

**РАДИОТЕХНИКА, РАДИОЛОКАЦИЯ И СИСТЕМЫ СВЯЗИ**

УДК 621.396.18

**С.Н. Кириллов, И.В. Лукашин****АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОФИЛЯ  
CSS СТАНДАРТА IEEE 802.15.4a  
В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ МЕШАЮЩИХ ФАКТОРОВ**

*Произведен анализ эффективности функционирования профиля CSS стандарта IEEE 802.15.4a в канале связи с многолучевым распространением и доплеровским смещением частоты. Для анализа влияния многолучевого распространения использовалась модель JТС94. Показано, что профиль CSS обладает низкой эффективностью при функционировании в канале связи с многолучевым распространением и повышенной устойчивостью к доплеровскому смещению частоты. Так, для скорости перемещения сетевого узла со скоростью до 200 км/ч требуется увеличение отношения сигнал-шум на 0.05 дБ при вероятности битовой ошибки  $10^{-4}$ .*

**Ключевые слова:** IEEE 802.15.4a, CSS, ЛЧМ импульс, биортогональное кодирование, многолучевое распространение, доплеровское смещение частоты, модель JТС94.

**Введение.** В настоящее время широкое применение нашли беспроводные системы передачи данных (БСПД), построенные на основе стандарта IEEE 802.15.4 [1]. Стандарт IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) 802.15.4 ориентирован на организацию беспроводных сетей (LR-WPANs – Low-Rate Wireless Personal Area Networks) мониторинга и контроля промышленной и медицинской аппаратуры, управления освещением, бытовой аппаратурой и реализации концепции «Умный дом» [2] со скоростью передачи до 250 кбит/с. Первая версия стандарта была утверждена в октябре 2003 г., вторая – в сентябре 2006 г. Изначально к стандарту предъявлялись особые требования по обеспечению низкого энергопотребления аппаратной части сетевых узлов. В 2007 году было опубликовано дополнение стандарта IEEE 802.15.4 – 802.15.4a [3]. IEEE 802.15.4a включает в себя три новых профиля физического уровня: DSSS (Direct Sequence Spread Spectrum) со скоростью передачи данных до 250 кбит/с, CSS (Chirp Spread Spectrum) – до 1 Мбит/с, и UWB (Ultra WideBand) – до 27 Мбит/с. Обновленный стандарт предоставляет возможность для реализации алгоритмов определения как собственного местоположения, так и местоположения других

сетевых узлов. В [4] показано, что новые профили стандарта 802.15.4a могут использоваться в каналах передачи информационно-управляющих потоков наземных робототехнических комплексов. В 2011 г. была утверждена последняя версия стандарта IEEE 802.15.4, которая объединяет в себе профили IEEE 802.15.4a и 802.15.4 от 2006 г.

Стандарт IEEE 802.15.4a профиль CSS является одним из первых стандартов, в котором регламентируется использование метода расширения спектра импульсами с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Следует отметить, что в описании стандарта IEEE 802.15.4a отсутствуют сведения о влиянии многолучевого распространения и доплеровского смещения частоты на функционирование профиля CSS.

**Цель работы** – исследование эффективности функционирования профиля CSS стандарта IEEE 802.15.4a в условиях многолучевого распространения и доплеровского смещения частоты.

**Особенности использования профиля CSS.** В профиле CSS стандарта IEEE 802.15.4a используется метод расширения спектра ЛЧМ импульсами, которые имеют длительность, равную  $T_{имп} = 1.1875$  мкс, и коэффициент модуля-

ции частоты, равный  $\mu = 7.3158 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-2}$ , вследствие чего база сигнала равна  $B = \mu T_{\text{умм}}^2 = 10.3$ . Согласно этому стандарту набор из 4-х ЛЧМ импульсов образует ЛЧМ символ. Всего возможны четыре варианта ЛЧМ импульсов, которые получаются путем вариации законов изменения частоты: возрастающей или убывающей, и двух частотных полос. В ЛЧМ символе определено четыре закона изменения частоты (рисунок 1), составленные по критерию минимума коэффициента взаимной корреляции между символами. Для минимизации коэффициента взаимной корреляции разработчики стандарта дополнительно ввели временные паузы между ЛЧМ символами.

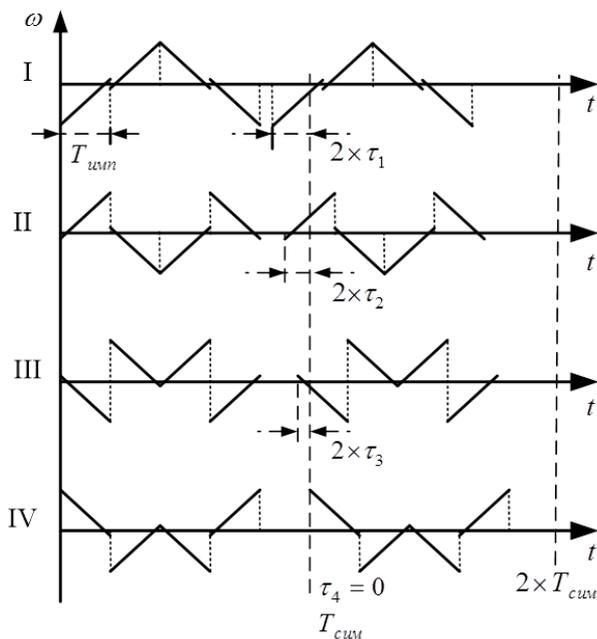


Рисунок 1 – Варианты законов изменения частоты ЛЧМ символов в стандарте IEEE 802.15.4a

Временные паузы задаются параметром  $\tau_m$ , где  $m = \overline{1,4}$ , который определяет временной сдвиг четных ЛЧМ символов.

Математическое представление непрерывного видеосигнала во временной области, построенного из ЛЧМ символов с учетом временных пауз, описывается следующим выражением [3]:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^4 \exp(j\mathbf{c}_{n,k}) \cdot s_m(t, \omega_{k,m}, T_{n,k,m}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^4 \exp(j\mathbf{c}_{n,k}) \cdot \exp \left[ j\omega_{k,m}(t - T_{n,k,m}) + j\xi_{k,m} \frac{\mu}{2} (t - T_{n,k,m})^2 \right] W(t - T_{n,k,m}), \quad (1)$$

весовая функция  $W(t)$  определяется как

$$W(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{(1-\alpha)T_{\text{умм}}}{2}; \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{(1+\alpha)\pi}{\alpha T_{\text{умм}}} \left( |t| - \frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)} \times \frac{T_{\text{умм}}}{2} \right) \right) \right], & \frac{(1-\alpha)T_{\text{умм}}}{2} < |t| \leq \frac{T_{\text{умм}}}{2}; \\ 0, & |t| > \frac{T_{\text{умм}}}{2}, \end{cases}$$

где  $n$  – порядковый номер ЛЧМ символа,  $m$  – номер закона изменения частоты ЛЧМ символа,  $k = \overline{1,4}$  – номер ЛЧМ импульса в составе ЛЧМ символа,  $\mathbf{c}_{n,k}$  – фаза информационного символа,  $\omega_{k,m}$  – центральная частота ЛЧМ импульса,  $\xi_{k,m}$  – определяет закон изменения частоты внутри ЛЧМ импульса,  $\alpha$  – коэффициент скругления,  $T_{n,k,m} = \left( k + \frac{1}{2} \right) T_{\text{умм}} + nT_{\text{сум}} - (1 - (-1)^n)\tau_m$  – время начала ЛЧМ импульса. Все значения параметров  $\omega_{k,m}$ ,  $\xi_{k,m}$ ,  $\tau_m$ ,  $\alpha$  определены в [3].

Согласно профилю CSS входной поток двоичных данных с помощью демультиплексора (DMX) разбивается на два потока: синфазный (I) и квадратурный (Q) (рисунок 2).

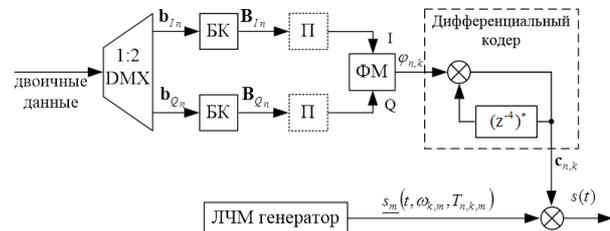


Рисунок 2 – Функциональная схема передающего тракта

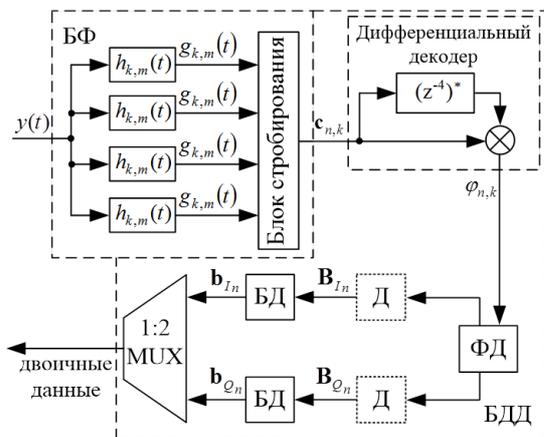
В каждом потоке осуществляется помехоустойчивое кодирование. В профиле CSS в качестве вида помехоустойчивого кодирования используется биортогональное кодирование (БК). В профиле CSS биортогональное кодирование реализовано для двух кодовых скоростей: 3/4 – для скорости передачи данных 1 Мбит/с и 3/16 – для скорости 250 кбит/с. Кодирование осуществляется путем замены последовательности двоичных данных  $\mathbf{b}_n$  (символов данных) соответствующим кодовым символом из ансамбля биортогональных сигналов  $\mathbf{B}_n$  [3]. Например, для кодовой скорости 3/4 символ данных можно представить как  $\mathbf{b}_n = \{b_{3n+i}\}_{i=\overline{1,3}}$ , а соответствующее кодовое слово – как  $\mathbf{B}_n = \{B_{4n+k}\}_{k=\overline{1,4}}$  (таблица 1). Дополнительно для скорости передачи данных 250 кбит/с выполняется блочное перемежение (П).

**Таблица 1 – Биортогональное кодирование для кодовой скорости 3/4**

Символ данных $\mathbf{b}_n$	Кодовый символ $\mathbf{B}_n$
0 0 0	1 1 1 1
0 0 1	1 -1 1 -1
0 1 0	1 1 -1 -1
0 1 1	1 -1 -1 1
1 0 0	-1 -1 -1 -1
1 0 1	-1 1 -1 1
1 1 0	-1 -1 1 1
1 1 1	-1 1 1 -1

Далее, кодовые символы  $\mathbf{B}_{I_n}$  и  $\mathbf{B}_{Q_n}$  поступают на квадратурный и синфазный вход фазового модулятора (ФМ). В качестве модуляции используется квадратурная фазовая манипуляция с дальнейшим дифференциальным кодированием. Дифференциальное кодирование осуществляется по следующему закону  $\mathbf{c}_{n,k} = (\varphi_{n,k} + \mathbf{c}_{n-1,k}) \bmod(2\pi)$  при начальном значении кодера равно  $\mathbf{c}_{0,k} = \pi/4$ , где  $\bmod(\cdot)$  – операция вычисления остатка,  $\varphi_{n,k} \in \{-3\pi/4, -\pi/4, \pi/4, 3\pi/4\}$ . Далее, осуществляется модуляция ЛЧМ импульсов по закону (1).

При описании стандарта IEEE 802.15.4a отсутствуют сведения по построению приемного тракта для профиля CSS. В соответствии с рекомендацией, приведенной в [5], приемный тракт состоит из банка фильтров (БФ) и блока демодуляции и декодирования (БДД) (рисунок 3). Банк фильтров, описанный в [6], состоит из 4-х фильтров с импульсными характеристиками  $h_{k,m}(t)$ , соответствующими ЛЧМ импульсам в составе ЛЧМ символа. Блок стробирования осуществляет фиксирование значений откликов согласованных фильтров в моменты времени окончания ЛЧМ импульсов.



**Рисунок 3 – Функциональная схема приемного тракта**

Блок демодуляции и декодирования осуществляет операции, связанные с дифференциальным декодированием, фазовой демодуляцией (ФД), деперемежением (Д) и биортогональным декодированием (БД) сигнала.

**Описание моделируемого канала связи.**

При разработке и исследовании БСПД, работающих в условия многолучевого распространения, обычно ограничиваются рассмотрением моделей с дискретным многолучевым распространением [7]. Видеосигнал на выходе модели канала связи (КС) с дискретным многолучевым распространением можно записать в виде:

$$r(t) = \sum_{l=1}^L h(t, \tau_l) s(t - \tau_l), \tag{2}$$

где  $L$  – число лучей в КС,  $s(t)$  – переданный видеосигнал,  $h(t, \tau)$  – комплексная импульсная характеристика КС,  $\tau_l$  – задержка распространения для  $l$ -го луча. Обычно [7] импульсная характеристика КС определяется как

$$h(t, \tau) = \sum_{l=1}^L \alpha_l \exp(-j\psi_l) \delta(t - \tau_l), \tag{3}$$

где  $\psi_l = 2\pi f_0 \tau_l + \theta_l$  – фазовый множитель,  $f_0$  – частота несущего колебания,  $\alpha_l$  – множитель ослабления принимаемого сигнала по  $l$ -му лучу. Фазовый множитель  $\psi_l$  характеризует смещение фазы, обусловленной задержкой  $l$ -го луча при распространении и изменением фазы  $\theta_l$  в КС. Значения фазы  $\theta_l$  моделируются как случайный гауссовский процесс с нулевым средним, а огибающая  $|h(t, \tau)|$  в любой момент времени распределена по релеевскому закону распределения [7].

Для анализа влияния многолучевого распространения в диапазоне частот 2.4 ГГц, в котором функционирует профиль CSS, в [8] рекомендуется использовать модель JТС94 [9]. Модель JТС94 используется при оценке характеристик распространения радиоволн для БСПД, работающих как внутри помещений, так и снаружи. Дальнейший анализ будет произведён только для условий, характерных многолучевому распространению внутри помещений. В модели JТС94 приведены параметры  $\alpha_l$  и  $\tau_l$ , характеризующие многолучевое распространение внутри различных помещений: жилые дома, служебные помещения, промышленные здания. Для каждого вида помещений определено три различных типа, параметры которых отражены в таблице 2.

**Таблица 2 – Параметры импульсной характеристики для различных видов помещений**

Вид помещения	Тип	$L$	$\Delta\tau$ , мкс
Жилые дома	A	3	0.1
	B	8	0.35
	C	7	0.75
Офисные помещения	A	3	0.1
	B	6	0.7
	C	8	2.375
Промышленные здания	A	5	0.2
	B	7	0.75
	C	8	2.675

Параметр  $\Delta\tau$  – расширение задержки, которое определяется как интервал времени между первым и последним лучом.

Влияние доплеровского смещения частоты на передаваемый видеосигнал  $s(t)$  описывается выражением

$$s(t) = r(t) \exp(2\pi f_{\text{дон}} t), \quad (4)$$

где  $f_{\text{дон}} = \frac{vf_0}{c} \cos(\phi)$  – доплеровское смещение частоты,  $v$  – скорость перемещения сетевого узла,  $c$  – скорость света,  $\phi$  – угол между направлением перемещения и направлением на передающую антенну.

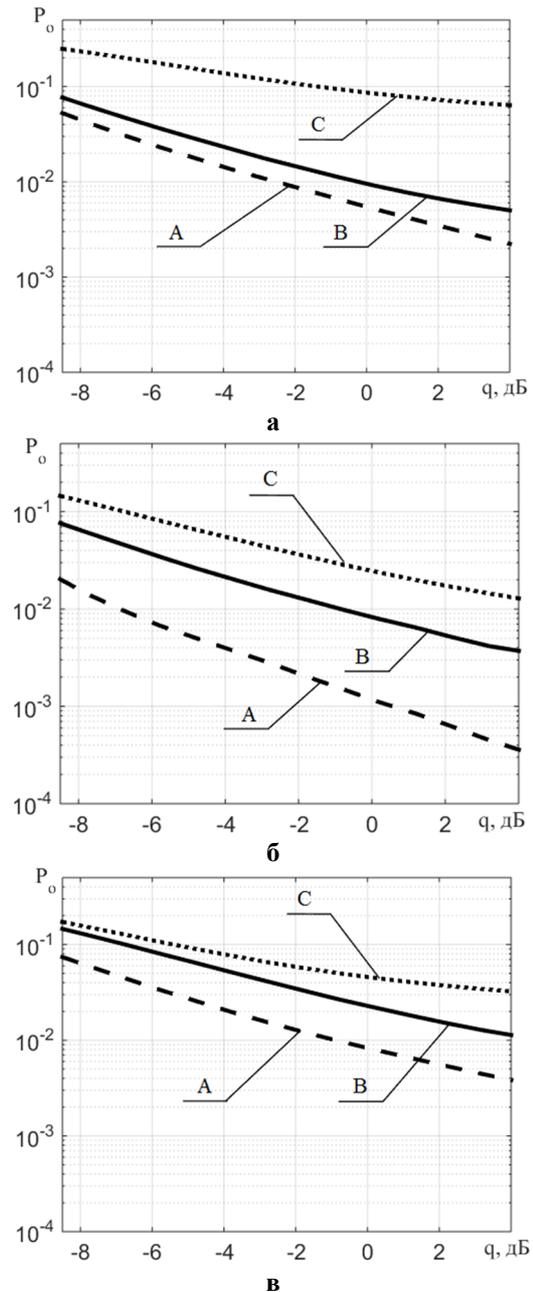
**Экспериментальная часть.** Для оценки эффективности функционирования профиля CSS в условиях многолучевого распространения и доплеровского смещения частоты осуществлено имитационное моделирование для КС со скоростью передачи данных 250 кбит/с. Объем двоичных данных, подаваемых на вход имитационной модели, составлял  $10^7$  бит. Моделирование проводилось при условии идеальной тактовой синхронизации между приемным и передающим трактом.

Проверка адекватности предложенной модели проводилась методом сравнения теоретической [3] и экспериментальной зависимостей вероятности битовой ошибки ( $P_o$ ) от отношения сигнал-шум ( $q$ ) для канала связи при отсутствии многолучевого распространения и доплеровского смещения частоты. Для диапазона вероятностей битовой ошибки  $10^{-3} - 10^{-5}$  отклонения экспериментальной зависимости от теоретической не превышали 0.3 дБ для всех законов изменения частоты в ЛЧМ символе. Имитационная модель обеспечивала вероятность битовой ошибки  $P_o = 10^{-5}$  при  $q = -5$  дБ.

Методом имитационного моделирования для первого закона изменения частоты в ЛЧМ символе получены зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-шум, отра-

жающие влияние многолучевого распространения для различных видов помещений (рисунок 4). При этом приемный тракт настроен на обработку переданного сигнала, обладающего минимальной задержкой распространения.

Из анализа зависимостей, показанных на рисунке 4, следует, что многолучевое распространение оказывает сильное влияние на функционирование профиля CSS для всех видов помещений. При  $q = 2$  дБ значения вероятности битовой ошибки для различных видов помещений изменяются в широких пределах от  $0.8 \cdot 10^{-3}$  до  $0.8 \cdot 10^{-1}$ .



**Рисунок 4 – Зависимость вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-шум в условиях многолучевого распространения внутри жилых домов (а), офисных помещений (б), промышленных зданий (в)**

При функционировании в КС, характерном для офисных помещений типа С, профиль CSS обладает низкой помехоустойчивостью по сравнению с другими видами КС, поскольку огибающая  $|h(t, \tau)|$  такого КС имеет наименьшую скорость спада и  $\Delta\tau > T_{\text{имп}}$ .

Из-за влияния многолучевого распространения энергетический потенциал профиля CSS уменьшается до -8.5 дБ и 4 дБ при  $P_o = 0.05$  для промышленных зданий типа А и офисных помещений типа С соответственно. Для снижения влияния многолучевого распространения на функционирование профиля CSS в приемном тракте необходимо использовать схему многолучевого разнесения [10].

Исследование влияния доплеровского смещения частоты на функционирование профиля CSS проводилось для частоты несущего колебания равной  $f_0 = 2.4$  ГГц, углом  $\phi = 0^\circ$  при скорости перемещения сетевого узла до 200 км/ч. На рисунке 5 приведена зависимость требуемого отношения сигнал-шум от скорости перемещения сетевого узла при  $P_o = 10^{-4}$ .

Из анализа рисунка 5 следует, что доплеровское смещение частоты не оказывает существенного влияния на функционирование профиля CSS. При варьировании скорости перемещения сетевого узла от 0 до 200 км/ч изменение  $q$  является незначительным и составляет не более 0.05 дБ, что говорит об устойчивости профиля CSS к доплеровскому смещению частоты.

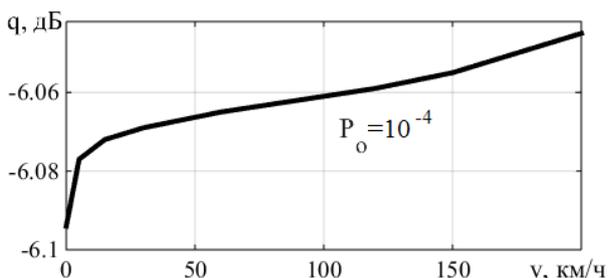


Рисунок 5 – Зависимость отношения сигнал-шум от скорости перемещения сетевого узла

**Заключение.** Проведенные исследования профиля CSS стандарта IEEE 802.15.4a показали, что используемая схема приемного тракта обладает низкой эффективностью при функционировании в многолучевых каналах связи. Для повышения эффективности в данном случае в при-

емном тракте необходимо наличие схемы многолучевого разнесения.

При исследовании влияния доплеровского смещения частоты на функционирование профиля CSS было показано, что для скорости перемещения сетевого узла до 200 км/ч отношение сигнал-шум увеличивается не более чем на 0.05 дБ при вероятности битовой ошибки  $P_o = 10^{-4}$ .

#### Библиографический список

1. IEEE Std 802.15.4-2003. Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs).
2. Варгузин В. Радиосети для сбора данных от сенсоров, мониторинга и управления на основе стандарта IEEE 802.15.4. <http://www.telemultimedia.ru/pdf/802.15.4.pdf>.
3. IEEE Std 802.15.4a-2007. Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (WPANs).
4. Benini A., Mancini A., Frontoni E., Zingaretti P., Longhi S. Adaptive Extended Kalman Filter for Indoor/Outdoor Localization using a 802.15.4a Wireless Network. <http://www.r3-cop.eu/wp-content/uploads/2013/02/Adaptive-Extended-Kalman-Filter-for-Indoor-Outdoor-Localization-using-a-802.15.4a-Wireless-Network.pdf>.
5. De Dominicis C.M., Ferrari P., Flammini A., Sisinii E. Wireless Sensors Exploiting IEEE802.15.4a for Precise Timestamping // 2010 International IEEE Symposium on Precision Clock Synchronization for Measurement, Control and Communication, Portsmouth: IEEE, 2010. P. 48-54.
6. Abou Bakr Othman M., Farhang-Boroujeny B., Schmid T. Exploiting Quasi-Orthogonal Chirp Signals in Multi-User Access Communication Systems. [http://www.academia.edu/2045074/Exploiting\\_Quasi-Orthogonal\\_Chirp\\_Signals\\_in\\_Multi-User\\_Access\\_Communication\\_Systems](http://www.academia.edu/2045074/Exploiting_Quasi-Orthogonal_Chirp_Signals_in_Multi-User_Access_Communication_Systems).
7. Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. – М.: Экотрендз, 2005. – 392 с.
8. Pahlavan K., Levesque A. H. Wireless information networks – New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2005. – 741 p.
9. JTC (AIR) 94.09.23-065R6. Technical report on RF channel characterization and system deployment modeling.
10. Инатов В. Расширение спектра и CDMA. Принципы и приложения. – М.: Техносфера, 2007. – 488 с.

УДК 621.396.96:621.391.828

С.И. Гусев

## ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ВЫБОРКАХ НАБЛЮДАЕМЫХ ДАННЫХ

*Решается задача определения значений параметров, характеризующих пространственную структуру (ПС) радиосистемы, как задача статистического оценивания совместно с обнаружением полезного сигнала на основе данных, полученных в результате последовательных выборок наблюдаемого поля.*

**Ключевые слова:** пространственно-временная обработка сигналов, статистическое оценивание, оптимальные пространственные структуры, последовательные выборки.

**Введение.** Общий подход к решению задачи оптимизации ПС антенных систем изложен в работе [1], в которой проводится синтез алгоритма вычисления максимально правдоподобной оценки пространственных координат элементов антенной системы  $\mathbf{X} = \{x_m, m = 1, \dots, M\} \in S$  при обнаружении сигналов на фоне помех. Непрерывное по пространству поле может быть аппроксимировано функциональным рядом, коэффициентами в котором являются  $M$  пространственных отсчетов комплексных огибающих с координатами  $r_m$ :

$$x_k(r) = \sum_{m=1}^M x_k^{(m)} \varphi_m(r, r_m) = \theta \sum_{m=1}^M s_k^{(m)} \varphi_m(r, r_m) + \sum_{m=1}^M v_k^{(m)} \varphi_m(r, r_m),$$

где  $\varphi_m(\dots)$  – ортонормированные функции при пространственной дискретизации поля,  $s_k^{(m)} = s_k(r_m)$ ,  $v_k^{(m)} = v_k(r_m)$  – отсчет комплексной огибающей наблюдаемых полей сигнала и помехи, представленных в дискретном времени,  $k = 1, \dots, K$  – номер отсчета во времени. При этом к пространственному отсчету поля добавляются собственные шумы системы обработки сигналов:

$$Y_k = \{y_k^{(m)} = x_k^{(m)} + \xi_k^{(m)} = \theta s_k^{(m)} + v_k^{(m)} + \xi_k^{(m)}, m = 1, \dots, M\},$$

где  $\xi_k^{(m)}$  – отсчет комплексных огибающих некоррелированных гауссовских шумов с дисперсией  $D_\xi = \mathbf{M} \left\{ \left| \xi_k^{(m)} \right|^2 \right\}$ . Решаемая задача состоит в определении параметра обнаружения сигнала  $\theta = \{0, 1\}$  совместно с вычислением оценок  $\hat{\mathbf{X}}$  координат пространственных отсчетов наблюда-

емого поля, задающих ПС радиосистемы.

Для обнаружения сигнала при наличии неизвестных неинформационных параметров в наблюдаемом процессе разработаны различные методы [1-3].

Использование всех пространственных отсчетов наблюдаемого поля из области  $S$  не в полной мере соответствует реальной ситуации, так как параметры ПС не являются параметрами наблюдаемых сигналов. Устранить это противоречие возможно при представлении наблюдений в виде последовательных выборок, в каждой из которых возможна реализация другой ПС [4]. Принцип последовательных выборок позволяет обосновать тестирование функции правдоподобия для различных ПС, определяя, таким образом, оптимальную ПС [4-7].

**Цель работы.** В статье решается проблема анализа эффективности оценивания параметров сигнала в задаче оптимизации ПС радиосистемы пространственно-временной обработки сигналов на основе анализа последовательных выборок наблюдаемых данных при оптимальном обнаружении сигнала на фоне пространственно сосредоточенных помех с помощью реконфигурируемой антенной системы [8-13].

**Постановка задачи.** Пусть наблюдается  $K$  последовательных выборок, каждая из которых состоит из  $N$  отсчетов во времени реализаций наблюдаемого процесса. Полагаем, что каждой выборке поставлено в соответствие одно из значений оцениваемого параметра. Наблюдаемый процесс  $Y_{in}$  представляет собой сумму гауссовского шума  $\Xi_{in}$  с независимыми значениями и дисперсией  $D$  и полезного сигнала  $S_{in}(\lambda)$ , параметр которого равен  $\lambda = \lambda_m$ .

При таких условиях оценивание методом

максимального правдоподобия представляет собой вычисление отношения правдоподобия для каждой из выборок в отдельности при соответствующем значении параметра.

**Модель системы и алгоритм обработки сигнала.** Рассмотрим пример оценивания постоянного значения полезного сигнала  $S_{in} = \lambda, i=1, \dots, N$ . Логарифм отношения правдоподобия для этого случая имеет вид:

$$z(\lambda_n) = \ln \Lambda(\lambda_n) = \sum_{i=1}^N \frac{-(Y_{in} - \lambda_n)^2 + Y_{in}^2}{2D} =$$

$$= \sum_{i=1}^N \frac{2Y_{in}\lambda_n - \lambda_n^2}{2D} = \sum_{i=1}^N \frac{2(\delta_{mn}\lambda_m + \Xi_{in})\lambda_n - \lambda_n^2}{2D}.$$

Последовательность значений  $\lambda_n$  задается на равномерной сетке в диапазоне  $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$  с шагом  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{K}$ . На рисунках 1, а – в приведены реализации зависимости  $z(\lambda_n)$ , полученные при  $N=1, \lambda_m=2, \lambda_{max}=4, \lambda_{min}=0, K=1000, \delta_{mn}=1, \forall m, n$ , для различных значений отношения сигнал-шум  $q = \lambda_m / \sqrt{D}$ .

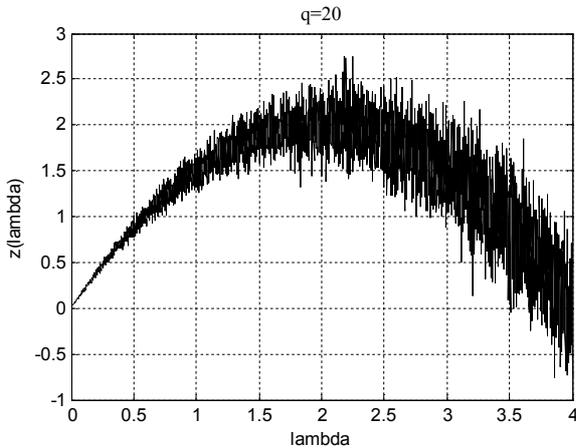


Рисунок 1, а

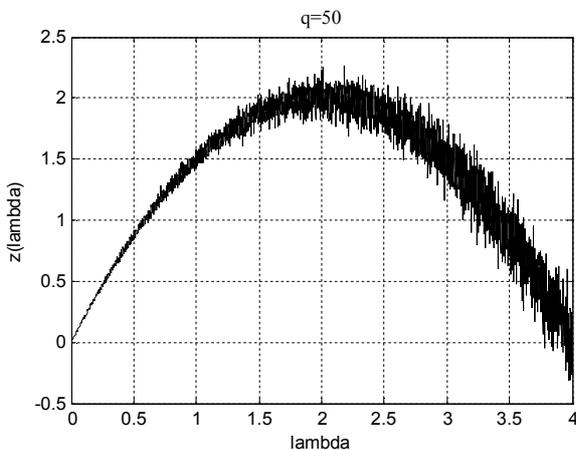


Рисунок 1, б

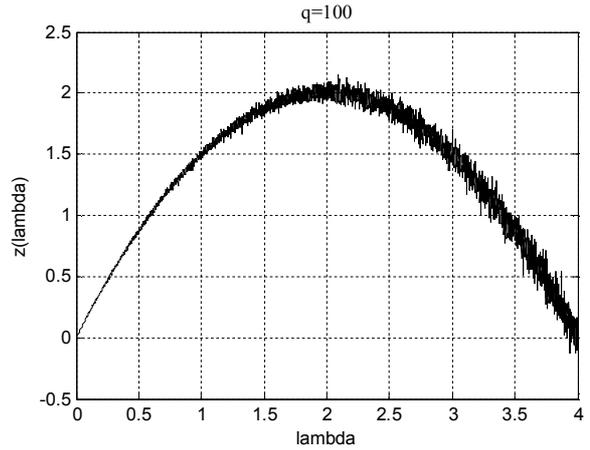


Рисунок 1, в

Если полезный сигнал присутствует только в одной из последовательных выборок, которая соответствует истинному значению параметра

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

то зависимости  $z(\lambda_n)$  имеют вид, показанные на рисунках 2, а – в.

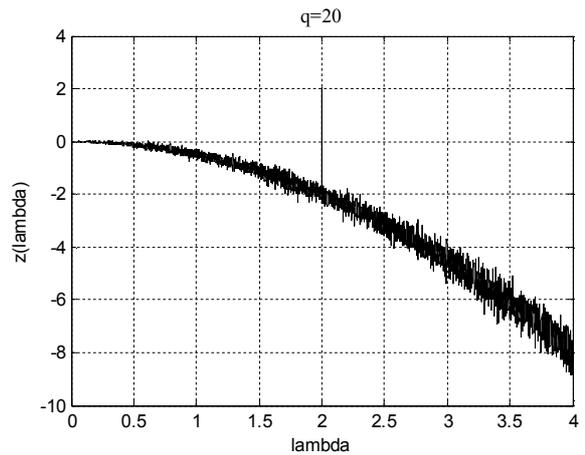


Рисунок 2, а

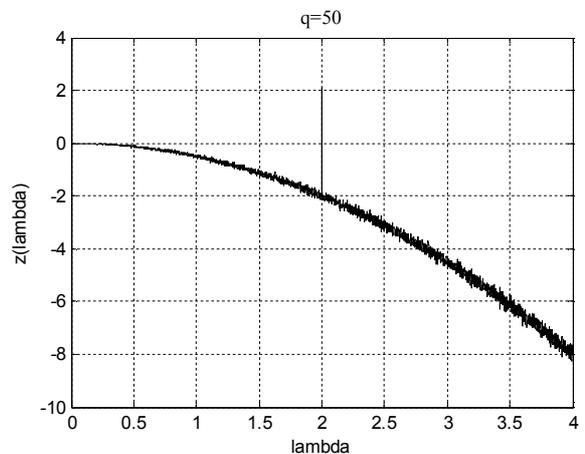


Рисунок 2, б

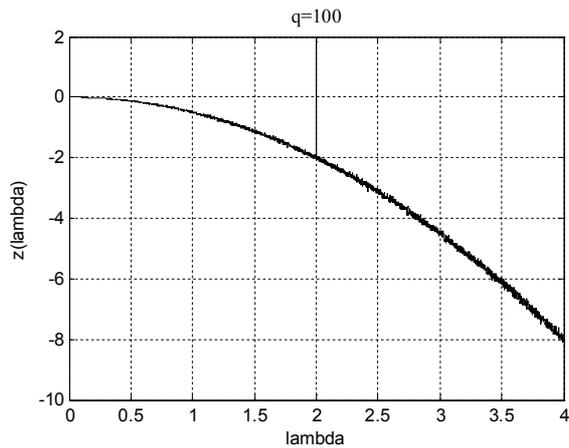


Рисунок 2, в

Необходимо отметить, что наличие сигнала только в одной выборке соответствует гипотетическому случаю, который введен для теоретического анализа на последовательных выборках. При этом не учитывается факт возможного присутствия полезного сигнала в нескольких или во всех других  $K - 1$  выборках. В практических задачах сигнал присутствует во всех выборках, однако значение его параметра неизвестно.

На рисунке 3, а приведены значения дисперсии  $D_\varepsilon$  ошибки оценивания  $\varepsilon = \hat{\lambda} - \lambda_m$  и смещения оценки  $m_\varepsilon$ , полученные моделированием для случая присутствия сигнала во всех  $K = 10^4$  выборках, а на рисунке 3, б – аналогичные данные для случая присутствия сигнала только в одной выборке.

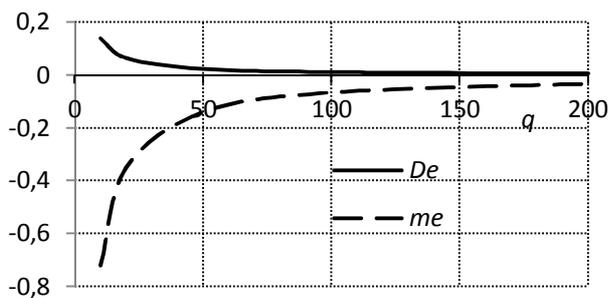


Рисунок 3, а

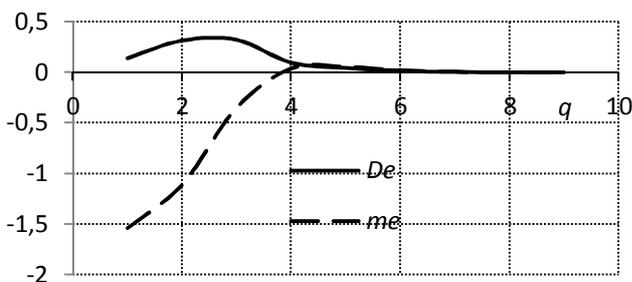


Рисунок 3, б

Графики рисунков 1, 2 имеют характерную неравномерность, которая вызвана некоррелиро-

ванностью шумов в различных выборках и является источником ошибки оценивания неизвестного параметра. Вместе с тем степень неравномерности не может быть уменьшена путем увеличения количества выборок  $K$ , что позволяет сделать вывод о несостоятельности используемой оценки. Аналогичный результат получен в спектральном анализе при использовании периодограммной оценки. В области спектрального анализа для получения состоятельных оценок широко используются различные методы сглаживания. Применим сглаживание графиков рисунков 1, а – в с помощью прямоугольного окна шириной  $W$ . Получаемые при  $M = K = 10^4$ ,  $q = 20$  дисперсия ошибки и смещение оценки приведены на рисунке 3, в.

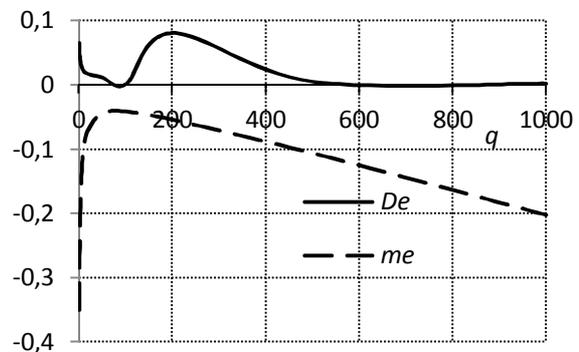


Рисунок 3, в

Можно отметить монотонное уменьшение дисперсии ошибки оценивания при увеличении ширины окна. Вместе с тем смещение оценки немонотонно зависит от ширины окна: сначала увеличение ширины окна приводит к уменьшению флуктуационного фактора смещения, а затем начинает заметно влиять асимметрия  $z(\lambda_n)$ , вызванная окном. В результате имеется некоторое оптимальное значение ширины окна  $W \approx 100$ , при котором абсолютное смещение оценки минимально.

Оценим предельные значения погрешностей оценивания на последовательных выборках методом, аналогичным используемому при выводе границ Рао - Крамера.

Вследствие несмещенности максимально правдоподобной оценки  $\int_{-\infty}^{\infty} \hat{\lambda}(Y)w(Y/\lambda_m)dY = \lambda_m$  справедливо тождество:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m)w(Y/\lambda_m)dY = 0.$$

Аналогично справедливо тождество и для другого значения параметра  $\lambda = \lambda_m + \delta\lambda$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - (\lambda_m + \delta\lambda))w(Y/\lambda_m + \delta\lambda)dY = 0, \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m) w(Y/\lambda_m + \delta\lambda) dY - \int_{-\infty}^{\infty} \delta\lambda w(Y/\lambda_m + \delta\lambda) dY = 0 \quad (2)$$

Используя свойство нормировки плотностей распределения вероятностей (ПРВ), запишем второе слагаемое в (2):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta\lambda w(Y/\lambda_m + \delta\lambda) dY = \delta\lambda.$$

Вычтем уравнение (1) из (2), перенесем  $\delta\lambda$  в правую часть и поделим на  $\delta\lambda$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m) \frac{w(Y/\lambda_m + \delta\lambda)}{\delta\lambda} dY - \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m) \frac{w(Y/\lambda_m)}{\delta\lambda} dY = 1$$

Преобразуем полученное выражение для использования неравенства Коши - Буняковского:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m) \sqrt{w(Y/\lambda_m)} \frac{w(Y/\lambda_m + \delta\lambda) - w(Y/\lambda_m)}{\delta\lambda} \times \times \frac{1}{\sqrt{w(Y/\lambda_m)}} dY = 1.$$

В результате запишем неравенство Коши - Буняковского:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\hat{\lambda} - \lambda_m)^2 w(Y/\lambda_m) dY \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{w(Y/\lambda_m + \delta\lambda) - w(Y/\lambda_m)}{\delta\lambda} \right]^2 \frac{1}{w(Y/\lambda_m)} dY \geq 1.$$

После преобразований получаем верхнюю границу дисперсии ошибки оценивания:

$$D_\varepsilon \geq \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{w(Y/\lambda_m + \delta\lambda)}{w(Y/\lambda_m)} - 1 \right]^2 w(Y/\lambda_m) dY} \quad (3)$$

Преобразуем подынтегральное выражение в формуле (3) для вычисления дисперсии ошибки:

$$\left[ \frac{w(Y/\lambda + \delta\lambda)}{w(Y/\lambda)} - 1 \right]^2 w(Y/\lambda) = \frac{1}{\delta\lambda^2} \left[ \frac{w^2(Y/\lambda + \delta\lambda)}{w(Y/\lambda)} - 2w(Y/\lambda + \delta\lambda) + w(Y/\lambda) \right].$$

Рассмотрим пример для случая детерминированного сигнала  $y_{ij} = s_{ij} + n_{ij}$ , где  $i = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, \dots, K$ ,  $n_{ij}$  – независимые отсчеты гауссовского шума с дисперсией  $D$ . Запишем выражение для гауссовской ПРВ при последовательных выборках:

$$w(Y|\lambda_m) = \prod_{i=1}^K w_i(Y_i|\lambda_i) = \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi D)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{(y_{ij} - \delta_{im} s_{ij})^2}{2D} \right],$$

$$\text{где } \delta_{im} = \begin{cases} 0, & i \neq m \\ 1, & i = m. \end{cases}$$

$K$  – количество последовательных выборок,  $N$  – число отсчетов в одной выборке.

Найдем первое слагаемое в подынтегральном выражении (3):

$$\frac{w^2(Y|\lambda + \delta\lambda)}{w(Y|\lambda)} = \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi D)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{(y_{ij} - (2\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)}))^2}{2D} \right] \times \times \exp \left[ \frac{(\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)})^2}{D} \right].$$

Найдем интеграл в выражении для дисперсии ошибки (3):

$$\frac{1}{\delta\lambda^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi D)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{(y_{ij} - (2\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)}))^2}{2D} \right] \right\} \times \times \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \exp \left[ \frac{(\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)})^2}{D} \right] - - 2 \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi D)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{(y_{ij} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)})^2}{2D} \right] + + \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \frac{1}{(2\pi D)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[ -\frac{(y_{ij} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)})^2}{2D} \right] \Big\} dY = = \frac{\prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \exp \left[ \frac{(\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)})^2}{D} \right] - 1}{\delta\lambda^2}.$$

Таким образом, получим выражение для нижней границы дисперсии ошибки оценивания:

$$D_{\min} = \frac{\delta\lambda^2}{\prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^N \exp\left[\frac{(\delta_{im} s_{ij}^{(\lambda+\delta\lambda)} - \delta_{im} s_{ij}^{(\lambda)})^2}{D}\right] - 1}. \quad (4)$$

Рассмотрим случай оценивания детерминированного постоянного сигнала  $S_{im} = \lambda_m, i = 1, \dots, N$  по наблюдаемым последовательным выборкам  $Y_{im} = \delta_{mn} \lambda_m + \Xi_{im}$ , где  $\lambda_m$  – истинное значение параметра. Нижняя граница дисперсии ошибки оценивания сигнала получается конкретизацией для рассматриваемого случая  $m \neq n$  соотношения (4):

$$D_{\min} = \frac{\delta\lambda^2}{\exp\left(-\frac{N\lambda_m^2}{D}\right) \exp\left(\frac{N(\lambda_m + \delta\lambda)^2}{D}\right) - 1}. \quad (5)$$

Данная граница как функция  $\delta\lambda$  имеет максимум  $D_{\min \max}$  при некотором значении  $\delta\lambda = \delta\lambda_{\max}$ . На рисунках 4, а, б приведены нормированные зависимости  $\frac{\delta_{\max}}{\lambda_m}(q)$ ,

$$\frac{D_{\min \max}}{\lambda_m^2}(q), \quad q = \lambda_m \sqrt{\frac{N}{D}}.$$

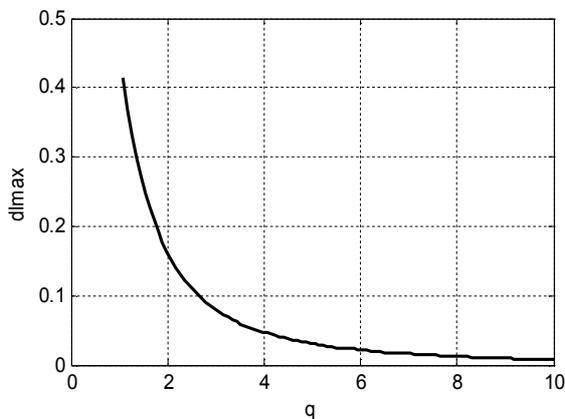


Рисунок 4, а

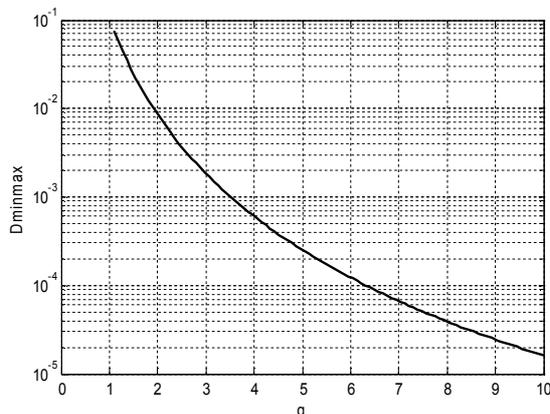


Рисунок 4, б

При  $n = m, \delta\lambda \rightarrow 0$  получаем:

$$D_{\min \max} = \lim_{\delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\delta\lambda^2}{\exp\left(\frac{N\delta\lambda^2}{D}\right) - 1} = \frac{D}{N},$$

что совпадает с границей Рао - Крамера при оценивании по одной выборке объемом  $N$ .

Сравнивая данные рисунка 3, б и рисунков 4, а, б, можно установить, что выполняется соотношение  $D_\varepsilon > D_{\min \max}$ , что обосновывает использование  $D_{\min \max}$  в качестве нижней границы дисперсии ошибки оценивания.

Для случая использования последовательных выборок методом статистического моделирования рассчитана зависимость дисперсии  $D_\varepsilon = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2$  ошибки оценивания параметра

сигнала  $\varepsilon_i = \lambda_m - \hat{\lambda}$  от величины  $\delta\lambda$  (рисунок 5), где  $M$  – число опытов в статистическом эксперименте. При малых значениях  $\delta\lambda$  дисперсия ошибки оценивания совпадает с границей Рао - Крамера. В качестве статистики используется логарифм отношения правдоподобия (ЛОП):  $\ln \Lambda(\lambda_m) = \ln \frac{w(Y|\lambda)}{w(Y|0)}$ . Для рассматриваемого случая  $N = 1$  ЛОП равен:

$$z(\lambda_n) = -\frac{(y - \lambda_n)^2 - y_n^2}{2D} = \frac{2(\delta_{mn} \lambda_m + n_n) \lambda_n - \lambda_n^2}{2D}.$$

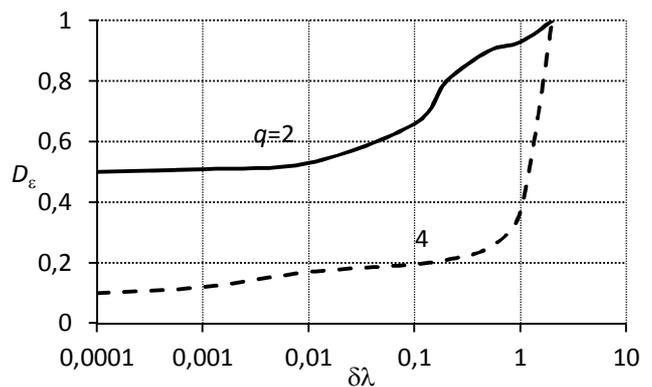


Рисунок 5

**Заключение.** Таким образом, при сравнении данных расчета  $D_\varepsilon$  и  $D_{\min \max}(q)/\lambda_m^2$ , установлено, что выполняется соотношение  $D_\varepsilon > D_{\min \max}$ , что обосновывает использование  $D_{\min \max}$  в качестве нижней границы дисперсии ошибки оценивания.

Для случая использования последовательных выборок методом статистического моделирования рассчитана зависимость дисперсии

$D_\varepsilon = 1/M \sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2$  ошибки оценивания параметра

сигнала  $\varepsilon_i = \lambda_m - \hat{\lambda}$  от величины  $\delta\lambda$ , где  $M$  – число опытов в статистическом эксперименте. При малых значениях  $\delta\lambda$  дисперсия ошибки оценивания совпадает с границей Рао - Крамера.

В результате исследований определена эффективность оценивания параметров сигнала в задаче оптимизации ПС радиосистемы помехоустойчивой пространственно-временной обработки сигналов на основе анализа последовательных выборок наблюдаемых данных.

#### **Библиографический список**

1. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Оптимальный прием дискретных сообщений системой обработки с оптимальной пространственной структурой // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. №3. С. 305-312.
2. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Советское радио, 1978. 320 с.
3. Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н. Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014. 632 с.
4. Паршин Ю.Н. Оптимизация пространственной структуры на последовательных выборках // XI международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь». Том 1. Воронеж: ВГУ, 2005. С. 60-66.
5. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Анализ алгоритма обнаружения дискретных сигналов в радиосистемах с оптимизацией пространственной структуры на последовательных выборках // Труды МНТК «ИР-ЭМВ-2007». Т. 2. Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2007. С. 236-240.
6. Parshin Yu. Signal detection in the presence of space interferences with using space structure optimization and sequential samples // International radar symposium 2007 – IRS 2007. Cologne, Germany, 2007. P. 451-454.
7. Гусев С.И., Паршин Ю.Н. Эффективность оценивания параметров сигнала методом максимального правдоподобия на последовательных выборках // 9-я Международная научно-техническая конференция «Проблемы техники и технологий телекоммуникаций»: тезисы докладов. Казань, КГТУ, 2008. С. 126-128.
8. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Обнаружение дискретных сигналов в радиосистемах с оптимальной пространственной структурой // Цифровая обработка сигналов. 2007. № 1. С. 34-40.
9. Паршин Ю.Н., Гусев С.И., Ксендзов А.В., Колесников С.В., Жариков П.В. Реконфигурирование и адаптация пространственных структур информационных систем // Радиотехника. 2012. № 3. С. 36-46.
10. Паршин Ю.Н., Гусев С.И. Исследование динамического режима оптимизации пространственных структур радиосистем // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2006. № 18. С. 22-26.
11. Паршин Ю.Н., Лавров А.М., Гусев С.И. Синтез робастных пространственных структур радиосистем с использованием регуляризации // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2000. № 6. С. 11-14.
12. Гусев С.И., Паршин Ю.Н. Повышение скорости сходимости адаптации в системе обработки сигналов с оптимизацией пространственной структуры // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 37. С. 31-34.
13. Гусев С.И. Оценка влияния взаимных импедансов элементов антенной решетки на скорость адаптации в радиосистеме с оптимизацией пространственной структуры // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-2 (46). С. 106-108.

УДК 621.391

**А.В. Левитин**

## **МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ В ЗАДАЧЕ ЛИНЕЙНОГО ВЫДЕЛЕНИЯ СИГНАЛА НА ФОНЕ ПОМЕХИ И ШУМА**

*Рассмотрен метод построения линейных операторов, выделяющих квазидетерминированные полезные сигналы из их аддитивной смеси с квазидетерминированными помехами и широкополосным шумом, основанный на формировании сигнального и помехового линейных подпространств методом главных компонент. Приводится иллюстративный пример, в котором при переходе от оценок максимального правдоподобия, вычисленных симплексным поиском, к линейным оценкам относительная энергия ошибки выделения сигнала увеличивается с 1,01 % до 1,24 %, тогда как время вычислений уменьшается более чем в 10 000 раз.*

**Ключевые слова:** выделение сигнала, метод главных компонент.

**Введение.** Выделение полезного сигнала на фоне помех различной природы является одной из центральных задач обработки измерительных данных во многих прикладных областях [1]. Особенную актуальность имеют эффективные и быстрые методы решения этой задачи, допускающие реализацию в мобильных измерительных системах [2, 3]. К этой группе методов естественно отнести линейные процедуры обработки сигналов.

**Цель работы.** Предлагается метод формирования линейных операторов, позволяющих осуществлять выделение полезного сигнала, известного с точностью до некоторого набора параметров, из аддитивной смеси с помехой, имеющей такое же описание, и широкополосным шумом неизвестной интенсивности.

**Постановка задачи.** Пусть наблюдения  $\overline{z}$  ведутся в дискретные моменты времени  $t_i, i = \overline{1, n}$  и имеют вид:

$$z(t_i) = x(t_i, \theta_x) + y(t_i, \theta_y) + p(t_i), \quad (1)$$

где  $x(t_i, \theta_x) \in R$  – значение полезного сигнала в  $i$ -й момент времени,  $\theta_x$  – вектор неизвестных параметров полезного сигнала;  $y(t_i, \theta_y) \in R$  – значение помехи в  $i$ -й момент времени,  $\theta_y$  – вектор неизвестных параметров помехи;  $p(t_i)$  – значение шумовой составляющей, представляющей собой центрированную случайную последовательность типа белого шума с неизвестной дисперсией. Векторы параметров полезного сигнала и помехи принадлежат известным множествам  $\Theta_x, \Theta_y$  их возможных значений:

$$\theta_x \in \Theta_x, \theta_y \in \Theta_y. \quad (2)$$

Необходимо из имеющейся совокупности наблюдений (1) выделить полезный сигнал  $x(t_i, \theta_x)$ .

Описанная задача оказывается некорректно поставленной при близости свойств полезного сигнала и помехи. В таком случае полезный сигнал и помеха не могут быть разделены без использования дополнительной информации. Здесь мы предполагаем, что характер сигнала и помехи допускает их разделение с приемлемой точностью.

**Традиционный подход к решению задачи.** При отсутствии ограничений на вычислительную сложность используемых алгоритмов поставленную задачу обычно пытаются решить нелинейным методом наименьших квадратов (НМНК) [4]:

$$\hat{x}(t_i) = x(t_i, \hat{\theta}_x), \quad (3)$$

$$\hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y = \arg \min_{\substack{\theta_x \in \Theta_x \\ \theta_y \in \Theta_y}} \sum_{i=1}^n [z(t_i) - x(t_i, \theta_x) - y(t_i, \theta_y)]^2. \quad (4)$$

Здесь  $\hat{x}(t_i)$  – выделенный сигнал,  $\hat{\theta}_x, \hat{\theta}_y$  – оценки неизвестных параметров сигнала и помехи.

Так как оценки (4) аналитически могут быть получены лишь в простых ситуациях, то для их поиска в общем случае прибегают к численным методам глобальной минимизации функции многих переменных при наличии ограничений. Эти методы сложны и не всегда приводят к нужному результату, поскольку вычислительная задача глобальной минимизации достаточно трудна и в общем случае еще не решена. Таким образом, при ограниченности имеющихся вычислительных ресурсов от использования НМНК в нашей задаче целесообразно отказаться.

**Линеаризация задачи методом главных компонент (МГК).** Для построения линейного метода выделения сигнала заменим нелинейную модель наблюдений (1) соответствующим линейным соотношением, используя МГК [5], реализующий принцип оптимальной аппроксимации заданного множества векторов множеством их проекций на линейное подпространство нужной размерности.

Запишем модель наблюдений в векторной форме:

$$\mathbf{z} = \mathbf{x}(\theta_x) + \mathbf{y}(\theta_y) + \mathbf{p}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{z} = (z(t_1), z(t_2), \dots, z(t_n))^T$ ,

$$\mathbf{x}(\theta_x) = (x(t_1, \theta_x), x(t_2, \theta_x), \dots, x(t_n, \theta_x))^T,$$

$$\mathbf{y}(\theta_y) = (y(t_1, \theta_y), y(t_2, \theta_y), \dots, y(t_n, \theta_y))^T,$$

$$\mathbf{p} = (p(t_1), p(t_2), \dots, p(t_n))^T,$$

$T$  – символ транспонирования.

Заменим множества возможных значений векторов  $\theta_x$  и  $\theta_y$  сетками, т.е. конечными множествами векторов  $\theta_x(j), j = \overline{1, N_x}$  и  $\theta_y(l), l = \overline{1, N_y}$ . Предполагается, что такая дискретизация осуществима и при достаточно большом числе узлов ( $N_y \gg n, N_x \gg n$ ) не приведет к существенной потере информации о моделируемых сигналах. Количество узлов может считаться достаточным, если при дальнейшем увеличении их числа главные компоненты множества образцов, вычисляемые ниже, практически не изменяются.

Построим теперь последовательности возможных значений вектора полезного сигнала и вектора помехи:

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}(\boldsymbol{\theta}_x(j)), j = \overline{1, N_x}, \quad \mathbf{y}_l = \mathbf{y}(\boldsymbol{\theta}_y(l)), l = \overline{1, N_y}.$$

Проведем нормировку полученных векторов:

$$\bar{\mathbf{x}}_j = \mathbf{x}_j / \|\mathbf{x}_j\|, j = \overline{1, N_x}, \quad \bar{\mathbf{y}}_l = \mathbf{y}_l / \|\mathbf{y}_l\|, l = \overline{1, N_y}$$

( $\|\cdot\|$  – евклидова норма вектора) и путем исключения повторений образуем из них множества, которые будем называть наборами *образцов* полезного сигнала и помехи:

$$\bar{\mathbf{x}}_j, j = \overline{1, N_{\bar{x}}}, \quad \bar{\mathbf{y}}_l, l = \overline{1, N_{\bar{y}}}, \quad (6)$$

где  $N_{\bar{x}}$  и  $N_{\bar{y}}$  – число образцов сигнала и помехи соответственно,  $N_{\bar{y}} \gg n$  и  $N_{\bar{x}} \gg n$ .

Построим ортонормированный базис полезного сигнала  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$ , образованный главными компонентами множества его образцов. Главные компоненты могут быть найдены с помощью следующей итерационной процедуры.

1. Ищется первая главная компонента как решение задачи минимизации:

$$\mathbf{a}_1 = \arg \min_{\|\mathbf{a}_1\|=1} \sum_{k=1}^{N_{\bar{x}}} \|\bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{a}_1(\mathbf{a}_1, \bar{\mathbf{x}}_k)\|^2, \quad (7)$$

где  $(\mathbf{a}_1, \bar{\mathbf{x}}_k)$  – скалярное произведение векторов. Если решений несколько, то выбирается одно из них. Первая главная компонента задает прямую в  $R^n$ , сумма квадратов расстояний от которой до образцов сигнала является наименьшей.

2. Из каждого образца вычитается его проекция на первую главную компоненту:

$$\bar{\mathbf{x}}_k^1 = \bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{a}_1(\mathbf{a}_1, \bar{\mathbf{x}}_k), k = \overline{1, N_{\bar{x}}}, \quad (8)$$

где  $\bar{\mathbf{x}}_k^1$  – составляющая  $k$ -го образца сигнала, ортогональная первой главной компоненте  $\mathbf{a}_1$ .

3. Ищется вторая главная компонента как решение задачи минимизации:

$$\mathbf{a}_2 = \arg \min_{\|\mathbf{a}_2\|=1} \sum_{k=1}^{N_{\bar{x}}} \|\bar{\mathbf{x}}_k^1 - \mathbf{a}_2(\mathbf{a}_2, \bar{\mathbf{x}}_k^1)\|^2. \quad (9)$$

Если решений несколько, то выбирается одно из них.

Очевидно,  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = 0$ , а оба вектора –  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  формируют двухмерное подпространство (плоскость) пространства  $R^n$ , сумма квадратов расстояний от которого до образцов сигнала является наименьшей.

4. Из каждой составляющей (8) образца сигнала вычитается ее проекция на вторую главную компоненту:

$$\bar{\mathbf{x}}_k^2 = \bar{\mathbf{x}}_k^1 - \mathbf{a}_2(\mathbf{a}_2, \bar{\mathbf{x}}_k^1), k = \overline{1, N_{\bar{x}}}. \quad (10)$$

Далее аналогичным образом вычисляются следующие  $(n - 3)$  вектора ортонормированного базиса, а последний вектор базиса –  $\mathbf{a}_n$  вычисляется просто из условия ортогональности уже

имеющимся базисным направлениям.

Построенный базис обладает следующим важным свойством:

$$\forall m_x < n:$$

$$H_x(m_x) = \frac{1}{N_{\bar{x}}} \sum_{k=1}^{N_{\bar{x}}} \|\bar{\mathbf{x}}_k - \sum_{j=1}^{m_x} \alpha_{kj} \mathbf{a}_j\|^2 \rightarrow \min, \quad (11)$$

где  $H_x(m_x)$  – средний квадрат нормы ошибки линейризации образцов полезного сигнала с использованием построенного базиса,  $\alpha_{kj} = (\mathbf{a}_j, \bar{\mathbf{x}}_k)$  – коэффициенты разложения вектора  $\bar{\mathbf{x}}_k$  в базисе, а  $m_x$  – число первых удерживаемых компонент разложения в базисе.

Соотношение (11) говорит о том, что среди всех возможных  $m_x$ -мерных подпространств пространства  $R^n$  в подпространстве, образованном векторами  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{m_x}\}$ , образцы полезного сигнала представляются с наименьшим средним квадратом нормы отклонений от истинных значений.

Базис полезного сигнала с такими же свойствами может быть получен и с помощью сингулярного разложения матрицы образцов сигнала (SVD-разложения) [6]:

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T, \quad (12)$$

где  $\bar{\mathbf{X}} = (\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2, \dots, \bar{\mathbf{x}}_{N_{\bar{x}}})^T$  – матрица образцов сигнала размером  $N_{\bar{x}} \times n$ ;  $\mathbf{U}$  – ортогональная матрица размером  $N_{\bar{x}} \times N_{\bar{x}}$ ;  $\boldsymbol{\Sigma}$  – диагональная матрица размером  $N_{\bar{x}} \times n$ , на главной диагонали которой расположены сингулярные числа матрицы  $\bar{\mathbf{X}}$ ;  $\mathbf{V}$  – ортогональная матрица размером  $n \times n$ , столбцы которой и образуют векторы главных компонент множества образцов полезного сигнала.

Аналогично строится и оптимальный ортонормированный базис  $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_n\}$  помехи.

Теперь можно сформировать модель наблюдений, оптимально линейризирующую модель (5):

$$\mathbf{z} = \sum_{j=1}^{m_x} c_{xj} \mathbf{a}_j + \sum_{j=1}^{m_y} c_{yj} \mathbf{b}_j + \mathbf{p}, \quad (13)$$

где  $c_{xj}, j = \overline{1, m_x}$ ,  $c_{yj}, j = \overline{1, m_y}$  – параметры полезного сигнала и помехи в линейной модели наблюдений, которые будем считать неизвестными.

Вопрос выбора размерностей  $m_x$  и  $m_y$  сигнального и помехового линейных подпространств должен решаться особенно тщательно в каждом конкретном случае, так как при увеличении размерности подпространств, с одной стороны, увеличивается точность представления

сигнала и помехи, а с другой – во-первых, происходит взаимное проникновение сигнальных и помеховых составляющих в «чужие» подпространства и, во-вторых, оба подпространства становятся более зашумленными (увеличивается доля шума  $\mathbf{p}$ , попадающая в эти подпространства).

**Линейное выделение полезного сигнала.** Построение линейного оператора, выделяющего полезный сигнал из наблюдений (13), выполняется по известной схеме [7]. Запишем модель наблюдений в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{c}_x + \mathbf{B}\mathbf{c}_y + \mathbf{p}, \quad (14)$$

где  $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{m_x})^T$ ,  $\mathbf{B} = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{m_y})^T$  – матрицы, строками которых являются векторы соответствующих ортонормированных базисов,  $\mathbf{c}_x = (c_{x1}, c_{x2}, \dots, c_{xm_x})^T$ ,  $\mathbf{c}_y = (c_{y1}, c_{y2}, \dots, c_{ym_y})^T$  – векторы неизвестных параметров сигнала и помехи.

Объединяя теперь неизвестные параметры сигнала и помехи в один вектор, приходим к классической задаче линейного оценивания:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Q}\mathbf{c} + \mathbf{p}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{c} = (\mathbf{c}_x^T, \mathbf{c}_y^T)^T$  – вектор-столбец неизвестных параметров модели наблюдений,  $\mathbf{Q} = (\mathbf{A} \mid \mathbf{B})$  – блочная матрица наблюдений.

Так как число неизвестных параметров модели наблюдений, как правило, оказывается меньше размерности вектора  $\mathbf{z}$ , то несмещенные оценки параметров с наименьшей дисперсией ошибки оценивания в наших условиях могут быть получены методом наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T \mathbf{z}, \quad (16)$$

где  $\hat{\mathbf{c}}$  – оценка вектора неизвестных параметров модели.

Число обусловленности матрицы  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}$ :  $q = \|\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}\| \cdot \|(\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1}\|$ , где  $\|\cdot\|$  – спектральная норма матрицы, может служить индикатором корректности решаемой задачи [7], т.е. определять возможность адекватного разделения сигнала и помехи.

Выделение полезного сигнала осуществляется по формуле:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{c}}_x, \quad (17)$$

где  $\hat{\mathbf{x}}$  – выделенный полезный сигнал,  $\hat{\mathbf{c}}_x = \mathbf{R} \hat{\mathbf{c}}$  – вектор оценок параметров сигнала, содержащихся в векторе  $\hat{\mathbf{c}}$ .  $\mathbf{R} = (\mathbf{I} \mid \mathbf{O})$  – блочная матрица, в которой  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размером  $m_x \times m_x$ ,  $\mathbf{O}$  – матрица с нулевыми элементами размером  $m_y \times m_y$ .

Таким образом, выделенный сигнал оказывается связанным с наблюдаемым сигналом соотношением:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \mathbf{z}, \quad (18)$$

где  $\mathbf{F} = \mathbf{A} \mathbf{R} (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T$  – *искомый линейный оператор* выделения полезного сигнала из наблюдений.

Нетрудно показать, что ковариационная матрица ошибки выделения сигнала при условии истинности модели (14) будет иметь вид [7]:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}} = \sigma_p^2 \mathbf{A} \mathbf{R} (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{A}^T, \quad (19)$$

где  $\sigma_p^2$  – дисперсия белого шума  $p_i$ .

**Иллюстративный пример.** Пусть полезный сигнал имеет форму колоколообразного импульса, описываемого соотношением:

$$x(t_i, \theta_x) = \theta_{x1} e^{-\left(\frac{t_i - t_{25}}{\theta_{x2}}\right)^2}, \quad t_i = i, \quad i = \overline{1, 50}, \quad (20)$$

где  $\theta_{x1} \in R$  – неизвестная амплитуда импульса,  $\theta_{x2} \in [4; 10]$  – параметр с известными граничными значениями, определяющий длительность импульса.

Помеха представляет собой гармонический сигнал с неизвестными параметрами. Заданы только границы ее частоты:

$$y(t_i, \theta_y) = \theta_{y1} \sin(\theta_{y2} t_i + \theta_{y3}), \quad t_i = i, \quad i = \overline{1, 50}, \quad (21)$$

где  $\theta_{y1}, \theta_{y3}$  – неизвестные амплитуда и фаза помехи,  $\theta_{y2} \in [0,5; 1]$  – частота помехи.

В качестве шума использовалась последовательность  $p(t_i) \in N(0; \sigma_p^2)$ .

Параметр амплитуды в модели сигнала и помехи определяет лишь их масштаб и не изменяет нормированные образцы, являющиеся образцами формы сигналов, поэтому при построении сетки его значения могут быть любыми ненулевыми значениями. В нашем примере параметр амплитуды сигнала и помехи при формировании образцов имел единичное значение.

Для формирования образцов полезного сигнала использовалась следующая сетка вектора параметров:

$$\theta_x(j) = (1; 4 + \frac{6}{99}(j-1)), \quad j = \overline{1, 100}. \quad (22)$$

Образцы помехи вычислялись на сетке:

$$\theta_y(j) = \begin{cases} (1; 0,5 + \frac{0,5}{99}(j-1); 0), & j = \overline{1, 100}, \\ (1; 0,5 + \frac{0,5}{99}(j-1); \frac{2\pi}{100}), & j = \overline{101, 200}, \\ (1; 0,5 + \frac{0,5}{99}(j-1); 2\frac{2\pi}{100}), & j = \overline{201, 300}, \\ \dots \\ (1; 0,5 + \frac{0,5}{99}(j-1); 99\frac{2\pi}{100}), & j = \overline{9901, 10000}. \end{cases} \quad (23)$$

Всего для построения оптимальных базисов было использовано  $N_{\bar{x}} = 100$  образцов полезного сигнала и  $N_{\bar{y}} = 10\,000$  образцов помехи.

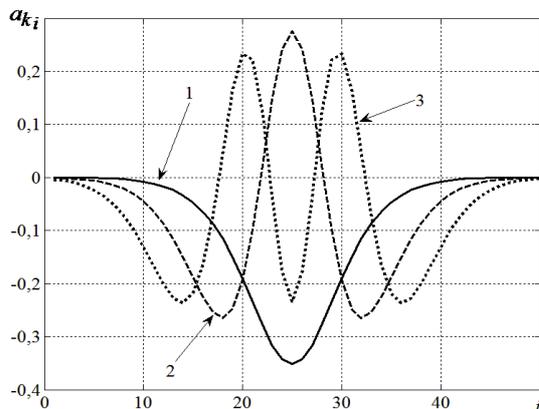


Рисунок 1 – Первые три компоненты базиса полезного сигнала: 1 –  $a_{1i}$ , 2 –  $a_{2i}$ , 3 –  $a_{3i}$

Базисы сигнала и помехи находились с помощью сингулярного разложения (12). На рисунках 1 и 2 представлены первые три компоненты каждого базиса.

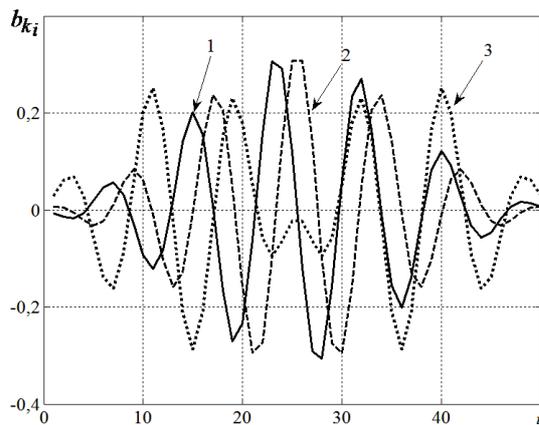


Рисунок 2 – Первые три компоненты базиса помехи: 1 –  $b_{1i}$ , 2 –  $b_{2i}$ , 3 –  $b_{3i}$

Размерности сигнального и помехового подпространств выбирались с учетом заданной величины среднего квадрата нормы ошибки линеаризации (11) для множеств образцов:  $m_x = 2$  при  $H_x(2) = 1,20 \cdot 10^{-3}$  и  $m_y = 12$  при  $H_y(12) = 0,82 \cdot 10^{-3}$ . Такие размерности подпространств обеспечивают, как видим, среднюю энергию ошибок линеаризации образцов приблизительно на уровне 0,1 % от их энергии.

На рисунке 3 представлена реализация наблюдаемого сигнала, имеющего вид:

$$z(t_i) = 10e^{-\left(\frac{t_i - t_{25}}{5}\right)^2} + 10\sin(0,6t_i + 3) + p(t_i), \quad (24)$$

где  $p(t_i) \in N(0;4)$ ,  $t_i = i$ .

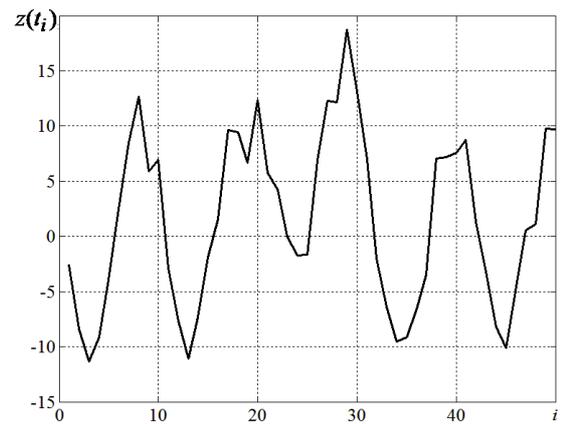


Рисунок 3 – Реализация наблюдаемого сигнала  $z(t_i)$

На рисунке 4 изображены полезный сигнал и результат его выделения из наблюдений (24). Представляет интерес и вид выделенной помехи, параметры которой в линейной модели оцениваются совместно с параметрами полезного сигнала. На рисунке 5 изображены помеха и результат ее выделения с помощью соотношения, аналогичного соотношению (17).

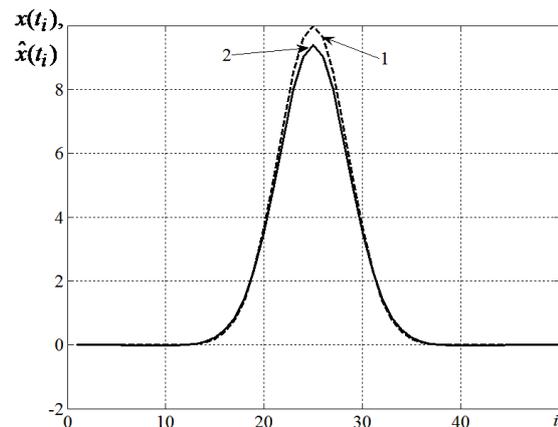


Рисунок 4 – Полезный сигнал и результат его выделения: 1 –  $x(t_i)$ , 2 –  $\hat{x}(t_i)$

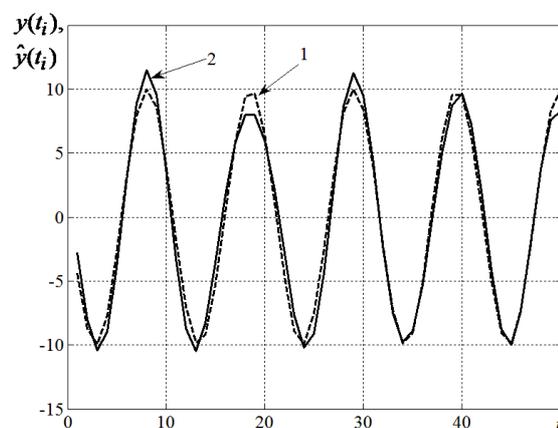


Рисунок 5 – Помеха и результат ее выделения: 1 –  $y(t_i)$ , 2 –  $\hat{y}(t_i)$

Малое значение числа обусловленности матрицы  $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q}$ :  $q = 2,64$  говорит о хорошей разделяемости сигнала и помехи в модели (24).

Общая оценка эффективности выделения сигнала в этом примере была получена в результате стохастического моделирования для 100 000 реализаций, в каждой из которых значения неизвестных параметров, кроме амплитуд, были случайными с равномерным распределением вероятностей в заданных выше границах. Амплитуды сигнала и помехи в реализациях не изменялись:  $\theta_{x_1} = 10$ ,  $\theta_{y_1} = 10$ , а дисперсия шума принимала значение  $\sigma_p^2 = 4$ .

В качестве критерия эффективности выделения полезного сигнала использовалось среднее процентное отношение энергии ошибки выделения к энергии сигнала:

$$J = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{\|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k\|^2}{\|\mathbf{x}_k\|^2} 100\%, \quad (25)$$

где  $\mathbf{x}_k$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_k$  – полезный и выделенный сигналы в  $k$ -й реализации,  $M = 100\,000$  – число реализаций в вычислительном эксперименте.

Для определения общих потерь в точности выделения сигнала при переходе от нелинейной модели (1) к предлагаемой линеаризованной модели вместе с оценками (17) вычислялись и оценки НМНК (3), которые, как известно [4], при нормальном шуме совпадают с оценками максимального правдоподобия (ОМП). Решение задачи глобальной минимизации многоэкстремального критерия (4) проводилось методом симплексного поиска с мультистартом [9, 10].

Полученные значения критерия (25):  $J = 1,24\%$  – для линейного метода и  $J = 1,01\%$  – для НМНК позволяют судить о работоспособности предлагаемого метода линейного выделения полезного сигнала в рассмотренном примере. Оценка (17), несколько уступив по точности асимптотически эффективной ОМП, потребовала при этом приблизительно в 10 000 раз меньше времени для своего вычисления по сравнению с последней.

**Заключение.** Предложенный метод формирования линейных операторов выделения сигналов приводит к оценкам, сопоставимым по точности с ОМП, в то время как алгоритмы их по-

лучения в общем случае несопоставимы по вычислительной сложности. Описанный подход может быть использован при решении различных задач обработки измерительных данных, допускающих использование модели (1) для представления наблюдаемого сигнала и требующих простых в вычислительном отношении алгоритмов. Одной из перспективных задач в этом ряду, по нашему мнению, является создание эффективного программно-алгоритмического обеспечения бортовых систем связи и радионавигации с многолучевым распространением сигнала, в которых квазидетерминированная помеха для приема по основному лучу создается опережающими или отстающими посылками сигнала [8].

### Библиографический список

1. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312.
2. Витязев В.В., Витязев С.В., Зайцев А.А. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние (часть 1) // Цифровая обработка сигналов. 2008. – № 1. – С. 12-21.
3. Витязев В.В., Витязев С.В., Зайцев А.А. Многоскоростная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние (часть 2) // Цифровая обработка сигналов. 2008. – № 3. – С. 2-9.
4. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
5. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
6. Уоткинс Д.С. Основы матричных вычислений / Д. Уоткинс; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 664 с.
7. Математические основы теории систем: учеб. пособие / Л.Д. Певзнер, Е.П. Чураков. – М.: Высш. шк., 2009. – 503 с.
8. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др.; под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.
9. Lagarias J.C., Reeds J.A., Wright M.H., and Wright P.E. Convergence properties of the Nelder–Mead simplex algorithm in low dimensions, SIAM Journal on Optimization 9 (1998), 112–147.
10. Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 248 с.

УДК 621.396.93:519.2

**Ю.Н. Паршин, В.И. Кудряшов****АНАЛИЗ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ОТ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НЕТОЧНОЙ КАНАЛЬНОЙ МАТРИЦЕ**

*Проведено моделирование канала передачи данных от беспилотного летательного аппарата к наземному пункту управления. Получены зависимости пропускной способности канала связи от длины обучающей последовательности при разных значениях отношения сигнал-шум, скорости беспилотного летательного аппарата и количества приемных и передающих антенн.*

**Ключевые слова:** ММО канал, канальная матрица, БПЛА, ошибка измерения, пропускная способность.

**Введение.** В настоящее время достаточно актуальна тема исследования путей создания высокопроизводительных систем передачи информации от беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Одним из направлений является применение ММО (Multiple Input Multiple Output) каналов связи. Такой канал за счет использования нескольких антенн на приемной и передающей стороне может обеспечивать высокую пропускную способность. Аналитическое выражение для оценки потенциальной пропускной способности ММО канала было выведено Эмре Телатаром в работе [1]. Показано, что пропускная способность такого канала растет пропорционально количеству приемных и передающих антенн. В то же время данное выражение не учитывает ошибку оценивания матрицы канальных коэффициентов (МКК). Выражение для оценки потенциальной пропускной способности ММО канала с учетом ошибки оценивания МКК получено и исследовано в работах [2–4].

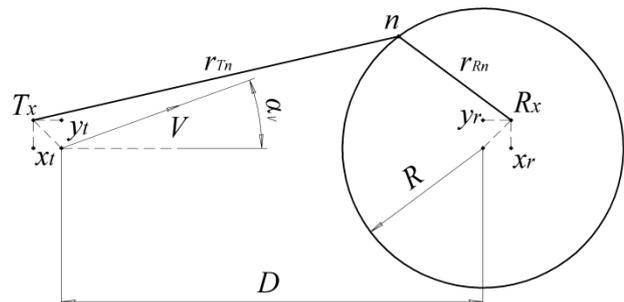
Одной из проблем применения ММО каналов для связи с беспилотными аппаратами является то, что при движении МКК значительно изменяется со временем. Следовательно, требуется определить оптимальный режим оценки МКК.

**Целью работы** является повышение пропускной способности ММО системы передачи информации с беспилотного аппарата с учетом шумовых и динамических ошибок измерения МКК, оптимизация режима тестирования МКК.

**Теоретическая часть.** Модель канальной матрицы для мобильного БПЛА. Прохождение сигнала от передающей антенны к приемной антенне можно представить в виде преобразования амплитуды и фазы сигнала. Комплексные коэффициенты преобразования образуют матрицу канальных коэффициентов

$\mathbf{H} = \{h_{im} = a_{im} e^{j\varphi_{im}}, i = 1, \dots, N_R, m = 1, \dots, N_T\}$ , где  $a_{im}$  – коэффициент передачи амплитуды сигнала от передатчика к приемнику,  $\varphi_{im}$  – фазовый сдвиг сигнала,  $N_R, N_T$  – число приемных и передающих антенн соответственно. Алгоритмы определения коэффициентов передачи радиоканала рассматриваются в работах [5,6].

Для расчета матрицы канальных коэффициентов  $\mathbf{H}$  использована модель ММО канала на основе геометрической однокольцевой модели отражения (рисунок 1) [7]. При разработке модели сделаны следующие допущения: движение БПЛА осуществляется по прямой траектории, скорость БПЛА во время полета остается неизменной. Радиус кольца отражателей равен  $R$ , расстояние от центра приемной антенны до центра передающей антенны равно  $D$ .



**Рисунок 1 – Однокольцевая геометрическая модель**

В соответствии с этой моделью коэффициент МКК, задающий фазовые преобразования сигнала при его распространении от передающей антенны к приемной антенне, определяется следующим выражением:

$$\underline{h}(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n b_n e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)}, \quad (1)$$

где  $\underline{a}_n = e^{-j2\pi\frac{r_{Tn}}{\lambda}}$  – коэффициент, определяющий изменение фазы сигнала при его распространении от передающей антенны до  $n$ -го отражателя,  $\underline{b}_n = e^{-j2\pi\frac{r_{Rn}}{\lambda}}$  – коэффициент, определяющий изменение фазы сигнала при его распространении от  $n$ -го отражателя до приемной антенны,  $r_{Tn} = \sqrt{(D - x_T - R \cos \varphi_n)^2 + (y_T - R \sin \varphi_n)^2}$  – расстояние от  $n$ -го отражателя до приемной антенны,  $r_{Rn} = \sqrt{(x_R - R \cos \varphi_n)^2 + (y_R - R \sin \varphi_n)^2}$  – расстояние от передающей антенны до  $n$ -го отражателя,  $f_n = f_{\max} \cos(\psi_n - \alpha_v)$  – значение доплеровского сдвига с учетом направления относительного движения БПЛА и наземного пункта приема,  $f_{\max} = \nu f_0 / c$  – максимальное значение доплеровского сдвига частот,  $\nu$  – скорость движения беспилотного аппарата,  $c = 3 \times 10^8$  м/с – скорость распространения радиоволн,  $\lambda$  – длина волны,  $\varphi_n = 2\pi n / N$  – угловое положение  $n$ -го отражателя,  $N$  – количество отражателей,  $\psi_n$  – угловая координата  $n$ -го отражателя относительно системы координат передающей антенной системы,  $\alpha_v$  – угол, определяющий направление движения БПЛА относительно линии, соединяющей начала систем координат приемной и передающей антенн. Сдвиг фазы  $\theta_n$ , вносимый при отражении сигнала от  $n$ -го отражателя, является независимой одинаково распределенной случайной величиной с равномерным законом распределения на интервале  $[0; 2\pi)$ , т.к. предполагается, что расстояние между отражателями больше длины волны  $\lambda$ . При расчете канальных коэффициентов для каждой пары антенн значения фаз  $\theta_n, n = 1, \dots, N$ , являются постоянными величинами. Для ММО системы передачи информации формула (1) применяется для каждой пары приемной и передающей антенн, что в результате дает матрицу канальных коэффициентов  $\underline{\mathbf{H}}$ .

*Пропускная способность канала передачи информации.* Пропускная способность ММО системы передачи информации в значительной степени определяется МКК. Если МКК точно известна на приемной и передающей стороне, то пропускная способность равна [1]:

$$C = \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{q}{N_T} \underline{\mathbf{H}}^H \underline{\mathbf{H}} \right) = \sum_{k=1}^{N_{EIG}} \log_2 (1 + \lambda_k q), \quad (2)$$

где  $q = \frac{P_S}{P_N}$  – отношение мощности сигнала  $P_S$ , к

излучаемого всеми передающими антеннами, к мощности шума  $P_N$  в каждой приемной антенне,  $\lambda_k, k = 1, \dots, N_{EIG}$ , – собственные числа матрицы  $\underline{\mathbf{H}}^H \underline{\mathbf{H}}$ ,  $N_{EIG}$  – ранг матрицы  $\underline{\mathbf{H}}$  [в рассматриваемом случае  $N_{EIG} = \min(N_R, N_T)$ ], так как элементы матрицы  $\underline{\mathbf{H}}$  считаются независимыми друг от друга],  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размером  $N_T \times N_T$ ,  $^H$  – обозначает эрмитово сопряжение векторов и матриц.

В большинстве практических случаев МКК заранее неизвестна, а ее величина определяется в результате анализа некоторой обучающей последовательности  $\underline{\mathbf{S}} = \{\underline{s}_l, l = 1, \dots, L\}$  сигнальных символов. Используем для получения оценки матрицы  $\hat{\underline{\mathbf{H}}}$  максимально правдоподобные (МП) алгоритмы или алгоритмы, оптимальные по критерию минимума среднеквадратической ошибки [8–14].

Известны последовательный и параллельный методы оценки МКК. При последовательном анализе МКК излучение обучающей последовательности производится последовательно каждой передающей антенной. Представим МКК в виде вектор-столбца  $\underline{\mathbf{H}}_V = \{\underline{\mathbf{H}}_1^T, \underline{\mathbf{H}}_2^T, \dots, \underline{\mathbf{H}}_{N_T}^T\}^T$ , который содержит столбцы канальной матрицы  $\underline{\mathbf{H}}_m = \{h_{1m}, h_{2m}, \dots, h_{N_R m}\}$ . Обучающая последовательность, излучаемая каждой передающей антенной, при последовательном анализе может быть одинаковой и задается вектор-строкой  $\underline{\mathbf{S}}_m = [\underline{s}_1, \underline{s}_2, \dots, \underline{s}_L]$ . Таким образом, принимаемый сигнал от  $m$ -й передающей антенны можно представить в виде  $(N_R \times L)$  матрицы:

$$\underline{\mathbf{X}}_m = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{X}}_{m1} \\ \underline{\mathbf{X}}_{m2} \\ \dots \\ \underline{\mathbf{X}}_{mN_R} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{H}}_m^T \underline{\mathbf{S}}_m + \underline{\mathbf{N}}_m, \quad (3)$$

вектор-строка  $\underline{\mathbf{X}}_{mi} = [X_{mi1}, X_{mi2}, \dots, X_{miL}]$  которой обозначает принятую обучающую последовательность  $i$ -й приемной антенной. Шумы в приемных антеннах не коррелированы между собой и описываются  $(N_R \times L)$  матрицей:

$$\underline{\mathbf{N}}_m = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{N}}_1 \\ \underline{\mathbf{N}}_2 \\ \dots \\ \underline{\mathbf{N}}_{N_R} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

вектор-строка  $\underline{\mathbf{N}}_{mi} = [n_{mi1}, n_{mi2}, \dots, n_{miL}]$  которой обозначает собственный шум  $i$ -й приемной антенны, имеющий гауссовское распределение ве-

роятностей, нулевое математическое ожидание и дисперсию  $P_N = \mathbf{M}\{|n_{mil}|^2\}$ .

Принимаемые сигналы от всех передающих антенн представим в виде  $(N_T N_R \times L)$  матрицы  $\mathbf{X} = \mathbf{H}_V \mathbf{S} + \mathbf{N}$ , где  $\mathbf{N} = \{\mathbf{N}_1^T, \mathbf{N}_2^T, \dots, \mathbf{N}_{N_T}^T\}^T$  – пространственно-временная матрица шума наблюдения. Оценка МКК, полученная методом максимального правдоподобия, имеет вид [11–13]:  $\hat{\mathbf{H}}_V = \mathbf{X} \mathbf{S}^H (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1}$ . Если все сигнальные символы имеют одинаковую амплитуду  $A$ , то  $\mathbf{S}^H \mathbf{S} = A^2 L$ , а оценка МКК равна:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_V &= \frac{1}{A^2 L} \mathbf{X} \mathbf{S}^H = \frac{1}{A^2 L} (\mathbf{H}_V \mathbf{S} + \mathbf{N}) \mathbf{S}^H = \\ &= \frac{1}{A^2 L} \mathbf{H}_V \mathbf{S} \mathbf{S}^H + \frac{1}{A^2 L} \mathbf{N} \mathbf{S}^H = \mathbf{H}_V + \Delta \mathbf{H}_V. \end{aligned} \quad (5)$$

Вектор погрешности оценки МКК определяется шумовой составляющей принимаемого сигнала:  $\Delta \mathbf{H}_V = \frac{1}{A^2 L} \mathbf{N} \mathbf{S}^H$ . Так как ошибки оценивания коэффициентов передачи в разных приемных антеннах зависят от случайного шума  $\mathbf{N}$ , имеющего гауссовское распределение вероятностей, то они являются статистически независимыми между собой, а их математическое ожидание  $\mathbf{M}\{\Delta \mathbf{H}_V\} = \mathbf{0}$ . Дисперсия ошибки оценивания всех элементов МКК одинакова и равна [2–4]:

$$\begin{aligned} D_H &= D_{im} = \mathbf{M}\{\Delta h_{im}\}^2 = \\ &= \frac{1}{A^4 L^2} \sum_{p=1}^L \sum_{q=1}^L s_p^* s_q \mathbf{M}\{n_{ip} n_{mq}^*\} = \frac{N_T}{qL} \delta_{im}, \quad (6) \\ &i = 1, \dots, N_R, \quad m = 1, \dots, N_T, \end{aligned}$$

где  $\delta_{im}$  – символ Кронекера. При выводе последнего выражения полагалось, что мощность, излучаемая одной передающей антенной, равна  $P_S / N_T = A^2$ .

Рассмотрим влияние погрешностей МКК на пропускную способность ММО канала, следуя методике работ [2–4]. Используя разложение МКК по сингулярным числам  $\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$ , где  $\mathbf{\Sigma}$  – диагональная матрица сингулярных чисел  $\sigma_k$ ,  $k = 1, \dots, N_{EIG}$ , матрицы  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  – две унитарные матрицы, состоящие из левых и правых сингулярных векторов соответственно, проводим пространственное кодирование на передающей и соответствующее декодирование на приемной стороне. В результате пространственного кодирования и декодирования формируются собственные каналы, в которых наблюдаются только сигнальные символы, излучаемые одной из

передающих антенн:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{N} = \\ &= \left\{ y_i = \sigma_i s_i + \tilde{n}_i, \quad i = 1, \dots, N_R \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где шум  $\tilde{n}_i$  имеет статистические свойства, как и шум  $n_i$ . В данном случае полагается, что матрица  $\mathbf{H}$  является матрицей полного ранга. Как следует из (7), при точном значении канальной матрицы  $\mathbf{H}$  происходит полное разделение сигналов, передаваемых каждой антенной по собственным каналам приема.

Сигнал на выходе приемной антенны при использовании оценки  $\hat{\mathbf{H}}$  имеет вид:

$$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{V}} \mathbf{S} + \mathbf{N} = \left\{ \begin{aligned} y_i &= \hat{\sigma}_i \left( \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{V}} \right)_{ii} s_i + \\ &+ \sum_{k=1, k \neq i}^{N_{EIG}} \hat{\sigma}_k \left( \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{V}} \right)_{ik} s_k + \\ &+ \tilde{n}_i, \quad i = 1, \dots, N_{EIG} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где матрицы  $\hat{\mathbf{U}}, \hat{\mathbf{V}}, \hat{\mathbf{\Sigma}}$  получены в результате сингулярного разложения оценки  $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{\Sigma}} \hat{\mathbf{V}}^H$ , которые дают распределение мощности между параллельными каналами. Первое слагаемое представляет собой сигнал, передаваемый по  $i$ -му собственному каналу. Второе слагаемое является взаимной помехой, которая обусловлена неортогональностью собственных каналов из-за наличия матрицы ошибок  $\Delta \mathbf{H}_V$ . Последнее слагаемое описывает собственный шум с мощностью  $P_N$ , некоррелированный в разных собственных каналах. При наличии ошибок оценивания МКК полное разделение сигнальных символов в собственных каналах не происходит. В результате сигнальные символы других передающих антенн воспринимаются как помеха. Отношение мощности сигнала, суммарной мощности шума и помехи равно [2–4]:

$$q_k = \frac{\lambda_k A^2 \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{V}} \right)_{kk} \right|^2}{P_N + A^2 \sum_{i=1, i \neq k}^{N_{EIG}} \lambda_i \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{V}} \right)_{ki} \right|^2}. \quad (9)$$

Учитывая соотношение (9), записываем выражение для пропускной способности ММО канала (2) в виде:

$$C = \sum_{k=1}^{N_{EIG}} \log_2(1 + q_k). \quad (10)$$

Так как  $q_k = q \lambda_k$  зависит от конкретной реализации и ошибок оценивания МКК, то пропускная способность  $C$  также является случайной величиной. Для получения объективных ре-

зультатов необходимо произвести усреднение  $C$  по ансамблю реализаций канальной матрицы и шума наблюдений, что проводится компьютерным моделированием и аналитически.

Аналитическое выражение для усредненной пропускной способности  $\bar{C}$  получено приближенно, следуя методике работ [2–4], в которых вводятся коэффициент передачи  $\Gamma_{kk}$   $k$ -го собственного канала и коэффициенты  $\Gamma_{ki}$  передачи между  $i$ -м и  $k$ -м собственными каналами:

$$\Gamma_{kk} = \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{H} \hat{\mathbf{V}} \right)_{kk} \right|^2, \quad \Gamma_{ki} = \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{H} \hat{\mathbf{V}} \right)_{ki} \right|^2;$$

$$q_k = \frac{\lambda_k A^2 \Gamma_{kk}}{P_N + A^2 \sum_{i=1, k \neq i}^{N_{EIG}} \lambda_i \Gamma_{ki}} = \frac{\lambda_k \frac{q}{N_T} \Gamma_{kk}}{1 + \frac{q}{N_T} \sum_{i=1, k \neq i}^{N_{EIG}} \lambda_i \Gamma_{ki}}. \quad (11)$$

Коэффициент передачи  $\Gamma_{kk}$  при точно известной матрице  $\mathbf{H}$  равен собственному числу  $\lambda_k$  матрицы  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  при  $N_T > N_R$  или матрицы  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  при  $N_T < N_R$ , а коэффициент передачи  $\Gamma_{ki}$  равен нулю, так как взаимные помехи между собственными каналами отсутствуют.

Пропускная способность канала передачи информации с учетом динамической ошибки, обусловленной движением БПЛА. Изменение МКК вследствие движения БПЛА вносит дополнительную динамическую ошибку  $\Delta \mathbf{H}_{dyn}$  при оценивании коэффициентов, а также при использовании полученной оценки для расчета пропускной способности. Наиболее сильно движение БПЛА влияет на фазу принимаемого сигнала, то есть на аргумент комплексной матрицы  $\mathbf{H}$ . При этом одинаковые изменения фазы всех канальных коэффициентов можно учесть путем автоматической подстройки фазы принимаемого сигнала. Поэтому в дальнейшем учитывается только относительное изменение аргумента матрицы  $\mathbf{H}$ , вызванное движением БПЛА и влияющее на пропускную способность. Также полагаем, что относительное изменение канальных коэффициентов за время оценивания незначительно.

Пропускная способность ММО канала определяется выражением (10), в котором отношение мощности сигнала, суммарной мощности шума и помехи будет равно:

$$q_k = \frac{\lambda_k A^2 \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{H}' \hat{\mathbf{V}} \right)_{kk} \right|^2}{P_N + A^2 \sum_{i=1, k \neq i}^{N_{EIG}} \lambda_i \left| \left( \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{H}' \hat{\mathbf{V}} \right)_{ki} \right|^2}. \quad (12)$$

где  $\hat{\mathbf{H}}' = \mathbf{H} + \Delta \mathbf{H} + \Delta \mathbf{H}_{dyn}$  – оценка матрицы канальных коэффициентов, включающая в себя шумовую ошибку  $\Delta \mathbf{H}$  и динамическую ошибку  $\Delta \mathbf{H}_{dyn}$ ,  $\hat{\mathbf{U}}$ ,  $\hat{\mathbf{V}}$  – результат разложения оценки матрицы по сингулярным числам.

**Экспериментальные исследования.** Для оценки усредненной пропускной способности  $\bar{C}$  с учетом динамической ошибки проведено компьютерное моделирование. Условия проведения моделирования: радиус кольца отражателей  $R = 50$  м, время передачи одного обучающего символа  $t = 1$  мкс, длина обучающей последовательности, передаваемой одной антенной,  $L = 1, \dots, 100$ , общая длина передаваемой последовательности, включающая обучающую последовательность и информационный трафик, равна  $K = 100 \times N_T$ , количество отражателей  $N = 60$ , центральная частота передатчика  $f_0 = 2,4$  ГГц, расстояние от передающих до приемных антенн  $h = 100$  м. Усреднение пропускной способности происходит как по числу передаваемых информационных символов, так и по числу реализаций.

Получены зависимости пропускной способности канала связи от длины обучающей последовательности при разных значениях отношения сигнал-шум, скорости БПЛА  $v$  и количества приемных  $N_R$  и передающих  $N_T$  антенн. На рисунке 2 представлена зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различных значениях отношения сигнал-шум,  $N_R = N_T = 3$ , для неподвижного БПЛА.

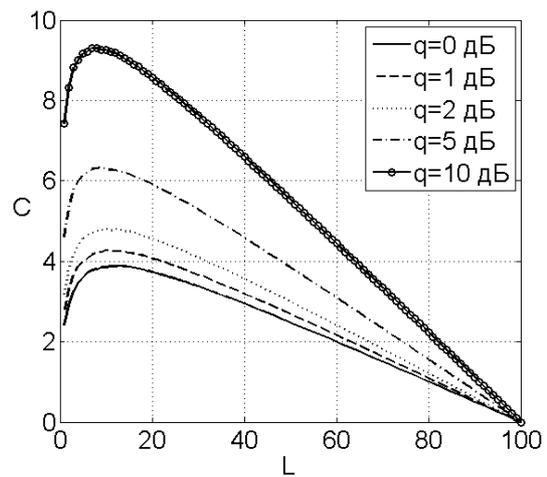


Рисунок 2 – Зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различных значениях отношения сигнал-шум,  $v = 0$  м/с и  $N_R = N_T = 3$

Из графиков, показанных на рисунке 2, следует, что с ростом отношения сигнал-шум оптимальная длина обучающей последовательности, при которой пропускная способность достигает максимума, уменьшается от 13 символов при  $q = 0$  дБ до 7 символов при  $q = 10$  дБ. При увеличении отношения сигнал-шум зависимость пропускной способности от числа обучающих символов более сильно выражена.

На рисунке 3 представлена зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различных значениях отношения сигнал-шум,  $N_R = N_T = 3$ , и движении БПЛА со скоростью  $v = 50$  м/с.

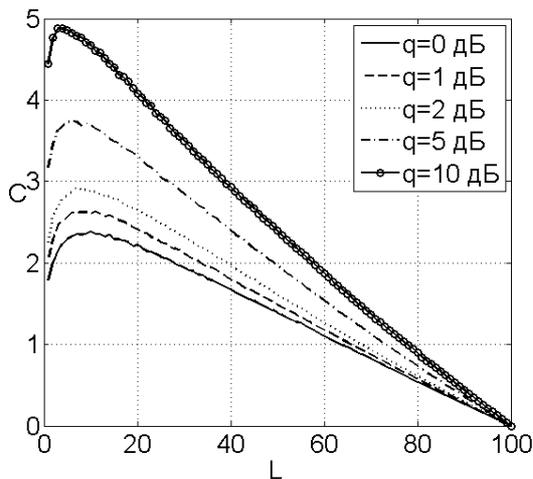


Рисунок 3 – Зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различных значениях отношения сигнал-шум,  $v = 50$  м/с,  $N_R = N_T = 3$

Из графиков, показанных на рисунке 3, следует, что при движении беспилотного аппарата со скоростью  $v = 50$  м/с пропускная способность уменьшается в среднем в 1,75 раза по сравнению с неподвижным БПЛА. При этом уменьшается оптимальная длина  $L_{opt}$  обучающей последовательности (таблица 1).

Таблица 1 – Максимальная пропускная способность  $C_{max}$  и оптимальная длина обучающей последовательности  $L_{opt}$  в канале связи с подвижным и неподвижным беспилотным аппаратом при  $N_R = N_T = 3$

$q$ , дБ	$v = 0$ м/с		$v = 50$ м/с	
	$C_{max}$ , бит/символ	$L_{opt}$	$C_{max}$ , бит/символ	$L_{opt}$
0	3,889	13	2,387	10
1	4,275	10	2,631	8
2	4,797	10	2,925	7
5	6,344	9	3,757	6
10	9,309	7	4,882	3

На рисунке 4 представлена зависимость

пропускной способности от длины обучающей последовательности при различном количестве приемных и передающих антенн,  $q = 5$  дБ, для неподвижного БПЛА.

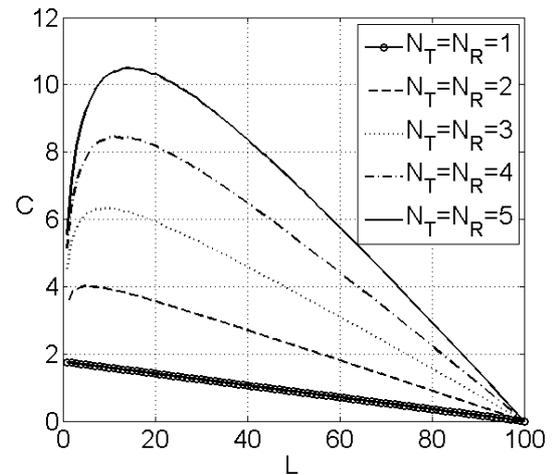


Рисунок 4 – Зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различном количестве приемных и передающих антенн,  $v = 0$  м/с,  $q = 5$  дБ

Из графиков, показанных на рисунке 4, следует, что с ростом числа антенн оптимальная длина обучающей последовательности увеличивается от 1 символа при  $N_R = N_T = 1$  до 14 символов при  $N_R = N_T = 5$ . Это объясняется сильным влиянием ошибок оценивания МКК при большем числе антенн, что требует увеличения  $L$  для более точной оценки.

На рисунке 5 представлена зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различном количестве приемных и передающих антенн,  $q = 5$  дБ, и движении БПЛА со скоростью  $v = 50$  м/с.

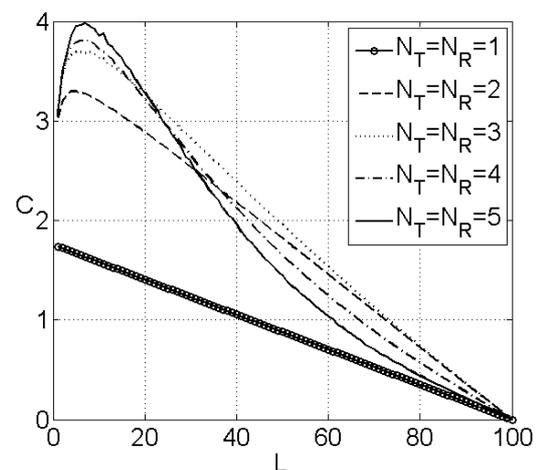


Рисунок 5 – Зависимость пропускной способности от длины обучающей последовательности при различном количестве приемных и передающих антенн,  $v = 50$  м/с и  $q = 5$  дБ

Из графиков, показанных на рисунке 5, видно, что при движении беспилотного аппарата со скоростью  $v = 50$  м/с пропускная способность заметно уменьшается и при этом уменьшается оптимальная длина обучающей последовательности (таблица 2).

**Таблица 2 – Максимальная пропускная способность  $C_{max}$  и оптимальная длина обучающей последовательности  $L_{opt}$  в канале связи с подвижным и неподвижным беспилотным аппаратом при  $q=5$  дБ**

$N_R = N_T$	$v = 0$ м/с		$v = 50$ м/с	
	$C_{max}$ , бит/ сим- вол	$L_{opt}$	$C_{max}$ , бит/ сим- вол	$L_{opt}$
1	1,748	1	1,736	1
2	4,015	5	3,373	5
3	6,326	10	3,689	7
4	8,47	11	3,785	6
5	10,503	14	3,982	7

Значительное снижение пропускной способности при большом числе антенн и движении беспилотного аппарата обусловлено тем, что с ростом числа антенн на оценку канальной матрицы требуется больше времени.

**Заключение.** При проектировании ММО канала связи с беспилотным аппаратом следует учитывать его скорость передвижения, так как от этого значительно зависят качественные характеристики канала связи. Требуется подбирать такое оптимальное число антенн и длину обучающей последовательности, чтобы при заданной скорости беспилотного аппарата получить максимально возможную пропускную способность. Для сравнения, в системах связи стандарта IEEE 802.11n в режиме «Green Field» длительность оценки канальной матрицы составляет один символ и более, причем длина информационной и обучающей последовательности не является фиксированной и подстраивается под окружающую обстановку, а также зависит от количества пространственных подканалов.

*Работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда, проект № 14-19-01263.*

#### **Библиографический список**

1. I. Emre Telatar. Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels // European Transactions on Telecommunications. Vol. 10. No. 6. Nov/Dec 1999. P. 585–595
2. Ermolayev V.T., Flaksman A.G., Kovalyov I.P., Averin I.M. Weight Error Loss in MIMO Systems Using

Eigenchannel Technique // Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT'03). Sevastopol, Ukraine. 2003. P. 333–336.

3. Bevan D.D.N., Ermolayev V.T., Flaksman A.G. Analysis of Weight Error Loss with a Multichannel Beamformer Processor // IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation. 1998. V. 145, No. 1. P. 63–72.

4. Ермолаев В.Т., Аверин И.М., Ковалев И.П., Флакман А.Г. Влияние ошибок оценки канальной матрицы на пропускную способность ММО систем с параллельной передачей информации // Труды (шестой) научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения М.Т. Греховой. - Н. Новгород: ТАЛАН, май 2002. С. 264–265.

5. Паришин Ю.Н., Жариков П.В. Исследование влияния ширины спектра случайного тестового сигнала на точность оценивания комплексного коэффициента передачи каналов радиотракта // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 31. С. 16–19.

6. Паришин Ю.Н., Фролов И.И. Рекуррентное оценивание амплитудно-фазового распределения при оптимальной пространственной структуре измерений // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 48. С. 35–41.

7. Pätzold M., Hogstad B.O. A Space-Time Channel Simulator for MIMO Channels Based on the Geometrical One-Ring Scattering Model // Wireless Communications and Mobile Computing, Special Issue on Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Communications. Nov. 2004. Vol. 4. No. 7. – P. 727–737.

8. Прокус Д. Цифровая связь: пер. с англ. М: Радио и связь, 2000. 800 с.

9. Dogandzic A., Nehorai A. Space-Time Fading Channel Estimation and Symbol Detection in Unknown Spatially Correlated Noise // IEEE Trans. Signal Processing. 2002. V. 50, No. 3. P. 457–474.

10. Sengupta C., Gavallaro J.R., Aazhang B. On Multipath Channel Estimation for CDMA systems Using Multiple Sensor // IEEE Trans. Communication; 2001. V. 49. No. 3. P. 543–553.

11. Bolckei H., Heath R.W., Paulraj J. Blind Channel Identification and Equalization in OFDM-based Multi-Antenna Systems // IEEE Trans. Signal Processing. 2002. V. 50. No. 1. P. 96–109.

12. Tsantsanis M. K., Giannakis G. Blind Estimation of Direct Sequence Spectrum Signal an Multipath // IEEE Trans. Signal Processing. 1997. V. 45. No. 5. P. 1241–1252.

13. Budianu C., Tong L. Channel Estimation For Space-Time: Orthogonal Block Codes // IEEE Trans. Signal Processing. 2002. V. 50. No. 10. P. 2515–2628.

14. Wax M., Eeshem A. Joint Estimation of Time Delays and Directions of Arrival of Multiple Reflections of a Known Signal // IEEE Trans. Signal Processing. 1997. V. 45. No. 10. P. 2477–2484.

УДК 530.1: 537.86+621.396.96

**А.А. Потапов****ФРАКТАЛЬНЫЙ РАДИОЛОКАТОР**

*Представлены избранные результаты применения теории фракталов, динамического хаоса, эффектов скейлинга и дробных операторов в фундаментальных вопросах радиолокации, радиофизики, радиотехники и теории антенн. Данными вопросами автор занимается ровно 35 лет. В основе созданного автором впервые в России и в мире научного направления лежит концепция фрактальных радиосистем, топология выборки, глобальный фрактально-скейлинговый метод и фрактальная парадигма. Полученные автором результаты крупной научной и практической значимости были опубликованы в четырех отчетных докладах Президиума Российской академии наук (2008, 2010, 2012, 2013) и в докладе Правительству Российской Федерации (2012).*

**Ключевые слова:** фрактал, скейлинг, дробный оператор, динамический хаос, радиосистема, радиолокатор.

**Введение.** В настоящее время в радиофизике, радиоэлектронике и при обработке многомерных сигналов привычно и повсеместно используются целочисленные меры (интегралы и производные целого порядка), гауссовская статистика, марковские процессы и т.п. [1, 2]. Замечу, что теория марковских процессов в приложениях достигла уже своего насыщения, и исследования проводятся на уровне резкого усложнения синтезированных алгоритмов. Улучшение классических радиолокационных обнаружителей сигналов и их математическое обеспечение также, по сути, достигло своего предела. Это заставляет изыскивать принципиально новые пути решения проблемы увеличения чувствительности радиосистем.

Таким образом, вся современная радиотехника базируется на классической теории целочисленной меры и целочисленного исчисления. Так сложилось исторически, что за «за бортом» почти всех разделов науки оказалась обширная область математического анализа, называемая дробным исчислением, имеющая дело с производными и интегралами произвольного (вещественного или комплексного) порядка, а также и вся теория фракталов.

Одновременно замечу, что в науке часто бывает так, что математический аппарат играет роль «прокрустова ложа» для идеи. За сложной математической символикой и ее значениями бывает трудно разглядеть совершенно простую идею. В частности, одну из таких идей и выдвинул *первым в мире* автор в конце 70-х гг. XX в., а именно, предлагая ввести в широкую практику радиофизики, радиотехники и радиолокации (сначала именно в эти фундаментальные науч-

ные направления, которыми он тогда интенсивно занимался, участвуя в многочисленных НИР от ИРЭ АН СССР – ИРЭ РАН по радиолокации, радиотеплолокации и дистанционному зондированию с крупнейшими КБ и предприятиями СССР [3, 4]) фракталы, скейлинг и дробное исчисление.

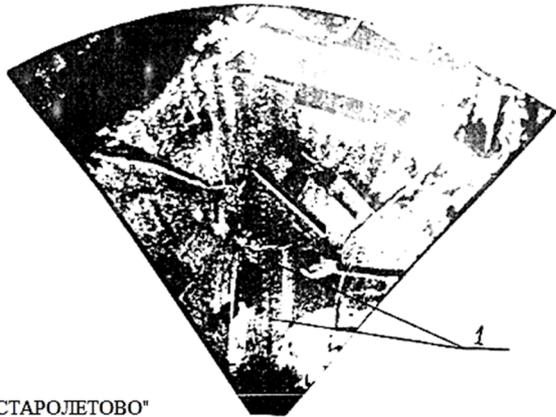
**Цель работы** – рассмотреть современное состояние фундаментальных работ в области проектирования, классификации и режимов функционирования типовых радиосистем, основанных на «фрактальной» идеологии или ее применяющих, выделить основные проблемы и показать возможные пути их решения и развития.

**Развитие в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН «фрактальной идеологии» (1980 – 2015).** Начало работ по применению фракталов в радиолокации положили наши первые натурные наземные и летные эксперименты, проведенные в 1980 году в ИРЭ АН СССР [3-9]. Тогда же и были получены первые оценки фрактальных характеристик реальных оптических и радиолокационных (РЛИ) на длине волны 8,6 мм изображений различных земных покровов – рисунок 1. Символом *l* на рисунке 1 обозначены высоковольтные линии электропередачи.

Одновременно с этим также впервые в мире были рассчитаны полные семейства текстурных признаков многообразных реальных земных покровов для различных метеорологических сезонов [3, 4]. Данные работы проводились совместно с ЦКБ «Алмаз».

Необходимость этих и других аналогичных работ была вызвана актуальным требованием повышения чувствительности радиолокацион-

ных станций (РЛС), что эквивалентно увеличению их дальности обнаружения.



"СТАРОЛЕТОВО"  
Магнитный курс 235 град.

Рисунок 1 – Характерное РЛИ местности на длине волны 8,6 мм (1980 г.) [3, 4]

Затем автором были разработаны текстурные методы обнаружения и обработки сигналов при малых отношениях сигнал/шум  $q_0^2$  [10-14], а затем – фрактальные, основанные на теории дробной меры [14-24], – рисунок 2.



Рисунок 2 – Текстурные и фрактальные меры для малококонтрастных изображений и сверхслабых сигналов в интенсивных негауссовских помехах

Радиолокатор совместно с объектами наблюдения и средой распространения радиоволн образует радиолокационный канал зондирования. Наличие уникальной базы экспериментальных данных по изображениям земных по-

кровов и по их отражающим характеристикам в диапазоне миллиметровых (ММВ), а также оптических волн, позволило автору в конце 70-х гг. XX в. решить крупную задачу создания теоретической модели и описания пространственно-временного сигнала миллиметровых волн (ММВ) с учетом радиоканала «апертура антенны – атмосфера – хаотический покров» [3, 4, 8, 25].

Созданный математический подход с использованием функционалов стохастических полей обратного рассеяния позволяет количественно оценить пространственно-временные и пространственно-частотные характеристики рассеянного сигнала в случае совмещенных и разнесенных радиосистем, а также адекватно описывать процессы формирования наблюдаемых радиофизических полей и изображений. При этом был предложен *новый класс* признаков радиолокационного распознавания – радиолокационные сигнатуры на основе *тонкой структуры* отраженного радиолокационного сигнала [3, 4, 25, 26].

Разработанные автором определения и классификация фракталов, а также некоторые важные результаты практического применения фракталов в радиотехнике и радиофизике (обнаружитель сигнала, антенны и фрактальный конденсатор) были при личной встрече в США в декабре 2005 года представлены математику Б. Мандельброту и одобрены им [27, 28]. В частности, авторская классификация фракталов приведена на рисунке 3, где описаны их свойства при условии, что  $D_0$  – топологическая размерность пространства вложения.



Рисунок 3 – Авторская классификация фрактальных множеств и сигнатур

Отметим, что в различных областях математики возникают множества в том или ином смысле пренебрежимо малые и неразличимые в смысле меры Лебега. Для различения таких

множеств с патологически сложной топологической структурой необходимо привлекать нетрадиционные характеристики малости, например емкость, потенциал, меры и размерность Хаусдорфа и т.п. Наиболее плодотворным оказалось применение дробной размерности Хаусдорфа, тесно связанной с понятиями энтропии, фракталами и странными аттракторами в теории динамических систем. Понятие меры и размерности Хаусдорфа – одно из тех обязательных понятий, не усвоив которое органически, ни один исследователь не может стать специалистом по фракталам и детерминированному хаосу. Эта дробная размерность определяется  $p$ -мерной мерой с произвольным вещественным положительным числом  $p$ , которую ввел Хаусдорф в 1919 г.

В общем случае понятие меры не связано ни с метрикой, ни с топологией. Однако мера Хаусдорфа может быть построена в произвольном метрическом пространстве на основе его метрики, а сама размерность Хаусдорфа связана с топологической размерностью.

Автором доказано, что применение в современных информационных технологиях идей масштабной инвариантности – «скейлинга» и разделов функционального анализа, которые связаны с теорией множеств, теорией дробной размерности, общей топологией, геометрической теорией меры и теорией динамических систем, открывают большие возможности и перспективы в обработке и обнаружении многомерных сигналов и в родственных научных и технических областях.

Другими словами, полное математическое описание процессов современной обработки сигналов и полей *невозможно* с помощью формул классической математики.

При *фрактальном подходе* естественно сосредоточить внимание на описании, а также обработке радиофизических сигналов (полей) исключительно в пространстве дробной меры с применением гипотезы скейлинга и распределений с тяжелыми хвостами или устойчивых распределений (не гауссовых).

Фрактально-скейлинговые методы обработки сигналов, волновых полей и изображений в широком смысле основаны на той части информации, которая при классических методах обработки не учитывалась и безвозвратно терялась. Иначе говоря, классические методы обработки сигналов принципиально выделяют только ту составляющую информации, которая описывается целочисленной мерой. Добавлю, что фрактальные методы могут функционировать на всех уровнях сигнала: амплитудном, частотном, фазовом и поляризованном.

Ничего подобного в литературе до авторских исследований и работ просто не было.

Фрактальная размерность  $D$  или ее сигнатура в различных участках изображения поверхности является одновременно и мерой текстуры [3, 4, 13, 29, 30], т.е. свойств пространственной корреляции рассеяния радиоволн от соответствующих участков поверхности. Разрабатываемые автором текстурные и фрактальные цифровые методы (рисунок 2) позволяют частично преодолеть априорную неопределенность в радиолокационных задачах с помощью *геометрии* или *топологии выборки* – одномерной или многомерной [29-31]. При этом исключительное значение приобретают топологические особенности выборки, а не усредненные реализации, имеющие зачастую другой характер.

Немного об *истории проектирования*. В середине 80-х гг. XX в. был создан совместно с ЦКБ «Алмаз» действующий макет когерентного малогабаритного цифрового твердотельного радиолокатора (ЦТР) на параметронах с длиной зондирующей волны 8,6 мм со сложным сигналом базой  $>10^6$  и с обработкой на несущей частоте – рисунки 4 и 5 [3, 4, 32, 33].

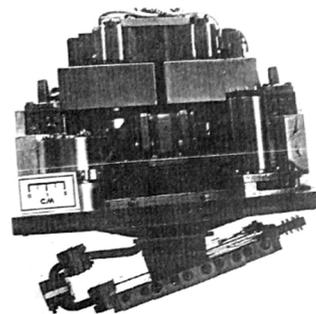


Рисунок 4 – Вид ЦТР с фрактальной антенной

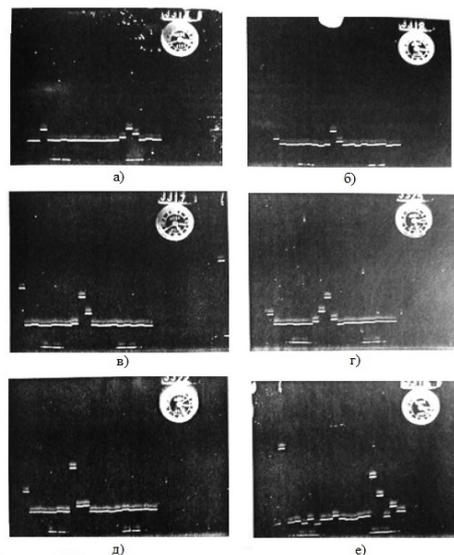


Рисунок 5 – Характерные формы огибающей сложного сигнала на длине волны 8,6 мм

При оптимальной обработке энергетический потенциал ЦТР возрастал на 50 дБ. Затем был создан ЦТР на двух зондирующих частотах. Спроектированная первая в СССР фрактальная щелевая антенна показана на рисунке 4.

**Созданные прорывные технологии и фрактальные радиосистемы.** Коренное отличие предложенных автором фрактально-скейлинговых методов от классических связано с принципиально иным (дробным) подходом к основному составляющим физического сигнала.

Это позволило нам перейти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей. Таким образом, это *принципиально новая радиотехника*.

За 35 лет научных исследований созданный автором глобальный фрактально-скейлинговый метод полностью оправдал себя, найдя многочисленные приложения (см. рисунок 6). Это своего рода вызов времени. Все это обозначено мной кратко и выразительно – *фрактальная парадигма* [1, 3, 4, 13-31, 34-47].



Рисунок 6 – Эскиз развития автором прорывных информационных технологий на основе фракталов, дробных операторов и эффектов скейлинга для нелинейной физики и радиоэлектроники

Фрактальная геометрия – громадная и гениальная заслуга математика Б. Мандельброта. Но ее радиофизическое/радиотехническое и практическое воплощение – заслуга Российской (сейчас – Международной) научной школы фрактальных методов и дробных операторов под руководством проф. А.А. Потапова (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН; см., также, сайт автора [www.potapov-fractal.com](http://www.potapov-fractal.com)).

Несколько утрируя, можно сказать, что фракталы составляли тонкую амальгаму на мощном острове науки конца XX века. В современной ситуации интеллектуальное фиаско потерпели попытки принизить их значение и опираться только на классические знания. Во фрактальных исследованиях я всегда основываюсь на своих трех глобальных тезисах:

1. Обработка искаженной негауссовскими

шумами информации в пространстве дробной меры с использованием скейлинга и устойчивых негауссовских вероятностных распределений (1981 г.) – рисунки 2, 3 и 6.

2. Применение непрерывных недифференцируемых функций (1990 г.) – рисунок 3.

3. Фрактальные радиосистемы (2005 г.) – рисунки 6 и 7 [29, 30, 34, 36-45].

Логическое объединение указанной выше триады проблем в общий «фрактальный анализ и

синтез» и создает основу *фрактально-скейлингового метода* (2006 г.) и единой глобальной идеи фрактального естествознания и *фрактальной парадигмы* (2011 г.), предложенных и интенсивно развиваемых автором [29, 30, 41, 46, 47]. Далее, опираясь на изложенный выше материал, перейдем к концепции *фрактального радиолокатора*, а также к вопросам использования его масштабно-инвариантных принципов в различных системах мониторинга.



Рисунок 7 – Авторская концепция фрактальных радиосистем, устройств и радиоэлементов

### Концепция фрактального радиолокатора.

В настоящее время работы по фрактальной радиолокации проводятся исключительно в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН (см., например, работы [1, 3, 4, 13-31, 34-76] и ссылки в них). В соответствии с требованиями, которые предъявляются к перспективным радиолокаторам, рассмотрим обобщенную функциональную схему системы – рисунок 8. Она, с одной стороны, достаточно проста, а с другой – содержит все принципиально необходимые элементы. Здесь может идти речь и об одноканальной, и о многоканальной РЛС.

Синхронизирующее устройство обеспечивает координацию работы всех элементов схемы РЛС. Генерирование и излучение электромагнитной энергии производится с помощью передающего устройства, состоящего из модулятора, генератора высокой частоты (ВЧ) и передающей антенны. Отраженные сигналы поступают к приемной антенне. Приемное устройство выполняет все необходимые преобразования поступающих сигналов, связанные с их разделением, усилением, выделением от шумов.

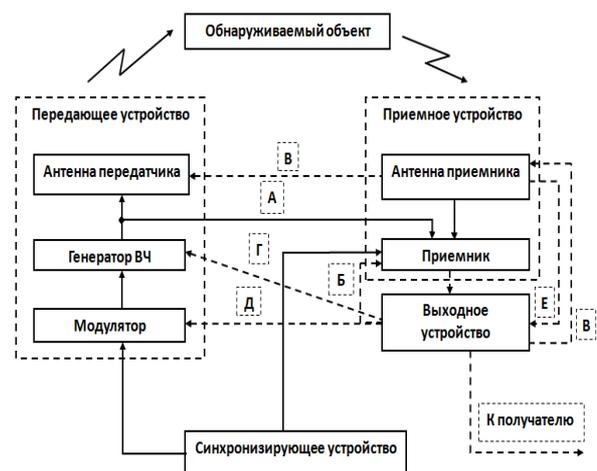


Рисунок 8 – Обобщенная функциональная схема классического радиолокатора

Выходное устройство предназначается для выполнения заключительных операций по обработке сигналов и преобразования их к виду, требуемому получателем информации.

Выходное устройство, в зависимости от результатов измерений, может оказывать то или

иное воздействие на приемник (линия *B*), антенну (линия *B*) и передающее устройство (линии *Г* и *Д*), что позволяет автоматически изменять требуемым образом вид излучаемых колебаний, условия приема и обработки сигналов, приближая их к наилучшим для конкретной ситуации.

Связь выходного устройства с приемной антенной обеспечивает возможность автоматического измерения угловых координат и управление антенной при пеленгации цели. В свою очередь, от антенного устройства в выходное

устройство вводятся данные (линия *E*) об угловом положении антенны.

От данных рисунка 8 можно перейти непосредственно к проектируемому фрактальному радиолокатору.

На рисунке 9 изображены практически все точки приложения проектируемых в настоящее время фрактальных алгоритмов, элементов, узлов или процессов, которые можно ввести в схему радиолокатора на рисунке 8.

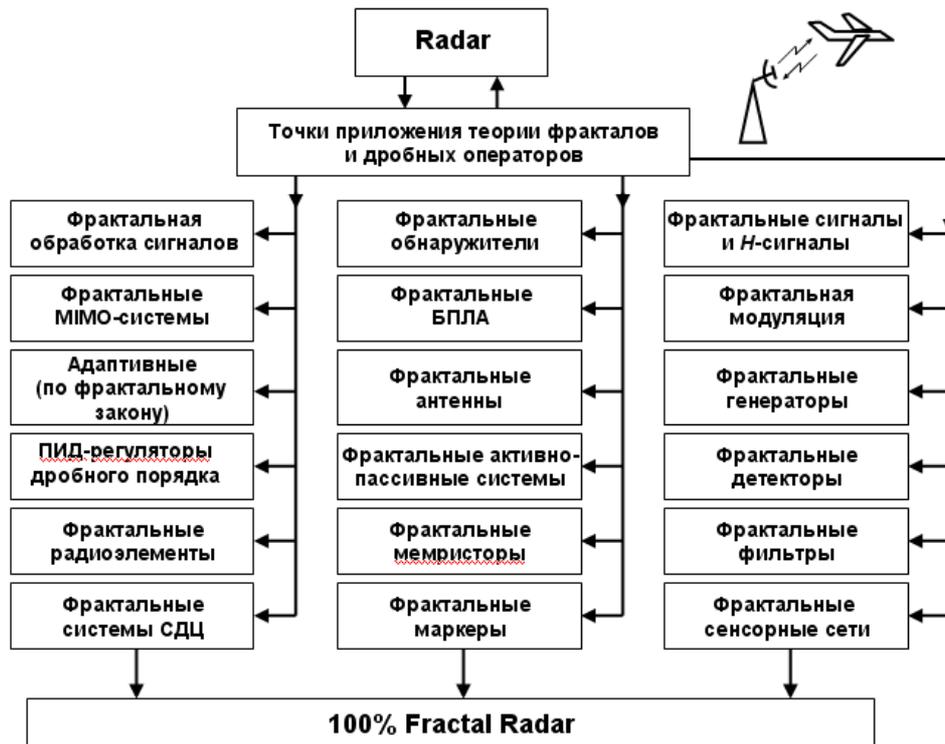


Рисунок 9 – Точки приложения фракталов, скейлинга и дробных операторов в классическом радиолокаторе с целью перехода к полностью фрактальной РЛС

В частности, для ранее предложенных автором вариантов фрактальных ММО-систем характерен многочастотный вариант работы, так как фрактальные антенны позволяют одновременно излучать несколько длин волн.

Для беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) возможно построение миниатюрного фрактального радиолокатора (радиосистемы) с фрактальными элементами и/или параметронами (рисунок 4). Одновременно фрактальная обработка передаваемой информации с БПЛА на борту или на пункте управления позволит резко улучшить и автоматизировать процессы обнаружения, кластеризации и идентификации целей и объектов. Кроме того, нанесение фрактального покрытия на БПЛА уменьшает вероятность его обнаружения в полете.

Отметим, что устройства фильтрации и измерения параметров сигналов занимают, как

правило, значительное место в общем комплексе радиотехнической аппаратуры РЛС и определяют многие ее основные характеристики. На рисунке 10 приведены основные виды синтезированных семейств/кластеров принципиально новых динамических фрактальных обнаружителей сигналов.

Принципы первого в мире фрактального обнаружителя сигналов были открыты и предложены мной в работах ИРЭ АН СССР с ЦКБ “Алмаз” еще в 1989 г. [3].

Выход (также впервые в мире) на действующий макет фрактального непараметрического обнаружителя радиолокационных сигналов (ФНОРС) произведен в 2004 – 2005 гг. [15, 16, 21, 22, 24, 34, 36-60].

Доказана высокая устойчивость предложенных алгоритмов. Один из главных выводов, сделанных нами еще в 80-е годы XX века: работа по

точечной оценке фрактальной размерности  $D$  приводит к абсурдным результатам. В то же время почти все авторы, пытающиеся использовать фрактальную обработку (и часто не понимая ее физический смысл), дают исключительно точечные оценки, да еще со среднеквадратическим отклонением (абсурд!). Во многих случаях решить эту проблему помогает построение *фрактальной сигнатуры* или метода *фрактального обобщенного портрета* [13, 15-17, 29, 30, 41, 44, 57]. Фрактальная сигнатура, как впервые нами показано в [15, 29, 30], характеризует и ещё один инвариант - пространственный *фрактальный кепстр* изображения.

Помимо классической корреляционной размерности в ИРЭ РАН были разработаны различные собственные и оригинальные *методы измерения фрактальной размерности*, в том числе: дисперсионный (оптимальность, простота и быстрое действие), учет сингулярностей, по функ-

ционалам, триадный, на основе метрики Хаусдорфа, вычитания выборок, на основе операции «Исключающее ИЛИ» и т.п. [15, 16, 42, 58].

В своих работах, как отмечено выше, мы ввели фрактальные сигнатуры и фрактальные кепстры, и проблема точности цифровой фрактальной обработки в режиме реального времени была решена.

В случае комплексирования классического обнаружителя с фрактальным обнаружителем повышается вероятность правильного обнаружения и распознавания. На данном этапе эта задача уже не имеет научного интереса, а относится практически к рядовым инженерным техническим решениям. Этот этап мы закрыли в 90-х гг. XX в., сделав вывод, что более интересна в научном плане для открытия и фиксации новых радиофизических эффектов композиция двух фрактальных обнаружителей с различными пространственными координатами на рисунке 10.



Рисунок 10 – Кластеры предложенных автором фрактальных обнаружителей сигналов

Данные рисунка 10 иллюстрируют неисчерпаемые возможности методов фрактального обнаружения сигналов [59, 60]. Тем более, введение их в схемы различных классов действующих современных радиолокаторов разнообразного назначения требует минимальных изменений; по сути, иногда необходим лишь ввод сигнала промежуточной частоты.

Таким образом, на основе общих логических правил и данных рисунка 10 возможен эвристический синтез множества и других типов фрактальных обнаружителей. Очень важный вопрос – синтез принципиально нового «не энергетического» фрактального обнаружителя сигналов по сингулярностям и топологии принятой выборки. То есть я предлагаю максимально «уйти» от энергии принимаемого сигнала. В моих исследо-

ваниях впервые вводится постулат «*максимум топологии при минимуме энергии*» для всей обработки принимаемого сигнала [13, 29-31, 34, 39, 40, 57, 60].

Ранее было также подробно нами рассмотрено использование преобразования Радона в современной радиолокации [61-64].

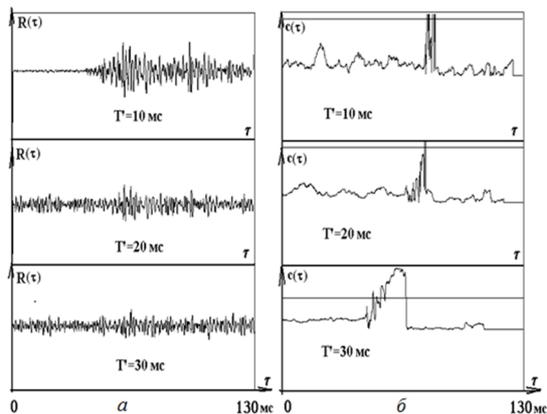
Динамические фрактальные обнаружители, рассмотренные выше, и фрактальные широкополосные антенны могут широко использоваться и в *нелинейной радиолокации* [65].

**Фрактальное обнаружение акустического сигнала.** Пример использования гипотезы скейлинга в задаче обнаружения акустического сигнала (выстрел) показан на рисунке 11 [66]. Выстрел из пистолета производился на открытой местности на фоне леса при умеренной скорости

ветра.

Общая длительность полезного сигнала и эха достигает 1 с, тогда как длительность полезного сигнала составляет всего 35 мс при максимально возможной разности хода по пространственным базам из трех микрофонов – 65 мс.

Результаты многоканальной корреляционной обработки импульсного акустического сигнала представлены на рисунке 11,а. Однако такой подход потребует больших затрат на обработку и не ясно, что делать при появлении противоречивых оценок максимума корреляционной функции  $R(\tau)$  в разных каналах.



**Рисунок 11 – Корреляционная функция  $R(\tau)$  акустического импульса при различных оценках длительности сигнала (а) и оценка фрактального функционала  $c(\tau)$  для того же сигнала (б)**

Решить задачу в автоматическом режиме нам помогла простая гипотеза скейлинга полезного сигнала, т.е. фрактальная обработка при условии  $s(t) = ks(t - (T/2))$  при  $0 \leq t \leq T$ ,  $k$  – произвольная постоянная,  $T$  – длительность сигнала. На рисунке 11,б показаны оценки введенного впервые нами функционала фрактальности  $c(\tau)$ . Видно, что последние оценки более устойчивы при различных временах  $T$ .

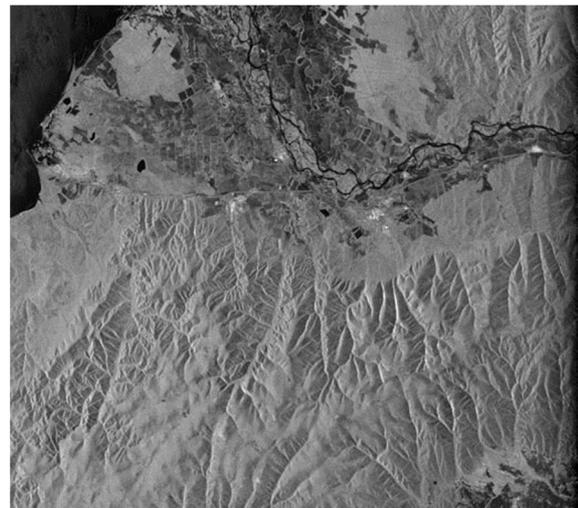
Рассмотрение выстрела как фрактального множества со скейлингом позволило произвести его автоматическое обнаружение в случае сильных негауссовских помех. При этом методы корреляционной обработки и различные амплитудные обнаружители *малоэффективны* из-за особенностей акустического импульса.

Разнообразные топологические и размерные эффекты при фрактально-скейлинговом обнаружении и обработке многомерных сигналов досконально изучены нами ранее в работах [15-17, 57, 58].

**Фрактальное обнаружение объектов на изображениях, полученных РСА и БПЛА.** Ра-

диолокаторы с синтезированной апертурой (РСА) и БПЛА получили широкое распространение в практике исследования земных покровов. Такие радары являются ключевым элементом современных и перспективных информационных РСА – технологий. Основными достоинствами данных систем съемки являются нетребовательность к условиям освещенности исследуемого района и нечувствительность к погодным условиям в зоне съемки с достаточно высоким пространственным разрешением.

Далее исследуем потенциальные возможности фрактальной обработки информации для решения задач автоматического фрактального обнаружения малоконтрастных объектов по РЛИ с космических и авиационных комплексов. Исходные данные для цифровой фрактальной обработки РЛИ получены спутниковым радаром с синтезированной апертурой (РСА) PALSAR L-диапазона (Япония). PALSAR – космический РСА на длине волны 23 см с пространственным разрешением порядка 7 м, разработанный японским агентством JAXA и успешно отработавший на орбите с 2006 по 2011 год. Область применения данных РСА PALSAR включает ледовую разведку, океанографию, картографию, геологию, гидрологию, исследование лесов, решение задач сельского хозяйства и охраны окружающей среды. В качестве примера на рисунке 12 приведено РЛИ дельты реки Селенги в Забайкалье, полученное 7 августа 2006 г. в режиме высокого разрешения FBS на согласованной горизонтальной поляризации.



**Рисунок 12 – Дельта реки Селенги на снимке РСА PALSAR**

В зону съемки размером примерно  $60 \times 50$  км (рисунок 12) входят покрытая лесами гористая область Хамар-Дабан (внизу передана более светлым тоном с характерной «смятой» структурой), равнинная область дельты реки Селенги

(середина верхней части снимка передана более темными тонами) и черный участок на снимке в левом верхнем углу – гладкая водная поверхность озера Байкал.

На первом этапе фрактальной обработки РЛИ РСА были измерены поля локальных значений дисперсионной фрактальной размерности  $D$  – рисунок 13.

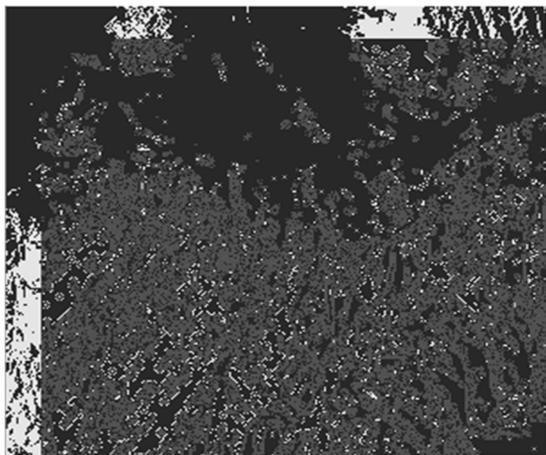


Рисунок 13 – Результат общей фрактальной обработки поля снимка РСА

В равнинной части снимка видны линейчатые структуры – границы сельскохозяйственных полей, а также скопления ярких объектов – сильно отражающие элементы зданий и других конструкций в пределах населенных пунктов. Длинные извилистые темные линии на равнине – многочисленные рукава реки Селенги.

Затем были получены эмпирические распределения значений мгновенной фрактальной размерности  $D$  (срезы  $D$ ) – рисунок 14.

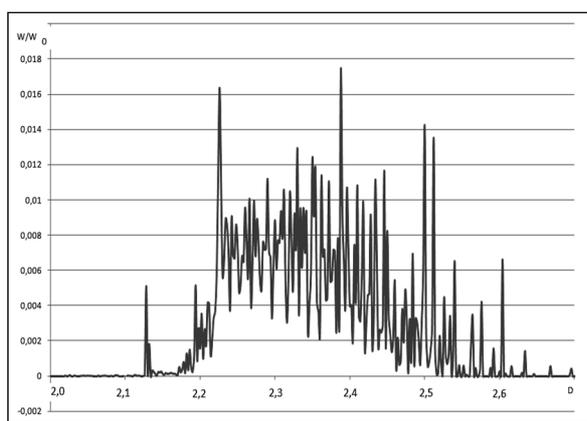


Рисунок 14 – Эмпирическое распределение значений мгновенной фрактальной размерности

Далее на рисунке 15 показаны примеры фрактальной селекции по значению фрактальной размерности  $D$ .

Выделенный фрагмент изображения с фрактальной размерностью  $D \approx 2,2$  вблизи 1-го большого пика (рисунок 14) приведен на рисунке

15,а. Выделенный фрагмент изображения с фрактальной размерностью  $D \approx 2,5$  (почти бродуновская поверхность) вблизи 3-го и 4-го больших пиков (рисунок 14) показан на рисунке 15,б.

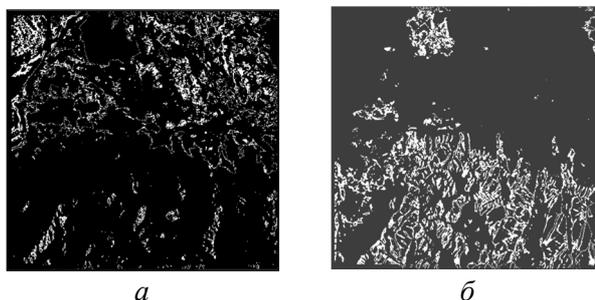


Рисунок 15 – Фрагменты РЛИ при  $D \approx 2,2$  (а) и  $D \approx 2,5$  (б)

Таким образом, предложенные впервые автором более 30 лет тому назад в ИРЭ РАН фрактальные методы обработки изображений существенно дополняют текстурные, а также другие методы и позволяют более надежно и точно производить операцию кластеризации.

Отметим, что после фрактальной обработки изображений поверхности, кроме устойчивого разделения по типам земных покровов, отмечаются *невидимые (скрытые)* до этой обработки особенности (как, например, данные кластеризации дистанционного зондирования земных покровов). Это позволяет говорить о применении и пригодности методов фрактального распознавания для идентификации участков изображения, «невидимых» при классических методах кластеризации по полю яркостей.

Проведенные экспериментальные исследования с различными снимками радиофизических полей (оптика, инфракрасный диапазон и РЛИ) показали очевидную перспективность применения фрактально-скейлинговой обработки данных для решения современных практических задач в различных областях применения БПЛА и РСА, в том числе и для автоматического обнаружения объектов в режиме реального времени.

**Роль множеств «меры ноль».** В настоящее время, я считаю, открытой проблемой остаются вопросы, связанные с «мерой ноль» [60]. Хорошо известно, что в классической теории меры обычно фиксируют область определения меры. Эта область либо задается заранее, либо образуется в результате любой процедуры продолжения, например, Лебега – Каратеодори [42].

Понятие меры, возникшее первоначально в теории функций действительного переменного, в настоящее время играет первостепенную роль в самых разнообразных отделах математики. Наряду с теорией функций действительного переменного, понятием меры в той или иной фор-

ме широко пользуются теория вероятностей, функциональный анализ, топологическая алгебра, качественная теория дифференциальных уравнений и т.д. Различные отделы теоретической физики, используя методы теории вероятностей, функционального анализа, эргодические теоремы, также оказываются связанными в известной степени с понятием меры.

Во многих приложениях выбор области определения меры оказывается весьма деликатным вопросом. Типичные примеры такой ситуации связаны с мерами на топологических пространствах с фильтрациями. В частности, в теории интеграла Лебега часто можно пренебрегать множествами «меры ноль». Если некоторое условие выполнено для всех  $x$ , принадлежащих множеству  $S$ , за исключением, быть может, некоторых значений  $x$ , образующих подмножество меры 0, то обычно говорят, что это условие выполнено *почти всюду на  $S$*  или для почти всех значений  $x$  из  $S$ .

Классически любые закономерности в науке и технике согласно математической статистики определяются фильтрацией и сглаживанием экспериментальных данных. При этом все редкие нетипичные события относят традиционно к множеству «меры ноль», которым математики пренебрегают. Почему и по каким критериям классическая наука оценивает нетипичность какого-либо события? Ведь при этом неизбежна потеря информации, может быть, важнейшей для описания *физики редких явлений* или событий, которые привычно, но скорее произвольно относят к нулевой мере.

Совокупность наиболее вероятных событий содержит заведомо меньше информации из-за усреднения и сглаживания. При этом максимум энтропии не будет содержать никакой информации о сингулярных или экстремальных редких явлениях, уничтоженных фильтрацией данных. Таким образом, время усреднения должно быть адаптивной переменной и иногда выступает просто мешающим фактором (я назвал это явление как *«шум усреднения»*), что, в общем, не стыкуется с классической радиотехникой. Последняя замкнута преимущественно на гауссовские законы, не принимая во внимание степенные устойчивые распределения или распределения с хвостами, отвечающие за скейлинг или масштабную инвариантность.

По сути, степенные законы с целочисленными или дробными показателями являются генераторами самоподобия. Фрактальные методы обработки многомерных сигналов, как показано впервые автором, априори должны учитывать топологические особенности конкретной инди-

видуальной выборки («фрактальные сигнатуры»), а не усредненные реализации. При этом амплитуда процесса «отходит» на второй план!

В свое время, для обозначения такой физической картины немарковских процессов и ее интерпретации мной было введено понятие *«топология выборки»* и *«размерностный склероз»* [31]. В области дробного исчисления данная ситуация при раскрытии физического смысла дробных производных характеризуется как *«асимптотический склероз»* [30, 60].

Таким образом, я считаю множество «меры ноль» источником глубоких знаний и будущих теорий.

**Перспективные направления фрактальных исследований.** На основе исключительно собственных работ [1, 3, 4, 11-76] (см. также сайт автора – <http://www.potapov-fractal.com>) далее дадим картину наиболее *перспективных направлений фрактальных исследований* в области фундаментальных и прикладных наук.

1. Исследование возможностей текстурных (пространственных и спектральных), фрактальных и энтропийных признаков для радиолокационных задач обнаружения.

2. Синтез новых моделей рассеяния радиолокационных сигналов земными покровами на основе теории детерминированного хаоса, странных аттракторов и фрактальных вероятностных распределений – устойчивых распределений.

3. Исследование волновых явлений (распространение и рассеяние волн, процессы диффузии) во фрактальных неоднородных средах на основе операторов дробного интегрирования. Дальнейшее развитие фрактальной электродинамики.

4. Синтез моделей каналов радиолокационных и телекоммуникационных систем на основе пространственных фрактальных обобщенных корреляторов и фрактальных частотных функций когерентности.

5. Исследование возможностей распознавания формы или контуров целей с помощью фрактальных, текстурных и энтропийных признаков. Работа на сингулярностях входной функции.

6. Исследование потенциальных возможностей и ограничений фрактальных методов обработки радиолокационных и связанных сигналов, в том числе фрактальной модуляции и демодуляции, фрактального кодирования и сжатия информации, фрактального синтеза изображений, фрактальных фильтров. Переход к фрактальным радиосистемам. Фракталы в акустоэлектронике (2012 г.).

7. Исследование адаптивной пространственно-временной обработки сигналов на основе дробной размерности и дробных операторов.

8. Поиск и исследование новых комбинированных методов обнаружения и распознавания классов малоcontrastных целей в интенсивных негауссовских помехах.

9. Исследование возможностей создания новых сред для передачи информации, многодиапазонных фрактальных поглощающих материалов, конструирование фрактальных антенн и фрактальных частотно-селективных поверхностей и объемов. Дальнейшее развитие теории и техники фрактальных импедансов.

10. Синтез новых классов фракталов и мультифракталов с обобщением понятия меры множеств.

11. Изучение вида или топологии выборки одномерного (многомерного) сигнала для задач, например, искусственного интеллекта с целью создания словарей фрактальных признаков на основе фрактальных примитивов, являющихся элементами фрактального языка с фрактальной грамматикой, т.е. исследование проблемы «размерностного склероза» физических сигналов и сигнатур. Эти понятия, введенные автором, предполагают исследование топологических особенностей каждой конкретной индивидуальной выборки, а не усредненных реализаций, имеющих зачастую другой характер.

12. Прогноз механизмов формирования и характеристик шероховатости с целью управления геометрическими параметрами микрорельефа для получения заданных физико-химических и эксплуатационных свойств изделий при современных неравновесных технологиях обработки их поверхностного слоя. Фракталы в нанотехнологиях. (В 2008 г. автор предложил новую концепцию, а именно, «Скейлинг шероховатого фрактального слоя и нанотехнологии»).

13. Развитие фрактальной неинерциальной релятивистской радиолокации в искривленном пространстве – времени связанных структур [75, 76], т.е. фрактальной геометрии пространства – времени детерминированных структур. [В настоящее время в США данное фундаментальное научное направление получило яркое название «Фрактальная космология – *Fractal Cosmology*». Наши работы с соавторами значатся в списке основных публикаций (arXiv: Cornell University, USA) по этому главному направлению теоретической физики].

**Официальные достижения фрактальных исследований.** Результаты нашей научной деятельности в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН по фрактально-скейлинговой обработке информа-

ции в интенсивных помехах, а также по фрактальным радиосистемам и фрактальным радиоэлементам опубликованы в четырех отчетных докладах Президиума Российской академии наук (Научные достижения РАН. – М.: Наука, 2008, 2010, 2012, 2013 гг.) и в Докладе Правительству Российской Федерации. Об итогах реализации в 2011 году Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2008 – 2012 гг. В трех томах. – М.: Наука, 2012. Приведем кратко текст этих официально признанных достижений.

- В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2007 году» (М.: Наука, 2008. 204 с.) в подразделе «Локационные системы», раздел «Информационные технологии и вычислительные системы» (с. 41), приведен следующий текст: «Создан эталонный словарь фрактальных признаков оптических и радиоизображений, необходимый для реализации принципиально новых фрактальных методов обработки радиолокационной информации и синтеза высокоинформативных устройств обнаружения и распознавания слабых сигналов на фоне интенсивных негауссовских помех. Установлено, что для эффективного решения задач радиолокации и проектирования фрактальных обнаружителей многомерных радиосигналов существенное значение имеют дробная размерность, фрактальные сигнатуры и кепстры, а также текстурные сигнатуры фона местности (ИРЭ РАН)» – 2007 г., опубликовано в 2008 г.

- В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2009 году» (М.: Наука, 2010. 616 с.) в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Нанотехнологии и информационные технологии» (с. 24), приведен следующий текст: «Впервые в мировой практике предложены и экспериментально доказаны принципы построения новых, фрактальных адаптивных радиосистем и фрактальных радиоэлементов для современных задач радиотехники и радиолокации. Принцип действия таких систем и элементов основан на введении дробных преобразований излучаемых и принятых сигналов в пространстве нецелой размерности при учете их скейлинговых эффектов и негауссовской статистики. Это позволяет выйти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей (ИРЭ РАН)» – 2009 г., опубликовано в 2010 г.

- В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достиже-

ния Российской академии наук в 2011 году» (М.: Наука, 2012. 620 с.) в подразделе «Локационные системы. Геоинформационные технологии и системы», раздел «Информатика и информационные технологии» (с. 199 - 200), и в книге «Доклад Правительству Российской Федерации. Об итогах реализации в 2011 году Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2008 – 2012 гг. В трех томах» (М.: Наука, 2012. 1016 с.) на с. 242 приведен следующий текст: «На основе фрактального анализа проведено систематическое исследование электродинамических свойств фрактальных антенн. Подтверждены широкополосные и многодиапазонные свойства фрактальных антенн и зависимость числа резонансов от номера итерации фракталов. Показано, что на основе миниатюрных фрактальных антенн возможна эффективная реализация частотно-избирательных сред и защитных экранов, искажающих радиолокационный портрет цели. Изучены фрактальные частотно-избирательные 3D-среды или фрактальные «сэндвичи» (инженерные радиоэлектронные микро- и наноконструкции). (ИРЭ РАН)» – 2011 г., опубликовано в 2012 г.

- В книге «Отчетный доклад Президиума Российской академии наук. Научные достижения Российской академии наук в 2012 году» (М.: Наука, 2013. 616 с.) в подразделе «Элементарная база микроэлектроники, наноэлектроники и квантовых компьютеров. Материалы для микро- и наноэлектроники. Нано- и микросистемная техника. Твердотельная электроника», раздел «Нанотехнологии и информационные технологии» (с. 195), приведен следующий текст: «Установлено, что в физической основе функционирования мемристора лежит целочисленный квантовый эффект Холла. Получены соотношения между током и напряжением для произвольного типа мемристора. Результаты направлены на практическую реализацию мемристоров как новых элементов электронных схем. (НИИ ПМА КБНЦ РАН, ИРЭ РАН)» – 2012 г., опубликовано в 2013 г.

**Заключение.** Фрактально-скейлинговые методы, впервые предложенные и разработанные автором, имеют в своей основе конструктивную теорию дробной меры и *значительно превосходят* по своим возможностям классические методы радиотехники. Этим доказана и утверждена практическая уместность фундаментальной теории дробной меры.

Таким образом:

1. Доказана принципиальная возможность и высокая эффективность фрактально-

скейлинговых методов обработки радиолокационной информации при сверхмалых отношениях сигнал/шум.

2. Введен принцип «*максимум топологии при минимуме энергии*» для принимаемого сигнала, позволяющий более эффективно использовать преимущества фрактально-скейлинговой обработки информации.

3. Определены и обоснованы основные принципы построения фрактальных радиосистем, узлов и фрактальных радиоэлементов.

В статье автор коснулся лишь некоторых наиболее важных вопросов, связанных с использованием фракталов и эффектов скейлинга в радиолокации. Приведенные материалы убедительно свидетельствуют о значительной эффективности предложенной автором концепции «фрактальных» радиосистем и, в частности, в применении ее к проблемам фрактальной радиолокации.

Автор поставил эти вопросы еще в 1980 году и в течение 35 лет успешно работает над их решением и развитием.

Дополнительные сведения можно получить из литературы [1, 29, 30, 39-42, 46, 65-76].

С большой благодарностью хочу специально отметить, что без благожелательной поддержки академиков В.А. Котельникова, Ю.В. Гуляева (ИРЭ РАН) и Б.В. Бункина (ЦКБ «Алмаз») моя работа в области фракталов и физики их применения в радиосистемах, а также в цифровой обработке информации не была бы столь эффективной, систематической и широкой.

#### **Библиографический список**

1. Бункин Б.В., Реутов А.П., Потанов А.А. и др. Вопросы перспективной радиолокации (Коллективная монография). М.: Радиотехника, 2003. 512 с.
2. Справочник по радиолокации. В 2-х книгах / под ред. М. Сколника / пер. с англ. под общ. ред. д.т.н., проф. В.С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. Книга 1. 672 с. Книга 2. 680 с.
3. Потанов А.А. Спецтема: автореф. дис... канд. техн. наук: 01.04.03. М.: МФТИ, 1989. 28 с.
4. Потанов А.А. Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн: дис... д-р физ.-мат. наук: 01.04.03. М.: ИРЭ РАН, 1994. 436 с.
5. Андреев Г.А., Потанов А.А. Миллиметровые волны в радиолокации // Зарубежная радиоэлектроника. 1984. № 11. С. 28-62.
6. Andreyev G.A., Potapov A.A. The Effect of Chaotic Surface Roughness on Radio Impulse Scattering // Proc. URSI Int. Symp. Electromagnetic Theory (August 25-29, 1986): Budapest: Akadémiai Kiado, 1986. Pt. A. P. 235-237.
7. Андреев Г.А., Потанов А.А. Влияние хаотических неровностей поверхности на отраженный им-

пульсный сигнал миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31. № 7. С. 1405-1414.

8. *Потапов А.А.* Применение модулированных ММВ для формирования и идентификации изображений // Радиотехника. 1989. № 12. С. 61-64.

9. *Андреев Г.А., Потапов А.А.* Формирование радиолокационных изображений на СМВ и ММВ // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 6. С. 3-34.

10. *Андреев Г.А., Потапов А.А., Галкина Т.В. и др.* Машинный синтез текстур, имитирующих земную поверхность // Исследование Земли из космоса. 1989. № 1. С. 115-121.

11. *Потапов А.А., Галкина Т.В., Орлова Т.И., Хлявич Я.Л.* Дисперсионный метод обнаружения детерминированных объектов на текстурных оптических и радиолокационных изображениях земной поверхности // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35. № 11. С. 2295-2301.

12. *Потапов А.А., Галкина Т.В., Орлова Т.И., Хлявич Я.Л.* Метод выделения контуров протяженных детерминированных объектов в стохастических полях // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 11. С. 2240-2242.

13. *Потапов А.А.* Новые информационные технологии на основе вероятностных текстурных и фрактальных признаков в радиолокационном обнаружении малоконтрастных целей // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 9. С. 1101-1119.

14. *Потапов А.А., Соколов А.В.* Перспективные методы обработки радиолокационных сигналов на основе фрактальных и текстурных мер // Известия РАН. Сер. Физическая. 2003. Т. 67. № 12. С. 1775-1778.

15. *Potapov A.A., German V.A.* Detection of Artificial Objects with Fractal Signatures // Pattern Recognition and Image Analysis. 1998. V. 8. № 2. P. 226-229.

16. *Потапов А.А., Герман В.А.* Применение фрактальных методов для обработки оптических и радиолокационных изображений земной поверхности // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 8. С. 946-953.

17. *Потапов А.А., Герман В.А., Соколов А.В.* Радиолокационное обнаружение цели на фоне земной поверхности фрактальным методом // Радиотехника. 2000. № 8. С. 57-63.

18. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. Элементы теории фракталов // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 11. С. 1285-1292.

19. *Потапов А.А., Герман В.А.* Эффекты детерминированного хаоса и странный аттрактор при радиолокации динамической системы типа растительного покрова // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. № 14. С. 19-25.

20. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. Основы теории рассеяния волн фрактальной поверхностью // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 5. С. 517-544.

21. *Потапов А.А.* Фрактальный анализ в современных задачах радиолокации и радиофизики // Радиотехника. 2003. № 8. С. 55-66.

22. *Потапов А.А.* Синергетические принципы

нелинейной динамики и фракталы в разработке новых информационных технологий для современных радиосистем // Радиотехника. 2005. № 8. С. 73-88.

23. *Potapov A.A., Il'yin E.M., Chigin E.P., German V.A.* Development and Structure of the First Etalon Dictionary of Fractal Properties of Target Classes // Electromagnetic Phenomena. 2005. V. 5. № 2(15). P. 107-142.

24. *Потапов А.А.* Современное состояние и тенденции развития прорывных фрактальных технологий в радиофизике и радиоэлектронике // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2006. Т. 9. № 3. С. 44-54.

25. *Потапов А.А.* К теории функционалов стохастических полей обратного рассеяния // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 3. С. 261-310.

26. *Павельев В. А., Потапов А.А.* Влияние земной поверхности на структуру импульсного сигнала в диапазоне миллиметровых волн // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39. № 4. С. 573-582.

27. *Потапов А.А.* Моя встреча с Б. Мандельбротом // Нелинейный мир. 2007. Т. 5. № 6. С. 402-404.

28. *Потапов А.А.* Бенуа Мандельброт (1924 – 2010) – человек, «преодолевший пропасть размерностей» // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 3. С. 5-10.

29. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос, 2002. 664 с.

30. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005. 848 с.

31. *Потапов А.А.* Топология выборки // Нелинейный мир. 2004. Т. 2. № 1. С. 4-13.

32. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю.* Формирование сложных фазоманипулированных сигналов в задачах дистанционного зондирования // Тез. докл. НТК «Формирование сложных сигналов» (Суздаль, 28 ноября – 1 декабря 1988 г.). М.: Союз НИО СССР, 1988. С. 49.

33. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А., Федюнин С.Ю.* Радиофизический измерительный комплекс со сложным ФМ сигналом в диапазоне миллиметровых волн // Радиотехника. 1991. № 11. С. 67-70.

34. *Потапов А.А.* О фрактальной радиофизике и фрактальной радиоэлектронике // Сб. докл. Юбилейной науч.-техн. конф. «Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях», посв. 60-летию ОАО «Радиотехнический институт имени академика А.Л. Минца» и Факультета радиоэлектроники летательных аппаратов МАИ (Москва, 24 – 26 октября 2006 г.). М.: Изд. ЗАО «Экстра Принт», 2006. Ч. 1. С. 66-84.

35. *Потапов А.А.* Синергетика и проблемы радиоэлектроники: основы, методы, прикладные задачи // В кн.: Синергетика. М.: Изд. МГУ, 2006. Т. 8. С. 163-179.

36. *Потапов А.А.* О концепции фрактальных радиосистем и фрактальных устройств // Нелинейный мир. 2007. Т. 5. № 7-8. С. 415-444.

37. *Потапов А.А.* Можно ли построить фрактальную радиосистему? // Обзорение прикладной и промышленной математики. 2007. Т. 14. № 4. С. 742-744.

38. *Потапов А.А.* Фракталы, скейлинг и дробные операторы как основа новых методов обработки информации и конструирования фрактальных радиосистем // *Технология и конструирование в электронной аппаратуре*. 2008. № 5(77). С. 3-19.
39. *Потапов А.А.* Фрактальные модели и методы на основе скейлинга в фундаментальных и прикладных проблемах современной физики // *Сб. науч. тр. «Необратимые процессы в природе и технике»* / под ред. *В.С. Горелика и А.Н. Морозова*. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана и Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН. 2008. Вып. II. С. 5-107.
40. *Потапов А.А.* Фракталы, скейлинг и дробные операторы в обработке информации (Московская научная школа фрактальных методов в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, 1981 – 2011 гг.) // *Сб. науч. тр. «Необратимые процессы в природе и технике»* / под ред. *В.С. Горелика и А.Н. Морозова*. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана и Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН. 2012. Вып. IV. С. 5 - 117.
41. *Потапов А.А.* Фракталы и хаос как основа новых прорывных технологий в современных радиосистемах / Дополнение к кн.: *Кроновер Р.* Фракталы и хаос в динамических системах / пер. с англ.; под ред. *Т.Э. Кренкеля*. М.: Техносфера, 2006. С. 374-479.
42. *Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Пахомов А.А., Герман В.А.* Новейшие методы обработки изображений / под ред. *А.А. Потапова*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 496 с. (монография - по гранту РФФИ № 07 – 07 - 07005).
43. *Potapov A.A.* The Global Fractal Method and the Fractal Paradigm in Fundamental Radar Problems // *Book of Abstracts Int. Conf. «Dynamics, Bifurcations and Strange Attractors» Dedicated to the Memory of L.P. Shil'nikov (1934 – 2011) (Nizhni Novgorod, Russia, July 1 – 5, 2013)*. - Nizhni Novgorod: Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2013. P. 98.
44. *Потапов А.А.* Методы обработки мало контрастных изображений и сверхслабых сигналов интегральными операторами и дробными фрактально-скейлинговыми методами // *Сб. «Инновационные разработки Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук»*. М.: «Република», 2013. С. 15. (Сб. посв. 60-летию со дня образования ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН).
45. *Potapov A.A.* The Textures, Fractal, Scaling Effects and Fractional Operators as a Basis of New Methods of Information Processing and Fractal Radio Systems Designing // *Proc. SPIE*. 2009. V. 7374. P. 73740E-1-73740E-14.
46. *Потапов А.А.* Фрактальный метод и фрактальная парадигма в современном естествознании. - Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2012. 108 с.
47. *Потапов А.А.* Фрактальный метод, фрактальная парадигма и метод дробных производных в естествознании // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. Серия: Математическое моделирование. Оптимальное управление. 2012. № 5(2). С. 172-180.
48. *Потапов А.А., Герман В.А.* Фрактальный непараметрический обнаружитель радиосигналов // *Радиотехника*. 2006. № 5. С. 30-36.
49. *Потапов А.А., Герман В.А.* Методы фрактальной обработки слабых сигналов и мало контрастных изображений // *Автометрия*. 2006. Т. 42. № 5. С. 3-25.
50. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Потапов А.А., Герман В.А.* Применение теории фракталов, дробной меры и скейлинговых эффектов в схемах обнаружителей радиосигналов // *Нелинейный мир*. 2006. Т. 4. № 4-5. С. 165-171.
51. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Потапов А.А., Герман В.А.* Идеи скейлинга и дробной размерности в схеме фрактального обнаружителя радиосигналов // *Радиотехника и электроника*. 2006. Т. 51. № 8. С. 968-975.
52. *Потапов А.А., Герман В.А.* Современные методы экспериментальных исследований фрактальных объектов и физических процессов // *Сб. статей «Синергетика геосистем»*. - М.: ИГЕМ РАН, 2007. С. 134 – 141.
53. *Potapov A.A.* On Fractal Theory in Radio Engineering, Micro- and Nanoelectronics // *Problems of Non-Linear Analysis in Engineering Systems*. 2008. V. 14. № 1(29). P. 165-177.
54. *Потапов А.А.* Концепция фрактальных радиосистем и фрактальных устройств: анализ и синтез // *Динамика сложных систем*. 2008. Т. 2. № 1. С. 11-29.
55. *Потапов А.А.* О применении показателя Херста  $H$  в адаптивной фрактальной обработке информации и синтезе новых классов фрактальных « $H$ -сигналов» // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. 2008. Т. 15. № 6. С. 1121-1123.
56. *Потапов А.А.* Фракталы, скейлинг и дробные операторы в физике и радиотехнике // *Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии*. 2009. Т. 1. № 1-2. С. 64-108.
57. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации. Фрактальный анализ сигналов // *Радиотехника и электроника*. 2001. Т. 46. № 3. С. 261-270.
58. *Потапов А.А., Герман В.А.* О методах измерения фрактальной размерности и фрактальных сигналов многомерных стохастических сигналов // *Радиотехника и электроника*. 2004. Т. 49. № 12. С. 1468-1491.
59. *Потапов А.А.* Новые виды и методы синтеза динамических фрактальных обнаружителей пространственно-временных сигналов // *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2014. Т. 19. № 2. С. 24-40.
60. *Потапов А.А.* Колебания, волны, структуры и системы на примерах глобального фрактально-скейлингового метода (множества меры нуль, сингулярности, скейлинг, топология выборки, спрайты, джеты, эльфы, мемристоры, осцилляторы, фрактальные лабиринты, робастные антенные решетки и фрактальные обнаружители) // *Нелинейный мир*. 2014. Т. 12. № 4. С. 3-38.
61. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* Стохастические сигналы и преобразование Радона при получении растровых радиолокационных изображений микроволновым цифровым радиолокатором с фрактальной обработкой информации // *Радиотехника и элект-*

трика. 2000. Т. 45. № 12. С. 1447-1458.

62. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* Фракталы, преобразование Радона в радиолокаторах с обработкой на несущей частоте и перспективы их применения // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2001. № 4. С. 3-15.

63. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* Фрактальные и радоновские преобразования в радиолокаторах нового поколения с обработкой на несущей частоте // Вопросы перспективной радиолокации. М.: Радиотехника, 2003. С. 148-177.

64. *Опаленов Ю.В., Потапов А.А.* Фрактальная радиолокационная радонометрия: Эндоморфизмы радоновских представлений // Electromagnetic Phenomena. 2005. V. 5. № 2(15). P. 143-159.

65. *Потапов А.А., Быстров Р.П., Гвоздев А.Е., Немцов А.В.* Избранные вопросы теории и практики линейной и нелинейной радиолокации: В 3-х частях. Ч. I. Линейная радиолокация, 240 с.; Ч. II. Нелинейная радиолокация, 234 с.; Ч. III. Нелинейная радиолокация, 180 с. / под ред. д.ф.-м.н., проф. А.А. Потапова. М.: 3 ЦНИИ МО РФ, 2014.

66. *Герман В.А., Потапов А.А.* Пример использования гипотезы самоподобия в задаче обнаружения акустического сигнала // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 4-5. С. 204-207.

67. *Потапов А.А., Потапов А.А. (мл.), Потапов В.А.* Фрактальный конденсатор, дробные операторы и фрактальные импедансы // Нелинейный мир. 2006. Т. 4. № 4-5. С. 172-187.

68. *Гуляев Ю.В., Никитов С.А., Потапов А.А., Давыдов А.Г.* О проектировании фрактальных радиосистем. Численный анализ электродинамических свойств фрактальной антенны Серпинского // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. № 9. С. 1070-1076.

69. *Foukzon J., Potapov A.A.* Homing Missile Guidance Law with Imperfect Measurements and Imperfect Information about the System // [arXiv:1210.2933](https://arxiv.org/abs/1210.2933).

(General Mathematics), 8 October 2012, Cornell University, USA. 2012. 58 p.

70. *Потапов А.А., Шифрин Я.С., Кузеев Р.Р.* Генетические и самоаффинные методы проектирования фрактальных антенн // Антенны. 2014. № 3 (202). С. 25-48.

71. *Леонов К.Н., Потапов А.А., Ушаков П.А.* Использование инвариантных свойств хаотических сигналов в синтезе новых помехоустойчивых широкополосных систем передачи информации // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 12. С. 1209-1229.

72. *Потапов А.А., Лактюнькин А.В.* Частотная функция когерентности пространственно-временного радиолокационного канала формирования изображений анизотропной фрактальной поверхности и фрактальных объектов // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 9.

73. *Быстров Р.П., Дмитриев В.Г., Потапов А.А., Перунов Ю.М., Черепенин В.А.* Электромагнитные системы и средства преднамеренного воздействия на физические и биологические объекты // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии – РЭНСИТ. 2014. Т. 6. № 2. С. 129-169.

74. *Foukzon J., Men'kova E., Potapov A.A.* The Solution Classical Feedback Optimal Control Problem for  $m$ -Persons Differential Game with Imperfect Information // Open Journal of Optimization. 2013. V. 2. № 1. P. 16-25 (<http://www.scirp.org/journal/ojop>).

75. *Подосенов С.А., Потапов А.А., Соколов А.А.* Импульсная электродинамика широкополосных радиосистем и поля связанных структур / под ред. А.А. Потапова. М.: Радиотехника, 2003. 720 с.

76. *Подосенов С.А., Потапов А.А., Фоукзон Дж., Менькова Е.Р.* Неголономные, фрактальные и связанные структуры в релятивистских сплошных средах, электродинамике, квантовой механике и космологии: В 3-х т. / под ред. А.А. Потапова. М.: ЛЕНАНД, 2015. 1200 с.

УДК 621.391

*П.А. Полушин, Д.А. Мартышевская, И. Джулани*

## МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ МЕЖСИМВОЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ С РАЗНЕСЕНИЕМ

*Предложен и описан метод компенсации межсимвольных искажений цифровых сигналов при разнесенном приеме. Проведено сравнение эффективности метода с методом оптимального сложения разнесенных сигналов. Описаны результаты компьютерного моделирования предложенного метода и показана его эффективность в различных условиях работы.*

**Ключевые слова:** межсимвольная интерференция, метод компенсации, разнесенный прием.

**Введение.** В многолучевых системах передачи цифровой информации в связи с разным временем распространения сигналов по различ-

ным лучам могут наблюдаться заметные частотно-селективные замирания, которые во временной области сопровождаются значительным

уровнем межсимвольной интерференции (МСИ). Наличие МСИ существенно снижает качественные характеристики передачи. Применение разнесенного приема в «классическом» виде во многих случаях неэффективно, однако содержит возможности улучшения качества передачи.

**Целью работы** является описание метода уменьшения уровня межсимвольных искажений путем компенсации мешающих составляющих в принимаемых разнесенных сигналах с использованием особенностей многолучевого распространения и структуры сигналов. Рассмотрению возможностей этого метода посвящена данная статья.

**Теоретические исследования.** При воздействии МСИ в приемном тракте каждый принятый символ является суперпозицией переданного символа и нескольких предыдущих символов с определенными весовыми коэффициентами [1–3]. В результате процесс демодуляции приобретает некоторые особенности [4].

Рассмотрим его подробнее. Пусть  $S(t)$  – передаваемый сигнал,  $g(t)$  – импульсная характеристика канала передачи,  $\tau$  – длительность символа. МСИ возникает, когда длительность импульсной характеристики  $T_g$  на значимом для обработки уровне составляет  $m$  символов,  $T_g = m\tau$ . Тогда ее можно представить в виде  $g(t) = \sum_{k=1}^m g_k(t)$ , где функция  $g_k(t)$  равна  $g(t)$  на интервале  $(k-1)\tau \leq t < k\tau$ .

После прохождения многолучевого канала сигнал приобретает вид

$$S_M(t) = \sum_{k=1}^m \left[ \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} S(t-u) g_k(u) du \right].$$

Рассмотрим ситуацию, когда используется модуляция BPSK. Корреляционная обработка осуществляется умножением принятого сигнала на опорный сигнал  $S_0(t) = U_C \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $U_C$ ,  $\omega_0$  и  $\varphi_0$  – его амплитуда, частота и начальная фаза, и интегрированием результата произведения на интервале длительности символа  $\tau$ . В этом случае отсчет  $v_q$  номера  $q$  (после перехода к комплексному представлению сигналов знаком «\*» обозначена операция комплексного сопряжения) определится формулой:

$$v_q = \int_{(q-1)\tau}^{q\tau} \dot{S}_M(t) \dot{S}_0^*(t) dt = \sum_{k=1}^m \int_{(q-1)\tau}^{q\tau} \dot{S}_0^*(t) \left[ \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} \dot{S}(t-u) \dot{g}_k(u) du \right] dt. \quad (1)$$

Внутренний интеграл в формуле (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} & \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} \dot{S}(t-u) \dot{g}_k(u) du dt = \\ & = x_{q-k+1} U_C \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} \dot{g}_k(u) \exp[j\omega(t-u)] du = \\ & = x_{q-k+1} U_C \exp(j\omega t) \int_{(k-1)\tau}^{k\tau} \dot{g}_k(u) \exp(-j\omega u) du = \\ & = x_{q-k+1} U_C \dot{h}_k \exp(j\omega t), \end{aligned} \quad (2)$$

где величина  $x_{q-k+1} = \pm 1$  и соответствует одному из двух возможных состояний передаваемого с помощью BPSK значения данного символа; коэффициенты  $\dot{h}_k$  определяются только особенностями формы импульсной характеристики  $\dot{g}_k(t)$  многолучевого канала передачи.

Считаем, что в стационарном режиме работы используется фазовая автоподстройка частоты, при этом в отсутствии МСИ система автоподстройки обеспечивает достаточно точное совпадение частоты опорного генератора с частотой передаваемого сигнала,  $\omega_0 = \omega$ . Начальная фаза колебания опорного генератора при этом устанавливается близкой к начальной фазе несущей сигнала BPSK, что обеспечивает максимальный уровень сигналов после коррелятора. Однако при воздействии МСИ заметного уровня начальная фаза опорного генератора станет зависеть не только от фазы основного символа, но также и от сигналов всех  $m$  лучей.

Действительно, после подстановки (2) в (1) получаем:

$$v_q = \sum_{k=1}^m x_{q-k+1} \tau U_C U_0 \dot{h}_k \exp(-j\varphi_0).$$

Для удобства дальнейшего рассмотрения опускаем постоянные коэффициенты, тогда:

$$v_q = \sum_{k=1}^m x_{q-k+1} \dot{h}_k \exp(-j\varphi_0),$$

аргумент величины  $\sum_{k=1}^m x_{q-k+1} \dot{h}_k$  отличается от аргумента величины  $x_q$ .

Это отличие накладывается на фазу опорного генератора, и поскольку модули и фазы коэффициентов  $\dot{h}_k$  имеют в общем случае независимые значения, то колебание опорного генератора может уже не быть достаточно синфазным с колебанием основного символа, т.е. его фаза  $\varphi_H$  будет отличаться от начальной фазы основного символа на некоторую величину. При этом часть энергии полезного сигнала теряется. Чтобы этого не произошло, всегда, несмотря на наличие автоподстройки частоты, необходимо использовать два коррелятора с взаимно ортогональными опорными сигналами (сдвинутыми один относи-

тельно другого на угол  $90^\circ$ ). Далее следует производить обработку одновременно двух последовательностей символов, получаемых с обоих корреляторов.

Две последовательности отсчетов на выходах этих корреляторов определяются, соответственно, выражениями:

$$v_{Cq} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^m x_{q-k+1} \dot{h}_k \exp(-j\varphi_H) \right\},$$

$$v_{Sq} = \operatorname{Im} \left\{ \sum_{k=1}^m x_{q-k+1} \dot{h}_k \exp(-j\varphi_H) \right\}.$$

Другой путь реализации подстройки фазы опорного генератора может состоять в том, чтобы подстройка производилась достаточно быстро во время передачи тестовых сигналов. Тестовая последовательность передается для определения параметров сигналов, вызывающих МСИ, и заключается в передаче радиопульсов с постоянной начальной фазой на несущей частоте. Подстройка частоты и фазы опорного генератора производится в течение принимаемого основного символа, а на интервале времени между основными символами подстройка не осуществляется, чтобы исключить появление ошибки фазы опорного генератора из-за мешающих сигналов. При этом паузы между интервалами подстройки опорного генератора можно использовать для определения параметров мешающих сигналов, которые приходят по другим лучам.

При использовании такого вида подстройки фазы опорного генератора сигнал основного луча будет на выходе только одного из подобных корреляторов, а на выходе другого коррелятора он будет отсутствовать, а будут присутствовать только сигналы мешающих лучей. Однако и их можно далее использовать для улучшения эффективности компенсации МСИ. Таким образом, если в системе реализуется параллельная передача сигналов в форме разнесения, то сигналы, принимаемые по разным каналам разнесения, можно использовать для частичной компенсации задержанных символов, накладывающихся на основной символ.

Рассмотрим систему с  $N$ -кратным частотным разнесением. При этом используются  $N$  различных опорных генераторов, каждый из которых подстраивается под частоту и фазу несущей своего канала. Однако, поскольку обработка сигналов в рассматриваемом методе производится после корреляторов, то в принципе он применим и при пространственном разнесении, если на приемной стороне в каждом канале разнесения будет использован отдельный самостоятельный опорный генератор.

В каждом канале разнесения совокупности отсчетов  $v_{Cq}$  и  $v_{Sq}$  будут различаться, и при до-

статочной величине разнесения их изменения по времени будут коррелированы слабо. Первоначально будем рассматривать только последовательности отсчетов  $v_{Cq}$  в каждой ветви разнесения. В каждом из них составляющая  $x_q \dot{h}_1 \exp(-j\varphi_H)$  может считаться полезной, а остальные  $m-1$  составляющих  $x_{q-1} \dot{h}_2(-j\varphi_H) \div \div x_{q-m+1} \dot{h}_m(-j\varphi_H)$  – мешающими. И полезные, и мешающие составляющие представляют собой во всех  $N$  каналах одни и те же сигналы и отличаются только весовыми коэффициентами, и здесь могут быть эффективно применены известные методы компенсации помех [5,6].

Для удобства дальнейшего анализа переобозначим рассматриваемые величины. Пусть в  $q$ -й момент времени полезный сигнал  $x_q = s$ , мешающие сигналы  $x_{q-k+1} = y_j$ , ( $k=2 \div m$ ,  $j=k-1$ ,  $j=1 \div (m-1) = M$ ). Весовые коэффициенты в  $i$ -й ветви разнесения при полезных сигналах равны  $\{\operatorname{Re}[\dot{h}_1 \exp(-j\varphi_H)]\}_i = \mu_i$ ,  $i=1 \div N$ , весовые коэффициенты при мешающих сигналах равны  $\{\operatorname{Re}[\dot{h}_{j+1}(\exp(-j\varphi_H))]\}_i = \eta_{ij}$ . Совокупность коэффициентов  $\mu_i$  обозначим, как вектор-столбец  $\boldsymbol{\mu}$  размером  $1 \times N$ , совокупность мешающих сигналов  $y_j$  обозначим так же как, вектор-столбец  $\boldsymbol{y}$  размером  $1 \times M$ . Коэффициенты  $\eta_{ij}$  составят матрицу  $\boldsymbol{H}$  размером  $N \times M$ ,  $(H)_{ij} = \eta_{ij}$ . В общем случае величины всех  $\mu_i$  и  $\eta_{ij}$  различаются.

В подобной ситуации методы компенсации позволяют объединением сигналов различных ветвей с определенными весовыми коэффициентами  $a_i$  изменять соотношение уровней любых составляющих сигналов [5,6]. В частности, можно значительно уменьшить уровень мешающих составляющих межсимвольной интерференции, а в некоторых случаях полностью их скомпенсировать.

Весовые коэффициенты  $a_i$  объединим в вектор-столбец  $\boldsymbol{a}$ . Величина полезного сигнала после суммирования равна  $U_C = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{a}$ , где индексом « $T$ » обозначена операция транспонирования. Помеховые составляющие определяются произведением  $\boldsymbol{H}\boldsymbol{y}$ . Поскольку соседние информационные символы можно считать независимыми, то средняя мощность полезного сигнала и суммарная средняя мощность мешающих составляющих равны соответственно  $P_C = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{a}$  и  $P_M = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{H} \boldsymbol{H}^T \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{H}_2 \boldsymbol{a}$ , где  $\boldsymbol{H}_2 = \boldsymbol{H} \boldsymbol{H}^T$ . Для нахождения оптимальных значений весовых коэффициентов необходимо минимизировать отношение  $\gamma = P_M / P_C$ . Продифференцируем это отношение по каждому из коэффициентов  $a_i$  и приравняем результаты дифференцирования к нулю. Получен-

ные  $N$  уравнений после преобразования также можно записать в векторной форме:

$$\mathbf{H}_2 \mathbf{a} \mathbf{a}^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{a} = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{a} \mathbf{a}^T \mathbf{H}_2 \mathbf{a}.$$

С использованием выражений для  $P_C$  и  $P_M$  формулу можно преобразовать следующим образом:

$$\gamma \mathbf{H}_2 \mathbf{a} = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{a}. \quad (3)$$

Из (3) видно, что если  $N \leq M$ , то имеется единственное решение [7]:  $\mathbf{a}_{\text{opt}} = \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu}$ , где индексом «-1» обозначена операция определения обратной матрицы. При использовании таких весовых коэффициентов средняя мощность полезного сигнала и суммарная средняя мощность мешающих составляющих равны соответственно:

$$P_C = \boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{H}_2^{-1})^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu} = (\boldsymbol{\mu}^T \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu})^2,$$

$$P_M = \boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{H}_2^{-1})^T \mathbf{H}_2 \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu},$$

поскольку матрица  $\mathbf{H}_2$  – симметричная. Таким образом, обеспечивается соотношение  $P_C/P_M = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{H}_2^{-1} \boldsymbol{\mu}$ . Если  $N > M$ , то матрица  $\mathbf{H}_2$  – вырожденная и решением будет любая линейная комбинация ее собственных векторов, соответствующих нулевым собственным числам.

Регулировка весовых коэффициентов на основе полученной формулы обеспечивает минимальный остаточный уровень компонент МСИ, однако ее следует использовать только при незначительном уровне шумов. Если же это условие не выполняется, то при каких-то соотношениях коэффициентов  $\eta_{ij}$  при уменьшении уровня МСИ наряду с этим может значительно возрасти результирующий уровень шумов. Поэтому при оптимизации весовых коэффициентов следует одновременно учитывать и вклад шумов, как мешающих составляющих.

Будем считать приемную аппаратуру каналов разнесения одностипной и примем величину средней мощности шума в каждом канале равной  $\sigma^2$ . Поскольку шумовые реализации в каналах можно считать взаимно некоррелированными, то после суммирования средняя мощность шума определится выражением:  $P_N = \sigma^2 \mathbf{a}^T \mathbf{a}$  и для нахождения вида оптимальных коэффициентов необходимо минимизировать уже отношение  $(P_M + P_N)/P_C$ .

Мешающими составляющими входных сигналов являются и компоненты МСИ, и компоненты шума. При этом различные алгоритмы обработки принимаемых сигналов по-разному влияют на эти два вида компонент, при одном алгоритме более эффективно подавляются компоненты МСИ, при другом алгоритме сильнее снижается уровень шума. Поэтому для сравнительных заключений представляется более

удобным рассматривать постоянным уровень полезного сигнала после обработки разными алгоритмами, а получающийся различный уровень компонент МСИ и шума отсчитывать относительно его.

Если учитывать наличие шума в разнесенных сигналах, то общая корреляционная матрица мешающих составляющих станет равна  $\mathbf{H}_2 + \sigma^2 \mathbf{E}$ , где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размером  $N \times N$ , поскольку шумовые компоненты различных ветвей некоррелированы. В этом случае выражение для весовых коэффициентов, оптимальных уже с учетом шума, будет иметь вид:

$$\mathbf{a}_{\text{opt}} = (\mathbf{H}_2 + \sigma^2 \mathbf{E})^{-1} \boldsymbol{\mu}. \quad (4)$$

При этом матрица  $\mathbf{H}_2 + \sigma^2 \mathbf{E}$  не будет вырожденной ни при каких соотношениях между  $N$  и  $M$ . Соотношение средней мощности суммы мешающих составляющих к полезной составляющей при этом определяется выражением:

$$(P_M + P_N)/P_C = 1/\boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{H}_2 + \sigma^2 \mathbf{E})^{-1} \boldsymbol{\mu}.$$

Представляет интерес сравнить результаты комбинирования разнесенных сигналов в соответствии с выражением (4) с общим уровнем мешающих компонент при «классическом» комбинировании. Будем рассматривать метод оптимального сложения, который при одинаковых уровнях шума в ветвях разнесения упрощается до квадратичного сложения. Этот метод максимизирует только отношение «сигнал/шум», а наличие МСИ не учитывает. Весовые коэффициенты при этом определяются выражением:  $\mathbf{a} = \boldsymbol{\mu}$ , соотношение общей мощности мешающих компонент к мощности полезной компоненты – выражением [6]:

$$(P_M + P_N)/P_C = [\boldsymbol{\mu}^T (\mathbf{H}_2 + \sigma^2 \mathbf{E}) \boldsymbol{\mu}] / \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu}.$$

Если используются два коррелятора, то две последовательности по  $N$  отсчетов рассматриваются как одна последовательность с  $2N$  отсчетами (кратность разнесения как бы удваивается). При этом, хотя во «второй половине» последовательности отсутствуют полезные составляющие, но имеющиеся там мешающие составляющие имеют другие амплитудно-фазовые характеристики, чем те же составляющие из «первой половины», и их можно использовать для более эффективной компенсации.

**Реализация квазиоптимального алгоритма компенсации.** Описанный алгоритм определяет значения оптимальных весовых коэффициентов, которые могут обеспечить наилучшее подавление мешающих составляющих. Однако это требует вычислений с применением матричной обработки и взвешенного суммирования принимаемых разнесенных сигналов с использо-



сумматоре ( $\Sigma$ ). Далее выходной сигнал сумматора интегрируется в интеграторе (Инт.) и используется как значение коэффициента  $K_y$ . Определенное во время тестового сеанса значение  $K_y$  запоминается в блоке памяти ПЗ и используется при передаче информационной последовательности до следующего тестового сеанса. Для этого выходной сигнал коррелятора Корр.2 в блоке регулировки усиления РУ2, аналогичном РУ1, умножается на запомненное значение  $K_y$  и далее вычитается в блоке вычитания В2 из сигнала первого коррелятора.

Несмотря на то, что ортогональная и синфазная компоненты каждого мешающего сигнала имеют различные значения, но во время передачи информационных последовательностей они относятся к одному и тому же передаваемому символу  $x_i$ , следовательно, свой знак меняют одновременно. Как следует из теории корреляционных компенсаторов [2,5,6], при подобной регулировке после блока В2 уровень мешающих составляющих уменьшается на величину, пропорциональную квадрату коэффициента корреляции между значениями синфазных и ортогональных составляющих. Эта величина зависит от свойств канала передачи и случайно меняется по времени, однако лишь в редкие моменты времени она может равняться нулю. В остальное время уровень мешающих составляющих на выходе В2 снижается, а уровень полезного сигнала остается прежним. В случае необходимости в схеме можно учесть присутствие тепловых шумов, включив постоянную добавку в значения, накапливаемые в П1 и П2. Блоки К3 работают сходным образом, но регулировка производится исходя не из минимума мешающих составляющих, а из максимума соотношения уровней полезных и мешающих сигналов.

**Экспериментальные исследования.** Для определения выигрыша от оптимального комбинирования сигналов были произведены вычислительные эксперименты на основе моделирования процесса обработки принимаемых сигналов различными методами [8,9]. В качестве модели замираний разнесенных сигналов использовалась релеевская модель [1,2].

Предполагалось, что фазирование опорного сигнала коррелятора производится по основному сигналу первого луча, и замирания его уровня могут быть описаны релеевским распределением. Поскольку фазовый сдвиг сигналов других лучей распределен случайно относительно фазы первого луча (а значит, и относительно фазы опорного сигнала), то уровень соответствующих ортогональных составляющих этих лучей может быть описан гауссовым распределением.

В результате замираний величина мешающих компонент меняется относительно величины основного символа, естественно, меняется и степень их подавления при использовании различных алгоритмов. Однако предполагалось, что усредненные за достаточно большой интервал времени уровни мешающих компонент составляют определенные величины относительно усредненной мощности основного символа. Эти величины использовались в качестве параметров соответствующих независимых гауссовых распределений отсчетов ортогональных составляющих в различных разнесенных сигналах. Далее к отсчетам добавлялись шумовые составляющие и на основе полученного набора величин по различным алгоритмам определялись необходимые весовые коэффициенты. С их использованием вычислялись остаточные после обработки уровни МСИ и шума в данном отсчете выходного сигнала.

После усреднения этих результатов по достаточно длинным выборкам определялись средние величины подавления при использовании разных алгоритмов. Для сравнения эффективности различных методов каждый набор отсчетов обрабатывался с помощью двух методов – известного метода оптимального сложения и описываемого метода компенсации мешающих лучей. Определялись остаточные уровни отдельно мощности шумов и отдельно суммарной мощности мешающих сигналов, а также общей суммы их мощностей для разной величины  $\rho$  соотношения усредненной мощности основного сигнала (определяемой параметром его релеевского распределения) и мощности шума до обработки в корреляторах.

На графиках рисунков 3–8 в качестве примера представлены некоторые результаты экспериментов. На всех рисунках по оси абсцисс отложены значения  $\rho$  отношения «сигнал/шум» (с/ш) одиночного сигнала.

Поскольку целью экспериментов было определение степени независимого подавления разных мешающих компонент различными методами, то для наглядности результатов по вертикальной оси откладывались «обратные» отношения: остаточной мощности шума ( $\beta_1$ , графики под номерами 1); остаточной суммарной средней мощности сигналов мешающих лучей ( $\beta_2$  графики под номерами 2); и общей мощности шума и мешающих лучей ( $\beta_3$ , графики под номерами 3) к усредненной мощности полезного сигнала после обработки.

Прерывистыми линиями обозначены графики, соответствующие методу оптимального сложения, сплошными линиями – методу комбини-

рования. Графики на рисунках 3 и 4 получены при двукратном разнесении и при воздействии сигналов двух мешающих лучей ( $N=2$ ,  $M=2$ ). Графики на рисунках 5, 6 и 7, 8 получены при значениях параметров соответственно  $N=2$ ,  $M=4$  и  $N=4$ ,  $M=4$ . На всех рисунках при  $M=2$  значения средней мощности мешающих символов относительно основного символа составляли величины 0,8 и 0,6. При  $M=4$  эти величины были равны: 0,8; 0,6; 0,2; 0,1.

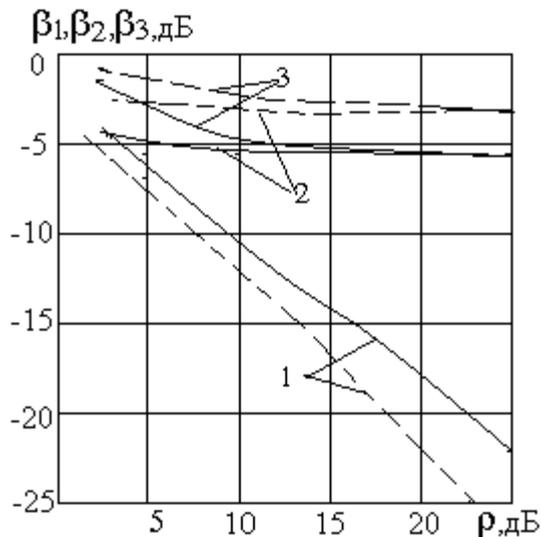


Рисунок 3 – Подавление шума и сигналов мешающих без использования ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=2$  и числе мешающих лучей  $M=2$

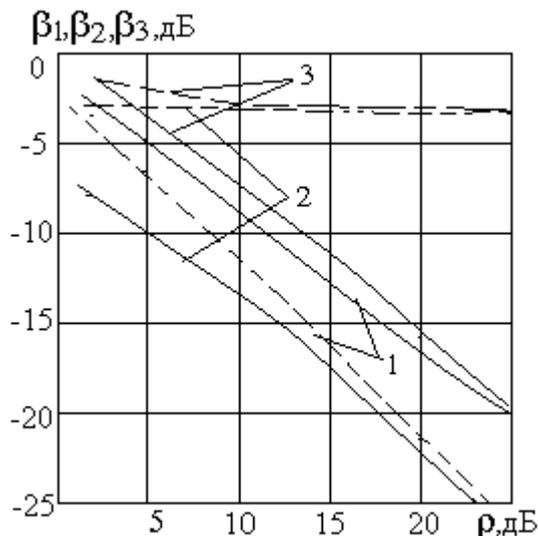


Рисунок 4 – Подавление шума и сигналов мешающих с использованием ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=2$  и числе мешающих лучей  $M=2$

Исследовались ситуации, когда для компенсации использовались только синфазные составляющие мешающих сигналов (рисунки 3, 5 и 7) и ситуации, когда для компенсации совместно с

ними использовались и ортогональные составляющие мешающих сигналов (рисунки 4, 6 и 8).

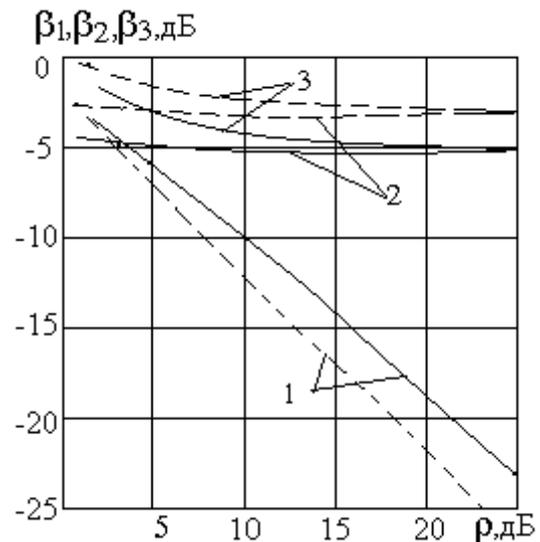


Рисунок 5 – Подавление шума и сигналов мешающих без использования ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=2$  и числе мешающих лучей  $M=4$

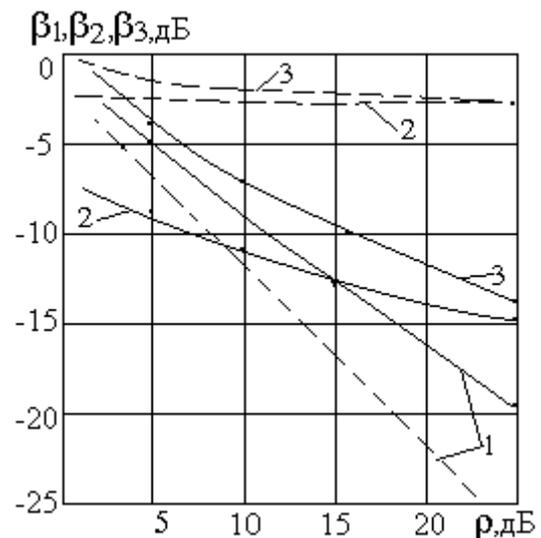


Рисунок 6 – Подавление шума и сигналов мешающих с использованием ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=2$  и числе мешающих лучей  $M=4$

**Выводы.** Результаты всей серии экспериментов позволяют сделать следующие выводы.

1. Метод компенсации позволяет повысить помехоустойчивость передачи цифровых сигналов при воздействии МСИ и в одинаковых условиях работы добиться заметно лучшего подавления суммарной мощности мешающих сигналов и шума по сравнению с известным методом оптимального сложения сигналов, который увеличивает только отношение «сигнал/шум», при этом положительный эффект возрастает с увеличением кратности разнесения.

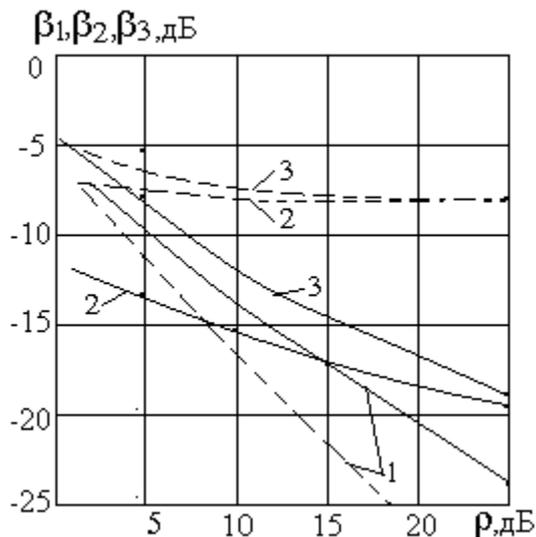


Рисунок 7 – Подавление шума и сигналов мешающих без использования ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=4$  и числе мешающих лучей  $M=4$

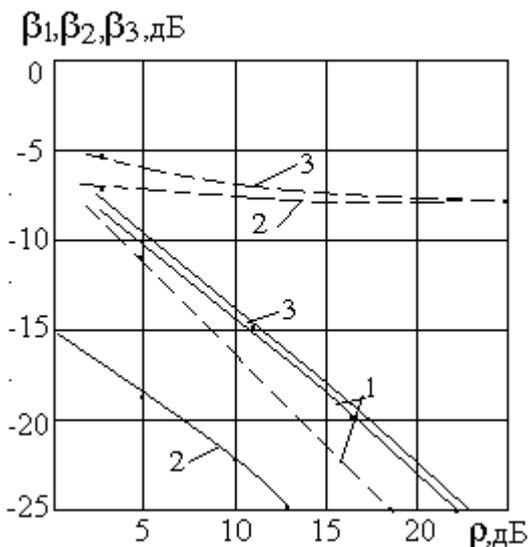


Рисунок 8 – Подавление шума и сигналов мешающих с использованием ортогональной составляющей при кратности разнесения  $N=4$  и числе мешающих лучей  $M=4$

2. Если рассматривать только остаточный уровень шума, то метод оптимального сложения позволяет достичь лучших результатов, чем метод компенсации.

Использование для компенсации наряду с синфазными составляющими мешающих сигналов также и их ортогональных компонент позволяет значительно улучшить степень их подавления, поскольку это эквивалентно применению удвоенной кратности разнесения.

#### Библиографический список

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение/ пер. с англ. – М.: Изд. дом “Вильямс”, 2003. – 1104 с.
2. Полушин П.А., Самойлов А.Г. Избыточность сигналов в радиосвязи. – М.: Радиотехника, 2007. – 256 с.
3. Полушин П.А. Методы борьбы с помехами и искажениями. – LAP Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2011. – 342 с.
4. Никитин О.Р., Полушин П.А., Ульянова Е.В., Сеницин Д.В. Метрика при сверточной обработке цифровых сигналов // *Фундаментальные исследования*. 2012.– №11 (часть 2). – С. 450-453.
5. Защита от радиопомех. // под ред. Максимова М.В.–М.: Сов. радио, 1976. – 496 с.
6. Лосев Ю.И. и др. Адаптивная компенсация помех в каналах связи. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.
7. Воеводин В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
8. Полушин П.А. Сеницин Д.В., Мартышевская Д.А. Адаптация сверточного алгоритма кодирования при замираниях сигнала // *Материалы 10-й МНТК «Перспективные технологии в средствах передачи информации (ПТСПИ-2013)»*, Т. 1. Владимир. 26-28 июля 2013 г. – С. 134-136.
9. Свидетельство №2014616707 о государственной регистрации программы для ЭВМ. Зарегистрировано 02.07.2014. Программный комплекс для исследования метода компенсации компонентов межсимвольной интерференции. / П.А. Полушин, С.А. Самойлов, Е.В. Смирнова, И. Джулани, Ж.Л. Гомес.

УДК 621.391

*П.С. Покровский*

## ПРОЦЕДУРА СИНТЕЗА РАДИОСИГНАЛОВ С УПРАВЛЯЕМОЙ СВЯЗЬЮ МЕЖДУ КВАДРАТУРНЫМИ СОСТАВЛЯЮЩИМИ ПО ДВУМ ПОКАЗАТЕЛЯМ КАЧЕСТВА

*Проведен синтез радиосигналов с управляемой связью между синфазной и квадратурной составляющими (РУССКС) по критерию качества, косвенно учитывающему ширину полосы частот сигнала и уровень флуктуации огибающей. Показано, что синтезированные сигналы позволяют варьировать*

ширину полосы частот в диапазоне более, чем 28 %, а величину пик-фактора – в диапазоне более 1,9 дБ. Обоснована двухэтапная процедура синтеза РУССКС с заданными спектральными и энергетическими свойствами. Обосновано множество РУССКС, позволяющих изменять спектральную эффективность в пределах от 0,66 до 1,1 Гц/(бит/с), а помехоустойчивость – в пределах от 6,8 до 7,4 дБ.

**Ключевые слова:** космические радиосистемы передачи информации, спектрально-эффективные радиосигналы, многокритериальный синтез, комбинированный критерий качества, энергетическая эффективность.

**Введение.** При организации космических радиосистем передачи информации (КРСПИ) требуется обеспечить достоверную передачу значительных объемов данных на расстояниях десятки и сотни тысяч километров [1, 2]. При этом главными проблемами, связанными с реализацией этих требований, являются невысокий энергетический потенциал передатчика и ограниченный частотный ресурс радиолинии. С учетом данных обстоятельств в современных КРСПИ широко применяются различные спектрально-эффективные радиосигналы с низким уровнем флуктуаций огибающей, такие как сигналы с T-OQPSK, GMSK и FQPSK [2]. Эти сигналы значительно отличаются по своим спектральным и энергетическим характеристикам и поэтому используются в разных приложениях.

В [3, 4] показано, что перечисленные виды сигналов можно формировать с помощью одного программно-перестраиваемого устройства, основанного на введении специальной управляемой связи между синфазной и квадратурной составляющими радиосигнала. Этот универсальный формирователь позволяет производить плавную смену вида модуляции за счет изменения значений всего двух управляющих коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$ , не прерывая сеанса связи. Кроме того, для приема перечисленных спектрально-эффективных сигналов в [5] разработана универсальная схема детектора, также управляемая путем изменения значений коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$ . Результаты предварительных исследований показывают [3], что кроме известных T-OQPSK-, GMSK- и FQPSK-сигналов данный формирователь поддерживает и неизвестные формы сигналов, которые обеспечивают различное сочетание спектральных и энергетических характеристик. С учетом этого в интересах создания перспективных КРСПИ целесообразно проведение двухкритериального синтеза радиосигналов с управляемой связью между синфазной и квадратурной составляющими (РУССКС) для достижения требуемых спектральных и энергетических характеристик радиолинии.

**Цель работы** – обоснование процедуры

синтеза РУССКС по критериям спектральной и энергетической эффективности.

**Минимизация полосы частот радиосигнала.** При организации КРСПИ актуальна задача определения значений управляющих коэффициентов РУССКС, соответствующих наименьшей занимаемой полосе частот  $\Delta F_{99}$  [1, 2]. Здесь под величиной  $\Delta F_{99}$  понимается диапазон частот, в котором сосредоточено 99 % энергии радиосигнала. Минимизация занимаемой полосы частот позволяет в условиях ограниченного частотного ресурса повысить скорость передачи информации, а также уменьшить влияние помех, действующих по соседнему каналу. Как известно [6], задача минимизации непосредственно величины  $\Delta F_{99} T_s$  ( $T_s = 2T_b$  – длительность дибита) сопряжена с большими вычислительными сложностями, связанными с необходимостью решения интегральных уравнений. Поэтому при оптимизации спектральных характеристик радиосигнала на практике в качестве целевого функционала используют эффективную полосу частот, определяемую в следующем виде [6]:

$$\beta_3 = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0)^2 G(\omega) d\omega / \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) d\omega}, \quad (1)$$

где  $G(\omega)$  – спектральная плотность мощности сигнала,  $\omega_0$  – циклическая частота несущего колебания радиосигнала.

С учетом формул, приведенных в [4], для относительной эффективной полосы частот  $\beta_3 T_s$  РУССКС можно получить выражение:

$$\beta_3 T_s = 2\pi \sqrt{\frac{1 - a_1 a_2 - \frac{8}{3\pi} a_2 + a_1^2 + a_2^2}{12 - \frac{32}{3\pi} a_2 + a_1 a_2 - 4a_2 - 8a_1 + 3(a_1^2 + a_2^2)}}. \quad (2)$$

Здесь  $a_1 = 1 - A_1$  и  $a_2 = 1 - A_2$  – вспомогательные величины.

Параметры  $a_1$  и  $a_2$  РУССКС, соответствующие наименьшей эффективной полосе частот (то есть  $\arg \{ \min_{a_1, a_2} \beta_3(a_1, a_2) \}$ ), оцениваются из необходимого условия минимума функции. Можно показать, что данному условию удовлетворяет точка с координатами  $(-0,46103; -0,12278)$ , что соответствует значениям коэффициентов

$A_1 = 1,46$  и  $A_2 = 1,12$ . При этом относительная эффективная полоса частот равна  $\beta_{\min} T_S = 1,70$ , занимаемая полоса частот –  $\Delta F_{99} T_S = 1,34$ , а величина пик-фактора –  $\Pi = 1,25$ .

Таким образом, синтезированные РУССКС выигрывают по занимаемой полосе частот более 5 % у Т-OQPSK-сигналов, более 15 % у FQPSK-сигналов и более 25 % у GMSK-сигналов ( $BT_b = 0,3$ ). Однако данное увеличение спектральной эффективности сопровождается повышением на 0,7 дБ пик-фактора по сравнению со случаем использования Т-OQPSK-сигналов.

**Минимизация пик-фактора радиосигнала.** В целях повышения энергетического потенциала радиолиний перспективных КРСПИ необходимо минимизировать уровень флуктуаций огибающей РУССКС [2]. То есть требуется решить задачу:  $\min_{a_1, a_2} \Pi(a_1, a_2)$ . Так как пик-фактор по определению является неотрицательной величиной, а также с учетом монотонности квадратичской функции данная задача эквивалентна следующей:

$$\min_{a_1, a_2} \Pi^2(a_1, a_2) = \min_{a_1, a_2} \{ \max_t P_S(t) / \overline{P_S(t)} \}. \quad (3)$$

Наличие чебышевской метрики в записи целевого функционала, как известно [7], приводит за счет значительного количества локальных экстремумов к усложнению решения поставленной задачи. Поэтому в [8] для синтеза сигналов с минимальным уровнем флуктуаций огибающей рассмотрено применение функционала, определенного в евклидовом пространстве и косвенно связанного с величиной пик-фактора. С применением данного подхода задачу (3) можно представить в виде минимизации дисперсии  $J$  мгновенной мощности РУССКС:

$$\min_{a_1, a_2} J(S_C(t, a_1, a_2)), \quad (4)$$

где  $J(S_C(t, a_1, a_2)) = \overline{(P_S(t) - \overline{P_S(t)})^2} = \overline{(P_S^2(t) - (P_S(t))^2)}$ , а второй начальный момент мгновенной мощности определяется в виде:

$$\overline{P_S^2(t)} = E \left\{ \frac{1}{T_S} \int_{iT_S}^{(i+1)T_S} (I^2(t) + Q^2(t))^2 dt \right\}, \quad (5)$$

где  $I(t), Q(t)$  – синфазная и квадратурная составляющие РУССКС.

С учетом формул, приведенных в [3], функционал  $J(S_C(t, a_1, a_2))$  можно представить в виде функции двух аргументов  $a_1, a_2$ , то есть:

$$\begin{aligned} J(a_1, a_2) = & \frac{3}{16} + \frac{37}{256} a_1^4 + \frac{1}{16} (a_2 - 10) a_1^3 + \\ & + \left( \frac{47}{128} a_2^2 - \left( \frac{5}{8} + \frac{29}{35\pi} \right) a_2 + \frac{17}{16} \right) a_1^2 + \left( \frac{1}{16} a_2^3 + \right. \\ & + \left. \left( \frac{1}{3\pi} - 1 \right) a_2^2 + \left( \frac{8}{5\pi} + \frac{9}{8} \right) a_2 - \frac{3}{4} \right) a_1 + \frac{37}{256} a_2^4 - \\ & - \left( \frac{3}{8} + \frac{29}{35\pi} \right) a_2^3 + \left( \frac{27}{16} - \frac{4}{3\pi} - \frac{16}{9\pi^2} \right) a_2^2 - \left( \frac{1}{2} + \frac{4}{5\pi} \right) a_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Оптимальные по рассматриваемому критерию параметры  $a_1, a_2$  определяются из необходимого условия минимума функции  $J(a_1, a_2)$ . Можно показать, что при условии положительной определенности управляющих коэффициентов  $A_1 \geq 0, A_2 \geq 0$  данному условию удовлетворяют РУССКС, соответствующие  $A_1 = 0,59$  и  $A_2 = 0,81$ . Величина пик-фактора этих сигналов составляет  $\Pi_{\min} = 1,004$  (уровень 0,036 дБ), а занимаемая полоса частот равна  $\Delta F_{99} T_S = 1,73$ . То есть полученные таким образом РУССКС удовлетворяют современным требованиям, предъявляемым к перспективным КРСПИ [9]. При этом синтезированные сигналы по уровню пик-фактора практически не уступают известным спектрально-эффективным радиосигналам, но занимают промежуточное положение между FQPSK- ( $\Pi = 1,003; \Delta F_{99} T_S = 1,59$ ) и GMSK- сигналами ( $\Pi = 1; \Delta F_{99} T_S \in [1,81; 2,05]$ ).

**Синтез по комбинированному критерию качества.** Анализ полученных выше результатов показывает, что наилучшие по критерию минимума пик-фактора сигналы более чем на 28 % уступают по ширине полосы частот оптимальным в плане максимума спектральной эффективности, и, наоборот, выигрывают по уровню флуктуаций огибающей порядка 1,9 дБ. Таким образом, оптимум по одному критерию качества соответствует проигрышу по второму. То есть выбор конкретного вида РУССКС для применения в перспективных КРСПИ необходимо осуществлять исходя из компромисса между спектральной и энергетической эффективностью. Для решения данной задачи предложено производить выбор управляющих коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$  на основе результатов оптимизации по комбинированному критерию качества:

$$J_K(A_1, A_2) = \lambda (\beta_S(A_1, A_2) T_S)^2 + (1 - \lambda) J(A_1, A_2), \quad (7)$$

где  $\lambda \in [0; 1]$  – весовой множитель.

Здесь первое и второе слагаемые косвенно влияют на уровень занимаемой полосы частот и пик-фактор соответственно. При этом задача синтеза сводится к задаче двумерной параметрической оптимизации, то есть

$$\min_{A_1, A_2 \geq 0} J_K(A_1, A_2, \lambda) \text{ при } \lambda \in [0; 1]. \quad (8)$$

Как известно [10], при решении подобного рода задач безусловной оптимизации высокую скорость сходимости и точность достижения оптимума в условиях ограниченных вычислительных ресурсов обеспечивают квазиньютоновские методы. На основе использования данного математического аппарата получены зависимости

управляющих коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$  от весового множителя  $\lambda$ , соответствующие решению поставленной задачи. Данные зависимости  $A_1(\lambda)$  и  $A_2(\lambda)$  методом наименьших квадратов с ошибкой по СКО менее 0,01 аппроксимируются функциями следующего вида:

$$\begin{aligned} A_1(\lambda) &= A_m(\lambda) \cos \varphi_m(\lambda), \\ A_2(\lambda) &= A_m(\lambda) \sin \varphi_m(\lambda), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $A_m(\lambda)$ ,  $\varphi_m(\lambda)$  – вспомогательные функции, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned} A_m(\lambda) &= \exp(b_3(1-\lambda)) + b_2 \operatorname{tg}(\pi(b_1 - \lambda)/2), \\ \varphi_m(\lambda) &= (b_6 \exp(b_7(\lambda-1)) + b_5) \operatorname{tg}(1,5 - 3\lambda) + b_4. \end{aligned}$$

Здесь  $b_1 \dots b_7$  – параметры аппроксимации, значения которых сведены в таблицу.

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$b_i$	0,97	0,04	-0,09	0,59	0,01	-0,04	2,38

Состав предложенного комбинированного критерия качества показывает, что задачу (8) можно рассматривать как скаляризацию двухкритериальной оптимизации управляющих коэффициентов РУССКС по минимуму эффективной полосы  $\beta_3$  и дисперсии  $J$  мгновенной мощности сигнала [6]. Учитывая монотонность функции  $\Pi(J)$ , полученные зависимости  $A_1(\lambda)$  и  $A_2(\lambda)$  принадлежат множеству «нехудших» точек данной задачи двухкритериальной оптимизации [6].

На рисунке 1 представлены зависимости пик-фактора  $\Pi$  и нормированной полосы частот РУССКС от весового множителя  $\lambda$ .

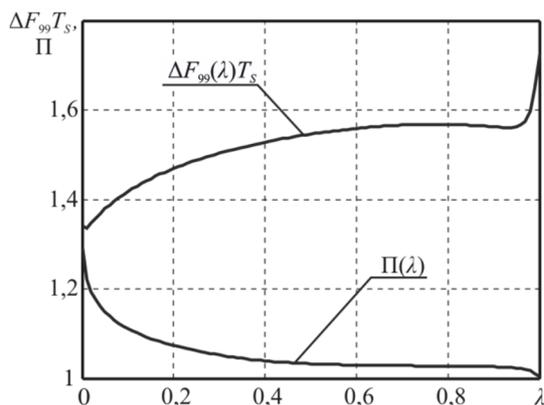


Рисунок 1 – Зависимости пик-фактора  $\Pi$  и нормированной полосы частот  $\Delta F_{99} T_s$  от весового множителя  $\lambda$

Анализ результатов показывает, что полученные зависимости  $A_1(\lambda)$  и  $A_2(\lambda)$  позволяют на одном программно-перестраиваемом модуле формировать РУССКС с различными сочетаниями спектральных и энергетических характери-

стик, определяемыми значением весового множителя  $\lambda$ . При этом диапазон изменения нормированной полосы частот составляет более чем 28 %, а уровня флуктуаций огибающей – более 1,9 дБ.

С целью формирования для перспективных КРСПИ радиосигналов с заданными спектральными и энергетическими характеристиками на основе рассчитанных функций  $\Delta F_{99}(\lambda) T_s$  и  $\Pi(\lambda)$  построена зависимость  $\Delta F_{99}(\Pi) T_s$ , показанная на рисунке 2.

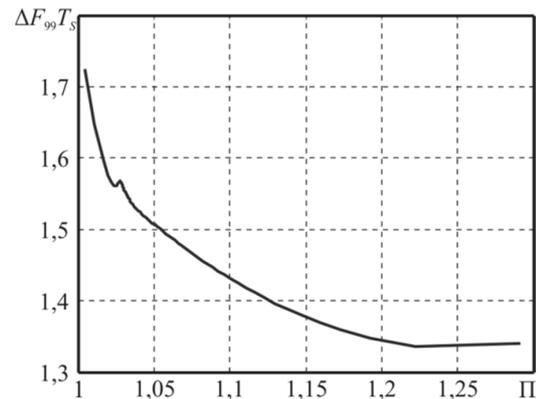


Рисунок 2 – Зависимость нормированной полосы  $\Delta F_{99} T_s$  частот от уровня пик-фактора  $\Pi$  РУССКС

Полученная характеристика (см. рисунок 2) имеет области, в которых нарушается свойство монотонности (всплеск зависимости в окрестностях точки  $\Pi = 1,025$ ). Поэтому данная кривая не является точной левой нижней границей множества допустимых точек в задаче оптимизации по критериям минимумов  $\Delta F_{99} T_s$  и  $\Pi$ . Это объясняется немонотонным характером функциональной зависимости между величинами  $\Delta F_{99}$  и  $\beta_3$ , которым на практике зачастую пренебрегают [6]. Таким образом, полученную зависимость  $\Delta F_{99}(\Pi) T_s$  можно применять в интересах оценки предельно допустимых спектральных и энергетических характеристик генерируемых в КРСПИ РУССКС. Соответствующие данным квазиоптимальным сигналам управляющие коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  представляются в виде функциональных зависимостей от величины пик-фактора  $\Pi$ , которые представлены на рисунке 3.

С учетом этого процедура синтеза РУССКС с заданными спектральными и энергетическими свойствами в интересах перспективных КРСПИ состоит из двух этапов:

1) по характеристике, приведенной на рисунке 2, согласно заданным требованиям к радиосигналам определяются значения нормированной занимаемой полосы частот  $\Delta F_{99} T_s$  и уровня пик-фактора  $\Pi$ ;

2) на основе зависимостей  $A_1(\Pi)$  и  $A_2(\Pi)$  (см. рисунок 3) устанавливаются искомые значения управляющих коэффициентов РУССКС, которые затем используются в универсальном формирователе и детекторе спектрально-эффективных радиосигналов в радиопередателе КРСПИ.

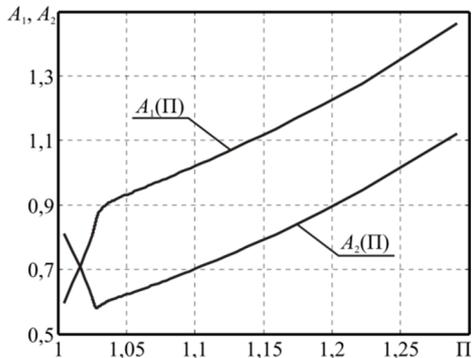


Рисунок 3 – Зависимости управляющих параметров  $A_1$  и  $A_2$  от уровня пик-фактора  $\Pi$

Помимо занимаемой полосы частот и уровня флуктуаций огибающей при выборе радиосигналов для перспективных КРСПИ необходимо учитывать помехоустойчивость в условиях действия аддитивного «белого» гауссова шума [2, 6]. В интересах учета данного фактора проведен сравнительный анализ по соотношению спектральной эффективности и помехоустойчивости синтезированных РУССКС со спектрально-эффективными сигналами, полученными в [3] и относящимися к классам FQPSK и GMSK. Результаты данного исследования приведены на рисунке 4 в виде зависимостей величины  $\Delta F_{99}/R$  ( $R$  – скорость передачи данных) от отношения  $E_b/N_0$ , соответствующего вероятности битовых ошибок  $P=10^{-3}$ , для классов FQPSK (кривая 1, отмечена сплошной линией), GMSK (кривая 2, показана пунктиром) и синтезированных по комбинированному критерию качества РУССКС (кривая 3, выделена маркерами вида «o»).

Здесь множество FQPSK-сигналов образовано функциями  $A_1(A_F)$  и  $A_2(A_F)$ , полученными в [3], при  $A_F \in [0,5; 1,5]$ , множество GMSK-сигналов описывается зависимостями  $A_1(BT_b)$  и  $A_2(BT_b)$ , полученными в [3], при  $BT_b \in [0,1; 1,0]$ , а множество синтезированных по комбинированному критерию качества РУССКС – формулами (9) при  $\lambda \in [0; 1]$ .

Из анализа рисунка 4 видно, что безусловно лучшим по соотношению помехоустойчивость – спектральная эффективность являются РУССКС, оптимальные по критерию минимума эффектив-

ной полосы частот. Однако использование данных сигналов в перспективных КРСПИ представляется затруднительным в виду значительного уровня пик-фактора  $\Pi > 1,2$  (см. рисунок 5), что существенно снижает коэффициент полезного действия выходных каскадов радиопередаточного устройства.

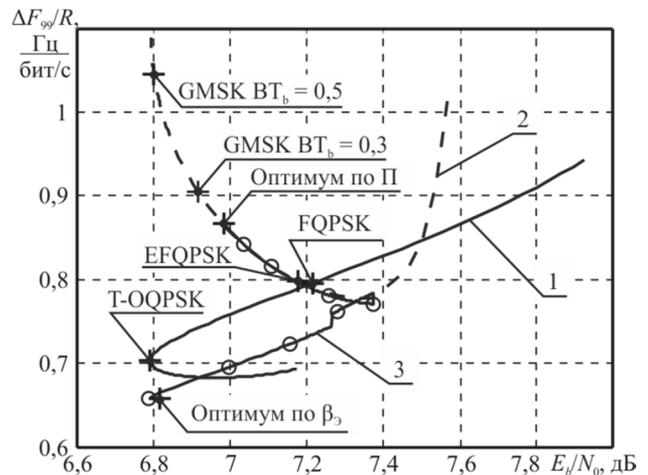


Рисунок 4 – Зависимости спектральной эффективности и помехоустойчивости для РУССКС

Совместный анализ рисунков 4 и 5 показывает, что множество FQPSK-сигналов, за исключением окрестности точки, соответствующей описанным доктором К. Феером сигналам [11], уступает по введенным критериям другим рассмотренным спектрально-эффективным сигналам, относящимся к РУССКС. Это обстоятельство делает нецелесообразным использование зависимостей  $A_1(A_F)$  и  $A_2(A_F)$ , соответствующих кривой 1 на рисунке 4, для выбора радиосигналов перспективных КРСПИ по заданной совокупности требований на спектральную и энергетическую эффективность.

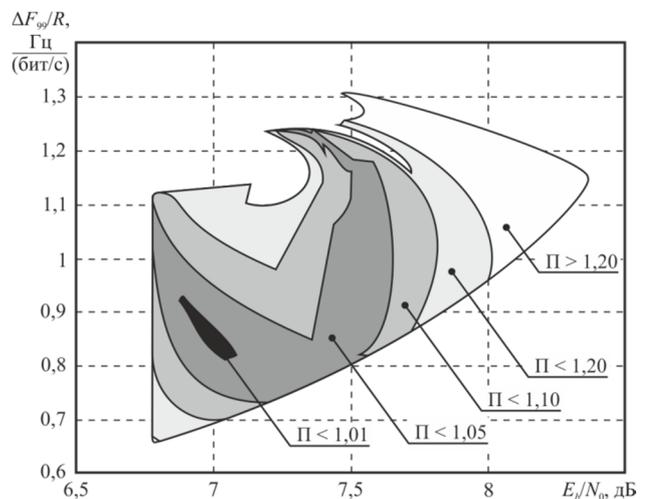


Рисунок 5 – Карта уровней значений пик-фактора РУССКС

Применение функциональных зависимостей  $A_1(BT_b)$  и  $A_2(BT_b)$ , соответствующих кривой 2 на рисунке 4, обеспечивает при малом уровне флуктуаций огибающей ( $\Pi < 1,05$ ) вариацию спектральной эффективности от 0,77 до 1,1 Гц/(бит/с) и от 6,8 до 7,6 дБ отношения  $E_b/N_0$  при вероятности битовых ошибок  $P = 10^{-3}$ . Однако главным недостатком использования РУССКС, принадлежащих кривой 2 (см. рисунок 4), для выбора радиосигналов перспективных КРСПИ по заданной совокупности требований является невозможность достижения минимальной ширины полосы частот (точка «оптимум по  $\beta_3$ », рисунок 4).

Полученные в результате синтеза функциональные зависимости (9), соответствующие кривой 3 на рисунке 4, позволяют получать наиболее спектрально эффективные виды сигналов (среди рассмотренных РУССКС), помехоустойчивость которых определяется допустимыми значениями уровня пик-фактора и ширины полосы частот. Кроме того, анализ рисунка 4 показывает, что множество синтезированных РУССКС (кривая 3) пересекается с множеством GMSK-сигналов (кривая 2). В связи с этим представляется целесообразным объединение множества оптимизированных сигналов с подмножеством GMSK-сигналов при  $BT_b > 0,25$ . Данный подход обеспечивает возможность генерировать радиосигналы с помехоустойчивостью в диапазоне  $E_b/N_0 \in [6,8; 7,2]$  дБ ( $P = 10^{-3}$ ), исходя из компромисса между уровнем флуктуаций огибающей и полосой частот радиосигнала. При этом доступный диапазон вариации спектральной эффективности лежит в пределах от 0,66 до 1,1 Гц/(бит/с), а помехоустойчивости (в терминах отношения  $E_b/N_0$  при  $P = 10^{-3}$ ) – в пределах от 6,8 до 7,4 дБ. Использование подобного расширенного множества РУССКС в перспективных КРСПИ позволит в ходе сеанса связи переключать режим формирования сигналов в интересах адаптации радиолинии под конкретные условия функционирования с учетом доступного частотного ресурса и режима работы конечных каскадов радиопередающего тракта.

**Заключение.** Таким образом, проведен синтез РУССКС по комбинированному критерию качества, косвенно учитывающему ширину занимаемой полосы частот сигнала и уровень флуктуации огибающей. Показано, что синтезированные сигналы в зависимости от выбора весового множителя  $\lambda$  позволяют варьировать занимаемую ширину полосы частот в диапазоне более чем 28 %, а уровень флуктуаций огибающей – в диапазоне более 1,9 дБ. При этом полученные сигналы не уступают известным по помехоустойчивости.

При этом полученные сигналы не уступают известным по помехоустойчивости.

В интересах перспективных КРСПИ обоснована двухэтапная процедура синтеза РУССКС с заданными спектральными и энергетическими свойствами. Проведен сравнительный анализ синтезированных РУССКС и других спектрально-эффективных радиосигналов по соотношению спектральная эффективность – помехоустойчивость при учете величины пик-фактора. Показано, что в интересах выбора радиосигналов перспективных КРСПИ по заданной совокупности требований целесообразно использовать объединение множества синтезированных сигналов с подмножеством GMSK-сигналов при  $BT_b > 0,25$ . При этом доступный диапазон вариации спектральной эффективности будет лежать в пределах от 0,66 до 1,1 Гц/(бит/с), а помехоустойчивости (в терминах отношения  $E_b/N_0$  при  $P = 10^{-3}$ ) – в пределах от 6,8 до 7,4 дБ.

#### Библиографический список

1. Наземный комплекс управления дальними космическими аппаратами. Перспективы развития / под ред. Ю.М. Урличича. – М.: Радиотехника, 2012. – 216 с.
2. Simon M.K. Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications. JPL Publication 00-17, June 2001. – P. 237.
3. Кириллов С.Н., Покровский П.С. Программно-управляемый формирователь радиосигналов с нелинейными видами модуляции // Нелинейный мир. № 3. 2013. С. 150-157.
4. Кириллов С.Н., Покровский П.С. Программно-управляемый квадратурный формирователь спектрально эффективных видов радиосигналов на основе «зависимых» последовательностей импульсов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 36. С. 24-27.
5. Покровский П.С. Процедура детектирования радиосигналов с управляемой связью между квадратурными составляющими // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С. 110-113.
6. Макаров С.Б., Цикин И.А. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с ограниченной полосой пропускания. – М.: Радио и связь, 1988. – 304 с.
7. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. – М.: Сов. радио, 1972. 448 с.
8. Кириллов С.Н., Покровский П.С. Процедура двухкритериального синтеза сигнального созвездия для спектрально эффективных видов модуляции радиосигнала // Перспективные технологии в средствах передачи информации (ПТСПИ-2011): Материалы 9-й международной научно-технической конференции/ Владим. гос. университет. – Владимир: ВлГУ, 2011. Т. 3. С. 36-40.

9. Report Concerning Space Data System Standards. Radio Frequency and Modulation Systems – Part 1: Earth Stations and Spacecraft// Blue Book. Issue 20. April 2009  
// Режим доступа:  
<http://public.ccsds.org/publications/archive/401x0b20ec3.pdf>.

10. *Shanno D.F.* Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization // Mathematics of Computing, Vol. 24, 1970. P. 647-656.

11. *Феер К.* Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. - М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.