерве относи-

тельная погрешность расчёта составляет примерно ту же величину, что и в рассмотренных выше случаях.

Также надо отметить, что на основе проведённых расчётов установлено: увеличение интенсивности восстановления одной подсистемы μ от 0,1 до 1 ч^{-1} незначительно влияет на величину $P_c(t)$. Кроме этого, в идеальном случае, когда имеет место абсолютно надёжный общий переключатель ($\lambda_{\Pi} = 0$), выигрыш в надёжности по вероятности отказа за заданную наработку t от использования резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом приближённо равен 1,5 по сравнению с резервированной восстанавливаемой системой с нагруженным резервом при той же избыточности.

Выводы. Реально общий переключатель имеет интенсивность отказов, отличную от нуля. Поэтому, чтобы выигрыш в надёжности по вероятности отказа был близок к 1,5, необходимо в системе иметь высоконадёжный переключатель. Аналогичный вывод можно сделать для рассматриваемой системы со смешанным по нагрузке резервом при других соотношениях между интенсивностями отказов λ_1 , λ_2 и λ_3 .

Таким образом, получены соотношения для расчёта вероятности безотказной работы резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом с кратностью резервирования $m = 2$ с учетом ненадежности общего переключателя и рассмотрена методика этого расчёта. Полученные формулы также применимы при любом другом виде резерва по нагрузке и выполнении принятых допущений.

Библиографический список

1. Надёжность технических систем: справочник/ Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
2. Надёжность функционирования автоматизированных систем. Часть 2: учеб. пособие/ А.М. Смоляров; Рязан. гос. радиотехн. акад. – Рязань, 1996. – 68 с.
3. Смоляров Н.А. Оценка надёжности резервированной восстанавливаемой системы со смешанным по нагрузке резервом и общим переключателем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2012. №41. С.36 – 40.