На правах рукописи

Миронова Кристина Валентиновна

Методы математического моделирования управления малыми космическими аппаратами на основе траекторной информации

Специальность: 05.13.18 – *Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.*

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Рязань 2015

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный радиотехнический университет» (ФГБОУ ВПО «РГРТУ»).

Научный руководитель: **Корячко Вячеслав Петрович**,
доктор технических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки и техники РФ,
заведующий кафедрой Систем автоматизированного проектирования вычислительных средств Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ), г. Рязань

Официальные оппоненты: **Меньшиков Валерий Александрович**,
доктор технических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки РФ,
первый вице-президент, генеральный конструктор Ассоциации «Международной аэрокосмической системы глобального мониторинга и прогнозирования» (МАКСМ), г. Москва

Прохоров Сергей Антонович,
доктор технических наук, профессор,
Заслуженный работник высшей школы РФ, заведующий кафедрой информационных систем и технологий Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева (СГАУ), г. Самара

Ведущая организация: Филиал АО «Ракетно-Космический Центр «Прогресс» – Особое Конструкторское Бюро «Спектр», г. Рязань

Защита диссертации состоится « 22 » декабря 2015 г. в 12.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.211.02 в ФГБОУ ВПО «РГРТУ» по адресу: 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке в ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный радиотехнический университет», а также на сайте ФГБОУ ВПО «РГРТУ» www.rsreu.ru.

Автореферат разослан «__» ________ 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
канд. техн. наук, доцент

Перепелкин
Дмитрий Александрович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В конце XX-го – начале XXI-го века в мировой космической практике совершенно явно проявилось новое направление – создание и эксплуатация малых космических аппаратов (МКА). Основные причины возникновения – способность решать крупные технические, хозяйственные и оборонные задачи «малыми средствами»: МКА – это малая масса, небольшая энерговооруженность, укомплектованность современной электронной аппаратурой и вычислительной техникой, новые подходы в архитектуре аппарата, в методах его проектирования и главное – относительно небольшая стоимость МКА при всей сложности и разнообразии решаемых задач. К таким основным задачам для МКА, относятся: дистанционное зондирование Земли в оптическом и радиодиапазонах, космическая связь, глобальная навигация, астрономические наблюдения, космология, обслуживание больших космических платформ и станций (возможно, населенных людьми) и задачи в интересах министерства обороны РФ.

К основным актуальным задачам эксплуатации МКА, несомненно, относятся вопросы управляемости такими аппаратами в различных условиях и сопутствующие этому процессу задачи.

В работе решена актуальная задача: как составить математическую неавтономную (нестационарную) модель и научиться управлять МКА, снабженного двумя центрально-симметричными двигателями тяги, чтобы МКА, стартуя из одной точки космического пространства, достиг бы заданной точки, расположенной на некоторой космической платформе, не выходя за пределы наперед заданной окрестности этой космической платформы.

К основным задачам диссертации о достижимости цели МКА примыкает целый ряд второстепенных, «обслуживающих» задач, некоторые из которых имеют и самостоятельное значение (например, задача о законе распределения «случайных» оценок параметров траектории МКА).

Идея, реализованная в диссертации, имеет значение для решении современных проблем, как в теории моделирования и управления движением объектов вообще, так и для отдельной проблемы моделирования и управления движением в малом для МКА.

Цели работы. *Предложить* на основе методов математического моделирования конструктивный метод управления «в малом» малыми космическими аппаратами, который позволил бы, перевести аппарат из одной точки пространства в другую, с учетом ограничений на технические характеристики МКА, в классе «наиболее простых» кусочно-постоянных управлений, которые реализуют малые двигатели тяги МКА.

Реализовать этот метод алгоритмически и программно и *решить* ряд практических задач управления МКА, на которых продемонстрировать возможности метода. *Решить* ряд сопутствующих задач, посвященных методам выбора классов управлений для МКА из некоторого из набора, заранее заложенного в возможности двигательной установки МКА, на основе обработки траекторной информации.

Задачи исследования. Актуальность исследования и цели работы конкретизированы в задачах исследования:

1. Построение динамической модели неавтономного движения МКА, меняющей свой вид на основе траекторной информации, и модели управления МКА с двумя бортовыми двигателями коррекции.
2. Решение задачи о достижимости (недостижимости) цели в малом в плоском и пространственном случаях неавтономного движения МКА.
3. Постановка задачи о быстродействии в малом для управляемого движения МКА. Постановка задачи о минимизации расхода топлива при управлении в малом для МКА.
4. Проектирование вариантов управления для МКА на основе траекторной информации. Задача об аппроксимации управления для МКА в классе кусочно-постоянных функций.
5. Моделирование и оценка сложности алгоритмов обработки траекторной информации для МКА.

Объект исследования. Объектом исследования диссертации являются малые космические аппараты (МКА). Результаты исследования закреплены в модельных экспериментах над МКА. На основе исследований выдвинуты конкретные выводы относительно эффективной эксплуатации МКА.

Предмет исследования. Модернизированные модели движения объектов вообще и МКА, в частности, новые модели управления МКА в случае двух центрально-симметричных двигателей коррекции в ранее не изучавшемся варианте «управляемости в малом». Методы оценки параметров движения МКА на основе траекторной информации и выбор вариантов управления МКА.

Соответствие специальности. Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по пунктам:

п.1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений»,

п.3«Разработка, обоснование и тестирование эффективных численных методов с применением ЭВМ»,

п.8 «Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования».

Степень разработанности темы диссертации. Тема моделирования движения и управления движением объектов, в том числе космических, к настоящему времени имеет двоякое освещение в науке и ее приложениях. С одной стороны, имеется обширная библиография по этому вопросу, а такие имена, как акад. Петров А.А., Краснощеков П.С., выдающийся американский математик Дж. фон Нейман, и их современных учеников и последователей широко известны в мире математического моделирования и его приложений. С другой стороны, при решении конкретных задач моделирования возникает потребность модернизации общих принципов построения моделей (работы Р.Р. Назирова, Г.Н. Мальцева, А.В. Семенова и др.). В современных подходах отсутствует «гибкая по виду» модель движения объектов, приспособленная под быстро меняющиеся во времени внешние факторы. Такая *модернизация* предпринята в диссертации: построены динамичные по виду модели движения, когда силы, порождающие движение меняют свой *вид* во времени.

Аналогичная ситуация складывается в теории оптимального управления. Работы акад. Л.С.Понтрягина, Н.Н. Красовского, Р.В. Гамкрелидзе, американских математиков Р. Беллмана, М. Атанса, П. Фалба, их последователей (работы Л.А. Макриденко, Н.Н. Севастьянова, В.Ф. Фатеева и др.) являются основой проведенного в диссертации исследования.

Одновременно в силу объективных причин возникла ранее не освещавшаяся, новая проблема учета «специфических ограничительных условий», налагаемых на некоторые объекты управления, в частности, малые космические аппараты. Речь идет об ограниченных областях маневрирования МКА при причаливании к космическим платформам, о весьма ограниченном запасе горючего, об ограниченности управляющих воздействий классом самых простых управлений и др. Под эти новые условия эксплуатации объектов (в частности, МКА) была разработана теория «управляемости (достижимости) в малом», распространенная на *общий случай* неавтономного движения. Для линейных и некоторых автономных моделей подобные вопросы решались в школе академика Е.А. Барбашина.

Вопросам развертывания систем МКА уделяется большое внимание в разных странах (Россия, США, Европа, Китай), в то же время специфические вопросы управления МКА в ограниченных условиях (управление в малом), рассмотренные в диссертации, – новые.

Проведенные в диссертации исследования находятся в русле научных работ, проводимых на кафедре САПР ВС РГРТУ под руководством докт. техн. наук, профессора В.П. Корячко.

Освещение степени разработанности темы диссертации базируется на 62 библиографических источниках.

Методы решения задач. Решение поставленных задач осуществлено путем использования современного, *разработанного автором* подхода и инструментария на базе классических методов: – математического и физического моделирования; – теории оптимального управления; – качественной теории дифференциальных уравнений; – структурного программирования; – вычислительной математики.

Научная новизна. Основные идеи и результаты предлагаемой работы:

1. Обоснование динамической по виду модели движения объекта при воздействии внешних сил (применительно к МКА), центрально-симметрической компоновки двух бортовых двигателей коррекции (БДК) МКА и модели управления таким объектом; постановка задачи управляемости в малом объектом (в частности, МКА) в случае нелинейных неавтономных моделей для достижения объектом заданной цели.
2. Решение задачи о достижимости (и недостижимости) цели в малом, вопроса о сильной достижимости цели в малом в случае плоского неавтономного движения МКА.. Постановка и решение задачи об управляемости в малом для пространственного неавтономного движения МКА, вспомогательные результаты из дифференциальной геометрии для

качественного анализа полученных результатов; моделирование плоского и пространственного случаев движения МКА.

3. Постановка задачи о минимизации расхода топлива при управлении в малом для МКА, и предложение ее решения в инженерном плане; постановка новой задачи о быстродействии в малом для МКА и обоснование ее решения в инженерном плане
4. Модернизация общего метода наименьших квадратов, описание полученных законов распределения отклонения оценок от истинных значений параметров движения МКА. Математическое моделирование по выбору вариантов управления МКА, движущегося по круговой орбите вокруг Земли.

Практическая значимость. Получены новые методы моделирования движения объектов и моделей управления объектами в «стесненных условиях» (управляемость в малом). Созданы программы, решающие новые задачи управляемости в малом объектом, в частности, МКА в случае нелинейных неавтономных моделей для достижения объектом (МКА) заданной цели. В инженерном плане реализованы две практические задачи: как минимизировать время достижения объектом (в частности, МКА) заданной цели; как минимизировать расход горючего для достижения объектом (в частности, МКА) заданной цели.

Достоверность результатов. В основу исследований положена достоверная информация об исследуемых объектах, что подтверждается анализом ранее проводившихся исследований другими авторами. Результаты коллег по смежным вопросам соответствуют результатам диссертации. В диссертации используется апробированный ранее научно исследовательский и методический аппарат в точном соответствии с его предписаниями. Достоверность подтверждается аналогичными методами работ на других объектах, как автором диссертации, так и другими авторами. Аналитические выкладки диссертации подтверждены результатами различных численных моделирований и экспериментов. Теоретические и практические результаты совпадают. Достоверность работы подтверждена квалифицированным рецензированием опубликованных работ.

Реализация и внедрение результатов. Теоретическое и практическое использование результатов диссертации подтверждено актами внедрения в различных организациях технических отраслей (акты приведены в приложении к диссертации):

1. АО «Государственный Рязанский приборный завод» (ГРПЗ);
2. ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный радиотехнический университет» (РГРТУ);
3. ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина» (РГУ).

Теоретическое и практическое использование результатов диссертации подтверждено внедрением программ в государственных фондах (Роспатент, ОФЭРНиО).

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Динамическая по виду модель движения объекта, симметричная компоновка двигателей коррекции и модель управления таким объектом (в частности, применительно к МКА)
2. Метод решения задачи достижимости (недостижимости) цели в малом объектом (МКА) в случае нелинейных неавтономных моделей плоского движения МКА; метод решения задачи достижимости цели в малом для МКА в случае нелинейных неавтономных моделей пространственного движения. Моделирование.
3. Метод решения задачи о быстродействии в малом для МКА в инженерном плане; метод решения задачи о минимизации расхода топлива при управлении в малом для МКА в инженерном плане.
4. Метод оценки параметров движения МКА и выделения оптимального класса управляющих воздействий на МКА, заранее заложенного в возможности силовой установки МКА, на основе описания законов распределения оценок параметров движения МКА; математическое моделирование выбора вариантов управления МКА, движущегося по орбите вокруг Земли; эффективность метода выбора в сравнении с другими методиками.

Апробация результатов. Основные положения исследования изложены в монографии (в соавторстве), а также в опубликованных научных статьях и тезисах докладов. Результаты исследований докладывались и обсуждались на 5-ти научных конференциях различного уровня.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 16 публикациях автора: 1 научная монография, 5 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ, 3 статьи в рецензируемых сборниках трудов учебных заведений, 5 тезисов докладов на международных и всероссийских конференциях, зарегистрировано 2 программных продукта в государственных фондах РФ.

Общий объем опубликованных работ – более 13 п. л.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены автором лично, кроме некоторых специально оговоренных случаев (соавторство работ). Все заимствования известных результатов, полученных другими авторами, оговорены в работе ссылками на оригиналы.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех основных глав, заключения, списка цитированной литературы, приложения. Объем диссертации – 184 с., библиографический список – 103 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Во введении обоснована актуальность темы исследования работы по моделированию движения объектов с целью управления ими в специфических условиях, распространенных на малые космические аппараты (МКА) и степень ее (темы) разработки. Обозначены объект и предмет исследования, указана цель работы, поставлены задачи исследования.

Глава 1 Математическое моделирование в задаче о достижимости цели в малом для плоского управляемого движения МКА

В главе рассматриваются основные черты и характеристики малых космических аппаратов (МКА), освещается степень разработанности темы управления движением объектов, в частности, МКА. Сформулированы новые для отрасли задачи управляемости в малом объектом, в частности, МКА в случае нелинейных неавтономных моделей для достижения объектом заданной цели.

Поставлена новая для отрасли задачи о достижимости цели в малом в случае плоского неавтономного движения МКА, и предложено ее решение.

Поставлен вопрос о сильной достижимости цели в малом для плоского неавтономного движения МКА, и предложено его решение.

Поставлена новая для отрасли задача о недостижимости цели в малом для МКА в плоском неавтономном случае движения, и предложено ее решение.

Бортовые корректирующие двигатели (БКД) МКА. Описаны бортовые корректирующие двигатели (БКД) МКА (рис. 1). В работе для управления МКА используются два стационарных плазменных двигателя (СПД, работающие на ксеноне и наиболее перспективные) с центрально-симметричными относительно центра масс МКА соплами. В основе принципа действия СПД лежит ускорение ионов рабочего тела электростатическим полем (рис. 2).

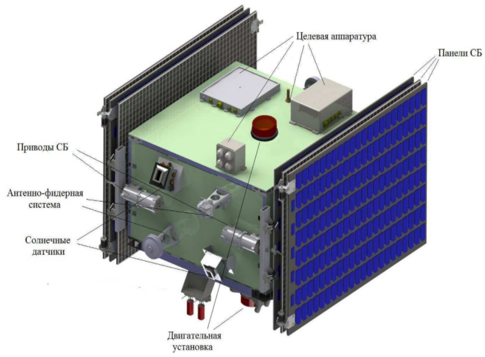

Рис. 1

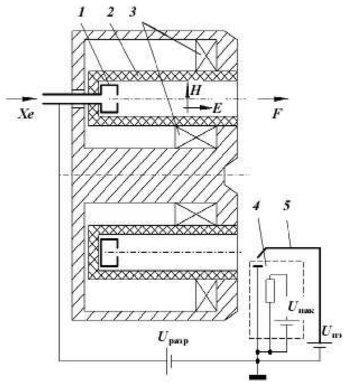

Рис.2

Описана система управления движением (СУД) малых космических аппаратов. Сформулирована классическая общая задача управления объектами, в том числе космическими. Построены динамической модели движения МКА и модели управления МКА в некоторой системе координат, связанной с движущейся космической платформой. Управление МКА осуществляется за счет выбора режима работы БДК и класса управляющих воздействий на МКА со стороны БДК (кусочно-постоянные, кусочно-линейные, кусочно-непрерывные и т.п.). Анализ показывает, что процесс управления МКА должен состоять из операций быстрых смен направлений движения, смены ориентиров в различных системах координат и т.д.

О системах координат. Система (S1): неподвижная абсолютная прямоугольная декартова система координат $(OXYZ)$ с началом – точка O – в центре Земли, ось (OY) направлена по оси вращения Земли (иногда с учетом ее пространственного смещения (прецессия оси Земли) для наивысшей точности определения координат МКА, иногда без учета ее смещения), оси (OX) и (OZ)

лежат в экваториальной плоскости Земли, при этом ось (OZ) направлена в точку весеннего равноденствия.

Система (S2): система $(Oxyz)$ подвижная прямоугольная декартова система координат с началом – точка O – в центре масс КП, ось (OY) направлена по оси вращения Земли (иногда с учетом ее смещения, иногда без учета ее смещения), оси (Ox) и (Oz) лежат в экваториальной плоскости Земли, при этом ось (Oz) направлена в точку весеннего равноденствия.

Предполагается, что модель движения МКА «пересчитывается» наземным комплексом управления (НКУ) таким образом, что движение МКА относительно *цели полета* – достижения некоей космической платформы описывается системой дифференциальных уравнений в системе (S2).

<u>*Динамическая модель движения МКА.*</u> Классическая модель движения космического тела (в частности, МКА) с пренебрежительно малой массой по возмущенной кеплеровской орбите вокруг Земли массой M имеет вид:

$$\ddot{\bar{r}}(t) = -\frac{\propto}{\left|\bar{r}(t)\right|^3}\,\bar{r}(t) + \sum_i 1(t)\cdot \bar{j}_i(t)\,, \tag{1}$$

где $\bar{r} = (x, y, z)$ радиус-вектор МКА в системе (S1), $\propto = g\,M$, g – гравитационная константа, $\bar{J} = \sum_i 1(t)\;\bar{j}_i(t)$ – вектор возмущающего ускорения, зависящий от времени и включающий в себя многие (не всегда точно учитываемые) факторы $\bar{j}_i$. Вектор ускорений $\bar{J}$ имеет очень сложную природу и зависимость от внешних сил.

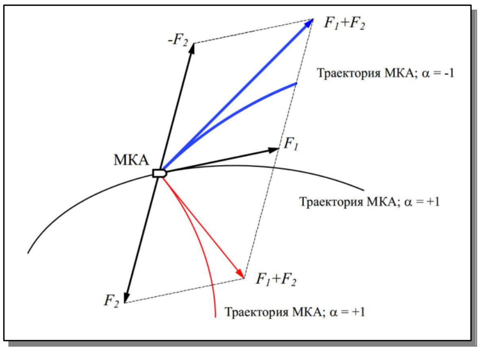

Рис. 3

Для удобства оперирования и исследования в диссертационной работе вводится так называемая *динамическая по виду модель движения* МКА. Суть нововведения (которое может быть распространено на любые управляемые объекты со сменой влияющих на движение факторов, и потому оно универсально) состоит в том, что для МКА наличие (или отсутствие) возмущающих сил зависит от его *орбитального положения*, учесть которое в модели (1) для МКА «сразу с Земли» невозможно, сама модель (1) становится «динамической», сам вид ее «подвижен» во времени. Например, МКА может войти в тень от космической платформы (чего с Земли предвидеть трудно) и, значит, световое давление на МКА учитывать не нужно. Для описания этого условия в модели движения МКА (1) перед каждым из возмущающих параметров стоит коэффициент $1(t)$ (функция $1(t) = 0$, если в момент t возмущающий фактор не учитывается, и $1(t) = 1$, если этот фактор учитывается).

Для рассматриваемых целей управления, когда МКА движется от одной космической платформы к другой, ЦУП пересчитывает уравнения движения МКА вида (1) из системы координат (S1) в систему (S2), привязанную к некоторой космической платформе, и выдает для сопровождения МКА и управления им модель движения уже в виде

$$x(t) = G(x) + F(x,t), \tag{2}$$

где $x = x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$ – вектор координат МКА, зависящий от времени t; $G(x) = [g_1(x), g_2(x), g_3(x)]^T$ – функция динамики движения МКА по орбите; $F(x,t) = [f_1(x,t), f_2(x,t), f_3(x,t)]^T$ – функция влияния природных воздействия на МКА с учетом «флагов» $1(t)$ перед соответствующими факторами внешнего воздействия на МКА.

Модель управления МКА с двумя БДК при центрально-симметричных векторах тяги. В разрабатываемой методике управления сопла двигателей расположены так, что выхлопные струи от них имеют центрально симметричное относительно центра масс МКА направление (рис. 3).

Максимальное значение силы тяги F_2 двигателя коррекции, соответствует увеличению вектора скорости в модели (2) на вектор $u = [u_1, u_2, u_3]^T$. Одновременно величина силы тяги может уменьшаться непрерывно до нулевого значения. По техническим условиям сами же двигатели не могут менять своего положения в пространстве относительно самого МКА. Максимальное значение силы тяги двигателей в противоположном направлении вызывается сменой направления вектора F_2 на противоположное $-F_2$. Касательная к траектории сила скорости F_1 удерживает МКА на траектории. Результирующая сила, определяющая движение МКА вдоль траектории, в силу естественных для физики законов сложения векторов силы, выразится соотношением $F = F_1 \pm F_2$ при максимальной нагрузке на двигатели.

Тогда математическая модель управляемого движения МКА может быть представлена, с учетом проведенных выше построений, в виде:

$$x(t) = G(x) + F(x,t) + \alpha(t)\, u \text{ или } x(t) = S(x,t) + \alpha(t)\, u, \tag{3}$$

если ввести в рассмотрение так называемую баллистическую векторную функцию МКА $S(x,t) = G(x) + F(x,t)$, где $\alpha(t)$ – непрерывная (или кусочно-непрерывная, иногда постоянная или кусочно-постоянная) функция, называемая допустимым управлением для МКА и удовлетворяющая условию

$$(\forall t) \quad |\alpha(t)| \le 1. \tag{4}$$

Основные определения и постановка основных диссертационных задач. В работе по разработке методов управления МКА исследованы два случая: $n = 2$ (плоское движение МКА) и $n = 3$ (пространственное движение МКА). По условию (соответствующему практике управления МКА) функции $s_1(x,t) = g_1(x) + f_1(x,t)$ и $s_2(x,t) = g_2(x) + f_2(x,t)$ принадлежат классу $C_x^m(H)$ – множеству функций со всеми непрерывными частными производные по переменным x_1, x_2, x_3 до m-го порядка включительно на области H.

Определение 1. Цель управления (или цель движения) МКА – начало координат в системе, жестко связанной с внешней космической платформой, назовем *достижимой* в малом для МКА, если для произвольной окрестности $U(O)$ точки O найдется окрестность $V(O)$ точки O общего вида (возможно, наиболее широкая), такая, что какую бы точку $x_0 \in V(O)$ ни взять в качестве начальной, можно найти такое управление МКА $\alpha(t)$, удовлетворяющее условию (4), что МКА, начав движение в точке x_0, достигает точку O за конечное время $[t_0, T]$, двигаясь по положительной полутраектории (при $t \geq t_0$) системы (3), не выходя за пределы окрестности $U(O)$.

Доказывается, что в силу наличия дополнительных ограничений инструментов классической *локальной управляемости* недостаточно для анализа *управляемости в малом* для МКА. Нужны новые идеи, методы алгоритмы, предлагаемые в диссертации.

Определение 2. Если цель движения МКА – начало координат в системе, жестко связанной с внешней космической платформой, не является достижимым в малом для МКА, то будем говорить, что она (цель) *недостижима* в малом для МКА.

По аналогии, анализируя практику эксплуатации МКА в контексте условий достижения цели, вводятся понятия *полудостижимым* в малом для МКА, *сильно достижимым* в малом для МКА, *локально достижимым* в малом для МКА.

Основные задачи исследования. **Задача 1. (О достижимости цели движения в малом для МКА)**. Найдены условия, сопровождающие движение МКА при его старте из любой точки x_0 *некоторой окрестности* начала координат $V(O) \subseteq U(O)$; получен ответ на вопрос о достижении цели в малом за конечное время, при этом МКА не выходит за пределы окрестности $U(O)$. Получен ответ на вопрос о *расширении области достижимости* $V(O)$ за счет рассмотрения всего класса кусочно-постоянных допустимых управлений $\alpha(t)$ вида (4).

Задача 2. О недостижимости цели в малом для МКА.

Задача 3. О локальной достижимости цели в малом для МКА.

Кроме этих *основных задач* и их модификаций в работе рассмотрены и *другие задачи* теории и практики управления малыми космическими аппаратами, и объектами вообще, вынесенные в оглавление.

В первой главе приведен также *обзор предшествующих результатов* в части моделирования, оптимального управления, численных методов и алгоритмов по теме диссертации.

Обобщая всю ситуацию по исследованию достижимости цели для МКА, можно сказать, что плоское управляемое движение МКА описывается векторным дифференциальным уравнением второго порядка вида (3), где $x = x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$, остальные параметры сохранили свое содержание по сравнению с (3), (4).

Решение задачи о достижимости цели в малом в случае плоского движения МКА. Решение задачи по выработке метода и алгоритма управления техническим объектом – МКА – проведем методами качественной теории дифференциальных уравнений. Систему (3) приведем к равносильному виду

$$\frac{dx_1}{X_1(x,t,\alpha,u=u_1)} = \frac{dx_2}{X_2(x,t,\alpha,u=u_2)}, \tag{5}$$

где по определению функции $X_1(...)= g_1(x)+ f_1(x,t)+\alpha(t)u_1 = s_1(x,t)+\alpha(t)u_1$, $X_2(...)= g_2(x)+ f_2(x,t)+\alpha(t)u_2 = s_2(x,t)+\alpha(t)u_2$.

Как следствие такого, можно выделить *особые точки* траектории МКА.

Основной результат главы 1 работы по управлению движением в малом для МКА содержится в следующих теоремах, при этом налагаемые на функции ограничения соответствуют практике эксплуатации МКА.

Лемма. Разложение решения уравнения (5) в виде ряда Тейлора имеет вид

$$x_2(x_1,t) = kx_1 + \sum_{s=2}^{m-1}\frac{(s-1)!}{\alpha u_1}\delta_s(t)\Big|_{x=0}\frac{x_1^{\,S}}{s!} + r_m, \tag{6}$$

где $k = x_2^{(1)} = \dfrac{dx_2}{dx_1} = \dfrac{s_2(x,t)+\alpha(t)u_2}{s_1(x,t)+\alpha(t)u_1}\Big|_{x=0} = \dfrac{u_2}{u_1}$; $x_2^{(2)} = \dfrac{dx_2^{(1)}}{dx_1} = \dfrac{\left(\dfrac{\partial s_2}{\partial x_1}+\dfrac{\partial s_2}{\partial x_2}\dfrac{dx_2}{dx_1}\right)(s_1+\alpha u_1)}{(s_1+\alpha u_1)^2} -$

$$-\frac{(s_2+\alpha u_2)\left(\dfrac{\partial s_1}{\partial x_1}+\dfrac{\partial s_2}{\partial x_2}\dfrac{dx_2}{dx_1}\right)}{(s_1+\alpha u_1)^2};\ x_2^{(2)}(t)\Big|_{x=0} = \frac{1}{\alpha u_1}\left[\frac{\partial s_2}{\partial x_1}(0,t)+\frac{\partial s_2}{\partial x_2}(0,t)\cdot k\right] -$$

$$-\frac{u_2}{\alpha u_1^{\,2}}\left[\frac{\partial s_1}{\partial x_1}(0,t)+\frac{\partial s_1}{\partial x_2}(0,t)\cdot k\right] = \frac{1}{\alpha u_1}\left\{\left[\frac{\partial s_2}{\partial x_1}(0,t)+\frac{\partial s_2}{\partial x_2}(0,t)\cdot k\right]\right\} -$$

$$-k\left[\frac{\partial s_1}{\partial x_1}(0,t)-\frac{\partial s_1}{\partial x_2}(0,t)\cdot k\right] = \frac{1}{\alpha u_1}\left[\Delta^1 s_2(0,t) - k\Delta^1 s_1(0,t)\right] = \frac{1}{\alpha u_1}\delta_2,$$

$$\delta_2(t) = \Delta^1 s_2(0,t) - k\Delta^1 s_1(0,t),\ x_2^{(3)}(t)\Big|_{x=0}\frac{2!}{\alpha u_1}\delta_3(t),\ \delta_3(t) = \Delta^2 s_2(0,t) - k\Delta^2 s_1(0,t),\ \ldots,$$

$$x_2^{(m-1)}(t)\Big|_{x=0}\frac{(m-2)!}{\alpha u_1}\delta_{m-1}(t), \qquad \delta_{m-1}(t) = \Delta^{m-2}s_2(0,t) - k\Delta^{m-2}s_1(0,t).$$

Теорема 1.1. *Если* движение МКА таково, что его уравнения содержат конечное число особых точек, отличных от нуля (что равносильно существованию свободной области в окрестности нуля); если баллистическая функция МКА $S(x,t)$ такова, что в разложении (6) первые коэффициенты до нечетного их порядка от 1 до $2r-1$ тождественно равны нулю:

$$\delta_1(t) = \delta_2(t) = \delta_3(t) = \ldots = \delta_{2r-1}(t) \equiv 0; \tag{7}$$

если следующий коэффициент четного порядка отличен от нуля независимо от времени t:

$$\delta_{2r}(t) \neq 0, \qquad 2r \leq m, \tag{8}$$

тогда начало координат – цель управления МКА – достижимо в малом для малого космического аппарата.

Рис. 4 иллюстрирует построение области достижимости цели для МКА при конкретном допустимом управлении $\alpha(t) = \pm\,\nu_0$ вида (4).

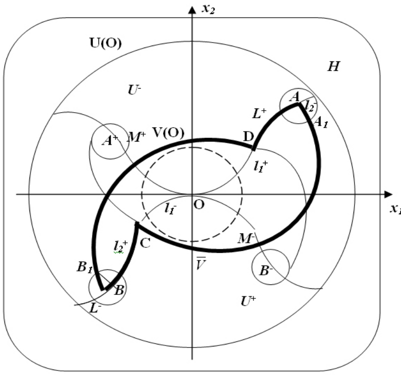

Рис. 4

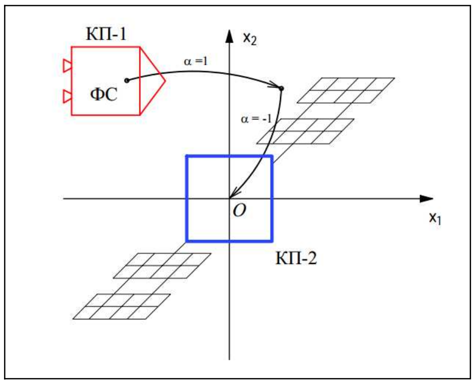

Рис.5

Расширение области достижимости $V(O)$ для МКА осуществляется за счет объединения всех таких областей (рис. 4), построенных для конкретных управлений $\alpha(t) = \pm\nu_0$ вида (4).

Моделирование. В космическом пространстве движутся две космические платформы: КП-1 и КП-2. В какой-то момент времени с платформы КП-1 выпускается фемтоспутник (ФС), который движется в некоторой фазовой плоскости (плоское движение ФС), жестко связанной с платформой КП-2 (плоскость проходит через КП-2, рис. 5).

В силу чрезвычайно малых размеров фемтоспутника влияние на него природных сил не зависит от времени, а зависит только от фазовых координат (ФС) в плоскости его движения. Уравнение движения ФС в системе координат, (x_1, O, x_2), где начало координат находится на КП-2, а оси координат ориентированы специальным образом, выглядит как (3), где $G(x) = \begin{bmatrix} -1x_1(t) \\ -3x_1(t) - 4x_2(t) \end{bmatrix}$, возмущающая функция $F(x,t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1(t)\,4x_1^3(t) \end{bmatrix}$, по-прежнему, допустимое управление удовлетворяет условию (4), в силу специфики управления чрезвычайно малым ФС полагаем, что допустимое управление $\alpha(t) = \alpha \equiv \pm 1$ на всем интервале движения, а координаты вектора $u:\ u_1 = u_2 = \beta > 0$ – положительная константа, «флаг» $1(t) = 1$ только при значениях $0 \leq t \leq 2$.

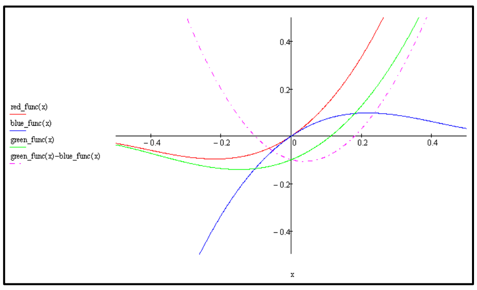

Рис. 6

Поставлены вопросы: о достижимости КП-2 для ФС в малом, т.е. из некоторой окрестности КП-2; о достижимости КП-2 для ФС в большом, т.е. из любой точки плоскости движения КП-1.

Доказано: ФС, стартуя с КП-1 из любой точки фазовой плоскости, достигнет КП-2 за конечное время, произведя при этом всего одно переключение управления. Решения представлено на рис. 6.

Структура программы, решающей эту задачу, как и другие внедренные программы, создана на идеях структурного программирования, с использованием стандартных средств MathCad. Эксперименты с реальными МКА не проводились, однако, математическое моделирование проведено по условиям соответствующим натурным.

В главе 1 решен также вопрос о сильной достижимости цели в малом для МКА.

Теорема. Пусть движение МКА описывается системой уравнений вида (3) – (4). *Если* в окрестности нуля существует свободная область; если баллистическая функция $S(x,t)$ такова, что в разложении (6) первые коэффициенты до четного их порядка от 1 до $2r$ тождественно равны нулю:

$$\delta_1(t) = \delta_2(t) = \ldots = \delta_{2r}(t) \equiv 0;$$

если следующий коэффициент нечеткого порядка отличен от нуля независимо от времени t:

$$\delta_{2r+1} \neq 0,\ \ 2r+1 \leq n,$$

то начало координат недостижимо в малом для малого космического аппарата.

В реальном космическом эксперименте ЦУП (или базовая космическая платформа КП-1, с которой стартует МКА) непрерывно оценивает (позиционирует) положение МКА на расчетной орбите, *обрабатывая тракторную информацию* от приборов наблюдения. Одновременно ЦУП или базовая космическая платформа производит расчет реального времени переключения управления МКА и передает информацию на МКА, который переключает управление в автоматическом режиме. *Обработка траекторной информации* происходит также и на этапе выбора класса управляющих воздействий на МКА.

Глава 2 Математическое моделирование в задаче о достижимости цели в малом для пространственного управляемого движения МКА

Постановка задачи. Механику управляемого движения МКА в космическом пространстве можно снова описать векторным уравнением третьего порядка (3), где $x = x(t) = \left[x_1(t),\, x_2(t),\, x_3(t)\right]^T$ – вектор-столбец фазовых координат МКА, все другие параметры соответствуют общему случаю (3), (4).

Получены вспомогательные результаты из дифференциальной геометрии, в частности, *вычислены векторы Френе под действием управления МКА*: единичные направляющие векторы касательной, бинормали и главной нормали:

$$\overline{\tau} = \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|},\ \overline{b} = \frac{[\dot{x}, \ddot{x}]}{|[\dot{x}, \ddot{x}]|},\overline{n} = \frac{[\dot{x},[\dot{x}, \ddot{x}]]}{|[\dot{x},[\dot{x}, \ddot{x}]]|}\ . \tag{9}$$

Теорема 2.2. При заданных условиях траектория МКА $\chi = x(0,0,t,\alpha_0,u)$ переходит из VI-го октанта через начало координат в I-й октант, проходя по одну сторону от спрямляющей плоскости.

Выбор управления $\alpha_0(t) = const$, удовлетворяющего условию (4) остается, очевидно, за специалистами по управлению МКА.

Лемма 2.2. С учетом (9) управление α_0 можно выбрать столь малым, что знаки координат векторов $\bar{\tau}$, $\bar{b}$, $\bar{n}$ будут определяться соответственно старшими членами – то есть векторами

$$\alpha_0\bar{u}\,, \alpha_0\bar{C}\,,\ \alpha_0\bar{E} \tag{10}$$

где вектор $\bar{u}$ задан, а векторы $\bar{C}$, $\bar{E}$ можно рассчитать.

Теорема 2.3. Вектор $\bar{\tau}$ в любой момент времени t меняет направление на противоположное при замене $\alpha_0 = +\nu_0$ на $\alpha_0 = -\nu_0$,где $0 < \nu_0 \le 1$. Вектор $\bar{b}$ в любой момент времени t меняет знаки всех координат на противоположные при смене знака управления с $\alpha_0 = +\nu_0$ на $\alpha_0 = -\nu_0$, при возможном изменении абсолютных значений каждой из координат. Вектор $\bar{n}$ в любой момент времени t не меняет знак всех координат при замене управления $\alpha_0 = +\nu_0$ на управление $\alpha_0 = -\nu_0$, при возможном изменении модуля каждой из координат.

Доказано, что при непрерывном изменении времени t координаты векторов $\bar{\tau}$, $\bar{b}$, $\bar{n}$ также меняются непрерывно.

Теорема 2.4. Пусть баллистическая функция МКА принадлежит классу $C^3(H,t)$; пусть в любой момент времени векторы $\dot{x}_0(0,t)$, $\ddot{x}_0(0,t)$, $\dddot{x}_0(0,t)$, вычисленные в начале координат, линейно независимы при управлении $\alpha_0 = +\nu_0$, равно как и при $\alpha_0 = -\nu_0$ (где $0 < \nu_0 \le 1$ – достаточно малое постоянное управление); пусть смешанное произведение векторов $V(0,t,\alpha_0) = \left(\dot{x}_0, \ddot{x}_0, \dddot{x}_0\right)$ меняет знак при смене управления $V(0,t,\nu_0) = -V\left(0,t,-\nu_0\right)$. Тогда начало координат достижимо в малом для МКА, движущегося по закону (3).

Замечание. При доказательстве теоремы 2.4. конструктивно *строятся поверхности переключения* управления МКА.

Моделирование. МКА в системе (O, x_1, x_2, x_3) с центром на космической платформой (КП-2) движется по траектории, описываемой уравнением (3) где вектор $x = \left[x_1, x_2, x_3\right]^T$, функция $G(x) = \left[x_1, 2x_2, 0\right]^T$, функция помех $F(x) = \left[0, 0, x_3 \cdot t\right]$, вектор $u = [1,1,1]$, управление $\alpha(t)$ при условии (4).

Ставится вопрос о достижении МКА за конечное время КП-2 и, в случае положительного ответа, решается вопрос о том, где переключать управление.

Решение. Найдем смешанное произведение $V(0,t,\alpha_0) = \left(\dot{x}_0, \ddot{x}_0, \dddot{x}_0\right)$ в начале координат $(x=0)$: $(\dot{x}, \ddot{x}, \dddot{x}) = \alpha^3\left(t^2 - 3t + 4\right)$. Так как дискриминант квадратного трехчлена $t^2 - 3t + 4$ меньше нуля, то $(\forall t)$ $t^2 - 3t + 4 > 0$ и, значит, при любом t меняет знак с «+» на «–», если управление $\alpha = \nu_0$ при $\nu_0 > 0$ меняется на управление $\alpha = -\nu_0$. Тогда по теореме 2.4 МКА гарантированно достигнет платформы КП-2, стартуя из некоторой окрестности КП-2.

Влияние особых точек траектории на движение МКА. Имеем: если $\alpha = \nu_0$, то особые точки найдутся из условий $x_1 = -1 \cdot \nu_0$, $x_2 = -\frac{1}{2}\nu_0$, $x_3 = \frac{-1 \cdot \nu_0}{t} \ne 0$. Следовательно, при управлении $\alpha = \nu_0$ особых точек вообще нет. Аналогично при $\alpha = -\nu_0$ особых точек также нет, и, значит, они не могут повлиять на достижение цели МКА.

Вид поверхностей переключения МКА. Расчеты показали, что общий вид поверхностей переключения таков (при $\alpha = \nu_0$ и при $\alpha = -\nu_0$ соответственно):

$$L_2^+: \begin{cases} x_1 = -\nu_0 + \left(2\nu_0 - e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \\ x_2 = -\frac{1}{2}\nu_0 + \left(1\nu_0 - \frac{1}{2}e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \\ x_3 = \nu_0 \Phi(\tau) + \left(-\nu_0 \Phi(t) e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \end{cases} \qquad L_2^-: \begin{cases} x_1 = \nu_0 + \left(-2\nu_0 + e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \\ x_2 = \frac{1}{2}\nu_0 + \left(-1\nu_0 + \frac{1}{2}e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \\ x_3 = \nu_0 \Phi(\tau) + \left(\nu_0 \Phi(t) e^t\right)e^\tau : & t \le 0, \tau \le 0. \end{cases}$$

где $\Phi(t) = \alpha \int_{-\infty}^{t} e^{-t^2/2}\, dt$ – функция Эйлера). Зная вид поверхностей переключения, можно управлять движением МКА для достижения его цели – платформы КП-2.

Глава 3 Минимизация расхода топлива при управлении в малом МКА

В данной главе решалась задача безусловной оптимизации расхода горючего МКА для достижения им цели. Движение МКА определяется только системой дифференциальных уравнений, никаких дополнительных условий и ограничений не накладывается, поскольку МКА уже находится на орбите. Одновременно этого оказалось достаточно для эффективного управления МКА и выполнения им поставленной задачи. Метод решения дает квазиминимум целевой функции (расхода топлива).

На основе теории устойчивости движения доказана основная теорема:

Теорема 3.2. При устойчивом движении МКА может достигнуть цели движения за конечное время при любом (сколь угодно малом) запасе горючего.

Суть доказательства: В условиях устойчивости движения при выключенных двигателях МКА достигает за конечное время любой (сколь угодно малой) окрестности начала координат, затем МКА включает двигатели и достигает цели по разработанной методике за два (как доказано в главе 2) переключения управления.

Моделирование. МКА приближается к космической платформе (КП) по линейному закону движения:

$$\left\{ \dot{x}_1 = -1x_1 + 1\alpha;\ \dot{x}_2 = -2x_2 + 2\alpha;\ \dot{x}_3 = -0{,}5x_3 + 3\alpha \right., \tag{11}$$

где $\alpha = \alpha(t)$ – кусочно-постоянное управление с условием (4). Так как линейна система (11) при управлении $\alpha = 0$ имеет отрицательные характеристические числа $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = -0{,}5$), то, как известно, имеет место асимптотическая устойчивость движения МКА. Знак второй кривизны (+ или –) траектории МКА (11) в начале координат совпадает со знаком смешанного произведения $V(0,\alpha) = (\dot{x}, \ddot{x}, \dddot{x})|_{x=0} = -4{,}5\alpha^3$ в начале координат. Функция $V(0,\alpha)$ меняет знак при смене знака управления α. Последнее означает (теорема 2.4), что цель движения – КП – достижима в малом для МКА. Тогда по теореме 3.2 МКА может достигнуть КП с *любым* запасом горючего за конечное время.

В третьей главе в принципиальном плане рассмотрена *задача о быстродействии* достижения цели в малом для МКА

<u>Глава 4</u> **Планирование управления, алгоритмическая и программная реализации в вопросах управления для МКА**

Основные понятия. Для управляемых малых космических аппаратов имеет место следующий постулат: чем проще класс управляющих воздействий на МКА, тем безопаснее и надежнее управление аппаратом. Вводятся понятия «безопасного управления», «надежное управление», «сложности управления» «функция риска управления» для управления МКА.

Основная задача. На основе оценки траекторных параметров МКА выделить из нескольких гипотетических классов управления, заложенных в возможности БДК, класс реальных управляющих воздействий.

Задача 1. Модернизирован алгоритм общего метода наименьших квадратов (ОМНК) с целью увеличения точности оценивания параметров для последующего проектирования управления МКА. *Суть решения*: на первом этапе производится предварительная оценка параметров, позволяющая отбраковывать некоторые (неточные) измерения. Из N первоначальных измерений остается L измерений ($L << N$), на втором этапе (при уменьшенной дисперсии ошибок) применяется МНК.

Задача 2. Найден закон распределения ошибок (точности) оценивания параметров МКА с целью контроля надежности оценок. *Суть решения*: предложен метод сведения коррелированных измерений к некоррелированным с применением теоремы акад. А.Н. Колмогорова о законе распределения ошибок оценок.

Задача 3. Оценена арифметическая сложность предложенного в задаче 1 алгоритма. *Суть решения*: на каждом этапе алгоритма оценена его арифметическая сложность и найдена общая полиномиальная оценка сложности.

Теорема 4.4. На вычисление оценки вектора параметров движения МКА с помощью двухэтапного алгоритма потребуется число арифметических операций порядка $O(L^3)+O(nL^2)+O(n^3)+O(K)$. Если учесть, что число L на один-два порядка меньше числа N, а число $K = N/n$, где n - число оцениваемых параметров, то предложенный алгоритм проще (по числу операций) однократного ОМНК и при этом выше по точности оценивания.

Задача 4. С целью демонстрации возможностей предложенного метода проведено проектирование вариантов управления МКА на конкретной задаче.

Задача 5. Предложены методы аппроксимация управления для МКА в классе кусочно-постоянных функций. *Суть решения*: Вводятся различные критерии приближения кусочно-постоянных управлений к непрерывным управлениям, и предлагается алгоритм такой замены.

Задача 6. Предложено устойчивое управление линейными системами переменной структуры. *Суть решения*: на основе идеи акад. А.Н. Тихонова «утяжеления» целевого функционала найдено устойчивое управление линейными системами переменной структуры, входящими в схему управления.

Моделирование. По круговой орбите вокруг Земли обращается МКА. Данные измерений поступают в ЦУП. Проводится оценка параметров орбиты МКА, оценка надежность этих оценок, и по критерию «выбора управления» *в зависимости от точности оценивания* выбран класс управлений для достижения цели.

Тестировались параметры движения МКА: a_1 – радиус орбиты аппарата, a_2 – его угловое положение на орбите, отсчитанное от экватора в начальный момент времени, и a_3 – радиус Земли. При моделировании закладывались «истинные» значения параметров: $a_1 = 16000,00$; $a_2 = 57,27$; $a_3 = 6378,18$.

Результаты оценок: **1.** Оценивание по классическому МНК: $\hat{a}_1 = 15995,5970$; $\hat{a}_2 = 56,8336$; $\hat{a}_3 = 6404,6151$. **2.** Оценивание по разработанному в диссертации двухэтапному МНК (заметим, что на втором этапе использовались уже не 15, а 5 моментов измерений): $\hat{a}_1 = 16000,3900$; $\hat{a}_2 = 57,1235$; $\hat{a}_3 = 6351,0015$. **3.** Оценивание параметров по нелинейному методу наименьших модулей (МНМ), результаты оценивания таковы: $\hat{a}_1 = 1599,9017$; $\hat{a}_2 = 57,3632$; $\hat{a}_3 = 6352,7562$.

Сравнивая норму отклонения $\propto$ всех параметров от истинного значения с порогом ε заключаем, что для целевого управления МКА достаточно кусочно-постоянных управлений, что оправдано ввиду технических характеристик БДК МКА.

Заключение. В заключении подводятся итоги всей диссертационной работы и намечаются возможные направления развития результатов.

Приложение. В приложении приведены акты внедрения и свидетельства о регистрации программных продуктов.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. *Предложено* динамическое моделирование движения объектов. *Предложен* конструктивный метод управления «в малом» МКА, позволяющий, перевести аппарат из одной точки пространства в другую в классе «наиболее простых» управлений, которые реализуют БДК МКА.

2. Предложенный метод *реализован* аналитически и численно, а также алгоритмически и программно.

3. *Предложены решения* ряда практических задач управления МКА с учетом траекторной информации.

4. *Решена задача* выбора классов управлений для МКА из некоторого из набора на основе обработки траекторных данных.

В экспериментах МКА переключает управление в автоматическом режиме на основе обработки *траекторной информации*. Анализ траекторной информации производится также и на этапе выбора класса управляющих воздействий.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Основное содержание диссертации отражено в 16 публикациях автора: 1 научная монография, 5 статей в журналах, рекомендованных ВАК, 3 статьи в рецензируемых сборниках трудов учебных заведений, 5 тезисов докладов на международных и всероссийских конференциях. Общий объем опубликованных работ – более 13 п. л. Зарегистрировано 2 программных продукта в государственных фондах РФ.

Монографии

1. Миронова, К.В. Математические методы исследования оптимального управления на классе кусочно-постоянных управлений/ К.В. Миронова, А.В. Кузнецов. – М.: «Горячая Линия – Телеком», 2014. - 142 с. – ил.

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. Миронова, К.В. Оценка надежности общего метода наименьших квадратов в задачах

проектирования управления / К.В. Миронова // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). - 2013. - № 4 (выпуск 46). - Часть 2. - С.64-67.
2. Миронова, К.В. Математическое моделирование развития ракетно-космической техники / К.В. Миронова, М.Ю. Новикова, В.И. Терехин и др. // «Глобальный научный потенциал». - 2013. - №1. - С. 69-75.
3. Миронова, К.В. Априорное гарантирующее оценивание параметров при проектировании алгоритмов управления механическими объектами/ К.В. Миронова, С.О. Фатьянов // Вестник Рязанского государственного агротехнологического университета. - 2014. - №3 (23). - С. 52-57.
4. Миронова, К.В. Проектирование вариантов управления наноспутником на основе траекторных измерений / К.В. Миронова, В.П. Корячко // Информатизация образования и науки. - 2015. - № 2 (26). - С. 75-87.
5. Миронова К.В. Достижимость цели в малом для плоского управляемого движения космического аппарата / К.В. Миронова, В.П. Корячко // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета (РГРТУ). - 2015. - № 1 (вып. 51). - С. 89-95.

Зарегистрированные программные продукты

1. Миронова, К.В. Поиск момента переключения управления малого космического аппарата / К.В. Миронова, А.К. Розанов. – М.: Объединенный фонд электронных ресурсов «Наука и образование» Минобрнауки РФ. - Свидетельство № 20974 от 16.06.2015.
2. Миронова, К.В. Применение метода Холецкого для избавления от корреляций с целью описания законов распределения ошибок оценок / К.В. Миронова, А.К. Розанов.– М.: Роспатент. - Свидетельство №2015618373 от 06.08.2015.

Статьи в рецензируемых научных сборниках

1. Миронова, К.В. Устойчивое управление линейными системами переменной структуры / К.В. Миронова // Межвуз. сб. научн. трудов «Информационные технологии». – Рязань, 2011. - С.110 - 114.
2. Миронова, К.В. Метод проектирования решения СЛАУ и его сложность (статья в двух частях) / К.В. Миронова // Межвуз. сб. научн. трудов «Матем. и программное обеспечение вычисл. систем» – Рязань, 2011. - часть I. С.17-20. - часть II С.72-74.
3. Миронова, К.В. Численное моделирование управления космическим наноспутником на основе двухэтапного ОМНК / К.В. Миронова // Межвуз.сб. науч. трудов «Математические методы в научных исследованиях». – Рязань, 2014. - С. 43-53.

Тезисы докладов конференций

1. Миронова, К.В. Сложность метода проектирования решения систем линейных алгебраических уравнений / К.В. Миронова // XVI Всероссийская начно-техн. конф. «Новые информ. технологии в научн. исседов.» - Рязань, 2011. - С. 289-290.
2. Миронова, К.В. Разработка алгоритмов перехода к стандартному управлению объектами / К.В. Миронова // Материалы 59-й научн.-техн. конф. Всеросс. фестиваль науки. - Рязань, 2012. - С. 116-117.
3. Миронова, К.В. Система проектирования кусочно-постоянного управления малыми искусственными спутниками Земли / К.В. Миронова // 6-я международная научно-техническая конференция «Космонавтика. Радиэлектроника. Геоинформатика.» - Рязань, 2013. - С. 105-107.
4. Миронова, К.В. Блочный метод Гаусса в задачах проектирования линейного управления / К.В. Миронова // 6-я международная научно-техническая конференция «Космонавтика. Радиэлектроника. Геоинформатика.» - Рязань, 2013. - С. 107-108.
5. Миронова, К.В. Двухэтапный метод наименьших квадратов в задачах оценивания параметров линейных моделей при большом числе нормальных измерений / К.В. Миронова // Материалы XVIII Всеросс. научно-техн. конференции студентов, молодых ученых и специалистов. - Рязань, 2013. - С. 64-65.

Миронова Кристина Валентиновна

Методы математического моделирования
управления малыми космическими аппаратами
на основе траекторной информации

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Подписано в печать . .15. Формат бумаги 60 х 84 1/16.
Бумага офсетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,0.
Тираж 100 экз.
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.