ТИПОВОЙ РАСЧЕТ
«Двойные, тройные, криволинейные, поверхностные интегралы. Теория поля»

Задание 1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле.

1.1. $\int\limits_0^{\pi/2} dx \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)\,dy$.

1.2. $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_y^{2-y} f(x,y)\,dx$.

1.3. $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x,y)\,dx$.

1.4. $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_{y^{\frac{3}{2}}}^{2-\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)\,dx$.

1.5. $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_{x-1}^{4-x} f(x,y)\,dy$.

1.6. $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,dy$.

1.7. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int\limits_0^{\cos x} f(x,y)\,dy$.

1.8. $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_{\frac{(1-x)^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\,dy$.

1.9. $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\,dx$.

1.10. $\int\limits_0^{2} dy \int\limits_{\frac{y^2}{2}}^{\sqrt{8-y^2}} f(x,y)\,dx$.

1.11. $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_{x\sqrt{3}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)\,dy$.

1.12. $\int\limits_0^{2} dx \int\limits_{x^2}^{8-x^2} f(x,y)\,dy$.

1.13. $\int\limits_1^{2} dy \int\limits_{\frac{1}{y}}^{y} f(x,y)\,dx$.

1.14. $\int\limits_1^{3} dx \int\limits_x^{3x} f(x,y)\,dy$.

1.15. $\int\limits_0^{1} dx \int\limits_{x^2}^{2-x} f(x,y)\,dy$.

1.16. $\int\limits_0^{4} dy \int\limits_y^{8-y} f(x,y)\,dx$.

1.17. $\int\limits_0^{3} dx \int\limits_0^{9-x^2} f(x,y)\,dy$.

1.18. $\int\limits_0^{1} dy \int\limits_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$.

1.19. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{2x}^{6-x} f(x,y)dy$.

1.20. $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{-\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4-x^2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy$.

1.21. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$.

1.22. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{x}^{2x} f(x,y)dy$.

1.23. $\int\limits_{0}^{r} dx \int\limits_{x}^{\sqrt{2rx-x^2}} f(x,y)dy$.

1.24. $\int\limits_{-6}^{6} dx \int\limits_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x,y)dy$.

1.25. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x^3}^{x^2} f(x,y)dy$.

1.26. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{1-x^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$.

1.27. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} dx \int\limits_{0}^{\sin x} f(x,y)dy$.

1.28. $\int\limits_{1}^{e} dx \int\limits_{0}^{\ell n x} f(x,y)dy$.

1.29. $\int\limits_{0}^{2a} dx \int\limits_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y)dy$.

1.30. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$.

Задание 2. Вычислить двойной интеграл по области D.

2.1. $\iint\limits_{D} \cos(x+y)dx\,dy$; D: $x \ge 0$; $y \le \pi$; $y \ge x$.

2.2. $\iint\limits_{D} (x-y)dx\,dy$; D: $y = 2-x^2$; $y = 2x-1$.

2.3. $\iint\limits_{D} \sin(x+y)dx\,dy$; D: $x = 0$; $y = \dfrac{\pi}{2}$; $y = x$.

2.4. $\iint\limits_{D} x^2 y\,dx\,dy$; D: $x^2 = 2py$; $y = \dfrac{p}{2}$ $(p > 0)$.

2.5. $\iint\limits_{D} dx\,dy$; D: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

2.6. $\iint\limits_{D} (x+y)dx\,dy$; D: $y^2 \le 2x$; $x+y \ge 4$; $x+y \le 12$.

2.7. $\iint\limits_D xy\,dx\,dy$; D: $xy = 1;\ x + y = \dfrac{5}{2}$.

2.8. $\iint\limits_D x\,dx\,dy$; D: – треугольник с вершинами

$$A(2;3);\ B(7;2);\ C(4;5).$$

2.9. $\iint\limits_D y\ln x\,dx\,dy$; D: $xy \ge 1;\ y \le \sqrt{x};\ x \le 2$.

2.10. $\iint\limits_D (\cos 2x + \sin y)\,dx\,dy$; D: $x \ge 0\ \ y \ge 0;\ 4x + 4y - \pi \le 0$.

2.11. $\iint\limits_D (3x + y)\,dx\,dy$; D: $x^2 + y^2 \le 9;\ y \ge \dfrac{2}{3}x + 3$.

2.12. $\iint\limits_D (3x^2 - 2xy + y)\,dx\,dy$; D: $x \ge 0;\ x \le y^2;\ y \le 2$.

2.13. $\iint\limits_D \sin(x + y)\,dx\,dy$; D: $x \ge 0;\ y \le \dfrac{\pi}{2};\ y \ge x$.

2.14. $\iint\limits_D (x^2 + 4y^2 + 9)\,dx\,dy$; D: $x^2 + y^2 \le 4$.

2.15. $\iint\limits_D (x + y)\,dx\,dy$; D: $x \ge 0;\ y \ge 0;\ x + y \le 3$.

2.16. $\iint\limits_D x\sqrt{y}\,dx\,dy$; D: $y \le 1;\ y \ge x;\ y \le 3x$.

2.17. $\iint\limits_D (x^2 + 2xy)\,dx\,dy$; D: $y \ge 0;\ y \le 1,\ y \le x,\ y \ge x - 1$.

2.18. $\iint\limits_D x^3\,dx\,dy$; D: $x \ge 0;\ y \le x;\ y \le 2 - x^2$.

2.19. $\iint\limits_D \dfrac{x^2}{y^2}\,dx\,dy$; D: $0 < x \le 2;\ y \le x;\ y \ge \dfrac{1}{x}$.

2.20. $\iint\limits_D \dfrac{x}{y^2}\,dx\,dy$; D: $y \ge x,\ y \le 9x;\ y \le \dfrac{1}{x}$.

2.21. $\iint\limits_D y\,dx\,dy$; D: $y \le \sqrt{x};\ y \ge -x;\ x - y \le 2$.

2.22. $\iint\limits_D dx\,dy$; D: $y \le x;\ y \ge \dfrac{x}{4};\ x + 2y \le 6$.

2.23. $\iint\limits_D y\,dx\,dy$; D: $x \ge 0$; $y \ge 0$; $y \le \sqrt{9-x^2}$.

2.24. $\iint\limits_D \dfrac{x^3}{y}\,dx\,dy$; D: $y \le 4$; $y \le x^2$; $y \ge \dfrac{x^2}{4}$.

2.25. $\iint\limits_D x^3 y^2\,dx\,dy$; D: $x^2 + y^2 \le R^2$.

2.26. $\iint\limits_D \left(x^2 + y\right)dx\,dy$; D: $y \ge x^2; y^2 \le x$.

2.27. $\iint\limits_D \dfrac{x^2}{y^2}\,dx\,dy$; D: $x \le 2$; $y \le x$; $xy \ge 1$.

2.28. $\iint\limits_D \cos(x+y)\,dx\,dy$; D: $x \ge 0$; $y \le \pi$; $y \ge x$.

2.29. $\iint\limits_D xy\,dx\,dy$; D: $x^2 + y^2 \le 1$; $x \ge 0$; $y \ge 0$.

2.30. $\iint\limits_D xy^2\,dx\,dy$; D: $y^2 \le 2px$; $x \le \dfrac{p}{2}$ $(p > 0)$.

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

3.1. $x^2 + y^2 = 2y$; $y = x$, $x = 0$.

3.2. $y^2 + 2y - 3x + 1 = 0$, $3x - 3y - 7 = 0$.

3.3. $y = \cos x$; $y = \cos 2x$, $y = 0$, $y \ge 0$.

3.4. $xy = a^2$, $x + y = \dfrac{5}{2}a$ $(a > 0)$.

3.5. $y = x^2$, $y = x + 2$.

3.6. $y^2 = 1 - x$, $y = 1 + x$.

3.7. $x = y^2 - 2y$, $x + y = 0$.

3.8. $y = x^2$, $4y = x^2$, $y = 4$.

3.9. $xy = 4$, $y = x$, $x = 4$.

3.10. $y^2 = 4 + x$, $x + 3y = 0$.

3.11. $y = x^2 - 2x$, $y = x$.

3.12. $y = x^2$, $4y = x^2$, $x = \pm 2$.

3.13. $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x = 4$.

3.14. $y^2 = x$, $y = x$.

3.15. $x^2 + y^2 = 2x$, $y = 0$, $y = x\sqrt{3}$.

3.16. $y = 0$, $y = 4$, $y = -x$, $y = \dfrac{1}{2}(x-1)$.

3.17. $y^2 = -x$, $x = -4$.

3.18. $y = \dfrac{9}{x}$, $y = x$, $x = 6$.

3.19. $y^2 = 2x$, $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$.

3.20. $y = x^2$, $x + y = 6$.

3.21. $y^2 = -x + 4$, $y^2 = 2x - 5$.

3.22. $y = 4x - x^2$, $y = 3x^2$.

3.23. $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 4x$.

3.24. $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 25$, $y = x\sqrt{3}$, $x = 0$.

3.25. $y = \dfrac{x^2}{2}$, $y = x + 3$, $2x + y = 6$.

3.26. $y = \dfrac{x}{4}$, $y = 2x$, $x + 3y - 7 = 0$.

3.27. $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$.

3.28. $y = \ln x$, $y = x - 1$, $y = -1$.

3.29. $x^2 + y^2 = 2y$, $y = x$, $x = 0$.

3.30. $x + y = 2$, $y = \dfrac{x^2}{4} - 1$.

Задание 4. Вычислить площадь области (с помощью перехода к полярной системе координат)

4.1. $x^2+y^2 \ge 1$, $x^2+y^2 \le 9$, $y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}$, $y \le x\sqrt{3}$.

4.2. $x^2+y^2 \ge 2$, $x^2+y^2 \le 4$, $y \ge x$, $x \ge 0$.

4.3. $x^2+y^2 \le 4$, $y \ge x$, $y \le x\sqrt{3}$.

4.4. $x^2+y^2 \le 1$, $y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}$, $y \le x\sqrt{3}$, $x \ge 0$.

4.5. $x^2+y^2 \ge 1$, $x^2+y^2 \le 4$, $-1 \le x \le 0$, $0 \le y \le 1$.

4.6. $x^2+y^2 \le R^2$ – первая четверть круга.

4.7. $x^2+y^2 \le 9$, $y \le x$, $y \ge -x$.

4.8. $x^2+y^2 \le 4$, $y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}$, $y \le x\sqrt{3}$, $x > 0$.

4.9. $x^2+y^2 \ge 1$, $x \ge 0$, $x^2+y^2 \le 4$, $y \ge 0$.

4.10. $x^2+y^2 \ge \dfrac{\pi^2}{4}$, $x^2+y^2 \le \pi$.

4.11. $x^2+y^2 \le 9$, $y \ge x$, $x \ge 0$.

4.12. $x^2+y^2 \ge a^2$, $x^2+y^2 \le 4a^2$.

4.13. $x^2+y^2 \ge \dfrac{\pi^2}{9}$, $x^2+y^2 \le \pi^2$.

4.14. $y \le \sqrt{1-x^2}$, $y \ge 0$.

4.15. $x^2+y^2 \le \pi^2$.

4.16. $x^2+y^2 \ge e^2$, $x^2+y^2 \le e^4$.

4.17. $x^2+y^2 \le a^2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$.

4.18. $x^2+y^2 \le 1$, $-1 \le x \le 0$, $0 \le y \le 1$.

4.19. $x^2+y^2 \le 4x$.

4.20. $x^2+y^2\le 1$, $y\ge 0$.

4.21. $x^2+y^2\le 1$, $y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}$, $y\le x\sqrt{3}$, $x>0$.

4.22. $x^2+y^2\le 4$, $y=x$, $x\ge 0$.

4.23. $x^2+y^2\ge 1$, $x^2+y^2\le 4$.

4.24. $\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2$.

4.25. $x^2+y^2\le 9$, $y=x$, $y\ge 0$.

4.26. $x^2+y^2\ge 1$, $x^2+y^2\le 9$, $y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}$, $y\le x\sqrt{3}$.

4.27. $x^2+y^2\le Rx$.

4.28. $x^2+y^2\le 4x$, $y\le x$.

4.29. $x^2+y^2\le 1$, $x\ge 0$, $y\ge 0$.

4.30. $x^2+y^2\le 2y$, $y\le x$.

Задание 5. Вычислить тройной интеграл.

5.1. $\iiint\limits_V \left(1+2x^3\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 36x,\ x=1,\ 0\le z\le \sqrt{xy}$.

5.2. $\iiint\limits_V \left(15x+30z\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le z\le x^2+3y^2, 0\le y\le x, x=1$.

5.3. $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{\left(1+\frac{x}{16}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^5}$; $V: \dfrac{x}{16}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{3}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5.4. $\iiint\limits_V \left(4+8z^3\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ x=1,\ 0\le z\le \sqrt{xy}$.

5.5. $\iiint\limits_V \left(3x^2+y^2\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le z\le 10y, x+y=1, y=0, x=0$.

5.6. $\iiint\limits_V y\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 15x,\ 0\le z\le xy,\ x=1$.

5.7. $\iiint\limits_V \left(27+54y^3\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ x=1,\ 0\le z\le\sqrt{xy}$.

5.8. $\iiint\limits_V (3x+4y)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ 0\le z\le 5\left(x^2+y^2\right),\ x=1$.

5.9. $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{\left(1+\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}\right)^4}$; $V: \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{8}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5.10. $\iiint\limits_V \left(1+2x^3\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 9x,\ x=1,\ 0\le z\le\sqrt{xy}$.

5.11. $\iiint\limits_V \left(y^2+z^2\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le z\le x+y,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0$.

5.12. $\iiint\limits_V x\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 10x,\ x=1,\ 0\le z\le xy$.

5.13. $\iiint\limits_V (x+y)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ x=1,\ 0\le z\le 3x^2+6y^2$.

5.14. $\iiint\limits_V (8y+2z)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ x=1,\ 0\le z\le x^2+y^2$.

5.15. $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{\left(1+\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}\right)^6}$; $V: \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5.16. $\iiint\limits_V \left(1+2\sqrt{y}\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le x,\ x=1,\ 0\le z\le\sqrt{xy}$.

5.17. $\iiint\limits_V x^2\,dx\,dy\,dz$; $V: x+y=1,\ x=0,\ y=0,\ 0\le z\le x+3y$.

5.18. $\iiint\limits_V 3y^2\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 2x,\ x=2,\ 0\le z\le xy$.

5.19. $\iiint\limits_V (1+2z)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0\le y\le 4x,\ x=1,\ 0\le z\le\sqrt{xy}$.

5.20. $\iiint\limits_V (6y+9z)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le x,\ x=1,\ 0 \le z \le x^2+y^2$.

5.21. $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{\left(1+\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^6}$; $V: \dfrac{x}{10}+\dfrac{y}{8}+\dfrac{z}{3}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5.22. $\iiint\limits_V (2x+3)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le 9x,\ x=1,\ 0 \le z \le \sqrt{xy}$.

5.23. $\iiint\limits_V \left(x^2+3y^2\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le 1-x,\ x=0,\ 0 \le z \le 2x$.

5.24. $\iiint\limits_V 2xz\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le x,\ x=2,\ 0 \le z \le xy$.

5.25. $\iiint\limits_V x^2z\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le 3x,\ x=2,\ 0 \le z \le xy$.

5.26. $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{\left(1+\frac{x}{8}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}\right)^6}$; $V: \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{5}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5.27. $\iiint\limits_V (5x+3z)\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le x,\ x=2,\ 0 \le z \le x^2+y^2$.

5.28. $\iiint\limits_V xyz\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le x,\ x=2,\ 0 \le z \le xy$.

5.29. $\iiint\limits_V \left(x^2+4y^2\right)dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le 1-x,\ x=0,\ 0 \le z \le 2x$.

5.30. $\iiint\limits_V y^2\,dx\,dy\,dz$; $V: 0 \le y \le 1-x,\ x=0,\ 0 \le z \le 3x+y$.

Задание 6. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями.

6.1. $\begin{cases} 2y^2 = x, \\ \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{4} = 1, \\ z = 0, \\ y = 0. \end{cases}$

6.2. $\begin{cases} x + y + z = 3, \\ x^2 + y^2 = 1, \\ x = 0, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.3. $\begin{cases} x + y - z + 1 = 0, \\ z = 0, \\ x = 0, \\ y = x^2. \end{cases}$

6.4. $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ xy = 4, \\ z = 0. \end{cases}$

6.5. $\begin{cases} x + y = 3, \\ z = x^2 + y^2, \\ x = 0, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.6. $\begin{cases} 3x + 3y + z = 0, \\ x = 1, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.7. $\begin{cases} x = 4y^2, \\ \dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{8} + \dfrac{z}{4} = 1, \\ z = 0, \\ y = 0. \end{cases}$

6.8. $\begin{cases} x + y + z = 2, \\ y = x^2, \\ z = 0, \\ x = 0. \end{cases}$

6.9. $\begin{cases} z = 1 - x^2 - 4y^2, \\ z = 0. \end{cases}$

6.10. $\begin{cases} z = x^2 - y^2, \\ x = 1, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.11. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ z = 5x, \\ z = 0, \\ y = 0\ (y \geq 0). \end{cases}$

6.12. $\begin{cases} z = 4 - y^2, \\ y = \dfrac{x^2}{2}, \\ z = 0, \\ x = 0. \end{cases}$

6.13. $\begin{cases} z = 9 - y^2, \\ z = 0, \\ x = 0, \\ y = 0\ (y \geq 0), \\ 3x + 4y = 12. \end{cases}$

6.14. $\begin{cases} z = 4 - x^2, \\ 2x + y = 4, \\ x = 0\ (x \geq 0), \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.15. $\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ x = 0, \\ z = 0, \\ y = 1, \\ y = x^2. \end{cases}$

6.16. $\begin{cases} z = \dfrac{y^2}{2}, \\ 2x + 3y - 12 = 0, \\ x = 0, \\ y = 0, \quad z = 0, \end{cases}$

6.17. $\begin{cases} z = 9 - x^2, \\ y = 2x, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.18. $\begin{cases} z = 16 - x^2, \\ y = x, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.19. $\begin{cases} z = 9 - x^2, \\ z = 0, \\ y = x^2, \\ y = 0. \end{cases}$

6.20. $\begin{cases} z = 4 - y^2, \\ z = 0, \\ x = y^2, \\ x = 0. \end{cases}$

6.21. $\begin{cases} z = 1 - x^2 - y^2, \\ x + y + z = 1, \\ x = 0 \ (x \geq 0), \\ y = 0 \ (y \geq 0). \end{cases}$

6.22. $\begin{cases} z = 4 - x^2 - y^2, \\ x + y + \dfrac{z}{2} = 2, \\ x = 0 \ (x \geq 0), \\ y = 0 \ (y \geq 0). \end{cases}$

6.23. $\begin{cases} z = 0 - x^2 - y^2, \\ x + y + \dfrac{z}{3} = 3, \\ x = 0 \ (x \geq 0), \\ y = 0 \ (y \geq 0). \end{cases}$

6.24. $\begin{cases} z = 16 - x^2 - y^2, \\ x + y + \dfrac{z}{4} = 4, \\ x = 0 \ (x \geq 0), \\ y = 0 \ (y \geq 0). \end{cases}$

6.25. $\begin{cases} z = 1 - x^2 - y^2, \\ z = 0, \\ x = 0, \\ y = 0, \\ x + y = 1. \end{cases}$

6.26. $\begin{cases} z = 4 - x^2 - y^2, \\ z = 0, \\ x = 0, \\ y = 0, \\ x + y = 2. \end{cases}$

6.27. $\begin{cases} z = 9 - x^2 - y^2, \\ x + y = 3, \\ z = 0, \\ x = 0, \\ y = 0. \end{cases}$

6.28. $\begin{cases} z = 16 - x^2 - y^2, \\ x + y = 2, \\ x = 0, \\ y = 0, \\ z = 0. \end{cases}$

6.29. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = y, \\ x = 0 \ (x \geq 0). \end{cases}$

6.30. $\begin{cases} z = 1 - y^2, \\ y = \dfrac{x^2}{4}, \\ z = 0, \\ x = 0. \end{cases}$

Задание 7. Найти массу плоской пластины D, с помощью перехода к ПСК.

7.1. $D:\begin{cases} 2x \le x^2 + y^2 \le 4x, \\ 0 \le y \le x, \end{cases}$ $\qquad \mu = 2y$.

7.2. $D:\begin{cases} x \le x^2 + y^2 \le 2x, \\ \dfrac{x}{\sqrt{3}} \le y \le x, \end{cases}$ $\qquad \mu = 3y$.

7.3. $D:\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 2y, \\ x \ge 0, \\ y \ge x\sqrt{3}, \end{cases}$ $\qquad \mu = 16y$.

7.4. $D:\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 3y, \\ y \ge 0, \\ y \le x, \end{cases}$ $\qquad \mu = 12xy$.

7.5. $D:\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 3y, \\ y \le x, \\ y \ge 0, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{x}{y}$.

7.6. $D:\begin{cases} -y \le x^2 + y^2 \le -2y, \\ y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}, \\ y \ge x\sqrt{3}, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{x}{y}$.

7.7. $D:\begin{cases} x^2 + y^2 \ge 1, \\ x^2 + y^2 \le 9, \\ y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}, \\ y \le \sqrt{3}x, \end{cases}$ $\qquad \mu = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$.

7.8. $D:\begin{cases}1\le x^2+y^2\le 4,\\ y\ge 0,\\ y\le x\sqrt{3},\end{cases}$ $\mu=\sqrt{x^2+y^2}.$

7.9. $D:\begin{cases}\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2,\\ y\ge 0,\\ y\ge -x,\end{cases}$ $\mu=\sin\sqrt{x^2+y^2}\,.$

7.10. $D:\begin{cases}1\le x^2+y^2\le 4,\\ y\ge 0,\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu=\sqrt{4-x^2-y^2}\,.$

7.11. $D:\begin{cases}4\le x^2+y^2\le 9,\\ y\ge 0,\end{cases}$ $\mu=e^{-\left(x^2+y^2\right)}.$

7.12. $D:\begin{cases}x^2+y^2\le 1,\\ y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}},\\ y\le x\sqrt{3},\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu=\sqrt{1-x^2-y^2}\,.$

7.13. $D:\begin{cases}4\le x^2+y^2\le 9,\\ y\ge 0,\end{cases}$ $\mu=\dfrac{1}{x^2+y^2+1}.$

7.14. $D:\begin{cases}2x\le x^2+y^2\le 4x,\\ y\ge 0,\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu=\sqrt{x^2+y^2}\,.$

7.16. $D:\begin{cases}2\le x^2+y^2\le 4,\\ y\ge 0,\\ x\le 0,\end{cases}$ $\mu=\dfrac{1}{x^2+y^2+1}.$

7.17. $D:\begin{cases} e^2 \le x^2 + y^2 \le e^4, \\ y \ge 0, \end{cases}$ $\mu = \ln\left(x^2 + y^2\right).$

7.18. $D:\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 \le \pi^2, \\ y \ge 0, \\ x \le 0, \end{cases}$ $\mu = \pi^2 - \dfrac{y^2}{x^2}.$

7.19. $D:\begin{cases} x^2 + y^2 \ge \dfrac{\pi^2}{9}, \\ x^2 + y^2 \le \pi^2, \\ y \le 0, \\ y \ge x, \end{cases}$ $\mu = \dfrac{\sin\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

7.20. $D:\begin{cases} x^2 + y^2 \le y, \\ x \le 0, \\ y \le 0, \end{cases}$ $\mu = \dfrac{1}{x^2 + y^2 + 1}.$

7.21. $D:\begin{cases} -2y \le x^2 + y^2 \le -4y, \\ y \le 0, \\ x \ge 0, \end{cases}$ $\mu = \sqrt{x^2 + y^2}.$

7.22. $D:\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 \le 9, \\ y \ge x, \\ x \ge 0, \end{cases}$ $\mu = xy.$

7.23. $D:\begin{cases} \dfrac{\pi^2}{36} \le x^2 + y^2 \le \dfrac{\pi^2}{4}, \\ y \le \dfrac{x}{\sqrt{3}}, \\ y \ge \sqrt{3}x, \end{cases}$ $\mu = \dfrac{\cos\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

7.24. $D:\begin{cases}1\le x^2+y^2\le 4,\\ y\le \dfrac{x}{\sqrt{3}},\\ y\ge 0,\end{cases}$ $\mu = xy$.

7.25. $D:\begin{cases}x^2+y^2\le y,\\ y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}},\\ y\le x\sqrt{3},\end{cases}$ $\mu = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}$.

7.26. $D:\begin{cases}x^2+y^2\le 9,\\ y\ge 0\\ x\ge 0\end{cases}$ $\mu = 1+3x+3y$.

7.27. $D:\begin{cases}1\le x^2+y^2\le 4,\\ y\le 0,\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu = \dfrac{1}{1+x^2+y^2}$.

7.28. $D:\begin{cases}4\le x^2+y^2\le 9,\\ y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}},\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu = x$.

7.29. $D:\begin{cases}1\le x^2+y^2\le 4,\\ y\ge \dfrac{x}{\sqrt{3}},\\ x\ge 0,\end{cases}$ $\mu = xy$.

7.30. $D:\begin{cases}-y\le x^2+y^2\le -2y,\\ x\ge 0,\\ y\le -x,\end{cases}$ $\mu = \dfrac{x^2}{y^2}$.

Задание 8. Вычислить объём тела, ограниченного заданными поверхностями (переход к ЦСК).

8.1. $\begin{cases} x^2+y^2=2y, \\ z=1-x^2-y^2, \\ z=0. \end{cases}$

8.2. $\begin{cases} z=\sqrt{x^2+y^2}, \\ z=6-x^2-y^2. \end{cases}$

8.3. $\begin{cases} z=2-\sqrt{x^2+y^2}, \\ z=0, \\ y=x\ (y\ge x), \\ y=x\ (y\le x). \end{cases}$

8.4. $\begin{cases} z=1-x^2-y^2, \\ z=0, \\ y=x\ (y\ge x), \\ y=\sqrt{3}x\ (y\le\sqrt{3}x). \end{cases}$

8.5. $\begin{cases} z=\sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2=2x, \\ z=0, \\ y=0\ (y\ge 0). \end{cases}$

8.6. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ x^2+y^2=1. \\ (\text{вне цилиндра}) \end{cases}$

8.7. $\begin{cases} 4z=16-x^2-y^2, \\ x^2+y^2=4, \\ (\text{вне цилиндра}) \\ \mathrm{z}=0. \end{cases}$

8.8. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ x^2+y^2=3z. \\ (\text{вне параболы}) \end{cases}$

8.9. $\begin{cases} z=2+x^2+y^2, \\ z=4-x^2-y^2. \end{cases}$

8.10. $\begin{cases} z=5\sqrt{x^2+y^2}, \\ z=6-x^2-y^2. \end{cases}$

8.11. $\begin{cases} z=-\sqrt{x^2+y^2}, \\ z=x^2+y^2-6. \end{cases}$

8.12. $\begin{cases} z=-5\sqrt{x^2+y^2}, \\ z=x^2+y^2-6. \end{cases}$

8.13. $\begin{cases} z=4-x^2-y^2, \\ z=3\sqrt{x^2+y^2}. \end{cases}$

8.14. $\begin{cases} z=3-x^2-y^2, \\ z=2\sqrt{x^2+y^2}. \end{cases}$

8.15. $\begin{cases} z = -3\sqrt{x^2+y^2}, \\ z = x^2+y^2-4. \end{cases}$

8.16. $\begin{cases} z = -2\sqrt{x^2+y^2}, \\ z = x^2+y^2-3. \end{cases}$

8.17. $\begin{cases} z = 3\sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2 = -2x, \\ z = 0, \\ y = 0\ (y \le 0). \end{cases}$

8.18. $\begin{cases} z = 6\sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2 = 2y, \\ z = 0, \\ x = 0\ (x \le 0). \end{cases}$

8.19. $\begin{cases} z = \sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2 = -4y, \\ z = 0, \\ x = 0\ (x \le 0). \end{cases}$

8.20. $\begin{cases} z = 2\sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2 = -2y, \\ z = 0, \\ x = 0\ (x \ge 0). \end{cases}$

8.21. $\begin{cases} z = \sqrt{x^2+y^2}, \\ x^2+y^2 = -4x, \\ z = 0, \\ y = 0\ (y \ge 0). \end{cases}$

8.22. $\begin{cases} z = 4-\sqrt{x^2+y^2}, \\ z = 0, \\ y = x\ (y \le x), \\ y = \dfrac{x}{\sqrt{3}}\left(y \ge \dfrac{x}{\sqrt{3}}\right). \end{cases}$

8.23. $\begin{cases} z = \sqrt{x^2+y^2}-4, \\ z = 0, \\ y = -\sqrt{3}x\ \left(y \ge -\sqrt{3}x\right), \\ y = x\ (y \ge x). \end{cases}$

8.24. $\begin{cases} z = \sqrt{x^2+y^2}-1, \\ z = 0, \\ y = \sqrt{3}x\ \left(y \le \sqrt{3}x\right), \\ y = -\dfrac{x}{\sqrt{3}}\left(y \ge -\dfrac{x}{\sqrt{3}}\right). \end{cases}$

8.25. $\begin{cases} z = 6+x^2+y^2, \\ z = 8-x^2-y^2. \end{cases}$

8.26. $\begin{cases} z = 9-x^2-y^2, \\ x^2+y^2 = 4, \\ z = 0. \end{cases}$

8.27. $\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ x^2 + y^2 = 2x, \\ z = 0, \\ y = 0\ (y \le 0). \end{cases}$ **8.28.** $\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ x^2 + y^2 = -2y, \\ z = 0, \\ x = 0\ (x \le 0). \end{cases}$

8.29. $\begin{cases} z = 4\sqrt{x^2 + y^2}, \\ z = 5 - x^2 - y^2. \end{cases}$ **8.30.** $\begin{cases} z = -4\sqrt{x^2 + y^2}, \\ z = x^2 + y^2 - 5. \end{cases}$

Задание 9. Найти объём тела, ограниченного заданными поверхностями (переход к ССК).

9.1. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 16, \\ z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \ge 0. \end{cases}$ **9.2.** $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.3. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, \\ z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0. \end{cases}$ **9.4.** $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \\ z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0. \end{cases}$

9.5. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \\ z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0. \end{cases}$ **9.6.** $\begin{cases} 9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 16, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.7. $\begin{cases} 9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \\ z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0, \\ x \ge 0. \end{cases}$ **9.8.** $\begin{cases} 36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49, \\ z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ z \le 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.9. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0. \end{cases}$

9.10. $\begin{cases} 36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \\ 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.11. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 16, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le 0, \\ y \le 0, \\ x \le 0. \end{cases}$

9.12. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 25, \\ z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0, \\ x \ge 0. \end{cases}$

9.13. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0. \end{cases}$

9.14. $\begin{cases} 36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 81, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.15. $\begin{cases} 25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.16. $\begin{cases} 49 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \\ 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.17. $\begin{cases} 25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le 0, \\ x \le 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.18. $\begin{cases} 16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 25, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le 0, \\ x \le 0. \end{cases}$

9.19. $\begin{cases} 25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \\ z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.20. $\begin{cases} 9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 25, \\ 0 \le z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \ge 0. \end{cases}$

9.21. $\begin{cases} 9 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49, \\ z \ge -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0, \\ x \le 0. \end{cases}$

9.22. $\begin{cases} -16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \\ z \le -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.23. $\begin{cases} 25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 36, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}} \le z \le 0, \\ y \le 0, \\ x \ge 0. \end{cases}$

9.24. $\begin{cases} 64 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \\ z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0. \end{cases}$

9.25. $\begin{cases} 36 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ x \le 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.26. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \\ z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.27. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, \\ z \ge \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.28. $\begin{cases} 16 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 81, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2 + y^2}{3}}, \\ y \le 0. \end{cases}$

9.29. $\begin{cases} 25 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 64, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}} \le z, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}, \\ y \ge 0. \end{cases}$

9.30. $\begin{cases} 49 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 100, \\ -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}} \le z, \\ z \le \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}, \\ x \ge 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$

Задание 10. Найти массу тела, ограниченного заданными поверхностями, с плотностью равной $\boldsymbol{\mu}$ (переход к ЦСК).

10.1. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 4, \\ 0 \le z \le x^2 + y^2, \\ x \ge 0, \end{cases}$ $\mu = x$.

10.2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 4, \\ 0 \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \\ y \ge 0, \end{cases}$ $\mu = y$.

10.3. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 9, \\ 0 \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \\ x \ge 0, \end{cases}$ $\mu = x$.

10.4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 25, \\ 0 \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \\ y \ge 0,\ x \ge 0, \end{cases}$ $\mu = y$.

10.5. $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ x^2+y^2=9, \\ -\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 0, \\ y\ge 0, \end{cases}$ $\quad\mu = y$.

10.6. $\begin{cases} x^2+y^2=1, \\ x^2+y^2=25, \\ -\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 0, \\ x\ge 0,\ y\ge 0, \end{cases}$ $\quad\mu = x$.

10.7. $\begin{cases} x\le x^2+y^2\le 2x, \\ 0\le z\le 3\sqrt{x^2+y^2}, \\ x\ge 0, \end{cases}$ $\quad\mu = \dfrac{1}{x}$.

10.8. $\begin{cases} y\le x^2+y^2\le 2y, \\ 0\le z\le 2\sqrt{x^2+y^2}, \\ y\ge 0, \end{cases}$ $\quad\mu = \dfrac{1}{y}$.

10.9. $\begin{cases} 4\le x^2+y^2\le 9, \\ 0\le z\le \dfrac{x^2+y^2}{2}, \end{cases}$ $\quad\mu = \sqrt{x^2+y^2}$.

10.10. $\begin{cases} 1\le x^2+y^2\le 4, \\ -\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 0, \end{cases}$ $\quad\mu = 4-x^2-y^2$.

10.11. $\begin{cases} 1\le x^2+y^2\le 4, \\ -\dfrac{x^2+y^2}{2}\le z\le 0, \end{cases}$ $\quad\mu = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

10.12. $\begin{cases} 1\le x^2+y^2\le 9, \\ x^2+y^2\le z\le 0, \end{cases}$ $\quad\mu = \dfrac{1}{x^2+y^2}$.

10.13. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 \le 9, \\ 0 \le z \le 2\left(x^2 + y^2\right), \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{x^2 + y^2}.$

10.14. $\begin{cases} x \le x^2 + y^2 \le 2x, \\ 0 \le z \le 3\sqrt{x^2 + y^2}, \\ y \le 0, \quad x \ge 0, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{x^2 + y^2}.$

10.15. $\begin{cases} -x \le x^2 + y^2 \le -2x, \\ -\dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \le z \le 2\sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{x^2 + y^2}.$

10.16. $\begin{cases} -y \le x^2 + y^2 \le -2y, \\ -2\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

10.17. $\begin{cases} x \le x^2 + y^2 \le 2x, \\ -\left(x^2 + y^2\right) \le z \le 2x, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{x^2 + y^2}.$

10.18. $\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 2y, \\ -2\left(x^2 + y^2\right) \le z \le \left(x^2 + y^2\right), \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

10.19. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 \le 4, \\ -\dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \le z \le \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{1 + x^2 + y^2}.$

10.20. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 \le 9, \\ 0 \le z \le x^2 + y^2, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{1 + x^2 + y^2}.$

10.21. $\begin{cases} 1 \le x^2 + y^2 \le 4, \\ -\dfrac{\left(x^2 + y^2\right)}{2} \le z \le \dfrac{x^2 + y^2}{2}, \end{cases}$ $\qquad \mu = \dfrac{1}{1 + x^2 + y^2}.$

10.22. $\begin{cases} 4 \le x^2 + y^2 \le 9, \\ -3\left(x^2 + y^2\right) \le z \le 0, \end{cases}$ $\mu = \dfrac{1}{1 + x^2 + y^2}$.

10.23. $\begin{cases} -y \le x^2 + y^2 \le -2y, \\ 0 \le z \le 3\sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = x^2$.

10.24. $\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 2y, \\ 0 \le z \le 3\sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = x^2$.

10.25. $\begin{cases} y \le x^2 + y^2 \le 2y, \\ -3\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 3\sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = y^2$.

10.26. $\begin{cases} x \le x^2 + y^2 \le 2x, \\ -3\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 0, \end{cases}$ $\mu = y^2$.

10.27. $\begin{cases} -x \le x^2 + y^2 \le -2x, \\ 0 \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = y^2$.

10.28. $\begin{cases} 2x \le x^2 + y^2 \le 4x, \\ -\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = x^2$.

10.29. $\begin{cases} 4\pi^2 \le x^2 + y^2 \le 9\pi^2, \\ 0 \le z \le \sqrt{x^2 + y^2}, \end{cases}$ $\mu = \sin\sqrt{x^2 + y^2}$.

10.30. $\begin{cases} 4\pi^2 \le x^2 + y^2 \le 9\pi^2, \\ -\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 0, \end{cases}$ $\mu = \sin\sqrt{x^2 + y^2}$.

Задание 11. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int\limits_{AB} f(x,y)dl$, где AB – отрезок прямой от точки A до точки B.

11.1. $\int\limits_{AB}(2x-y)dl;\quad A(0;1);\quad B(1;3).$

11.2. $\int\limits_{AB}(x+4y)dl;\quad A(-1;0);\quad B(0;3).$

11.3. $\int\limits_{AB}(-x+2y)dl;\quad A(-2;1);\quad B(1;7).$

11.4. $\int\limits_{AB}(3x+y)dl;\quad A(0;-2);\quad B(0;4).$

11.5. $\int\limits_{AB}(-2x+y)dl;\quad A(-2;0);\quad B(0;4).$

11.6. $\int\limits_{AB}(4x-y)dl;\quad A(0;3);\quad B(3;0).$

11.7. $\int\limits_{AB}(-3x+2y)dl;\quad A(-1;-2);\quad B(1;0).$

11.8. $\int\limits_{AB}(2x-y)dl;\quad A(0;1);\quad B(1;3).$

11.9. $\int\limits_{AB}(5x+y)dl;\quad A(0;-1);\quad B(1;2).$

11.10. $\int\limits_{AB}(x+3y)dl;\quad A(1;2);\quad B(2;4).$

11.11. $\int\limits_{AB}(-5x+2y)dl;\quad A(-2;1);\quad B(0;5).$

11.12. $\int\limits_{AB}(-4x+3y)dl;\quad A(-3;0);\quad B(0;3).$

11.13. $\int\limits_{AB}(7x+y)dl;\quad A(-4;1);\quad B(0;5).$

11.14. $\int\limits_{AB}(-6x+y)dl;\quad A(2;1);\quad B(4;3).$

11.15. $\int\limits_{AB}(-3x+4y)dl;\quad A(3;2);\quad B(5;4).$

11.16. $\int\limits_{AB}(-7x+2y)dl; \quad A(-3;1); \quad B(0;-2).$

11.17. $\int\limits_{AB}(2x-7y)dl; \quad A(-4;2); \quad B(-2;6).$

11.18. $\int\limits_{AB}(-3x+7y)dl; \quad A(-1;3); \quad B(0;2).$

11.19. $\int\limits_{AB}(4x-5y)dl; \quad A(-2;2); \quad B(0;4).$

11.20. $\int\limits_{AB}(x+7y)dl; \quad A(0;-2); \quad B(2;0).$

11.21. $\int\limits_{AB}(x-5y)dl; \quad A(2;2); \quad B(3;5).$

11.22. $\int\limits_{AB}(2x+5y)dl; \quad A(-2;-1); \quad B(0;3).$

11.23. $\int\limits_{AB}(5x+6y)dl; \quad A(2;1); \quad B(3;3).$

11.24. $\int\limits_{AB}(5x+6y)dl; \quad A(2;1); \quad B(3;3).$

11.25. $\int\limits_{AB}(3x-y)dl; \quad A(0;2); \quad B(1;4).$

11.26. $\int\limits_{OABC}xydl;$ $OABC$ – контур прямоугольника с вершинами $O(0;0)$; $A(4;0)$; $B(4;2)$; $C(0;2)$.

11.27 $\int\limits_{L}ydl;$ L – дуга параболы $y^2=2x, \quad 0\le x\le 2$.

11.28. $\int\limits_{L}ydl;$ L – дуга параболы $y=x^2, \quad 0\le x\le 2$.

11.29. $\int\limits_{ABO}(x+y)dl;$ ABO – контур треугольника с вершинами $A(1;0)$; $B(0;1)$; $O(0;0)$.

11.30 $\int\limits_{L}xydl;$ L – контур квадрата со сторонами $x=\pm1; y=\pm1$.

Задание 12. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int\limits_L f(x,y)dl$.

В вариантах 12.1. – 12.5. L – часть дуги спирали Архимеда $\rho = a\varphi;\quad \alpha \le \varphi \le \beta$.

12.1. $\int\limits_L \operatorname{arctg}\frac{y}{x}dl;\quad a=1;\ \alpha=0;\ \beta=\frac{\pi}{4}.$

12.2. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl;\quad a=2;\ \alpha=0;\ \beta=\frac{\pi}{6}.$

12.3. $\int\limits_L \operatorname{arctg}{\frac{y}{x}}^{3} dl;\quad a=1;\ \alpha=0;\ \beta=\frac{\pi}{2}.$

12.4. $\int\limits_L (x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}dl;\quad a=2;\ \alpha=0;\ \beta=\frac{\pi}{3}.$

12.5. $\int\limits_L \rho dl;\quad a=1;\ \alpha=\frac{\pi}{2};\ \beta=\pi.$

В вариантах 12.6. – 12.10. L – часть дуги окружности $x^2+y^2=R^2$.

12.6. $\int\limits_L xdl;\quad R=1;\ x\ge 0.$

12.7. $\int\limits_L ydl;\quad R=2;\ y\le 0.$

12.8. $\int\limits_L (x+y)dl;\quad R=3;\ y\ge x.$

12.9. $\int\limits_L (2x+y)dl;\quad R=4;\ y\le x.$

12.10. $\int\limits_L (y-x)dl;\quad R=2;\ y\le |x|.$

В вариантах 12.11. – 12.15. L – часть дуги окружности $x^2+y^2=ax$.

12.11. $\int\limits_L (x-2y)dl; a=2; y\geq 0.$

12.12. $\int\limits_L (2x+y)dl;\quad a=4;\ y\geq 0.$

12.13. $\int\limits_L (x+3y)dl;\quad a=-2;\ y\geq x.$

12.14. $\int\limits_L (3x-y)dl;\quad a=-4;\ y\leq x.$

12.15. $\int\limits_L (x+3y)dl;\quad a=2;\ x\geq 1.$

В вариантах 12.16. – 12.20. L – часть дуги окружности $x^2+y^2=by$.

12.16. $\int\limits_L (x-2y)dl;\quad b=2;\ x\geq 0.$

12.17. $\int\limits_L (4x-y)dl;\quad b=-2;\ x\leq 0.$

12.18. $\int\limits_L (2x+3y)dl;\quad b=4;\ y\geq 2.$

12.19. $\int\limits_L (3x-2y)dl;\quad b=-4;\ y\leq 2.$

12.20. $\int\limits_L (3x+y)dl;\quad b=2;\ y\geq x.$

В вариантах 12.21. – 12.25. L – часть дуги кардиоиды $\rho=a(1+\cos\varphi)$.

12.21. $\int\limits_L xdl;\quad a=2;\ 0\leq\varphi\leq\dfrac{\pi}{4}.$

12.22. $\int\limits_L ydl;\quad a=3;\ \dfrac{\pi}{4}\leq\varphi\leq\dfrac{\pi}{2}.$

12.23. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}dl;\quad a=1;\ 0\leq\varphi\leq\dfrac{\pi}{2}.$

12.24. $\int\limits_L \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}dl; \quad a=2;\ \frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{3\pi}{4}.$

12.25. $\int\limits_L \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}dl; \quad a=3;\ \frac{\pi}{2}\le\varphi\le\pi.$

В вариантах 12.26. – 12.30. L – часть дуги линии $x=a\cos t,\ y=a\sin t$.

12.26. $\int\limits_L \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}dl; \quad a=1;\ \frac{\pi}{8}\le\varphi\le\frac{\pi}{4}.$

12.27. $\int\limits_L \rho\cdot\cos 2\varphi dl; \quad a=2;\ \frac{\pi}{4}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}.$

12.28. $\int\limits_L \sin 4\varphi dl; \quad a=1;\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{4}.$

12.29. $\int\limits_L \frac{xy(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}dl; \quad a=2;\ \frac{\pi}{8}\le\varphi\le\frac{3\pi}{8}.$

12.30. $\int\limits_L \rho\sqrt{a^2-\rho^2}dl; \quad a=1;\ 0\le\varphi\le\pi.$

Задание 13. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int\limits_L f(x,y)dl$.

В вариантах 13.1. – 13.6. L – часть дуги линии $x=a\cos t,\ y=a\sin t$.

13.1. $\int\limits_L xydl; \quad 0\le t\le\frac{\pi}{4}$.

13.2. $\int\limits_L (x+y)^2dl; \quad \frac{\pi}{4}\le t\le\frac{\pi}{2}.$

13.3. $\int\limits_L (x-y)^2dl; \quad \frac{\pi}{6}\le t\le\frac{\pi}{3}.$

13.4. $\int\limits_L \frac{y}{x}dl; \quad 0\le t\le\frac{\pi}{3};$

13.5. $\int\limits_L x^2 dl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{6}.$

13.6. $\int\limits_L y^2 dl; \quad \frac{\pi}{3} \le t \le \frac{2\pi}{3}.$

В вариантах 13.7. – 13.12. L – часть дуги линии $x = a\cos t,\ y = b\sin t$.

13.7. $\int\limits_L xydl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{4};\ a = 2;\ b = 1.$

13.8. $\int\limits_L x^3 ydl; \quad \frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{2};\ a = 1;\ b = 2.$

13.9. $\int\limits_L xy^3 dl; \quad \frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{2};\ a = 3;\ b = 1.$

13.10. $\int\limits_L \frac{x}{y} dl; \quad \frac{\pi}{6} \le t \le \frac{\pi}{3};\ a = 2;\ b = 1.$

13.11. $\int\limits_L \frac{y}{x} dl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{3};\ a = 1;\ b = 3.$

13.12. $\int\limits_L \frac{xy}{1 + 8x^2} dl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{4};\ a = 1;\ b = 3.$

В вариантах 13.13. – 13.18. L – часть дуги линии $x = a\cos^3 t;\ \ y = a\sin^3 t$.

13.13. $\int\limits_L xdl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{2};\ a = 1.$

13.14. $\int\limits_L ydl; \quad \frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{2};\ a = 2.$

13.15. $\int\limits_L \sqrt[3]{x} dl; \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{4};\ a = 8.$

13.16. $\int\limits_L \sqrt[3]{y} dl; \quad \frac{\pi}{6} \le t \le \frac{\pi}{3};\ a = 8.$

13.17. $\int\limits_L (x^{2/3}+y^{2/3})\,dl;\quad 0\le t\le \frac{\pi}{3};\ \ a=1.$

13.18. $\int\limits_L \sqrt[3]{\frac{y}{x}}\,dl;\quad 0\le t\le \frac{\pi}{4};\ \ a=2.$

В вариантах 13.19. – 13.24. L – часть дуги линии $x=t\cos t,\ y=t\sin t$.

13.19. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl;\quad 0\le t\le \frac{\pi}{2}.$

13.20. $\int\limits_L (2+\sqrt{x^2+y^2})\,dl;\quad 0\le t\le \frac{\pi}{3}.$

13.21. $\int\limits_L (x^2+y^2)^{3/2}\,dl;\quad \frac{\pi}{2}\le t\le \pi.$

13.22. $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2}};\quad \frac{\pi}{6}\le t\le \frac{\pi}{4}.$

13.23. $\int\limits_L \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{1+x^2+y^2}\,dl;\quad \frac{\pi}{6}\le t\le \frac{\pi}{4}.$

13.24. $\int\limits_L (1+x^2+y^2)\cdot\sqrt{x^2+y^2}\,dl;\quad \frac{\pi}{4}\le t\le \frac{\pi}{3}.$

В вариантах 13.25. – 13.30. L – часть дуги линии $x=t-\sin t,\ y=1-\cos t$.

13.25. $\int\limits_L \sqrt{y}\,dl;\quad 0\le t\le \frac{\pi}{2}.$

13.26. $\int\limits_L y\,dl;\quad 0\le t\le \pi.$

13.27. $\int\limits_L (y-1)\,dl;\quad 0\le t\le 2\pi.$

13.28. $\int\limits_L y^2\,dl;\quad 0\le t\le \pi.$

13.29. $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{2y}};\quad 1\le t\le 2.$

13.30. $\int\limits_L \frac{dl}{y};\quad \frac{\pi}{4}\le t\le \frac{\pi}{2}.$

Задание 14. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int\limits_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$.

14.1. $\int\limits_L (x+y)dx + (x-y)dy;\quad L: y = x^2,\ 0 \le x \le 1.$

14.2. $\int\limits_L y^2 dx + x\,dy;\quad L: y = x+1,\ 0 \le x \le 2.$

14.3. $\int\limits_L \frac{y}{x}dx + x^2\,dy;\quad L: y = \sqrt{x},\ 1 \le x \le 4.$

14.4. $\int\limits_L \sin y dx + \cos 2x\,dy;\quad L: y = 2x,\ 0 \le x \le 1.$

14.5. $\int\limits_L e^{2y} dx + \sqrt{x}dy;\quad L: y = x+1,\ 1 \le x \le 2.$

14.6. $\int\limits_L x\cos y dx + \frac{\sin x}{x}dy;\quad L: y = x^2,\ 0 \le x \le 1.$

14.7. $\int\limits_L xe^{2y} dx + \sqrt{x}dy;\quad L: y = x^2,\ 1 \le x \le 2.$

14.8. $\int\limits_L x^2 e^4 dx + x^3\,dy;\quad L: y = x^3,\ 0 \le x \le 1.$

14.9. $\int\limits_L (y^2+1)dx + x^3 dy;\quad L: y = \sqrt{x},\ 0 \le x \le 2.$

14.10. $\int\limits_L \frac{dx}{y} + \frac{dy}{x^2};\quad L: y = x^3,\ 1 \le x \le 3.$

14.11. $\int\limits_L y^2 - x^2 dx + xydy;\quad L: y = \sqrt{x},\ 0 \le x \le 1.$

14.12. $\int\limits_L \frac{y}{x}dx + \frac{x}{y}dy;\quad L: y = x^2,\ 1 \le x \le 2.$

14.13. $\int\limits_L x\sqrt{y}dx + \frac{x}{\sqrt{y}}dy;\quad L: y = x^4,\ 1 \le x \le 4.$

14.14. $\int\limits_L ye^{-x^2} dx + \frac{y^2}{x}dy;\quad L: y = x,\ 1 \le x \le 2.$

14.15. $\int\limits_L \sin y dx + \cos^2 x dy; L: y = x+1, 0 \le x \le 2.$

14.16. $\int\limits_L \sqrt{x+y}dx + \sqrt{y-x}dy; \quad L: y = x+1, \ 0 \le x \le 1.$

14.17. $\int\limits_L xy^2 dx + \cos\sqrt{x}dy; \quad L: y = \sqrt{x}, \ 0 \le x \le \pi^2.$

14. 18. $\int\limits_L \frac{\sqrt{y}}{x+1}dx + \sqrt[3]{x}dy; \quad L: y = x^2, \ 0 \le x \le 1.$

14.19. $\int\limits_L \sqrt[3]{x^2 y}dx + \sqrt[3]{\frac{y}{x}}dy; \quad L: y = x^4, \ 1 \le x \le 2.$

14.20. $\int\limits_L x^2 e^y dx + xy\, dy; \quad L: y = x^3, \ 0 \le x \le 1.$

14.21. $\int\limits_L x \sin y dx + \frac{y}{x}\cos x^3 dy; \quad L: y = x^2, \ 1 \le x \le 2.$

14.22. $\int\limits_L \sqrt{\frac{y}{x}}dx + \sqrt{\frac{x}{y}}dy; \quad L: y = x^3, \ 1 \le x \le 2.$

14.23. $\int\limits_L \cos\frac{y}{x}dx + \frac{dy}{x}; \quad L: y = x^2, \ 1 \le x \le 3.$

14.24. $\int\limits_L \sqrt{2y-x}dx + \frac{dy}{\sqrt{1+x+y}}; \quad L: y = x+1, \ 0 \le x \le 1.$

14.25. $\int\limits_L x^2 e^{xy} dx + x\sqrt{y}dy; \quad L: y = x^2, \ 0 \le x \le 1.$

14.26. $\int\limits_L y e^{x^4} dx + \frac{dy}{x^2}; \quad L: y = x^3, \ 1 \le x \le 3.$

14.27. $\int\limits_L \frac{xdx}{\cos^2 y}dx + yxdy; \quad L: y = x^2, \ 0 \le x \le 1.$

14.28. $\int\limits_L (x^2 + y^3)dx + (x^2 - y)dy; \quad L: y = x^4, \ 0 \le x \le 1.$

14.29. $\int\limits_L \sqrt{\dfrac{y}{x+1}}dx + \dfrac{x^4-1}{y}dy;\quad L: y = x^2 - 1,\ 0 \le x \le 1.$

14.30. $\int\limits_L xe^{-3y}dx + ye^{x^4}dy;\quad L: y = x^2,\ \ 0 \le x \le 1.$

Задание 15. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int\limits_L P(x,y,z)dx + Q(x,y,z)dy + R(x,y,z)dz$.

В вариантах 15.1. – 15.10. L – отрезок прямой AB.

15.1. $\int\limits_{AB} ydx + zdy + xdz;\quad A(0;0;0);\ B(1;2;3);$

15.2. $\int\limits_{AB} (x+y)dx + (y+z)dy + (z+x)dz;\quad A(0;0;1);\ B(2;-2;3).$

15.3. $\int\limits_{AB} e^y dx + e^{2z}dy + e^{3x}dz;\quad A(1;0;0);\ B(2;3;4).$

15.4. $\int\limits_{AB} \cos zdx + \sin xdy + \cos ydz;\quad A(0;0;0);\ B(3;2;1).$

15.5. $\int\limits_{AB} (z-y)dx + (x-z)dy + (y-x)dz;\quad A(0;1;0);\ B(1;2;3).$

15.6. $\int\limits_{AB} \dfrac{dx}{y} + \dfrac{dy}{z} + \dfrac{dz}{x};\quad A(1;2;3);\ B(2;4;6).$

15.7. $\int\limits_{AB} ye^{z^2}dx + ze^{x^2}dy + xe^{y^2}dz;\quad A(0;0;0);\ B(2;3;5).$

15.8. $\int\limits_{AB} \dfrac{y^2}{z}dx + \dfrac{z^2}{x}dy + \dfrac{x^3}{y}dz;\quad A(2;2;3);\ B(3;4;5).$

15.9. $\int\limits_{AB} \sqrt{y+x}dx + \sqrt{z+x}dy + \sqrt{x+y}dz;\quad A(0;0;0);\ B(2;3;7).$

15.10. $\int\limits_{AB} y^3dx + z^3dy + x^3dz;\quad A(0;0;1);\ B(2;4;7).$

В вариантах 15.11. – 15.20. L – часть дуги линии $x = at,\ y = bt,\ z = ct,\quad 0 < t < 1.$

15.11. $\int\limits_L ydx + z^2dy + x^3dz;\quad a=1;\ b=2;\ c=3.$

15.12. $\int\limits_L \sqrt{y}dx + \sqrt[3]{z}dy + xdz;\quad a=1;\ b=4;\ c=8\ .$

15.13. $\int\limits_L xe^ydx + xe^zdy + e^{x^3}dz;\quad a=b=c=1.$

15.14. $\int\limits_L zdx + x^2dy + \sqrt{y}dz;\quad a=c=1;\ \ b=4.$

15.15. $\int\limits_L y^2dx + zdy + x^3dz;\quad a=1;\ b=3;\ c=2.$

15.16. $\int\limits_L (z-y)dx + (x-z)dy + (y-x)dz;\quad a=b=2;\ c=3.$

15.17. $\int\limits_L (z^2-y^2)dx + (x^2-z^2)dy + (y^2-x^2)dz;$

$a=1;\ b=-1;\ c=2.$

15.18. $\int\limits_L yzdx + zxdy + xydz;\quad a=2;\ b=1;\ c=-3.$

15.19. $\int\limits_L (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz;\quad a=1;\ b=c=2.$

15.20. $\int\limits_L (x^2+z^2)dx + (z^2+x^2)dy + (x^2+y^2)dz$

$a=2;\ b=c=-1.$

В вариантах 15.21. – 15.30. L – часть дуги линии $x=R\cos t,\ y=R\sin t,\ z=ht,\quad 0\le t<\pi$.

15.21. $\int\limits_L ydx + zdy + xydz;\quad R=1;\ h=2\ .$

15.22. $\int\limits_L \frac{z}{y}dx + xdy + y^2dz;\quad R=3;\ h=1\ .$

15.23. $\int\limits_L xydx + \frac{z}{x}dy + y^2dz;\quad R=2;\ h=2.$

15.24. $\int\limits_L y^2dx + x^2dy + \left(x+y\right)dz;\quad R=3;\ h=2\ .$

15.25. $\int\limits_L \frac{z^2}{y}dx + xdy + (y-x)dz;\quad R=4;\ h=1$.

15.26. $\int\limits_L (x^2+y^2)dx + (x^2+y^2)dy + (2x-y)dz;\quad R=1;\ h=4$.

15.27. $\int\limits_L (x+y)dx + (y-x)dy + x^2ydz;\quad R=2;\ h=5$.

15.28. $\int\limits_L \frac{x}{y}dx + \frac{y}{x}dy + xy^2dz;\quad R=3;\ h=2$.

15.29. $\int\limits_L (y-2x)dx + (y-x)dy + x^3dz;\quad R=1;\ h=2$.

15.30. $\int\limits_L \frac{z^3}{y}dx + \frac{z}{x}dy + xydz;\quad R=2;\ h=4$.

Задание 16. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру

а) непосредственно,

б) по формуле Грина.

	$\oint\limits_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy$	(L)
1	$\oint\limits_L (1-x^2)dx + 2xy\,dy$	$y=x, y=0, x=3$
2	$\oint\limits_L (1+y^2)dx + (x+y)dy$	$y=x, y=2, x=0$
3	$\oint\limits_L (x^2+2xy)dx + (2xy+y^2)dy$	$y=x+1,\ \ y=0,$ $x=0,\ \ x=3$
4	$\oint\limits_L y^2\,dx + (x+y)^2\,dy$	$y=2-x, x=2, y=2$
5	$\oint\limits_L (x+y)^2\,dx + (x^2-y^2)dy$	$y=2-x, x=0, y=0$
6	$\oint\limits_L yx^2\,dx + y^2\,dy$	$y=\sqrt{x}, y=0, x=1$

7	$\oint\limits_L 2(y-x)dx+(x+y)dy$	$y=4x-x^2, y=0$
8	$\oint\limits_L 2y\,dx+(y-x)dy$	$y=4-x^2 (x\ge 0)$, $y=0, x=0$
9	$\oint\limits_L (xy+x)dx+(x-y)dy$	$y=x^2, y=0, x=2$
10	$\oint\limits_L x^2\,dx+(x+y^2)dy$	$y=\sin x, x\in[0;\pi]$, $y=0$
11	$\oint\limits_L y^2\,dx+5\,dy$	$x^2+y^2=9$ (I четверть), $x=0, y=0$
12	$\oint\limits_L y^2\,dx+(2xy+3x^2)dy$	$x^2+y^2=1$ (II четверть), $x=0, y=0$
13	$\oint\limits_L (2x+y^2)dx+(x+y)^2\,dy$	$x+y=2, x=0, y=0$
14	$\oint\limits_L y^2\,dx-x^2\,dy$	$x+y=-3$, $x=0, y=0$
15	$\oint\limits_L (x-y^2)dx+8xy\,dy$	$y=x, y=x^2$
16	$\oint\limits_L -x^2y\,dx+xy^2\,dy$	$x^2+y^2=4$
17	$\oint\limits_L (xy-2y)dx+x^2\,dy$	$y=x^3, y=0, x=2$
18	$\oint\limits_L (x+y)dx+3x^2\,dy$	$x^2+y^2=16$
19	$\oint\limits_L (3x^2y+y)dx+(x^3-2y)dy$	$y=x^2-x, y=0$
20	$\oint\limits_L x^2y\,dx+x^3\,dy$	$y=x^3, x=0, y=8$

21	$\oint\limits_L \left(2x^2+3y\right)dx+\left(y^3+2x\right)dy$	$y=2-\dfrac{x^2}{8},\ y=0$
22	$\oint\limits_L \left(x^2+y^2\right)dx+$ $+\left(3x^2+2xy-y^2\right)dy$	$y=x,\ y=2-x,\ x=0$
23	$\oint\limits_L \left(2xy-y\right)dx+\left(x^2+2x\right)dy$	$y=x^2-2x,\ y=0$
24	$\oint\limits_L \left(xy-5y^2\right)dx+\dfrac{x^2}{2}dy$	$y=2\sqrt{x},\ x=4,\ y=0$
25	$\oint\limits_L \left(x^2+y\right)dx+y\,dy$	$y=\cos x,\ y=0,$ $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$
26	$\oint\limits_L \left(3x^2+5y\right)dx+\left(2y^3-x\right)dy$	$y=e^x,\ y=e,\ x=0$
27	$\oint\limits_L \left(x-5y^2\right)dx+y^3\,dy$	$y=\sqrt{1-\dfrac{x^2}{9}},\ y=0$
28	$\oint\limits_L \left(3x^2y+y^2\right)dx+\left(x^3+y^2\right)dy$	$x^2+y^2=9$ (I четверть), $x=0,\ y=0$
29	$\oint\limits_L 2y\,dx+\left(5x^2+2x\right)dy$	$y=2-x,\ y=x^3,$ $x=0$
30	$\oint\limits_L \left(x^2+4\right)dx+\left(2x-y^2\right)dy$	$y=x-2,\quad y=-x,$ $x=0$

Задание 17. Вычислить поток векторного поля $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ через часть плоскости S, расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью OZ).

	$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$	S
1	$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	$x + y + z = 2$
2	$\vec{a} = \left(\frac{x}{2} + y\right)\vec{j} + z\vec{k}$	$x + 2y + 2z = 2$
3	$\vec{a} = (2x + y)\vec{i} + y\vec{j} + 2z\vec{k}$	$2x + 2y + z - 2 = 0$
4	$\vec{a} = (5 - 2x)\vec{i} + x(x + y)\vec{j} + xz\vec{k}$	$x + y + 2z = 2$
5	$\vec{a} = (2 + x)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	$6x + 3y + 2z - 6 = 0$
6	$\vec{a} = 3x\vec{i} + 2(y - x)\vec{j} + 2z\vec{k}$	$2x + y + z - 2 = 0$
7	$\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j} + (z + 4y)\vec{k}$	$2x + 6y + 3z = 6$
8	$\vec{a} = 3x\vec{i} + 3y\vec{j} + 3z\vec{k}$	$3x + 2y + 6z - 6 = 0$
9	$\vec{a} = x\vec{i} - (y + 4x)\vec{j} - z\vec{k}$	$2x + y + 2z - 2 = 0$
10	$\vec{a} = x\vec{i} + \left(z + \frac{3}{2}y\right)\vec{k}$	$3x + 3y + 2z = 6$
11	$\vec{a} = (3x - 8)\vec{i} + 3y\vec{j} + 3z\vec{k}$	$3x + 2y + 2z - 6 = 0$
12	$\vec{a} = (x + 3y)\vec{i} - 2\vec{j} + z\vec{k}$	$x + 3y + 3z - 3 = 0$
13	$\vec{a} = (x + 2y)\vec{i} + 2z\vec{k}$	$x + 2y + 2z = 2$
14	$\vec{a} = (x - 2y)\vec{i} + 3y\vec{j} + (z - 7)\vec{k}$	$x + y + z = 2$

15	$\vec{a} = 2x\,\vec{i} - 3(2y - x)\,\vec{j} + 3(y + z)\,\vec{k}$	$3x + y + 3z - 3 = 0$
16	$\vec{a} = (x - 5)\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$	$3x + 3y + z - 3 = 0$
17	$\vec{a} = 2x\,\vec{i} + 5y\,\vec{j} + (5z + 3x)\,\vec{k}$	$x + y + z = 3$
18	$\vec{a} = 2(x + y)\,\vec{i} + (y - 3)\,\vec{j} + 2z\,\vec{k}$	$2x + 4y + z = 4$
19	$\vec{a} = (2x - 3)\,\vec{i} + 2y\,\vec{j} + 2z\,\vec{k}$	$2x + y + 4z - 4 = 0$
20	$\vec{a} = (2x + y)\,\vec{i} - 5\,\vec{j} + 2z\,\vec{k}$	$4x + 2y + z - 4 = 0$
21	$\vec{a} = (4 - x)\,\vec{i} + (2 - y)\,\vec{j} - z\,\vec{k}$	$x + 2y + 2z = 4$
22	$\vec{a} = -20\,\vec{i} + y\,\vec{j} + (z + x)\,\vec{k}$	$x + 2y + z - 4 = 0$
23	$\vec{a} = -x\,\vec{i} + (7 - y)\,\vec{j} - z\,\vec{k}$	$3x + 2y + z - 6 = 0$
24	$\vec{a} = (6 + x)\,\vec{i} - (3 - y)\,\vec{j} + (z + 2)\,\vec{k}$	$x + 2y + 3z = 6$
25	$\vec{a} = (2x - 7)\,\vec{i} + 2y\,\vec{j} + 2z\,\vec{k}$	$2x + y + 3z - 6 = 0$
26	$\vec{a} = 8x\,\vec{i} + (7y - 3x)\,\vec{j} + 7(z - 4)\,\vec{k}$	$6x + 2y + z = 6$
27	$\vec{a} = x\,\vec{i} + (y - 9)\,\vec{j} + z\,\vec{k}$	$2x + y + 6z - 6 = 0$
28	$\vec{a} = (x + 2)\,\vec{i} - y\,\vec{j} + (z + 4y)\,\vec{k}$	$2x + 2y + z - 4 = 0$
29	$\vec{a} = x\,\vec{i} + 4y\,\vec{j} + (z - 9y)\,\vec{k}$	$3x + 3y + z = 6$
30	$\vec{a} = 2x\,\vec{i} - (10 - y)\,\vec{j} + (z - x)\,\vec{k}$	$2x + y + 2z - 6 = 0$

Задание 18. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ вдоль контура L двумя способами (непосредственно и применив формулу Стокса).

	$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$	L
1	$\vec{a} = x^3\vec{i} + xy\,\vec{j} + \left(z^2 + y\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2, \\ x = 1 \end{cases}$
2	$\vec{a} = (x^2 + z)\vec{i} + y\,\vec{j} + z^3\vec{k}$	$\begin{cases} y^2 = x^2 + z^2, \\ y = 2 \end{cases}$
3	$\vec{a} = \left(2x + 4y\right)\vec{i} + \left(7x - 3y\right)\vec{j} + \left(2xy + z^2\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = (z - 4)^2, \\ z = 2 \end{cases}$
4	$\vec{a} = \left(y + z\right)\vec{i} + \left(x - z\right)\vec{j} + \left(x + y\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
5	$\vec{a} = \left(2x + z\right)\vec{i} + \left(2y + x\right)\vec{j} + \left(2z + y\right)\vec{k}$	$\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ z = 4 \end{cases}$
6	$\vec{a} = \left(x + 2z\right)\vec{i} + \left(y + 2x\right)\vec{j} + \left(z + 2y\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + z^2 = 4y^2, \\ y = 1 \end{cases}$
7	$\vec{a} = z\vec{i} + \left(y^2 + x\right)\vec{j} + \left(z - x\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ z = 1 \end{cases}$
8	$\vec{a} = \left(y - 4x\right)\vec{i} + \left(4x + 2y\right)\vec{j} + \left(x - y^2\right)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = (z + 3)^2, \\ z = -5 \end{cases}$
9	$\vec{a} = \left(z + x^2\right)\vec{i} + \left(x + y\right)\vec{j} + x\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y + z = 1 \end{cases}$

10	$\vec{a} = zx\vec{i} + x\vec{j} + zy\vec{k}$	$\begin{cases} z = x^2 + y^2, \\ z = 4 \end{cases}$
11	$\vec{a} = 3x\vec{i} + (x + y)\vec{j} + yz\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 5, \\ z = 1 \end{cases}$
12	$\vec{a} = (2x - y)\vec{i} + (x + 2y)\vec{j} + z\vec{k}$	$\begin{cases} 4z^2 = x^2 + y^2, \\ z = 1 \end{cases}$
13	$\vec{a} = x^2\vec{i} + (x + y)\vec{j} + (y + z)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x + y + z = 1 \end{cases}$
14	$\vec{a} = (2x + 3z)\vec{i} + (3x - y)\vec{j} + (3y^2 - z)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = (z - 4)^2, \\ z = 6 \end{cases}$
15	$\vec{a} = x^3\vec{i} + (3y + x)\vec{j} + z^3\vec{k}$	$\begin{cases} z = 4(x^2 + y^2), \\ z = 1 \end{cases}$
16	$\vec{a} = 2xz\vec{i} + (x + 2y)\vec{j} + 2yz\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ z = 3 \end{cases}$
17	$\vec{a} = (x^2 + y)\vec{i} + (x + y^2)\vec{j} + (y + z^2)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 = 9(y^2 + z^2), \\ x = 2 \end{cases}$
18	$\vec{a} = (x - 3y)\vec{i} + (5x - 3y)\vec{j} + (2x - y^2)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = (z - 1)^2, \\ z = -1 \end{cases}$
19	$\vec{a} = (2y + z)\vec{i} + 3x\vec{j} + 2xz\vec{k}$	$\begin{cases} z = 9(x^2 + y^2), \\ z = 4 \end{cases}$
20	$\vec{a} = (3x + 2y)\vec{i} + (3y + 2z)\vec{j} + (2x + 3z)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x + y = z = 1 \end{cases}$

21	$\vec{a}=(2x+5y)\vec{i}+(8x-y^2)\vec{j}+$ $+(3xy-z^2)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2=(z+1)^2, \\ z=-3 \end{cases}$
22	$\vec{a}=(x^3+y)\vec{i}+(x+y^3)\vec{j}+$ $+(y+z^3)\vec{k}$	$\begin{cases} x=y^2+z^2, \\ x=9 \end{cases}$
23	$\vec{a}=(x+2y)\vec{i}+(3y+x)\vec{j}+2xz\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=2, \\ z=1 \end{cases}$
24	$\vec{a}=x^2\vec{i}+3xy\,\vec{j}+(2z-x)\vec{k}$	$\begin{cases} y^2=x^2+z^2, \\ y=4 \end{cases}$
25	$\vec{a}=(x^2+2z)\vec{i}+(2x+y)\vec{j}+$ $+(x+y)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x+y+z=1 \end{cases}$
26	$\vec{a}=(3x-2y)\vec{i}+(x-2y)\vec{j}+$ $+(z^2-xy)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2=(z+3)^2, \\ z=-1 \end{cases}$
27	$\vec{a}=(2x-3y)\vec{i}+xy\,\vec{j}+(3z+x)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5, \\ y=2 \end{cases}$
28	$\vec{a}=xy\vec{i}+(3x-y)\vec{j}+(2x+3y)\vec{k}$	$\begin{cases} x-1=4(y^2+z^2), \\ x=3 \end{cases}$
29	$\vec{a}=(5x-4y)\vec{i}+(3y-x^2)\vec{j}+$ $+(xy-z)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+y^2=(z-2)^2, \\ z=4 \end{cases}$
30	$\vec{a}=(3y^2-x)\vec{i}+(2x+z)\vec{j}+(x+y)\vec{k}$	$\begin{cases} y+1=x^2+z^2, \\ y=3 \end{cases}$

Задание 19. Найти поток векторного поля $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ через замкнутую поверхность (S) (нормаль внешняя) по формуле Остроградского.

	$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$	S
1	$\vec{a} = (e^z + 2x)\vec{i} + (e^x - 3xy)\vec{j} + {} + (3xz - 5z)\vec{k}$	$\begin{cases} x + y + z = 4, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$
2	$\vec{a} = (3z^2 + x)\vec{i} + (e^x - 2y)\vec{j} + {} + (2z - xy)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 = y^2 + z^2, \\ 0 \le x \le 3 \end{cases}$
3	$\vec{a} = (e^{-z} - x)\vec{i} + (xz + 3y)\vec{j} + {} + (z + x^2)\vec{k}$	$\begin{cases} x + y = 2 \\ x = 0, y = 0 \\ z = 0, z = 2 \end{cases}$
4	$\vec{a} = (\sqrt{z} - x)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + {} + (y^2 - z)\vec{k}$	$\begin{cases} x = 0, x = 3, \\ y = 0, y = 2, \\ z = 0, z = 3 \end{cases}$
5	$\vec{a} = (e^{2y} + x)\vec{i} + (x - 2y)\vec{j} + {} + (y^2 + z)\vec{k}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 0, z = 5 \end{cases}$
6	$\vec{a} = (e^y + 2x^2 \sin y)\vec{i} + 4x\cos y\,\vec{j} + {} + (2z - 1)\vec{k}$	$\begin{cases} x - y + z = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$
7	$\vec{a} = (8yzx^2 - x)\vec{i} + (4y^2xz + 5)\vec{j} - {} - 12xyz^2\vec{k}$	$\begin{cases} y^2 = x^2 + z^2, \\ 0 \le y \le 3 \end{cases}$
8	$\vec{a} = (2yz - x)\vec{i} + (xz + 2y)\vec{j} + {} + (x^2 + z)\vec{k}$	$\begin{cases} 3x + 2z = 6, \\ y = 0, y = 4, \\ x = 0, z = 0 \end{cases}$

9	$\vec{a}=(5x-6y)\,\vec{i}+(11x^2+2y)\,\vec{j}+$ $+(x^2-4z)\,\vec{k}$	$\begin{cases} x=0, x=4, \\ y=0, y=3, \\ z=0, z=5 \end{cases}$
10	$\vec{a}=(yz-2x)\,\vec{i}+(\sin x+y)\,\vec{j}+$ $+(x-2z)\,\vec{k}$	$\begin{cases} x^2+z^2=1, \\ y=0, y=6 \end{cases}$
11	$\vec{a}=(2y-5x)\,\vec{i}+(x-1)\,\vec{j}+$ $+(2\sqrt{xy}+2z)\,\vec{k}$	$\begin{cases} z=\sqrt{4-x^2-y^2}, \\ z=0 \end{cases}$
12	$\vec{a}=5x\,\vec{i}+2y\,\vec{j}-11z\,\vec{k}$	$\begin{cases} \dfrac{x}{-5}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1, \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$
13	$\vec{a}=2x^2\,\vec{i}+(3y-2)\,\vec{j}-4xz\,\vec{k}$	$\begin{cases} x^2=y^2+z^2, \\ 0\le x\le 4 \end{cases}$
14	$\vec{a}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$	$\begin{cases} y+2z=6 \\ x=0, x=5, \\ y=0, z=0 \end{cases}$
15	$\vec{a}=(x+z)\,\vec{i}+(y+z)\,\vec{k}$	$\begin{cases} x=0, x=1, \\ y=0, y=4, \\ z=0, z=6 \end{cases}$
16	$\vec{a}=2x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$	$\begin{cases} y^2+z^2=4, \\ x=0, x=3 \end{cases}$
17	$\vec{a}=(\sin y+3x)\,\vec{i}+(x^2y-1)\,\vec{j}+$ $+(5-x^2z)\,\vec{k}$	$x^2+y^2+z^2=25$

18	$\vec{a}=(3z^2-x)\,\vec{i}+(e^x-2y)\,\vec{j}+$ $+(2z-xy)\,\vec{k}$	$\begin{cases}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}+\dfrac{z}{2}=1,\\ x=0,\ y=0,\ z=0\end{cases}$
19	$\vec{a}=(6x-\cos y)\,\vec{i}+(e^z+z)\,\vec{j}-$ $-(2y+3z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}z^2=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9},\\ 0\le z\le 1\end{cases}$
20	$\vec{a}=(\sqrt{z}-2x)\,\vec{i}+(e^x+3y)\,\vec{j}+$ $+(\sqrt{y+x}-9z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}-x+y=3,\\ x=0,\ y=0,\\ z=0,\ z=4\end{cases}$
21	$\vec{a}=(x+y^2)\,\vec{i}+(xz-5y)\,\vec{j}+$ $+(\sqrt{x^2+1}-3z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}x=0,\ x=-2,\\ y=0,\ y=4,\\ z=0,\ z=5\end{cases}$
22	$\vec{a}=(\sin z+2x)\,\vec{i}+(\sin x-3y)\,\vec{j}+$ $+(\sin y+2z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}x^2+y^2=16,\\ z=0,\ z=4\end{cases}$
23	$\vec{a}=(\sqrt{z}+1+x)\,\vec{i}+(2x+8y)\,\vec{j}+$ $+(\sin x+7z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}z=-\sqrt{4-x^2-y^2},\\ z=0\end{cases}$
24	$\vec{a}=(y^2+z^2+6x)\,\vec{i}+$ $+(e^z-2y+x)\,\vec{j}+(x+y-z)\,\vec{k}$	$\begin{cases}4x+3y+12z=12,\\ x=0,\ y=0,\ z=0\end{cases}$
25	$\vec{a}=(\cos z+3x)\,\vec{i}+(x-2y)\,\vec{j}+$ $+(9z+y^2)\,\vec{k}$	$\begin{cases}y^2=x^2+z^2,\\ 0\le y\le 6\end{cases}$
26	$\vec{a}=x^2yz\,\vec{i}+3y^2xz\,\vec{j}+$ $+(5z-4xyz^2)\,\vec{k}$	$\begin{cases}3x+2z=6,\\ y=0,\ y=5,\\ x=0,\ z=0\end{cases}$

27	$\vec{a} = -3x\vec{i} + 8y\,\vec{j} - 11z\,\vec{k}$	$\begin{cases} x = 0, x = -2, \\ y = 0, y = 2, \\ z = 0, z = 2 \end{cases}$
28	$\vec{a} = (x^2 e^z + 2y)\,\vec{i} + (xz - 4y)\,\vec{j} + (z - 2xe^z)\,\vec{k}$	$\begin{cases} y^2 + z^2 = 4, \\ x = 0, x = 4 \end{cases}$
29	$\vec{a} = (5x + z)\,\vec{i} + (x - 3y)\,\vec{j} + (4y + 2z)\,\vec{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$
30	$\vec{a} = z^2\,\vec{i} + (xy - 5z)\,\vec{j} + (8z - xz)\,\vec{k}$	$\begin{cases} 6x + 3y - 2z = 6, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$

Задание 20. Решить ДУ $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ в полных дифференциалах.

20.1. $(2xy - 5)dx + (3y^2 + x^2)dy = 0$.

20.2. $(5 - 2y^2)dx + (3 - 4xy)dy = 0$.

20.3. $(3 - 2xy)dx + (2y - x^2)dy = 0$.

20.4. $(3x^2 - 2y)dx + (3y^2 - 2x)dy = 0$.

20.5. $(2xy - 3x^2)dx + (x^2 + 2y)dy = 0$.

20.6. $(4xy^2 - 3x^2)dx + (4x^2 y + 3y^2)dy = 0$.

20.7. $(2y^3 - 6xy)dx + (6xy^2 + 3x^2)dy = 0$.

20.8. $(6xy - 5y)dx + (3x^2 - 5x)dy = 0$.

20.9. $(3y^2 - x)\,dx + (6yx + y^2)\,dy = 0$.

20.10. $(2x - 6x^2 y)dx + (3y^2 - 2x^3)dy = 0$.

20.11. $(6x - 2y)dx + (15y^2 - 2x)dy = 0$.

20.12. $(3x^2 + y)dx + (x - 6y)dy = 0$.

20.13. $(15x^2 - 2y)dx + (6y - 2x)dy = 0$.

20.14. $(3x^2 y^2 - 2xy)dx + (2x^3 y - x^2 + 1)dy = 0$.

20.15. $(7y-2x)dx+(3y^2+7x)dy=0$.

20.16. $(4x^3-3y)dx+(3y^2-3x)dy=0$.

20.17. $(6x+y)dx+(x-20y^3)dy=0$.

20.18. $(2xy+6x^2)dx+(x^2-12y^3)dy=0$.

20.20. $(2xy^2+15x^2)dx+(2x^2y-3y^2)dy=0$.

20.21. $(y^2-6x^3)dx+2xydy=0$.

20.22. $(3x^2y-y^2)dx+(x^3-2xy)dy=0$.

20.23. $(2xy-3x^2)dx+(x^2-6y)dy=0$.

20.24. $(8xy-3x^2)dx+(4x^2+2)dy=0$.

20.25. $(3xy^2-y)dx+(3x^2y-x)dy=0$.

20.26. $(6xy-3x^2y^2)dx+(3x^2-2x^3y)dy=0$.

20.27. $(3y^3-y^2)dx+(9xy^2-2xy)dy=0$.

20.28. $(3x^2y-3y^2)dx+(x^3-6xy)dy=0$.

20.29. $(xy^2-3x)dx+(x^2y+2y)dy=0$.

20.30. $(xy^2-3x^2)dx+x^2ydy=0$.

Задание 21. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S f(x,y,z)ds$, где S – часть плоскости P, ограниченная координатными плоскостями.

21.1. $\iint\limits_S (2x+3y+2z)ds, \quad P: x+3y+z=3.$

21.2. $\iint\limits_S (2+y-7z+9x)ds, \quad P: 2x-y-2z=-2.$

21.3. $\iint\limits_S (6x+3y-z)ds, \quad P: x+3y+2z=1.$

21.4. $\iint\limits_S (x+2y+3z)ds, \quad P: x-y+2z=2.$

21.5. $\iint\limits_S (3x-2y+z)ds, \quad P: 2x+y-3z=2.$

21.6. $\iint\limits_S (3-2x+y+z)\,ds, \quad P: -x+2y+z=4.$

21.7. $\iint\limits_S (3x+y-2z+1)\,ds, \quad P: 2x+y-3z=1.$

21.8. $\iint\limits_S (x-3y+4z)\,ds, \quad P: x-3y+z=2.$

21.9. $\iint\limits_S (-2x+y-3z+2)\,ds, \quad P: 4x-2y+z=3.$

21.10. $\iint\limits_S (3x-2y+z-1)\,ds, \quad P: x+2y-z=1.$

21.11. $\iint\limits_S (4x+y-2z+3)\,ds, \quad P: 3x+y+2z=3.$

21.12. $\iint\limits_S (x-y+5z-2)\,ds, \quad P: -2x+y-z=3.$

21.13. $\iint\limits_S (3y-2x-z)\,ds, \quad P: x-y+z=2.$

21.14. $\iint\limits_S (2x-3y+z+1)\,ds, \quad P: x+2y+z=3.$

21.15. $\iint\limits_S (5x+y-z)\,ds, \quad P: x+2y-2z=1.$

21.16. $\iint\limits_S (3x-2y+z-2)\,ds, \quad P: 3x-y-z=2.$

21.17. $\iint\limits_S (4y-3x+2z)\,ds, \quad P: x+2y-2z=3.$

21.18. $\iint\limits_S (3-x+2y-2z)\,ds, \quad P: 3x-y+2z=1.$

21.19. $\iint\limits_S (2x-3y+z)\,ds, \quad P: -x+4y-2z=3.$

21.20. $\iint\limits_S (x+4y+3z-1)\,ds, \quad P: 2x+y-2z=2.$

21.21. $\iint\limits_S (3-2x+y-2z)\,ds, \quad P: 4x-2y-z=3.$

21.22. $\iint\limits_S (2x-3y+z-1)ds, \quad P: x+y-4z=2.$

21.23. $\iint\limits_S (x+3y-2z)ds, \quad P: 4x-3y+z=1.$

21.24. $\iint\limits_S (2-3x+y-2z)ds, \quad P: 2x+y-z=3.$

21.25. $\iint\limits_S (4x-y+3z-1)ds, \quad P: x+3y-2z=-1.$

21.26. $\iint\limits_S (x+2y-3z)ds, \quad P: 4x-y+z=2.$

21.27. $\iint\limits_S (3-2x+y+2z)ds, \quad P: 3x+2y-z=2.$

21.28. $\iint\limits_S (4y-x-z)ds, \quad P: x-y+z=2.$

21.29. $\iint\limits_S (2x+5y+z)ds, \quad P: x+y+2z=3.$

21.30. $\iint\limits_S (3x-2y+z-2)ds, \quad P: 2-x+4y-z=0.$

Задание 22*. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint\limits_S f(x,y,z)ds$ по части поверхности S.

а) Поверхностные интегралы первого рода (по площади поверхности) по части параболоида. Применить параметризацию поверхности $\begin{cases} x = a\rho\cos\varphi, \\ y = b\rho\sin\varphi. \end{cases}$

	Задача	Поверхность S
1	$\iint\limits_S (xyz-2)ds$	$S: z = 4-\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{9}$ I октант

2	$\iint\limits_S (x^2 z - y^2) ds$	$S: z = 9 - \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{12}$ II октант
3	$\iint\limits_S y^2 z ds$	$S: z = 25 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$ III октант
4	$\iint\limits_S xyz^2 ds$	$S: z = 49 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$ IV октант
5	$\iint\limits_S x^2 y^2 z ds$	$S: z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} - 144$ V октант
6	$\iint\limits_S (x^2 y^2 - 4) z ds$	$S: z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - 25$ VI октант
7	$\iint\limits_S x^2 z^2 ds$	$S: z = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} - 16$ VII октант
8	$\iint\limits_S (4 - 3y^2 z^2) ds$	$S: z = 16x^2 + 16y^2 - 25$ VIII октант
9	$\iint\limits_S (x^2 - 3y^2) z ds$	$S: z = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - 25$ VIII октант
10	$\iint\limits_S (xy + z) ds$	$S: z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} - 25$ VII октант
11	$\iint\limits_S (x^2 + z) ds$	$S: z = \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} - 1$ VI октант
12	$\iint\limits_S (y^2 + z) ds$	$S: z = 25x^2 + 25y^2 - 17$ V октант

13	$\iint\limits_S (x^2 z + 1)ds$	$S: z = 121 - \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{64}$ IV октант
14	$\iint\limits_S (y^2 + z)ds$	$S: z = 1 - 16x^2 - 16y^2$ III октант
15	$\iint\limits_S (xy + z^2)ds$	$S: z = 49 - \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{49}$ II октант
16	$\iint\limits_S (xy - 6z)ds$	$S: z = 64 - \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{25}$ I октант
17	$\iint\limits_S (xy - z - 4)ds$	$S: z = 4 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9}$ I октант
18	$\iint\limits_S (x^2 z + 4y^2)ds$	$S: z = 9 - \frac{x^2}{121} - \frac{y^2}{121}$ II октант
19	$\iint\limits_S (3 - y^2 z)ds$	$S: z = 25 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$ III октант
20	$\iint\limits_S (2xyz^2 - 3)ds$	$S: z = 49 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$ IV октант
21	$\iint\limits_S (8 - x^2 y^2)zds$	$S: z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} - 144$ V октант
22	$\iint\limits_S (6 + 2x^2 y^2 z)ds$	$S: z = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - 25$ VI октант

23	$\iint\limits_S \left(x^2+2\right)z^2 ds$	$S: z=\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{25}-16$ VII октант
24	$\iint\limits_S y^2\left(z^2-6\right)ds$	$S: z=16x^2+16y^2-25$ VIII октант
25	$\iint\limits_S \left(x^2-4y^2\right)zds$	$S: z=\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{25}-25$ VII октант
260	$\iint\limits_S (7xy-2z)ds$	$S: z=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}-25$ VI октант
27	$\iint\limits_S \left(2x^2-3z\right)ds$	$S: z=\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{25}-1$ V октант
28	$\iint\limits_S \left(2y^2+3z\right)ds$	$S: z=25x^2+25y^2-25$ IV октант
29	$\iint\limits_S \left(x^2+z-2\right)ds$	$S: z=9-\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{64}$ III октант
30	$\iint\limits_S \left(4y^2-z-1\right)ds$	$S: z=1-16x^2-16y^2$ II октант

б) Поверхностные интегралы первого рода (по площади поверхности) по части эллипсоида. Применить параметризацию поверхности $\begin{cases} x=a\sin\theta\cos\varphi, \\ y=b\sin\theta\sin\varphi. \end{cases}$

	Задача	**Поверхность** S
1	$\iint\limits_S (xy+z)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=9$ верхняя часть полупространства
2	$\iint\limits_S (x-y+z)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=1$ нижняя часть полупространства

3	$\iint\limits_S (x - y^2 z)ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 64$ правая часть полупространства
4	$\iint\limits_S (xy - z^2)ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 121$ левая часть полупространства
5	$\iint\limits_S x^2 (y^2 - z)ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 100$ левая часть полупространства
6	$\iint\limits_S (x^2 - 2y^2 - 4)zds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 25$ правая часть полупространства
7	$\iint\limits_S x^2 (y - z^2)ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 16$ нижняя часть полупространства
8	$\iint\limits_S (x - y^2) z^2 ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 49$ верхняя часть полупространства
9	$\iint\limits_S (x^2 + y^2)zds$	$S: 25x^2 + 25y^2 + 25z^2 = 1$ нижняя часть полупространства
10	$\iint\limits_S (xy + z)ds$	$S: 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$ правая часть полупространства
11	$\iint\limits_S (x^2 + z)ds$	$S: 7x^2 + 7y^2 + 7z^2 = 1$ левая часть полупространства
12	$\iint\limits_S (y^2 + z)ds$	$S: 49x^2 + 49y^2 + 49z^2 = 1$ левая часть полупространства
13	$\iint\limits_S (x^2 z + 1)ds$	$S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ правая часть полупространства
14	$\iint\limits_S (y^2 + z)ds$	$S: 81x^2 + 81y^2 + 81z^2 = 1$ нижняя часть полупространства
15	$\iint\limits_S (xy + z^2)ds$	$S: 36x^2 + 36y^2 + 36z^2 = 1$ верхняя часть полупространства
16	$\iint\limits_S (x - 7z)ds$	$S: 5x^2 + 5y^2 + 5z^2 = 1$ левая часть полупространства
17	$\iint\limits_S (x + y - z)ds$	$S: 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$ правая часть полупространства

18	$\iint\limits_S \left(x^2+z+y^2\right)ds$	$S: 5x^2+5y^2+5z^2=1$ верхняя часть полупространства
19	$\iint\limits_S \left(3-y^2-z\right)ds$	$S: 36x^2+36y^2+36z^2=1$ нижняя часть полупространства
20	$\iint\limits_S \left(2x+y-z^2-3\right)ds$	$S: 81x^2+81y^2+81z^2=1$ верхняя часть полупространства
21	$\iint\limits_S \left(8-x^2+y^2\right)zds$	$S: x^2+y^2+z^2=1$ левая часть полупространства
22	$\iint\limits_S \left(1-2x^2y+z\right)ds$	$S: 49x^2+49y^2+49z^2=1$ левая часть полупространства
23	$\iint\limits_S (x+2)z^2ds$	$S: 25x^2+25y^2+25z^2=1$ правая часть полупространства
24	$\iint\limits_S y^2(z-6)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=16$ правая часть полупространства
25	$\iint\limits_S \left(x^2-3y\right)zds$	$S: x^2+y^2+z^2=121$ верхняя часть полупространства
26	$\iint\limits_S (7x+y-z)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=64$ левая часть полупространства
27	$\iint\limits_S (2x-y+z)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=9$ правая часть полупространства
28	$\iint\limits_S \left(2y+3z^2\right)ds$	$S: x^2+y^2+z^2=1$ нижняя часть полупространства
29	$\iint\limits_S \left(x+z^2-2\right)ds$	$S: 7x^2+7y^2+7z^2=1$ нижняя часть полупространства
30	$\iint\limits_S \left(4y-z^2-1\right)ds$	$S: 16x^2+16y^2+16z^2=1$ верхняя часть полупространства

в) Поверхностные интегралы первого рода (по площади поверхности) по части конуса.

Применить параметризацию поверхности $\begin{cases} x = a\rho\cos\varphi, \\ y = b\rho\sin\varphi. \end{cases}$

	Задача	**Поверхность** S
1	$\iint\limits_S (x+z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=9z^2, \\ 0 \le z \le 4. \end{cases}$
2	$\iint\limits_S (x-y+z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=z^2, \\ -4 \le z \le 0. \end{cases}$
3	$\iint\limits_S (x-y^2z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{z^2}{4}, \\ 0 \le z \le 10. \end{cases}$
4	$\iint\limits_S (xy-z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=3z^2, \\ -4 \le z \le -2. \end{cases}$
5	$\iint\limits_S x(y-z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{z^2}{16}, \\ 4 \le z \le 10. \end{cases}$
6	$\iint\limits_S (x^2-2y-4)zds$	$\begin{cases} x^2+y^2=25z^2, \\ 5 \le z \le 25. \end{cases}$
7	$\iint\limits_S x(y-z^2)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=16z^2, \\ -10 \le z \le -4. \end{cases}$
8	$\iint\limits_S (x-y^2)z^2ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=49z^2, \\ 3 \le z \le 9. \end{cases}$
9	$\iint\limits_S (x^2+y)zds$	$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{z^2}{25}, \\ 0 \le z \le 1. \end{cases}$

10	$\iint\limits_S (xy+z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{z^2}{4}, \\ -9 \le z \le 0. \end{cases}$
11	$\iint\limits_S (x^2-5z)ds$	$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{8z^2}{5}, \\ 0 \le z \le 36. \end{cases}$
12	$\iint\limits_S (x-y^2+z)ds$	$\begin{cases} 4x^2+4y^2=9z^2, \\ -9 \le z \le -4. \end{cases}$
13	$\iint\limits_S (xyz+1)ds$	$\begin{cases} 5x^2+5y^2=z^2, \\ -15 \le z \le -9. \end{cases}$
14	$\iint\limits_S (x+y^2+z)ds$	$\begin{cases} 8x^2+8y^2=11z^2. \\ 1 \le z \le 11. \end{cases}$
15	$\iint\limits_S (x+y+z^2)ds$	$\begin{cases} 3x^2+3y^2=5z^2. \\ -21 \le z \le 0. \end{cases}$
16	$\iint\limits_S (x+2y-7z)ds$	$\begin{cases} 5x^2+5y^2=3z^2, \\ 0 \le z \le 40. \end{cases}$
17	$\iint\limits_S (2x-7z)ds$	$\begin{cases} 4x^2+4y^2=19z^2, \\ -17 \le z \le 0. \end{cases}$
18	$\iint\limits_S (x+y^2-z)ds$	$\begin{cases} 5x^2+5y^2=236z^2, \\ -9 \le z \le -5. \end{cases}$
19	$\iint\limits_S (2x-y-z)ds$	$\begin{cases} 3x^2+3y^2=7z^2, \\ 2 \le z \le 17. \end{cases}$
20	$\iint\limits_S (2xy-z^2)ds$	$\begin{cases} 8x^2+8y^2=9z^2, \\ 3 \le z \le 27. \end{cases}$

21	$\iint\limits_S \left(5 - x + y^2\right) z\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 11z^2, \\ -7 \le z \le 0. \end{cases}$
22	$\iint\limits_S \left(1 - 2x^2 + z\right) ds$	$\begin{cases} 9x^2 + 9y^2 = 4z^2, \\ 2 \le z \le 22. \end{cases}$
23	$\iint\limits_S (2 - 3x) z^2\,ds$	$\begin{cases} 5x^2 + 5y^2 = 2z^2, \\ -13 \le z \le -7. \end{cases}$
24	$\iint\limits_S y(z + 1)\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 15z^2, \\ 0 \le z \le 24. \end{cases}$
25	$\iint\limits_S \left(x^2 - y\right) z\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 81z^2, \\ 3 \le z \le 33. \end{cases}$
26	$\iint\limits_S (7x + z)\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 64z^2, \\ -20 \le z \le -16. \end{cases}$
27	$\iint\limits_S (x - y + z)\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9z^2, \\ 10 \le z \le 20. \end{cases}$
28	$\iint\limits_S (2y + z)\,ds$	$\begin{cases} x^2 + y^2 = +z^2, \\ 10 \le z \le 11. \end{cases}$
29	$\iint\limits_S \left(x + yz^2 - 2\right) ds$	$\begin{cases} 7x^2 + 7y^2 = z^2, \\ -5 \le z \le -0. \end{cases}$
30	$\iint\limits_S \left(4y - z^2 - 1\right) ds$	$\begin{cases} 16x^2 + 16y^2 = z^2, \\ 3 \le z \le 11. \end{cases}$