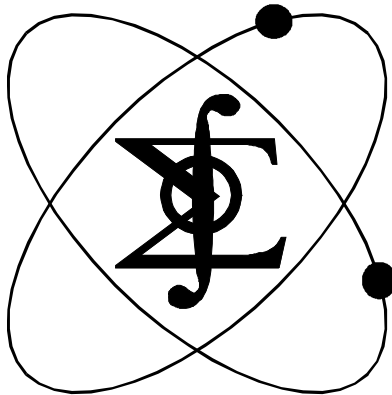


4156

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ.
ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ**

Задачи для практических занятий
и самостоятельной работы
(1-й семестр)



Рязань 2009

УДК 512+517(076.1)

Комплексные числа. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ: задачи для практических занятий и самостоятельной работы / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: А. В. Дубовиков, Ю.С. Митрохин, С.В. Богатова, Г.С. Лукьянова, А.И. Сюсюкалов, К.А. Ципоркова, Т.И. Дорофеева, С.С. Крыгина, А.В. Лоскутов, И.В. Бодрова, Т.Л. Львова, Е.А. Сюсюкалова. – Рязань, 2009. – 68 с.

Содержат разноуровневые задачи для практических занятий и самостоятельной работы по математике. Задачи повышенного уровня отмечены звёздочкой (*).

Рекомендуется преподавателям кафедры высшей математики и студентам всех специальностей дневной формы обучения.

Модуль и аргумент комплексного числа, матрица, определитель, системы алгебраических уравнений, вектор, предел, предел функции, непрерывность, производная

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра высшей математики Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой канд. физ-мат. наук, доц. К.В. Бухенский)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС МАТЕМАТИКИ.....	1
ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.....	5
ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ.....	15
ГЛАВА 4. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ...	30
ГЛАВА 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.....	39

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС МАТЕМАТИКИ

1.1. Множества. Операции над множествами

Упростить выражения, если $B \subset A$.

1. $(A \cap B) \cap (A \cup B)$.
2. $(A \cup B) \cup (B \cap A)$.
3. $(A \cap B) \cup (A \setminus B)$.
4. $(A \cup B) \cap (B \setminus A)$.

Упростить выражения, если $C \subset B \subset A$.

5. $(A \cap B) \cap (A \cup C) \cup (B \cup C)$.
6. $(A \cap B) \cup (A \cup C) \cup (B \cap C)$.
7. $(A \setminus C) \cup (B \cup C) \cap (B \cap C)$.
8. $(A \cup B) \setminus (B \cup C) \cap (C \setminus B)$.

Упростить выражения, если $A \cap B = \emptyset$, $C \subset A$.

9. * $(A \cap C) \cup (B \cup C) \cap (A \cup B)$.
10. * $(A \cup C) \cap (B \setminus A) \cap (A \cup B)$.
11. * $(B \cup C) \cup (A \cup B) \cap (A \setminus C)$.

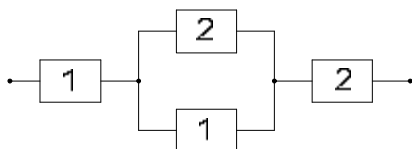
Ω – универсальное множество. A, B – произвольные множества из Ω . Упростить выражения.

12. * $(A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}) \cup (A \cap B)$.
13. * $(A \cap B) \cap (\overline{A \cap B}) \cup (A \cup B)$.
14. * $(A \cup B) \cap (\overline{A \cap B}) \cap (A \cap B)$.

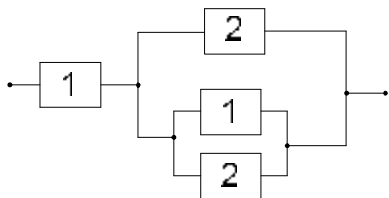
На рисунке приведены электрические цепи, и цифрами обозначены элементы цепи (одинаковые цифры означают одинаковые элементы). Пусть

A_i – событие, что i -й элемент работает, а \bar{A}_i – i -й элемент не работает ($A_i \cup \bar{A}_i = \Omega$). Записать событие, что цепь проводит ток (ответ упростить).

15. *



16. *



1.2. Действия над комплексными числами,

записанными в алгебраической форме

Заданы комплексные числа Z_1 и Z_2 . Найти:

а) $Z_1 + Z_2$; б) $Z_1 + \bar{Z}_2$; в) $\bar{Z}_1 - Z_1$; г) $Z_1 \cdot Z_2$;

д) $Z_1 \cdot \bar{Z}_2$; е) $Z_2 \cdot \bar{Z}_2$; ж) $\frac{Z_1}{Z_2}$; з) $\frac{\bar{Z}_1}{Z_2}$.

17. $z_1 = 3 - i$, $z_2 = 1 + 3i$. 18. $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 - i$.

19. $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 1 - 2i$.

Заданы комплексные числа Z_1 и Z_2 . Найти:

$$\text{а) } z_1^2 - z_2; \quad \text{б) } z_1 + 2\bar{z}^2; \quad \text{в) } \frac{z_1}{z_2}; \quad \text{г) } \frac{\bar{z}^2}{z_2}.$$

$$20. * z_1 = 2 + 2i, z_2 = 1 + 3i. \quad 21. * z_1 = 2 + 3i, z_2 = -1 + i.$$

$$22. * z_1 = 3 + i, z_2 = -1 - 3i.$$

1.3. Модуль и аргумент комплексного числа.

Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа

Дано комплексное число Z . Найти модуль и аргумент этого числа, записать число Z в тригонометрической и показательной формах, $-\pi < \arg z \leq \pi$.

$$23. z = 1 + i. \quad 24. z = -1 + i. \quad 25. z = 1 - i. \quad 26. z = -1 - i.$$

$$27. z = \sqrt{3} - i. \quad 28. z = 1 + i\sqrt{3}. \quad 29. z = -2i.$$

Дано комплексное число Z . Записать в тригонометрической и показательной формах числа.

$$30. * z^2, \text{ если } z = 1 - i. \quad 31. * z + 2\bar{z}^2, \text{ если } z = 1 + i.$$

$$32. * z^2 - \bar{z}, \text{ если } z = 1 + i\sqrt{3}.$$

1.4. Умножение и деление комплексных чисел

в тригонометрической форме

Даны комплексные числа Z_1 и Z_2 . Записать $Z_1 \cdot Z_2$ и $\frac{Z_1}{Z_2}$ в

тригонометрической форме, используя запись Z_1 и Z_2 в тригонометрической форме, $-\pi < \arg z \leq \pi$.

$$33. z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = 1 - \sqrt{3}i. \quad 34. z_1 = -1 + \sqrt{3}i, z_2 = -1 - i.$$

$$35. z_1 = \sqrt{3} - i, z_2 = -1 + \sqrt{3}i. \quad 36. z_1 = 1 + i\sqrt{3}, z_2 = -\sqrt{3} - i.$$

Даны комплексные числа z_1 и z_2 . Записать $z_1^2 \cdot z_2$ и $\frac{\bar{z}_1^2}{z_2}$ в

тригонометрической форме.

37.* $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 + \sqrt{3}i$.

38.* $z_1 = \sqrt{3} - i, z_2 = -1 + i$.

39.* $z_1 = -\sqrt{3} + i, z_2 = -1 - i$.

1.5. Формула Муавра

Дано комплексное число z . Используя формулу Муавра, вычислить (результат представить в алгебраической форме).

40. $z^{12}, z = 1 - i$. 41. $z^{15}, z = \sqrt{3} + i$.

42. $z^{20}, z = -1 + i$. 43. $z^{12}, z = -\sqrt{3} - i$.

44.* $z^{18}, z = \frac{1-i}{\sqrt{3}+i}$. 45.* $z^{24}, z = \frac{1-i}{\sqrt{3}+i}$.

46.* $z^{15}, z = \frac{\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}}{-\sqrt{3} + i}$.

1.6. Извлечение корней из комплексных чисел

Дано комплексное число z . Найти $\sqrt[n]{z}$ (результат записать в алгебраической форме). Изобразить $\sqrt[n]{z}$ на комплексной плоскости.

47. $\sqrt{z}, z = 1 - i\sqrt{3}$. 48. $\sqrt[3]{z}, z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

49. $\sqrt{z}, z = -1 + i\sqrt{3}$. 50. $\sqrt{z}, z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Дано комплексное число Z . Найти $\sqrt[n]{Z^m}$ (результат записать в алгебраической форме).

$$51.* \sqrt[3]{Z^2}, z = \frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 52.* \sqrt[4]{Z^2}, z = -1 - i\sqrt{3}.$$

$$53.* \sqrt[3]{Z^3}, z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

1.7. Решение алгебраических уравнений

на множестве комплексных чисел

Найти корни уравнения на множестве комплексных чисел.

$$54. z^2 = -16. \quad 55. z^3 = 8. \quad 56. z^2 + 4z + 5 = 0.$$

$$57. z^4 - 3z^2 - 4 = 0. \quad 58. z^2 = i. \quad 59. z^2 + 3iz - 2 = 0.$$

На множестве комплексных чисел разложить на множители многочлены.

$$60.* z^4 + 5z^2 + 4. \quad 61.* z^3 - 3z + 2. \quad 62.* z^3 - z^2 + iz - i.$$

1.8. Изображение множеств на комплексной плоскости

Изобразить на комплексной плоскости множества, удовлетворяющие заданным условиям.

$$63. 1 \leq |z-1| < 2. \quad 64. 2 < |z+i| \leq 3. \quad 65. \frac{\pi}{3} \leq \arg(z+1) < \frac{\pi}{2}.$$

$$66. \begin{cases} |z| \geq 1 \\ \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad 67. \begin{cases} \operatorname{Im}(z+1) \geq 1 \\ \operatorname{Re}(z-i) \leq 2 \end{cases} \quad 68.* \begin{cases} |z-i| \geq 1 \\ |z+1| \leq 3 \end{cases}$$

$$69.* \begin{cases} 1 \leq |z| \leq 2 \\ \frac{\pi}{3} \leq \arg(z-i) \leq \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad 70.* |z| + |z-i| = 1.$$

$$71.* |z+i| - |z-i| = 2.$$

ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

2.1. Умножение матриц. Линейные операции над матрицами

Найти произведение матриц A и B .

$$72. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$73. A = (4 \ 0 \ -2 \ 3 \ 1), \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$74. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$75. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$76. A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \ 2 \ 3 \ 0).$$

$$77. \text{Найти } A^T \cdot B + 2(A - B), \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$78. \text{Найти } AE + 2B^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$79. \text{Найти } AB + 2B^T, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

80. Найти $2A^T + 3BE$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

81. Найти $2(A - B)E$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Найти значение матричного многочлена.

82. $f(x) = 2x^2 - 3$. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

83. $f(x) = x^2 + x + 1$. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

84. $f(x) = x^2 - 2x + 2$. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

85. $f(x) = 3x^2 + 2$. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

86. $f(x) = -x^3 - 1$. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

2.2. Определители 2-го и 3-го порядков

Вычислить определители.

87. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ 88. $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$ 89. $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ 90. $\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$

91. $\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$ 92. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ 93. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ 94. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

$$95. \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$96. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$$

2.3. Разложение определителя по произвольной строке (столбцу)

Вычислить определитель разложением по произвольной строке (столбцу).

$$97. \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$98. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$99. \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$100. \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$101. \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$102.* \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$103.* \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$104.* \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$105.* \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$106.* \begin{vmatrix} -2 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{l}
107.^* \left| \begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 3 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & 2 & 3 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & 0 & 3 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & 0 & 0 & 4 & & \\
0 & & & \mathbf{L} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\
0 & & & & \mathbf{L} & n
\end{array} \right|
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
108.^* \left| \begin{array}{cccccc}
1 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & 1 & 2 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 2 \\
0 & 0 & 1 & 3 & \mathbf{L} & 3 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & 1 & n-1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & 1
\end{array} \right|
\end{array}$$

$$109.^* \left| \begin{array}{cccccc}
n & 1 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & n-1 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & 0 & n-2 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{M} & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & \mathbf{M} & 1 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1
\end{array} \right|$$

$$110.^* \left| \begin{array}{cccccc}
-1 & 1 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & -1 & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{L} & 1 \\
0 & 0 & -1 & 1 & \mathbf{L} & 1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & & \mathbf{M} \\
0 & & & \mathbf{L} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\
0 & & & 0 & \mathbf{L} & -1
\end{array} \right|$$

$$111.^* \left| \begin{array}{cccccc}
n & n & \mathbf{L} & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & n & n & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & 0 & n & \mathbf{L} & \mathbf{L} & n \\
0 & 0 & 0 & n & \mathbf{L} & n \\
0 & & & \mathbf{L} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\
0 & & & 0 & \mathbf{L} & n
\end{array} \right|$$

2.4. Обратная матрица

Найти матрицу, обратную к А.

$$112. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$113. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$114. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$115. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$116. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2.5. Правило Крамера

Решить системы по правилу Крамера.

$$117. \begin{cases} 3x - 5y = 13, \\ 2x + 7y = 81. \end{cases} \quad 118. \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10, \end{cases} \quad 119. \begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

$$120. \begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0. \end{cases} \quad 121. \begin{cases} x - \sqrt{5}y = 0, \\ 2\sqrt{5}x - 5y = -10. \end{cases}$$

$$122.* \begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 2y - 3z = 14, \\ -x - y + 5z = -18. \end{cases} \quad 123.* \begin{cases} x + 2y + 3z = 3, \\ 2x + 6y + 4z = 6, \\ 3x + 10y + 8z = 21. \end{cases}$$

$$124.* \begin{cases} x + 2y + 3z = 8, \\ 4x + 5y + 6z = 19, \\ 7x + 8y = 1. \end{cases}$$

2.6. Ранг матрицы

Найти ранг матрицы.

$$125. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$126. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$127. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$128. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & 5 & 6 & -4 \\ 3 & 8 & 2 & -19 \end{pmatrix}$$

$$129. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -4 \\ 4 & -7 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$130.* \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$131.* \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$132.* \begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

$$133.* \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$$

2.7. Решение матричных уравнений

с помощью обратной матрицы

Решить матричное уравнение.

$$134. \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad 135. \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$136. \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad 137. \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$138. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$139. * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$140. * \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$141. * \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$142. * \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решить СЛАУ с помощью обратной матрицы.

$$143. \begin{cases} 3x - 5y = 13, \\ 2x + 7y = 81. \end{cases} \quad 144. \begin{cases} 3x - 4y = -6, \\ 3x + 4y = 18. \end{cases}$$

$$145. \begin{cases} 7x + 2y + 3z = 15, \\ 5x - 3y + 2z = 15, \\ 10x - 11y + 5z = 36. \end{cases} \quad 146. \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$147. \begin{cases} x + y - 2z = 6, \\ 2x + 3y - 7z = 16, \\ 5x + 2y + z = 16. \end{cases} \quad 148. \begin{cases} 5x + 8y + z = 2, \\ 3x - 2y + 6z = -7, \\ 2x + y - z = -5. \end{cases}$$

$$149. \begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 4y + 2z = -1, \\ x - 4y = -5. \end{cases}$$

$$150. * \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

$$151. * \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases}$$

2.8. Однородные СЛАУ. ФСР

Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений.

$$152. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$153. \begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ -x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$$

$$154. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$155. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$156. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 0, \\ 4x_1 - 6x_2 = 0. \end{cases}$$

$$157.* \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases} \quad 158.* \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$$

$$159.* \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + 10x_4 = 0. \end{cases}$$

2.9. Исследование СЛАУ методом Гаусса

Исследовать СЛАУ методом Гаусса.

$$160. \begin{cases} 2x + y - z = 6, \\ 3x - y + 2z = 5, \\ 4x + 2y - 5z = 9. \end{cases} \quad 161. \begin{cases} 6x + 2y - z = 2, \\ 4x - y + 3z = -3, \\ 3x + 2y - 2z = 3. \end{cases}$$

$$162. \begin{cases} 2x - y + z = -2, \\ x + 2y + 3z = -1, \\ x - 3y - 2z = 3. \end{cases} \quad 163. \begin{cases} x - \sqrt{3}y = 1, \\ \sqrt{3}x - 3y = \sqrt{3}. \end{cases}$$

$$164. \begin{cases} 2x + y + 3z = 13, \\ x + y + z = 6, \\ 3x + y + z = 8. \end{cases} \quad 165. \begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 2y + z = 8, \\ x + y + 2z = 9. \end{cases}$$

$$166. \begin{cases} x + 2y + 3z = 3, \\ 3x + y + 2z = 7, \\ 2x + 3y + z = 2. \end{cases} \quad 167. \begin{cases} x + 2y - 4z = 1, \\ 2x + y - 5z = -1, \\ x - y - z = -2. \end{cases}$$

$$168.* \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 6, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 8. \end{cases}$$

$$169.* \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

$$170.* \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

$$171.* \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$$

ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

3.1. Линейные операции над векторами и их свойства

172. Какому условию должны удовлетворять векторы \vec{a} и \vec{b} , чтобы: 1)

$$|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|; \quad 2) |\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|;$$

$$3) |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|?$$

173. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, причем $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$.

Определить $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.

174. По данным векторам \vec{a} и \vec{b} построить векторы $\vec{a} - 2\vec{b}$, $\frac{1}{2}\vec{b} - 3\vec{a}$,

$$\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

175. В треугольнике ABO даны векторы $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$. Найти векторы \overrightarrow{MA} и \overrightarrow{MB} , где M – середина стороны AB .

- 176.* В треугольной пирамиде $SABC$ даны векторы $\vec{a} = \overline{SA}$, $\vec{b} = \overline{SB}$, $\vec{c} = \overline{SC}$. Найти вектор \overline{SM} , где M – центр тяжести основания ABC .
- 177.* Пусть \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} – единичные векторы, составляющие с данной осью l соответственно углы $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, π . Найти проекцию вектора $3\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ на ось l .
178. Вычислить модуль вектора $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k} - \frac{1}{5}(4\vec{i} + 8\vec{j} + 3\vec{k})$ и найти его направляющие косинусы.
- 179.* Даны три последовательные вершины параллелограмма: $A(1; 1; 4)$, $B(2; 3; -1)$, $C(-2; 2; 0)$. Найти четвертую вершину D , противоположную вершине B .
- 180.* Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, приложенные к общей точке. Найти орт биссектрисы угла между \vec{a} и \vec{b} .
181. Найти орт вектора $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$ и его направляющие косинусы.

3.2. Условие коллинеарности двух векторов

182. Доказать, что точки $A(-3; -7; -5)$, $B(0; -1; -2)$ и $C(2; 3; 0)$ лежат на одной прямой, причем точка B расположена между A и C .
183. Определить, при каких значениях α и β векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + \beta\vec{k}$ коллинеарны.
184. Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(2; 1; -4)$, $B(1; 3; 5)$, $C(7; 2; 3)$, $D(8; 0; -6)$ есть параллелограмм. Найти длины его сторон.

185. Даны точки $A(-1; 5; -10)$, $B(5; -7; 8)$, $C(2; 2; -7)$ и $D(5; -4; 2)$. Проверить, что векторы \overline{AB} и \overline{CD} коллинеарны. Какой из них длиннее другого, во сколько раз и как они направлены?
186. Дан вектор $\overline{c} = 16\overline{i} - 15\overline{j} + 12\overline{k}$. Определить разложение по этому же базису вектора \overline{d} , параллельного вектору \overline{c} , противоположного с ним по направлению, при условии, что $|\overline{d}| = 75$.
- 187.* Два вектора $\overline{a}(2; -3; 6)$ и $\overline{b}(-1; 2; -2)$ приложены к одной точке. Определить координаты вектора \overline{c} , направленного по биссектрисе угла между векторами \overline{a} и \overline{b} , если $|\overline{c}| = 3\sqrt{42}$.
- 188.* Векторы $\overline{AB}(2; 6; -4)$ и $\overline{AC}(4; 2; -2)$ совпадают со сторонами треугольника ABC . Определить координаты векторов, приложенных к вершинам треугольника и совпадающих с его медианами AM , BN , CP .
- 189.* Проверить, что четыре точки $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 1; -3)$, $D(3; -5; 3)$ служат вершинами трапеции.
- 190.* Коллинеарны ли векторы \overline{c}_1 и \overline{c}_2 , разложенные по векторам \overline{a} и \overline{b} , если $\overline{a}(4; 2; -7)$, $\overline{b}(5; 0; -3)$, $\overline{c}_1 = \overline{a} - 3\overline{b}$, $\overline{c}_2 = 6\overline{b} - 2\overline{a}$?
- 191.* Найти вектор \overline{x} , коллинеарный вектору $\overline{a} = \overline{i} - 2\overline{j} - 2\overline{k}$, образующий с ортом \overline{j} острый угол и $|\overline{x}| = 15$.

3.3. Линейная зависимость векторов.

Разложение вектора по базису

192. Заданы векторы $\overline{p}(2; -3)$ и $\overline{q}(9; 4)$. Проверить, образуют ли они базис, и, если образуют, найти разложение вектора $\overline{d}(49; 14)$ по базису $\{\overline{p}, \overline{q}\}$.
193. Проверить, образуют ли базис векторы: 1) $\overline{a}(-2; 1; 3)$,

$$\bar{\mathbf{b}}(0; 2; 1), \bar{\mathbf{c}}(6; 4; 0); 2) \bar{\mathbf{a}}(1; 0; 1), \bar{\mathbf{b}}(-1; 2; 1), \bar{\mathbf{c}}(1; 2; 3).$$

В случае утвердительного ответа найти линейную зависимость между ними.

194. Заданы векторы $\bar{\mathbf{e}}\left(-1; 1; \frac{1}{2}\right)$ и $\bar{\mathbf{a}}(2; -2; -1)$. Убедиться, что они коллинеарны и найти разложение вектора $\bar{\mathbf{a}}$ по базису $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{e}}\}$.
195. На плоскости заданы векторы $\bar{\mathbf{e}}_1(-1; 2)$, $\bar{\mathbf{e}}_2(2; 1)$ и $\bar{\mathbf{a}}(0; -2)$. Убедиться, что $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2\}$ – базис в множестве всех векторов на плоскости. Построить заданные векторы и найти разложение вектора $\bar{\mathbf{a}}$ по базису \mathbf{B} .
196. Задана тройка некопланарных векторов $\bar{\mathbf{e}}_1(1; 0; 0)$, $\bar{\mathbf{e}}_2(1; 1; 0)$, $\bar{\mathbf{e}}_3(1; 1; 1)$. Вычислить координаты вектора $\bar{\mathbf{a}} = -2\bar{\mathbf{i}} - \bar{\mathbf{k}}$ в базисе $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2, \bar{\mathbf{e}}_3\}$ и написать разложение вектора $\bar{\mathbf{a}}$ в этом базисе.
197. * Заданы векторы $\bar{\mathbf{a}} = 2\bar{\mathbf{i}} + 3\bar{\mathbf{j}}$, $\bar{\mathbf{b}} = -3\bar{\mathbf{j}} - 2\bar{\mathbf{k}}$, $\bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}} - \bar{\mathbf{k}}$. Найти разложение вектора $\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} - 2\bar{\mathbf{c}}$ по базису $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{i}}, \bar{\mathbf{j}}, \bar{\mathbf{k}}\}$.
198. * Даны три вектора $\bar{\mathbf{a}}(3; -1)$, $\bar{\mathbf{b}}(1; -2)$, $\bar{\mathbf{c}}(-1; 7)$. Определить разложение вектора $\bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}}$ по базису $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}\}$, проверив, что $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$ образуют базис.
199. * Даны три вектора $\bar{\mathbf{p}}(3; -2; 1)$, $\bar{\mathbf{q}}(-1; 1; -2)$, $\bar{\mathbf{r}}(2; 1; -3)$. Образуют ли эти векторы базис? Найти разложение вектора $\bar{\mathbf{c}}(1; -6; 5)$ по базису $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{r}}\}$.
200. * Даны четыре вектора: $\bar{\mathbf{a}}(2; 1; 0)$, $\bar{\mathbf{b}}(1; -1; 2)$, $\bar{\mathbf{c}}(2; 2; -1)$, $\bar{\mathbf{d}}(3; 7; -7)$. Найти разложение вектора $\bar{\mathbf{d}}$ по базису $\mathbf{B} = \{\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}\}$.

- 201.* Найти линейную зависимость между данными некопланарными векторами: $\bar{m} = \bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$, $\bar{n} = \bar{b} + \frac{\bar{c}}{2}$, $\bar{p} = \bar{a} + \bar{b}$, $\bar{q} = \bar{b} - \bar{c}$.

3.4. Полярные координаты на плоскости

202. Построить точки, заданные полярными координатами: $A\left(3; \frac{\pi}{2}\right)$,

$$B\left(-2; \frac{5\pi}{4}\right), C\left(3; -\frac{\pi}{6}\right), D(-2; 0).$$

203. Найти полярное уравнение прямой $x = 1$. Построить эту прямую.
204. Что представляют собой линии, заданные в полярной системе координат уравнениями: 1) $\rho = a$, 2) $\varphi = \alpha$,
- 3) $\varphi = \alpha + \pi$, где $\alpha, a - \text{const}$?
205. Дано полярное уравнение линии $\rho^2 = 9 \sin 2\varphi$. Построить эту линию. Найти ее уравнение в декартовой системе координат.
206. Найти полярное уравнение окружности $x^2 + y^2 = 2ax$.
207. Построить линию $\rho = 2 \cos 2\varphi$. Написать уравнение этой линии в декартовой системе координат.
208. Построить кардиоиду $\rho = 2a(1 + \cos \varphi)$, $a > 0$. Написать ее уравнение в декартовой системе координат.
209. Построить линию $\rho = 2 + \cos \varphi$ (улитка Паскаля). Написать уравнение этой линии в декартовой системе координат.
210. Найти полярное уравнение окружности радиусом a , центр которой находится в полюсе, если её уравнение в декартовой системе координат имеет вид $x^2 + y^2 = a^2$.
- 211.* Найти полярное уравнение эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, если направление полярной оси совпадает с положительным направлением оси абсцисс, а полюс находится в центре эллипса.

3.5. Скалярное произведение двух векторов

и его приложение

212. Даны два вектора $\mathbf{v} = (7; 2; -1)$ и $\mathbf{b} = (1; 2; -3)$. Найти скалярное произведение этих векторов и косинус угла между ними.
213. Векторы $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{\mathbf{c}}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\bar{\mathbf{a}}| = |\bar{\mathbf{b}}| = 2$, $|\bar{\mathbf{c}}| = 1$, найти: 1) $(2\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}})(\bar{\mathbf{c}} - \bar{\mathbf{a}})$; 2) $(\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}})^2$.
214. Дано, что $|\bar{\mathbf{a}}| = 2$, $|\bar{\mathbf{b}}| = 5$. При каком значении α векторы $\alpha\bar{\mathbf{a}} + 17\bar{\mathbf{b}}$ и $3\bar{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{b}}$ будут перпендикулярны, если $\angle(\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}) = \frac{2\pi}{3}$?
215. Даны вершины четырехугольника $A(1; 2; 3)$, $B(7; 3; 2)$, $C(-3; 0; 6)$, $D(9; 2; 4)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.
216. Найти острый угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\bar{\mathbf{a}}(2; 1; 0)$ и $\bar{\mathbf{b}}(0; -1; 1)$.
217. Даны вершины треугольника $A(4; 1; 0)$, $B(2; 2; 1)$, $C(6; 3; 1)$. Найти проекцию стороны \mathbf{AB} на сторону \mathbf{AC} .
- 218.* Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\bar{\mathbf{a}} = 5\bar{\mathbf{p}} + 2\bar{\mathbf{q}}$ и $\bar{\mathbf{b}} = \bar{\mathbf{p}} - 3\bar{\mathbf{q}}$, если известно, что $|\bar{\mathbf{p}}| = 2\sqrt{2}$, $|\bar{\mathbf{q}}| = 3$ и $\angle(\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}) = \frac{\pi}{4}$.
- 219.* Даны силы $\bar{\mathbf{f}}_1 = \bar{\mathbf{i}} - \bar{\mathbf{j}} + \bar{\mathbf{k}}$ и $\bar{\mathbf{f}}_2 = 2\bar{\mathbf{i}} + \bar{\mathbf{j}} + 3\bar{\mathbf{k}}$. Найти работу их равнодействующей при перемещении точки из начала координат в точку $A(2; -1; -1)$.

- 220.* Вычислить угол между векторами $\bar{a} = 3\bar{p} + 2\bar{q}$ и $\bar{b} = \bar{p} - \bar{q}$, где $|\bar{p}| = 1$, $|\bar{q}| = 2$, $\angle(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{\pi}{3}$.
- 221.* Найти проекцию вектора $\bar{a}(2; -3; 4)$ на ось, составляющую с координатными осями равные острые углы.
- 222.* Найти вектор \bar{X} , перпендикулярный к векторам $\bar{a} = \bar{i} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 2\bar{j} - \bar{k}$, если известно, что его проекция на вектор $\bar{c} = \bar{i} + 2\bar{j} + 2\bar{k}$ равна 1.

3.6. Векторное произведение двух векторов

и его простейшие приложения

223. Найти векторное произведение векторов $\bar{a} = 7\bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$ и $\bar{b} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k}$ и его модуль.
224. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$, $C(5; 2; 6)$.
225. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}$ и $\bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q}$, если \bar{p} и \bar{q} – единичные векторы, а угол между ними $\varphi = \frac{\pi}{3}$.
226. Сила $\bar{F} = 3\bar{i} + 2\bar{j} - 4\bar{k}$ приложена к точке $M(2; -1; 1)$. Найти ее момент относительно начала координат.
227. Найти синус угла между векторами \overline{AB} и \overline{AC} , если $A(1; 3; 5)$, $B(7; 0; 2)$, $C(1; 3; 2)$.
228. В треугольнике с вершинами $A(3; 5; 6)$, $B(6; 1; 0)$, $C(3; 7; 8)$ найти длину высоты AM .

229. * Вычислить площадь параллелограмма, диагоналями которого служат векторы $3\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2$ и $3\bar{e}_1 + 5\bar{e}_2$, где \bar{e}_1, \bar{e}_2 – единичные векторы и $\angle(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = \frac{\pi}{4}$.
230. * Даны три силы, приложенные к точке $M(2; 1; 2)$: $\bar{f}_1 = \bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{f}_2 = -2\bar{i} - 3\bar{j} + \bar{k}$, $\bar{f}_3 = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$. Найти момент их равнодействующей относительно точки $A(0; -1; -1)$.
231. * Найти координаты вектора \bar{x} , если известно, что он перпендикулярен к векторам $\bar{a}_1(4; 2; 3)$ и $\bar{a}_2(1; 1; 1)$, образует тупой угол с ортом \bar{j} и $|\bar{x}| = 13$.
232. * Найти координаты вектора \bar{x} , если он перпендикулярен к векторам $\bar{a}_1(2; -5; 0)$ и $\bar{a}_2(-1; -3; 1)$ и удовлетворяет условию $\bar{x}(3\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}) = 13$.
233. * Найти синус угла между векторами $\bar{a} = \bar{m} + 2\bar{n}$ и $\bar{b} = \bar{m} - \bar{n}$, где $|\bar{m}| = 1$, $|\bar{n}| = 1$, $\angle(\bar{m}, \bar{n}) = \frac{\pi}{3}$.

3.7. Смешанное произведение трех векторов
и его приложения

234. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(5; 1; -4)$, $A_2(1; 2; -1)$, $A_3(3; 3; -4)$ и $A_4(2; 2; 2)$. Найти смешанное произведение векторов $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_3}$ и $\overrightarrow{A_1A_4}$ и определить объём пирамиды, построенной на этих векторах.
235. Определить, какой является тройкой векторов \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} (правой или левой), если: 1) $\bar{a} = \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i}$, $\bar{c} = \bar{j}$; 2) $\bar{a} = \bar{i}$, $\bar{b} = \bar{k}$, $\bar{c} = \bar{j}$; 3) $\bar{a} = \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{i}$, $\bar{c} = \bar{k}$.

236. Вектор \vec{c} перпендикулярен к векторам \vec{a} и \vec{b} , причем $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$.
Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $(\vec{a} \vec{b} \vec{c})$.

237. Установить, компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , если:

1) $\vec{a}(2; 3; -1)$, $\vec{b}(1; -1; 3)$, $\vec{c}(1; 9; -11)$;

2) $\vec{a}(3; -2; 1)$, $\vec{b}(2; 1; 2)$, $\vec{c}(3; -1; -2)$.

238. Доказать, что точки $A(1; 0; 7)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(2; -2; 2)$, $D(0; 1; 9)$ лежат в одной плоскости.

239. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{k}$. Установить, какой тройкой – правой или левой – являются вектора \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

240. * Даны вершины тетраэдра $O(-5; -4; 8)$, $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$. Найти длину h высоты, опущенной из вершины O на грань ABC .

241. * Объем тетраэдра $V = 5$, три его вершины находятся в точках $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$. Найти координаты четвертой вершины D , если известно, что она лежит на оси Oy .

242. * Доказать компланарность векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , если $[\vec{a}, \vec{b}] + [\vec{b}, \vec{c}] + [\vec{c}, \vec{a}] = 0$.

243. * Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах: $\vec{a} = 3\vec{m} + 5\vec{n}$, $\vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$, $\vec{c} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$, где $|\vec{m}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{n}| = 3$, $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$.

244. * Вычислить проекцию вектора $\vec{a} = 3\vec{p} - 12\vec{q} + 4\vec{r}$ на ось, имеющую направление вектора $\vec{b} = [(\vec{p} - 2\vec{r})(\vec{p} + 3\vec{q} - 4\vec{r})]$, если \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} – взаимно перпендикулярные орты.

3.8. Прямая на плоскости

245. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(4;6)$ и отсекающей от осей координат треугольник площадью, равной 6 ед^2 .
246. Показать, что прямые $2x - 7y + 5 = 0$ и $21x + 6y - 2 = 0$ перпендикулярны.
247. Определить острый угол между прямыми $5x - y + 7 = 0$, $2x - 3y + 1 = 0$.
248. Определить расстояние между параллельными прямыми $3x - 4y - 6 = 0$ и $6x - 8y + 28 = 0$.
249. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами $A(5;2)$, $B(2;3)$ и $C(0;-3)$.
- 250.* Даны стороны треугольника $AB: x + 3y - 7 = 0$,
 $BC: 4x - y - 2 = 0$, $AC: 6x + 8y - 35 = 0$. Найти длину высоты, проведённой из вершины B .
- 251.* Даны вершины треугольника: $A(1;1)$, $B(10;13)$, и $C(13;6)$. Составить уравнение биссектрисы угла A .
- 252.* Составить уравнение гипотенузы прямоугольного треугольника, проходящей через точку $M_0(2;3)$, если катеты треугольника расположены на осях координат, а площадь треугольника равна 12 ед^2 .
- 253.* Дана вершина треугольника $A(3;9)$ и уравнения медиан: $y - 6 = 0$ и $3x - 4y + 9 = 0$. Найти координаты двух других вершин.
- 254.* Даны две противоположные вершины квадрата $A(1;3)$ и $C(-1;1)$. Найти координаты двух его вершин и написать уравнения его сторон.

3.9. Различные виды задания уравнений плоскости

в пространстве. Прямая в пространстве.

Взаимное расположение плоскостей

255. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось OZ и точку $B(2;-4;3)$.

256. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;3;-1)$ параллельно плоскости $5x - 3y + 2z - 10 = 0$.
257. Вычислить угол между плоскостями $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$,
 $x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0$.
258. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1;-1;2)$ и перпендикулярной к плоскостям $x - 2y + z - 4 = 0$ и $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
259. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(5;4;3)$ и отсекающей равные отрезки на осях координат.
- 260.* Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1;-2;0)$ и $M_2(1;1;2)$ и перпендикулярной к плоскости $x + 2y + 2z - 8 = 0$.
261. Найти расстояние от точки $M_0(5;1;-1)$ до плоскости $x - 2y - 2z + 4 = 0$.
- 262.* Вычислить угол между плоскостями, проходящими через точку $B(1;-1;-1)$, одна из которых содержит ось Ox , а другая – ось Oz .
- 263.* Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(0;2;1)$ и параллельной векторам $\mathbf{a} = (1;1;1)$ и $\mathbf{b} = (1;1;-1)$.
- 264.* Из точки $B(2;3;-5)$ на координатные оси опущены перпендикуляры. Составить уравнение плоскости, проходящей через их основания.
265. Найти угол между прямой $\begin{cases} x = 2z - 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ и прямой, проходящей через начало координат и точку $A(1;-1;-1)$.

266. Уравнение прямой $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$ привести к каноническому

виду.

267. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(3; 2; -1)$ и пересекающей ось Ox под прямым углом.

268. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ и перпендикулярной к плоскости $2x + 3y - z + 7 = 0$.

269. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(2; -8; 4)$ на ось Oz .

270.* Найти проекцию точки $M(3; 1; -1)$ на плоскость $x + 2y + 3z - 30 = 0$.

271.* Найти проекцию точки $M(2; 3; 4)$ на прямую $x = y = z$.

272.* Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(1; 0; -1)$ на прямую $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-3}$.

273.* Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ на плоскость $x + y + 2z - 5 = 0$.

274.* Найти кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми

$$\frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1} \quad \text{и} \quad \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}.$$

3.10. Канонические уравнения кривых 2-го порядка
(эллипс, гипербола, парабола)

275. Составить простейшее уравнение эллипса, зная, что большая полуось равна 10 и эксцентриситет $e = 0,8$.
276. Расстояния от одного из фокусов эллипса до концов его большой оси соответственно равны 7 и 1. Составить уравнение этого эллипса.
277. Составить уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, зная, что действительная полуось равна 5 и вершины делят расстояние между центром и фокусами пополам.
278. Составить уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, зная, что расстояние между фокусами равно 10, а эксцентриситет $e = 1,25$.
279. Составить уравнение параболы, зная, что она симметрична относительно оси Oy , фокус находится в точке $(0;2)$ и вершина совпадает с началом координат.
- 280.* В эллипс $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ вписан прямоугольник, две противоположные стороны которого проходят через фокусы. Вычислить площадь этого прямоугольника.
- 281.* Написать уравнение гиперболы, проходящей через фокусы эллипса $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ и имеющей фокусы в вершинах эллипса.
- 282.* Зная уравнение асимптот гиперболы $y = \pm \frac{1}{2}x$ и одну из точек $M(12; 3\sqrt{3})$, составить уравнение гиперболы.
- 283.* На параболе $y^2 = 4,5x$ взята точка $M(x; y)$, находящаяся от директрисы на расстоянии $d = 9,125$. Вычислить расстояние этой точки от вершины параболы.
- 284.* Найти уравнение окружности, проходящей через точки пересечения параболы $y^2 = 4 + x$ с осями координат.

3.11. Взаимное расположение кривых и прямых на плоскости

285. Найти точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{12} = 1$ с прямой $2x - y - 9 = 0$.
286. Известно, что прямая $4x - 5y - 40 = 0$ касается эллипса $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{32} = 1$. Найти точку их касания.
287. Через точку $(2; -5)$ провести прямые, параллельные асимптотам гиперболы $x^2 - 4y^2 = 4$.
288. Известно, что прямая $2x + y - 18 = 0$ касается гиперболы $\frac{x^2}{90} - \frac{y^2}{36} = 1$. Найти точку их касания.
289. Найти точки пересечения параболы $y^2 = 18x$ с прямой $6x + y - 6 = 0$.
- 290.* Задан эллипс $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти длину его диаметра, направленного по биссектрисе координатного угла.
- 291.* Составить уравнение диаметра окружности $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 17 = 0$, перпендикулярно к прямой $5x + 2y - 13 = 0$.
- 292.* Составить уравнение прямой, проходящей через правый фокус кривой $x^2 + 4x + 4y^2 - 8y - 4 = 0$, параллельно прямой $9x - 2y + 5 = 0$.
- 293.* Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x + 2y - 24 = 0$.

- 294.* Пусть A – вершина параболы $y = x^2 + 6x + 5$, B – точка пересечения параболы с осью Oy . Найти уравнение перпендикуляра, восстановленного из середины отрезка AB .

3.12. Алгебраические поверхности 2-го порядка

295. Определить тип поверхности 2-го порядка

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y + 2z + 10 = 0,$$

найти основные параметры.

296. Определить тип поверхности 2-го порядка

$$x^2 + 4x + 4y^2 - 8y + 16z^2 + 32z + 8 = 0,$$

найти основные параметры.

297. Определить тип поверхности 2-го порядка

$$2x^2 - 4x + y^2 + 6y - 4z^2 + 16z - 21 = 0,$$

найти основные параметры.

298. Определить тип поверхности 2-го порядка

$$x^2 - 6x + 9y^2 + 36y - 3z^2 + 6z + 51 = 0,$$

найти основные параметры.

299. Определить тип поверхности 2-го порядка

$$x^2 + 8x + 2y^2 - 8y - 4z^2 + 4 = 0,$$

найти основные параметры.

- 300.* Найти отношение осей двух параллельных сечений эллипсоида

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1, \text{ а именно сечения плоскостью } xOz \text{ и плоскостью,}$$

отстоящей от неё на расстоянии 2-х единиц.

- 301.* Задан однополостной гиперболоид $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1$. Найти линии его пересечения с координатной плоскостью yOz и плоскостью, отстоящей от неё на расстоянии 3-х единиц.
- 302.* Найти проекцию на плоскость xOy линии пересечения эллипсоида $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ и плоскости $x + 4z - 4 = 0$.
- 303.* Найти отношение осей двух параллельных сечений двуполостного гиперболоида $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{8} - \frac{z^2}{4} = -1$, а именно сечения плоскостью xOz и плоскостью, отстоящей от неё на расстоянии 4-х единиц.
- 304.* Отношение осей двух параллельных сечений эллиптического параболоида $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}$ равно 2. Найти уравнение большего сечения, если уравнение меньшего будет $z = 2$.

ГЛАВА 4. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

4.1. Числовая последовательность, её свойства.

Предел числовой последовательности

305. Найти сумму третьего, шестого и девятого членов последовательности

$$\{a_n\}, \text{ если } a_n = \frac{1}{n^2}.$$

306. Записать формулу n -го члена последовательности

$$\{a_n\} = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}.$$

307. При каких n будет справедливо неравенство $\frac{2}{3} - a_n < 10^{-3}$, где

$$a_n = \frac{2n-1}{3n}?$$

308. Записать формулу n -го члена последовательности

$$\{a_n\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{3}{6}, \frac{6}{7}, \dots \right\}.$$

309. При каких n будет справедливо неравенство $1,25 - a_n < 10^{-2}$, где

$$a_n = \frac{5n-1}{4n}?$$

310. При каких n будет справедливо неравенство $|a_n - 0,5| < 0,01$, где

$$a_n = \frac{3n+2}{6n-3}?$$

311. Доказать, что последовательность $2, 4, 6, 8, \dots$ не ограничена сверху.

312. Доказать, что последовательность $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ ограничена и найти одну её верхнюю и одну нижнюю границы.

313. Какие из следующих последовательностей $\{a_n\}$ ограничены, если: 1)

$$a_n = \frac{n+2}{n}; \quad 2) a_n = \ln n;$$

$$3) a_n = (-1)^n; \quad 4) a_n = n^2 + 5n;$$

$$5) a_n = \sin n; \quad 6) a_n = 2^n;$$

$$7) a_n = \frac{n^2+3}{n}; \quad 8) a_n = \frac{4+(-1)^n}{n}?$$

314. Доказать, что последовательность $\{a_n\}$ строго возрастает, если $a_n = 3n - 2$.

315. Доказать, что последовательность $\{a_n\}$ строго убывает, если $a_n = \frac{1}{n^3}$.

316. Доказать, что последовательность $\{a_n\}$ строго возрастает, если $a_n = \ln n$.

317. Доказать, что последовательность $\{a_n\}$ строго убывает, если $a_n = 3^{-n}$.

318. Какие из следующих последовательностей $\{a_n\}$ монотонные, если:

$$1) a_n = 4n + 2; \quad 2) a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}; \quad 3) a_n = n - \ln n;$$

$$4) a_n = \sin n; \quad 5) a_n = \frac{1}{n^2}; \quad 6) a_n = \frac{n+(-1)^n}{n+1}?$$

В следующих заданиях вычислить пределы.

$$319. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+7)^3}{n^3}.$$

$$320. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 2}{4^{n-1} - 2}.$$

$$321. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{3n^2+1}.$$

$$322. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{(2n^2+5)(n+1)}.$$

$$323. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+7}{n^3+1}.$$

$$324. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4+2n}{8n^3-n+5}.$$

$$325. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{4n+5}}{\sqrt{n+8}}.$$

$$326. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+3} \right)^n.$$

$$327. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+4}{n^2+1} \right)^{n^2}.$$

$$328. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+8}-\sqrt{n+1}).$$

329.* Найти сумму первых четырёх членов последовательности $\{a_n\}$, если

$$a_n = \arcsin \left((-1)^n \frac{\sqrt{n}}{2} \right).$$

330.* Найти сумму первых четырёх членов последовательности $\{a_n\}$, если

$$a_n = \arccos \left((-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{2} \right).$$

331.* Доказать, что следующие последовательности ограничены, если: 1)

$$a_n = \sqrt{n^2+1} - n; \quad 2) \quad a_n = \ln(n+1) - \ln n;$$

$$3) \quad a_n = \frac{3n^2+1}{n^2+1}.$$

332.* Исследовать на монотонность следующие последовательности $\{a_n\}$,

$$\text{если: } 1) \quad a_n = -\frac{3^n}{n}; \quad 2) \quad a_n = \frac{1}{1+a_{n-1}}, \quad a_1 = 1;$$

$$3) \quad a_n = \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^n; \quad 4) \quad a_n = \frac{\cos n}{n}.$$

Вычислить пределы.

$$333.* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^{100} - n^{100} - 200n^{99}}{n^{98} - 10n^2 + 1}.$$

$$334.* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lg(n^2 + 3n + 1)}{1 + \lg(n + 1)}. \quad 335.* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^2 - n + 1)}{\ln(n^{10} + n + 1)}.$$

$$336.* \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1} - \sqrt{n^2 + 3n - 1}}{\ln(1 + n) - \ln(2 + n)}.$$

$$337.* \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \mathbf{L} + \frac{1}{(3n+1)(3n+4)} \right).$$

$$338.* \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n+2} - 2\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n} \right).$$

4.2. Область определения,

множество значений, классификация и график функции.

Элементарные функции и их графики

339. Найти области определения указанных функций.

$$1) y = \sqrt{9 - x^2}; \quad 2) y = \sqrt{4x - x^2};$$

$$3) y = \sqrt{-x} + \sqrt{3+x}; \quad 4) y = \arcsin \frac{x-1}{4};$$

$$5) y = \sqrt{2 \sin x}; \quad 6) y = \frac{3}{1 + \sqrt{x^2 - 8}};$$

$$7) y = \log_7(3x+1); \quad 8) y = \sqrt[8]{x^2 - 5x + 6};$$

$$9) y = e^{\sin x}; \quad 10) y = \arccos(x-2) - \ln(x-2).$$

340. Найти множества значений указанных функций.

$$1) y = x^2 + 4x + 1; \quad 2) y = 2^{x^2}; \quad 3) y = 3 + \cos x;$$

$$4) y = 5^{-x^2}; \quad 5) y = 3 \sin x - 8; \quad 6) y = 5 + \frac{1}{x};$$

$$7) y = \sqrt{1-x} + 4; \quad 8) y = 8x - x^2 - 20.$$

341. Какие из следующих функций четные, какие нечетные, а какие – общего вида:

$$1) y = \frac{\sin 2x}{x}; \quad 2) y = 7x^5 + x^3 - 3x; \quad 3) y = |x| + 5 \cos x;$$

$$4) y = \operatorname{tg}(\sqrt{3}x); \quad 5) y = \frac{8}{x^2 + 9}; \quad 6) y = -x + \sqrt{x};$$

$$7) y = x + e^x; \quad 8) y = \frac{|x|}{x} + x^3;$$

$$9) y = \sin^2 7x \cdot \cos 3x; \quad 10) y = x^2 \cdot \operatorname{ctg}(\sqrt{2}x)?$$

342. Определить, является ли данная функция периодичной. Если да, то найти её наименьший период.

$$1) y = \cos 6x; \quad 2) y = \sin^2 2x;$$

$$3) y = \operatorname{tg} \frac{x}{5}; \quad 4) y = \sin 2x + \cos 3x;$$

$$5) y = \sin(\sqrt{2}x); \quad 6) y = x + \cos x;$$

$$7) y = x^2 \cdot \sin 2x; \quad 8) y = [x] \text{ – целая часть } x;$$

$$9) y = x - [x]; \quad 10) y = \sin(\sqrt{3}x) + \cos x.$$

343. Построить графики следующих функций:

$$1) y = |x + 1| + |x - 1|; \quad 2) y = |x^2 - 1|;$$

$$3) y = \frac{x-1}{x-2}; \quad 4) y = -2^x;$$

$$5) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|};$$

$$6) y = -\log_2 x;$$

$$7) y = |\log x|;$$

$$8) y = \ln|x|.$$

344.* Найти область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{9,6 + 0,2x - x^2}}{\sin x}.$$

345.* Найти множество значений функции $y = \log_{0,5}(\sin x + 5)$.

346.* Найти множество значений функции $y = \log_3(x - |x| + 3)$.

347.* Найти множество значений функции $y = 0,5^{\frac{12}{3 - \sin x}}$.

348.* Построить графики следующих функций:

$$1) y = (|x| - 1)(x + 1); \quad 2) y = \text{sign}(\cos x);$$

$$3) y = \arctg \frac{1}{x}; \quad 4) y = \ln\left(\frac{|x|}{x + 2}\right).$$

4.3. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Вычисление пределов с помощью эквивалентных бесконечно малых функций

349. Определить порядок бесконечно малых при $x \rightarrow 0$ функций: 1)

$$y = 2 \sin^4 x - x^5; \quad 2) y = \sqrt{\sin^2 x + x^4};$$

$$3) y = \sqrt{1 + x^3} - 1; \quad 4) y = \sin 2x - 2 \sin x;$$

$$5) y = 1 - 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$$

350. Доказать, что функции $f(x)$ и $g(x)$ при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости:

$$1) f(x) = \arctg^2 3x, \quad g(x) = 4x^2;$$

$$2) f(x) = \frac{3x}{1-x}, g(x) = \frac{x}{x+4};$$

$$3) f(x) = 3 \sin^2 4x, g(x) = x^2 - x^4;$$

$$4) f(x) = \cos 3x - \cos 5x, g(x) = x \sin 2x.$$

Вычислить пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции.

$$351. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}. \quad 352. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 3x}. \quad 353. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{tg} 4x}.$$

$$354. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 1}{\operatorname{arctg} x}. \quad 355. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{1 - \cos x}. \quad 356. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}.$$

$$357. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x}. \quad 358. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{(x-4)e^x + xe^2}.$$

359.* Найти главные части вида Cx^α при $x \rightarrow 0$ следующих функций: 1)

$$y = (1+2x)^3 - (1+3x)^2;$$

$$2) y = \sqrt{1-2x-4x^2} + x - 1; \quad 3) y = \ln \cos \pi x;$$

$$4) y = a^x - b^x; \quad 5) y = 1 + \sin 5x - \cos 5x.$$

360.* Найти главные части вида $C(1-x)^\alpha$ при $x \rightarrow 1$ следующих функций:

$$1) y = x^3 + 5x^2 - 3x - 3; \quad 2) y = 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x.$$

Вычислить пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции

$$361.* \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}. \quad 362.* \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x - \sin^2 2x}{x^4}.$$

$$363.* \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \operatorname{tg} 2x . \quad 364.* \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{3\pi x}{2}}{\ln(2x - \sqrt[7]{x})} .$$

$$365.* \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos 2\pi x + \cos \pi x}{\ln(x^2 - 2x + 2)} .$$

$$366.* \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x - x^2) + \arcsin 2x - 3x^3}{\sin 3x + \operatorname{tg}^2 x + (e^x - 1)^{10}} .$$

$$367.* \lim_{x \rightarrow \alpha} \left(2 - \frac{x}{\alpha} \right)^{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{\alpha}} . \quad 368.* \lim_{x \rightarrow 1} x^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} .$$

$$369.* \lim_{x \rightarrow 0} (3^x + x)^{\frac{1}{\sin x}} .$$

4.4. Предел функции в точке. Раскрытие неопределенностей

Найти пределы.

$$370. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} .$$

$$371. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 12x + 20} .$$

$$372. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5} .$$

$$373. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1} .$$

$$374. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 2x^2 - x}{5x} .$$

$$375. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x} .$$

$$376.* \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) .$$

$$377.* \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right) .$$

$$378. * \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1} \text{ при } m, n \in \mathbb{N}.$$

$$379. * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}.$$

$$380. * \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h}.$$

$$381. * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+16} - 4}.$$

$$382. * \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt[3]{1-x^3} \right).$$

Найти односторонние пределы.

$$383. * \lim_{x \rightarrow 0-0} \arctg \frac{1}{x}. \quad 384. * \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{1}{3^{x+1}}. \quad 385. * \lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{1}{3^{x+1}}.$$

$$386. * \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{5^{x-3}}. \quad 387. * \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{2^{x-3}}. \quad 388. * \lim_{x \rightarrow 0+0} \arctg \frac{1}{x}.$$

4.5. Первый и второй замечательные пределы

Найти пределы.

$$389. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x}.$$

$$390. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}.$$

$$391. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x}.$$

$$392. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arcsin x}{2x + \arctg x}.$$

$$393. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}.$$

$$394. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 2x}{\sin x}.$$

$$395. * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

$$396. * \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2}.$$

$$397. * \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}.$$

$$398. * \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x.$$

$$399. * \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}. \quad 400. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x.$$

$$401. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x+1}.$$

$$402. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x} \right)^{mx}.$$

$$403. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{2x}.$$

$$404. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{x^2}.$$

$$405. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x.$$

$$406. * \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}.$$

$$407. * \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}. \quad 408. * \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\operatorname{cosec} x}.$$

$$409. * \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-1}{x^2} \right)^x.$$

$$410. * \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{1}{\operatorname{ctg} x}}.$$

4.6. Непрерывность функции в точке.

Непрерывность в точке слева и справа.

Точки разрыва и их классификация

Исходя из определения, доказать непрерывность функций.

$$411. * y = x^2 + x - 2 \text{ при } x \in \mathbf{R}.$$

$$412. * y = x^3 - 2x + 4 \text{ при } x \in \mathbf{R}.$$

$$413. * y = \frac{1}{x+1} \text{ при } x \neq -1. \quad 414. * y = \frac{1}{x^2+1} \text{ при } x \in \mathbf{R}.$$

Исследовать на непрерывность функцию $f(x)$ и указать тип ее точек разрыва.

415.* $f(x) = \frac{x^2}{x}$.

416.* $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.

417.* $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$

418.* $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

419.* $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$.

420.* $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$.

421.* $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2, & x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases}$

422.* $f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x < -1, \\ \frac{1}{x}, & 1 \leq x. \end{cases}$

ГЛАВА 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

5.1. Вычисление производной функции

Найти производные заданных функций.

423. $y = x^5 + 2x^3 - \frac{1}{8}x$.

424. $y = \sqrt[4]{x} - \frac{3}{x^2}$.

425. $y = \operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x$.

426. $y = x\sqrt{x} + e^2$.

427. $y = x^3 \log_2 x$.

428. $y = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$.

429. $y = (\sqrt{x} + 1)\operatorname{arcsin} x$.

430. $y = \ln \cos x$.

431. $y = 7^{3x-1}$.

432. 10. $y = \operatorname{arctg}^2 x$.

433. $y = \sqrt[3]{2x^2 + 4x - 3}$.

434. $y = \sqrt[5]{x} \cdot e^{4x}$.

435. 13. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

436. $y = \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x}$.

$$437. y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}.$$

$$438. y = \arccos \sqrt{x}.$$

$$439. y = 10^x \sin 6x.$$

$$440. 18. y = x^x.$$

$$441. y = x^{\ln x}.$$

$$442. y = (\sin x)^x.$$

$$443.* y = \arcsin e^{-4x} + \ln(e^{4x} + \sqrt{e^{8x} - 1}).$$

$$444.* y = \sqrt{\frac{\operatorname{tg} x + \sqrt{2\operatorname{tg} x + 1}}{\operatorname{tg} x - \sqrt{2\operatorname{tg} x + 1}}}. \quad 445.* y = \frac{2^x (\sin x + \cos x \ln 2)}{1 + (\ln 2)^2}.$$

$$446.* y = \frac{2}{x-1} \sqrt{2x-x^2} + \ln \frac{1 + \sqrt{2x-x^2}}{x-1}.$$

$$447.* y = x^{2x} \cdot 5^x.$$

$$448.* y = (\cos 5x)^{e^x}.$$

5.2. Геометрический и механический смысл производной.

Уравнения касательной и нормали к графику функции

449. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{1-2x}{4x+1}, \text{ проведённой в точке с абсциссой } (-0,5).$$

450. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к графику

$$\text{функции } y = \sin^2 x + \operatorname{ctg} 2x \text{ в его точке с абсциссой } \frac{\pi}{12}.$$

451. Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^2 + x - 4$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

452. Составить уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}$ в

точке с абсциссой $x_0 = 1$.

453. Составить уравнение нормали к графику функции $y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt{x}}{3}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

454. Составить уравнение нормали к графику функции $y = x^2 - 8x + 5$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

455. Точка движется по прямой так, что её расстояние S от начального пункта через t секунд равно $S = \frac{1}{4}t^4 - 4t^3 + 16t^2$. В какие моменты её скорость равна нулю?

456. Количество электричества, протёкшее через проводник начиная с момента времени $t = 0$, даётся формулой $Q = 2t^2 + 3t + 1$. Найти силу тока в конце пятой секунды.

457.* Хорда параболы $y = x^2 - 2x + 5$ соединяет точки с абсциссами $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Составить уравнение касательной к параболе, параллельной хорде.

458.* Составить уравнение нормали к линии $y = -\sqrt{x} + 2$ в точке её пересечения с биссектрисой первого координатного угла.

459.* Провести касательную к гиперболе $y = \frac{x+9}{x+5}$ так, чтобы она прошла через начало координат.

460.* Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону $x = t^2 + t + 1$. Определить кинетическую энергию в момент времени $t = 5$.

5.3. Производная неявной функции

Найти производную функции U , заданной неявно.

461. $e^{xy} - \cos(x^2 + y^2) = 0$. 462. $x^2 + y^2 = \ln \frac{y}{x} + 7$.

463. $x^4 - y^4 = x^2 y^2$.

Найти производные функций, заданных неявно в точке X_0 .

464. $e^y = e - xy$, $x_0 = 0$. 465. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, $x_0 = \sqrt{2}$.

466. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$, $x_0 = \frac{a}{4}$. 467. $x^3 + y^3 - 3xy = 0$, $x_0 = 1$.

468.* $x^4 + y^4 = 4x^2y^2$, $x_0 = 1$. 469.* $2y \ln y = x$, $x_0 = 0$.

470.* $\cos(xy) = x$, $x_0 = 0,5$. 471.* $y = x + \operatorname{arctg} y$, $x_0 = 0$.

472.* $y = 1 + xe^y$, $x_0 = 0$. 473.* $y = \cos(x + y)$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Найти производную функции y , заданной неявно, указанного порядка.

474.* $y^3 + x^3 - 3axy = 0$, $y'' = ?$ 475.* $y = \sin(x + y)$, $y'' = ?$

476.* $e^y + xy = e$, найти $y''(x)$ при $x = 0$.

477.* $x^2 + y^2 = r^2$, $y''' = ?$

Найти производные y''_{xx} функции, заданной неявно.

478.* $2^x + 2^y = 2^{x+y}$. 479.* $\cos \frac{y}{x} = y$.

480.* $y^2 - 2xy + a^2 = 0$. 481.* $y^3 - 3y + 2ax = 0$.

482.* $y \cos x = \sin y$. 483.* $y = e^{xy}$.

5.4. Производная обратной функции.

Производная функции, заданной параметрически

484. Найти производную функции $y = \arcsin x$ с помощью теоремы о производной обратной функции.

485. Найти производную функции $y = \log_2 x$ с помощью теоремы о производной обратной функции.

Найти производную y'_x .

$$486. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

$$487. \begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$$

$$488. \begin{cases} x = t^3 + t, \\ y = t^2 + t + 1, \end{cases} \text{ в точке } t_0 = 1.$$

$$489. \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \sqrt[3]{t}. \end{cases}$$

Найти производные первого и второго (*) порядка функций, заданных параметрически.

$$490. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3. \end{cases}$$

$$491. \begin{cases} x = (t+1)t^{-1}, \\ y = (t-1)t^{-1}. \end{cases}$$

$$492. \begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases}$$

$$493. \begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$$

$$494. \begin{cases} x = 3t, \\ y = 6t - t^2. \end{cases}$$

$$495. \begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$$

$$496. \begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = \sin 2t + 2 \cos 2t. \end{cases}$$

Записать уравнения касательных к данным линиям в точке M_0 .

$$497. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 4 \sin t, \end{cases} M_0 \left(3 \frac{\sqrt{2}}{2}; 2\sqrt{2} \right).$$

$$498. \begin{cases} x = t - t^4, \\ y = t^2 - t^3, \end{cases} M_0(0; 0).$$

$$499. \begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1, \end{cases} M_0(1; 1).$$

$$500. \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t, \end{cases} M_0 \left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

5.5. Производные и дифференциалы высших порядков.

Правило Лопитала

Найти производные указанных порядков.

501. $y = \sqrt[3]{x+2}$, y''' - ? 502. $y = xe^{-x}$, y''' - ?

503. 5.5.3. $y = \frac{\ln x}{x}$, y'' - ? 504. $y = \sin 4x$, $y^{(5)}$ - ?

505. $y = x \cos 2x$, y'' - ? 506. $y = \operatorname{arctg} x$, y'' - ?

507. $y = x \arccos x$, y'' - ? 508. $y = e^{-2x}$, $y^{(n)}$ - ?

509. $y = \ln x$, $y^{(n)}$ - ? 510. $y = \frac{1}{x+2}$, $y^{(n)}$ - ?

Вычислить предел по правилу Лопитала.

511. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$.

512. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x}$.

513. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.

514. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$.

515. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x}$.

516. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$.

517. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x}$.

518. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}$.

519. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x$. 520. $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$.

521. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$.

522. Найти $d^3 y$, если $y = (2x - 3)^3$.

523. Найти $d^3 y$, если $y = x(\ln x - 1)$.

524. Найти $d^2 y$, если $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$.

5.6. Дифференциал: геометрический смысл и приложения

Найти приращения и дифференциал в точке x_0 .

525. $y = x^3$, $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,1$.

526. $y = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$, $\Delta x = 0,05$.

527. $y = e^{2x}$, $x_0 = 2$, $\Delta x = 0,2$.

528. $y = \sqrt{x+1}$, $x_0 = 3$, $\Delta x = 0,3$.

529. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$, $x_0 = -1$, $\Delta x = 0,1$.

Найти приращение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

530. $y = \frac{1}{4x^4}$, $x_0 = -1$, $\Delta x = 0,2$.

531. $y = e^{\sqrt{x}}$, $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,1$.

532. $y = \frac{1}{(\operatorname{tg} x + 1)^2}$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $\Delta x = \frac{\pi}{60}$.

Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

533. $\arctg 1,02$. 534. $\sqrt{4,08}$. 535. $e^{0,1}$.

Рассчитать абсолютную и относительную погрешности.

536. $x\sqrt{x}$, $x = 4 \pm 0,3$. 537. 3^x , $x = 2 \pm 0,1$.

5.7. Теоремы о дифференцируемых функциях.

Формула Тейлора

Проверить справедливость теоремы Ролля для заданных на отрезке функций.

$$538. y = x^2 - 9x + 2, x \in [0; 9].$$

$$539. y = x^3 - 4x^2 - 7x - 10, x \in [-1; 2].$$

$$540. y = \ln \sin x, x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right].$$

Доказать, что уравнение имеет корень на данном отрезке.

$$541. x = \cos x, x \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right]. \quad 542. 2 - x = e^x, x \in [0; 1].$$

$$543. \ln x = \cos x, x \in [1; e].$$

Написать формулу Лагранжа для функции на данном отрезке.

$$544. y = \sin 3x, x \in \left[0; \frac{\pi}{6} \right]. \quad 545. y = x(1 - \ln x), x \in [1; e].$$

Написать формулу Коши для функций на данном отрезке.

$$546. f(x) = \sin x, \varphi(x) = \ln x, x \in [a; b], 0 < a < b.$$

$$547. f(x) = e^{2x}, \varphi(x) = 1 + e^x, x \in [a; b].$$

Записать первые три ненулевых члена формулы Тейлора для функции в окрестности точки X_0 .

$$548. y = x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x + 4, x_0 = 1.$$

$$549. y = \frac{1}{x}, x_0 = -1. \quad 550. y = \sqrt{x}, x_0 = 4.$$

$$551. y = 2^x, x_0 = 0.$$

$$552. \text{Вычислить } \sqrt{e} \text{ с точностью } 10^{-3}.$$

553. Вычислить $\cos 41^0$ с точностью 10^{-3} .

554. Вычислить $\sin 36^0$ с точностью 10^{-3} .

Записать формулу Маклорена для функций.

$$555. y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}. \quad 556. y = \operatorname{sh} 2x = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}.$$

$$557. y = \ln(1 + x).$$

5.8. Исследование функции

Для данных функций найти:

- интервалы монотонности, экстремумы;
- интервалы выпуклости и точки перегиба;
- асимптоты функции.

$$558. y = \frac{x^3}{x^2 + 12}. \quad 559. y = \frac{x}{x^2 - 1}. \quad 560. y = \frac{x^4}{x^3 - 1}.$$

$$561. y = \frac{x}{e^x}. \quad 562. y = x^3 e^{-x}. \quad 563. y = x e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$564. y = \frac{e^x}{x}.$$

Найти наименьшее и наибольшее значения функции на данном отрезке.

$$565. y = x^4 - 2x^2 + 5, \quad x \in [-2; 2].$$

$$566. y = x + 2\sqrt{x}, \quad x \in [0; 4].$$

$$567. y = \sin 2x - x, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$568. y = 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x, \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right].$$

569. Построить графики для заданий 559 и 561.

ОТВЕТЫ

ГЛАВА 1

1.1.

1. В. 2. А. 3. А. 4. \emptyset . 5. В. 6. А. 7. В. 8. \emptyset . 9. \emptyset . 10. \emptyset .

11. $A \setminus C$. 12. В. 13. $A \cup B$. 14. $A \cap B$. 15. $A_1 \cup A_2$. 16. A_1 .

1.2.

17. а) $4 + 2i$, б) $4 - 4i$, в) $2i$, г) $6 + 8i$, д) $-10i$, е) 10, ж) $-i$, з)

$\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$. 18. а) 5, б) $-1 + 2i$, в) $-2i$, г) $7 + i$, д) $5 + 5i$,

е) 10, ж) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$, з) $\frac{7-i}{10}$. 19. а) 4, б) $4 + 4i$, в) 6, г) $7 - 4i$,

д) $-1 + 8i$, е) 5, ж) $\frac{-1+2i}{5}$, з) $\frac{7+4i}{5}$.

20.* а) $-1 + 5i$, б) $-16 + 14i$, в) $\frac{-4-7i}{25}$, г) $\frac{-12-4i}{5}$.

21.* а) $2 + 7i$, б) $\frac{2i-3}{2}$, в) $\frac{17i-7}{2}$.

22.* а) $-13 - 11i$, б) $-\frac{9+13i}{50}$, в) $1 + 3i$.

1.3.

23. $\sqrt{2}$, $\frac{\pi}{4}$, $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$, $\sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4}i}$.

24. $\sqrt{2}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$, $\sqrt{2} e^{\frac{3\pi}{4}i}$.

$$25. \sqrt{2}, -\frac{\pi}{4}, \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{-\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{4} \right) \right), \sqrt{2} e^{\frac{-\pi i}{4}}.$$

$$26. \sqrt{2}, -\frac{3\pi}{4}, \sqrt{2} \left(\cos \frac{-3\pi}{4} + i \sin \frac{-3\pi}{4} \right), \sqrt{2} e^{\frac{-3\pi i}{4}}.$$

$$27. 2, -\frac{\pi}{6}, 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right), \sqrt{2} e^{\frac{-\pi i}{6}}.$$

$$28. 2, \frac{\pi}{3}, 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right), 2 e^{\frac{\pi i}{3}}.$$

$$29. 2, -\frac{\pi}{2}, 2 \left(\cos \left(\frac{-\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{2} \right) \right), 2 e^{\frac{-\pi i}{2}}.$$

$$30.* 2 \left(\cos \left(\frac{-\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{2} \right) \right), e^{\frac{-\pi i}{2}}.$$

$$31.* \sqrt{10}(\cos \varphi + i \sin \varphi), \varphi = -\operatorname{arctg} 3, \sqrt{10} e^{\varphi i}.$$

$$32.* 6 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right), 6 e^{\frac{2\pi i}{3}}.$$

1.4.

$$33. 4 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right), \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}.$$

$$34. 2\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{-\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{12} \right) \right), \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{8} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{8} \right) \right).$$

$$35. 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right), \cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right).$$

$$36. 4 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right), \cos \left(\frac{-5\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{-5\pi}{6} \right).$$

$$37.* 4 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right), \cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right).$$

$$38.* 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right), 2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right).$$

$$39.* 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{5\pi}{12} \right) \right),$$

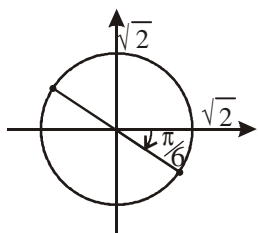
$$2\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{11\pi}{12} \right) + i \sin \left(-\frac{11\pi}{12} \right) \right).$$

1.5.

$$40. -2^6. \quad 41. -2^{15}i. \quad 42. -2^{10}. \quad 43. 2^{12}. \quad 44.* \frac{i}{2^9}. \quad 45.* 1.$$

$$46.* -\frac{i}{2^{15}}.$$

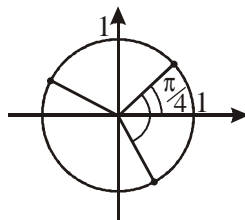
1.6.



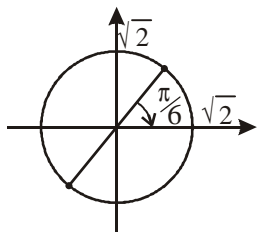
$$47. \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right),$$

$$\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right).$$

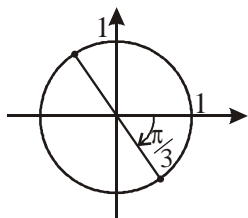
$$48. \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}, -\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12},$$



$$-\sin \frac{\pi}{12} - i \cos \frac{\pi}{12}.$$



$$49. \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \right), \sqrt{2} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right).$$

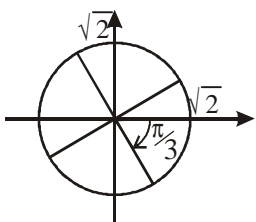
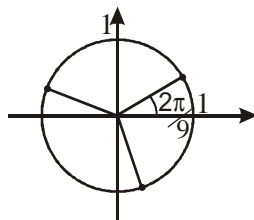


$$50. \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i.$$

$$51. * \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9},$$

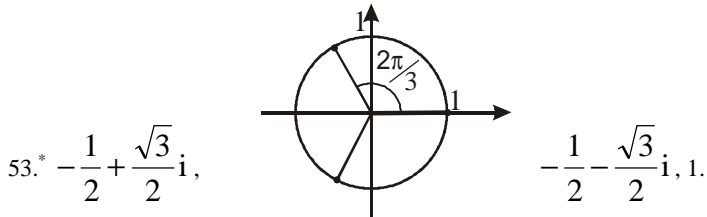
$$-\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9},$$

$$\cos \frac{4\pi}{9} - i \sin \frac{4\pi}{9}.$$



$$52. * \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right), \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i \right).$$

$$\sqrt{2}\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right), \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right).$$



1.7.

54. $\pm 4i$. 55. $2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$. 56. $-2 - i, -2 + i$.

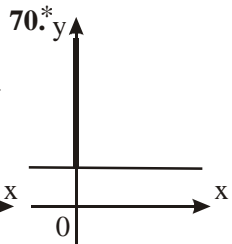
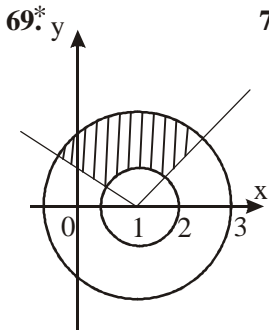
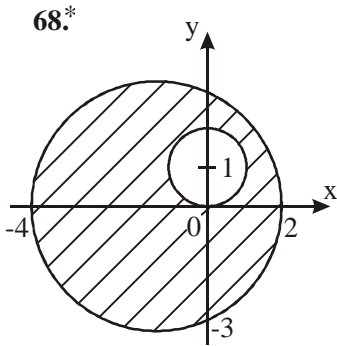
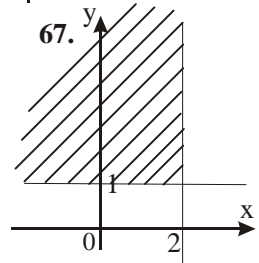
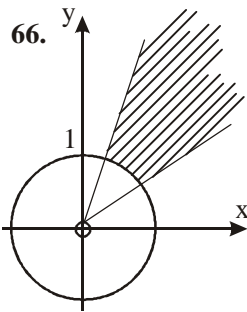
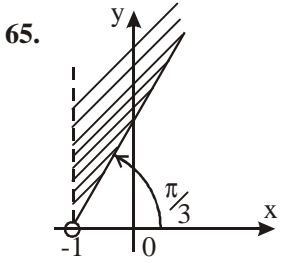
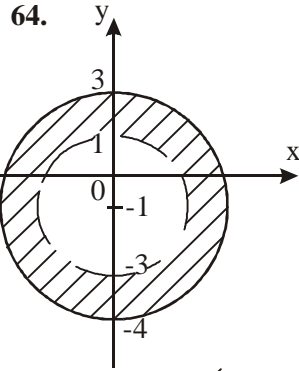
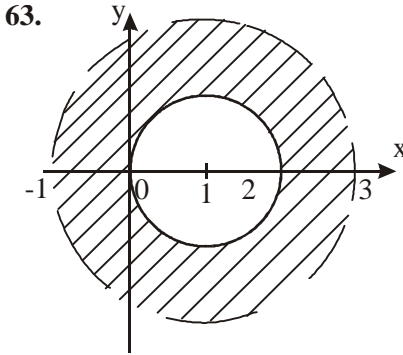
57. $\pm 2, \pm i$. 58. $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}, z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$.

59. $z = -2i, z = -i$. 60.* $(z - i)(z + i)(z - 2i)(z + 2i)$.

61.* $(z - 1)\left(z + \frac{1 + i\sqrt{7}}{2}\right)\left(z + \frac{i\sqrt{7} - 1}{2}\right)$.

62.* $(z - 1)\left(z - \frac{\sqrt{2}(1 - i)}{2}\right)\left(z + \frac{\sqrt{2}(1 - i)}{2}\right)$.

1.8.



71. Гипербола $\frac{\left(y - \frac{1}{3}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} - \frac{x^2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = 1$ при $y \geq \frac{1}{2}$.

2.1.

$$72. \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}. 73. \mathbf{AB} = (3 \ 1). 74. \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$75. \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. 76. \mathbf{AB} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. 77. \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$78. \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}. 79. \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}. 80. \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}. 81. \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$82. f(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 16 & 9 \end{pmatrix}. 83. f(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}. 84. f(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$85. f(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}. 86. f(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2.2.

87. -2. 88. 2. 89. -3. 90. -10. 91. -1. 92. -3. 93. 0. 94. 40.

95. -12. 96. 1.

2.3.

97. -8. 98. 3. 99. 4. 100. 8. 101. -9. 102.* -1. 103.* 100.

104.* 0. 105.* 1. 106.* 63. 107.* $n!$. 108.* 1. 109.* $n!$.

110.* $(-1)^n$. 111.* n^n .

2.4.

$$112. \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}. \quad 113. \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$114. \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad 115. \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$116. \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.5.

$$117. (16; 7). \quad 118. (1; 3; 5). \quad 119. (2; 3). \quad 120. (\sqrt{3}; 4).$$

$$121. (2\sqrt{5}; 2). \quad 122.* (1; 2; -3). \quad 123.* (-3; 3; 0). \quad 124.* (-1; 1; 3).$$

2.6.

$$125. 2. \quad 126. 2. \quad 127. 2. \quad 128. 3. \quad 129. 2. \quad 130.* 3. \quad 131.* 2. \quad 132.* 3. \quad 133.* 3.$$

2.7.

$$134. \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}. \quad 135. \mathbf{X} \text{ не существует.} \quad 136. \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$137. \mathbf{X} \text{ не существует.} \quad 138. \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad 139.* \begin{pmatrix} 13 & 8 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$140.* \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}. \quad 141.* \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}. \quad 142.* \begin{pmatrix} 5/2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$143. (16; 7). \quad 144. (2; 3). \quad 145. (2; -1; 1). \quad 146. (1; 3; 5).$$

$$147. (3; 1; -1). \quad 148. (-3; 2; 1). \quad 149. (-1; 1; -2).$$

$$150.* \mathbf{x}_1 = -2; \mathbf{x}_2 = 0; \mathbf{x}_3 = 1; \mathbf{x}_4 = -1.$$

$$151.* \mathbf{x}_1 = 1; \mathbf{x}_2 = 2; \mathbf{x}_3 = 2; \mathbf{x}_4 = 0.$$

2.8.

$$152. (0; t; t), (0; 1; 1). \quad 153. (-t; t), (-1; 1). \quad 154. (0; t; t), (0; 1; 1).$$

$$155. (t_2 - t_1; t_1; t_2), (-1; 1; 0), (1; 0; 1). \quad 156. (3t; 2t), (3; 2;).$$

$$157. * (t; -2t; t), (1; -2; 1).$$

$$158. * (8t_2 - 7t_2; -6t_1 + 5t_2; t_1; t_2), (8; -6; 1; 0), (-7; 5; 0; 1).$$

$$159. * (-2t; 7t; 0; 9t), (-2; 7; 0; 9).$$

2.9.

$$160. (2; 3; 1). \quad 161. (-1; 6; 2). \quad 162. \text{ Система несовместна.}$$

$$163. (1 + \sqrt{3}t; t)^T. \quad 164. (1; 2; 3). \quad 165. (1; 2; 3). \quad 166. (2; -1; 1).$$

$$167. (-1 + 2t; 1 + t; t)^T. \quad 168. * x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 1; x_4 = -1.$$

$$169. * \left(-\frac{6}{7} + \frac{8}{7}c_1, \frac{1}{7} - \frac{13}{7}c_1, \frac{15}{7} - \frac{6}{7}c_1, c_1 \right)^T.$$

$$170. * (c_1, c_2, 5 - 8c_1 + 4c_2, 1 + 2c_1 - c_2)^T.$$

171. * Система несовместна.

ГЛАВА 3

3.1.

$$172. 1) \bar{a} \perp \bar{b}, 2) \angle(\bar{a}, \bar{b}) < \frac{\pi}{2}, 3) \angle(\bar{a}, \bar{b}) > \frac{\pi}{2}.$$

$$173. |\bar{a} + \bar{b}| = \sqrt{19}, |\bar{a} - \bar{b}| = 7.$$

$$175. \overline{MA} = \frac{1}{2}(\bar{a} - \bar{b}), \overline{MB} = \frac{1}{2}(\bar{b} - \bar{a}).$$

$$176. * \overline{SM} = \frac{1}{3}(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}). \quad 177. * \text{np}_1(3\bar{a} + 2\bar{b} + \bar{c}) = -\frac{1}{2}.$$

$$178. |\bar{a}| = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = \cos \gamma = \frac{2}{3}.$$

$$179.* \mathbf{D}(-3; 0; 5). \quad 180.* \bar{\mathbf{c}}^0 = -\frac{1}{\sqrt{42}}\bar{\mathbf{i}} + \frac{5}{\sqrt{42}}\bar{\mathbf{j}} + \frac{4}{\sqrt{42}}\bar{\mathbf{k}}.$$

$$181. \bar{\mathbf{a}}^0 = \frac{3}{13}\bar{\mathbf{i}} + \frac{4}{13}\bar{\mathbf{j}} - \frac{12}{13}\bar{\mathbf{k}}, \quad \cos\alpha = \frac{3}{13}, \quad \cos\beta = \frac{4}{13},$$

$$\cos\gamma = -\frac{12}{13}.$$

3.2.

$$182. |\overline{\mathbf{AB}}| = \frac{3}{5}|\overline{\mathbf{AC}}|, \quad \overline{\mathbf{AC}} \text{ длиннее } \overline{\mathbf{AB}}. \quad 183. \alpha = -4, \quad \beta = \frac{3}{2}.$$

$$184. |\overline{\mathbf{AB}}| = |\overline{\mathbf{DC}}| = \sqrt{86}, \quad |\overline{\mathbf{AD}}| = |\overline{\mathbf{BC}}| = \sqrt{41}.$$

$$185. |\overline{\mathbf{AB}}| = 2|\overline{\mathbf{CD}}|, \quad \overline{\mathbf{AB}} \uparrow\uparrow \overline{\mathbf{CD}}. \quad 186. \bar{\mathbf{d}} = -48\bar{\mathbf{i}} + 45\bar{\mathbf{j}} - 36\bar{\mathbf{k}}.$$

$$187.* \bar{\mathbf{c}}(-3; 15; 12).$$

$$188.* \overline{\mathbf{AM}}(3; 4; -3), \quad \overline{\mathbf{BN}}(0; -5; 3), \quad \overline{\mathbf{CP}}(-3; 1; 0).$$

$$190.* \text{ Не коллинеарны. } \quad 191.* \bar{\mathbf{x}} = -5\bar{\mathbf{i}} + 10\bar{\mathbf{j}} + 10\bar{\mathbf{k}}.$$

3.3.

$$192. \{\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}\} \text{ – базис, } \bar{\mathbf{d}} = 2\bar{\mathbf{p}} + 5\bar{\mathbf{q}}.$$

$$193. 1) \{\bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}}\} \text{ образуют базис;}$$

$$2) \bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{b}}, \bar{\mathbf{c}} \text{ линейно зависимы, } 2\bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} - \bar{\mathbf{c}} = 0.$$

$$194. \bar{\mathbf{a}} = -2\bar{\mathbf{e}}. \quad 195. \bar{\mathbf{a}} = -\frac{4}{5}\bar{\mathbf{e}}_1 - \frac{2}{5}\bar{\mathbf{e}}_2. \quad 196. \bar{\mathbf{a}} = -2\bar{\mathbf{e}}_1 + \bar{\mathbf{e}}_2 - \bar{\mathbf{e}}_3.$$

$$197.* \bar{\mathbf{a}} + \bar{\mathbf{b}} - 2\bar{\mathbf{c}} = -2\bar{\mathbf{j}}. \quad 198.* \bar{\mathbf{p}} = 2\bar{\mathbf{a}} - 3\bar{\mathbf{b}}. \quad 199.* \bar{\mathbf{c}} = 2\bar{\mathbf{p}} - 3\bar{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{r}}.$$

$$200.* \bar{\mathbf{d}} = 2\bar{\mathbf{a}} - 3\bar{\mathbf{b}} + \bar{\mathbf{c}}. \quad 201.* 3\bar{\mathbf{m}} + 2\bar{\mathbf{n}} - 3\bar{\mathbf{p}} + 4\bar{\mathbf{q}} = 0.$$

3.4.

$$203. \rho = \frac{1}{\cos \varphi}.$$

204. 1) окружность радиусом a с центром в полюсе O ;

2) луч, проведенный из полюса O под углом α к полярной оси;

3) прямая, проходящая через полюс O под углом α к полярной оси.

$$205. (x^2 + y^2)^2 = 18xy \text{ – лемниската Бернулли.}$$

$$206. \rho = 2a \cos \varphi. \quad 207. (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = 2(x^2 - y^2).$$

$$208. (x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2).$$

$$209. (x^2 + y^2 - x)^2 = 4(x^2 + y^2).$$

$$210. \rho = a. \quad 211.* \rho^2 = \frac{b^2}{1 - \varepsilon^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

3.5.

$$212. (\mathbf{r}, \mathbf{b}) = 14, \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{7}{27}}. \quad 213. 1) -7, 2) 13. \quad 214. \alpha = 40.$$

$$216. \varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}. \quad 217. -\frac{1}{3}. \quad 218. |\bar{a} + \bar{b}| = 15, \quad |\bar{a} - \bar{b}| = \sqrt{593}.$$

$$219.* A = 2. \quad 220.* \varphi = \pi - \arccos \frac{6}{\sqrt{11}}. \quad 221.* \sqrt{3}.$$

$$222.* \bar{x} = -\frac{3}{2}\bar{i} + \frac{3}{4}\bar{j} + \frac{3}{2}\bar{k}.$$

3.6.

$$223. \mathbf{a} \times \mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 35\mathbf{j} - 18\mathbf{k}, \quad |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 38,52. \quad 224. 14. \quad 225. S = 1,5.$$

$$226. 2\bar{i} + 11\bar{j} + 7\bar{k}. \quad 227. \frac{\sqrt{30}}{6}. \quad 228. \frac{2\sqrt{22}}{\sqrt{109}}. \quad 229.* \frac{15\sqrt{2}}{2}.$$

$$230.* 18\bar{i} - 6\bar{j} - 8\bar{k}. \quad 231.* \frac{13}{\sqrt{6}}(-1; -1; 2). \quad 232.* \left(\frac{5}{4}; \frac{1}{2}; \frac{11}{4}\right).$$

$$233.* \frac{3\sqrt{21}}{14}.$$

3.7.

$$234. \left(\overrightarrow{A_1A_2} \overrightarrow{A_1A_3} \overrightarrow{A_1A_4}\right) = -24, \quad V = 4 \text{ куб. ед.}$$

235. 1) правая; 2) левая; 3) левая.

$$236. \begin{cases} 27, \text{ если тройка векторов правая,} \\ -27, \text{ если тройка векторов левая.} \end{cases}$$

237. 1) компланарны; 2) не компланарны.

238. Точки лежат в одной плоскости.

239. $V = 12$, тройка левая. 240.* $h = 11$.

$$241.* D_1(0; 8; 0), D_2(0; -7; 0).$$

242.* Указание. Домножить все члены на \bar{c} скалярно. Зная, что $[\bar{b}, \bar{c}]\bar{c} = 0$ и $[\bar{c}, \bar{a}]\bar{c} = 0$, получаем $[\bar{a}, \bar{b}]\bar{c} = 0$, а это и есть условие компланарности трех векторов.

243.* $V = 0$, так как видно из разложения векторов \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , что они компланарны.

244.* $\text{пр}_{\bar{b}}\bar{a} = \frac{6}{7}$, если $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ - правая тройка, $\text{пр}_{\bar{b}}\bar{a} = -\frac{6}{7}$, если $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ - левая тройка.

3.8.

$$245. \frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1 \text{ или } \frac{x}{2} + \frac{y}{-6} = 1. \quad 247. \frac{\pi}{4}. \quad 248. d = 4.$$

$$249. |\mathbf{AD}| = \sqrt{10}. 250^*. 1,3. 251^*. 7x - 9y + 2 = 0.$$

$$252^*. \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1. 253^*. \mathbf{B}(1;3), \mathbf{C}(11;6).$$

$$254^*. \mathbf{B}(1;1), \mathbf{D}(-1;3) \quad \mathbf{AB}: x - 1 = 0, \quad \mathbf{BC}: y - 1 = 0, \\ \mathbf{CD}: x + 1 = 0, \quad \mathbf{AD}: y - 3 = 0.$$

3.9.

$$255. 2x + y = 0. 256. 5x - 3y + 2z + 1 = 0. 257. \pi/3.$$

$$258. 2x + 3y + 2z - 3 = 0. 259. x + y + z - 12 = 0.$$

$$260^*. 2x - 2y + z - 2 = 0. 261. d = 3. 262^*. \pi/3.$$

$$263^*. x - y + 2 = 0. 264^*. 15x + 10y - 6z - 60 = 0.$$

$$265. \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}. 266. \frac{x}{-11} = \frac{y-2}{17} = \frac{z-1}{13}.$$

$$267. \frac{x-3}{0} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}. 268. 8x - 5y + z - 11 = 0.$$

$$269. \begin{cases} x = 2t \\ y = -8t \\ z = 4 \end{cases} \quad 270^*. \mathbf{M}_0(5;5;5). 271^*. \mathbf{M}_0(3;3;3).$$

$$272^*. \begin{cases} x = 5t + 1 \\ y = -4t \\ z = -t - 1 \end{cases} \quad 273^*. \frac{x}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-1} = \frac{z - \frac{5}{3}}{0}. 274^*. d = 7.$$

3.10.

$$275. \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1. 276. \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1. 277. \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{75} = 1.$$

$$278. \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1. \quad 279. x^2 = 8y. \quad 280. * S = \frac{480}{7}.$$

$$281. * \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1. \quad 282. * \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1. \quad 283. * 10.$$

$$284. * (x + 1,5)^2 + y^2 = 6,25.$$

3.11.

$$285. M_1(3; -3), M_2\left(\frac{69}{13}; \frac{21}{13}\right). \quad 286. M(5; -4).$$

$$287. x - 2y - 12 = 0 \text{ и } x + 2y + 8 = 0. \quad 288. M(10; -2).$$

$$289. M_1(2; -6), M_2\left(\frac{1}{2}; 3\right). \quad 290. * \frac{24}{5}\sqrt{2}.$$

$$291. * 2x - 5y + 19 = 0.$$

$$292. * 3x - 2y - 1 = 0. \quad 293. * 12. \quad 294. * x + 3y = 0.$$

3.12.

$$295. \text{Сфера с центром в т. } 0(3; -4; -1), R = 4.$$

$$296. \text{Эллипсоид } \frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(z+1)^2}{1} = 1.$$

297. Однополостный гиперболоид

$$\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{(y+3)^2}{16} - \frac{(z-2)^2}{4} = 1.$$

298. Двуполостный гиперболоид

$$\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{1} - \frac{(z-1)^2}{3} = 1.$$

$$299. \text{Эллиптический параболоид } \frac{(x+4)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{2} = z + 5.$$

$$300.* \frac{a}{a_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

$$301.* x = 0, \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1. \quad x = \pm 3, \frac{y^2}{12} - \frac{z^2}{3} = 1.$$

$$302.* \text{Эллипс: } x^2 + 2y^2 - 4x = 0, z = 0. \quad 303.* \frac{a}{a_1} = \frac{c}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$304.* z = 8.$$

ГЛАВА 4

4.1.

$$305. \frac{49}{324}. \quad 306. a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}. \quad 307. n > 333. \quad 308. a_n = \frac{n+(-1)^{n+1}}{n+2}.$$

309. $n \geq 26$. 310. $n \geq 59$. 313. Ограничены 1,3,5,8. 318. 1,3,5.

$$319. 1. \quad 320. 4. \quad 321. \frac{1}{6}. \quad 322. \frac{1}{2}. \quad 323. 0. \quad 324. \infty. \quad 325. 3. \quad 326. e^{-2}.$$

$$327. e^3. \quad 328. \frac{7}{2}. \quad 329.* \frac{\pi}{4}. \quad 330.* \frac{9\pi}{4}. \quad 332.* 1) \text{ убывающая};$$

2) немонотонная; 3) возрастающая; 4) немонотонная.

$$333.* 19800. \quad 334.* 2. \quad 335.* \frac{1}{5}. \quad 336.* -1. \quad 337.* \frac{1}{12}. \quad 338.* 0.$$

4.2.

$$339. 1) x \in [-3; 3]; 2) x \in [0; 4]; 3) x \in [-3; 0]; 4) x \in [-3; 5];$$

$$5) 2\pi n \leq x \leq \pi + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbf{Z};$$

$$6) x \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty);$$

$$7) x \in \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right); \quad 8) x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty);$$

$$9) x \in (-\infty; +\infty); \quad 10) x \in (2; 3].$$

340. 1) $[-3; +\infty)$; 2) $[1; +\infty)$; 3) $[2; 4]$; 4) $(0; 1]$; 5) $[-11; -5]$;
 6) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; 7) $[4; +\infty)$; 8) $(-\infty; -4]$.

341. 1) четная; 2) нечетная; 3) четная; 4) нечетная;
 5) четная; 6) общего вида; 7) общего вида; 8) нечетная;
 9) четная; 10) нечетная.

342. 1) да, $T = \frac{\pi}{3}$; 2) да, $T = \frac{\pi}{2}$; 3) да, $T = 5\pi$; 4) да, $T = 2\pi$;

5) да, $T = \pi\sqrt{2}$; 6) нет; 7) нет; 8) нет; 9) да, $T = 1$; 10) нет.

344.* $[-3; 0) \cup (0; \pi) \cup (\pi; 3, 2]$. 345.* $[-\log_2 6, -2]$. 346.* $[-\infty, 1]$.

347.* $\left[\frac{1}{64}; \frac{1}{8}\right]$.

4.3.

349. 1) $O(x^4)$; 2) $O(x)$; 3) $O(x^3)$; 4) $O(x^3)$; 5) $O(x)$. 351. $\frac{-3}{5}$.

352. $\frac{5}{3}$. 353. $\frac{1}{2}$. 354. $3 \ln 2$. 355. 2. 356. $\frac{1}{2}$. 357. 0. 358. ∞ .

359.* 1) $-3x^2$; 2) $-2x^2$; 3) $-\frac{\pi^2}{2}x^2$; 4) $x \ln \frac{a}{b}$; 5) $5x$.

360.* 1) $-10(1-x)$; 2) $6 \ln \frac{3}{2}(1-x)$. 361.* $\frac{1}{2}$. 362.* 4. 363.* $-\frac{1}{2}$.

364.* $\frac{21\pi}{26}$. 365.* $\frac{-3\pi^2}{2}$. 366.* 1. 367.* $e^{\frac{-1}{\pi}}$. 368.* $e^{\frac{-2}{\pi}}$. 369.* $3e$.

4.4.

370. 10. 371. $\frac{1}{8}$. 372. $\frac{9}{16}$. 373. $\frac{2}{3}$. 374. $-\frac{1}{5}$. 375. 0. 376.* -1 .

$$377.* \infty. \quad 378.* \frac{m}{n}. \quad 379.* \infty. \quad 380.* \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}. \quad 381.* 4. \quad 382.* 0.$$

$$383.* -\frac{\pi}{2}. \quad 384.* +\infty. \quad 385.* 0. \quad 386.* 0. \quad 387.* +\infty. \quad 388.* 0.$$

4.5.

$$389.* \frac{\alpha}{\beta}. \quad 390.* \frac{2}{5}. \quad 391.* \frac{2}{3}. \quad 392.* \frac{1}{3}. \quad 393.* 0. \quad 394.* 5. \quad 395.* \frac{1}{2}. \quad 396.* \frac{1}{2}.$$

$$397.* -\frac{3}{2}. \quad 398.* 1. \quad 399.* \frac{1}{2}. \quad 400.* e^{-1}. \quad 401.* 1. \quad 402.* e^{mk}. \quad 403.* e^4.$$

$$404.* \infty. \quad 405.* e^2. \quad 406.* e^6. \quad 407.* e^{\frac{2}{3}}. \quad 408.* e. \quad 409.* 1. \quad 410.* -1.$$

4.6.

415.* $x = 0$ устранимый разрыв. 416.* $x = 0$ разрыв 2 рода.

417.* $x = 1$ разрыв 1 рода, в точке $x = 1$ непрерывна справа.

418.* $x = \pm 2$ разрыв 2 рода. 419.* $x = 0$ разрыв 1 рода.

420.* $x = 3$ разрыв 1 рода.

421.* $x = 2$ разрыв 1 рода, непрерывна справа в точке $x = 2$.

422.* $x = 0$ разрыв 2 рода, $x = 1$ разрыв 1 рода.

ГЛАВА 5

5.1.

$$423.* y' = 5x^4 + 6x^2 - \frac{1}{8}. \quad 424.* y' = \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + \frac{6}{x^3}.$$

$$425.* y' = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \quad 426.* y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$$

$$427.* y' = 3x^2 \log_2 x + \frac{x^2}{\ln 2}. \quad 428.* y' = -\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}.$$

$$429. y' = \frac{\arcsin x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 430. y' = -\operatorname{tg} x.$$

$$431. y' = 3 \cdot 7^{3x-1} \ln 7. \quad 432. y' = \frac{2\operatorname{arctg} x}{1+x^2}.$$

$$433. y' = \frac{4x+4}{3\sqrt{(2x^2+4x-3)^2}}. \quad 434. y' = \frac{e^{4x}}{5\sqrt[5]{x^4}} + 4\sqrt[5]{x}e^{4x}.$$

$$435. y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}. \quad 436. y' = \frac{2\cos 2x - 2}{\operatorname{tg} x}.$$

$$437. y' = \frac{2e^{3x}(3x-1)}{(x-e^{3x})^2}. \quad 438. y' = -\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}.$$

$$439. y' = 10^x \ln 10 \cdot \sin 6x + 6 \cdot 10^x \cos 6x.$$

$$440. y' = x^x (\ln x + 1).$$

$$441. y' = 2 \ln x \cdot x^{\ln x - 1}. \quad 442. y' = (\sin x)^x (\ln \sin x + x \operatorname{ctg} x).$$

$$443.* y' = \frac{4e^{4x} - 4}{\sqrt{e^{8x} - 1}}. \quad 444.* y' = \frac{1}{\sqrt{\sin 2x (\operatorname{tg} x - \sqrt{2\operatorname{tg} x + 1})}}.$$

$$445.* y' = 2^x \cos x. \quad 446.* y' = -\frac{x+1}{(x-1)^2 \sqrt{2x-x^2}}.$$

$$447.* y' = x^{2x} \cdot 5^x (2 \ln x + 2 + \ln 5).$$

$$448.* y' = (\cos 5x)^{e^x} (\ln \cos 5x - 5 \operatorname{tg} 5x) e^x.$$

5.2.

449. -6. 450. -7,5. 451. $y = 16 + 7x$. 452. $y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x$.

453. $y = \frac{13}{6} - \frac{3}{2}x$. 454. $x = 4$. 455. $t_1 = 4$, $t_2 = 8$. 456. 23.

457.* $2x - y + 1 = 0$. 458.* $2x - y - 1 = 0$.

459.* $x + 25y = 0$, $x + y = 0$. 460.* 242.

5.3.

461. $y' = -\frac{2x \sin(x^2 + y^2) + ye^{xy}}{2y \sin(x^2 + y^2) + xe^{xy}}$. 462. $y' = \frac{(2x^2 + 1)y}{x(1 - 2y^2)}$.

463. $y' = \frac{x(2x^2 - y^2)}{y(2y^2 + x^2)}$. 464. $-\frac{1}{e}$. 465. $\pm \frac{3}{2}$. 466. -1.

467. 1; $\frac{\pm\sqrt{3}-1}{2}$. 468.* $\pm\sqrt{2+\sqrt{3}}$, $\pm\sqrt{2-\sqrt{3}}$. 469.* $\frac{1}{2}$.

470.* $-2\left(4\pi k \pm \frac{2\pi}{3}\right)$. 471.* Не существует. 472. e. 473. $-\frac{1}{2}$.

474.* $y'' = \frac{-2a^3xy}{(y^2 - ax)^3}$. 475.* $y'' = \frac{-y}{(1 - \cos(x + y))^3}$. 476.* $\frac{1}{e^2}$.

477.* $y''' = \frac{-3a^3x}{y^5}$. 478.* 0. 479.* $\frac{y\left(\cos \frac{y}{x} - \frac{2}{x} \sin \frac{y}{x}\right)}{\left(x + \sin \frac{y}{x}\right)^2}$.

480.* $\frac{y(y - 2x)}{(y - x)^3}$. 481.* $\frac{4ay}{(1 - y^2)^2}$.

$$482.* \frac{-y^2 \sin y \sin^2 x + y \cos x + y \sin^2 x \cos x}{(\cos x - \cos y)^3}$$

$$- \frac{2y \cos y - y \cos x \cos^2 y}{(\cos x - \cos y)^3}.$$

$$483.* \frac{2(xy^2 - xy - 1)(xe^{xy} - 1) + y^2}{(1 - xe^{xy})^3}.$$

5.4.

$$484. y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}. \quad 485. y' = \frac{1}{x \ln 2}. \quad 486. y'_x = \frac{\sin t}{1 - \cos t}.$$

$$487. y'_x = \frac{\cos t - \sin t}{\cos t + \sin t}. \quad 488. 0,75. \quad 489. y'_x = \frac{2\sqrt{t-1}}{3\sqrt[3]{t^2}}.$$

$$490. y' = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2t}, \quad y'' = -\frac{3t+1}{4t^3}.$$

$$491. y' = -1, \quad y'' = 0. \quad 492. y' = -\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t, \quad y'' = -\frac{b}{a^2 \sin^3 t}.$$

$$493. y' = \frac{\cos t - \sin t}{\cos t + \sin t}, \quad y'' = \frac{-2e^{-t}}{(\cos t + \sin t)^3}.$$

$$494. y' = 2 - \frac{2}{3}t, \quad y'' = -\frac{2}{9}.$$

$$495. y' = -\frac{2 \cos 2t}{\sin t}, \quad y'' = -\frac{2 \sin t \sin 2t + 2 \cos t}{\sin^3 t}.$$

$$496. y' = 2 \cos^3 t - 8 \sin t \cos^3 t,$$

$$y'' = -12 \sin t \cos^5 t - 8 \cos^6 t + 24 \cos^4 t \sin^2 t + 4 \sin^3 t \cos^3 t.$$

497. $y = -\frac{4}{3}x + 4\sqrt{2}$. 498. $y = 0$, $y = \frac{1}{3}x$. 499. 5.4.16. $x = 1$.

500. $y = \frac{\sqrt{3}}{6}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

5.5.

501. $\frac{10}{27}(x+2)^{-\frac{8}{3}}$ 502. $e^{-x}(x-3)$. 503. $2\frac{x \ln x - x - 1}{x^3}$.

504. $4^5 \cos 4x$. 505. $-4(x \cos 2x + \sin 2x)$. 506. $-\frac{2x}{(1+x^2)^2}$.

507. $\frac{x^2 - 2}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$. 508. $(-1)^n 2^n e^{-2x}$. 509. $(-1)^{n+1} \frac{(n-1)!}{x^n}$.

510. $(-1)^n \frac{n!}{(x+1)^{n+1}}$. 511. $\frac{1}{2}$. 512. $\frac{4}{9}$. 513. $\frac{1}{6}$. 514. 0. 515. 3.

516. 0. 517. 0. 518. 1. 519. -2. 520. 1. 521. e^{-1} . 522. $48dx^3$.

523. $-\frac{dx^3}{x^2}$. 524. $-\frac{xdx^2}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$.

5.6.

525. $\Delta y = 0,331$, $dy = 0,3$. 526. $\Delta y = 0,043$, $dy = 0,043$.

527. $\Delta y = 26,85$, $dy = 21,84$. 528. $\Delta y = 0,07$, $dy = 0,08$.

529. $\Delta y = 0,0525$, $dy = 0,05$.

530. 0,2. 531. $0,05e$. 532. $\frac{-\pi}{120}$. 533. $\frac{\pi}{4} + 0,01$. 534. 2,02.

535. 1,1. 536. $a = 0,9$, $\delta = \frac{9}{80}$. 537. $a = 0,9 \ln 3$, $\delta = 0,1 \ln 3$.

5.7.

548. $-2 - 12(x-1) - 8(x-1)^2$. 549. $-1 - (x+1) - (x+1)^2$.

550. $2 + \frac{x-4}{4} - \frac{(x-4)^2}{64}$. 551. $1 + x \ln 2 + \frac{x^2 \ln^2 2}{2} + \frac{x^3 \ln^3 2}{6}$.

552. 1,6487. 553. 0,754. 554. 0,587. 555. $y = \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k}}{(2k)!} + R_{2n}(x)$.

556. $y = \sum_{k=0}^n \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + R_{2n+2}(x)$.

557. $y = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k-1} x^k}{k} + R_n(x)$.

5.8.

558. а) $(-\infty; +\infty)$ возрастает;

б) $(-6; 0) \cup (6; +\infty)$ выпукла, $(-\infty; -6) \cup (0; 6)$ вогнута,
 $\{-6; 0; 6\}$ перегиб;

в) $y = x$ наклонная асимптота.

559. а) $(-\infty; +\infty)$ убывает;

б) $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$ выпукла, $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$ вогнута,
 $\{0\}$ перегиб;

в) $y = 0$ наклонная, $x = \pm 1$ вертикальные асимптоты.

560. а) $(-\infty; 0) \cup (\sqrt[3]{4}; +\infty)$ возрастает, $(0; 1) \cup (1; \sqrt[3]{4})$ убывает,
 $x_m = \sqrt[3]{4}$, $x_M = 0$;

$$\begin{aligned}
 & \text{б) } (-\infty; -\sqrt[3]{2}) \cup \left(-\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}; 0\right) \text{ выпукла,} \\
 & \left(-\sqrt[3]{2}; -\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}\right) \cup (1; +\infty) \text{ вогнута,} \\
 & \left\{-\sqrt[3]{2}; -\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}\right\} \text{ перегиб;}
 \end{aligned}$$

в) $y = x$ наклонная, $x = 1$ вертикальная асимптоты.

561. а) $(-\infty; 1)$ возрастает, $(1; +\infty)$ убывает, $x_M = 2$;

б) $(-\infty; 2)$ выпукла, $(2; +\infty)$ вогнута, $\{2\}$ перегиб;

в) $y = 0$, $x \rightarrow +\infty$ наклонная асимптота.

562. а) $(-\infty; 3)$ возрастает, $(3; +\infty)$ убывает, $x_M = 3$;

б) $(-\infty; 0) \cup (3 - \sqrt{3}; 3 + \sqrt{3})$ выпукла,
 $(0; 3 - \sqrt{3}) \cup (3 + \sqrt{3}; +\infty)$ вогнута, $\{0; 3 \pm \sqrt{3}\}$ перегиб;

в) $y = 0$, $x \rightarrow +\infty$ наклонная асимптота.

563. а) $(-1; 1)$ возрастает, $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ убывает, $x_m = -1$,
 $x_M = 1$;

б) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (0; \sqrt{3})$ выпукла, $(-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ вогнута,
 $\{0; \pm\sqrt{3}\}$ перегиб;

в) $y = 0$ наклонная асимптота.

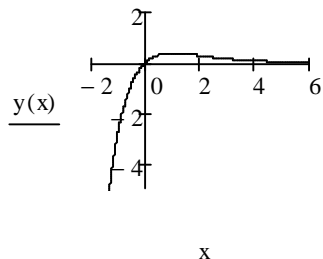
564. а) $(1; +\infty)$ возрастает, $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$ убывает, $x_m = 1$;

б) $(-\infty; 0)$ выпукла, $(0; +\infty)$ вогнута, перегиба нет;

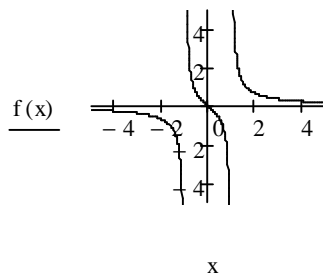
в) $y = 0$, $x \rightarrow +\infty$ наклонная, $x = 0$ вертикальная асимптоты.

565. 4, 13. 566. 0, 8. 567. $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$. 568. 0, $2\sqrt{3}-3$.

569.



$$y = \frac{x}{e^x}.$$



$$y = \frac{x}{x^2 - 1}.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ В КУРС МАТЕМАТИКИ.....	1
ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.....	5
ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ.....	15
ГЛАВА 4. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.....	30
ГЛАВА 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.....	39
ОТВЕТЫ.....	47

