УДК 621.397.3

С.И. Елесина, А.А. Логинов

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ДЕФОРМИРУЕМОГО МНОГОГРАННИКА

Предлагается модифицированный метод деформируемого многогранника при корреляционно-экстремальной привязке радиолокационных изображений

Ключевые слова: *глобальный экстремум, критериальная функция, метод деформируемого многогранника.*

Введение. Для определения координат положения летательного аппарата широкое применение получили корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС). Принцип работы КЭНС основан на сравнении текущего изображения (ТИ), полученного от РЛС, и эталонного изображения (ЭИ), которое получено заранее от РЛС или по цифровой карте местности (ЦКМ). Одним из главных этапов синтеза квазиоптимальных алгоритмов КЭНС [1] является выбор способа поиска экстремума критериальной функции. В данной статье в качестве критериальной функции используется нормированная взаимная корреляционная функция.

Простейший способ поиска экстремума критериальной функции – перебор всех возможных взаимных положений ЭИ и ТИ с заданным шагом путем задания координат верхнего левого угла ЭИ на ТИ и вычисления значения критериальной функции для каждого положения ЭИ.

Метод полного перебора или сканирования дает очень хорошие результаты по точности совмещения ТИ и ЭИ. Однако этот метод в чистом виде неприемлем, так как время его реализации превышает требования систем реального времени.

Существенное сокращение количества вычислений критериальной функции дают поисковые методы. Среди них одним из эффективных методов является метод деформируемого многогранника (МДМ) [2]. Данный метод, как и любой другой поисковый метод, результативен при поиске экстремума только унимодальных функций.

Цель работы – увеличение вероятности попадания в глобальный экстремум за счет анализа поведения критериальной функции на линии деформации многогранника.

На рисунке 1 приведена критериальная функция $f(x, y)$, полученная по ТИ и ЭИ, где в качестве ТИ используются данные от РЛС, а в качестве ЭИ модель – РЛИ, полученная по ЦКМ.

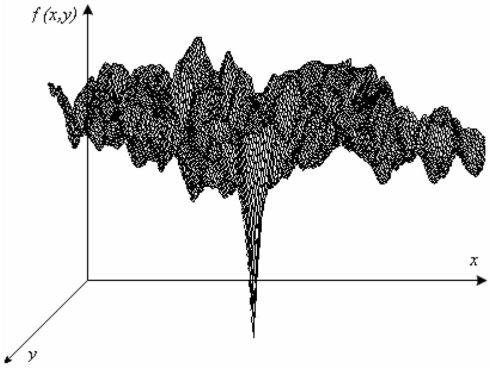

Рисунок 1 - График критериальной функции

Критериальная функция имеет множество локальных минимумов. Функция взята с противоположенным знаком, т.к. в МДМ ищется минимум. Кроме того, на прямой из худшей вершины h через «центр тяжести» мы рассматриваем только три точки (при отражении, растяжении и сжатии), но как показывают эксперименты, найденный минимум не всегда является глобальным, это видно из графика, приведенного на рисунке 2. График показывает, как ведет себя функция $f(L)$ на прямой, проведенной из вершины h через «центр тяжести». В качестве единицы измерения по оси абсцисс используется величина L - расстояние между вершиной h и «центром тяжести».

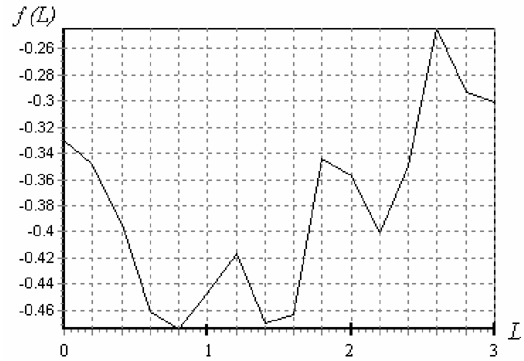

Рисунок 2 – Поведение критериальной функции на прямой из «худшей» вершины

Следующим недостатком МДМ является то, что вершины многогранника могут попадать в зону, где значение функции неопределенно. Это приводит к «расхождению» алгоритма и зацикливанию. Следовательно, в алгоритме нужно предусмотреть защиту от выхода вершин треугольника за пределы допустимой зоны поиска.

В данной работе предлагается модифицированный алгоритм МДМ (ММДМ). Цель модификации:

- избавиться от эвристических значений коэффициентов отражения $\alpha = 1$, сжатия $\beta = 0{,}5$, растяжения $\gamma = 2$ за счет анализа поведения критериальной функции на линии движения из худшей вершины;

- более точное определение «центра тяжести»;

- защита от выхода вершин многогранника за пределы допустимой зоны поиска.

Суть ММДМ заключается в следующем:

Шаг 1. Определить допустимую зону поиска. Зная координаты ТИ *(0,0)* и $(x_{\max}, y_{\max})$ – координаты соответственно левого верхнего и правого нижнего углов ТИ и линейные размеры ЭИ, по координатам x и y - dx, dy соответственно определяем координаты допустимой зоны поиска $(x_{\max} - dx, y_{\max} - dy)$.

Шаг 2. Задать начальные координаты вершин многогранника (треугольника, так как в данном приложении используется двухмерное пространство поиска экстремума функции) x_1, x_2, x_3 в пределах допустимой зоны. Задать погрешность вычисления экстремума $\varepsilon > 0$.

Шаг 3. Среди вершин найти «наилучшую» l и «наихудшую» h, соответствующие минимальному и максимальному значениям функции (рисунок 3):

$$f(l) = \min_{j=1,\dots 3} f(x_j); \quad f(h) = \max_{j=1,\dots 3} f(x_j),$$

а также точку s, в которой достигается второе по величине после максимального значение функции $f(s)$.

Шаг 4. Найти «центр тяжести» всех вершин многогранника за исключением наихудшей h:

$$x_4 = \frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{3} x_j - h\right] = \frac{1}{2}\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq h}}^{3} x_j .$$

В отличие от классического МДМ предлагается более эффективный вариант определения «центра тяжести» с учетом весовых коэффициентов, зависящих от значений $f(x_j)$:

$$x_4 = \frac{x_l \cdot f(x_l) + x_s \cdot f(x_s)}{f(x_l) + f(x_s)} .$$

Шаг 5. Проверить условие окончания:

- если $\sigma = \left\{\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{3}\left[f(x_j) - f(x_4)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} \le \varepsilon$, то процесс поиска можно завершить и в качестве приближенного решения взять наилучшую точку текущего многогранника: $x^* \cong l$;

- если $\sigma > \varepsilon$, продолжать процесс.

Шаг 6. Определить длину L из вершины h до «центра тяжести» x_4 по формуле

$$L = \sqrt{(x_4.x - h.x)^2 + (x_4.y - h.y)^2} .$$

Шаг 7. Определение уравнения прямой из вершины h через «центр тяжести» x_4.

Шаг 8. Определение граничных координат прямой – точки пересечения прямой и границ допустимой зоны поиска: точки x_5 и x_6.

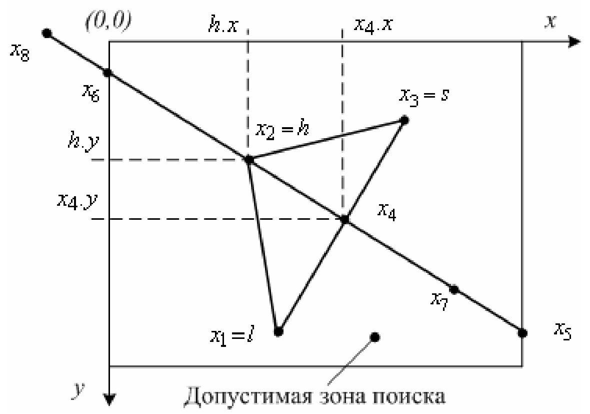

Рисунок 3 - Иллюстрация модифицированного метода деформируемого многогранника

Шаг 9. Часть прямой из вершины h к «центру тяжести» в дальнейшем будем называть «основной». Часть прямой от вершины h в противоположную сторону от «центра тяжести» в дальнейшем будем называть «вспомогательной».

Определяем максимально возможные длины основной и вспомогательной прямых без учета допустимой зоны поиска как $3L$. На рисунке это $[h, x_7]$ и $[h, x_8]$.

Шаг 10. Поиск экстремума на «основной прямой».

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

- если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_7);

- иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_5.

Далее проводим одномерную оптимизацию и определяем координаты точки $(x_{\min}, y_{\min})$ на ТИ, в которой критериальная функция принимает минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то найдена новая вершина многогранника, которая заменяет «наихудшую» вершину и осуществляется переход к шагу 3;

- иначе продолжаем процесс.

Шаг 11. Поиск экстремума на «вспомогательной прямой».

Проверяем, находится ли прямая только в допустимой зоне поиска:

- если условие выполняется, то определяем координату конечной точки (на рисунке точка x_8);

- иначе конечная точка – это точка с граничными координатами x_6.

Далее определяем координаты точки $(x_{\min}, y_{\min})$ на ТИ, в которой критериальная функция принимает минимальное значение $f_{\min}$.

Проверяем $f_{\min} < f(h)$:

- если условие выполняется, то найдена новая вершина многогранника, которая заменяет «наихудшую» вершину и осуществляется переход к шагу 3;

- иначе продолжаем процесс.

Шаг 12. Выполнить операцию редукции. Формируется новый многогранник с уменьшенными вдвое сторонами и вершиной l: $x_j = x_l + 0{,}5(x_j - x_l)$, $j = 1,2,3$. Перейти к шагу 3.

Был проведен сравнительный анализ МДМ и ММДМ путем сбора статистических данных, получаемых при моделировании на ЭВМ с объемом генеральной выборки, равным 300-м различным случайным начальным положениям многогранника. Результаты экспериментов на ЭВМ в плане исследования зависимости времени выполнения алгоритма и вероятности попадания в глобальный экстремум от погрешности вычисления координат для двух методов МДМ и ММДМ представлены на рисунках 4 и 5.

Заключение. Предлагаемый в работе модифицированный метод деформируемого многогранника имеет существенное преимущество перед классическим методом с точки зрения надежности поиска, то есть вероятности попадания в глобальный экстремум. Причем этот выигрыш достигается при различных погрешностях определения координат глобального экстремума. Среднее значение коэффициента увеличения процента попаданий в глобальный экстремум ММДМ по сравнению с МДМ составляет 1,4.

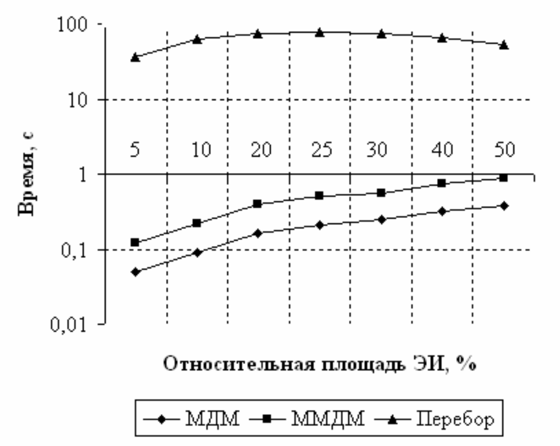

Рисунок 4 - Зависимость времени выполнения поиска экстремума от метода поиска и относительной площади ЭИ

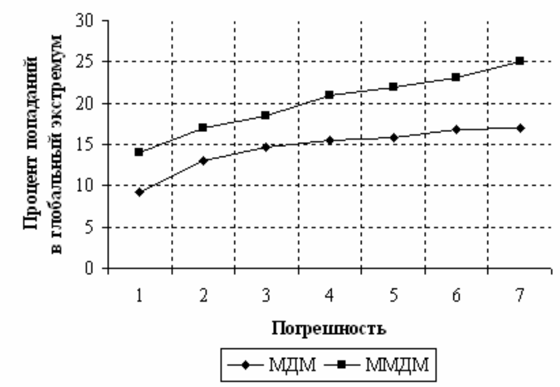

Рисунок 5 - Зависимость вероятности нахождения глобального экстремума от погрешности определения координат в пикселах

При этом наблюдается незначительное увеличение времени выполнения поиска, связанное с анализом и одномерной оптимизацией критериальной функции на линии движения из худшей вершины. Для его сокращения можно использовать метод одномерного поиска глобального экстремума, приведенный в [3] и основанный на использовании угловых коэффициентов хорд минимизируемой функции между узловыми точками поиска.

Библиографический список

1. *Баклицкий В.К., Бочкарев А.М., Мусьяков М.П.* Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации. М.: Радио и связь, 1986. 216 с.

2. *Пантелеев А.В.* Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие/ А.В Пантелеев, Т.А. Летова. М.: Высш. шк., 2002. 544 с.

3. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач: учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1988. 552 с.