

5105

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ
КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ
МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА**

Методические указания
к лабораторной работе

Рязань 2017

УДК 621.384.8

Исследование собственных колебаний струны методом резонанса: методические указания к лабораторной работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост.: М.А. Буробин, В.В. Иванов. Рязань, 2017. 8 с.

Содержат элементы теории поперечных колебаний струны, описан метод определения собственных частот колебаний и скорости их распространения.

Предназначены для студентов всех направлений подготовки бакалавров и специальностей, изучающих дисциплину «Физика».

Табл. 1. Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

Колебания, волновое уравнение, стоячая волна, поперечные колебания, частота колебаний, гармоники, скорость распространения колебаний

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра общей и экспериментальной физики РГРТУ
(зав. кафедрой доц. М.В. Дубков)

Исследование собственных колебаний струны методом резонанса

Составители: Б у р о б и н Михаил Анатольевич
И в а н о в Владимир Васильевич

Редактор М.Е. Цветкова

Корректор С.В. Макушина

Подписано в печать 10.02.17. Формат бумаги 60×84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 0,5.

Тираж 200 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

Цель работы: определение собственных частот струны; исследование зависимости скорости распространения поперечных колебаний в струне от ее натяжения; наблюдение формы собственных колебаний струны при фиксированном ее натяжении.

Приборы и принадлежности: закрепленная на штативе струна, устройство для натяжения струны, генератор электрических сигналов ГСФ-1, постоянный магнит, масштабная линейка.

Элементы теории и метод эксперимента

Струной в акустике называют тонкую гибкую нить, в которой с помощью внешних сил создается натяжение. Под это определение подходят не только струны музыкальных инструментов, но и натянутый шнур, трос, резиновый жгут и т.д. При исследовании струн главный интерес представляет изучение распространения поперечных упругих волн.

Рассмотрим струну, натянутую между двумя точками (закрепленную на концах). Пусть ось X совпадает с осью струны при равновесии и частицы струны смещаются только в плоскости XY (рис. 1).

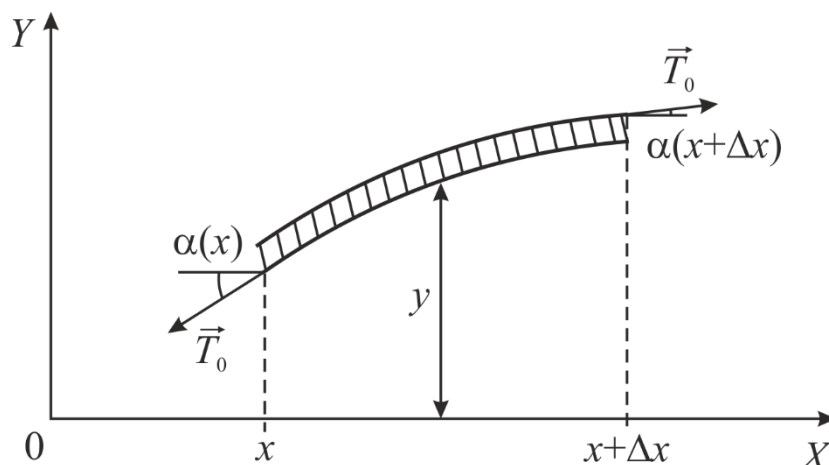


Рис.1

Выделим элемент струны Δx , смещенный в результате поперечных колебаний от равновесного положения струны. На рисунке \vec{T}_0 – натяжение

струны, $\alpha(x)$ и $\alpha(x + \Delta x)$ – углы между направлением касательной к струне в точках x , $x + \Delta x$ и осью X .

Движение центра тяжести выделенного элемента струны описывается II законом Ньютона, который в проекции на ось Y имеет вид:

$$ma_y = T_0 \sin \alpha(x + \Delta x) - T_0 \sin \alpha(x), \quad (1)$$

где m – масса элемента струны, a_y – проекция ускорения центра тяжести на ось Y .

Заменив $m = \rho S \Delta x$ (ρ – плотность материала струны, S – площадь ее поперечного сечения), с учетом того, что $a_y = \partial^2 y / \partial t^2$, получим:

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 [\sin \alpha(x + \Delta x) - \sin \alpha(x)]. \quad (2)$$

Предположим, что смещения $y(x, t)$ настолько малы, что с достаточным приближением можно считать:

- 1) натяжение T_0 не зависит от частоты колебаний и равно натяжению в равновесном состоянии;
- 2) при малых углах $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \Delta y / \Delta x$.

Тогда выражение (2) примет вид:

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T_0 \left[\left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_{x+\Delta x} - \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)_x \right]. \quad (3)$$

Разделив выражение (3) на $\rho S \Delta x$ и сделав предельный переход при $\Delta x \rightarrow 0$, получим волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\sigma}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Здесь $\sigma = T_0 / S$ – механическое напряжение, а $v = \sqrt{\sigma / \rho}$ – скорость распространения поперечных волн в струне.

Приняв за начало координат одну из точек закрепления и направив ось X вдоль струны, запишем решение уравнения (4) в виде

$$y(x, t) = A \sin kx \cdot \sin \omega t, \quad (5)$$

где A – постоянная величина, определяющая амплитуду колебаний; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (λ – длина волны); ω – циклическая частота.

Данное уравнение описывает *стоячие волны*. Стоячая волна обладает той особенностью, что все точки струны колеблются одновременно, хотя и с различными амплитудами.

Из уравнения (5) следует, что амплитудный множитель $|A \sin kx| = |A \sin(2\pi x/\lambda)|$ достигает максимального значения в точках

$$x_{\text{пучн}} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (6)$$

называемых *пучностями* стоячей волны.

Точки, в которых амплитуда колебаний обращается в ноль, называются *узлами* стоячей волны. Для них

$$x_{\text{узн}} = m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (7)$$

Так как узлы все время остаются в покое, то переноса энергии по струне не происходит. Узел, как и пучность, представляет собой не одну точку, а плоскость, точки которой имеют значения координаты x , определяемые формулами (6) или (7). Из этих формул также следует, что расстояние между соседними пучностями, так же как и расстояние между соседними узлами, равно $\lambda / 2$.

Поскольку струна закреплена на концах, в ней возбуждаются колебания таких частот, при которых на длине l струны укладывается целое число полуволен (рис. 2). Отсюда

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{или} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Учитывая связь скорости распространения колебаний с частотой и длиной волны $v = \lambda \nu$, получаем:

$$v_n = \frac{n}{2l} v. \quad (8)$$

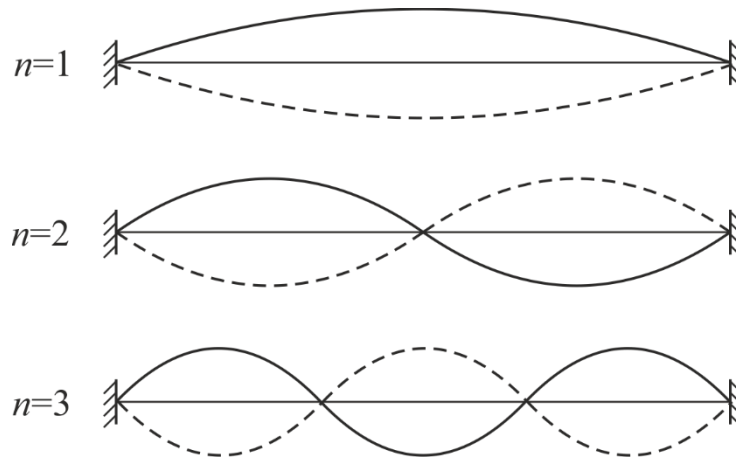


Рис. 2

Таким образом, при возбуждении поперечных колебаний струны на ней формируется стоячая волна вида

$$y_n(x, t) = A_n \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right) \cdot \sin 2\pi v_n t, \quad (9)$$

где A_n – амплитуда колебаний струны в центре пучностей.

Скорость распространения поперечных колебаний вдоль струны определяется по формуле

$$v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{T_0}{\pi \rho}}, \quad (10)$$

где d – диаметр струны.

Подставляя значение скорости в формулу (8), получаем окончательное выражение для собственных частот колебаний струны:

$$v_n = \frac{n}{ld} \sqrt{\frac{T_0}{\pi \rho}}. \quad (11)$$

Самая низкая собственная частота v_1 ($n=1$) называется *основной частотой* или *основным тоном*. Более высокие частоты, кратные v_1 , называются *обертонами* или *гармониками*. В общем случае в струне могут установиться одновременно колебания самих различных частот, но кратные основной частоте.

Описание экспериментального макета

На рис. 3 представлена схема экспериментальной установки.

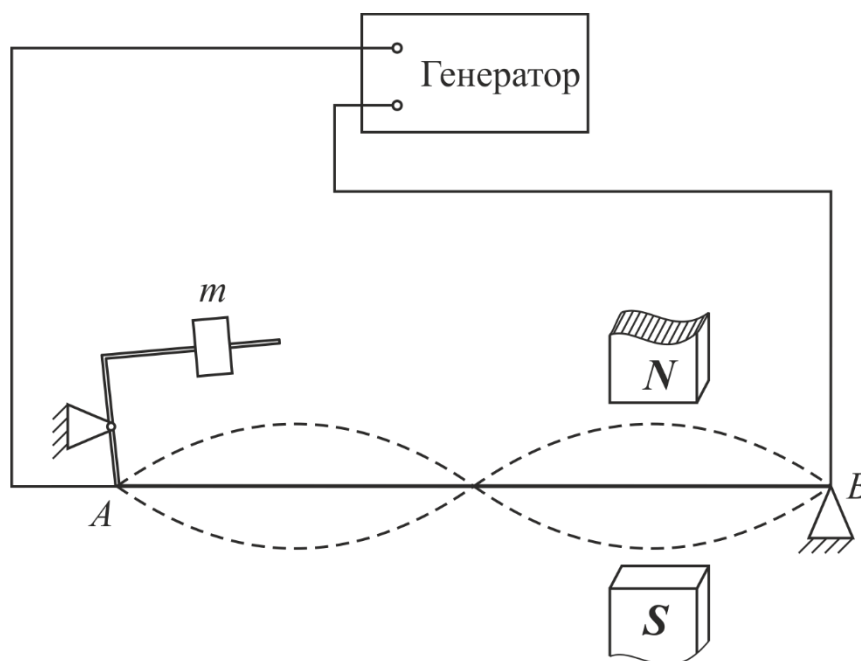


Рис. 3

Один конец металлической струны прикреплен к рычагу (точка A), создающему натяжение. Другой конец струны закреплен неподвижно в точке B . Силу натяжения струны можно задать с помощью противовеса, передвигая шайбу m по градуированному стержню. Вдоль струны, по подставке, на которой она укреплена, может свободно перемещаться магнит. От генератора электрических колебаний на струну подается переменное напряжение. Участок струны с текущим по нему переменным током попадает в поле постоянного магнита, в котором возникает периодическая сила Ампера, приложенная к струне. Частота изменения этой силы равна частоте переменного тока. В том случае, когда частота генератора будет совпадать с одной из собственных частот струны, а положение полюсов магнита — с пучностью стоячей волны, соответствующей данной частоте, наблюдается явление резонанса: на струне устанавливается стоячая волна.

В работе используется функциональный генератор ГСФ-1, формирующий электрические колебания различной формы в диапазоне частот 1 – 10000 Гц. Установка частоты производится ручкой плавной регулировки и кнопками множителя частоты «x3», «x10» и «x100». Шкала ручки регулировки частоты проградуирована в безразмерных единицах от 1 до 4. Показания шкалы, умноженные на множители всех нажатых кнопок, дают приближенное значение частоты. Более точно частота определяется по цифровому индикатору частотомера.

Порядок выполнения работы

1. Подготовить установку к работе. Для этого проверить положения ручек и переключателей на лицевой панели генератора: все кнопки отжаты, ручки «ЧАСТОТА», «Т+/Т» и «УРОВЕНЬ» установлены в среднее положение.

2. Включить генератор в сеть, прогреть 3 – 5 минут.

3. Создать натяжение в струне с помощью противовеса. Минимальное натяжение $T_0 = 2$ Н создается при крайнем левом положении шайбы (см. рис. 3). Смещение шайбы на одно деление шкалы соответствует изменению натяжения на $\Delta T = 1$ Н.

4. Установив магнит посередине струны и плавно изменяя частоту генератора в диапазоне 50 – 100 Гц, добиться устойчивых колебаний основного тона. Если амплитуда колебаний очень мала, то следует увеличить выходное напряжение генератора ручкой «УРОВЕНЬ».

5. Передвигая магнит в места предполагаемых пучностей, получить устойчивые колебания гармоник высших порядков ($n = 2, 3, 4$), учитывая кратность их собственных частот частоте основного тона.

6. Записать в таблицу (см. приложение) значения частот генератора, при которых на струне устанавливаются стоячие волны.

7. Изменить первоначальное натяжение струны. В результате изменится скорость распространения поперечных колебаний и набор собственных частот. Повторить измерения согласно пп. 3 – 6 при других натяжениях струны.

8. По формуле (11) рассчитать собственные частоты колебаний струны при различных ее натяжениях. Значения диаметра и плотности материала струны даны на рабочем месте. Длину активной части струны нужно измерить с помощью масштабной линейки, закрепленной на основании установки. Занести результаты в таблицу и сопоставить их со значениями, полученными на опыте.

9. По экспериментальным данным рассчитать скорость распространения поперечных колебаний для каждого натяжения струны, используя формулу (8). Сравнить экспериментальные значения скорости со значениями, рассчитанными по формуле (10).

10. Оценить абсолютную и относительную погрешность измерений.

11. По полученным данным построить график зависимости скорости распространения колебаний основного тона от натяжения струны. На этом же чертеже построить график теоретической зависимости скорости от натяжения.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Вывести волновое уравнение для поперечных волн в струне. От чего зависит скорость распространения волн?

2. При каких условиях образуется стоячая волна на струне? Что такое собственные колебания?

3. Получить уравнение стоячей волны. Что такое узлы и пучности стоячей волны? Чем отличается стоячая волна от бегущей?

4. Как вычислить собственные частоты колебаний струны?

5. Объяснить методику эксперимента. Как экспериментально определить скорость распространения поперечных волн в струне?

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс физики: учебник. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. Т. 2. М.: Лань, 2008, отдельное издание, 480 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. пособие для вузов. М.: Академия, 2009. 8-е изд., стереотип. 720 с.
3. Калашников Н.П., Смондырев М.А. Основы физики: учебное пособие. Т. 1. М.: Дрофа, 2001. 531 с.

Приложение

Напряжение струны T_0 , Н	Номер гармоники	Собственная частота ν_n , Гц		Скорость распространения поперечных колебаний ν , м/с	
		Эксперимент	Расчет по формуле (11)	Эксперимент	Расчет по формуле (10)
	1				
	2				
	3				
	4				
	1				
	2				
	3				
	4				
	1				
	2				
	3				
	4				