

УДК 621.396

В.Г. Андреев**МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СИГНАЛОВ
С ЗАДАНЫМИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫМИ ПОРТРЕТАМИ**

Предложен метод формирования модельных временных последовательностей, имитирующих сигналы при заданных амплитудных и фазовых портретах их спектра. Метод состоит в синтезе модельных временных рядов, сохраняющих на заданных частотах фазовые и амплитудные свойства исходных последовательностей. Выигрыш состоит в сокращении 1,5...2 раза длины модельной выборки при сохранении адекватности амплитудно-фазового описания. Выигрыш достигается за счет учета значимости отдельных спектральных компонент модельных последовательностей при их синтезе.

Ключевые слова: модель, спектр Фурье, моделирование временных рядов, амплитудно-фазовые соотношения, значимость спектральных компонент.

Введение. Непосредственное использование записей экспериментальных данных не всегда удобно на практике. Обычно стремятся построить компактное математическое описание временных рядов с целью синтеза моделей сигналов [1]. В ряде практических приложений большое распространение получили спектральные модели [1]. Однако в теории и технике моделирования основное внимание уделяется статистическому описанию в виде спектральной плотности мощности (СПМ) [1], а фазовые портреты часто игнорируются. Вместе с тем, в ряде практических приложений, например, в задачах селекции однофазных замыканий на землю в высоковольтных кабельных сетях существует необходимость учёта не только амплитудных, но и фазовых соотношений процессов развития замыканий. Причём наибольшее значение имеют амплитудно-фазовые соотношения на частотах, кратных первой гармонике с частотой 50 Гц [2]. Поэтому построение моделей, учитывающих амплитудно-фазовые спектры с выделением приоритетных частот, является практически востребованной задачей.

Цель работы – синтез и анализ метода построения моделей сигналов для описания амплитудных и фазовых портретов их спектра Фурье с учётом априорно заданных приоритетных частот.

Постановка задачи. Широко известны [1] методы математического описания, основанные на корреляционных свойствах экспериментального процесса или на его СПМ. Вместе с тем,

имеется возможность использования комплексного спектра с экспериментальной временной последовательности $x=||x_k||$, $k=0, \dots, (n-1)$ в качестве основы для построения его модели $y=||y_k||$, $k=0, \dots, (m-1)$ с близкими комплексными частотными характеристиками s . Естественным, что требование к компактности модели предполагает $m < n$.

В качестве критерия адекватности моделирования удобно использовать величину E нормированного квадрата длины L -мерного вектора ε невязки:

$$E = \varepsilon^H \varepsilon / L \rightarrow \min, \quad (1)$$

где H – знак транспонирования и комплексного сопряжения, $\varepsilon = c - s$. Критерий (1) можно представить в следующем виде:

$$E = (c - s)^H (c - s) / L \rightarrow \min. \quad (2)$$

Вектор y модели связан с ее комплексным частотным спектром s матрицей F комплексных векторов преобразования Фурье:

$$s = Fy, \quad (3)$$

где y – m -мерный вектор-столбец комплексных отсчетов y_k последовательности-модели, а компоненты $F_{k,l}$ матрицы F рассчитываются из соотношений [1]:

$$F_{k,l} = \exp(-i2\pi kl/L), \quad k=0, \dots, (m-1); \quad l=0, \dots, (L-1),$$

где i – мнимая единица, L – число дискретных частотных отсчетов.

Аналогично из исходного временного ряда x можно получить и вектор c желаемых решений:

$$c = Fx,$$

вания на примере описания экспериментальной последовательности $x = \|x_k\|$, $k=0, \dots, (n-1)$ дискретных отсчетов мгновенных значений напряжения в высоковольтной кабельной сети при однофазном замыкании на землю [2]. Экспериментальный ряд представляет собой дискретные отсчёты напряжения $3U_0$ [2], зафиксированные с частотой дискретизации 500 Гц. Запись производилась во время перемежающегося замыкания на землю в высоковольтной кабельной сети.

Отметим, что при диагностике состояния высоковольтных линий важны не только амплитудные, но и фазовые соотношения [2, 4]. При этом наибольшую значимость имеют амплитудно-фазовые соотношения гармоник напряжения, кратных частоте 50 Гц [5]. Поэтому коэффициенты w_l значимости весового вектора $\mathbf{w}$ выбраны равными единице на тех спектральных отсчетах, которые соответствуют частотам гармоник [4] 50, 100, 150, 250 Гц, а на остальных частотах $w_l=0,1$.

На рисунке 1 показаны нормированные к своему максимальному значению $A_{\max}$ амплитудные спектры $A(f)$, а на рисунке 2 – фазовые спектры $\varphi(f)$ анализируемых временных рядов x , y_w , y_{cut} .

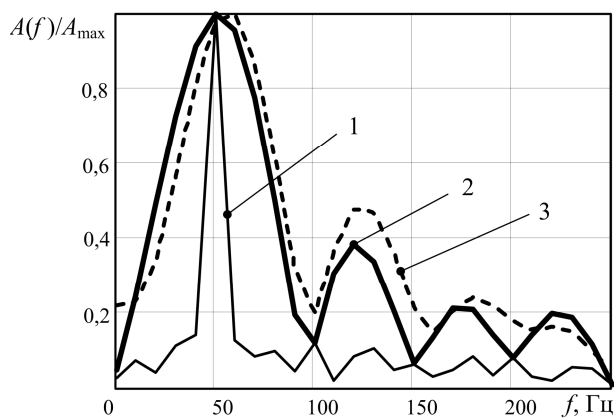


Рисунок 1

На рисунке 1 спектральные характеристики исходной последовательности x изображены сплошной тонкой линией 1, последовательности y_w , синтезированной по предлагаемой методике, – сплошной жирной линией 2, а усеченной последовательности y_{cut} – пунктирной линией 3. При построении зависимостей были приняты $n=50$, $m=10$, $L=50$.

Из рисунка 1 видно подобие амплитудных спектров усеченной y_{cut} и предлагаемой y_w последовательностей, но их фазовые характеристики имеют существенное различие. Так, на рисунке 2 спектральный фазовый отсчет $\varphi(f)$, соответствующий частоте $f=250$ Гц пятой гармоники, усеченной последовательности y_{cut}

(пунктирная линия 3), не отражает адекватно фазу исходной последовательности (сплошная тонкая линия 1), а значения фаз на частотах гармоник, кратных 50 Гц, для исходной и предлагаемой последовательностей y_w (сплошная жирная линия 2) фактически совпадают.

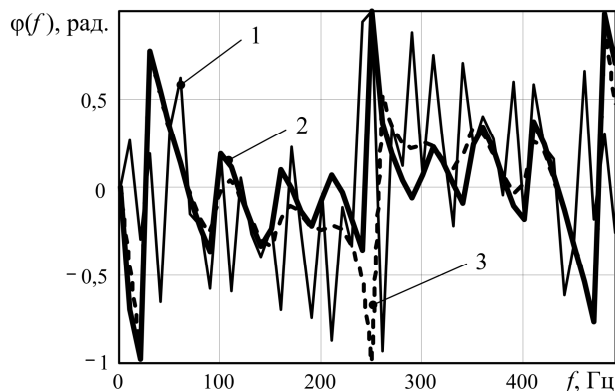


Рисунок 2

Анализ эффективности. Для объективной оценки эффективности описания исходной последовательности x проанализируем квадраты нормированных длин $E_w = |\epsilon_w|^2/L$, $E_{cut} = |\epsilon_{cut}|^2/L$ векторов

$$\epsilon_w = \text{diag}(\mathbf{w})(\mathbf{c} - \mathbf{F}y_w), \quad \epsilon_{cut} = \text{diag}(\mathbf{w})(\mathbf{c} - \mathbf{F}y_{cut})$$

взвешенных невязок для предлагаемой y_w и усеченной y_{cut} последовательностей (соответственно). В приведенном выше примере выигрыш $\mu = E_w/E_{cut}$ в отношении величин квадратов нормированных длин векторов невязок составляет величину $\mu \approx 2,9$ раза при $E_w \approx 69,9$ и $E_{cut} \approx 207,1$.

Тенденция сохранения выигрышей $\mu > 1$ сохраняется при наращивании длин m модельной и усеченной выборок и достигает 8,62 раз при $m=44$. На рисунке 3 для приведенного выше примера сплошной жирной линией 2 показана зависимость $\mu(m)$, а ее тренд (общая тенденция) иллюстрируется пунктирной линией 3.

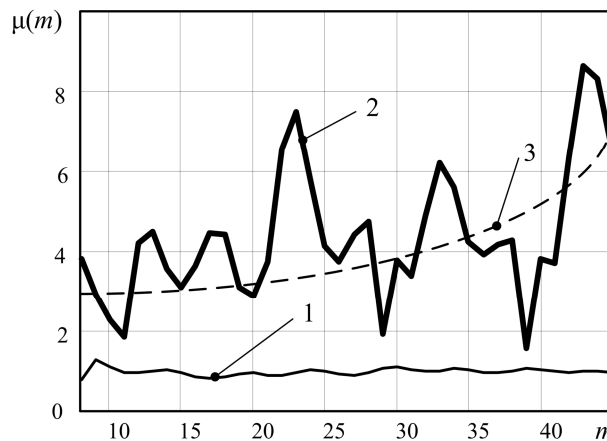


Рисунок 3

Анализ рисунка 3 показывает, что эффективность предлагаемой методики существенно