4227

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Задачи для практических занятий
и самостоятельной работы
(4-й семестр)

Рязань 2009

УДК 517.53+519.21

Теория функций комплексного переменного. Теория вероятностей и элементы математической статистики. Дискретная математика: задачи для практических занятий и самостоятельной работы / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: М.Е. Ильин, А.И. Сюсюкалов, О.Н. Чемезов, И.П. Карасёв, Г.С. Лукьянова, Н.В. Ёлкина, Т.Л. Львова. – Рязань, 2009. – 76 с.

Содержат разноуровневые задачи для практических занятий и самостоятельной работы по математике. Задания повышенной сложности отмечены звёздочкой (*).

Рекомендуются преподавателям кафедры высшей математики и студентам всех специальностей дневной формы обучения.

Ил. 13.

Производная, интеграл, вычет, ряды, вероятностное пространство,

случайная величина, закон распределения, математическая статистика

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра высшей математики Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой канд. физ.-мат. наук, доц. К.В. Бухенский)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 1
ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО
1.1. Элементарные функции

Найти:

1. $\mathrm{Ln}(1+i)$; 2. $\mathrm{Ln}(-i)$; 3. $\ln(5+12i)$; 4.* $(-3+4i)^{1+i}$;

5. $\sin(2-3i)$; 6. $\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{2}i$; 7. $\mathrm{Arc}\sin\dfrac{1}{2}$; 8. $\mathrm{sh}(-2+i)$.

1.2. Предел и непрерывность

9.* Доказать, что функция $w = az + b$ в точке z_0 имеет предел $w_0 = az_0 + b$ ($a \neq 0$, b – комплексные числа).

Указание. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta \leq \dfrac{\varepsilon}{|a|}$.

10. Найти предел функции:

$$а)\ \lim_{z\to i}\frac{z^2-3iz-2}{z-i};\ б)\ \lim_{z\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos 2z}{\mathrm{ch}\,iz + i\,\mathrm{sh}\,iz}.$$

11.* Доказать, что следующие функции непрерывны на комплексной плоскости:

$$а)\ w = z^2;\ б)\ w = \mathrm{Jm}\,z.$$

12.* Показать, что многочлен (полином)

$$P_n(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = \sum_{k=0}^{n} a_k z^{n-k}$$

является непрерывной функцией на плоскости комплексного переменного $\mathbf{C}$.

13. Сформулировать определения бесконечно малой функции по Гейне (на языке последовательности) и по Коши (на языке $\varepsilon - \delta$).

14. Доказать, что $\lim\limits_{z\to 1}\dfrac{2z+1}{z+2}=1$.

15.* Доказать, что функция $w=\arg z$ $(-\pi<\arg z\le\pi)$ непрерывна на комплексной плоскости **C** с разрезом по лучу $\arg z=-\pi$.

16.* Доказать, что если однолистная в замкнутой области $\overline{D}$ функция $w=f(z)$ непрерывна, то непрерывной будет и обратная функция $z=f^{-1}(w)$.

1.3. Производная ФКП

Пользуясь условиями КРЭД (Коши-Римана-Эйлера-Даламбера), выяснить, какие из следующих функций являются аналитическими и найти их производные.

17. $w=e^{z}$. 18. $w=\bar{z}$. 19. $w=z^{3}$.

20. $w=(x+2y)+i(y-2x)$. 21. $w=\sin z$. 22. $w=z\cdot\bar{z}$.

23. Найти аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $w=u(x,y)+i\,v(x,y)$, если а) $u=x^2-y^2+2y$,

б) $v=x+y$.

1.4. Геометрический смысл модуля и аргумента производной

24. Найти модуль и аргумент производной функции:

а) $w=z^2$ в точке $z_0=2$; б) $w=\dfrac{z-1}{z+i}$ в точке $z_0=-2i$.

25.* Во что отображает функция $w=e^{z}$:

а) прямые $x=1$ и $y=\dfrac{\pi}{4}$; б) полосу $0<\mathrm{Jm}z<h$?

26.* Какая часть комплексной плоскости растягивается, а какая сжимается при отображении функциями:

а) $w = z^2 + 2z$, б) $w = \frac{1}{z}$?

27.* Найти области, на которых функция Жуковского $w = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ отображает: а) круг $|z| < R$, где $R < 1$;

б) полукруг $|z| < 1,\ \operatorname{Jm} z > 0$.

1.5. Интегрирование ФКП

28. Вычислить $\int\limits_L z^3 dz$, где L – дуга параболы $x = y^2$, соединяющая точки 0 и $1 + i$.

29. Вычислить $\int\limits_L x dz$, где L – прямолинейный отрезок, соединяющий точки 0 и $2 + i$.

30. Вычислить $\oint\limits_{L^+} |z|\, dz$, где $L : |z| = R$ – окружность, обходимая в положительном направлении.

31. Вычислить $\int\limits_L (z + 2\overline{z}) dz$, где L – дуга окружности $|z| = 2$, $-\frac{\pi}{2} \le \arg z \le \frac{\pi}{2}$.

32. Вычислить $\int\limits_{1-i}^{2+i} \left(3z^2 + 2z\right) dz$.

33.* Вычислить $\int\limits_0^i z \cos z\, dz$.

34. Вычислить $\oint\limits_{L_+} \frac{dz}{z - a}$, где L – окружность $|z - a| = 1$.

35. Вычислить $\oint\limits_{L_+} \bar{z}\,dz$, где L – окружность $|z|=1$.

36. Вычислить $\oint\limits_{L^+} (z-z_0)^n\,dz$, где $n \in Z$, линия L – окружность $|z-z_0|=R$.

37. Вычислить $\int\limits_{L} (z^n + z\bar{z})dz$, где L – дуга окружности $|z|=1$, $0 \le \arg z \le \pi$.

38.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} |z|\bar{z}\,dz$, где L – контур, ограниченный верхней полуокружностью $|z|=1$ и линией $y=0$.

39.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{z}{\bar{z}}dz$, где L – граница области $1<|z|<2$, $\operatorname{Im} z > 0$.

40.* Вычислить $\int\limits_{L} f(z)dz$, где $f(z)=y+1-xi$, L – прямолинейный отрезок, соединяющий точки 1 и $-i$.

41.* Вычислить $\int\limits_{L} \frac{dz}{z-i}$, где L – линия, состоящая из полуокружности $|z-i|=1$, расположенной вправо от оси $0y$ и отрезка AB, соединяющего точки $2i$ и $3i$.

1.6. Теоремы Коши. Интегральная формула Коши

42. Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{dz}{z-4}$, где L – эллипс $x=4\cos t$, $y=\sin t$.

43. Вычислить $\oint\limits_{L^+} (z^2+e^z)dz$, где L – окружность $|z-i|=2$.

44. Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\sin z}{z} dz$, где L – окружность $|z| = 1$.

45. Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\cos z \, dz}{z - \frac{\pi}{3}}$, где L – эллипс $x = 2\cos t$, $y = \sin t$.

46.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{4} z}{z^2 + 1} dz$, где L – окружность $x^2 + y^2 + 2y = 0$.

47. Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{dz}{z^2 + 4}$, если точка $z = -2i$ лежит внутри контура L, а точка $2i$ – вне его.

48. Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{dz}{z(z^2 - 1)}$, если точки 0 и 1 лежат внутри контура L, а точка -1 – вне его.

49.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\cos z}{(z - i)^2} dz$, где L – окружность $|z - 2i| = 2$.

50.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{z \, dz}{(z - 1)(z + 1)^3}$, где L – окружность $|z| = 2$.

51.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{1}{z^3} \cos \frac{\pi}{z + 1} dz$, где L – окружность $|z| = 0{,}5$.

52.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{1 - \sin z}{z^2} dz$, где L – окружность $|z| = 0{,}5$.

53.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\sin \pi z}{\left(z^2-1\right)^2} dz$, где L – окружность $|z-1|=1$.

54.* Вычислить $\oint\limits_{L^+} \frac{\operatorname{ch} e^{i\pi z}}{z^3-4z^2} dz$, где L – окружность $|z-2|=3$.

1.7. Разложение функции комплексного переменного в ряд Лорана

Разложить функции в ряд Лорана в указанных кольцах.

55. $f(z)=\frac{1}{(z-2)(z-3)}$, где а) $2<|z|<3$; б) $3<|z|<+\infty$.

56. $f(z)=\frac{1}{z^2+z}$, где а) $0<|z|<1$; б) $1<|z|<+\infty$.

57. $f(z)=\frac{2}{z^2-1}$, где $1<|z+2|<3$.

58. $f(z)=\frac{1}{z^2+1}$, где $0<|z-i|<2$.

59.* $f(z)=\frac{1}{(z+2)(1+z)^2}$, где а) $1<|z|<4$; б) $4<|z|<+\infty$.

60.* $f(z)=\frac{1}{z^2+2z-8}$, где $1<|z+2|<4$.

Разложить функции в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=0$.

61. $f(z)=\frac{\sin z}{z^2}$.

62. $f(z)=z^2 e^{1/z}$.

63. $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{z^3}$. 64. $f(z)=\cos\dfrac{z^2-4z}{(z-2)^2}$, $z_0=2$.

1.8. Изолированные особые точки и их классификация

Найти все конечные особые точки функции $f(z)$ и определить их характер (для полюса указать порядок).

65. $f(z)=\dfrac{z+2}{(z-1)^3 z(z+1)}$. 66. $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+i)^3}$.

67. $f(z)=\dfrac{1}{1-\sin z}$. 68. $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{z^2}$. 69. $f(z)=e^{\frac{1}{z-2i}}$.

70.* $f(z)=\dfrac{\sin z}{z^5}$. 71.* $f(z)=\dfrac{z^2}{\cos z-1}$.

72.* $f(z)=\dfrac{1-\sin z}{\cos z}$. 73.* $f(z)=\dfrac{z-\pi}{\sin^2 z}$.

Исследовать поведение функции $f(z)$ в окрестности бесконечно удалённой точки.

74. $f(z)=\dfrac{z^2}{3+z^2}$. 75. $f(z)=\dfrac{2z^5-z+1}{z^2+z+8}$. 76. $f(z)=\dfrac{z}{5-z^4}$.

77.* $f(z)=e^{-z}$ .78.* $f(z)=e^{1/z}+z^2-4$.

1.9. Вычеты и их вычисление

Найти вычеты функции $f(z)$ относительно каждой её конечной особой точки.

79. $f(z)=\dfrac{z^2+1}{z-2}$. 80. $f(z)=\dfrac{e^{\pi z}}{z-i}$. 81. $f(z)=\dfrac{1}{(z^2+1)^3}$.

82. $f(z)=\dfrac{1}{z^3-z^5}$. 83.* $f(z)=\dfrac{\operatorname{ch} z}{(z^2+1)(z-3)}$.

84. $f(z)=\cos\dfrac{1}{z}+z^3$. 85. $f(z)=\dfrac{1-\cos z}{z^3(z-3)}$. 86. $f(z)=z^2\sin\dfrac{1}{z}$.

87.* $f(z)=e^{\frac{z}{z-1}}$. 88. $f(z)=\dfrac{e^{1/z}}{1+z}$.

1.10. Приложения вычетов к вычислению интегралов

Вычислить интегралы от функции $f(z)$ по замкнутому контуру L.

89. $\oint\limits_{|z|=2}\dfrac{e^z dz}{z^3(z+1)}$. 90. $\oint\limits_{|z-i|=3}\dfrac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2}dz$.

91. $\oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} z^2\sin\dfrac{1}{z}dz$. 92.* $\oint\limits_{|z+1|=4}\dfrac{zdz}{e^z+3}$.

93. $\oint\limits_{L}\dfrac{\cos\frac{z}{2}}{z^2-4}dz$, где $L:\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

94. $\oint\limits_{L}\dfrac{z+1}{z^2+2z-3}dz$, где $L: x^2+y^2=16$.

95.* $\oint\limits_{L}\dfrac{dz}{z^2+1}$, где $L: x^2+y^2=2x$.

С помощью вычетов вычислить интегралы от функций действительного переменного.

96. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{x+2}{(x^2+9)(x^2+1)}dx$. 97. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{x^2-1}{(x^2+25)(x^2+1)}dx$.

98.* $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x+1}{\left(x^2+4\right)^2\left(x^2+1\right)} dx$.

99.* $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+5}{\left(x^2+4\right)\left(x^2+1\right)^2} dx$.

100. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{dx}{2\cos x+3}$.

101. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{dx}{\sqrt{3}\sin x+2}$.

102. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{dx}{\sin x+\cos x+2}$.

103.* $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{dx}{\left(\sqrt{5}\cos x-3\right)}$.

104.* $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{dx}{\left(\sqrt{7}\sin x+3\right)}$.

105. $\int\limits_{0}^{2\pi} \frac{x\sin x dx}{x^2+4x+20}$.

106.* $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{\left(x^2+4\right)^2} dx$.

107. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\cos x\, dx}{x^2+9}$.

108.* $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\sin x}{\left(x^2+9\right)^2} dx$.

109.* $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{\left(x^2+2\right)\left(x^2+1\right)} dx$.

ГЛАВА 2
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

2.1. Элементы комбинаторики

110. На четырёх разноцветных карточках написаны буквы А, А, М, М. Ребёнок, который не умеет читать, наудачу раскладывает эти карточки в ряд. Сколько раз у него может получиться слово МАМА?

111. На пяти разноцветных карточках написаны буквы А, А, Д, М, М. Наудачу по одной выбираются четыре карточки и раскладываются в ряд в порядке появления. Сколько раз получится слово МАМА? Сколько раз получится слово ДАМА?

112. Из пяти карточек, на которых написаны цифры 1,2,3,4,5, наудачу выбираются три (пять) карточки и раскладываются в ряд в порядке появления. Сколько трёхзначных

(пятизначных) чисел можно составить? Сколько чётных трёхзначных чисел можно составить? Сколько нечётных трёхзначных чисел можно составить?

113. Из пяти карточек, на которых написаны цифры 1,2,3,4,5, наудачу выбираются по одной три (пять) карточки. Цифра, написанная на извлечённой карточке, записывается, и эта карточка перед следующим извлечением возвращается обратно. Сколько трёхзначных (пятизначных) чисел можно записать таким образом? Сколько чётных трёхзначных чисел можно записать? Сколько нечётных трёхзначных чисел можно записать?
114. Имеются три банки с красками разных цветов. Забор можно покрасить краской из любой одной банки. Можно покрасить забор, предварительно смешав краски из любых двух банок. Можно покрасить забор, смешав краски всех трёх банок. Сколько всего вариантов цветов покраски забора можно составить? Как изменится это количество вариантов цветов, если будет четыре банки красок разных цветов?
115. Из колоды карт (36 штук) наудачу без возвращения извлекают три карты. Сколько всего различных наборов по три карты можно сделать? Сколько можно составить наборов, в которых будут три «картинки»? Сколько можно составить наборов, в которых будут одни «короли»? Сколько можно составить наборов, в которых будут только три карты бубновой масти?
116. Из колоды карт (36 штук) наудачу по одной, возвращая каждый раз карту после фиксирования её номинала, извлекают три карты. Сколько всего различных наборов по три карты можно составить? Сколько можно составить наборов, в которых будут три «картинки»? Сколько можно составить наборов, в которых будут одни «короли»? Сколько можно составить наборов, в которых будут только три карты бубновой масти?
117. В партии домино имеется 28 костей. В домино играют четыре человека, которые, начиная игру, разбирают все кости. Сколько всего вариантов разбора костей партии домино возможно?
118. В урне имеются 15 шаров. Из них: 6 шаров белого цвета и 9 шаров чёрного цвета. Извлекаются наудачу три шара: а) с возвращением; б) без возвращения. Сколько всего наборов для каждого способа извлечения можно сделать. Сколько в

каждом случае можно сделать наборов, в которых все шары будут: 1) белого цвета; 2) чёрного цвета; 3) одного цвета. Сколько наборов можно сделать, в которых будут шары разных цветов?

119. В библиотеке в очереди стоят десять студентов. Сколько вариантов очередей возможно? Сколько будет вариантов очередей, в которых: а) три определённых студента А, В и С стоят рядом в последовательности АВС; б) три определённых студента А, В и С стоят рядом?

120. В библиотеке в очереди стоят десять студентов. Сколько будет вариантов очередей, в которых между А и В стоят: а) два студента; б) три студента?

121. В урне находятся шары трёх цветов: 7 – белых, 5 – красных и 3 – синих. Наудачу без возвращения извлекаются три шара. Сколько всего различных наборов по три шара можно сделать? Сколько можно сделать наборов, в которых будут шары только белого, красного, синего цвета? Сколько можно сделать наборов, в которых будут шары только одного цвета? Сколько можно сделать наборов, в которых будут шары всех цветов?

122. В каждом регионе Российской Федерации государственный номер автомобиля состоит из трёх (из двенадцати возможных) букв латинского алфавита и трёхзначного числа (от 001 до 999). Например: «А 621 ТЕ» или «В 384 СК». Сколько всего автомобилей может быть зарегистрировано таким образом в каждом регионе?

123. В урне находятся 8 белых и 6 красных шаров. Найти число способов выбора пяти шаров, если: а) эти шары могут быть любого цвета; б) три шара должны быть белого, а два – красного цвета; в) все пять шаров должны быть одного цвета.

124. Необходимо разделить группу из 20 человек на одну группу в 10 и две группы по 5 человек. Сколькими способами можно это сделать?

2.2. Классическое определение вероятности

125. Две игральных кости подбрасываются наудачу. Определить элементарные исходы, которые могут произойти в результате опыта, и построить множество элементарных исходов. Указать подмножества множества элементарных исходов, определяющих случайные события: А - «количество очков, выпавших на верхних гранях костей, – одинаковое»; В – «сумма очков, выпавших на верхних гранях костей, равна восьми». Найти вероятности наступления этих событий.
126. Из колоды карт (36 штук) наудачу извлекаются последовательно две карты. Найти вероятности следующих событий: А – «извлеченные карты – туз и шестёрка»; В – «первая извлечённая карта – туз, а вторая – шестёрка». Как изменятся вероятности этих событий, если перед извлечением второй карты первую карту возвращают в колоду?
127. В урне находятся 5 белых и 6 чёрных шаров. Наудачу из урны извлекаются два шара. Определить вероятность того, что будут извлечены: а) два шара белого цвета; б) два шара чёрного цвета; в) шары разного цвета; г) шары одного цвета.
128. В группе, насчитывающей 25 студентов, 5 юношей и 20 девушек. Наудачу из списка выбирается пять студентов. Какова вероятность того, что среди выбранных студентов будет ровно три девушки?
129. В урне имеются шары трёх цветов: два белых, три чёрных и пять красных. Наудачу извлекаются сразу три шара. Какова вероятность того, что: а) это будут шары одного цвета; б) это будут шары разных цветов; в) среди извлечённых шаров хотя бы два разного цвета? Как изменятся эти вероятности, если шары извлекаются по одному с возвращением в урну каждого шара (после фиксирования его цвета) перед следующим извлечением?
130. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекаются без возвращения пять карт. Какова вероятность того, что среди извлечённых карт будут два туза?

131. Среди десяти лотерейных билетов – два выигрышных. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов: а) будет только один выигрышный; б) будут оба выигрышных; в) не будет ни одного выигрышного; г) будет хотя бы один выигрышный.
132. Наудачу подбрасываются две игральных кости. Что более вероятно: сумма выпавших очков равна шести, или сумма выпавших очков равна восьми?
133. В партии, содержащей $m+n$ штук деталей, m штук доброкачественных и n штук – бракованных деталей. Определить вероятность того, что среди взятых для контроля s штук деталей окажется ровно k штук доброкачественных. Указать границы для возможных значений чисел k и s.
134. Обозначим через A_k случайное событие: «в игре «Спортлото 6 из 49» угадано k чисел». Определить вероятности случайных событий A_k, если $k = 0,1,2,3,4,5,6$.
135. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу без возвращения извлекают шесть карт. Какова вероятность того, что среди извлечённых карт окажется не менее чем два туза?
136. Из колоды, содержащей 52 карты, наудачу без возвращения извлекают шесть карт. Какова вероятность того, что среди извлечённых карт: а) окажется «король пик»; б) окажется один «король»; в) будут «короли»?
137. Из колоды, содержащей 52 карты, наудачу последовательно по одной извлекаются три карты. Определить вероятность того, что последовательно появятся карты: «тройка», «семёрка» и «туз». Как изменится вероятность появления этих трёх карт, если нам не будет важен порядок их следования?
138. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли четыре человека. Считая, что каждый из них с равной возможностью, независимо от других, может выйти из лифта на любом этаже, начиная со второго, найти вероятность того, что все пассажиры выйдут из лифта: а) на одном этаже; б) на разных этажах.

139. На пяти карточках написаны цифры от 1 до 5. Опыт состоит в случайном выборе трёх карточек и раскладывании их в порядке появления в ряд слева направо. Найти вероятность того, что полученное трёхзначное число будет чётным числом.

140. Набирая номер телефона, абонент понял, что он забыл последние три цифры. Помня лишь, что эти цифры различные и нечётные, он набрал их наудачу. Определить вероятность того, что абонент дозвонился туда, куда ему было необходимо.

2.3. Геометрическое определение вероятности

141. В круг, длина радиуса которого равна R, наудачу бросается точка. Возможность попадания точки в любую область круга не зависит от места положения области в круге и пропорциональна лишь площади этой области. Какова вероятность того, что расстояние от точки до центра круга будет меньше, чем половина длины радиуса?

142. В круг, длина радиуса которого равна R, наудачу бросается точка. Возможность попадания точки в любую область круга не зависит от места положения области в круге и пропорциональна лишь площади этой области. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанного в круг квадрата?

143. В круге радиусом R параллельно заданному направлению проводятся хорды. Какова вероятность того, что длина наудачу проведённой хорды будет не более чем R, если равновозможны любые положения точек пересечения хорды с диаметром перпендикулярным заданному направлению?

144. Из наудачу выбранной на полуокружности точки на диаметр опускается перпендикуляр. Какова вероятность того, что длина этого перпендикуляра будет меньше, чем половина длины радиуса?

145. На отрезке длиною l наудачу выбраны две точки, в результате чего этот отрезок оказался разделённым на три части. Определить вероятность того, что из трёх получившихся частей можно построить треугольник.

146. На отрезке длиною l наудачу выбраны две точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними меньше kl, где $0 < k < 1$?

147. На отрезке AB длиною l наудачу поставлены две точки L и M. Найти вероятность того, что точка L будет ближе к точке M, чем к точке A.

148. В квадрате, вершины которого имеют координаты: $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$ и $D(0;1)$, ставится наудачу точка M, координаты которой $(x;y)$. Определить вероятность случайного события $E = \left\{\max(x,y) > \frac{1}{2}\right\}$.

149. В круге радиусом r с центром в начале координат наудачу ставится точка M. Пусть $(x;y)$ – её координаты. Определить вероятность случайного события $A = \left\{\max(|x|,|y|) > \frac{r}{2}\right\}$.

150. Из множества положительных чисел, которые не превосходят единицу, наудачу выбираются два числа. Определить вероятность того, что сумма квадратов этих чисел не превосходит число 0,75.

151. Начало прямоугольной системы координат находится в центре круга единичного радиуса. Определить вероятность того, что сумма абсолютных значений координат наудачу выбранной внутри круга точки не превосходит длины радиуса круга.

152. В шаре, длина радиуса которого равна R, наудачу выбирается точка. Определить вероятность того, что эта точка окажется внутри куба вписанного в этот шар.

153. Наугад взяты два положительных числа, каждое из которых не больше единицы. Какова вероятность того, что их сумма будет меньше единицы, а произведение – больше $\frac{2}{9}$?

154. Из множества чисел $U = [0;1]$ наудачу выбираются два числа. Найти вероятность того, что сумма их квадратов будет меньше, чем $\frac{3}{4}$.

2.4. Вероятности суммы и произведения событий

155. Два стрелка, вероятности попадания в мишень у которых равны соответственно 0,7 и 0,8, делают по одному выстрелу в одну мишень. Определить вероятности следующих событий: A – «в мишени будут два попадания»; B – «в мишени будет хотя бы одно попадание»; C – «попаданий в мишень не будет».
156. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом. В первой урне: 5 белых шаров, 11 чёрных и 8 красных. Во второй урне соответственно: 10,8 и 6. Из каждой урны наудачу извлекаются по одному шару. Какова вероятность того, что извлечённые шары будут одинакового цвета?
157. В урне находится n шаров с номерами от 1 до n. Шары извлекаются наудачу по одному без возвращения. Какова вероятность того, что при первых k извлечениях номера появившихся шаров совпадут с номерами извлечений ($1 \leq k \leq n$)?
158. Вероятность наступления некоторого случайного события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты проводятся последовательно до наступления этого события. Определить вероятность того, что: а) придётся проводить четвёртый опыт; б) будет проведено четыре опыта.
159. Три стрелка одновременно стреляют по одной мишени. Вероятности попадания при одном выстреле соответственно равны 0,7; 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что при одновременном залпе этих стрелков в мишени будет: а) только одно попадание; б) хотя бы одно попадание.
160. Из урны, содержащей шесть белых и четыре чёрных шара, наудачу последовательно по одному извлекаются шары до первого появления шара чёрного цвета. Найти вероятность

того, что придётся производить четвёртое извлечение, если шары берутся: а) без возвращения; б) с возвращением в урну после фиксирования его цвета.

161. Вероятность того, что изготовленная на первом станке деталь будет первосортной равна 0,7. Для детали изготовленной на втором станке эта вероятность равна 0,8. На первом станке изготовлены две детали, на втором – три. Найти вероятность того, что все пять деталей будут первосортными.

162. На пяти карточках написано по одной букве так, что они составляют слово «колос». Карточки перемешиваются, а затем раскладываются наудачу снова в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «сокол»?

163. На шести карточках написано по одной букве так, что они составляют слово «карета». Карточки перемешиваются, а затем раскладываются наудачу снова в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ракета»?

164. Для сигнализации об аварии установлены два работающих независимо друг от друга сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,95, а того, что сработает второй сигнализатор – 0,9. Найти вероятность того, что: а) при аварии сработает только один сигнализатор; б) при аварии сработает хотя бы один сигнализатор.

165. Из урны, содержащей два чёрных и два белых шара, два игрока поочерёдно без возвращения извлекают шары. Выигрывает тот, кто первым извлечёт белый шар. Найти вероятности выигрыша для каждого из игроков.

166. Три орудия поочерёдно стреляют по одной мишени до первого попадания в неё. Вероятности попадания при одном выстреле у них равны соответственно: 0,6; 0,5 и 0,4. Определить вероятность того, что цель будет поражена, если каждое орудие может сделать не более трёх выстрелов. Какова вероятность того, что цель будет поражена при четвёртом выстреле? Какова вероятность того, что на поражение цели будет израсходовано не более трёх снарядов?

167. В урне находятся 5 белых, 7 красных и 9 синих шаров. Наудачу извлекаются сразу три шара. Какова вероятность того, что все извлечённые шары одинакового цвета? Какова вероятность того, что эти шары – синие, если известно, что они одинакового цвета и не белые?

168. Из колоды карт (36 штук) наудачу извлекаются сразу три карты. Определить вероятность того, что это будут три «дамы», если известно, что это три карты - «картинки».

169. Двое поочерёдно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше появится герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

170. Трое поочерёдно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше появится герб. Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков.

2.5. Формула полной вероятности и формула Байеса

171. Имеются две партии изделий по 12 и 10 штук, причём в каждой партии одно изделие - бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую. После этого наудачу выбирается одно изделие из второй партии. Определить вероятность извлечения бракованного изделия из второй партии.

172. В двух урнах находятся соответственно m_1 и m_2 белых и n_1 и n_2 чёрных шаров. Из каждой урны наудачу извлекается по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу выбирается один. Какова вероятность того, что этот шар будет белым?

173. Имеется три партии деталей. Для контроля качества деталей из наудачу выбранной партии наудачу взята одна деталь. Как велика вероятность обнаружения бракованной детали, если в одной из партий $\frac{2}{3}$ общего количества деталей – бракованные, а в двух других – все доброкачественные?

174. В двух из трёх одинаковых урн находятся по два чёрных и по два белых шара, а в третьей пять белых и один чёрный

шар. Из наудачу выбранной урны извлекли один шар, который оказался белым. Какова вероятность того, что извлечение проводилось из урны, содержащей пять белых шаров?

175. В тире имеется пять ружей, вероятности попадания при одном выстреле из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 и 0,9.Стреляющий берёт винтовку наудачу и делает один выстрел. Определить вероятность попадания.

176. Вероятность попадания снаряда в цель при одном выстреле равна 0,7, а вероятность разрушения цели при попадании в неё одного снаряда равна 0,9. Орудие произвело подряд три выстрела. Какова вероятность того, что цель будет разрушена?

177. В правом кармане имеются три монеты по 50 копеек и четыре монеты по 10 копеек, а в левом – шесть монет по 50 копеек и три монеты по 10 копеек. Из правого кармана в левый карман наудачу перекладываются пять монет. После этого из левого кармана наудачу извлекается одна монета. Определить вероятность того, что это будет монета достоинством в 50 копеек. Как изменится эта вероятность, если сначала перекладывать монеты из левого кармана в правый карман, а потом из правого кармана наудачу брать монету такого же достоинства?

178. Из 30 вопросов программы составлено пятнадцать билетов, каждый из которых состоит из двух вопросов. Экзаменующийся студент может ответить только на 25 вопросов. Определить вероятность того, что экзамен экзаменующимся будет сдан, если для этого надо ответить на два вопроса билета или на один из вопросов билета и на один дополнительный вопрос, заданный экзаменатором.

179. Вероятности попадания при одном выстреле для трёх стрелков равны соответственно $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$. При одновременном выстреле всех трёх стрелков имелось два попадания в мишень. Определить вероятности того, что промахнулся: а) первый, б) второй, в) третий стрелок.

180. Трое охотников одновременно выстрелили по вепрю, который в результате был убит одной пулей. Определить вероятности того, что вепрь убит первым, вторым или третьим охотником, если вероятности попадания для них равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. Эти вероятности должны помочь установить долю каждого стрелка при делении трофея.

181. Брошены три игральных кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпало по шесть очков, если известно, что, по крайней мере, на одной кости выпало шесть очков.

182. В первой урне находятся 1 белый и 9 чёрных шаров, а во второй – 1 чёрный и 4 белых. Из каждой урны удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что вынутый из третьей урны шар окажется белым.

183. На сборку поступают детали с двух станков-автоматов. Первый станок даёт в среднем 0,2% брака, второй – 0,1%. Найти вероятность того, что взятая слесарем-сборщиком деталь будет «хорошей», если с первого станка-автомата поступило 2000 штук деталей, а со второго – 3000 штук.

184. В двух ящиках находятся по десять деталей первого и второго сортов. В первом ящике две второсортных детали, а во втором – три. Из выбранного наудачу ящика взяли две детали, оказавшиеся разных сортов. Из какого ящика вероятнее всего проводилось извлечение?

185. Первое орудие артиллерийской батареи попадает в цель с вероятностью 0,3, два других орудия в эту же цель попадают с одинаковыми вероятностями – 0,2. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Орудия одновременно произвели по одному выстрелу, в результате чего цель была поражена. Определить вероятность того, что первое орудие попало в цель.

2.6. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли

186. Определить вероятность того, что в номере первой встретившейся автомашины: а) имеется одна цифра пять;

б) имеются две цифры пять; в) нет цифры пять; г) есть хотя бы одна цифра пять. Известно, что все номера трёхзначные, неповторяющиеся и равновозможные.

187. В семье десять детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки равными 0,5, определить вероятность того, что в данной семье: а) пять мальчиков; б) мальчиков не менее трёх, но и не более восьми.

188. Что вероятнее: а) выиграть у равносильного противника три партии из четырёх, или выиграть пять партий из восьми; б) выиграть не менее трёх партий из четырёх, или выиграть не менее пяти партий из восьми?

189. Монета брошена n раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет хотя бы один раз.

190. Сколько раз нужно бросить монету, чтобы с вероятностью не меньшей, чем $P = 0{,}9$ быть уверенным, что герб выпадет хотя бы один раз.

191. Монета бросается до тех пор, пока «герб» не выпадет пять раз. Что более вероятно: монета будет бросаться восемь раз или десять раз?

192. Игральная кость бросается до тех пор, пока число очков кратное трём не появится k раз. Определить вероятность того, что будет сделано n бросаний.

193. Вероятность забросить мяч в корзину при одном броске для данного баскетболиста равна 0,4. Произведено десять бросков. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность.

194. Игральная кость брошена шесть раз. Найти вероятность того, что на верхней грани появятся одна, две, три, четыре, пять и шесть точек по одному разу.

2.7. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона

195. Вероятность сбоя в работе телефонной станции при каждом вызове равна $p = 0{,}002$. Поступило 900 вызовов. Пусть ξ –

число сбоев, произошедших при этих вызовах. Найти $P(\xi > 2)$.

196. На факультете насчитывается 500 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днем рождения одновременно для k студентов данного факультета? Вычислить указанную вероятность для значений $k = 0, 1, 2, 3$.

197. Аппаратура состоит из 1000 элементов, каждый из которых независимо от остальных выходит из строя за время T с вероятностью $p = 5 \cdot 10^{-4}$. Найти вероятность следующих событий: A – за время T откажет ровно 4 элемента, B – за время T откажет хотя бы один элемент.

198. Радиостанция ведет автоматическую передачу цифрового текста в течение 10 мкс. Работа ее происходит при наличии хаотической импульсной помехи, среднее число импульсов которой в одну секунду составляет 10^4. Для срыва передачи достаточно попадание двух импульсов помехи в период работы станции. Вычислить вероятность срыва передачи.

199. По мишени произведено 1000 независимых выстрелов. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Пусть ξ – число попаданий в мишень. Найти $P(\xi > 610)$.

200. Какова вероятность, что при 100 бросаниях монеты «герб» появится от 40 до 60 раз?

201. Вероятность рождения мальчика $p = 0{,}515$. Считая применимым локальную и интегральную теоремы Муавра-Лапласа, вычислить вероятность события A – среди 100 новорожденных будет 51 мальчик, B – среди 100 новорожденных будет больше мальчиков, чем девочек.

202. Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. В силу наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти

вероятность следующих событий: A – в принятом тексте, содержащем 1100 цифр, будет меньше 20 ошибок, B – будет сделано ровно 7 ошибок.

2.8. Законы распределения дискретных случайных величин

203. Монета подбрасывается три раза. Случайная величина – число выпавших гербов. Найти: а) ряд распределения, б) функцию распределения.
204. В урне 5 белых и 25 черных шаров. Вынули 1 шар. Случайная величина ξ – число белых шаров в выборке. Найти: а) ряд распределения, б) функцию распределения.
205. Из партии 25 изделий, среди которых имеются 6 бракованных, выбраны случайным образом три изделия для проверки их качества. Найти: а) ряд распределения, б) функцию распределения случайного числа ξ бракованных изделий, содержащихся в выборке.
206. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Найти вероятность попадания при двух и более пуль, если число выстрелов равно 5000.
207. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 800 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 5 абонентов?
208.* В одном из экспериментов Пирсона с подбрасыванием монеты из общего числа 24000 подбрасываний герб выпал 12012 раз. Сколь вероятно, что при повторении эксперимента получится такое же или еще большее отклонение относительной частоты успехов от вероятности успеха в одном опыте?
209. Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0,25. Какова вероятность того, что в 300 испытаниях успех наступит: а) ровно 75 раз; б) ровно 85 раз?

210. Производство дает 1 % брака. Какова вероятность того, что из взятых на исследование 1100 изделий выбраковано будет не более 17?

2.9. Законы распределения непрерывных случайных величин

211. Найти функцию распределения случайной величины, распределенной равномерно на отрезке $[a;\, b]$. Построить ее график.

212. Найти функцию распределения случайной величины, распределенной по показательному закону. Построить ее график.

213. Случайная величина ξ распределена по закону Коши с плотностью распределения вероятностей $f(x)=\dfrac{a}{1+x^2}$. Найти: а) коэффициент a; б) функцию распределения; в) $P\{-1\le\xi<1\}$.

214. Функция распределения случайной величины ξ имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ (x-2)^2, & 2\le x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

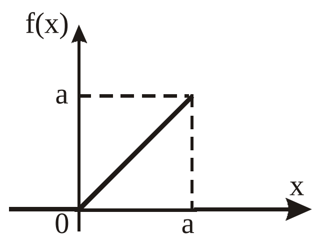
Найти: а) плотность распределения вероятностей; б) $P\{-1\le\xi<2{,}5\}$; в) $P\{2{,}5\le\xi<3{,}5\}$.

215. Функция распределения имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ a\left(1-e^{-x}\right), & x\ge 0.\end{cases}$$

Найти: а) параметр a; б) плотность распределения;

в) $P\{\xi\ge a\}$.



216.* На рис. 1 изображен график плотности распределения вероятностей. Найти:

а) параметр a ; б) функцию распределения; в) $P\left\{-1 \le \xi < \frac{a}{2}\right\}$.

2.10. Числовые характеристики дискретных случайных величин

217. Дан ряд распределения случайной величины ξ .

ξ	0	1	2	3
P	0,1	0,3	0,5	0,1

Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$ и моду M_0 .

218. Производится серия из 4 независимых испытаний. Вероятность успеха в каждом испытании равна p . Случайная величина ξ – число успехов в серии. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $\sigma[\xi]$, начальный момент α_2 .

219. Брошены два игральных кубика. Случайная величина ξ – сумма выпавших очков. Найти $M[\xi]$ и моду M_0 .

220. Случайная величина ξ принимает все целые значения от 1 до 5 с вероятностями, обратно пропорциональными этим значениям. Найти $M[\xi]$.

221. Производится три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна p . Рассматриваются две случайные величины: ξ – разность между числом попаданий и числом промахов; η – сумма числа попаданий и числа промахов. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $M[\eta]$, $D[\eta]$.

222.* Случайная величина ξ принимает два значения: 3 и 5 с вероятностями $p\{\xi=3\}=0{,}2$ и $p\{\xi=5\}=0{,}8$. Найти центральные моменты μ_2, μ_3 и μ_4.

223.* Случайная величина ξ имеет биноминальное распределение с параметрами n, p. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$.

224.* Случайная величина ξ распределена по закону Пуассона с параметром λ. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$.

225.* Вероятность наступления успеха в каждом независимом испытании равна p $(0<p<1)$. Испытания проводятся до тех пор, пока не наступит успех. Случайная величина ξ – число испытаний. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$ и $\sigma[\xi]$.

2.11. Числовые характеристики независимых случайных величин

226. Для равномерного распределения с плотностью

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in(a;b),\\ 0, & x\notin(a;b).\end{cases}$$

Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $\sigma[\xi]$, коэффициент асимметрии $\gamma[\xi]$, коэффициент эксцесса $\varepsilon[\xi]$, медиану Me.

227. График плотности распределения вероятностей изображен на рис. 2. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, медиану Me.

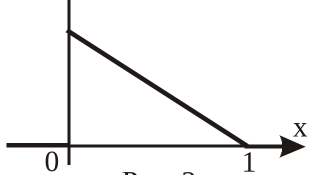
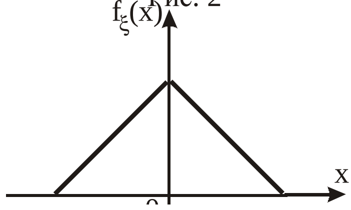


Рис. 2

228. График плотности распределения случайной величины ξ изображен на рис. 3.



Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, медиану Mo, моду Me.

229. График функций распределения случайной величины ξ изображен на рис. 4. Найти коэффициент асимметрии $\gamma[\xi]$, коэффициент эксцесса $\varepsilon[\xi]$и медиану M_0.

230.* Для показательного распределения с плотностью

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0,\end{cases}$$

где $\lambda>0$. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $\sigma[\xi]$, коэффициент асимметрии $\gamma[\xi]$, коэффициент эксцесса $\varepsilon[\xi]$, медиану Me.

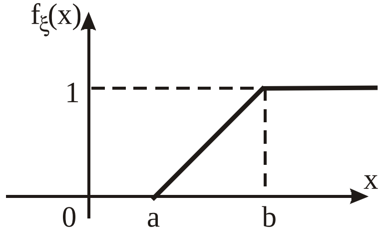


Рис. 4

231.* Для нормального распределения с плотностью $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$. Найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $\sigma[\xi]$, коэффициент эксцесса $\varepsilon[\xi]$, моду Mo, медиану Me.

232.* Случайная величина распределена по закону Рэлея с плотностью $f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ Axe^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x\ge 0.\end{cases}$ Найти: коэффициент A, $M[\xi]$, $D[\xi]$, моду Mo, медиану Me.

233. Случайная величина ξ распределена по закону Лапласа с плотностью $f(x)=Ae^{-\lambda|x|}$, $\lambda>0$. Найти: коэффициент A, $M[\xi]$, $D[\xi]$, $\gamma[\xi]$.

234.* Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Вероятность

$P\{-1 \le \xi \le 1\} = 0{,}5$. Найти: $\sigma[\xi]$, квантили порядка $p = 0{,}9$; $p = 0{,}95$; $p = 0{,}995$.

2.12. Законы распределения систем случайных величин

235.* Случайный вектор (ξ, η) распределен равномерно внутри круга радиуса R с центром в начале координат. Найти: а) совместную плотность распределения вероятностей $f(x, y)$, б) зависимы или независимы случайные величины ξ и η.

236.* Дана плотность вероятности системы двух случайных величин (ξ, η): $f(x, y) = \begin{cases} A\left(R - \sqrt{x^2 + y^2}\right), & x^2 + y^2 \le R^2, \\ 0, & x^2 + y^2 > R^2. \end{cases}$

Найти: а) коэффициент A, б) вероятность попадания случайной точки (ξ, η) в круг $x^2 + y^2 \le a^2$.

237.* Случайный вектор (ξ, η) распределен равномерно в квадрате $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$. Найти функцию распределения $F(x, y)$.

238.* Имеются две независимые случайные величины ξ и η, распределенные по показательному закону: $f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0, \end{cases}$ $f_\eta(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ \mu e^{-\mu x}, & y \ge 0. \end{cases}$ Найти функцию распределения системы (ξ, η).

239.* Два стрелка, независимо друг от друга, делают по два выстрела – каждый по своей мишени. Случайная величина ξ – число попаданий первого стрелка, η – число попаданий второго стрелка. Вероятность попадания первого стрелка $p_1 = 0{,}7$, второго $p_2 = 0{,}4$. Найти: а) матрицу распределения; б) частные ряды распределения каждой случайной величины; в) $P\{\xi \ge 1, \eta \le 1\}$.

2.13. Числовые характеристики систем случайных величин

240. Дана матрица распределения

$\xi \backslash \eta$	20	40	60
10	3λ	λ	0
20	2λ	4λ	2λ
30	λ	2λ	5λ

Найти: λ, $M[\xi]$, $M[\eta]$, $D[\xi]$, $D[\eta]$, $r_{\xi\eta}$.

241.* В условиях задачи 235* из п. 2.12 найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $M[\eta]$, $D[\eta]$, коэффициент корреляции $r_{\xi\eta}$.

242.* В условиях задачи 239* из п. 2.12 найти $M[\xi]$, $D[\xi]$, $M[\eta]$, $D[\eta]$, $r_{\xi\eta}$.

2.14. Функции случайных величин

243. Случайная величина ξ распределена по закону Пуассона при $\lambda = 1$. Случайная величина $\eta = (\xi - 2)^2$. Составить ряд распределения случайной величины η.

244. Дан ряд распределения случайной величины ξ.

ξ	-3	-2	-1	0	1	2	3
p	c	c	c	c	c	c	c

Случайная величина $\eta = \xi^2$. Найти: а) коэффициент c, б) $M[\eta]$, в) $D[\eta]$.

245. Случайная величина ξ распределена по нормальному закону с $M[\xi]=0$ и $D[\xi]=1$. Случайная величина $\eta=\sqrt[3]{|\xi|}$. Найти плотность распределения $f_\eta(y)$.

246. Случайная величина ξ распределена по равномерному закону на отрезке $[-2;2]$. Случайная величина $\eta=\xi^2$. Найти $M[\eta]$ и $D[\eta]$.

247.* Случайная величина ξ распределена по нормальному закону, $M[\xi]=0$, $D[\xi]=\sigma^2$. Случайные величины η и τ определены равенствами $\eta=\xi^2$, $\tau=\xi^3$. Найти корреляционные моменты $R_{\xi\eta}$ и $R_{\xi\tau}$.

248.* Случайная величина ξ распределена равномерно на $(0;2\pi)$. Найти $M[\eta]$ и $D[\eta]$, если случайная величина $\eta=\cos\xi$.

2.15. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел

249.* В урне находится 100 белых и 100 черных шаров. Вынули (с возвратом) 50 шаров. Оценить снизу вероятность того, что количество белых шаров из вынутых больше 15 и меньше 35.

250.* Шестигранную кость подбрасывают 1000 раз. Оценить вероятность отклонения частоты появления шести очков от вероятности появления того же числа очков меньше, чем на 0,01.

251.* В результате 200 независимых опытов найдены значения случайной величины x_i, $i=\overline{1,200}$, причем $M[X]=2$, $D[X]=2$. Оценить снизу вероятность того, что модуль разности между средним арифметическим значений случайной величины и математическим ожиданием меньше $\frac{1}{5}$.

2.16. Выборка и ее характеристики. Гистограмма и полигон

252. Найти эмпирическую функцию распределения для выборки:

z_i	4	7	8
n_i	5	2	3

253. Наблюдается число выигрышей в мгновенной лотерее, получены следующие данные о выигрыше:

0, 1, 0, 0, 5, 0, 10, 0, 1, 0, 0, 1, 5, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 5,
0, 0, 1, 1, 1, 5, 10, 0, 1, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 1, 0.

Построить гистограмму выборочной оценки плотности вероятности.

254. Построить полигон относительных частот по данным вариационного ряда $(n = 110)$:

а)

x_i	2	3	6	7	10	12
n_i	8	10	32	45	13	2

б)

x_i	3	5	8	9	11	12
n_i	2	26	42	35	4	1

255. Построить гистограмму относительных частот по данным распределения выборки объема $n = 100$:

а)

$x_i - x_{i+1}$	–2 – 2	2 – 6	6 – 10	10 – 14	14 – 18
n_i	5	25	40	12	18

б)

$x_i - x_{i+1}$	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80
n_i	30	20	25	25

256. Найти эмпирическую функцию распределения по данным интервальным вариационным рядам:

$x_i - x_{i+1}$	11-14	14-17	17-20	20-23	23-26	26-29	29-32	32-35
n_i	16	24	30	7	8	6	5	4

257. Найти эмпирическую функцию распределения по данным вариационного ряда:

x_i	–2	0	5	8	14
n_i	3	17	28	22	10

258. В течение II мировой войны на южную часть Лондона упало 535 снарядов. Территория южного Лондона была разделена на 576 участков по 0,25 $км^2$. В таблице приведены числа участков n_k, на каждый из которых упало k снарядов:

k	0	1	2	3	4	5
n_k	299	211	93	35	7	1

Требуется построить гистограмму числа снарядов, упавших на участок площадью 0,25 $км^2$.

259. В результате проверки партии деталей получены следующие результаты по сортам:

1, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 4, 2, 2, 1, 1.

Составить вариационный ряд, построить полигон частот.

260. Из выпускаемого заводом литья произведена случайная выборка 30 штук литых деталей, взвешивание которых дало следующие результаты (в кг):

97,2	101,5	99,5	103,2	99,7	102,1
99,2	100,4	100,3	102,4	98,8	98,8
99,3	101,2	99,4	98,2	100,1	98,3
97,6	99,7	101,3	100,6	100,7	101,6
98,7	99,9	98,2	100,7	101,2	99,6

Найти эмпирическую функцию распределения веса литых деталей, построить гистограмму.

261. Время решения контрольной задачи учениками 4-го класса (в секундах):

38	60	41	51	33	42	45	21
68	52	47	46	49	49	14	57
77	47	28	48	58	32	42	58
61	35	47	72	41	45	44	55
67	65	39	48	43	60	54	42

Найти размах выборки, число и длину интервалов, а также составить таблицу частот (границы первого интервала 14 –23).

262. Используя таблицу случайных чисел, получить реализацию выборки $x_1,...,x_n$, где x_i равномерно распределены на $[0;1]$ (значение x_i взять с двумя знаками, $n = 20$). Найти:

а) вариационный ряд;

б) эмпирическую функцию распределения (построить ее график и график теоретической функции).

2.17. Числовые характеристики выборочного распределения

263. В задаче 262 найти:

а) $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{20} x_i$ и сравнить с $M(X)$;

б) $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{20}(x_i - \overline{x})^2$ и сравнить с $D(X)$.

264. Измерен рост 1000 взрослых женщин. Результаты представлены в таблице:

Рост (см)	143 – 146	146 – 149	149 – 152	155 – 158
Число женщин	1	2	8	26

155 – 158	158 – 161	161 – 164	164 – 167	167 – 170

65	120	180	201	170

170 – 173	173 – 176	176 – 179	179 – 182	182 – 188
120	64	28	10	4

Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию роста женщин.

265. С помощью измерительного прибора было сделано 8 независимых измерений некоторой величины:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	2504	2486	2525	2495	2515	2528	2492	2494

Найти несмещенные оценки $M(\xi)$ и $D(\xi)$.

266. Измерялась чувствительность видео- и звукового каналов 1-й программы телевизоров. Данные измерений (в мкВ) приведены в таблице (чувствительность видеоканала – чувствительность звукового канала)

$530-150 \quad 380-100 \quad 270-115 \quad 220-120 \quad 600-175$

$440-120 \quad 460-220 \quad 390-165 \quad 320-80 \quad 450-160$

$480-170 \quad 480-230 \quad 405-205 \quad 515-200 \quad 530-200$

$280-125 \quad 415-125 \quad 530-160 \quad 540-180 \quad 510-215$

$350-165 \quad 280-240 \quad 500-300 \quad 360-90 \quad 325-90$

Найти среднюю чувствительность видео- и звукового каналов телевизоров и выборочный коэффициент корреляции чувствительности обоих каналов.

267. При измерении угла α теодолитом получены следующие данные:

$$20°40'32'', \ 20°40'46'', \ 20°40'25'', \ 20°40'20'', \ 20°40'34'', \\ 20°40'42'', \ 20°40'28'', \ 20°40'34'', \ 20°40'27''.$$

Найти приближенное значение измеряемого угла.

268. При 12 независимых измерениях базы длиной 232,38 м получены следующие результаты:

232,5; 232,48; 232,15; 232,53; 232,45; 232,3; 232,48; 232,05;

232,45; 232,60; 232,47; 232,3 (м).

Определить несмещенную оценку среднего квадратического отклонения ошибок измерительного прибора.

269. Вычислить моду, медиану, среднее и дисперсию следующих выборок:

а) 7, 3, 3, 6, 4, 5, 1, 2, 1, 3;

б) 3,1; 3,0; 1,5; 1,8; 2,5; 3,1; 2,4; 2,8; 1,3.

270. Определить среднее, моду, медиану и дисперсию группированных выборок:

а)

Интервал	0–4	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24
Частота	1	1	3	2	1	1

б)	Интервал	5–7	7–9	9–11	11–13	13–15	15–17
	Частота	8	14	40	26	6	4

271. Для произведенных выборок вычислить среднее и дисперсию не сгруппированной выборки, используя заданные значения:

а)

17	20	8	20	23	18	22	20
29	21	9	19	20	9	19	17
17	11	22	10	20	20	15	19
13	22	21	9	14	11	19	18
19	21	13	12	23	20	21	17

$n = 40$, $\sum x_i = 689$, $\sum x_i^2 = 12635$;

б)

8,5	7,1	6,7	6,3	2,9	4,4	6,0	5,8	5,4
8,2	6,9	6,5	6,1	3,8	6,0	6,0	5,6	5,3
7,7	6,8	6,4	6,1	4,2	4,7	5,6	5,4	5,3
7,4	6,7	6,5	6,1	4,5	6,0	5,8	5,6	5,1

$n = 36$, $\sum x_i = 213{,}8$, $\sum x_i^2 = 1316{,}82$.

2.18. Метод моментов и метод максимального правдоподобия

272. СВ X задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x \geq 0)$. Произведена выборка:

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Методом моментов найти оценку параметра λ.

273. При условии равномерного распределения СВ X: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{если } x \in (b;a), \\ 0, & \text{если } x \notin (b;a) \end{cases}$ произведена выборка:

x_i	2	3	4	5	6
n_i	4	6	5	12	8

Методом моментов найти оценку параметров a и b.

274. СВ ξ распределена по показательному закону $f(x,\lambda)=\lambda e^{-\lambda x}$ $(x>0)$. Используя метод моментов, найти параметр распределения λ по известному эмпирическому моменту $M_1^*=0{,}69$.

275.* СВ ξ распределена по нормальному закону с параметрами a и σ^2. По выборке $x_1,\ldots,x_n$ значений ξ определены эмпирические моменты $M_1^*=\overline{x}=2{,}3$ и $M_2^*=\overline{x^2}=8{,}7$. Используя эти моменты, найти параметры a и σ^2.

276. СВ X распределена по показательному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Методом максимального правдоподобия найти точечную оценку параметра λ.

277. Используя метод максимального правдоподобия, найти параметр a распределения Пуассона $f(k,a)=\frac{e^{-a}\cdot a^k}{k!}$ по выборке: 5, 3, 3, 3, 5, 1, 2, 3, 0.

278. СВ ξ распределена по нормальному закону с неизвестными параметрами a и σ^2. Определить эти параметры методом максимального правдоподобия по выборке значений $x_1,\dots,x_n$.

2.19. Интервальные оценки

279. Найти доверительный интервал для оценки с погрешностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенной СВ ξ, если среднее квадратическое отклонение $\sigma=5$, выборочная средняя $\overline{x}_в=14$ и объем выборки $n=25$.

280. Из генеральной совокупности извлечена выборка:

x_i	-2	1	2	3	4	5
n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенной СВ ξ по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

281.* Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$.

282. По данным выборки объема $n = 16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 1$ нормально распределенной СВ. Найти доверительный интервал, покрывающий среднее квадратическое отклонение σ с надежностью 0,95.

283.* По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены $\overline{x}_в = 23,161$ и $s = 0,4$. Требуется оценить истинное значение a измеряемой величины и точность измерений σ с надежностью 0,95.

2.20. Статистическая проверка гипотез.

Сравнение выборочной средней

с математическим ожиданием

284. Средний диаметр подшипников должен составлять 35 мм. Однако для выборки из 82 подшипников он составил 35,3 мм при «исправленном» среднем квадратичном отклонении 0,1 мм. При 5%-м уровне значимости проверить гипотезу о том, что станок, на котором изготавливают подшипники, не требует подналадки.

285. Среднемесячная продажа хлеба в течение многих лет для данного магазина составляет 6 т при среднем квадратичном отклонении 0,05 т. В этом месяце продано 7 т хлеба. Можно ли при 5%-м уровне значимости предполагать, что и в следующем месяце будет продано 7 т хлеба?

Сравнение двух дисперсий

286. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 11$ и $n_2 = 14$, извлеченных из нормальных генеральных совокупностей X и Y, найдены исправленные выборочные дисперсии $S_X^2 = 0,76$ и $S_Y^2 = 0,38$. При уровне значимости

$\alpha = 0{,}05$, проверить нулевую гипотезу H_0: $D(X) = D(Y)$ при конкурирующей гипотезе H_1: $D(X) > D(Y)$.

287. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 14$ и $n_2 = 10$, извлеченных из нормальных генеральных совокупностей X и Y, найдены исправленные выборочные дисперсии $S_X^2 = 0{,}84$ и $S_Y^2 = 2{,}52$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}1$, проверить нулевую гипотезу H_0: $D(X) = D(Y)$ при конкурирующей гипотезе H_1: $D(X) \neq D(Y)$.

Критерий Пирсона

288.* Используя критерий Пирсона при уровне значимости 0,05, проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим наблюдением выборки объема $n = 200$:

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3
n_i	6	9	26	25	30	26
x_i	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	
n_i	21	24	20	8	5	

289.* ОТК проверил 200 партий одинаковых изделий и получил эмпирическое распределение (где x_i – количество нестандартных изделий, n_i – количество партий, содержащих нестандартные изделия):

x_i	0	1	2	3	4
n_i	116	56	22	4	2

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что число нестандартных изделий X распределено по закону Пуассона.

2.21. Метод наименьших квадратов

Для определения параметров a_i, $i=\overline{1,3}$ в формуле $y=f\left(a_1,a_2,a_3,x\right)$ были измерены значения y при различных значениях x. Используя эти данные, определить параметры a_i, $i=\overline{1,3}$ с помощью метода наименьших квадратов.

290. $y=a_1x+a_2$

x_k	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0
y_k	2,08	1,83	1,57	1,13	0,89
x_k	0,25	0,5	0,75	1	
y_k	0,75	0,3	0,06	-0,01	

291. $y=a_1x^2+a_2x+a_3$

x_k	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0
y_k	-0,14	1,08	1,61	2,34	3,16
x_k	0,25	0,5	0,75	1	
y_k	3,41	3,58	3,96	4,02	

292.* $y=a_1e^{a_2x}$

x_k	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0
y_k	6,94	4,65	3,16	2,3	1,37

x_k	0,25	0,5	0,75	1
y_k	0,74	0,73	0,25	0,16

2.22. Понятие о случайном процессе

293. Найти математическое ожидание для случайных функций: а) $X(t) = Ut^2 + 2t + 1$, б) $X(t) = U\sin 4t + V\cos 4t$, где U и V – случайные величины (СВ), причем $M(U) = M(V) = 1$.

294. Найти: а) математическое ожидание, б) корреляционную функцию, в) дисперсию для случайной функции $X(t) = U\cos 2t$, где U – СВ, причем $M(U) = 5$, $D(U) = 6$.

295.* Для случайного процесса $\xi(t) = e^{-\eta t}$, $t \ge 0$, где η – СВ с плотностью распределения $f_\eta(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y \ge 0, \\ 0, & y < 0, \end{cases}$ найти одномерную плотность распределения процесса в момент $t > 0$.

296.* Для случайного процесса $\xi(t) = \eta \sin \zeta t$, где η и ζ – независимые СВ, найти $m_\xi(t)$, $R_\xi(t_1, t_2)$, $D_\xi(t)$, если

$$f_\eta(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right),\quad f_\zeta(z) = \begin{cases} 1, & z \in (0;1), \\ 0, & z \notin (0;1). \end{cases}$$

297.* На рис.5 R – СВ с плотностью распределения $f_R(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \in (0;1), \\ 0, & x \notin (0;1). \end{cases}$ Написать формулы для вычисления $m_I(t)$ и $R_I(t_1, t_2)$ тока $I(t)$ в цепи после замыкания цепи.

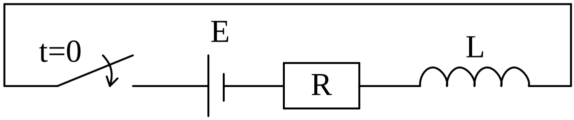


Рис. 5

298.* Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $\xi(t)$, $t>0$, $\xi(0)=a$, который может принимать только два значения: a или –a. Причем число перемен знака случайной функции на отрезке времени длины τ не зависит от числа перемен знаков на любом отрезке вне данного и подчиняется закону Пуассона со средним значением $c\tau$.

ГЛАВА 3

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

3. 1. Упрощение систем, контактных схем (КС), схем из функциональных элементов (СФЭ), используя законы логики

Упростить систему (минимизировать число уравнений или неравенств).

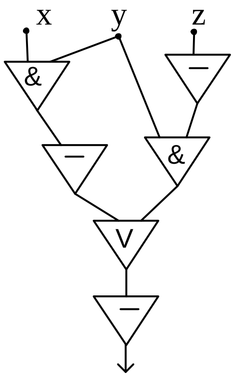
299. $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x>0, \\ y>0, \\ z>0, \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x\le 0, \\ z\le 0, \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} y\le 0, \\ z\le 0. \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$

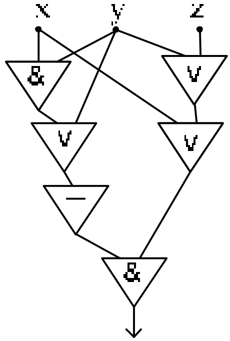
300. $\left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} a<c, \\ \left[\begin{array}{l} a<c, \\ b-3=a, \end{array}\right. \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} a-b>1, \\ b-3=a, \end{array}\right. \\ a-b\le 1. \end{array}\right.$

Упростить СФЭ (минимизировать число ФЭ).

301.

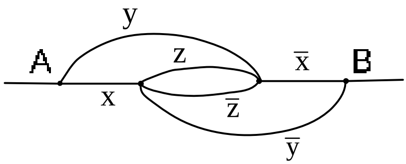
302.



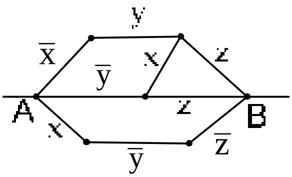


Упростить КС (минимизировать число проводников).

303.



304.



3.2. Совершенные формы (СДНФ и СКНФ) и полином Жегалкина (ПЖ)

Данную формулу преобразовать в СНДФ.

305. $\overline{(xy \vee y\bar{z})} \vee z$. 306. $x \vee \overline{(\bar{x}y \vee z)}$. 307.* $\bar{y}\left((x \vee z) \mid \overline{(\bar{y} \mid \bar{z})}\right)$.

308.* Используя СДНФ, найти булеву функцию, принимающую значение 1 только на следующих наборах: $(0,1,0)$, $(1,0,1)$ и $(1,1,1)$.

От формулы перейти к таблице и по ней составить СКНФ.

309. $\overline{\left(\overline{xyz \vee \overline{x}}\right) \vee y}$. 310. $z\left(\overline{x \vee y}\right) \vee \overline{z}$. 311.* $\overline{y}\left((x \vee z) \mid \overline{(\overline{y} \mid \overline{z})}\right)$.

312. Преобразовать ПЖ в СДНФ: $xyz \oplus z \oplus xy \oplus 1$.

Преобразовать формулу в ПЖ.

313. $(z \mid x) \to (z \vee x \vee \overline{y})$. 314.* $\left((x \to y) \to (z \uparrow y)\right) \mid \overline{z}$.

У данных функций выявить фиктивные переменные, используя ПЖ.

315.* $f = \overline{xy} \oplus (x \vee y) \oplus \overline{x}$. 316.* $f\left(\tilde{x}^3\right) = (11110011)$.

3.3. Выражение функций в различных базисах

В данной формуле перейти к формулам в базисах:

а) $\{\overline{x}, xy\}$, б) $\{\overline{x}, x \mid y\}$, в) $\{\overline{x}, x \vee y\}$, г) $\{\overline{x}, x \uparrow y\}$, д) $\{\overline{x}, x \to y\}$,

е) $\{x \oplus y, x \vee y, 1\}$, ж) $\{x^y, xy, 0\}$, з) $\{x^y, x \vee y, 0\}$.

317. $f = y\overline{z} \vee \overline{y}x$. 318. $f = (y \vee \overline{z})(\overline{y} \vee x)$.

3.4. Виды функций

Является ли функция самодвойственной?

319. $f = \overline{xz(x \vee y)}$. 320. $f = \overline{xy \vee yz \vee xz}$.

По теореме двойственности перейти к двойственной формуле и упростить ее. Сделать проверку, составив двойственную формулу по определению.

321. $f = \overline{zx} \vee xyz \vee \overline{z}$. 322. $f = x \vee y\overline{z} \vee \overline{y}z$.

323.* $f = (x \to y) \oplus \left((x \uparrow y) \mid (\overline{x} \leftrightarrow yz)\right)$.

Если возможно, доопределить функции до самодвойственных.

324.*

x, y, z	f
0 0 0	0
0 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	0

325.*

x, y, z	g
1 1 1	0
0 1 1	0
1 1 0	0
1 0 0	1

Разлагая данную функцию в ПЖ, выяснить, является ли она линейной.

326. $f = \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_3 x_1$. 327. $f = (x \to y)(y \to x) \leftrightarrow z$.

Выяснить, каким множествам C_2 $\left(f(\tilde{1}) = 1\right)$ или C_3 $\left(f(\tilde{0}) = 0\right)$ принадлежат заданные функции.

328. $f = ((x \vee y) \to (x \mid (yz))) \uparrow ((y \leftrightarrow z) \to x)$.

329. $g = (xy \to z) \mid ((x \to y) \uparrow (z \oplus \bar{x}y))$.

Является ли данная функция f монотонной?

330. $f(\tilde{x}^3) = (01100111)$. 331. $f(\tilde{x}^3) = (11001100)$.

Доопределить, если возможно, данные функции до монотонных.

332.*

x, y, z	f
0 1 1	1
1 0 1	0
0 0 1	0

333.*

x, y, z	g
0 0 1	0
1 1 0	0
0 1 0	1

Доопределить данные функции до шефферовских.

334.*

x, y, z	f
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	0

335.*

x, y, z	g
0 1 0	0
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 1	0

Используя теорему о полноте, выяснить, полна ли данная система функций.

336. $\{x\bar{y}, \bar{x} \leftrightarrow yz\}$.

337. $\{x \to y, x \to \bar{y}z\}$.

3.5. Минимизация функций в классе ДНФ

Методом Нельсона составить сокращенную ДНФ для данных функций.

338. $f\left(\tilde{x}^3\right) = (00010111)$.

339. $g\left(\tilde{x}^3\right) = (01011011)$.

Методом Квайна построить сокращенную ДНФ для данных

функций.

340. $f\left(\tilde{x}^3\right) = (01111110)$.

341.*

f		x_4	0	1	0	1
x_1	x_2	x_3	0	0	1	1
0	0		0	1	0	0
0	1		0	1	0	1
1	0		0	1	1	1
1	1		1	1	0	0

Методом Мак-Класки найти тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ для данных функций.

342. $f\left(\tilde{x}^3\right) = (01111110)$.

343.* $N_g = \{(0110),(0010),(1101),(1011),(1010),(1001)\}$.

Для функций, заданных СКНФ, определить, являются ли они монотонными путем приведения к сокращенной ДНФ.

344.* $f = (x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$.

345.* $f = (x \vee \bar{y} \vee z)(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee y \vee z)$.

3.6. Метод каскадов для реализации функций в виде КС и СФЭ

Методом каскадов построить СФЭ и КС, реализующих функцию $f(\tilde{x}^n) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \ge 3, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$

346. $a_1 = 3$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $n = 3$.

347.* $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 2$, $a_4 = 1$, $n = 4$.

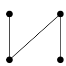
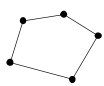
348.* Методом каскадов реализовать систему функций f и g с помощью СФЭ и КС:

x, y, z	000	001	010	011	100	101	110	111
f	0	0	1	1	0	1	1	0
g	1	1	0	0	1	1	1	1

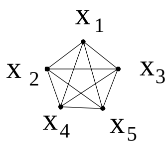
3.7. Графы

349. Изобразить полный граф с n вершинами, если:

а) $n = 2$, б) $n = 3$, в) $n = 5$.

350. Изобразить граф $\overline{G}$, являющийся дополнением графа G, изображенного на рисунке: а) , б) .

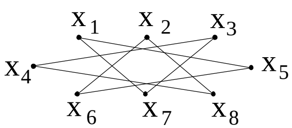
351. Найти в заданном графе



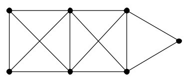
циклы длиной: а) 4, б) 5, в) 6, г) 10.

Какие из этих циклов простые?

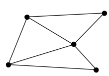
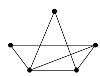
352. Дан следующий граф.

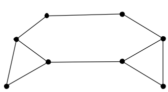
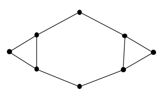


а) Найти путь, связывающий x_1 и x_4. б) Является ли граф связным? в) Указать все циклы. Есть ли среди них простые?

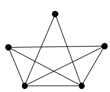
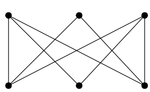
353. Из представленного графа  удалить часть ребер так, чтобы новый граф стал деревом.

354.* Доказать, что на рисунках изображены:

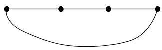
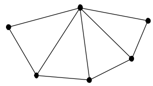
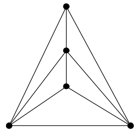
а) один и тот же граф:  и ,

б) разные графы:  и .

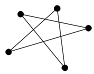
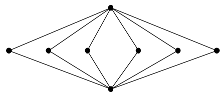
355. Проверить формулу Эйлера на следующих графах:

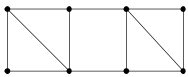
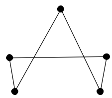
а) , б) .

356.* Какие ребра можно добавить к данному графу, чтобы полученный граф оставался плоским?

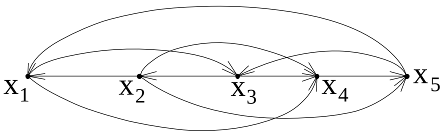
а)  , б)  , в)  .

357. Какой из данных графов является гамильтоновым или эйлеровым?

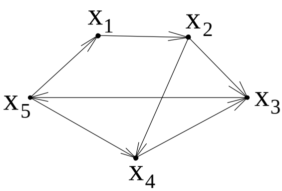
а)  , б)  ,

в)  , г)  .

358. Является ли полным данный ориентированный граф?

а) 

,

б) 

.