УДК 621-316.722

А.В. Юдин, Й.А. Иристу

БЛОЧНАЯ МОДЕЛЬ РЕГУЛЯТОРА ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ С КОММУТАЦИЕЙ ВТОРИЧНЫХ ОБМОТОК

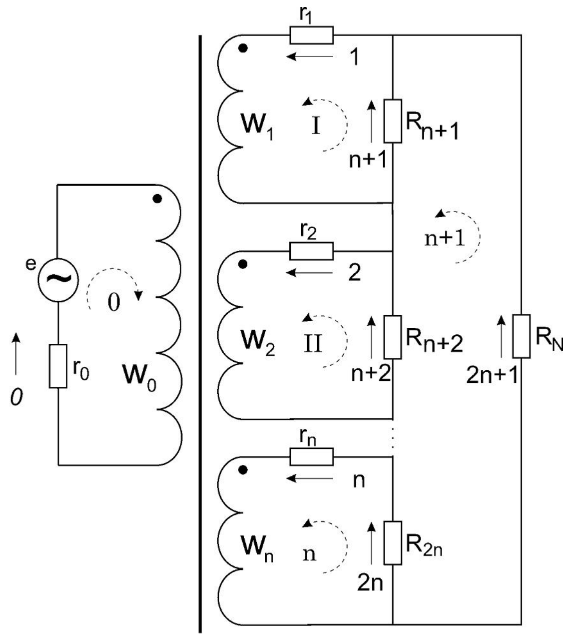
Рассматривается блочная реализация модели регулятора переменного напряжения с коммутацией вторичных обмоток для анализа методом объединенных матриц.

Введение. Наиболее простым способом регулирования переменного напряжения является способ изменения фазового угла открытия тиристора, характеризующийся значительным уровнем искажений формы напряжения. Гораздо меньшими искажениями характеризуются трансформаторно-ключевые регулируемые элементы (ТКРЭ)[1].

Но анализ электромагнитных схем представляет собой достаточно трудоемкую задачу. Задача еще более усложняется при наличии в составе схемы ключевых структур, подключающих или исключающих те или иные цепи из общей схемы. Применение метода объединенных матриц позволяет формализовать задачу анализа ТКРЭ, что существенно облегчает процесс их исследования, снижает вероятность ошибок в составлении исходной модели исследования. Сутью метода объединенных матриц является замена исследуемой электромагнитной цепи совокупностью электрических (ЭЦ) и магнитных (МЦ) цепей, связанных в единую схему посредством обмоток, размещенных на стержнях МЦ и включенных в ветви ЭЦ[2]. Для реализации метода составляется ряд матриц, описывающих электрические и магнитные цепи, а также матрицы их связи.

Однако размерность этих матриц оказывается достаточно высокой. Она соответствует размерностям ЭЦ и МЦ, что не очень удобно с точки зрения формирования исходных данных. В то же время процесс формирования матриц сопротивлений может быть в значительной степени формализован и сведен к применению блочных матриц конкретного физического содержания.

Особый интерес для анализа представляет разработка обобщенных моделей ТКРЭ с регулярными структурами и произвольным числом секций регулирования. В качестве примера рассмотрим ТКРЭ с коммутатором в цепи вторичной обмотки. Его схема изображена на рисунке.



Топологическая модель регулятора. Количество секций регулирования n в цепи вторичной обмотки такого трансформатора в общем случае неизвестно. Примем, что ключевые элементы в схеме аналогичны регулируемым резисторам. Ориентацию ветвей ЭЦ определим стрелками на непрерывных линиях, а ориентацию контуров – стрелками на пунктирных линиях. Для получения структурных компонентов в виде блочных матриц меньшего размера рекомендуется при осуществлении индексации ветвей и контуров придерживаться определенного порядка в последовательности нумерации.

Сначала следует нумеровать ветви одной группы с однотипными компонентами(например последовательные сопротивления), затем ветви другой группы(например параллельные сопротивления). Аналогичным образом нумеруют и контуры.

В состав схемы входит источник с внутренним сопротивлением r_0 и изменяющейся по гармоническому закону э.д.с.

$$e = E_m \sin(2\pi f t),$$

где E_m - амплитуда, f - частота сети.

Регулировочная обмотка, выполненная в виде *n* секций $w_1, w_2, ..., w_n$, подключена к сопротивлению нагрузки R_N по схеме суммирования посредством двух групп ключей: последовательной с сопротивлениями $r_1, r_2, ..., r_n$ и параллельной с сопротивлениями $R_1, R_2, ..., R_n$.

Составим топологическую модель регулятора для его анализа методом объединенных матриц. Структура контурно–ветвевой матрицы для рассматриваемой электрической цепи представлена в таблице.

Таблица

	№ Ветви								№ Контура
	0	1	…	n	n+1	…	2n	2n+1	
Γ_{EE}	1	0	…	0	0	…	0	0	0
	0	1	…	0	1	…	0	0	I
	0	0	…	0	0	…	0	0	II
	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	0	0	…	1	0	…	1	0	n
	0	0	…	0	-1	…	-1	1	n+1

В таблице ставится единица, если ветвь, с каким либо номером принадлежит контуру с заданным номером и их ориентация совпадает.

Минус один указывается для случая не совпадения ориентаций ветвей и контуров, и ноль соответствует случаю отсутствия связи.

В блочном виде контурно–ветвевая матрица имеет вид

$$\Gamma_{EE<n+2,2n+2>} = \begin{pmatrix} 1_{<1,1>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,1>} \\ 0_{<n,1>} & H_{<n,n>} & H_{<n,n>} & 0_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} & 0_{<1,n>} & -1_{<1,n>} & 1_{<1,1>} \end{pmatrix},$$

где H – единичная диагональная матрица.

Блочное представление регулятора для метода объединенных матриц. Магнитная цепь имеет простейшую структуру и содержит одну ветвь и один контур. Приняв их направления одинаковыми, для нее получим

$$\Gamma_{MM<1,1>} = (1).$$

В схеме регулятора все секции регулировочной обмотки включены в одном направлении. Считая эти направления положительными, для матрицы ветвевой электромагнитной связи получим

$$W_{EM} = (w_0 \;\; w_1 \;\; w_2 \;\; ... \;\; w_n \;\; 0 \;\; 0 \;\; ... \;\; 0)^T$$

или в блочном виде

$$W_{EM<1,2n+2>} = (W_{0<1,1>} \;\; W_{<n,1>} \;\; 0_{<n,1>} \;\; 0_{<1,1>})^T,$$

где

$W_0 = (w_0)$ - матрица витков первичной обмотки, содержащая один элемент,

$W = (w_1 \;\; w_2 \;\; ... \;\; w_n)$ - матрица витков вторичных обмоток,

0 – нулевые матрицы соответствующих размеров,

T - символ, обозначающий операцию транспонирования матрицы.

Матрица ветвевых сопротивлений ЭЦ для рассматриваемой схемы содержит лишь активные сопротивления и имеет вид:

$$Z_B^E = diag([r_{S0} \;\; ... \;\; r_{Sn} \;\; R_1 \;\; ... \;\; R_n \;\; R_N]),$$

где

diag –операция диагонализации матрицы,

r_{S0}– суммарное сопротивление в цепи первичной обмотки,

$r_{S1}, ..., r_{Sn}$ – суммарные сопротивления последовательной цепи коммутирующей обмотки, причем для $i \in [0 \ldots n]$

$$r_{Si} = r_{wi} + r_i,$$

где

r_{wi} – сопротивление обмотки трансформатора *i*- й секции,

r_i – сопротивление последовательного ключа *i*- й секции.

В блочной форме записи это выражение имеет вид

$$Z^E_{B<n+2,2n+2>} = diag([R_{0<1,1>} \;\; R_{S<1,n>} \;\; R_{P<1,n>} \;\; R_{N<1,1>}]),$$

где

$R_P = (R_1 \;\; R_2 \;\; ... \;\; R_n)$- матрица параллельных сопротивлений.

Матрица ветвевых сопротивлений МЦ содержит один элемент

$$Z_B^M = R_B^M = \left(\frac{\mu_м l_м}{s_м} \right),$$

где $l_м, s_м$- средняя длина магнитной силовой линии и площадь поперечного сечения сердечника, $\mu_м$ - его начальная магнитная проницаемость.

Поскольку во всех ветвях ЭЦ, кроме первой, рассматриваемой схемы э.д.с отсутствуют, для матрицы амплитуд ветвевых э.д.с. в блочном виде получим

$$E_{B<1,2n+1>} = (E_{m<1,1>} \;\; 0_{<n,1>} \;\; 0_{<n,1>} \;\; 0_{<1,1>})^T.$$

Матрица контурных э.д.с. определяется по формуле

$$E_K = \Gamma_{EE} E_B.$$

Выполним блочные преобразования

$$E_K = \begin{pmatrix} 1_{<1,1>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,1>} \\ 0_{<n,1>} & H_{<n,n>} & H_{<n,n>} & 0_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} & 0_{<1,n>} & -1_{<1,n>} & 1_{<1,1>} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{m<1,1>} \\ 0_{<n,1>} \\ 0_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} E_{m<1,1>} \\ 0_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{m<1,1>} \\ 0_{<n+1,1>} \end{pmatrix}.$$

Матрица контурных сопротивлений ЭЦ для метода объединенных матриц определяется как

$$Z_K^E = \Gamma_{EE} Z_B^E \Gamma_{EE}^T .$$

Ввиду громоздкости преобразований введем обозначение $V = \Gamma_{EE} Z_B^E$.

Выполнив преобразования, получим:

$$V = \begin{pmatrix} R_{0<1,1>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,1>} \\ 0_{<n,1>} & R_{SD<n,n>} & R_{PD<n,n>} & 0_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} & 0_{<1,n>} & -1_{<1,n>} R_{PD<n,n>} & R_{N<1,1>} \end{pmatrix},$$

где $R_{SD<n,n>} = diag(R_{S<1,n>})$ и $R_{PD<n,n>} = diag(R_{P<1,n>})$ - диагонализированные матрицы последовательных и параллельных сопротивлений.

Найдем блочную матрицу контурных сопротивлений ЭЦ

$$Z_K^E = V\Gamma_{EE}^T =$$

$$= \begin{pmatrix} R_{0<1,1>} & 0_{<1,n>} & 0_{<1,1>} \\ 0_{<n,1>} & R_{SD<n,n>} H_{<n,n>} + R_{PD<n,n>} H_{<n,n>} & -R_{PD<n,n>} 1_{<n,1>} \\ 0_{<1,1>} & -1_{<1,n>} R_{PD<n,n>} H_{<n,n>} & 1_{<1,n>} R_{PD<n,n>} 1_{<n,1>} + R_{N<1,1>} 1_{<1,1>} \end{pmatrix}.$$

Определение контурных токов выполняется по формуле

$$I_K = \left(Z_K^E + \Delta Z_K^E\right)^{-1} E_K ,$$

в которой $Z_K^E = \Gamma_{EE} Z_B^E \Gamma_{EE}^T$ и $\Delta Z_K^E = Q_{EM} \gamma^{-1} Q_{ME}$ - матрица дополнительных контурных сопротивлений ЭЦ, определяемая через матрицу контурной электромагнитной связи Q_{EM}, матрицу контурной магнитоэлектрической связи Q_{ME} и матрицы контурных магнитных проводимостей γ, которые определяются, используя ранее рассмотренные блочные матрицы, следующим образом

$$Q_{EM} = j\omega \Gamma_{EE} W_{BM} \Gamma_{MM}^T$$

$$Q_{ME} = \Gamma_{MM} W_{ME} \Gamma_{EE}^T$$

$$\gamma = \left(\Gamma_{MM} Z_B^M \Gamma_{MM}^T\right)^{-1},$$

где

$$W_{ME} = W_{EM}^T .$$

Напряжение на нагрузке определяется по формуле

$$u = I_K(n+1) R_N .$$

Заключение. Рассмотренный пример разработки матричной модели ТКРЭ показывает эффективность введения блочных матриц. Полученная модель более компактна, чем модели, получаемые при традиционном подходе. Входящие в нее компоненты имеют небольшую размерность и понятный технический смысл.

Библиографический список

1. *Липковский К.А.* Трансформаторно - ключевые исполнительные структуры преобразователей переменного напряжения. Киев: Науково думка, 1983. 216 с.

2. *Юдин В.В.* «Расчет линейных электромагнитных цепей методом объединенных матриц» журнал «Электричество»1987,№7. С.67-75.