МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.Г. АВАЧЁВА, М.А. БУРОБИН, А.П. АВАЧЁВ

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ ПО ФИЗИКЕ. ЧАСТЬ 3. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие

Рязань 2013

УДК 531

Практические занятия по физике. Часть 3. Колебания и волны. Оптика. Квантовая физика: учеб. пособие / Т.Г. Авачёва, М.А. Буробин, А.П. Авачёв; Рязан. гос. радиотехн. ун-т. Рязань, 2013. 48 с.

Приводятся основные физические законы, примеры решения задач и задачи для самостоятельной работы по разделам курса физики: колебания и волны, волновая оптика, квантовая природа излучения, физика атома, физика твердого тела, ядерная физика.

Предназначено для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 6. Ил. 9. Библиогр.: 5 назв.

Колебания, электромагнитные волны, интерференция, дифракция, поляризация, тепловое излучение, фотон, фотоэффект, волна де Бройля, волновая функция, потенциальная яма, спектр излучения, температура Дебая, энергия Ферми, атомное ядро, энергия связи, ядерная реакция, радиоактивный распад

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(зав. кафедрой доц. М.В. Дубков)

А в а ч ё в а Татьяна Геннадиевна
Б у р о б и н Михаил Анатольевич
А в а ч ё в Алексей Петрович

Практические занятия по физике.
Часть 3.
Колебания и волны. Оптика.
Квантовая физика

Редактор Р.К. Мангутова
Корректор С.В. Макушина
Подписано в печать 20.12.13. Формат бумаги 60 × 84 1/16.
Бумага газетная. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 3,0.
Тираж 100 экз. Заказ
Рязанский государственный радиотехнический университет.
390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.
Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Введение

Физика – важнейший предмет, без знания которого невозможен научно-технический прогресс. Законы физики лежат в основе всех специальных предметов, изучаемых в технических вузах, – без их понимания и умения применять на практике не может состояться грамотный специалист.

Данное учебное пособие рекомендуется студентам технических направлений вуза для подготовки к практическим занятиям, а также будет полезным дополнением к лекционному материалу. Это издание является продолжением вышедших ранее учебных пособий «Практические занятия по физике. Часть 1. Физические основы механики и основы молекулярной физики и термодинамики» и «Практические занятия по физике. Часть 2. Электромагнетизм». Весь теоретический и практический материал в нем разбит на восемь тем, что соответствует учебным графикам РГРТУ. По каждой теме приведены основные законы и расчетные формулы, примеры решения типовых задач, задачи для самостоятельной работы. Справочные данные, необходимые для решения задач, приведены в таблицах приложения.

В учебном пособии использованы материалы сборников задач по физике авторов А.Г. Чертова, А.А. Воробьева и И.Е. Иродова.

Авторы

Тема № 1. Электромагнитные колебания и волны

Основные физические законы и формулы

1. Затухающие колебания

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 .$$

Решение дифференциального уравнения затухающих колебаний:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha),$$

где A_0 – амплитуда затухающих колебаний при $t = 0$; β – коэффициент затухания; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний; ω_0 – собственная частота колебательного контура; α – начальная фаза.

Для колебательного контура, состоящего из катушки индуктивности *L*, конденсатора емкостью *C* и сопротивления *R*, коэффициент затухания и собственная частота соответственно равны

$$\beta = R/2L, \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC} .$$

Логарифмический декремент затухания:

$$\delta = \ln\left(\frac{A(t)}{A(t+T)}\right) = \beta T = \frac{1}{N_e} ,$$

где $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$; *T* – период колебаний ($T = 2\pi/\omega$); N_e – число колебаний, совершаемых в колебательном контуре, за которое амплитуда колебаний уменьшается в *e* раз ($e \approx 2,72$ – основание натурального логарифма).

Добротность колебательного контура:

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{\Delta W(t+T)} \approx \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\pi}{\delta} ,$$

где $W(t)$ – энергия, накопленная в колебательном контуре в момент времени *t*, $\Delta W(t+T)$ – потеря энергии за один период колебаний.

2. Переменный электрический ток

Закон Ома для цепи переменного тока (*R*-*L*-*C*-цепи):

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + X^2}} ,$$

где I_0 – амплитуда силы тока; U_0 амплитуда напряжения; R – активное сопротивление цепи; $X = X_L - X_C = \omega L - 1/\omega C$ – реактивное сопротивление цепи.

Сдвиг фазы φ между приложенным напряжением и силой тока в цепи находят из соотношения

$$tg\varphi = X / R.$$

Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока:

$$\langle P \rangle = UI\cos\varphi,$$

где $U = U_0/\sqrt{2}$ и $I = I_0/\sqrt{2}$ – действующие значения напряжения и силы тока соответственно; $\cos\varphi$ – коэффициент мощности.

3. Электромагнитные волны

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\text{см}} + \vec{j};$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho; \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0;$$

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E; \qquad B = \mu\mu_0 H,$$

где $\vec{j}_{\text{см}} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ – плотность тока смещения; $\vec{j}$ – плотность тока проводимости; ρ – объемная плотность электрического заряда.

Волновые уравнения плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси x:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженности переменного электрического и магнитного полей соответственно; $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ – фазовая скорость электромагнитной волны; c – скорость света в вакууме; ε и μ – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость среды.

Решения волновых уравнений плоской электромагнитной волны:

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0\cos(\omega t - kx + \alpha_1),$$

$$\vec{H}(x,t) = \vec{H}_0\cos(\omega t - kx + \alpha_2),$$

где $k = \omega / v$ – волновое число.

Связь между модулями амплитуд E_0 и H_0:

$$E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_0\sqrt{\mu\mu_0}\ .$$

Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$\varpi = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}\ .$$

Плотность потока энергии электромагнитной волны

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2}E_0 H_0,$$

где $\langle S \rangle$ – среднее значение модуля вектора Пойнтинга ($\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$).

Примеры решения задач

Пример 1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C = 50 нФ, катушки с индуктивностью L = 1 мГн и сопротивления R = 10 Ом. Найти логарифмический декремент затухания.

Решение. Логарифмический декремент затухания определим по формуле $\delta = \beta T$, где $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Учитывая, что $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, а $\beta = R/2L$, получаем

$$\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4L/CR^2 - 1}}\ .$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ δ = 0,22.

Ответ: 0,22.

Пример 2. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R = 10 Ом и катушки индуктивностью L = 25 мГн. К цепи приложено переменное напряжение частотой ν = 50 Гц и амплитудой U_0 = 220 В. Найти амплитуду напряжения на резисторе.

Решение. Амплитуду напряжения на резисторе определим по закону Ома: $U_R = I_0 R$. Для цепи, обладающей индуктивностью L и сопротивлением R амплитуда силы тока равна

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}}\ .$$

Тогда

$$U_R = \frac{U_0 R}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ U = 173 В.

Ответ: 173 В.

Пример 3. В прямом соленоиде, содержащем n = 2000 витков на метр, сила тока равномерно возросла от 0 до I_m = 5 А за время τ = 0,25 с. Найти проекцию ротора напряженности электрического поля в соленоиде на направление магнитного поля.

Решение. Напряженность переменного электрического поля и индукция переменного магнитного поля связаны между собой одним из уравнений Максвелла:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Индукция магнитного поля на оси длинного соленоида (без сердечника) определяется выражением $B = \mu_0 I n$. Если сила тока равномерно возрастает от нуля до значения I_m за время τ, то зависимость силы тока от времени имеет вид: $I(t) = I_m t / \tau$. Тогда $B = \mu_0 I_m n t / \tau$ и

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu_0 I_m n}{\tau} t\right) = \frac{\mu_0 I_m n}{\tau}.$$

Поскольку вектор индукции магнитного поля в центре длинного соленоида направлен вдоль его оси z, то проекция вектора ротора напряженности электрического поля на эту ось будет равна

$$\left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right)_z = -\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\mu_0 I_m n}{\tau}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\left(\vec{\nabla} \times \vec{E}\right)_z$ = –0,05 В/м^2.

Ответ: –0,05 В/м^2.

Пример 4. В немагнитной диэлектрической среде распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудами электрической составляющей E_0 = 4 В/м и магнитной составляющей H_0 = 15 мА/м. Найти диэлектрическую проницаемость среды.

Решение. Для решения данной задачи воспользуемся соотношением

$$E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_0\sqrt{\mu\mu_0}\,.$$

В немагнитной среде $\mu = 1$. Тогда

$$\varepsilon = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{H_0}{E_0}\right)^2.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ ε = 2.

Ответ: 2.

Пример 5. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой магнитной составляющей H_0 = 36 мА/м. Найти интенсивность волны.

Решение. Интенсивность электромагнитной волны – это энергия, переносимая волной через единицу площади поверхности в единицу времени. Другими словами, интенсивность – это плотность потока энергии, которую можно определить по формуле

$$I = \langle S\rangle = \frac{1}{2}E_0H_0.$$

С учетом связи между амплитудами E_0 и H_0, а также того, что в вакууме $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$, данная формула принимает вид

$$I = \frac{1}{2}H_0^2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ I = 1,72 мкВт/м^2.

Ответ: 1,72 мкВт/м^2.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти период колебаний в колебательном контуре с добротностью Q = 500, если за время t = 0,1 с энергия электромагнитных колебаний уменьшается в n = 4 раза. *Ответ:* 0,6 мс.

2. Электрическая цепь состоит из последовательно соединенных резистора сопротивлением R = 35 Ом и катушки индуктивностью L = 40 мГн. По цепи течет ток частотой ν = 60 Гц. Найти сдвиг фазы между током и напряжением, приложенным к цепи. *Ответ:* 19,75°.

3. По бесконечно длинному прямому проводу течет переменный синусоидальный ток частотой $\nu = 0{,}5$ кГц и амплитудой $I_0 = 1$ А. Найти амплитудное значение модуля ротора напряженности электрического поля на расстоянии $R = 3$ см от провода. *Ответ:* 0,02 В/м^2.

4. В немагнитной диэлектрической среде распространяется плоская электромагнитная волна с амплитудой электрической составляющей $E_0 = 2$ В/м и амплитудой магнитной составляющей $H_0 = 15$ мА/м. Найти фазовую скорость электромагнитной волны. *Ответ:* $1{,}1 \cdot 10^8$ м/с.

5. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с интенсивностью $I = 5$ мВт/м^2. Найти амплитуду напряженности электрического поля. *Ответ:* 1,94 В/м.

Тема № 2. Волновая оптика

Основные физические законы и формулы

1. Интерференция света

Оптическая разность хода двух когерентных волн, распространяющихся в прозрачной однородной среде:

$$\Delta = n\left(l_1 - l_2\right),$$

где l_1 и l_2 – геометрические длины путей первой и второй волны соответственно; n – абсолютный показатель преломления среды.

Условия *максимума* интерференции:

$$\Delta = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \quad \left(k = 0, 1, 2, \ldots\right),$$

где λ – длина световой волны.

Условия *минимума* интерференции:

$$\Delta = \pm\left(2k+1\right)\frac{\lambda}{2}.$$

Ширина Δx интерференционной полосы определяется как расстояние между соседними максимумами или минимумами интерференционной картины (рис. 1).

Формулы для вычисления ширины интерференционной полосы в различных интерференционных схемах приведены на рис. 2.

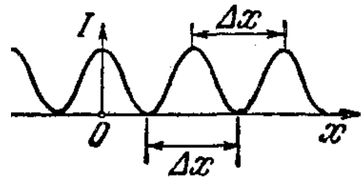


Рис. 1

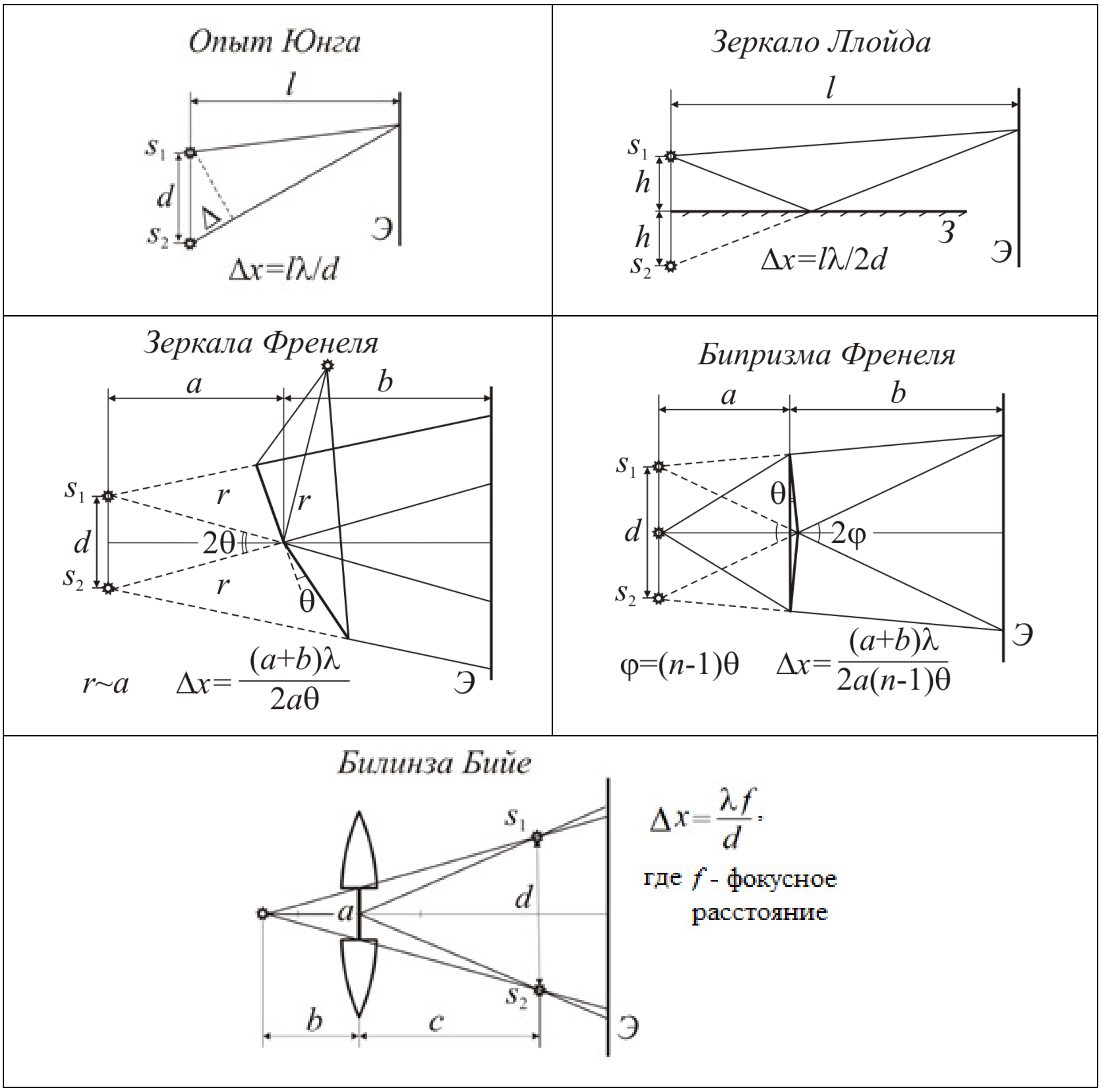
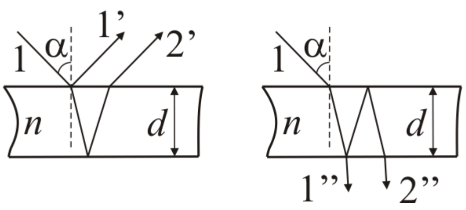


Рис. 2



а б

Рис. 3

Интерференционную картину можно также наблюдать либо при отражении света от тонких пленок (рис. 3, а), либо при прохождении света через них (рис. 3, б).

Оптическая разность хода волн $1'$ и $2'$:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

Оптическая разность хода волн $1''$ и $2''$:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}.$$

Интерференционная картина наблюдается и при нормальном падении света на плоскую поверхность плосковыпуклой линзы (рис. 4), которая выпуклой стороной соприкасается с плоскопараллельной пластиной. Интерференционные полосы будут видны в виде концентрических колец – *колец Ньютона*.

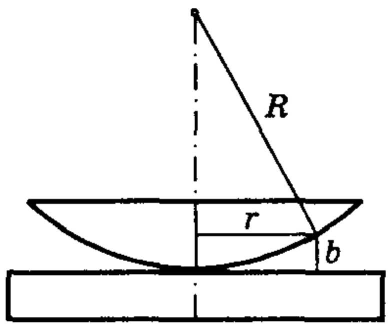


Рис. 4

Радиус k-го темного кольца в отраженном (или светлого в проходящем) свете:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda / n},$$

где n – относительный показатель преломления среды между линзой и пластиной.

Радиус m-го светлого кольца в отраженном (или темного в проходящем) свете:

$$r_m = \sqrt{(2m-1)R\lambda / 2n}.$$

2. Дифракция света

А. Дифракция Френеля на отверстии при нормальном падении света.

Радиус k-й зоны Френеля для сферической волны:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda},$$

где a – расстояние от диафрагмы с отверстием до точечного источника света, b – расстояние от диафрагмы до экрана.

Радиус k-й зоны Френеля для плоской волны:

$$\rho_k = \sqrt{bk\lambda}.$$

Б. Дифракция на одной щели при нормальном падении света.

Условие *минимума* интенсивности:

$$a\sin\varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,...),$$

где a – ширина щели, φ – угол дифракции.

Условие *максимума* интенсивности:

$$a\sin\varphi' = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3,...),$$

где φ' – приближенное значение угла дифракции.

В. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Условие главных максимумов:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,...),$$

где d – период решетки, φ – угол дифракции.

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN,$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \delta\lambda$), при которой эти линии воспринимаются раздельно; N – число штрихов решетки; k – порядок спектра.

Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\varphi},$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длинам волн на $\delta\lambda$ (рис. 5).

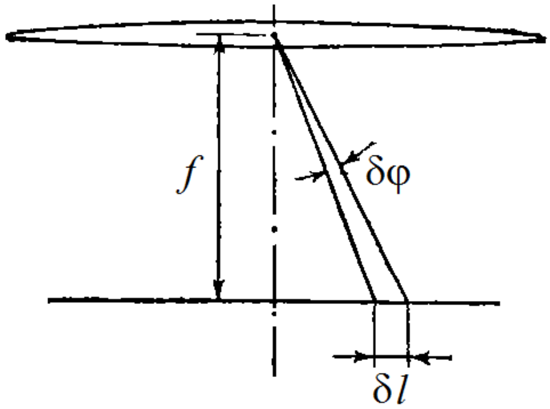


Рис. 5

Линейная дисперсия дифракционной решетки:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda} \approx fD_\varphi \approx f\frac{k}{d},$$

где δl – линейное расстояние между спектральными линиями на экране, отличающимися по длинам волн на $\delta\lambda$ (рис. 4); f – фокусное расстояние собирающей линзы.

3. Поляризация

Закон Брюстера:

$$\mathrm{tg}\,\alpha_Б = n_{21},$$

где $\alpha_Б$ – угол Брюстера – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} – относительный показатель преломления.

Закон Малюса:

$$I = I_0\cos\varphi,$$

где I_0 – интенсивность плоско поляризованного света на входе в анализатор; I – интенсивность света, прошедшего анализатор; φ – угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора (рис. 6).

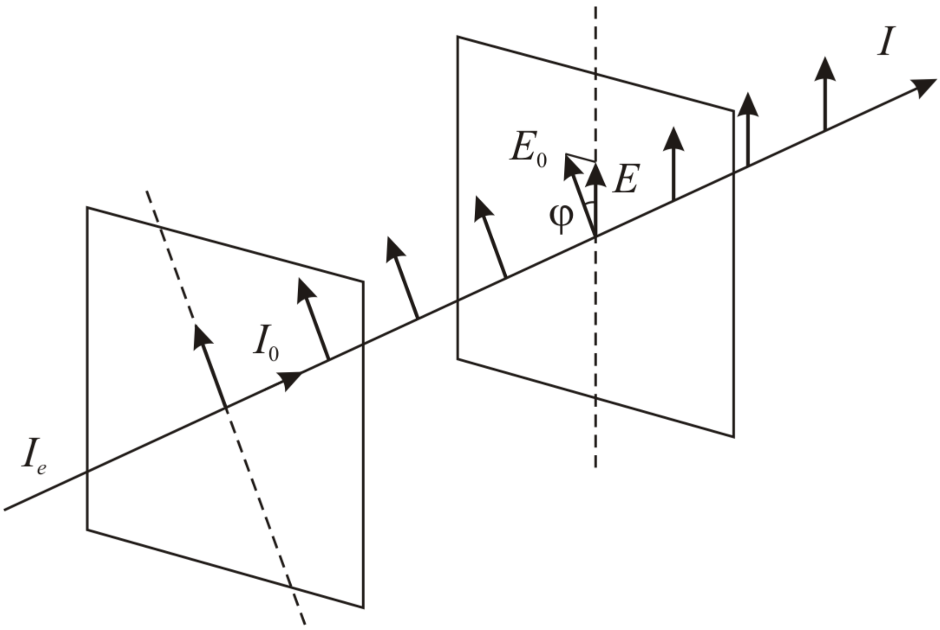


Рис. 6

При падении на поляризатор естественного света интенсивностью I_e

$$I_0 = \frac{1}{2} I_e .$$

Степень поляризации света частично поляризованного света:

$$P = \frac{I_п}{I_{общ}} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

где $I_п$ – интенсивность поляризованной компоненты, $I_{общ}$ – общая интенсивность светового потока; I_{max} и I_{min} – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Примеры решения задач

Пример 1. На диафрагму с двумя узкими щелями, находящимися друг от друга на расстоянии d = 2,5 мм, падает нормально монохроматический свет. На экране, находящемся на расстоянии l = 1 м, наблюдается интерференционная картина. На какое расстояние сместятся интерференционные полосы, если одну из щелей закрыть прозрачной пластинкой толщиной b = 10 мкм с показателем преломления n = 1,5?

Решение. Смещение интерференционной картины произойдет в результате изменения оптической разности хода волн, идущих от щелей. Волна, прошедшая через пластинку, внесет дополнительную разность хода $\Delta' = b(n-1)$. В опыте Юнга показано, что при выполнении условия $l \gg d$ оптическая разность хода двух волн, пришедших в одну и ту же точку *P* экрана, будет равна

$$\Delta = \frac{xd}{l},$$

где x – расстояние от центра экрана до рассматриваемой точки *P*.

Тогда смещение интерференционной картины можно определить как

$$\Delta x = \frac{l\Delta'}{d} = \frac{lb(n-1)}{d}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta x = 2$ мм.

Ответ: 2 мм.

Пример 2. Угол между зеркалами Френеля равен $\theta = 3 \cdot 10^{-3}$ рад. На них падает свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм от щели, находящейся на расстоянии $a = 8$ см от линии пересечения зеркал. Интерференционная картина наблюдается на расстоянии $b = 2{,}5$ м от линии пересечения зеркал. Найти максимальное число интерференционных полос на экране.

Решение. При наблюдении интерференции с помощью зеркал Френеля ширина интерференционной полосы определяется по формуле

$$\Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2a\theta}.$$

Максимальное число интерференционных полос на экране можно определить по формуле

$$N_{\max} = \frac{x}{\Delta x},$$

где x – ширина зоны интерференции на экране.

Ширина x зоны интерференции определяется из равнобедренного треугольника высотой b с углом при вершине 2θ. Ввиду малости угла θ величина x будет равна $x = 2b\sin\theta \approx 2b\theta$.

В итоге получаем

$$N_{\max} = \frac{4ab\theta^2}{\lambda(a+b)}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $N_{\max}$= 5.

Ответ: 5.

Пример 3. На тонкую пленку (n = 1,5), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?

Решение. Отраженный от тонкой пленки свет будет максимально усиленным при выполнении условия

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, ...),$$

где $\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}$ – оптическая разность хода волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки при нормальном падении света.

Из этих формул толщина пленки равна

$$d = \frac{1}{2n}\left(k\lambda - \frac{\lambda}{2}\right).$$

Минимальная толщина пленки, при которой возможна интерференция, определяется при условии $k = 1$, тогда

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $d_{\max}$= 0,1 мкм.

Ответ: 0,1 мкм.

Пример 4. На расстоянии $a = 3$ м перед диафрагмой с отверстием диаметром $d = 2$ мм находится точечный источник монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. На каком расстоянии от диафрагмы нужно поместить экран, чтобы в центре экрана наблюдалось наиболее светлое пятно?

Решение. В центре экрана будет наблюдаться дифракционный максимум, если отверстие будет открывать нечетное число зон Френеля. Другими словами, диаметр d отверстия должен равняться диаметру k-й (k – нечетное число) зоны Френеля:

$$d = 2\rho_k,$$

где $\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}k\lambda}$ – радиус k-й зоны Френеля для сферической волны.

В последней формуле b – искомое расстояние. Пятно в центре экрана будет наиболее ярким, когда отверстие открывает только первую зону Френеля, т. е. при k=1. Тогда

$$b = \frac{ad^2}{4\lambda a - d^2}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ b = 3,75 м.

Ответ: 3,75 м.

Пример 5. На щель шириной a=0,1 мм падает нормально монохроматический свет (λ = 0,6 мкм). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Найти ширину изображения второго максимума на экране, удаленном от щели на L = 1 м.

Решение. Ширину изображения второго дифракционного максимума на экране можно определить как (рис. 7)

$$\Delta = x_2 - x_1,$$

где x_1 и x_2 – расстояния от центра дифракционной картины до 1-го и 2-го дифракционного минимума соответственно.

Положение дифракционных минимумов на экране определяется условием

$$a\sin\varphi_k = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,...).$$

Расстояния x_1 и x_2 являются катетами прямоугольных треугольников с общей стороной L и углами при вершинах φ_1 и φ_2 (см. рис. 7). Тогда

$$\Delta = x_2 - x_1 = L\operatorname{tg}\varphi_2 - L\operatorname{tg}\varphi_1.$$

Из-за малости углов дифракции $\operatorname{tg}\varphi \approx \sin\varphi$. Синусы углов φ_1 и φ_2 выразим из условия дифракционных минимумов:

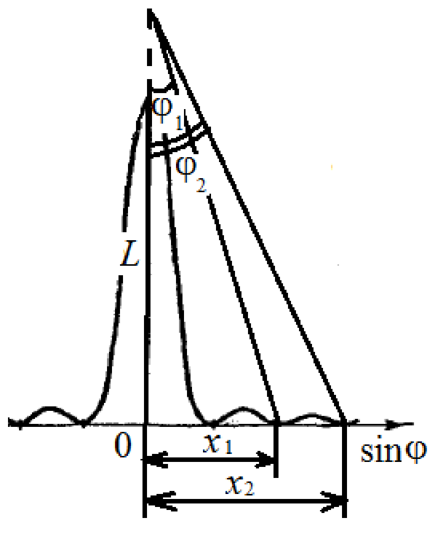


Рис. 7

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{a}, \quad \sin\varphi_2 = \frac{2\lambda}{a} \;.$$

В итоге получаем

$$\Delta = L\left(\frac{2\lambda}{a} - \frac{\lambda}{a}\right) = \frac{L\lambda}{a}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta = 6$ мм.

Ответ: 6 мм.

Пример 6. Постоянная d дифракционной решетки длиной $l = 2{,}5$ см равна 5 мкм для света с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм в спектре второго порядка. Определить разность длин волн, разрешаемую этой решеткой.

Решение. Разность длин волн $\Delta\lambda$, разрешаемую дифракционной решеткой, определим из формулы для разрешающей способности:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

С другой стороны, разрешающая способность решетки $R = kN$, где k – порядок спектра, N – число штрихов решетки. Тогда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{\lambda}{kN}.$$

Число штрихов дифракционной решетки можно определить как $N = l\,/\,d$. В итоге

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda d}{kl}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta\lambda = 50$ пм.

Ответ: 50 пм.

Пример 7. Определить показатель преломления n граната, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления 30°.

Решение. Отраженный от поверхности луч будет полностью поляризован, если угол α падения луча удовлетворяет закону Брюстера:

$$\operatorname{tg}\alpha = n.$$

На границе раздела двух прозрачных сред будет выполняться закон преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

По условию задачи угол преломления β= 30°. Для нахождения n перепишем закон Брюстера в виде

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n,$$

откуда $\sin\alpha = n\cos\alpha$. С учетом данного равенства закон преломления принимает вид

$$\frac{n\cos\alpha}{\sin\beta} = n,$$

откуда $\cos\alpha = \sin\beta = 0{,}5$, следовательно $\alpha = 60^{\circ}$. В итоге

$$n = \mathrm{tg}\,60^{\circ} = 1{,}73.$$

Ответ: 1,73.

Пример 8. Степень поляризации частично поляризованного света $P = 0{,}25$. Найти отношение интенсивности естественной составляющей этого света к интенсивности поляризованной составляющей.

Решение. Интенсивность частично поляризованного света можно определить как сумму интенсивности $I_е$ естественной составляющей и интенсивности $I_п$ поляризованной составляющей:

$$I = I_е + I_п.$$

Степень поляризации света равна

$$P = \frac{I_п}{I} = \frac{I_п}{I_е + I_п}.$$

Выразим из этого соотношения $I_е / I_п$:

$$P\left(\frac{I_е}{I_п} + 1\right) = 1,$$

$$\frac{I_е}{I_п} = \frac{1 - P}{P}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $I_е / I_п = 3$.

Ответ: 3.

Задачи для самостоятельного решения

1. При увеличении длины волны, испускаемой источником монохроматического света, на $\Delta\lambda = 0{,}15$ мкм в опыте Юнга ширина интерференционных полос на экране увеличилась на $\Delta b = 0{,}1$ мм. Определить расстояние d между двумя щелями, если расстояние l от щелей до экрана 2 м. *Ответ:* 3 мм.

2. Источник света с длиной волны λ=600 нм находится на расстоянии a=20 см от стеклянной бипризмы (n=1,5) с преломляющим углом ϑ=0,018 рад. Найти ширину интерференционной полосы на экране, находящемся на расстоянии b=120 см от бипризмы. *Ответ:* 0,2 мм.

3. Поверхности стеклянного клина ($n = 1{,}5$) образуют между собой угол $\theta = 0{,}02°$. На клин нормально к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света. Определить долину волны λ света, если ширина b интерференционной полосы 0,65 мм. *Ответ:* 0,68 мкм.

4. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии l от точечного источника монохроматического света с $\lambda = 550$ нм. На расстоянии $a = 0{,}5l$ от источника помещена непрозрачная преграда диаметром $d = 2$ мм. Найти расстояние l, если преграда закрывает центральную зону Френеля. *Ответ:* 7,27 м.

5. На щель шириной $a = 0{,}05$ мм падает нормально монохроматический свет. Угол φ между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу 2,75°. Определить длину волны падающего света. *Ответ:* 600 нм.

6. На дифракционную решетку, содержащую $n = 500$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda = 0{,}55$ мкм). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. *Ответ:* 8.

7. Определить показатель преломления топаза, если при отражении от него луч света отклонился от первоначального направления на угол $\theta = 63°$. Отраженный свет полностью поляризован. *Ответ:* 1,63.

8. Пучок естественного света падает на систему из 5 поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол 45° относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему? *Ответ:* 0,03.

Тема № 3. Квантовые свойства электромагнитного излучения

Основные физические законы и формулы

1. Тепловое излучение

Закон Стефана – Больцмана:

$$R = \alpha\sigma T^4,$$

где R – энергетическая светимость тела, α – поглощательная способность тела, $\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) – постоянная Стефана – Больцмана, T – абсолютная температура.

Закон смещения Ви́на:

$$\lambda_m T = b,$$

где λ_m – длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости тела (рис. 8); $b = 2{,}9\cdot10^{-3}$ м$^{-1}\cdot$К$^{-1}$.

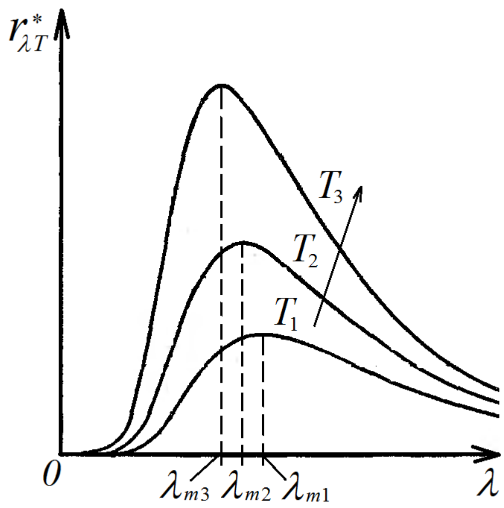


Рис. 8

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от температуры:

$$\left(r^*_{\lambda,T}\right)_m = CT^5,$$

где $C = 1{,}3\cdot10^{-5}$ Вт/(м$^3\cdot$К^5).

Формула Планка:

$$r^*_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1},$$

где k – постоянная Больцмана, $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме.

2. Фотоэффект

Энергия и импульс фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

где ν – частота света, λ – длина волны.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, поглощенного фотокатодом; A – работа выхода материала фотокатода, $v_{\max}$ – максимальная скорость фотоэлектрона, m – масса электрона.

Красная граница фотоэффекта:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

3. Давление света

Давление света на поверхность при его нормальном падении:

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \varpi(1+\rho),$$

где E_e – поверхностная плотность потока излучения, ϖ – объемная плотность энергии, ρ – коэффициент отражения поверхности ($0 \le \rho \le 1$).

4. Эффект Комптона

Комптоновское смещение длины волны фотона при рассеянии его на свободной частице:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta),$$

где λ – длина волны фотона до рассеяния, λ' – длина волны фотона после рассеяния, θ – угол рассеяния, m_0 – масса частицы.

Комптоновская длина волны:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}.$$

Примеры решения задач

Пример 1. При увеличении термодинамической температуры T_1= 300 К абсолютно черного тела длина волны λ_m, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, уменьшилась на $\Delta\lambda$ = 400 нм. Определить конечную температуру T_2.

Решение. Согласно закону смещения Ви́на длина волны λ_m, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости при температуре T_1, определяется как

$$\lambda_{m1} = \frac{b}{T_1}.$$

Соответственно при температуре T_2 : $\lambda_{m2} = b/T_2$. Тогда при известном изменении длины волны $\Delta\lambda = \lambda_{m1} - \lambda_{m2}$ температура T_2 может быть определена по формуле

$$T_2 = \frac{b}{b/T_1 - \Delta\lambda}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ T_2 = 313 К.

Ответ: 313 К.

<u>Пример 2.</u> Температура внутренней поверхности муфельной печи мощностью P = 1,3 кВт при открытом отверстии площадью S = 20 см^2 равна T = 1000 К. Считая, что отверстие печи излучает как абсолютно черное тело, определить мощность, рассеиваемую стенками.

Решение. Мощность $P_{\text{изл}}$, излучаемую открытым отверстием печи, определим на основании закона Стефана – Больцмана:

$$P_{\text{изл}} = \sigma T^4 S.$$

Тогда мощность $P_{\text{рас}}$, рассеиваемая стенками печи, будет равна

$$P_{\text{рас}} = P - P_{\text{изл}} = P - \sigma T^4 S.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $P_{\text{рас}}$ = 1,19 кВт.

Ответ: 1,19 кВт.

<u>Пример 3.</u> Энергия фотона, падающего на фотокатод, равна 2,5 эВ. Какая доля его энергии израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна 1,5 эВ?

Решение. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта, энергия $h\nu$ падающего на поверхность вещества фотона распределяется между работой A по вырыванию фотоэлектрона (работой выхода) и его максимальной кинетической энергией $T_{\max}$:

$$h\nu = A + T_{\max}.$$

Тогда доля δ его энергии, израсходованной на работу выхода, будет равна

$$\delta = \frac{A}{h\nu} = \frac{h\nu - T_{\max}}{h\nu} = 1 - \frac{T_{\max}}{h\nu}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\delta = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Пример 4. На идеальную отражающую плоскую поверхность нормально падает монохроматический свет, поток излучения которого $\Phi_e = 0,3$ Вт. Определить силу давления, испытываемую этой поверхностью.

Решение. Сила нормального давления на поверхность определяется как $F = PS$, где P – давление, S – площадь поверхности. Световое давление на поверхность определим по формуле:

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho).$$

В данной формуле поверхностная плотность светового потока E_e равна

$$E_e = \frac{\Phi_e}{S}.$$

В случае идеальной отражающей поверхности коэффициент отражения $\rho = 1$. В итоге получаем

$$F = \frac{2E_e}{c}S = \frac{2\Phi_e}{cS}S = \frac{2\Phi_e}{c}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $F = 2$ нН.

Ответ: 2 нН.

Пример 5. Определить максимальное изменение длины волны $\Delta\lambda_{\max}$ при комптоновском рассеянии на свободных протонах.

Решение. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ при комптоновском рассеянии на свободном протоне определим по формуле:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta),$$

где m_0 – масса покоя протона (m_0=$1,67\cdot10^{-27}$ м).

Максимальное изменение длины волны произойдет при угле рассеяния θ, равном нулю. Тогда

$$\Delta\lambda_{\max} = \frac{2h}{m_0 c}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta\lambda_{max}$ = 2,64 фм.

Ответ: 2,64 фм.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вследствие изменения температуры черного тела максимум спектральной плотности $(r_{\lambda,T})_{max}$ сместился с λ_1 = 2 мкм на λ_2 = 1,5 мкм. Во сколько раз увеличилась максимальная спектральная плотность энергетической светимости? *Ответ:* 4,2.

2. Определить силу тока, протекающего по вольфрамовой проволоке диаметром d = 0,8 мм, температура которой в вакууме поддерживается равной T = 2800 °С. Поверхность проволоки принять серой с поглощательной способностью α=0,343. Удельное сопротивление проволоки ρ = 0,92 мкОм·м. *Ответ:* 24,2 А.

3. Определить длину волны света, облучающего фотокатод с работой выхода A = 2,2 эВ, если эмиссия фотоэлектронов прекращается при приложении задерживающей разности потенциалов U = 2,5 В. *Ответ:* 264 нм.

4. На плоскую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ = 500 нм. Поток падающего излучения Φ_e = 0,5 Вт. Определить число фотонов, падающих на поверхность за время t = 4 с. *Ответ:* $5\cdot10^{18}$.

5. Определить угол θ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda$ при рассеянии равно 3,5 пм. *Ответ:* 90°.

Тема № 4. Волновые свойства микрочастиц

Основные физические законы и формулы

1. Волны де Бройля

Длина волны де Бройля при $v \ll c$, где v – скорость микрочастицы:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv},$$

где p – импульс частицы.

Длина волны де Бройля при $v \to c$ (релятивистский случай):

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1-\left(v/c\right)^2},$$

где m_0 – масса покоя частицы.

Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

– при $v \ll c$: $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mT}}$.

– при $v \to c$: $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{T\left(T+2m_0c^2\right)}}$.

2. Соотношения неопределенностей Гейзенберга

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса частицы:

$$\Delta p_x \Delta x \ge \hbar,$$

где Δp_x – неопределенность проекции импульса частицы на ось *x;* Δx – неопределенность координаты частицы; $\hbar = h/2\pi$.

Соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \Delta t \ge \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt – время пребывания системы в этом состоянии.

3. Дифракция микрочастиц на кристаллической решетке

Формула Вульфа – Брэггов:

$$2d\sin\vartheta = \pm k\lambda \quad \left(k = 0, 1, 2, \ldots\right),$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения (угол между направлением пучка микрочастиц и гранью кристалла), λ – дебройлевская длина волны микрочастицы.

Примеры решения задач

Пример 1. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля 22,7 пм. Найдите массу частицы, если ее заряд по модулю равен заряду электрона.

Решение. Ускоряющая разность потенциалов U сообщает заряженной частице кинетическую энергию, равную $T = qU$. В нашем случае

$q = e$. В данной задаче речь идет о классической частице ($v \ll c$), тогда длина волны де Бройля определяется как

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}},$$

откуда масса m частицы равна

$$m = \frac{h^2}{2eU\lambda^2}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $m = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: $6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Пример 2. С какой скоростью движется протон, если длина волны де Бройля λ протона равна 1,5 фм?

Решение. Для вычисления скорости протона используем релятивистскую формулу длины волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v}\sqrt{1 - \left(v / c\right)^2},$$

откуда скорость протона равна

$$v = \frac{hc}{\sqrt{\left(\lambda m_0 c\right)^2 + h^2}}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $v = 2 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $2 \cdot 10^8$ м/с.

Пример 3. Оценить неопределенность Δv скорости протона, локализованного в области размером $l = 10^{-14}$ м.

Решение. Для решения задачи воспользуемся соотношением неопределенностей в виде $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$. В нашем случае неопределенность координаты протона $\Delta x = l$, а неопределенность импульса $\Delta p_x = m\Delta v$. В итоге неопределенность Δv скорости протона равна

$$\Delta v = \frac{\hbar}{ml}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta v = 6{,}3 \cdot 10^6$ м/с.

Ответ: $6{,}3 \cdot 10^6$ м/с.

Пример 4. Во сколько раз дебройлевская длина волны λ частицы меньше неопределенности Δx ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса $\Delta p/p = 0{,}03$?

Решение. Из соотношения неопределенностей $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$, с учетом выражения $\lambda = \dfrac{2\pi\hbar}{p}$, отношение $\Delta p/p$ примет вид

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\hbar\lambda}{2\pi\hbar\Delta x} = \frac{\lambda}{2\pi\Delta x}.$$

Отсюда выражаем искомое отношение

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{p}{2\pi\Delta p} = \frac{1}{2\pi \cdot 0{,}03} = 5{,}3.$$

Ответ: 5,3.

Пример 5. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает на поверхность монокристалла меди, расстояние между атомными плоскостями которого $d = 0{,}19$ нм. В направлении, составляющем угол $\vartheta = 28^{\circ}$ с направлением падающих электронов, наблюдается максимум отражения третьего порядка. Вычислить кинетическую энергию электронов.

Решение. Для вычисления кинетической энергии электронов определим их дебройлевскую длину волны из формулы Вульфа-Брэггов:

$$\lambda = \frac{2d\sin\vartheta}{k}.$$

По условию задачи k=3. Кинетическая энергия микрочастицы связана с длиной волны де Бройля соотношением

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}}.$$

Приравнивая правые части обоих выражений, получаем

$$T = \frac{1}{2m}\left(\frac{hk}{2d\cos(\vartheta/2)}\right)^2.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $T = 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Дж = 100 эВ.

Ответ: 100 эВ.

Задачи для самостоятельного решения

1. Какую минимальную длину волны де Бройля имеет электрон, выбитый в результате фотоэффекта с поверхности металла фотоном, имевшим энергию 1 кэВ? *Ответ:* 38,9 пм.

2. При каком значении кинетической энергии длина волны де Бройля λ электрона равна 15 пм? *Ответ:* 400 кэВ.

3. Используя соотношение неопределенностей $\Delta E \Delta t \geq \hbar$, оценить время τ жизни в возбужденном состоянии, если ширина Γ энергетического уровня равна $6 \cdot 10^{-8}$ эВ. *Ответ:* 11 нс.

4. Оценить неопределенность координаты Δx электрона, если его кинетическая энергия $E = 2$ эВ. *Ответ:* 13,8 нм.

5. Моноэнергетический пучок нейтронов падает на кристалл с периодом $d = 0{,}15$ нм. Определить скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения $\vartheta = 45^\circ$. *Ответ:* 1,9 км/с.

Тема № 5. Уравнение Шредингера

Основные физические законы и формулы

Одномерное стационарное уравнение Шредингера:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U\right)\psi = 0,$$

где E – полная энергия частицы; U – потенциальная энергия; $\psi\left(x\right)$ – часть волновой функции, зависящая только от координаты x.

Собственные значения ψ-функции для одномерной потенциальной ямы шириной l с бесконечно высокими стенками:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) \qquad \left(n = 1, 2, \ldots\right).$$

Собственное значение энергии частицы, находящейся на n-м энергетическом уровне в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2.$$

Вероятность обнаружить частицу в интервале (x_1, x_2):

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \omega dx,$$

где $\omega = \left|\psi(x)\right|^2$ – плотность вероятности.

Условие нормировки ψ-функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega dx = 1.$$

Коэффициент преломления волн де Бройля на границе потенциального барьера:

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1},$$

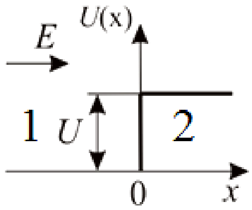


Рис. 9

где λ_1, λ_2 и k_1, k_2 – длины волн и волновые числа в области 1 и 2 соответственно (рис. 9).

Коэффициент отражения волн де Бройля от потенциального барьера:

$$\rho = \left|\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right|^2.$$

Коэффициент прохождения волнами де Бройля потенциального барьера:

$$\tau = \frac{4k_1k_2}{\left(k_1 + k_2\right)^2}.$$

Коэффициент прозрачности потенциального барьера шириной d, высотой U_0:

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m\left(U_0 - E\right)}d\right).$$

Примеры решения задач

Пример 1. В одномерном «потенциальном ящике» шириной l находится электрон. Вычислить вероятность нахождения электрона на низшем возбужденном энергетическом уровне в интервале ¼l, равноудаленном от стенок «ящика».

Решение. Собственная функция электрона, находящегося в основном состоянии в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right).$$

Интервал ¼l, равноудаленный от стенок потенциальной ямы, задается следующим диапазоном значений x: $\left[\frac{3}{8}l,\frac{5}{8}l\right]$. Тогда вероятность обнаружить электрон в заданном интервале:

$$W=\int_{x_1}^{x_2}|\psi|^2dx=\frac{2}{l}\int_{\frac{3}{8}l}^{\frac{5}{8}l}\sin^2\left(\frac{\pi}{l}x\right)dx.$$

Вычисление интеграла дает результат: $W = 0{,}475$.

Ответ: 0,475.

<u>Пример 2.</u> Электрон находится в потенциальном ящике шириной l = 1 нм. Определить наименьшую разность ΔE энергетических уровней электрона.

Решение. Разность энергетических уровней определим из собственных энергий частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками:

$$E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2.$$

Из-за квадратичной зависимости между E_n и n наименьшая разность ΔE будет между первым и вторым энергетическими уровнями:

$$\Delta E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}\left(n_2^2-n_1^2\right)=3\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta E = 9\cdot10^{-20}$ Дж = 0,56 эВ.

Ответ: 0,56 эВ.

<u>Пример 3.</u> Частица в потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии (n = 2). Определить, в каких точках интервала ($0<x<l$) плотность вероятности ω нахождения частицы максимальна.

Решение. Плотность вероятности для частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками, определяется как

$$\omega = |\psi|^2 = \frac{2}{l}\sin^2\left(\frac{\pi n}{l}x\right).$$

Функция $\sin^2$ принимает максимальные значения в точках, в которых $\frac{\pi n}{l}x = \frac{\pi}{2}m$, где $m = 1,3,5,...$ Отсюда

$$x = \frac{l}{2n}m.$$

В нашем случае $n = 2$, тогда $x = \frac{l}{4}m = \frac{l}{4}, \frac{3l}{4}, \frac{5l}{4}, ...$ Значение $x = 5l/4$ выходит за пределы потенциальной ямы. Таким образом, плотность вероятности ω нахождения частицы максимальна при $x_1 = l/4$ и $x_2 = 3l/4$.

Ответ: $l/4$, $3l/4$.

Пример 4. Коэффициент преломления n волн де Бройля для протонов на границе барьера равен 0,375. Определить коэффициент прохождения τ.

Решение. Коэффициент преломления волн де Бройля на границе потенциального барьера определяется по формуле $n = k_2 / k_1$, а коэффициент прохождения потенциального барьера вычисляется как

$$\tau = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}.$$

Выразим волновое число k_2 из первой формулы и подставим его в выражение для τ:

$$\tau = \frac{4k_1nk_1}{(k_1 + nk_1)^2} = \frac{4nk_1^2}{k_1^2(1+n)^2} = \frac{4n}{(1+n)^2}.$$

Подставляя значение $n = 0{,}375$ в данную формулу, получаем $\tau = 0{,}8$.

Ответ: 0,8.

Пример 5. Кинетическая энергия E электрона в три раза превышает высоту U потенциального барьера. Определить коэффициент отражения ρ электронов на границе барьера.

Решение. Коэффициент отражения волн де Бройля от потенциального барьера рассчитывается как:=

$$\rho = \left|\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right|^2.$$

В случае низкого потенциального барьера волновые числа k_1 и k_2 определяются по формулам:

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}.$$

После подстановки этих выражений в исходную формулу и сокращений соотношение для расчета коэффициента отражения ρ принимает вид

$$\rho = \left| \frac{\sqrt{E} - \sqrt{E-U}}{\sqrt{E} + \sqrt{E-U}} \right|^2.$$

По условию задачи $E = 3U$. Тогда

$$\rho = \left| \frac{\sqrt{3U} - \sqrt{3U-U}}{\sqrt{3U} + \sqrt{3U-U}} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right|^2 = 0{,}01.$$

Ответ: 0,01.

Задачи для самостоятельного решения

1. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной l с бесконечно высокими стенками находится в основном состоянии. Определить вероятность обнаружения частицы в левой половине ямы. *Ответ:* 0,5.

2. Электрон находится в потенциальном ящике шириной l = 0,6 нм. Определить разность $\Delta E_{3,2}$ между третьим и вторым энергетическими уровнями электрона. *Ответ:* 5,19 эВ.

3. Электрон находится в потенциальном ящике шириной l = 1,5 нм в возбужденном состоянии (n = 3). Вычислить плотность вероятности ω в точке $x = l/4$. *Ответ:* $6{,}7 \cdot 10^8$ м$^{-1}$.

4. При какой ширине d прямоугольного потенциального барьера коэффициент прозрачности D для электронов равен 0,01? Разность энергий $U - E$ = 2 эВ. *Ответ:* 31,7 нм.

5. Вычислить коэффициент прохождения τ электрона с энергией E = 50 эВ через потенциальный барьер высотой U = 49,6 эВ. *Ответ:* 0,15.

Тема № 6. Строение атома

Основные физические законы и формулы

Собственные значения энергии электрона в водородоподобном атоме:

$$E_n = -\frac{Zme^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2},$$

где Z – зарядовое число иона, m – масса электрона.

Энергия ионизации атома:

$$E_i = -E_1 = \frac{Zme^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}.$$

Момент импульса электрона на стационарных орбитах (правило квантования электронных орбит):

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

где L – момент импульса электрона, v – скорость электрона, r – радиус орбиты электрона.

Собственная функция электрона в атоме водорода, находящемся в s-состоянии:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a},$$

где a – первый боровский радиус (a = 52,9 пм).

Условие нормировки ψ-функции:

$$\int_0^\infty |\psi(r)|^2 4\pi r^2 dr = 1.$$

Орбитальный момент импульса и магнитный момент электрона:

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad L_\mu = \mu_B\sqrt{l(l+1)},$$

где l – орбитальное квантовое число ($l = 0, 1, 2, ..., n-1$), μ_B – магнетон Бора:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0{,}927 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/Тл}.$$

Проекции орбитального момента импульса и магнитного момента на ось z (направление внешнего магнитного поля):

$$L_{lz} = \hbar m_l, \quad L_{\mu z} = \mu_B m_l,$$

где m_l – магнитное квантовое число ($m_l = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l$).

Формула Бальмера для водородоподобного атома:

$$\nu = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где ν – частота света, излучаемого (или поглощаемого) атомом при переходе из одного стационарного состояния в другое; R – постоянная Ридберга: $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$.

В данной формуле индекс m – номер спектральной серии:

$m = 1$ – серия Лаймана,

$m = 2$ – серия Бальмера,

$m = 3$ – серия Пашена,

…

Индекс n определяется по формуле

$$n = m + k \quad (k = 1, 2, ...),$$

где k – номер спектральной линии в m-й серии.

Закон Мозли для характеристического рентгеновского излучения:

$$\nu = (Z - \sigma)^2 R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где σ – постоянная экранирования; n_1, n_2 – номера энергетических уровней (для K_α-линии: $n_1 = 1$, $n_2 = 2$).

Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра:

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{eU},$$

где U – разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке.

Примеры решения задач

Пример 1. Момент импульса электрона в ионе гелия He^+ $L = 2{,}11 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Найти радиус орбиты, на которой находится электрон.

Решение. Согласно II закону Ньютона движение электрона в поле силы притяжения атомного ядра описывается уравнением

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2},$$

где m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус орбиты, Z – зарядовое число иона.

Выразив из этой формулы скорость электрона, момент импульса определим как

$$L = mvr = \sqrt{\frac{Ze^2 mr}{4\pi\varepsilon_0}},$$

откуда радиус орбиты электрона

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0 L^2}{Ze^2 m}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $r = 1{,}1 \cdot 10^{-10}$ м.

Ответ: $1{,}1 \cdot 10^{-10}$ м.

Пример 2. Вычислить магнитный момент L_μ электрона, находящегося в $3d$-состоянии в атоме водорода.

Решение. Магнитный момент электрона определяется по формуле

$$L_\mu = \mu_B \sqrt{l(l+1)}.$$

В нашем случае максимальное значение орбитального квантового числа $l = n - 1 = 2$. Тогда

$$L_\mu = \mu_B \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{6} = 2{,}27 \cdot 10^{-23} \text{ Дж·с}.$$

Ответ: $2{,}27 \cdot 10^{-23}$ Дж·с.

Пример 3. Определить длину волны λ, соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера водородоподобного иона Li^{++}.

Решение. Длину волны спектральной линии определим по формуле: $\lambda = c / \nu$, где частота ν рассчитывается по формуле Бальмера:

$$\nu = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $Z = 3$ – зарядовое число иона Li^{++}.

Для третьей спектральной линии в серии Бальмера $m = 2$, $n = m + 3 = 5$. В итоге частота спектральной линии будет определяться как

$$\lambda = \frac{c}{1{,}89R} = 48 \text{ нм}.$$

Ответ: 48 нм.

Пример 4. Определить длину волны K_α-линии характеристического рентгеновского спектра, если анод рентгеновской трубки изготовлен из вольфрама (Z = 74). Постоянную экранирования σ принять равной единице.

Решение. Как и в предыдущей задаче, длину волны спектральной линии определим по формуле $\lambda = c/\nu$, где частота ν рассчитывается по закону Мозли:

$$\nu = (Z - \sigma)^2 R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

Для расчета частоты K_α-линии характеристического рентгеновского спектра примем $n_1 = 1$, $n_2 = 2$. С учетом того, что по условию задачи $\sigma = 1$, длина волны будет равна

$$\lambda = \frac{c}{\frac{3}{4}(Z-1)^2 R} = 22{,}8 \text{ пм}.$$

Ответ: 22,8 пм.

Пример 5. Напряжение, приложенное к рентгеновской трубке, U = 35 кВ. Во сколько раз нужно увеличить напряжение, чтобы коротковолновая граница спектра сместилась на $\Delta\lambda$ = 15 пм?

Решение. Длину волны, соответствующей коротковолновой границе рентгеновского спектра, можно определить по формуле

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{eU}.$$

Тогда смещение границы спектра при изменении напряжения будет равно

$$\Delta\lambda = \frac{ch}{e}\left(\frac{1}{U_1} - \frac{1}{U_2}\right).$$

Увеличив напряжение на рентгеновской трубке в n раз, смещение спектра достигнет величины

$$\Delta\lambda = \frac{ch}{e}\left(\frac{1}{U_1} - \frac{1}{nU_1}\right) = \frac{ch}{eU_1}\frac{n-1}{n}.$$

Выразим из этой формулы n:

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\Delta\lambda e U_1}{ch}}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ n = 1,73.

Ответ: 1,73.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить период обращения электрона на втором боровском уровне в атоме водорода. *Ответ:* $1{,}2\cdot10^{-15}$ с.

2. Вычислить магнитный момент μ_l электрона, находящегося в *f*-состоянии в атоме водорода. *Ответ:* $3{,}21\cdot10^{-23}$Дж/Тл.

3. Вычислить частоту электромагнитной волны, которую испускает ион гелия He^{+} при переходе со второго энергетического уровня на первый. *Ответ:* $9{,}9\cdot10^{15}$ Гц.

4. Определить порядковый номер элемента в Периодической системе элементов Д.И. Менделеева, если длина волны λ линии K_{α} характеристического рентгеновского излучения составляет 72 пм. Постоянную экранирования σ принять равной единице. *Ответ:* 42.

5. Определить напряжение, приложенное к рентгеновской трубке, если наименьшая длина волны рентгеновского излучения равна 16,5 пм. *Ответ:* 75,3 кВ.

Тема № 7. Квантовая теория теплоемкости и электропроводности

Основные физические законы и формулы

1. Теплоемкость твердого тела

Закон Дюлонга и Пти. Молярная теплоемкость химически простых тел:

$$C_M = 3R,$$

где R – универсальная газовая постоянная.

Закон Неймана – Коппа. Молярная теплоемкость химически сложных тел:

$$C_M = n3R,$$

где n – общее число частиц в химической формуле.

Молярная внутренняя энергия кристалла по Дебаю:

$$U_M = U_{0M} + 3RT \cdot 3\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1},$$

где $U_{0M} = 9R\Theta_D / 8$ – молярная нулевая энергия, $\Theta_D = \hbar\omega / k$ – характеристическая температура Дебая, k – постоянная Больцмана.

При $T = \Theta_D$ $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,225$; при $T = 0,5\Theta_D$ $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0,18$.

Молярная теплоемкость кристалла по Дебаю:

$$C_M = \frac{dU_M}{dT} = 3R\left(12\left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{\mathrm{e}^x - 1} - \frac{3(\Theta_D / T)}{e^{\Theta_D/T} - 1}\right).$$

В области низких температур ($T / \Theta_D < 0,1$):

$$C_M = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3.$$

2. Электропроводность твердого тела

Распределение Ферми по энергиям для свободных электронов в металле при T = 0 К и $\varepsilon < \varepsilon_F$ (ε_F – энергия Ферми):

$$dn(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon,$$

где $dn(\varepsilon)$ – концентрация свободных электронов с энергиями в диапазоне $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$.

Энергия Ферми в металле при T = 0 К:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3},$$

где n – концентрация свободных электронов.

Температура вырождения:

$$T_{кр} = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{2/3}.$$

Холловская разность потенциалов:

$$U_H = R_H Bjl,$$

где $R_H = \dfrac{1}{en}$ – постоянная Холла, n – концентрация носителей заряда, B – индукция внешнего магнитного поля, j – плотность тока, l – поперечный размер полупроводника.

Средняя дрейфовая скорость носителей заряда:

$$\langle v \rangle = Eu = \frac{j}{en} = jR_H,$$

где E – напряжённость электрического поля, u – подвижность носителей заряда.

Удельная проводимость собственного полупроводника:

$$\sigma = en\left(u_n + u_p\right),$$

где n – концентрация носителей заряда (электронов и дырок); u_n и u_p – подвижности электронов и дырок.

Температурная зависимость удельной проводимости собственного полупроводника:

$$\sigma \propto e^{\frac{\Delta E}{2kT}}.$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны.

Примеры решения задач

Пример 1. Вычислить удельную теплоемкость кристалла Al_2O_3 по классической теории теплоемкости.

Решение. Для вычисления молярной теплоемкости используем закон Неймана – Коппа: $C_M = n3R$. В нашем случае n=5. Удельная теплоемкость c связана с молярной теплоемкостью соотношением

$$c = \frac{C_M}{\mu},$$

где μ – молярная масса.

Молярная масса оксида алюминия $\mu =$ 102 г/моль. В итоге получаем

$$c = \frac{n3R}{\mu}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ c = 1,22 кДж/кг.

Ответ: 1,22 кДж/кг.

Пример 2. Какое количество теплоты потребуется, чтобы нагреть 1 моль хрома от T_1 = 20 К до T_2 = 40 К? Температура Дебая для хрома Θ_D = 460 К.

Решение. Количество теплоты δQ, необходимое для нагрева твердого тела (без учета его расширения) на dT, определим как

$$\delta Q = C_M \nu dT,$$

где C_M – молярная теплоемкость, ν – количество вещества.

Поскольку максимальная температура нагрева (T_2 = 40 К) соответствует условию $T / \Theta_D < 0{,}1$, для определения молярной теплоемкости воспользуемся упрощенной формулой

$$C_M = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3.$$

Для нагрева хрома T_1 до T_2 потребуется количество теплоты

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} \nu C_M dT = \frac{12\pi^4 R\nu}{5\Theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT = \frac{3\pi^4 R\nu}{5\Theta_D^3} \left(T_2^4 - T_1^4 \right).$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ Q = 12 Дж.

Ответ: 12 Дж.

Пример 3. Электроны в металле находятся при температуре T = 0 К. Найти относительное число $\Delta N/N$ свободных электронов, кинетическая энергия которых отличается от энергии Ферми не более чем на 1,5 %.

Решение. Число свободных электронов N в диапазоне энергий от ε_1 до ε_2 пропорционально их концентрации n, которую можно вычислить по распределению Ферми при T = 0 К:

$$n = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon.$$

Диапазон энергий, в котором кинетическая энергия электронов отличается от энергии Ферми не более чем на 1,5 %, будет таким: $\left[\varepsilon_F - \frac{\Delta\varepsilon}{2}, \varepsilon_F + \frac{\Delta\varepsilon}{2} \right]$, где $\Delta\varepsilon = 0{,}015$. Тогда отношение $\Delta N/N$ примет вид:

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{\int\limits_{\varepsilon_F-\Delta\varepsilon/2}^{\varepsilon_F+\Delta\varepsilon/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}{\int\limits_{0}^{\varepsilon_F}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\Delta N/N = 0{,}022$.

Ответ: 0,022.

Пример 4. Собственный полупроводник с шириной запрещенной зоны $\Delta E = 0{,}52$ эВ нагрели от $T_1 = 273$ К до $T_2 = 393$ К. Во сколько раз увеличилась при этом удельная электропроводность полупроводника?

Решение. Удельная проводимость σ собственного проводника при заданной температуре T пропорциональна $\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)$. Тогда при нагревании полупроводника от T_1 до T_2 его проводимость увеличится в n раз:

$$n=\frac{\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT_2}\right)}{\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT_1}\right)}=\exp\left(\frac{\Delta E}{2k}\frac{T_2-T_1}{T_1T_2}\right).$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $n = 2{,}13$.

Ответ: 2,13.

Пример 5. Определить среднюю дрейфовую скорость носителей заряда в полупроводнике при протекании тока плотностью $j = 2{,}5$ А/м^2. Постоянная Холла $R_H = 10^{-3}$ м^3/Кл.

Решение. Средняя дрейфовая скорость находится по формуле

$$\langle v\rangle = jR_H.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $\langle v\rangle = 2{,}5\cdot10^{-3}$ м/с.

Ответ: $2{,}5\cdot10^{-3}$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить удельную теплоемкость кристалла золота по классической теории теплоемкости. *Ответ:* 126,9 Дж/(кг·К).

2. Какое количество теплоты потребуется для нагревания 1 моля свинца от 0 К до $0{,}1\Theta_D$? Температура Дебая для платины равна 94,5 К. *Ответ:* 4,6 Дж.

3. Металл находится при температуре T = 0 К. Определить, во сколько раз число электронов со скоростями от $v_{max}/2$ до v_{max} больше числа электронов со скоростями от 0 до $v_{max}/2$. *Ответ:* 7.

4. Собственный полупроводник с шириной запрещенной зоны ΔE = 0,3 эВ нагрели от T_1 = 280 К до T_2 = 300 К. Во сколько раз уменьшилось при этом сопротивление полупроводника? *Ответ:* 1,5.

5. Определить концентрацию носителей заряда в металлическом образце, если постоянная Холла R_H = 0,013 м^3/Кл. *Ответ*: $4{,}8\cdot10^{20}$ м$^{-3}$.

Тема № 8. Строение атомного ядра. Радиоактивный распад

Основные физические законы и формулы

1. Дефект массы и энергия связи атомного ядра

Дефект массы атомного ядра:

$$\Delta m = Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - m_я ,$$

где Z – зарядовое число, A – массовое число, m_p – масса протона, m_n – масса нейтрона, $m_я$ – масса атомного ядра как единого целого.

Энергия связи атомного ядра:

$$E_{св} = \Delta mc^2 ,$$

где c – скорость света в вакууме.

Для выражения энергии в мегаэлектронвольтах (МэВ) удобно использовать соотношение:

$$E\left[\text{МэВ}\right] = 931{,}4\cdot\Delta m\left[\text{а.е.м.}\right].$$

Удельная энергия связи:

$$E_{уд} = \frac{E_{св}}{A} .$$

2. Ядерные реакции

Энергия ядерной реакции:

$$Q = c^2\left[\left(m_1 + m_2\right) - \left(m_3 + m_4\right)\right],$$

где m_1 и m_2 – массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; m_3 и m_4 – сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

3. Радиоактивный распад

Закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N – число нераспавшихся ядер в момент времени t, N_0 – исходное число радиоактивных ядер, λ – постоянная распада.

Период полураспада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Вероятность распада в ближайшую секунду:

$$W = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\lambda N \Delta t}{N} \approx \lambda.$$

Активность изотопа:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = A_0 e^{-\lambda t},$$

где $A_0 = \lambda N_0$ – активность в начальный момент времени.

4. Дозиметрия

Ослабление интенсивности γ-излучения в веществе:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I – интенсивность излучения в веществе на глубине x, I_0 – интенсивность излучения, падающего на поверхность вещества, μ – коэффициент поглощения вещества.

Поглощенная доза излучения:

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m},$$

где ΔW – энергия ионизирующего излучения, переданная элементу облучаемого вещества, Δm – масса этого элемента.

Экспозиционная доза γ- и рентгеновского излучения:

$$X = \frac{\Delta Q}{\Delta m},$$

где ΔQ – сумма электрических зарядов всех ионов одного знака, созданных электронами, освобожденными в облученном воздухе при условии 100%-й ионизации.

Примеры решения задач

Пример 1. Вычислить дефект массы Δm ядра $^{22}_{11}Na$.

Решение. Дефект массы атомного ядра вычислим как

$$\Delta m = Zm_p + \left(A - Z\right)m_n - m_я .$$

В нашем случае Z=11, A=22, $m_я$= 21,99444 а.е.м. Используя табличные значения массы протона m_p и массы нейтрона m_n, получаем

$$\Delta m = 11 \cdot 1{,}00728 + \left(22 - 11\right) \cdot 1{,}00867 - 21{,}99444 = 0{,}18 \text{ а.е.м.}$$

Ответ: 0,18 а.е.м.

Пример 2. Ядерная реакция имеет вид $^{6}Li + ? \rightarrow {}^{7}Be + {}^{2}H$. Определить недостающий элемент и рассчитать энергию ядерной реакции.

Решение. Недостающий элемент ядерной реакции определяется из законов сохранения барионного и лептонного зарядов, которым соответствует изотоп ^{3}He. Используя табличные значения масс изотопов, энергию ядерной реакции определяем по формуле

$$Q = c^2\left[\left(m_1 + m_2\right) - \left(m_3 + m_4\right)\right] =$$
$$= 931{,}4\left[\left(6{,}01513 + 3{,}01603\right) - \left(7{,}01693 + 2{,}01410\right)\right] = 0{,}12 \text{ МэВ.}$$

Ответ: ^{3}He, 0,12 МэВ.

Пример 3. Какая часть начального количества атомов радиоактивного натрия ^{22}Na останется через 0,5 года? Период полураспада 2,6 года.

Решение. Количество N нераспавшихся ядер атомов определим из закона радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} .$$

Постоянная распада λ связана с периодом полураспада $T_{1/2}$ соотношением $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$. Тогда доля нераспавшихся ядер равна

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}t} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} .$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ $N / N_0 =$ 0,88.

Ответ: 0,88.

Пример 4. Определить активность A радия ^{219}Ra массой m = 5 мг. Период полураспада 1620 лет.

Решение. Активность радия определим по формуле

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

Постоянную распада, как и в предыдущей задаче, находим по формуле $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$. Количество радиоактивных ядер найдем из закона Авогадро:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где μ= 0,219 кг/моль – молярная масса радия, N_A – постоянная Авогадро. В итоге

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{\mu} N_A.$$

Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ A = $1{,}9 \cdot 10^8$ Бк.

Ответ: $1{,}9 \cdot 10^8$ Бк.

Пример 5. Воздух в нормальных условиях облучается γ-излучением. Определить дозу излучения, если экспозиционная доза излучения составила 35 мР. На образование одной пары ионов в воздухе необходима энергия 34 эВ.

Решение. Поглощенная доза излучения связана с энергией ионизирующего излучения формулой

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m}.$$

С учетом, что задана экспозиционная доза излучения X, масса Δm элемента облучаемого вещества может быть определена как

$$\Delta m = \frac{\Delta Q}{X}.$$

Суммарный заряд ΔQ образовавшихся ионов одного знака равен $\Delta Q = Ne$, где N – число пар ионов, e – элементарный заряд. Энергия, необходимая для образования N пар ионов под действием ионизирующего излучения, будет равна $N\Delta W$, где ΔW – энергия, необходимая для образования одной пары ионов в воздухе.

В итоге поглощенную дозу излучения определим по формуле

$$D = X \frac{N\Delta W}{Ne} = \frac{X\Delta W}{e}.$$

С учетом того, что 1 Р = $2,58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг, экспозиционная доза X=35 мР соответствует $X=9 \cdot 10^{-6}$ Кл/кг. Подстановка исходных данных в расчетную формулу дает ответ D = 0,3 мГр (1 Гр = 1 Дж/кг).

Ответ: 0,3 мГр.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вычислить энергию связи $E_{св}$ ядра ${}^{12}_{6}C$. *Ответ:* 92,21 МэВ.

2. Ядерная реакция имеет вид ${}^{17}O + {}^{6}Li \rightarrow ?+ {}^{4}He$. Определить недостающий элемент и рассчитать энергию ядерной реакции. *Ответ:* ${}^{19}F$, 12,4 МэВ.

3. Какая часть начального количества радиоактивного нуклида распадается за время t, равное четверти периода полураспада? *Ответ:* 0,16.

4. Найдите период полураспада радиоактивного изотопа, если его активность за 10 суток уменьшилась на 20 % по сравнению с первоначальной. *Ответ:* 31 сут.

5. Воздух в нормальных условиях облучается γ-излучением. Определить мощность дозы излучения, если мощность экспозиционной дозы излучения составляет 50 мкР/ч. На образование одной пары ионов в воздухе необходима энергия 34 эВ. *Ответ*: 0,47 Гр/с.

Библиографический список

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. пособие для вузов.– М.: Академия, 2009.

2. Савельев И.В. Курс физики: учебник. Том 2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – 3-е изд., стереотип. – М.: Лань, 2005. – 480 с.

3. Савельев И.В. Курс физики: учебник. Том 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 3-е изд., стереотип. – М.: Лань, 2008. – 406 с.

4. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 640 с.

5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. – 8-е изд. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 432 с.

Приложение

Таблица П1. Показатели преломления сред

Вещество	n
Вода	1,33
Стекло	1,50
Алмаз	2,42

Таблица П2. Работа выхода электронов из металла

Металл	A, эВ
Калий	2,2
Литий	2,3
Натрий	2,5
Платина	6,3
Серебро	4,7
Цинк	4,0

Таблица П3. Масса нейтральных атомов

Элемент	Порядковый номер	Изотоп	Масса, а.е.м.
Водород	1	^{1}H	1,00783
		^{2}H	2,01410
		^{3}H	3,01605
Гелий	2	^{3}He	3,01603
		^{4}He	4,00260
Литий	3	^{6}Li	6,01513
		^{7}Li	7,01601
Бериллий	4	^{7}Be	7,01693
		^{9}Be	9,01219
		^{10}Be	10,01354
Бор	5	^{9}B	9,01333
		^{10}B	10,01294
		^{11}B	11,00931

Таблица П3 (окончание)

Углерод	6	^{10}C ^{12}C ^{13}C ^{14}C	10,00168 12,00000 13,00335 14,00324
Азот	7	^{13}N ^{14}N ^{15}N	13,00574 14,00307 15,00011
Кислород	8	^{16}O ^{17}O ^{18}O	15,99491 16,99913 17,99916
Фтор	9	^{19}F	18,99840
Натрий	11	^{22}Na ^{23}Na	21,99444 22,98977
Магний	12	^{23}Mg	22,99414
Алюминий	13	^{30}Al	29,99817
Кремний	14	^{31}Si	30,97535
Фосфор	15	^{31}P	30,97376
Калий	19	^{31}K	40,96184
Кальций	20	^{44}Ca	43,95549
Свинец	82	^{206}Pb	205,97446
Полоний	84	^{210}Po	209,98297

Таблица П4. Масса покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	Масса	
	m_0, кг	m_0, а.е.м.
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055
Нейтральный мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,145261
Протон	$1{,}67\cdot10^{-27}$	1,00728
Нейтрон	$1{,}68\cdot10^{-27}$	1,00867
Дейтон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149

Таблица П5. Период полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ изотопа	Тип распада	Период полураспада
Актиний	$^{225}_{89}Ac$	α	10 сут
Йод	$^{131}_{53}I$	β^-, γ	8 сут
Иридий	$^{192}_{77}Ir$	β^-, γ	75 сут
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	β^-, γ	5,3 года
Магний	$^{27}_{12}Mg$	β^-	10 мин
Радий	$^{219}_{88}Ra$	α	10^{-3} с
Радий	$^{226}_{88}Ra$	α, γ	$1{,}62\cdot10^3$ лет
Радон	$^{222}_{86}Rn$	α	3,8 сут
Стронций	$^{90}_{38}Sr$	β^-	28 лет
Торий	$^{229}_{90}Th$	α, γ	$7\cdot10^3$ лет
Уран	$^{238}_{92}U$	α, γ	$4{,}5\cdot10^9$ лет
Фосфор	$^{32}_{15}P$	β^-	14,3 сут
Натрий	$^{22}_{11}Na$	γ	2,6 года

Таблица П6. Основные физические постоянные

Элементарный заряд	$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m = 1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^8$ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	$b = 2{,}9\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	$R = 3{,}29\cdot10^{15}$ с$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	$a = 5{,}29\cdot10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = 2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = 9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Энергия ионизации атома водорода	$E_i = 2{,}16\cdot10^{-18}$ Дж
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг

Оглавление

Введение ………………………………………………………………. 1
Тема № 1. Электромагнитные колебания и волны ………………….. 2
Тема № 2. Волновая оптика …………………………………………….. 7
Тема № 3. Квантовые свойства электромагнитного излучения ……18
Тема № 4. Волновые свойства микрочастиц ……………………….. 22
Тема № 5. Уравнение Шредингера ……………………………..…... 26
Тема № 6. Строение атома ……………………………..…………. 31
Тема № 7. Квантовая теория теплоемкости и электропроводности .35
Тема № 8. Строение атомного ядра. Радиоактивный распад ……. 40
Библиографический список …………………………………………. 44
Приложение ……………………………………………………….... 45