

В.А. Дамм, В. А. Шалагинов, В. В. Елиферевский, А. В. Кутузов
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОПУЩЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОШИБОК
ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ ПРИ РАЗДЕЛЕНИИ КОМПОНЕНТОВ
ОБЩЕГО ФАЗОВОГО ДРОЖАНИЯ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА

Предложен метод восстановления пропущенных значений ошибок временных интервалов ТИЕ при разделении компонентов общего фазового дрожания. Приведена блок-схема и математически доказана возможность применения данного метода. Путем имитационного моделирования в среде MathCad проведены экспериментальные исследования. Доказана целесообразность применения предложенного метода с условиями указанных ограничений.

Ключевые слова: Фазовое дрожание, ошибка временного интервала, пропущенные значения, разделение компонентов, дискретное преобразование Фурье, цепь Маркова

Введение. Применение новых стандартов высокоскоростной передачи данных накладывает более жесткие требования к достоверности принимаемого сигнала.

В цифровых системах связи эта характеристика в значительной степени определяется общим фазовым дрожанием системы.

Фазовым дрожанием (ФД) называется отклонение показательных участков цифрового сигнала (например, фронтов) от своих идеальных положений во времени [1].

Общее ФД (Total Jitter – TJ) разделяют на две основные категории: случайное (Random Jitter – RJ) и детерминированное (Deterministic Jitter – DJ) [2]. На рисунке 1 представлены компоненты общего ФД [3,4].

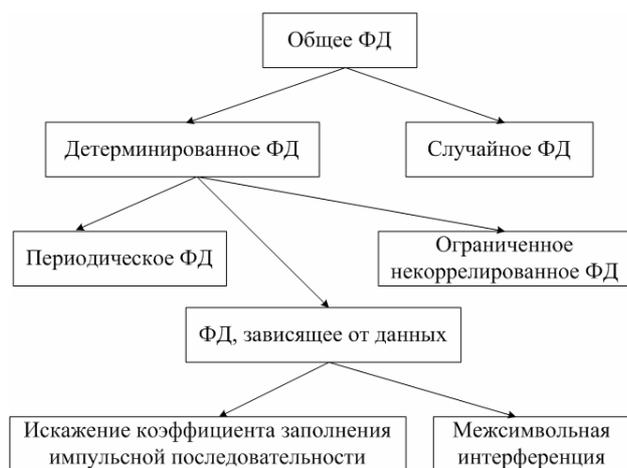


Рисунок 1 - Компоненты общего ФД

Случайное ФД обусловлено шумовыми процессами, происходящими во всех полупроводниках и компонентах.

Предполагается, что это ФД подчиняется распределению Гаусса (нормальному распределению), так как его основным источником является тепловой шум, который, как известно, имеет нормальное распределение своих значений.

Подкомпонентами детерминированного ФД являются:

1. ФД, зависящее от данных, (Data-Dependent Jitter – DDJ) определяется передаваемой по исследуемой линии связи битовой последовательностью и, кроме того, подразделяется на межсимвольную интерференцию (Inter-Symbol Interference – ISI) и искажение коэффициента заполнения импульсной последовательности (Duty-Cycle Distortion – DCD).

2. Периодическое ФД (Periodic Jitter – PJ) описывает периодические изменения положений фронтов импульсов передаваемого сигнала во времени. Главными причинами периодического ФД PJ являются паразитная модуляция сигнала гармониками питающего напряжения, помехи от местных радиостанций или от переключений в силовых сетях. Также PJ возникает вследствие нестабильной работы систем фазовой автоподстройки частоты.

3. Ограниченное некоррелированное ФД (Bounded Uncorrelated Jitter – BUJ) обычно вызывается перекрестными влияниями между соседними цепями.

При решении различных задач оценки характеристик цифровых систем передачи (устойчивости работы, защищенности информации от утечки по техническим каналам и т.д.) возникает необходимость разложить TJ на составляющие его компоненты и определить их параметры. Это можно осуществить на основе

анализа данных, полученных при измерении ошибок временных интервалов (Time Interval Error – TIE) общего ФД.

Методы отделения межсимвольной интерференции ISI и ФД, вызванного искажением коэффициента заполнения импульсной последовательности DCD, от общего ФД, а также определения их параметров известны и описаны, например, в [5-7].

Для отделения периодического ФД от смеси RJ + BUJ используются спектральные методы, основанные на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ).

Однако анализируемый сигнал данных может содержать идущие подряд логические нули или единицы, которые при кодировании, например, линейным кодом NRZ не вызывают переходов значений исследуемого сигнала. Поэтому измерить значение ошибки временного интервала TIE между повторяющимися логическими символами невозможно. В моменты отсутствия смены состояний входного сигнала данных появляются неизвестные значения ошибок временных интервалов TIE. Их наличие не позволяет напрямую использовать спектральный метод отделения периодического ФД RJ от случайного RJ и ограниченного некоррелированного BUJ ФД, так как для последовательности с неизвестными значениями нельзя выполнить ДПФ.

В [2,8-12] для заполнения неизвестных значений ошибок временных интервалов предлагается использовать интерполяцию по ближайшим известным значениям. При этом может использоваться линейная, полиномиальная или сплайновая интерполяции.

Использование интерполяции неизвестных значений последовательности ошибок временных интервалов TIE по ближайшим известным искажает спектр последовательности ошибок временных интервалов TIE в сторону нижних частот с подавлением амплитуд высокочастотных составляющих. Такое искажение спектра ведет к ухудшению точности оценки периодического RJ, случайного RJ и ограниченного некоррелированного BUJ ФД при использовании спектрального метода разделения.

Цель работы – разработка метода заполнения неизвестных значений ошибок временных интервалов TIE, обеспечивающего более высокую точность отделения периодического ФД RJ от RJ и BUJ по сравнению с интерполяционными методами.

Метод восстановления пропущенных значений ошибок временных интервалов TIE
Блок-схема предлагаемого метода представлена на рисунке 2.



Рисунок 2 - Блок-схема метода заполнения неизвестных значений ошибок временных интервалов TIE

Предлагаемый метод заполнения неизвестных значений ошибок временных интервалов TIE состоит из следующих этапов.

1. Неизвестные значения в последовательности ошибок временных интервалов заменяются нулевыми значениями.
2. Выполняется ДПФ, обеспечивая переход из временной в частотную область.
3. Находятся пиковые значения амплитудного спектра последовательности ошибок временных интервалов TIE, соответствующие периодическим ФД RJ.
4. Обнуляются амплитуды спектра TIE на частотах, не соответствующих пиковым значениям.
5. Выполняется обратное ДПФ от спектра, в котором остались только пиковые значения. В результате получается последовательность во временной области, содержащая только периодические составляющие.
6. Полученная после обратного ДПФ последовательность, описывающая RJ, усиливается в N/N_{Δ} раз, где N_{Δ} – количество известных значений в последовательности TIE.
7. В исходной последовательности TIE неизвестные значения заменяются на соответствующие значения из полученной

последовательности, описывающей РЈ, и помечаются как «интерполированные».

После заполнения пропущенных значений в последовательности ТПЕ выполняется отделение периодической составляющей РЈ спектральным методом за счет фильтрации в частотной области. Далее значения, помеченные как «интерполированные», снова заменяются на неизвестные и не участвуют в дальнейшем анализе при разделении РЈ и ВУЈ и оценке их параметров.

Докажем правомерность предложенного метода заполнения неизвестных значений ТПЕ.

При замене неизвестных значений ошибок временных интервалов ТПЕ на нулевые значения получившуюся последовательность можно описать следующим выражением:

$$y(n) = x(n) \cdot r(n), \quad n = 0..N-1,$$

где $x(n)$ – истинная последовательность ТПЕ без пропущенных значений; $r(n)$ – последовательность единиц и нулей, где единице соответствует известное значение ТПЕ, а нулю – неизвестное; $y(n)$ – последовательность ТПЕ, в которой неизвестные значения заменены нулями.

Определим спектр последовательности $y(n)$ при известных спектрах последовательностей $x(n)$ и $r(n)$. Так как $y(n)$, $x(n)$ и $r(n)$ являются дискретными сигналами, то для нахождения спектра последовательности $y(n)$ необходимо воспользоваться дискретным преобразованием Фурье, которое имеет следующий вид:

$$\dot{Y}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi nk}{N}\right), \quad k = 0..N-1. \quad (1)$$

Спектр дискретного периодического сигнала является периодическим и «сопряженно-симметричным» относительно $N/2$ в случае, когда исходная последовательность представляет собой набор из N вещественных чисел, что справедливо в рассматриваемом случае, так как значения ТПЕ являются вещественными числами:

$$\dot{Y}(N-k) = \dot{Y}(-k) = \dot{Y}^*(k).$$

Так как последовательность $y(n)$ является произведением последовательностей $x(n)$ и $r(n)$, то прямое ДПФ $\dot{Y}(k)$ можно представить как круговую свертку ДПФ его сомножителей [13]:

$$\dot{Y}(k) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \dot{X}(i) \cdot \dot{R}(k-i). \quad (2)$$

Рассмотрим последовательность $r(n)$ и найдем ДПФ $\dot{R}(k)$. Последовательность $r(n)$ формируется наличием знакоперемен в исследуемом сигнале. Пусть исследуемый сигнал формируется двоичным источником без памяти, т.е. его можно описать двоичной псевдослучайной последовательностью с вероятностью появления логической единицы, равной p . Последовательность наличия знакоперемен $r(n)$ можно представить простой цепью Маркова с графом, изображенным на рисунке 3.

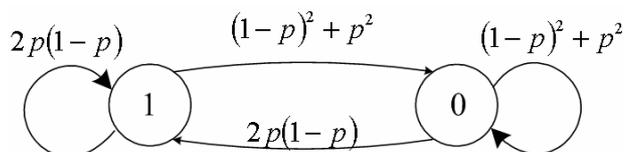


Рисунок 3 - Граф последовательности $r(n)$

Матрица-строка возможных состояний последовательности $r(n)$ будет иметь вид:

$$\mathbf{V} = \{1 \quad 0\}.$$

Матрица одношаговых вероятностей перехода для простой цепи Маркова, описывающей последовательность $r(n)$ будет равна:

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{vmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2p(1-p) & (1-p)^2 + p^2 \\ 2p(1-p) & (1-p)^2 + p^2 \end{vmatrix},$$

где π_{jk} — одношаговая вероятность перехода из состояния j в состояние k .

Найдем функцию автокорреляции данного марковского процесса. Так как для простой цепи Маркова матрица вероятностей перехода за n шагов равна n -й степени матрицы одношаговых вероятностей перехода [14], то

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi}(n) &= (\boldsymbol{\pi})^n, \\ \boldsymbol{\pi}(2) &= \boldsymbol{\pi}(3) = \dots = \boldsymbol{\pi}(n \geq 1) = \boldsymbol{\pi} = \\ &= \begin{vmatrix} 2p(1-p) & (1-p)^2 + p^2 \\ 2p(1-p) & (1-p)^2 + p^2 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Пусть матрица-строка вероятностей начального состояния равна $\mathbf{P}_{нач}^T(0) = \{1 \quad 0\}$. В этом случае вектор-строка вероятностей различных значений последовательности $r(n)$ определяется уравнением:

$$\mathbf{P}^T(n) = \mathbf{P}^T(0) \cdot \boldsymbol{\pi}(n).$$

При $n > 1$ получаем финальные вероятности различных значений последовательности:

$$\mathbf{P}_{фин}^T = \{2p(1-p) \quad (1-p)^2 + p^2\}.$$

Далее найдем математическое ожидание последовательности $r(n)$:

$$m = 2p(1-p) \cdot 1 + ((1-p)^2 + p^2) \cdot 0 = 2p(1-p).$$

Центрированная последовательность $r'(n)$ будет иметь следующую матрицу-строку возможных состояний:

$$\mathbf{V}' = \{(1-p)^2 + p^2 \quad 2p(p-1)\}.$$

Функция автокорреляции центрированной последовательности $r'(n)$ вычисляется по формуле:

$$k(n) = \sum_{\mu, \nu=1}^2 P_{\mu} \cdot \pi_{\mu\nu}(n) \cdot V'_{\mu} \cdot V'_{\nu}.$$

Определим функцию автокорреляции центрированной последовательности $r'(n)$ для различных значений n :

$$n = 0: \quad k(0) = 2p(1-p)((1-p)^2 + p^2);$$

$$n \geq 1: \quad k(n \geq 1) = 0.$$

Таким образом, функция автокорреляции центрированной последовательности $r'(n)$ описывается выражением:

$$k(n) = \begin{cases} 2p(1-p)((1-p)^2 + p^2), & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}.$$

По известной функции автокорреляции центрированной последовательности $r'(n)$, а также математическому ожиданию m последовательности $r(n)$ по теореме Винера-Хинчина можно определить спектральную плотность мощности (СПМ) последовательности $r(n)$:

$$S_r(k) = 4p^2(1-p)^2 N^2 \cdot \delta(k) + 2p(1-p)((1-p)^2 + p^2) \cdot N.$$

А так как СПМ – это квадрат модуля дискретного преобразования Фурье, то по известной спектральной плотности мощности определяем амплитудный спектр последовательности $r(n)$:

$$F_r(k) = |\dot{R}(k)| = \sqrt{S_r(k)} = 2p(1-p) \cdot N \cdot \delta(k) + \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2) \cdot N}. \quad (3)$$

На рисунке 4 изображены амплитудный спектр смоделированной последовательности $r(n)$ с вероятностью появления логической единицы $p = 0,5$ и объемом выборки $N = 2^{14}$. Также на данном рисунке изображен

теоретический амплитудный спектр, построенный по выражению (3).

С учетом того, что последовательность $r(n)$ является случайной, ее фазовый спектр будет иметь составляющие, равномерно распределенные в интервале $[-\pi; \pi]$.

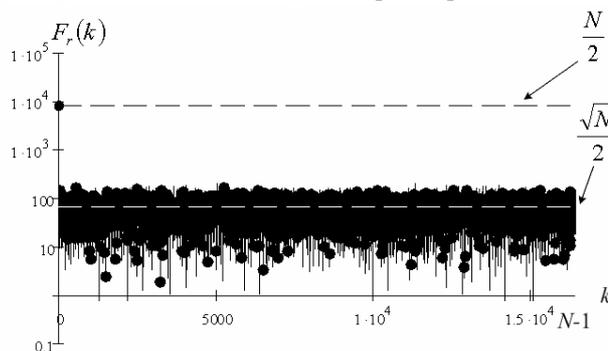


Рисунок 4 - Амплитудный спектр последовательности $r(n)$

Таким образом, с учетом (3) можно записать выражение для ДПФ последовательности $r(n)$:

$$\dot{R}(k) = 2p(1-p) \cdot N \cdot \delta(k) + \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} \cdot N \cdot \exp(j\zeta_k), \quad (4)$$

где ζ_k – фаза частотной составляющей спектра последовательности $r(n)$ на частоте k , случайная величина, равномерно распределенная на $[-\pi; \pi]$.

Пусть истинная последовательность ТИЕ $x(n)$ содержит периодическую составляющую с амплитудой A_0 , относительной частотой k_0/N , начальной фазой φ_{k_0} и случайную составляющую $\eta(n)$, которая представляет собой дискретный белый гауссовый шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $D(\eta)$:

$$x(n) = A_0 \cos\left(2\pi \frac{k_0}{N} n + \varphi_{k_0}\right) + \eta(n).$$

При этом допустим, что мощность периодической составляющей $A_0^2/2$ имеет один порядок или много больше мощности случайной составляющей $D(\eta)$. Амплитудный спектр смоделированной последовательности $x(n)$ представлен на рисунке 5.

В этом случае ДПФ последовательности $x(n)$ можно представить выражением:

$$\dot{X}(k) = \begin{cases} 0, & k=0 \\ \frac{A_0}{2} \cdot N \cdot e^{j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta) \cdot N} \cdot e^{j\theta_{k_0}}, & k=k_0 \\ \frac{A_0 N}{2} \cdot e^{-j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta) \cdot N} \cdot e^{-j\theta_{k_0}}, & k=N-k_0 \\ \frac{2}{\sqrt{D(\eta) \cdot N}} \cdot e^{j\theta_k}, & k \neq 0, k \neq k_0, k \neq N-k_0 \end{cases} \quad (5)$$

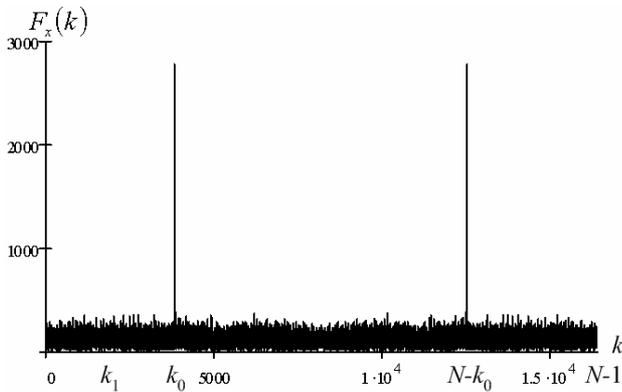


Рисунок 5 - Амплитудный спектр смоделированной последовательности $x(n)$

где θ_k – фаза частотной составляющей спектра последовательности $x(n)$ на частоте k , случайная величина, равномерно распределенная на $[-\pi; \pi]$.

На основе выражений (2), (4) и (5) определим значение дискретного преобразования Фурье $\dot{Y}(k)$ на относительной частоте k_0/N :

$$\dot{Y}(k_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \dot{X}(i) \cdot \dot{R}(k_0 - i).$$

При нахождении круговой свертки необходимо учитывать, что дискретное преобразование Фурье является периодической функцией с периодом N . В этом случае

$$\begin{aligned} \dot{Y}(k_0) = & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k_0-1} (\sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i}) \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} N \cdot e^{j\zeta_{k_0-i}} + \\ & + \frac{1}{N} \left(\frac{A_0}{2} N \cdot e^{j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_{k_0}} \right) \cdot 2p(1-p)N + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=k_0+1}^{N-k_0-1} (\sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i}) \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} N \cdot e^{j\zeta_{N+k_0-i}} + \\ & + \frac{1}{N} \left(\frac{A_0}{2} N \cdot e^{-j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{-j\theta_{k_0}} \right) \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} N \cdot e^{j\zeta_{2k_0}} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{N} \sum_{i=N-k_0+1}^{N-1} (\sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i}) \cdot$$

$$\sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} N \cdot e^{j\zeta_{N+k_0-i}}. \quad (6)$$

Рассмотрим первое, третье и пятое слагаемые выражения (6). Их можно представить в полярных координатах как сумму векторов с одинаковой длиной $\sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)} \cdot D(\eta)$ и углами $(\theta_i + \zeta_{k_0-i})$. Но так как θ_i и ζ_i – случайные величины, равномерно распределенные в диапазоне $[-\pi; \pi]$, то сумма этих слагаемых в выражении (6) будет стремиться к нулю при $N \rightarrow \infty$.

Теперь сравним второе и четвертое слагаемые выражения (6). Четвертое слагаемое пренебрежимо мало по сравнению со вторым слагаемым при $N \rightarrow \infty$, так как его модуль примерно в \sqrt{N} раз меньше. Следовательно, при больших N четвертым слагаемым можно пренебречь при условии, что мощность периодической составляющей $A_0^2/2$ имеет один порядок или много больше мощности случайной составляющей $D(\eta)$. Тогда получаем:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(k_0) \approx & \frac{A_0}{2} N \cdot e^{j\theta_{k_0}} \cdot 2p(1-p) + \\ & + \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_{k_0}} \cdot 2p(1-p). \end{aligned} \quad (7)$$

Вторым слагаемым в выражении (7) можно пренебречь, т.к. оно пренебрежимо мало по сравнению с первым слагаемым при $N \rightarrow \infty$.

Таким образом, при принятых ограничениях справедливо выражение:

$$\dot{Y}(k_0) \approx \frac{A_0}{2} \cdot N \cdot 2p(1-p) \cdot e^{j\theta_{k_0}}. \quad (8)$$

Из анализа выражения (8) можно сделать вывод о том, что при заполнении неизвестных значений в последовательности ошибок временных интервалов ПТЕ нулевыми значениями гармонические составляющие в спектре полученной последовательности будут иметь ту же фазу, что и в первоначальном спектре, а амплитуда гармоник будет умножена на коэффициент $2p(1-p)$, равный вероятности p_Δ наличия знакоперемены в исследуемом сигнале:

$$p_\Delta = 2p(1-p) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_\Delta}{N},$$

где N_Δ – количество знакоперемен в рассматриваемой выборке исследуемого сигнала.

Таким образом, при замене неизвестных значений ПЕ нулями при большом объеме выборки N можно оценить фазу и амплитуду гармонической составляющей в исходной последовательности по формулам:

$$\arg(\dot{X}(k_0)) \approx \arg(\dot{Y}(k_0)), \quad (9)$$

$$|\dot{X}(k_0)| \approx \frac{1}{2p(1-p)} |\dot{Y}(k_0)| = \frac{1}{p_\Delta} |\dot{Y}(k_0)|. \quad (10)$$

Оценим значение фазы и амплитуды спектра последовательности $y(n)$ на относительной частоте k_1/N , причем $k_1/N < k_0/N$, на которой отсутствует гармоническая составляющая (рис. 5). В этом случае:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(k_1) = & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k_1-1} \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i} \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{k_1-i}} + \\ & + \frac{1}{N} \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_{k_1}} \cdot 2p(1-p)N + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=k_1+1}^{k_0-1} \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i} \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{N+k_1-i}} + \\ & + \frac{1}{N} \left(\frac{A_0}{2} N \cdot e^{j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_{k_0}} \right) \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{N+k_1-k_0}} + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=k_0+1}^{N-k_0-1} (\sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i} \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{N+k_1-i}}) + \\ & + \frac{1}{N} \left(\frac{A_0}{2} N \cdot e^{-j\theta_{k_0}} + \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{-j\theta_{k_0}} \right) \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{k_1+k_0}} + \\ & + \frac{1}{N} \sum_{i=N-k_0+1}^{N-1} (\sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_i} \cdot \\ & \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{N+k_1-i}}). \quad (11) \end{aligned}$$

Проводя аналогичные рассуждения, выражение (11) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{Y}(k_1) \approx & \sqrt{D(\eta)N} \cdot e^{j\theta_{k_1}} \cdot 2p(1-p) + \\ & + \frac{A_0}{2} \cdot e^{j\theta_{k_0}} \cdot \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{N+k_1-k_0}} + \\ & + \frac{A_0}{2} \cdot e^{-j\theta_{k_0}} \cdot \sqrt{2p(1-p)((1-p)^2 + p^2)N} \cdot e^{j\zeta_{k_1+k_0}}. \quad (12) \end{aligned}$$

Вторым и третьим слагаемыми в выражении (12) пренебречь нельзя, так как они сравнимы по величине с первым слагаемым.

Следовательно, уровень шумовых составляющих в спектре $\dot{Y}(k)$ будет больше

уровня соответствующих составляющих в спектре $\dot{X}(k)$. Таким образом, оценивать амплитуду и фазу шумовых составляющих по спектру $\dot{Y}(k)$ нельзя.

Аналогичные выводы можно сделать и при наличии нескольких гармонических составляющих в анализируемом сигнале.

Результаты моделирования

Определим ошибки оценивания амплитуды и фазы гармонической составляющей по выражениям (9) и (10) путем имитационного моделирования в среде *MathCad*.

Средняя относительная ошибка оценки амплитуды периодической составляющей вычисляется по формуле:

$$\overline{e_A} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{|A^{ucx} - A_i|}{A^{ucx}} \cdot 100\%, \quad (13)$$

где n – количество испытаний для вычисления среднего значения; A^{ucx} – исходное значение амплитуды периодической составляющей; A_i – оценка амплитуды гармонической составляющей, полученная по выражению (10) в i -м испытании.

Средняя абсолютная ошибка оценки фазы периодической составляющей вычисляется по формуле:

$$\overline{e_\phi} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |\varphi^{ucx} - \varphi_i|, \quad (14)$$

где φ^{ucx} – исходное значение фазы периодической составляющей; φ_i – оценка фазы гармонической составляющей, полученная по выражению (9) в i -м испытании.

В общем случае ошибки $\overline{e_A}$ и $\overline{e_\phi}$ будут зависеть от длины анализируемой последовательности N и от соотношения сигнал/шум h , где сигнал соответствует периодической составляющей, а шум – случайной, т.е.

$$\overline{e_A} = f(N, h);$$

$$\overline{e_\phi} = f(N, h);$$

$$h = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_{\text{ПС}}}{P_{\text{СС}}} \right),$$

где $P_{\text{ПС}}$ – мощность периодической составляющей; $P_{\text{СС}}$ – мощность случайной составляющей.

На рисунках 6 и 7 представлены графики зависимостей ошибок $\overline{e_A}$ и $\overline{e_\phi}$ от соотношения сигнал/шум h для нескольких значений объемов выборки N , полученные путем имитационного

моделирования в среде *MathCad*, при следующих условиях:

- 1) мощность случайной составляющей $P_{CC} = \sigma^2 = 4$;
- 2) количество усредняемых значений $n = 200$;
- 3) периодическая составляющая представляет собой гармоническое колебание со случайной начальной фазой;
- 4) вероятность появления логической единицы в анализируемом сигнале $p = 0,5$.

На рисунках 8 и 9 представлены графики зависимостей ошибок \overline{e}_A и \overline{e}_φ от объема анализируемой выборки N для различных соотношений сигнал/шум h , полученные путем моделирования в среде *MathCad* при описанных выше условиях.

Как видно из графиков (рис. 6, 7), средние ошибки \overline{e}_A и \overline{e}_φ уменьшаются при увеличении соотношения сигнал/шум h при постоянном N . При равных мощностях случайной и периодической составляющих при $N = 2^{14}$ значение \overline{e}_A составляет менее одного процента, а \overline{e}_φ – менее 0,01 рад.

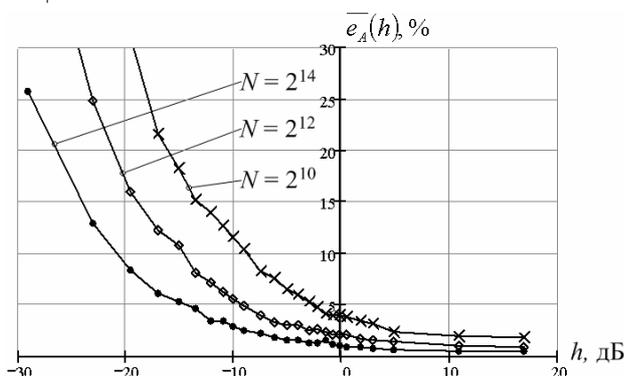


Рисунок 6 - Графики зависимостей \overline{e}_A от h для различных N

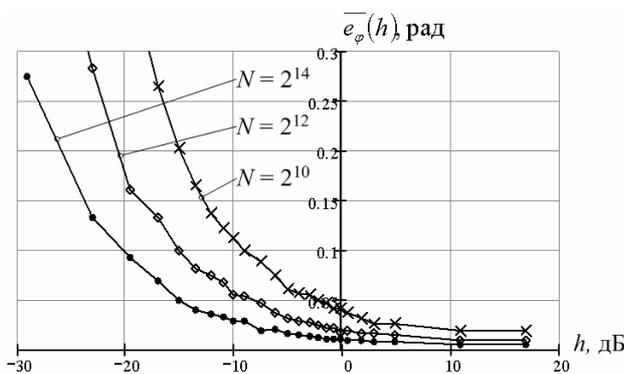


Рисунок 7 - Графики зависимостей \overline{e}_φ от h для различных N

При постоянном отношении сигнал/помеха средние ошибки оценок амплитуды и фазы можно уменьшить за счет увеличения объема анализируемой выборки (рис. 8, 9). Так, для соотношения сигнал/шум $h = 0$ дБ средние ошибки \overline{e}_A и \overline{e}_φ составляют приблизительно 1% и 0,01 рад соответственно при $N = 2^{14}$ и уменьшаются при увеличении объема рассматриваемой выборки.

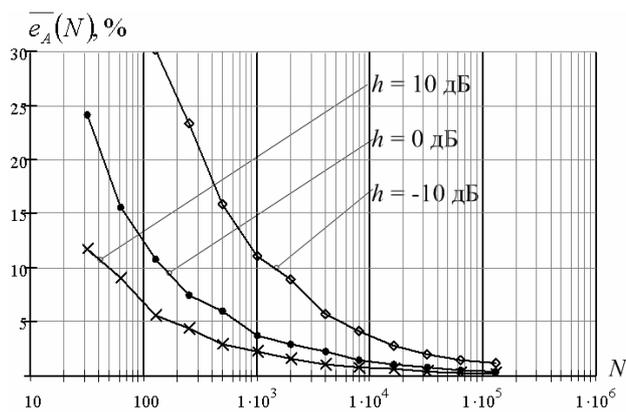


Рисунок 8 - Графики зависимостей \overline{e}_A от N для различных h

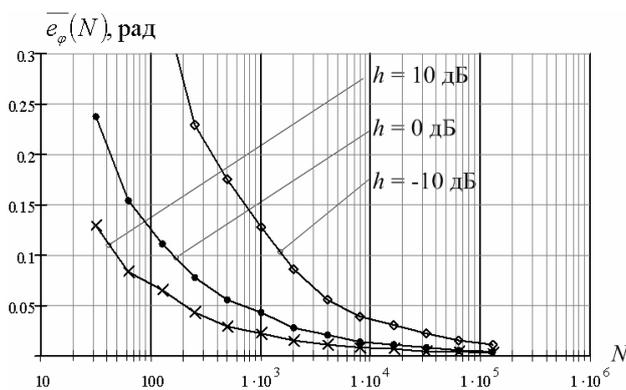


Рисунок 9 - Графики зависимостей \overline{e}_φ от N для различных h

Для сравнения предлагаемого метода заполнения пропущенных значений ТИЕ и метода на основе линейной интерполяции было проведено имитационное моделирование по оцениванию параметров периодического и случайного ФД. В качестве случайной составляющей был принят случайный гауссовский процесс $\eta(n)$ с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением $\sigma = 2$. В качестве периодических составляющих были взяты три гармонических сигнала с относительными частотами $f_1 = 0,25$,

$f_2 = 0,345$, $f_3 = 0,44$, амплитудами $A_1 = 0,79$, $A_2 = 0,835$, $A_3 = 0,51$ и случайными фазами φ_1 , φ_2 и φ_3 . Длина выборки была принята за $N = 2^{14}$. Из данной последовательности

$$x(n) = \sum_{j=1}^3 A_j \cdot \cos(2\pi f_j \cdot n + \varphi_j) + \eta(n)$$

случайным образом (с вероятностью 0,5) были удалены значения, тем самым была смоделирована последовательность ошибок временных интервалов ПИЕ случайного сигнала данных. Неизвестные значения затем были восстановлены за счет линейной интерполяции [10] и согласно предлагаемому методу. Далее был применен спектральный метод оценки параметров периодического и случайного ФД, описанный в [2]. В качестве критерия была выбрана средняя абсолютная ошибка, вычисляемая по формуле:

$$MPAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{|y_i^{ucx} - y_i|}{y_i^{ucx}} \right) \cdot 100\%.$$

Сравнение данных методов показало уменьшение $MPAE$ при оценивании размаха значений периодического ФД PJ_{pp} с 61,9 % (линейная интерполяция) до 11,3 % (предлагаемый метод), а при оценивании среднеквадратического отклонения значений случайного ФД RJ_{rms} – с 4,0 % (линейная интерполяция) до 1,0 % (предлагаемый метод).

Выводы. Таким образом, выражения (9) и (10), а также графики (рис. 6-9) доказывают возможность применения предложенного метода заполнения пропущенных значений в последовательности ошибок временных интервалов ПИЕ, что позволяет использовать спектральный метод разделения периодического ФД и совокупности случайного и ограниченного некоррелированного ФД даже при анализе случайного цифрового сигнала данных.

Кроме этого, предложенный метод заполнения неизвестных значений ошибок временных интервалов в совокупности с известным спектральным методом разделения [2] обеспечивает более высокую точность оценивания компонентов общего ФД по

сравнению с интерполяционными методами, описанными в [2, 8-12].

Библиографический список

1. Рекомендация МСЭ-Т О.172.
2. Fiber Channel—Methodologies for Jitter and Signal Quality Specification, 2003. National Committee for Information Technology Standardization (NCITS), working draft for Rev 10. Washington, DC.
3. Andy Kuo, Roberto Rosales, Touraj Farahmand, Sassan Tabatabaei. Andre Ivanov. Crosstalk Bounded Uncorrelated Jitter (BUJ) for High-Speed Interconnects – «IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement», vol.54, no. 5, pp. 1800-1810, Oct. 2005.
4. Comparison of Different Jitter Analysis Technigues With a Precision Jitter Transmitter, Agilent Technologies Applicftion Note 5989-3205EN, www.agilent.com.
5. US Patent № US 7203610 B2. System and method of obtaining data- dependent jitter (DDJ) estimates from mtaasured signal data / S. Tabatabaei, M. Ben-Zeev, P.F. Miller. Apr. 10, 2007.
6. US Patent № US 7248982 B1. Finding data dependent jitter with a DDJ calculator configured by regression / S.D. Draving, A. Montijo. Jul. 24, 2007.
7. US Patent № US 7388937 B1. Systems and methods for jitter analysis of digital signals / K.L. Rodger, K.W. Ferguson, K. Chun Yeung Hung, J. Paul James Benson, A.S. Wright. Jun. 17, 2008.
8. US Patent № US 6356850 B1. Method and apparatus for jitter analysis / J.B. Wilstrup, D.M. Petrich. Mar. 12, 2002.
9. US Patent № US 6832172 B2. Apparatus and method for spectrum analysis-based serial data jitter measurement / B.A. Ward, K. Tan, M. L. Guenther. Dec. 14, 2004.
10. US Patent № US 6898535 B2. Method and apparatus for decomposing signal jitter using multiple acquisitions / S.D. Draving. May 24, 2005.
11. US Patent Application Publication № US 2007/0110146 A1. Jitter spectrum analysis using random sampling / S. Tabatabaei. May 17, 2007
12. US Patent № US 7254168 B2. Method for decomposing timing jitter on arbitrary serial data sequences / M. L. Guenther. Aug. 7, 2007.
13. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
14. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для вузов. – М. : Радио и связь, 2004. – 608 с. : ил.