Конспект лекций по дисциплине:

“Сложные сигналы в системах подвижной радиосвязи”

Лектор

Авдеев Валерий Васильевич

Доцент кафедры ТОР

Рязань, 2019

Раздел 4. Широкополосные радиосигналы с негармонической несущей.

§1. Понятие радиосигнала с негармонической несущей.

Как было показано в разделе 3, переход от гармонических и узкополосных колебаний к ДКС сигналам с гармонической несущей дает существенное расширение спектра.

Естественно пойти дальше и вообще отказаться от гармонической несущей, заменив ее специально подобранной дискретной импульсной последовательностью (в простейшем случае бинарной).

К этой дискретной несущей предъявляются такие же требования, что и к модулирующим функциям ДКС сигналов с гармонической несущей: она должна быть детерминированной, периодической и, кроме того, выбираться из ансамбля в виде полной ортогональной системы функций.

Особенно перспективны в этом отношении сигналы, построенные на основе функций Уолша.

§2. Функции Уолша (ФУ).

Функции Уолша представляют собой полную систему ортогональных функций, состоящих из примыкающих друг к другу прямоугольных импульсов, принимающих только 2 значения: 1 или -1.

Данная система была предложена Уолшем в 1923 году как дополнение к системе функций Радемахера (ФР). Фактически он предложил определенную комбинацию ФР.

Функции Радемахера - меандровые функции, заданные на некотором интервале времени [0;T] в виде:

$$r_m(t) = sign\left(sin\frac{2^m \pi t}{T}\right), \qquad (1)$$

где m= 1, 2, 3 ... - порядок (номер) функции;

sign(x) - знаковая функция .

$$sign(x) = \begin{cases} 1, \text{ при } x \geq 0 \\ -1, \text{ при } x < 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$$r_m(t) = r_m(t+T) \qquad (3)$$

Функции Радемахера периодические, с периодом T (рисунок 1)

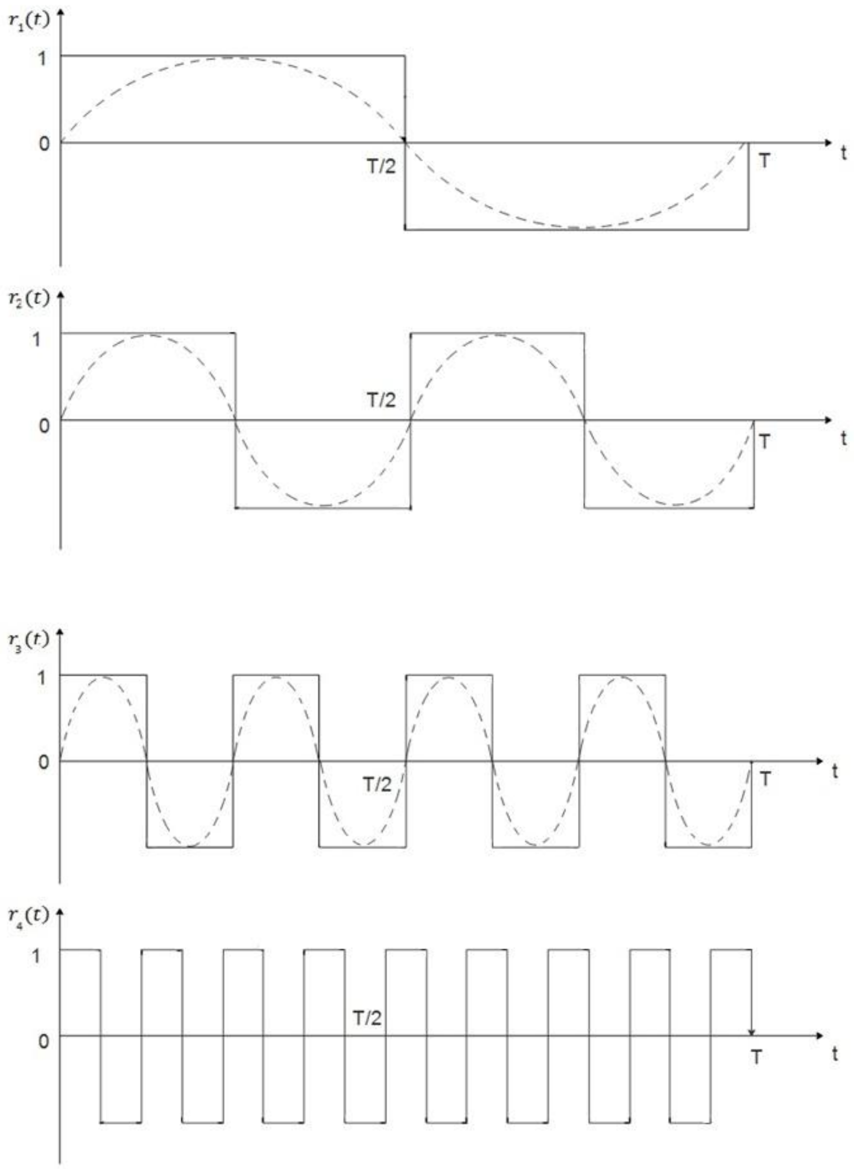


Рисунок 1. Функции Радемахера.

На интервале [0;T] укладывается 2^m импульсов, а число периодов равно 2^{m-1}. Длительность импульса равна $\frac{T}{2^m}$.

По порядку расположения в системе множество ФУ обычно разделяют на 3 группы. Они отличаются способом упорядочения:

1. По Уолшу;
2. По Пэли;
3. По Адамару.

Остановимся на 1 способе. Упорядочение по Уолшу означает упорядочение по числу знакоперемен на интервале существования функций Уолша [0;T] (по числу изменений знака функций Уолша).

Функции Уолша принято обозначать: $Wal_n(t,T)$ или $Wal_n(t)$.

T - интервал существования ФУ;

n = 1, 2, 3... - номер ФУ в системе, или число знакоперемен за период T.

При таком способе упорядочения любая функция Уолша может быть представлена в виде произведения соответствующих функций Радемахера .

$$Wal_n(t) = \prod_{i=1}^{k}[r_i(t)]^{a_i}, \qquad (4)$$

где i - разряды числа n, записанные в коде Грея (i = 1, 2, 3...);

a_i - значение i -го разряда кода Грея (0 или 1).

$$k =]\log n[+ 1 \qquad (5)$$

k - номер диады (группы функций), который показывает сколько сколько функций Радемахера может участвовать в формировании ФУ;

] · [- целая часть числа.

$$r_i(t) = sign\left(sin\frac{2^i \pi t}{T}\right) \qquad (6)$$

$r_i(t)$ - i -я функция Радемахера.

Пример 1: n=7 (число 7 в коде Грея - 100)

$$k =]\log 7[+ 1 = 2 + 1 = 3$$

$$Wal_7(t) = [r_1(t)]^0 * [r_2(t)]^0 * [r_3(t)]^1 = r_3(t)$$

Представление функций Уолша в виде произведения функций Радемахера.

n	Код Грея	$Wal_n(t)$	k
1	0001	$Wal_1(t) = [r_1(t)]$	1
2	0011	$Wal_2(t) = [r_1(t)] * [r_2(t)]$	2
3	0010	$Wal_3(t) = [r_2(t)]$	2
4	0110	$Wal_4(t) = [r_2(t)] * [r_3(t)]$	3
5	0111	$Wal_5(t) = [r_1(t)] * [r_2(t)] * [r_3(t)]$	3
6	0101	$Wal_6(t) = [r_1(t)] * [r_3(t)]$	3
7	0100	$Wal_7(t) = [r_3(t)]$	3
8	1100	$Wal_8(t) = [r_3(t)] * [r_4(t)]$	4
9	1101	$Wal_9(t) = [r_1(t)] * [r_3(t)] * [r_4(t)]$	4
10	1111	$Wal_{10}(t) = [r_1(t)] * [r_2(t)] * [r_3(t)] * [r_4(t)]$	4
11	1110	$Wal_{11}(t) = [r_2(t)] * [r_3(t)] * [r_4(t)]$	4
12	1010	$Wal_{12}(t) = [r_2(t)] * [r_4(t)]$	4
13	1011	$Wal_{13}(t) = [r_1(t)] * [r_2(t)] * [r_4(t)]$	4
14	1001	$Wal_{14}(t) = [r_1(t)] * [r_4(t)]$	4
15	1000	$Wal_{15}(t) = [r_4(t)]$	4

Функции Уолша изображены на рисунке 1:

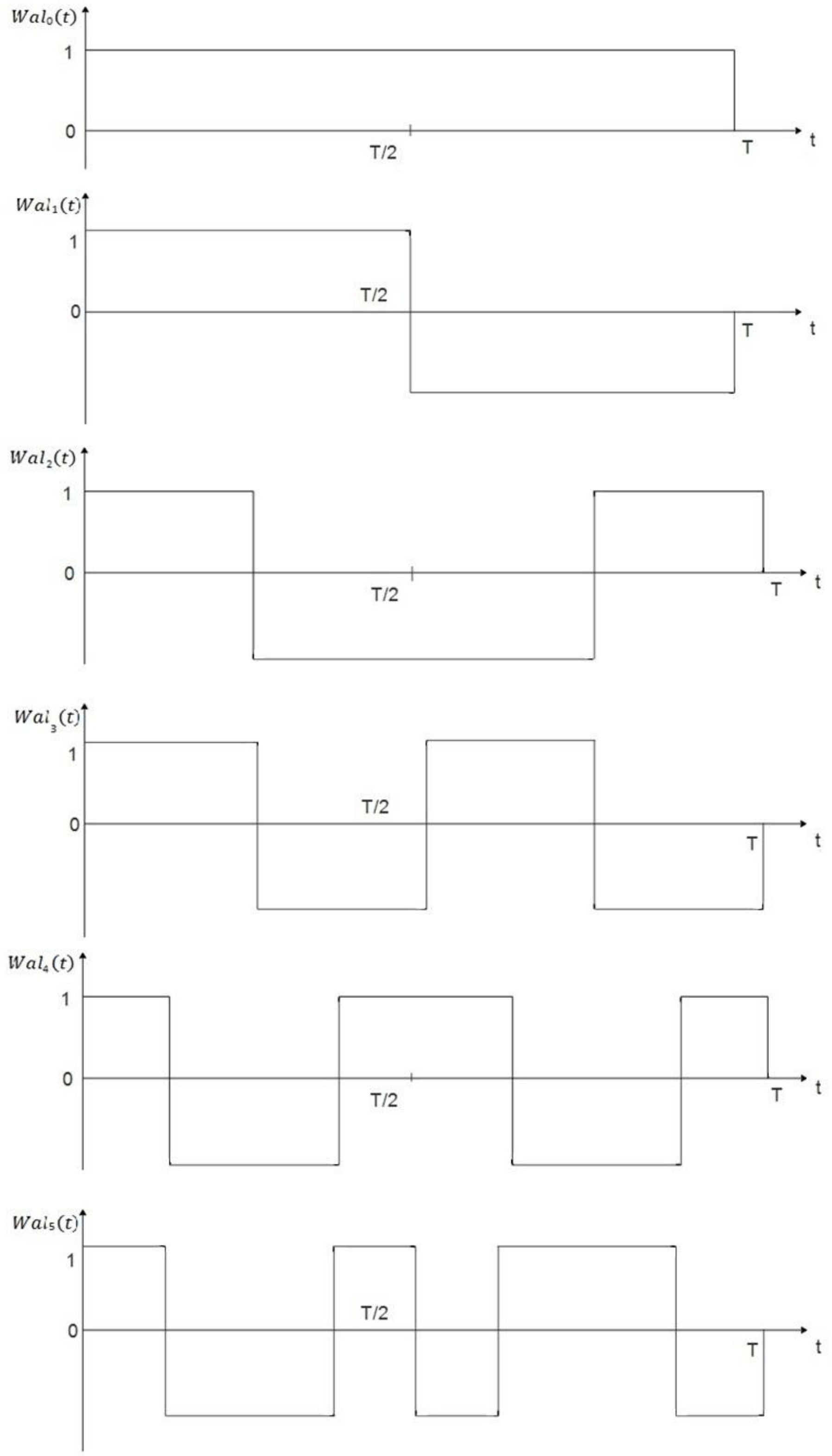


Рисунок 1. Функции Уолша.

§3. Свойства функций Уолша.

1. ФУ являются детерминированными и периодическими с периодом T.
2. ФУ принимают только два значения : 1 или -1.
3. Любые две ФУ ортогональны

$$\int_0^T Wal_i(t) * Wal_j(t) = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ T, & i = j. \end{cases} \quad (7)$$

   причем система ФУ представляет собой полную ортогональную систему на интервале [0;T] .

4. ФУ обладают свойством мультипликативности (произведение любых двух ФУ является тоже ФУ).

5. Среднее значение ФУ при любом n равно 0 (число положительных импульсов равно числу отрицательных).

6. Число знакоперемен за период T в точности равно номеру функции n.

7. Система ФУ, как и система гармонических функций, состоит из системы четных и нечетных, относительно середины интервала (T/2), функций, обозначаемых:

четные - $cal_i(t) = Wal_n(t), \quad$ при $\; i = \frac{n}{2} \quad (8)$

нечетные - $sal_i(t) = Wal_n(t), \quad$ при $\; i = \frac{n+1}{2} \quad (9)$

8. Для ФУ вводится понятие частоты или частости f_y, определяемое как половина среднего числа пересечений функцией нулевого уровня;

$$f_y = \left]\frac{n+1}{2}\right[+ 1 \qquad (10) \qquad \text{или}$$

$$f_y = \begin{cases} 0, \; n = 0 \\ \frac{n/2}{T}, n - \text{четные числа;} \\ \frac{n+1}{2} \Big/ \mathrm{T}, n - \text{нечетные числа.} \end{cases} \qquad (11)$$

Это означает, что частота каждой следующей по номеру ФУ больше или равна частоте предыдущей функции.

9. Все ФУ можно разбить на диады или группы, характеризуемые одинаковым номером k

$$k =]\log n[+1$$

1-я диада n=1

2-я диада n=2, 3

3-я диада n =4, 5, 6, 7

4-я диада n=8,9,10 ... 15

5-я диада n=16, 17,18 ... 31

10. Если обозначить длительность элементарного символа (импульса) ФУ через $\tau_и$, то период функции Т можно записать как:

$$\mathrm{T} = 2^k * \tau_u = L\tau_u \qquad (12)$$

L = 2^k - временная база ФУ (базис, число символов на интервале [0;T]).

Пример 2: n=3

$$k =]\log 3[+1 = 1 + 1 = 2$$

L = $2^2 = 4$

T = $4\tau_u$; $\tau_u = T/4$

$$f_y = \left. \left] \frac{3+1}{2} \right[\right/ \mathrm{T} = 2/T$$

Пример 3: n=5

$$k =]\log 5[+1 = 2 + 1 = 3$$

L = $2^3 = 8$

T = $8\tau_u$; $\tau_u = T/8$

$$f_y = \left. \left] \frac{5+1}{2} \right[\right/ \mathrm{T} = 3/T$$

§4. Сигнал Уолша.

Сигнал, образованный на основе ФУ, называется сигналом Уолша. Его аналитическое выражение имеет вид:

$$a_y(t) = A\sum_{i=1}^{L} d_i 1_0[\, t-(i-1)\tau_u], \ (0 \leq t < T) \qquad (13)$$

А - амплитула;

$\{d_i\}$ - кодовая последовательность, определяемая ФУ;

d_i = (1, -1);

τ_u - длительность элементарного импульса последовательности.

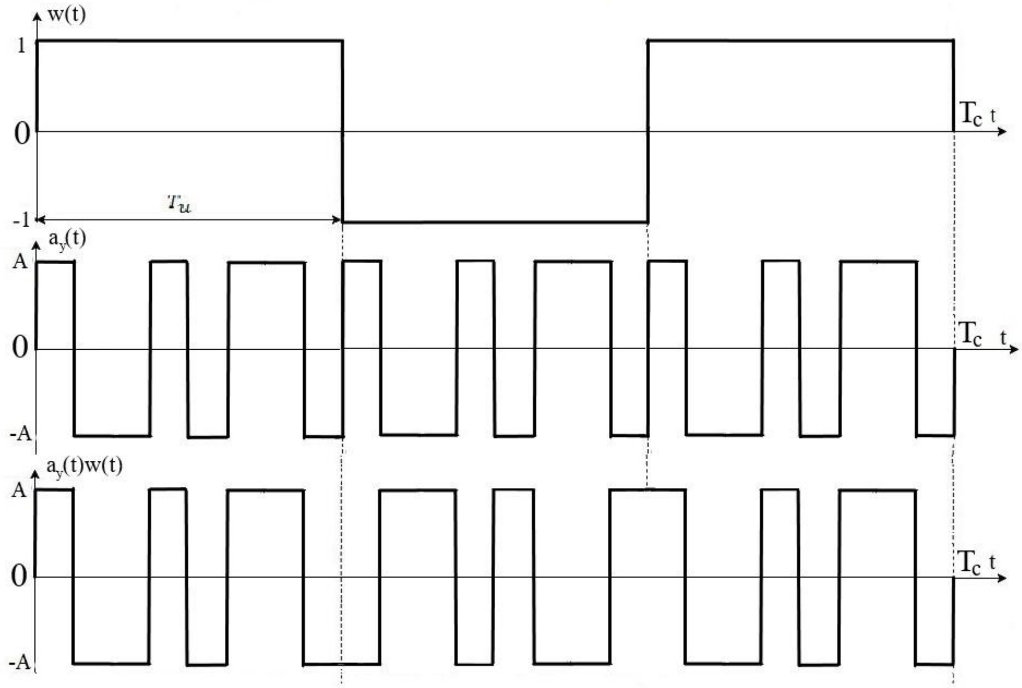
$$1_0(t) = \begin{cases} 1, \ 0 \leq t < \tau_u \\ 0, \ \text{при других } t \end{cases} \qquad (14)$$

Сигнал Уолша, в отличие от гармонического сигнала, имеет 4 независимых параметра:

1. Амплитуда А;
2. Временное положение (фаза) $\theta = t/T$;
3. Период $\mathrm{T} = 2^k * \tau_u$;
4. Частота (частость) сигнала Уолша

$$f_y = \left]\frac{n+1}{2}\right[\Big/ \mathrm{T}$$

Пример. ДКФ сигнал с несущей в виде сигнала Уолша. N=3, n=5.



Проведем сравнительную оценку дискретной несущей в виде сигнала Уолша и гармонической несущей радиосигнала.

Прежде всего отметим, что дискретная несущая на основе ФУ обладает всеми достоинствами гармонической несущей:

1. Детерминированность;
2. Периодичность;
3. Ортогональность;
4. Равенство нулю среднего значения.

В то же время у дискретной несущей имеется ряд преимуществ:

1. ФУ являются цифровыми, принимающими лишь два значения: 1 или -1, что важно при технической реализации устройств генерации и обработки.
2. Период ФУ является независимым параметром по отношению к частоте функции. Это определяет преимущество дискретной несущей при использовании в системе радиосвязи в качестве переносчика информации.
3. Если использовать сигнал Уолша в качестве несущей при сложном модулирующем сигнале (частотная или фазовая манипуляция сигналом

с базой В$\gg 1$), то база радиосигнала увеличивается по сравнению с гармонической несущей в число раз равное базе сигнала Уолша B_y.

$B * B_y$ – результирующая база

$B_y = 5 * 2^k$ (15)

Это обеспечивает существенно большую энергетическую скрытность радиопередачи по сравнению с гармонической несущей.

4. Как показано в литературе, при использовании одного и того же излучателя (например, диполя Герца) и равенстве токов в нем, мощность сигнала в дальней зоне приема существенно выше при использовании дискретной несущей, чем при использовании гармонической несущей при равенстве частот $f_y = f_г$.

   Объясняется это тем, что в случае гармонической несущей излучаемая мощность зависит только от частоты $f_г$, а в случае дискретной несущей - от частоты f_y и времени нарастания фронтов импульсной последовательности $\tau_{фр}$. Чем меньше $\tau_{фр}$, тем больше выигрыш, т.к. в спектре дискретного сигнала появляются гармоники с частотами $f > f_y = f_г$.

5. Исследования в области линейных антенных решеток показали, что КНД одинаковых антенн при использовании радиосигнала с дискретной несущей значительно больше, чем для радиосигнала с гармонической несущей. Этот выигрыш тем больше, чем меньше величина $\tau_{фр}$.

В заключение отметим, что, в принципе, возможно использование дискретной несущей на основе бинарной m- последовательности, однако она проигрывает сигналам Уолша по следующим показателям:

1. ФУ состоят из серий только по 1 или 2 символов. При одинаковых периоде и базе число таких серий символов ФУ, в среднем, в 2 раза больше, чем у М- последовательности. Это означает, что излучаемая антенной энергия за период также в 2 раза больше у несущих на основе ФУ, чем у М- последовательности.
2. В М- последовательностях, в отличие от ФУ, встречаются длинные и сверхдлинные серии одинаковых символов (> 2), когда не происходит излучения в зону приема, что ухудшает энергетические показатели радиоканала и затрудняет обработку радиосигнала.