

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.385.6

*Т.С. Ремизова*

### РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПРОЛЕТНЫХ ТРУБАХ ДВУХРЕЗОНАТОРНОГО ГЕНЕРАТОРНО-УСИЛИТЕЛЬНОГО КЛИСТРОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОГО КОЭФФИЦИЕНТА РЕДУКЦИИ

*Получены соотношения, описывающие одномерное движение электронов в группирующемся электронном потоке в пролетных трубах генераторно-усилительного клистрона, учитывающие действие сил пространственного заряда. Проведено исследование влияния пространственного заряда на параметры двухрезонаторного генераторно-усилительного клистрона.*

**Ключевые слова:** двухазорный резонатор, нелинейный коэффициент редукиции, генераторно-усилительный клистрон (ГУК), пространственно-временная диаграмма (ПВД), электронный КПД, процесс группирования, пространственный заряд (ПЗ).

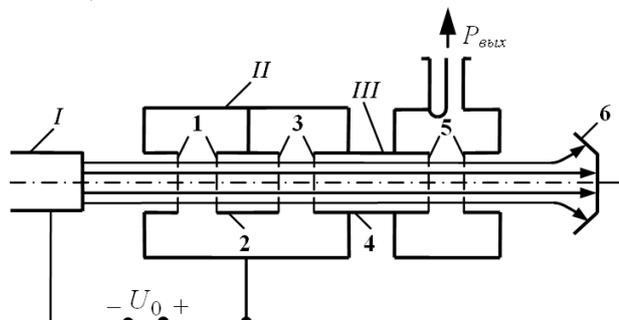
**Введение.** Ранее выполнено численное моделирование процессов группирования электронов в двухрезонаторном ГУК на двойных зазорах в режиме самосогласованного поля [1]. Представлен анализ процесса установления колебаний на основе аналитической теории [2], исследовано влияние нормированных параметров резонатора на этот процесс в режиме самосогласованного поля в автогенераторе на двухазорном резонаторе [3].

В работах [1-3] исследования проводились в кинематическом приближении. Для учета влияния пространственного заряда (ПЗ) разработана программа [4], позволяющая на основе двумерного анализа многослойной модели электронного потока из деформируемых элементов [5] проводить подробный анализ процессов группирования в приборах пролетного клистронного типа. В связи с учетом многих факторов реальных приборов быстродействие программы ограничено.

*Цель работы* – разработка методики и быстродействующей программы для оперативного анализа и оптимизации процессов группирования в пролетных трубах ГУК с использованием нелинейного коэффициента редукиции плазменной частоты электронного потока. В данной работе оптимальная по электронному КПД выходного резонатора конструкция ГУК (рисунок 1)

исследуется с использованием быстродействующей программы оперативного одномерного анализа методом заданного поля.

**Теоретическая часть.** В пролетных трубах внешние поля отсутствуют и на электроны действуют только собственные поля ПЗ. Для учета ПЗ здесь впервые используется нелинейный коэффициент редукиции [6], применение которого дает для фазовых траекторий электронов такие же нелинейные эффекты, которые наблюдаются при численном моделировании процессов группирования на основе моделей потока из крупных частиц.



**Рисунок 1** – Схематическое изображение ГУК: I – катод, II – генераторная секция, III – усиленный каскад, 1, 3 – зазоры первого резонатора, 2, 4 – трубы дрейфа, 5 – зазор второго резонатора, 6 – коллектор

Уравнение продольного движения электро-

нов применительно к разрабатываемой математической модели ГУК записано в следующем виде:

$$\frac{d^2 Z}{d\theta^2} + a_q^2 (Z - Z_0) = 0, \quad (1)$$

где  $a_q = a_p F_z^{1/2}$ ,  $a_p = \omega_p / \omega$ ,  $\omega_p = 1.83 \cdot 10^{10} \frac{\sqrt{j_0}}{\sqrt[4]{U_0}}$  –

плазменная частота,  $\omega$  – частота генерируемого сигнала,  $j_0$  – плотность тока,  $U_0$  – ускоряющее напряжение,  $F_z = E_z / E_{z0}$  – коэффициент редукции поля ПЗ,  $E_z$  и  $E_{z0}$  – продольная напряженность поля ПЗ в потоке конечного диаметра в металлической трубе и в бесконечно широком потоке соответственно,  $Z_0$  – координата начала пролетной трубы между зазорами в резонаторе или между резонаторами,  $\theta$  – угол пролета,  $Z$  – текущая нормированная координата.

Коэффициент  $F_z$  для дисковой модели потока в линейном режиме малого сигнала зависит лишь от радиусов потока  $b$  и трубы  $a$ . В нелинейном режиме, как показано в [6], он зависит также от коэффициента скоростной модуляции, угла пролета и положения электрона в сгустке. В этом общем случае решение уравнения (1) неизвестно. Однако если коэффициент  $F_z$  усреднить по углу пролета, то уравнение (1) сводится к уравнению колебаний электронного сгустка с известным решением.

В работе [7] аппроксимационные соотношения для усредненного по радиусу потока и углу пролета нелинейного коэффициента редукции были получены для синусоидальной модуляции. Поэтому применительно к ГУК аппроксимационные соотношения будут использованы с учетом первой гармоники и постоянной составляющей скорости электронов на входе в пролетные трубы, рассчитанные по соотношениям Фурье-анализа. Применительно к пролетным трубам ГУК решения уравнения (1) имеют следующий вид:

$$V_k = V_0 + V_m \sin(\Phi_{0k} + \varphi_V) \cos a_q \theta, \quad (2)$$

$$Z = Z_0 + \theta V_0 + \frac{V_m}{a_q} \sin(\Phi_{0k} + \varphi_V) \sin a_q \theta. \quad (3)$$

Из уравнения (3) определяется фаза прибытия  $\Phi_k = \theta - \Phi_{0k}$   $k$ -го электрона в заданную плоскость с координатой  $Z$  методом решения трансцендентных уравнений.

Постоянная составляющая  $V_0$  и амплитуда первой гармоники  $V_m$  скорости в соотношениях (2) – (3) определяются по формулам численного анализа Фурье [8]:

$$V_m = \sqrt{a_V^2 + b_V^2}, \quad \varphi_V = \arctg \frac{b_V}{a_V}, \quad V_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V_{\text{вых},k},$$

$$a_V = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N V_{\text{вых},k} \cos \Phi_{\text{вых},k}, \quad b_V = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N V_{\text{вых},k} \sin \Phi_{\text{вых},k}$$

где  $V_{\text{вых},k}$  и  $\Phi_{\text{вых},k}$  – скорость и фаза  $k$ -го электрона либо на входе в трубу между первым и вторым зазорами первого резонатора, либо на входе в трубу между первым и вторым резонаторами, которые определяются решением уравнений в зазорах [8],  $N$  – число электронов.

Аппроксимационные соотношения для усредненного по углу пролета нелинейного коэффициента  $F_z$  [7] применительно к ГУК имеют следующий вид:

$$F_z = F_{Z0} (a_{Z0} + a_{Z1} \cos(\Phi_{0k} + \varphi_V)), \quad (4)$$

$$a_{Z1} = \frac{V_m}{a_{q0}} a_Z, \quad (5)$$

$$a_{Z0} = \sqrt{1 + a_{Z1}^2}, \quad (6)$$

$$a_Z = \frac{1 - F_{Z0}}{2F_{Z0}^{1/4}}, \quad (7)$$

где  $F_{Z0} = 0.54 J_1^2 \left( 2.4 \frac{b}{a} \right) \frac{\theta_a}{\theta_l}$  – коэффициент редукции в линейном режиме [9],  $\theta_a = \gamma a$ ,  $\theta_l = \gamma l$ ,  $\gamma = \omega / v_0$ ,  $l$  – расстояние между зазорами,  $v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_0}$  – постоянная составляющая скорости электронов.

Использование аппроксимационных соотношений (4) – (7) для  $F_z$  дает погрешность не более 5% по сравнению с численными моделями потока из крупных частиц при расчете фазовых траекторий и первой гармоники конвекционного тока для двухрезонаторных клистронов. Возможность использования этих соотношений для многорезонаторных клистронов не исследовалась в силу того, что распределение скоростей не является синусоидальным. Поэтому в дальнейшем разработанная программа с использованием аппроксимационных соотношений будет применяться только для двухрезонаторного ГУК. Расчеты многорезонаторных ГУК могут проводиться по программе на основе более строгой модели потока из деформируемых элементов [5].

В случае малого влияния ПЗ уравнения (2) – (3) для координаты  $Z$  и скорости  $V_k$  определяются соотношениями:

$$Z = V_{0k} (\Phi_k - \Phi_{0k}), \quad V_k = V_{0k},$$

где  $\Phi_{0k} = \Phi_{\text{вых},k1}$ ,  $V_{0k} = V_{\text{вых},k1}$  – начальные фаза и скорость  $k$ -го электрона на входе в пролетную трубу и выходе из первого зазора резонатора либо  $\Phi_{0k} = \Phi_{\text{вых},k2}$ ,  $V_{0k} = V_{\text{вых},k2}$  – начальные фа-

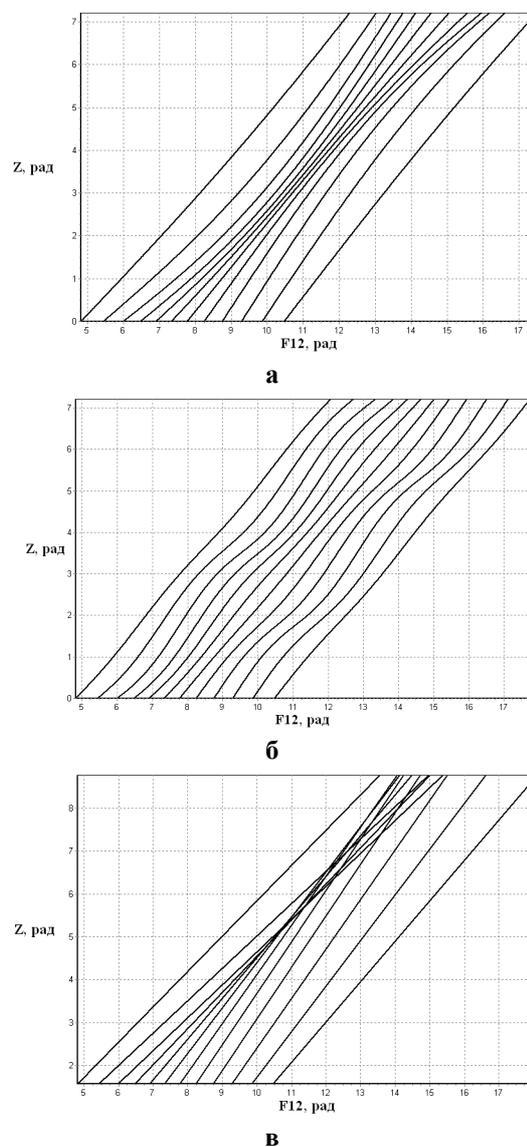
за и скорость  $k$ - электрона на входе в последующую за резонатором пролетную трубу и выходе из второго зазора резонатора.

**Результаты расчетов.** В результате проведенной оптимизации были подобраны следующие параметры двухрезонаторного ГУК с генераторной секцией на двухзазорном резонаторе:

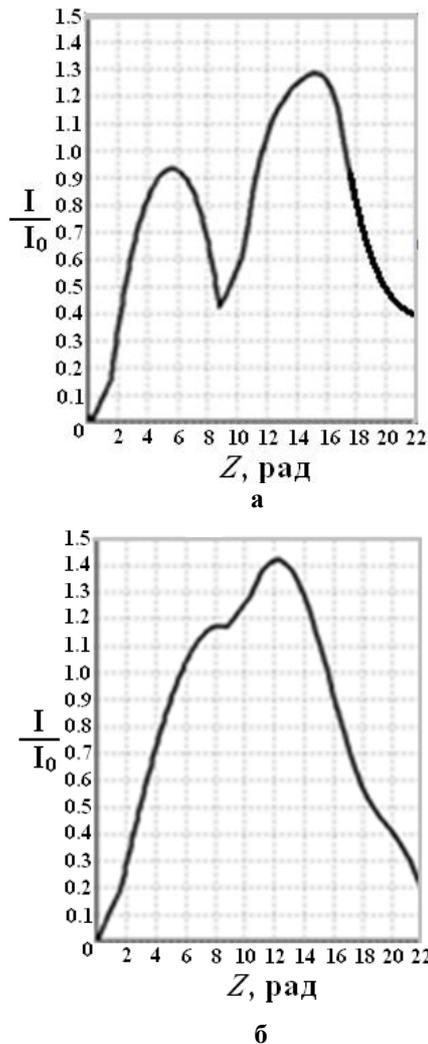
- ширина первого и второго зазоров первого резонатора  $\theta_{d1}=\theta_{d1}=\pi/2$ ;
- длина трубы дрейфа между зазорами первого резонатора  $\theta_{12}=7.2$  рад;
- нормированная амплитуда напряжения на зазорах входного резонатора, работающего на  $\pi$ -виде колебаний,  $\xi=0.5$ ;
- электронный КПД входного зазора  $\eta_{e1}=1.13\%$ ;
- электронный КПД выходного зазора генераторной секции  $\eta_{e2}=3.77\%$ ;
- длина трубы дрейфа между зазорами первого и второго резонаторов  $\theta_{123}=2$  рад;
- ширина зазора второго резонатора  $\theta_{d3}=1$  рад;
- нормированная амплитуда и фаза напряжения на зазоре выходного резонатора  $\xi_3=0.9$  и  $\varphi_{U3}=2$  рад;
- максимальное значение нормированной амплитуды первой гармоники конвекционного тока  $I_{1kmax}=1.42$ ;
- электронный КПД выходного резонатора  $\eta_{e3}=45.6\%$ .

На рисунке 2 для оптимальных значений параметров резонаторов приведены ПВД в первой трубе дрейфа ГУК с учетом ПЗ при  $a_p=0.65$  (рисунок 2, а, б) и без него (рисунок 2, в). Пространственный заряд влияет на характер траекторий: в отличие от кинематического режима, где есть пересечение траекторий (рисунок 2, в), в режиме ПЗ траектории не имеют пересечения (рисунок 2, а, б) и в случае большого значения коэффициента  $a_q$ , не достижимого на практике, а имеющего место только в теоретических исследованиях, имеют колебательный характер (рисунок 2, б). На рисунке 3 приведены распределения первой гармоники конвекционного тока с учетом (рисунок 3, а) и без учета ПЗ (рисунок 3, б). В трубе дрейфа между зазорами в обоих случаях ( $Z=1.57\dots 8.77$  рад) продолжается группирование электронов, предварительно сгруппированных в первом зазоре ( $Z=0\dots 1.57$  рад), что ведет к дальнейшему росту первой гармоники тока. В дальнейшем внутри второго зазора ( $Z=8.77\dots 10.34$  рад) первая гармоника тока в целом продолжает нарастать. Однако в определенной зоне зазора переменное напряжение на зазоре оказывает большее разгруппирующее действие на электронный поток, что приводит к появлению участка спада тока и к характерному излому кривой, что в большей мере проявляется

при учете ПЗ (рисунок 3, а). Выбранные на основе проведенных расчетов размеры и режим генерации двухзазорного резонатора обеспечивают скоростную модуляцию, способствующую догруппировке электронного сгустка. Поэтому в следующей за генераторной секцией области продолжается рост первой гармоники тока до максимального значения. Учет ПЗ приводит к уменьшению максимального значения нормированной амплитуды первой гармоники конвекционного тока с  $1.4I_0$  до  $1.3I_0$  и смещению положения максимума от генераторной секции с  $Z=12$  рад до  $Z=15$  рад. Угол пролета в трубе между выходным зазором генераторной секции и зазором выходного резонатора обеспечивает развязку генераторной секции от нагрузки и стабильность режима автогенерации. Электронный КПД выходного резонатора составил с учетом ПЗ 43%.



**Рисунок 2** – Пространственно-временная диаграмма с учетом (а), (б) и без учета (в) пространственного заряда



**Рисунок 3 – Зависимости нормированной амплитуды первой гармоники конвекционного тока от координаты пространства взаимодействия с учетом (а) и без учета (б) пространственного заряда**

**Заключение.** Разработаны методика и программа учета пространственного заряда при моделировании процессов группирования электронов в ГУК на основе нелинейного коэффициента редукции. Исследовано движение электронов в пролетных трубах двухрезонаторного ГУК с использованием нелинейного коэффициента редукции. Получены расчетные зависимости первой гармоники конвекционного тока от координаты

пространства взаимодействия. Оптимизированы режим и размеры ГУК, обеспечивающие догруппировку электронов. Показано, что ПЗ уменьшает максимум первой гармоники конвекционного тока, сдвигает его от генераторной секции, уменьшает КПД.

#### **Библиографический список**

1. Ремизова Т.С. Методика расчета приборов клистронного типа на двухзачорных резонаторах в самосогласованном режиме // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-1. (46). С. 119-125.
2. Федяев В.К., Акимова Т.С., Горлин О.А. Условия самовозбуждения питрона // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 33. С. 64-68.
3. Ремизова Т.С., Федяев В.К. Оптимизация итерационного процесса моделирования автогенераторов на двухзачорных резонаторах // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-2. (46). С. 103-106.
4. Акимова Т.С., Юркин В.И., Митраков А.Ю. Графическая программа отображения информации при исследовании электронных процессов в приборах клистронного типа // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. №31. С. 101-104.
5. Федяев В.К. Двумерная модель электронного потока из деформируемых элементов // Вакуумная и плазменная электроника. Рязань: Рязанский радиотехнический институт, 1986. С. 96-100.
6. Федяев В.К., Козлов В. Н., Буланкин В.А. Исследование коэффициента редукции поля пространственного заряда в клистроне в нелинейном режиме // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27. № 3. С. 540-545.
7. Федяев В.К., Буланкин В.А. Определение длин пролетных труб и фокусирующего магнитного поля в клистроне // Электронная техника. Сер. СВЧ-техника. 2000. № 1. Вып. 475. С. 50-53.
8. Федяев В.К., Акимова Т.С. Работа двухзачорного резонатора в генераторно-усилительном клистроне // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2012. № 2. С. 101-109.
9. Кацман Ю.А. Приборы СВЧ. М.: Высш. шк., 1983. 386 с.

УДК 681.586 + 621.317

**И.Е. Сырмолов****ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С МЕМБРАНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ**

Проведено сравнение изгибающих моментов для прямоугольной и квадратной мембран. Представлены значения относительных изгибающих моментов в зависимости от координат точки. Предложены выражения для нахождения деформаций на поверхности пластины. Доказана большая неоднородность распределения деформаций в прямоугольной мембране в сравнении с круглой.

**Ключевые слова:** мембранный УЧЭ, пластина, мембрана, изгибающие моменты, деформации, ПАВ-датчики.

**Введение.** В датчиках давления на основе тензочувствительности скорости поверхностных акустических волн (ПАВ) в линиях задержки и резонаторах мембранный упругий чувствительный элемент выполнен в виде плоских или профилированных пластин круглой или прямоугольной формы [1-4].

**Цель работы** – получить формулы для расчета упругих чувствительных элементов (УЧЭ) в виде защемленной по контуру прямоугольной изотропной пластины, на поверхности которой размещены встречно-штыревые преобразователи ПАВ.

**Теоретические исследования.** Для прямоугольной пластины, нагруженной сосредоточенной силой в центре и опертой по контуру, максимальный прогиб в центре пластины определяется по формуле [5]:

$$W_{max} = \alpha_1 \frac{Pa^2}{D}, \quad (1)$$

где  $\alpha_1$  – коэффициент, значение которого для изотропной пластины с коэффициентом Пуассона  $\mu$ , равным 0,3, приведено в таблице 1;  $P$  – усилие;  $a, b$  – размеры мембраны;  $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$  – цилиндрическая жесткость,  $h$  – толщина мембраны.

**Таблица 1 – Значение поправочного коэффициента**

$b/a$	1,0	1,2	1,6	2,0	3,0	$\infty$
$\alpha_1 \cdot 10^{-5}$	1160	1353	1570	1620	1690	1695

Как следует из выражения (1) и таблицы 1, прогиб мало зависит от длины пластины  $b$  при неизменной ширине  $a$ .

Прогиб центра круглой мембраны, жестко защемленной по контуру [5]:

$$W_{max} = \frac{3 + \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{PR_0^2}{16\pi D}. \quad (2)$$

Соотношение жесткостей квадратной и круглой мембран ( $a = 2R_0$ ):

$$G_1 = \frac{\alpha_1 16\pi(1 + \mu)a^2}{3 + \mu} \Big|_{\mu=0,3} = 0,9184. \quad (3)$$

То есть жесткость квадратной мембраны несколько выше, чем круглой, при равенстве стороны квадрата и диаметра мембраны.

При равенстве площадей квадратной и круглой мембран  $\pi R_0^2 = a^2$ ,  $G_2 = 0,721$ . Для случая  $a = 2R_0$ ,  $b = 2a$ ,  $G_3 = 1,007$ .

Если защемленная по контуру прямоугольная пластина нагружена распределенным давлением  $q$ , то прогиб центра пластины равен:

$$W'_{max} = \alpha_2 \frac{qa^4}{D}, \quad (4)$$

а изгибающие моменты в центре пластины вдоль осей  $X$  ( $M_{x\mu}$ ) и  $Y$  ( $M_{y\mu}$ ) вычисляются по формулам:

$$M_{x\mu} = \beta_1 qa^2, \quad M_{y\mu} = \beta_2 qa^2, \quad (5)$$

где  $\alpha_2, \beta_1, \beta_2$  – коэффициенты, определяемые соотношением сторон мембраны. Для защемленной по контуру квадратной мембраны:

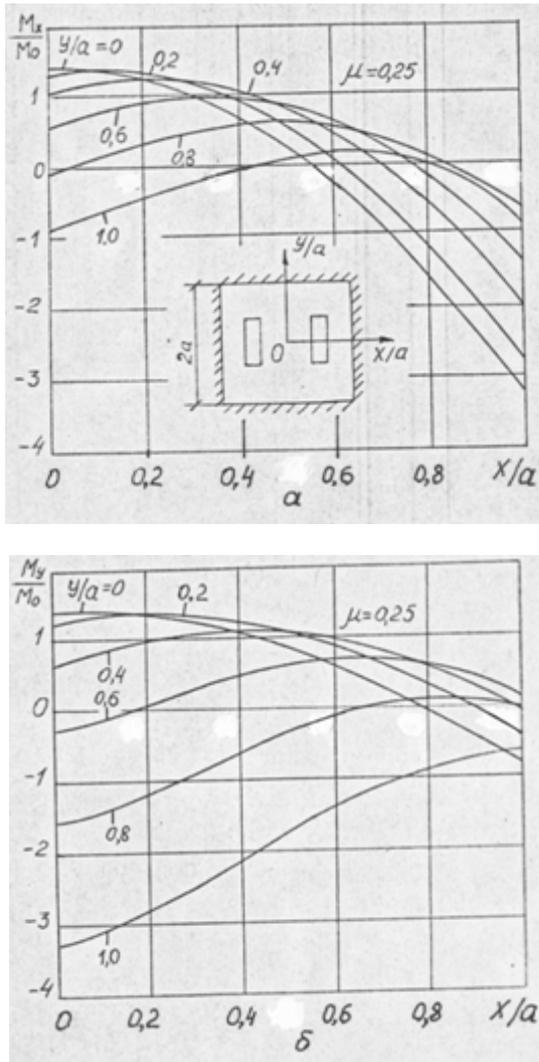
$$W'_{max1} = \frac{0,00126qa^4}{D}. \quad (6)$$

Представим распределение изгибающих моментов для защемленной квадратной мембраны в направлениях  $X = 0$  и  $Y = 0$  в виде полинома:

$$M_x = \frac{q}{16} [Aa^2(1 + \mu) - B(y)X^2(3 + \mu) - C(x)Y^2(1 + 3\mu)], \quad (7)$$

$$M_y = \frac{q}{16} [Aa^2(1 + \mu) - B(x)Y^2(1 + 3\mu) - C(y)X^2(3 + \mu)]. \quad (8)$$

Выражения (7), (8) выбраны с учетом следующих граничных условий:



**Рисунок 1 – Распределение изгибающих моментов в квадратной защемленной мембране с ВШП**  
**ПАВ: а – продольных, б – поперечных**

изгибающие моменты максимальны в центре (положительные) и на контуре вдоль осей  $X$  и  $Y$ ; законы распределения напряжений по площади квадратной и круглой мембран аналогичны; изгибающие моменты вдоль прямых  $X = a$  и  $Y = a$  уменьшаются от центра к периферии, оставаясь отрицательными. На основе уравнений (7), (8) получим выражения для квадратной мембраны путем подбора коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Граничные условия приведены в работе [5] для характерных точек поверхности с координатами  $X = 0, Y = 0; X = 0, Y = a$  и  $X = a, Y = 0$ . После преобразований и вычисления коэффициентов для произвольной точки квадратной мембраны получим:

$$M_x = \frac{qa^2}{16} \left[ 1,14 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) (1+\mu) - 1,44(3+\mu) \times \frac{X^4}{(X^2+Y^2)a^2} - 1,30 \frac{(1+3\mu)Y^4}{(X^2+Y^2)a^2} \right], \quad (9)$$

$$M_y = \frac{qa^2}{16} \left[ 1,14 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) (1+\mu) - 1,30 \times \frac{(1+3\mu)X^4}{(X^2+Y^2)a^2} - 1,44 \frac{(3+\mu)Y^4}{(X^2+Y^2)a^2} \right]. \quad (10)$$

Для прямоугольной мембраны:

$$M_x = \frac{qa^2}{16} \left\{ 1,14 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) (1+\mu) \bar{\beta}_1 - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \left[ 1,44(3+\mu) \frac{X^4}{a^4} \bar{\beta}_1 + 1,30(1+3\mu) \frac{Y^4}{a^4} \bar{\beta}_2 \right] \right\}, \quad (11)$$

$$M_y = \frac{qa^2}{16} \left\{ 1,14 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) (1+\mu) \bar{\beta}_2 - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \left[ 1,44(3+\mu) \frac{Y^4}{a^4} \bar{\beta}_1 + 1,30(1+3\mu) \frac{X^4}{a^4} \bar{\beta}_2 \right] \right\}, \quad (12)$$

где  $\bar{\beta}_2 = \beta_2 / \beta_2|_{a=b}; \bar{\beta}_2' = \beta_2' / \beta_2'|_{a=b};$

$$\bar{\beta}_1 = \beta_1' / \beta_1'|_{a=b}; \bar{\beta}_1 = \beta_1 / \beta_1|_{a=b};$$

$\beta_1, \beta_1', \beta_2, \beta_2'$  – коэффициенты, приведенные в работе [5].

В таблице 2 и на рисунке 1 представлены значения относительных изгибающих моментов  $M_x/M_0$  и  $M_y/M_0$  в зависимости от координат точки на поверхности квадратной мембраны.

Деформации на поверхности мембраны равны:

$$\epsilon_x = \frac{3qa^2}{8Eh^2} \left\{ 1,14(1-\mu^2) \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \times \left[ 1,30(1+3\mu) \left( \frac{Y^4}{a^4} - \mu \frac{X^4}{a^4} \right) + 1,44(3+\mu) \times \left( \frac{X^4}{a^4} - \mu \frac{Y^4}{a^4} \right) \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\epsilon_y = \frac{3qa^2}{8Eh^2} \left\{ 1,14(1-\mu^2) \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \times \left[ 1,30(1+3\mu) \left( \frac{X^4}{a^4} - \mu \frac{Y^4}{a^4} \right) + 1,44(3+\mu) \times \left( \frac{Y^4}{a^4} - \mu \frac{X^4}{a^4} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

Для значения  $\mu=0,25$

$$\epsilon_x = \frac{3qa^2}{8Eh^2} \left[ 1,06 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \times \right.$$

$$\times \left( 4,12 \frac{X^4}{a^4} + 1,09 \frac{Y^4}{a^4} \right), \quad (15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{3qa^2}{8Eh^2} \left[ 1,06 \left( 1 + \frac{XY}{a^2} \right) - \frac{a^2}{X^2+Y^2} \times \left( 1,09 \frac{X^4}{a^4} + 4,12 \frac{Y^4}{a^4} \right) \right]. \quad (16)$$

Интегрирование выражений (13) - (16) в координатах границ активной тензочувствительной области позволяет определить среднюю величину продольных и поперечных деформаций. Как следует из рисунка 1, области с отрицательными изгибающими моментами в направлении осей  $X$  и  $Y$  размещаются на квадратной мембране вблизи контура заземления. При значениях  $Y/a < 0,8$   $M_x < 0$ , если  $X/a > 0,6$ ;  $M_y < 0$ , если  $Y/a < 0,7$ .

Распределение деформаций в прямоугольной мембране по характеру более неоднородно, чем в круглой, что является дополнительной причиной нелинейности. Достоинством ее является совпадение с формой ПАВ-резонатора или линии задержки.

**Таблица 2 – Относительные значения продольных ( $M_x/M_0$ ) и поперечных ( $M_y/M_0$ ) изгибающих моментов на поверхности квадратной мембраны для  $\mu=0,3$**

Моменты		Координата $x/a$					
		0	0,2	0,6	0,8	1,0	
Продольный момент	Координата $Y/a$	0	1,48	1,23	-	-	-
		0,2	1,33	1,34	0,06	-	-
		0,4	1,06	1,21	0,48	-	-
		0,6	0,60	0,84	0,68	-	-
		0,8	-	0,27	0,36	0,10	-
		1,0	-	-	0,16	0,00	-
Поперечный момент	Координата $Y/a$	0	1,42	1,33	0,60	-	-
		0,2	1,23	1,34	0,84	0,27	-
		0,4	0,67	0,92	0,96	0,56	-
		0,6	-	0,06	0,68	0,36	0,16
		0,8	-	-	-	0,10	0,00
		1,0	-	-	-	-	-

**Экспериментальное исследование ПАВ - датчиков давления.** Датчик избыточного давления (рисунок 2) содержит прямоугольную

профилированную мембрану в виде диафрагмы с утолщенными краями, выполненную из кварца  $Y$  – среза [6]. На поверхности вдоль длинной стороны диафрагмы нанесена топологическая структура основного тензочувствительного ПАВ - резонатора. Компенсирующие резонаторы расположены параллельно основному на массивных краях мембраны, соединенной по периметру нижней поверхности слоем эластичного компаунда с металлическим основанием, в центре которого имеется отверстие с патрубком для подачи давления в образованную полость. Для защиты от воздействия внешней среды используется кожух. С помощью группы гермовводов резонаторы включены в электронную схему. Срез кристалла, из которого выполнена мембрана, выбран с максимальной по величине отрицательной тензочувствительностью скорости ПАВ к поперечной деформации  $\varepsilon'_z$ :

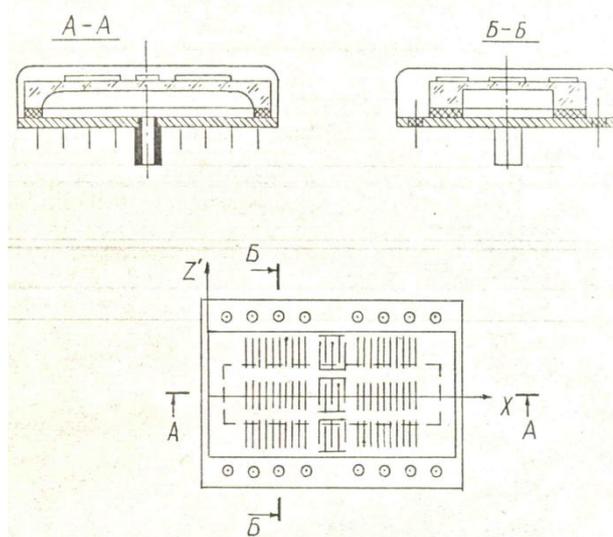
$$\frac{\Delta V}{V} = K_{\varepsilon'_z} \varepsilon'_z,$$

где  $K_{\varepsilon'_z}$  – коэффициент тензочувствительности фазовой скорости ПАВ к поперечной деформации;  $\Delta V/V$  - относительное изменение скорости ПАВ.

Собственная частота резонатора, расположенного на диафрагме, изменяется пропорционально величине измеряемого давления:

$$\left( \frac{\Delta f}{f} \right)_p = K_p \frac{p}{p_0},$$

где  $K_p$  – крутизна преобразования давления в частоту;  $p$  и  $p_0$  – измеряемое и эталонное давление.



**Рисунок 2 – Датчик избыточного давления**

Резонаторы, расположенные на массивных участках мембраны, не изменяют частоту при воздействии давления.

Изменение температуры окружающей среды вызывает смещение начальной частоты резонаторов на одинаковую величину пропорционально температурному коэффициенту задержки (ТКЗ) для данного направления распространения волны в кристаллической мембране:

$$\left(\frac{\Delta f_2}{f_2}\right)_T \approx \left(\frac{\Delta f_3}{f_3}\right)_T \approx \left(\frac{f_4}{f_4}\right) = \alpha_T \Delta T,$$

где  $\alpha_T$  – ТКЗ ПАВ;  $\Delta T$  – разность температур.

Электронная схема коррекции производит вычитание частот резонаторов и компенсирует влияние температуры.

Для уменьшения паразитной деформации мембраны из-за рассогласования температурных коэффициентов расширения анизотропной мембраны и изотропного основания геометрические размеры мембраны, диафрагмы и связующего слоя выбираются из соотношения:

$$h_M \geq h_0 \left(1 + \frac{S_\partial}{S_c}\right),$$

где  $h_0$  и  $h_M$  – толщина основания и периферийных участков мембраны;  $S_\partial$  и  $S_c$  – площадь диафрагмы и слоя связующего вещества соответственно.

В этом случае деформация основания вызывает незначительные деформации поверхностного слоя мембраны, на котором размещены резонаторы ПАВ, из-за того, что объем массивных периферийных участков мембраны превышает объем основания, а также потому, что рабочая поверхность мембраны максимально удалена от границы раздела мембраны и основания. Для полной компенсации дрейфа нуля толщина слоя связующего вещества превышает толщину диафрагмы  $h_c > h_\partial$ , причем связующее вещество после полимеризации (затвердевания) остается эластичным и демпфирует влияние основания на мембрану.

Для согласования по коэффициенту линейного расширения материал основания имеет КЛР  $\alpha_0$  в пределах от минимального до максимального КЛР кристалла в плоскости среза:  $\alpha_{max} > \alpha_0 > \alpha_{min}$ .

Таким образом, разностная частота  $\Delta f$  является мерой величины давления и практически не зависит от температуры:

$$\Delta f = f_2 - \frac{f_3 + f_1}{2} = K'_p (P - P_0).$$

Соотношение сторон диафрагмы не менее 2:1 выбирается из тех соображений, что топология резонатора ПАВ имеет апертуру меньших размеров, чем длина резонансной полости. Обычно апертура выбирается порядка 50 длин ПАВ, а расстояние между серединами областей, занятых отражателями, в 4 - 5 раз больше.

Толщина диафрагмы выбирается больше 6 периодов решётки встречно-штыревых преобразователей (ВШП), потому что ПАВ локализуется в слое глубиной не более 3 длин волн (3 периода решётки ВШП), а диафрагма при изгибе имеет нейтральную поверхность, совпадающую со срединной плоскостью диафрагмы в недеформированном состоянии. Слой диафрагмы половинной толщины со стороны измеряемого давления испытывает при изгибе сжатие (в центре), а слой, в котором распространяется ПАВ, – растяжение. Если толщина диафрагмы меньше 6 длин волн, то часть энергии ПАВ переходит в область с противоположными по знаку деформациями, что приведёт к уменьшению чувствительности.

Апертура ВШП ПАВ – резонатора, расположенного в центре диафрагмы, не превышает половины ширины диафрагмы, поскольку при жёстком заземлении мембраны центральная область диафрагмы будет испытывать деформации растяжения, периферийная – сжатия. Размеры области положительных деформаций прямоугольной мембраны по аналогии с круговой мембраной [3] составляют не менее половины её ширины. Если часть апертуры будет размещена в области с противоположными по знаку деформациями, то чувствительность датчика уменьшится.

Ширина утолщённых краёв мембраны для обеспечения жёсткого заземления диафрагмы должна быть не менее половины ширины диафрагмы, причём минимальная толщина массивных участков мембраны, при которой дрейф нуля практически равен нулю, не должна быть меньше величины

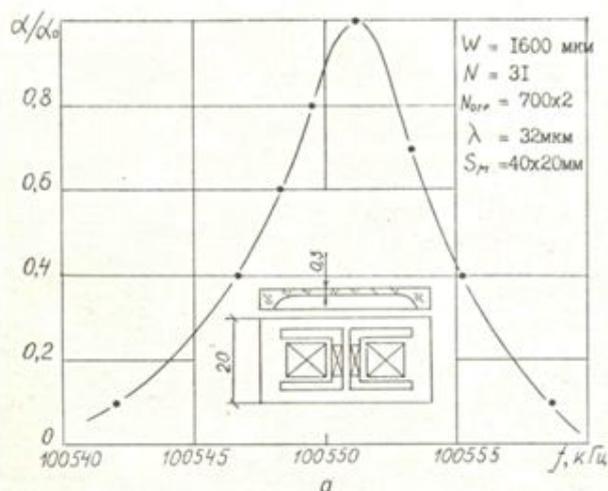
$$h_M \geq 5h_\partial \left(1 + \frac{S_\partial}{S_c}\right).$$

Чувствительность датчика повышается с увеличением рабочей частоты ПАВ – резонатора при неизменных геометрических размерах мембраны за счёт уменьшения апертуры ВШП и длины волны. При этом средний уровень поперечных деформаций растёт, так как глубина слоя, в котором распространяется ПАВ, уменьшается.

Дрейф нуля датчика за счёт дифференциального включения резонаторов близок к нулю. Параллельное размещение резонаторов выбирается с целью компенсации температурного коэффициента частоты ПАВ – резонаторов, связанного с изменением модулей упругости материала мембраны и ее геометрических размеров при нагревании (охлаждении).

Амплитудно-частотная характеристика ПАВ – резонатора макетного образца датчика давле-

ния представлена на рисунке 3. Экспериментальное значение крутизны преобразования давления в частоту 0,17 Гц/Па, основная погрешность не более 0,5 %.



Параметр	Частота	Потери	Добротность
Величина	$f_0$ , МГц	A, дБ	Q
Значение	100,551140	18	$2,5 \cdot 10^4$

б

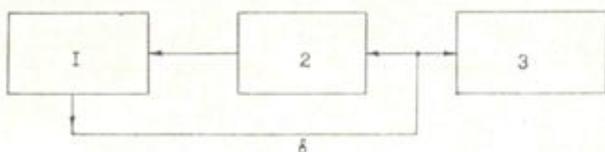


Рисунок 3 – Экспериментальные характеристики 2-входного ПАВ - резонатора датчика давления: а – АЧХ, б – электрические параметры, в – структурная схема измерения: 1 – измеритель частотных характеристик XI - 38, 2 – ПАВ - резонатор, 3 – частотомер ЧЗ - 34А

**Выводы.** 1. Разработан и исследован защищённый авторскими свидетельствами [4, 6] датчик давления, который отличается высокими значениями чувствительности, разрешающей способности и температурной стабильности.

2. Получены математические выражения для расчёта компонентов деформаций, напряжений и изгибающих моментов в прямоугольных (квадратных) мембранах, в которых учтены геометрические размеры ПАВ – структуры в прямоугольных координатах и координаты её расположения на поверхности УЧЭ. Компоненты деформаций рассчитываются в декартовой системе координат, связанной с положением ВШП.

#### Библиографический список

1. Сырмолотнов И.Е. Исследования акустоэлектронных тензопреобразователей и разработка датчиков механических величин на их основе: дис.канд.техн.наук; 05.13.05: защищена 03.03.89; утв. 12.07.89/ Сырмолотнов Иван Егорович. - Рязань, 1998. – 250с. – Библиогр.: С.184-203.
2. Сырмолотнов И.Е. Расчет напряженно-деформированного состояния упругих элементов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-1 (46). С.142-146.
3. Сырмолотнов И.Е., Асташин А.А. Исследование напряженно-деформированного состояния упругих элементов для ПАВ-датчиков // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 3 (45). С.83-87.
4. Авт. свид. 1164565 (СССР). Датчик давления на поверхностных акустических волнах / И.Е. Сырмолотнов. - Заявл. 06.06.1983.
5. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Наука, 1966. - 420 с.
6. Авт. свид. 1379656 (СССР). Датчик давления / И.Е. Сырмолотнов и др. - Заявл. 12.12.1984.

УДК 53.087, 533.15

С.Е. Игошина, И.А. Аверин, А.А. Карманов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОРИСТЫХ ПЛЕНОК НА ОСНОВЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ОКСИДОВ

Разработана модель газочувствительности, учитывающая молекулярную и кнудсеновскую диффузию газов в пористых пленках на основе полупроводниковых оксидов. Представлены экспериментальные результаты изменения сопротивления пористых пленок на основе диоксид олова – диоксид кремния, полученных методом золь-гель технологии, при воздействии газов восстановителей – паров этанола.

**Ключевые слова:** газочувствительность, полупроводниковые оксиды, золь-гель технология, диффузия, фрактальные агрегаты.

**Введение.** В газовых сенсорах нового поколения в качестве чувствительных элементов используются пористые пленки на основе полупроводниковых оксидов с управляемым и воспроизводимым размером пор [1-3]. При этом они содержат фазу для улучшения адгезии и одну или более фаз полупроводниковых металлооксидов *n*-типа электропроводности для обеспечения заданной газочувствительности. Принцип действия таких сенсоров основывается на изменении электрофизических свойств газочувствительных пленок при адсорбции кислорода и десорбции продуктов их реакции с молекулами газ-восстановителей [4,5].

Для описания физических процессов взаимодействия газов с пленками на основе полупроводниковых оксидов используются следующие модели [6-8]: 1) тонкого сплошного слоя; 2) потенциальных барьеров на границе зерен; 3) открытых мостиков; 4) закрытых мостиков; 5) полной модуляции сопротивления зерна.

Согласно первой модели чувствительный слой является сплошным, причем его толщина сопоставима с длиной экранирования Дебая. Эквивалентная электрическая схема такой пленки представляет собой параллельно включенные сопротивление объема (предполагается постоянным) и приповерхностной области (зависит от концентрации газа из-за изменения приповерхностного заряда). Газочувствительность в этой модели тем выше, чем больше сопротивление объема материала, увеличение которого может быть достигнуто уменьшением толщины пленки и увеличением собственного сопротивления материала. Рассматриваемая модель применима только для пленок толщиной меньше длины экранирования Дебая и не учитывает наличия в них пор.

В рамках второй модели пленка состоит из отдельных зерен, находящихся между собой в механическом контакте, на границе которых существуют потенциальные барьеры. Однако их толщина достаточно мала, что обеспечивает туннелирование электронов сквозь барьер. Плотность туннельного тока определяется концентрацией электронов вблизи барьера и зависит от величины поверхностного заряда. Изменение туннельного тока при уходе атомов кислорода с поверхности под воздействием восстанавливающего газа определяет общее сопротивление сенсора. Указанная модель справедлива только для достаточно крупнозернистых образцов, полученных по толстопленочной и керамической технологиям при низких температурах спекания.

В третьей модели предполагается, что отдельные зерна материала взаимодействуют между собой, образуя континуум, пронизанный порами. Размеры области объемного заряда меньше диаметра контакта между зернами. Сопротивление области объемного заряда много больше сопротивления объема материала, поэтому весь ток, протекающий через мостик, концентрируется в центральной его области. Сопротивления мостика и сенсора определяются эффективным сечением мостика, которое зависит от размеров области объемного заряда, задаваемых зарядом поверхности. Рассматриваемая модель наиболее характерна для сенсоров, сформированных путем спекания механически измельченных материалов при высоких температурах.

Для четвертой модели характерно, что размеры области объемного заряда меньше диаметра зерна, но больше диаметра мостика между зернами. Области объемного заряда, обусловленные адсорбцией кислорода, перекрываются друг с другом. Это соответствует образованию потенциального барьера для носителей заряда в области границы зерен. В проводимости участвуют только те электроны, энергия которых достаточна для преодоления барьера. Уменьшение поверхностного заряда при взаимодействии с газом приводит к снижению высоты потенциального барьера и соответственно к увеличению числа электронов, способных его преодолеть. Этот процесс обуславливает изменение проводимости сенсора. Модель наиболее характерна для керамических сенсоров, полученных путем спекания.

Согласно пятой модели область объемного заряда перекрывает весь объем зерна. Модуляция поверхностного заряда приводит к изменению положения уровня Ферми в зерне и соответственно к изменению концентрации носителей заряда, что обуславливает изменение сопротивления сенсора. Этой модели наиболее соответствуют сенсоры с чрезвычайно высокой дисперсностью, например полученные реактивным распылением.

По мере уменьшения заряда поверхности и соответствующего уменьшения размеров области объемного заряда пятая модель переходит в четвертую и далее в третью. В реальных сенсорах, по-видимому, отдельные участки материала ведут себя в соответствии с той или иной моделью, что определяется свойствами материала, его зернистостью и адсорбционной способностью на данном участке.

Необходимо отметить, что существующие

модели газочувствительности явным образом не учитывают пористость пленок и не описывают изменение их сопротивления с течением времени при воздействии газов, концентрация которых изменяется с постоянной скоростью, что соответствует реальным физическим процессам, протекающим с выделением газа, например горению [9]. Цель работы – разработка модели газочувствительности, учитывающей молекулярную и кнудсеновскую диффузию газов в пористых пленках на основе полупроводниковых оксидов, с последующим сравнением результатов моделирования и экспериментальных данных.

**Теоретическая часть.** Перенос вещества (молекул газа) в пористых пленках происходит как за счет столкновения молекул друг с другом (молекулярная диффузия), так и за счет соударения со стенками пор (диффузия Кнудсена). Причем в зависимости от давления газа преобладает либо первый тип, либо второй, так как вероятность соударения молекул друг с другом при низком давлении достаточно мала. Теоретический коэффициент диффузии  $D_T$ , учитывающий оба процесса, имеет вид:

$$D_T = \frac{D_K D_M}{D_K + D_M}, \quad (1)$$

где  $D_K$  и  $D_M$  – коэффициенты кнудсеновской и молекулярной диффузии соответственно, определяемые соотношениями [10]:

$$D_K = \frac{4}{3} r \sqrt{\frac{2RT}{\pi M}}; \quad (2)$$

$$D_M = \frac{3}{8\sqrt{2}} \frac{1}{\xi^2} \frac{kT}{p} \sqrt{\frac{kT}{\pi m^*}}, \quad (3)$$

где  $r$  – радиус поры;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура;  $M$  – молярная масса газа (в случае многокомпонентной смеси используется средняя молярная масса смеси);  $\xi$  – средний размер молекул;  $m^*$  – средняя молекулярная масса газа (для смеси двух газов определяется соотношением  $m^* = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ ).

Распределение молекул газа с концентрацией  $C_{gas}(x, t)$  в пористых пленках на основе полупроводниковых оксидов может быть описано следующим уравнением [11]:

$$\frac{\partial C_{gas}(x, t)}{\partial t} = D_T N_p \frac{\partial^2 C_{gas}(x, t)}{\partial x^2} - K C_{gas}(x, t), \quad (4)$$

где  $0 \leq x \leq L$  – координата, в которой рассчитывается концентрация газа;  $L$  – толщина газочувст-

вительной пленки;  $0 \leq t \leq t_{max}$  – время воздействия газа;  $N_p$  – количество пор в пленке;  $K$  – константа поверхностной реакции [ $c^{-1}$ ].

Используя метод разделения переменных, представляем функцию распределения молекул газа в пористых пленках в виде:

$$C_{gas}(x, t) = C_x(x) \cdot C_t(t), \quad (5)$$

где  $C_x(x)$  и  $C_t(t)$  – зависимость концентрации молекул газа от  $x$  и  $t$  соответственно.

Подставляя предполагаемую форму решения (5) в (4), получаем:

$$\frac{1}{C_t(t)} \frac{\partial C_t(t)}{\partial t} = D_T N_p \frac{1}{C_x(x)} \frac{\partial^2 C_x(x)}{\partial x^2} - K. \quad (6)$$

Считая, что скорость изменения концентрации молекул газа постоянна, получаем:

$$\frac{1}{C_t(t)} \frac{\partial C_t(t)}{\partial t} = \lambda; \quad (7)$$

$$D_T N_p \frac{1}{C_x(x)} \frac{\partial^2 C_x(x)}{\partial x^2} - K = \lambda, \quad (8)$$

где  $\lambda$  – некоторая константа.

Преобразуя, а затем интегрируя левые и правые части уравнение (7), используя начальные условия вида

$$\left. \begin{aligned} C_t(0) &= C_0 \\ C_t(t_{max}) &= C_{max} \end{aligned} \right\},$$

где  $C_0 \rightarrow 0$  и  $C_{max}$  – начальная и максимальная концентрации молекул газа соответственно.

Получаем:

$$C_t(t) = C_0 \exp(\lambda t); \quad (9)$$

$$\lambda = \ln\left(\frac{C_{max}}{C_0}\right) t_{max}^{-1}. \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что  $\lambda$  – скорость роста концентрации молекул газа [ $c^{-1}$ ].

Общее решение уравнения (8) имеет вид:

$$\begin{aligned} C_x(x) &= C_1 \exp\left(x \sqrt{\frac{K + \lambda}{ND_T}}\right) + \\ &+ C_2 \exp\left(-x \sqrt{\frac{K + \lambda}{ND_T}}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

Используя граничные условия вида [12]:

$$\left. \begin{aligned} C_x(0) &= C_S \\ C_x(2L) &= C_S \end{aligned} \right\},$$

где  $C_S = C_0 \exp(\lambda t)$  – концентрация молекул газа на поверхности пористой пленки в момент времени  $t$ , с учетом (9) и (11) получаем:

$$C_{gas}(x,t) = C_0 \exp(\lambda t) \times \frac{\text{sh}\left(x\sqrt{\frac{K+\lambda}{ND_T}}\right) + \text{sh}\left((2L-x)\sqrt{\frac{K+\lambda}{ND_T}}\right)}{\text{sh}\left(2L\sqrt{\frac{K+\lambda}{ND_T}}\right)}. \quad (12)$$

Анализ уравнения (11) показывает, что концентрация молекул газа в пористых пленках на основе полупроводниковых оксидов не является постоянной, а зависит от момента времени с начала воздействия газа и тем меньше, чем больше расстояние от поверхности. С учетом предположения, что газочувствительная пленка представляет собой структуру из массива пористых слоев бесконечно малой толщины [11] изменение ее электропроводности при воздействии газ-восстановителей или окислителей линейно зависит от их концентрации:

$$\sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_0 a C(x,t), \quad (13)$$

где  $\sigma_0$  – электропроводность пленки на воздухе;  $a$  – некоторая величина, зависящая от типа газа (положительная для восстановителей и отрицательная для окислителей) и конкретных механизмов взаимодействия газов с пленками на основе полупроводниковых оксидов [ppm<sup>-1</sup>].

Интегрирование уравнения (13) позволяет определить сопротивление пористых пленок на основе полупроводниковых оксидов на воздухе ( $R_0$ ) и при воздействии молекул газов ( $R_g$ ):

$$\frac{1}{R_0} = \int_0^L \sigma_0 dx = \sigma_0 L; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_g} &= \int_0^L (\sigma_0 + \sigma_0 a C(x,t)) dx = \\ &= \sigma_0 L + \sigma_0 a \sqrt{\frac{ND_T}{K+\lambda}} \text{th}\left(L\sqrt{\frac{K+\lambda}{ND_T}}\right) \times \\ &\times C_0 \exp(\lambda t). \end{aligned} \quad (15)$$

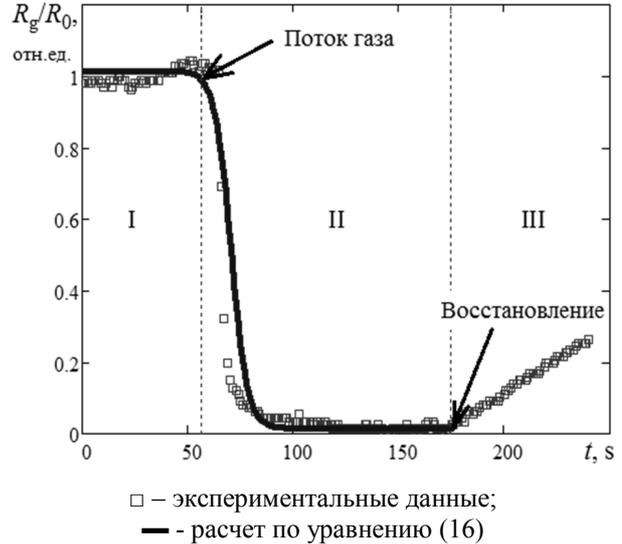
Относительное изменение сопротивления пленки при воздействии газов с учетом (14) и (15) имеет вид:

$$\frac{R_g}{R_0} = \frac{1}{1 + \frac{a}{L} \sqrt{\frac{ND_T}{K+\lambda}} \text{th}\left(L\sqrt{\frac{K+\lambda}{ND_T}}\right) C_0 \exp(\lambda t)}. \quad (16)$$

Анализ уравнения (16) показывает, что сопротивление пористых пленок на основе полупроводниковых оксидов при воздействии газ-восстановителей будет резко уменьшаться, причем величина этого изменения зависит как от вида газа, так и от параметров пленки (толщина пленки, размер и количество пор).

**Экспериментальные исследования**

Разработанная модель позволяет определить сопротивление газочувствительных пленок при воздействии на них газов как с постоянной концентрацией, так и при её изменении с постоянной скоростью (см. рисунок).



**Относительное изменение сопротивления пленок на основе диоксид олова – диоксид кремния при воздействии газов-восстановителей (паров этанола)**

График на рисунке содержит три основных области, характеризующие относительное изменение сопротивления пористых пленок на основе диоксид олова – диоксид кремния, полученных методом золь-гель технологии [13-15]. Область I соответствует сопротивлению пленок на воздухе в отсутствие анализируемых газов. Значение этого сопротивления определяется из уравнения (14). В области II наблюдается резкое уменьшение сопротивления при воздействии газов - восстановителей (паров этанола), концентрация которых увеличивается с постоянной скоростью, пока не достигнет величины  $C_{max}=1000$  ppm. Его изменение описывается уравнением (16). Область III отвечает восстановлению сопротивления пористых пленок на основе диоксид олова – диоксид кремния после прекращения воздействия газ-восстановителей. Данный процесс явным образом не описывается предложенной моделью, однако может быть в нее включен в предположении, что восстановление сопротивления связано с воздействием газ-окислителей (кислорода).

**Заключение.** Таким образом, можно сделать вывод, что предложенная модель газочувствительности пористых пленок на основе полупроводниковых оксидов, учитывающая молекулярную и кнудсеновскую диффузию в порах, адекватно описывает экспериментальные данные и может быть использована для описания процесса

воздействия газов, концентрация которых изменяется с постоянной скоростью.

Работа выполнена при финансовой поддержке со стороны Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания № 2014/151 (код проекта 117).

#### **Библиографический список**

1. Мошников В.А., Грачева И.Е., Аньков М.Г. Исследование наноматериалов с иерархической структурой, полученных золь-гель методом // Физика и химия стекла. 2011. Т. 37. № 5. С. 672-684.

2. Аверин И.А., Карманов А.А., Печерская Р.М., Пронин И.А. Особенности синтеза и исследования нанокпозиционных пленок, полученных методом золь-гель технологии // Известия вузов. Поволжский регион. Серия «Физико-математические науки», 2012. № 2. С.155-162.

3. Аверин И.А., Карпова С.С., Мошников В.А., Никулин А.С., Печерская Р.М., Пронин И.А. Управляемый синтез тонких стекловидных пленок // Нано- и микросистемная техника. 2011. № 1. С. 23-25.

4. Мошников В.А., Грачева И.Е. Сетчатые газочувствительные нанокпозициты на основе диоксидов олова и кремния // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2009. № S30. С. 92 – 98.

5. Аверин И.А., Пронин И.А., Карманов А.А. Исследование газочувствительности сенсоров на основе наноструктурированных композиционных материалов SiO<sub>2</sub>-SnO<sub>2</sub> // Нано- и микросистемная техника. 2013. № 5. С. 23-26.

6. Румянцева М.Н. Химическое модифицирование и сенсорные свойства нанокристаллического диоксида олова: диссертация на соискание ученой степени доктора химических наук, М.: 2009. – 328 с.

7. Аверин И.А., Игошина С.Е., Карманов А.А. Исследование частотных зависимостей емкости наноструктур на основе SiO<sub>2</sub>-SnO<sub>2</sub> // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки, 2013. № 3. - С. 168-175.

8. Аверин И.А., Карманов А.А., Пронин И.А. Моделирование процессов газочувствительности полупроводниковых сетчатых композитов на основе SiO<sub>2</sub>-SnO<sub>2</sub> // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». 2012. Т.1. С. 214-216.

9. Darmastuti Z., Bur C., Möller P., Rahlin R., Lindqvist N., Andersson M., Schütze A., Lloyd Spetz A. SiC-FET based SO<sub>2</sub> sensor for power plant emission applications // Sensors and Actuators B. 2014. V. 194, P. 511– 520.

10. Чан Х.К., Поветкин А.Д., Кольцова Э.М., Петухов Д.И., Елисейев А.А. Математическая модель массопереноса в поре на основе молекулярной динамики с применением алгоритма параллельных вычислений // Фундаментальные исследования. 2012. № 3. С. 432-436.

11. D.E. Williams, Hilger A. Solid state gas sensors, in: P.T. Moseley, B.C. Tofield (Eds.), Conduction and Gas Response of Semiconductor Gas Sensors, Bristol and Philadelphia. 1987 (Chapter 5).

12. Go Sakai, Naoki Matsunaga, Kengo Shimanoe, Noboru Yamazoe. Theory of gas-diffusion sensitivity for thin film semiconductor gas sensor // Sensors and Actuators B. 2001. V.80. P.125-131.

13. Аверин И.А., Александрова О.А., Мошников В.А., Пронин И.А. Модифицирование селективных и газочувствительных свойств резистивных адсорбционных сенсоров путем целенаправленного легирования // Датчики и системы. 2013. № 3. С. 13 – 16.

14. Грачева И.Е., Максимов А.И., Мошников В.А., Луцкая О.Ф. Фазовые и структурные превращения в нанокпозицитах на основе SnO<sub>2</sub>-SiO<sub>2</sub>-In<sub>2</sub>O<sub>3</sub> // Известия Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета ЛЭТИ. 2006. № 2. С. 40-45.

15. Грачева И.Е., Максимов А.И., Мошников В.А. Анализ особенностей строения фрактальных нанокпозицитов на основе диоксида олова методами атомно-силовой микроскопии и рентгеновского фазового анализа // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2009. № 10. С. 16-23.

УДК 621.791.3

**Д.В. Кунтушев, А.В. Кунтушев, А.В. Иванов, А.С. Пахомов**

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ИНТЕРМЕТАЛЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ Cu<sub>3</sub>Sn и Cu<sub>6</sub>Sn<sub>5</sub> И ИХ ВЛИЯНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОННЫХ УЗЛОВ**

*Проведено исследование механизма образования интерметаллических соединений Cu<sub>3</sub>Sn и Cu<sub>6</sub>Sn<sub>5</sub> в паяных соединениях электронных узлов, влияния термопрофиля пайки на рост интерметаллических соединений и механизма роста интерметаллических соединений в процессе старения паяных соединений. Определена интенсивность отказов паяных соединений с толщиной интерметаллического слоя порядка 10 мкм.*

**Ключевые слова:** интерметаллическое соединение, предел прочности, паяное соединение, надежность, микрошлиф, рентгеноконтроль, термопрофиль.

**Введение.** Интерметаллические соединения имеют кристаллическую структуру и часто обладают низкой симметрией, что ограничивает направление пластической деформации и приводит к твердости и хрупкости. Границы раздела между интерметаллическими соединениями и другими фазами также имеют тенденцию к хрупкости, что существенно влияет на надежность паяных соединений в отрицательную сторону. *Цель работы* – определить факторы, влияющие на процесс образования и роста интерметаллических соединений  $\text{Cu}_3\text{Sn}$  и  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$ , и проанализировать влияние толщины интерметаллических соединений  $\text{Cu}_3\text{Sn}$  и  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$  на надежность электронных узлов.

**Теоретическая часть.** Когда два элемента имеют ограниченную растворимость друг в друге, в их сплавах при затвердевании могут быть образованы новые фазы. Эти фазы не являются твердыми растворами и известны как промежуточные фазы, или интерметаллические соединения, например  $\text{Cu}_3\text{Sn}$  и  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$  – это нестехиометрические соединения, которые стабильны при переменном составе [1]. Наличие интерметаллических структур – это положительный момент, поскольку они являются своего рода «клеем», удерживающим исходные материалы вместе.

Однако их избыток оказывает пагубное влияние на надежность паяного соединения [2]. С ростом интерметаллического соединения до толщины примерно 1,3 мкм предел прочности при сдвиге увеличивается примерно на 20%. Дальнейший рост толщины начинает сказываться на хрупкости слоя, кривая предела прочности падает ниже значения для самого припоя (рисунок 1). Интерметаллические соединения также приводят к плохому смачиванию поверхностей припоем [1].

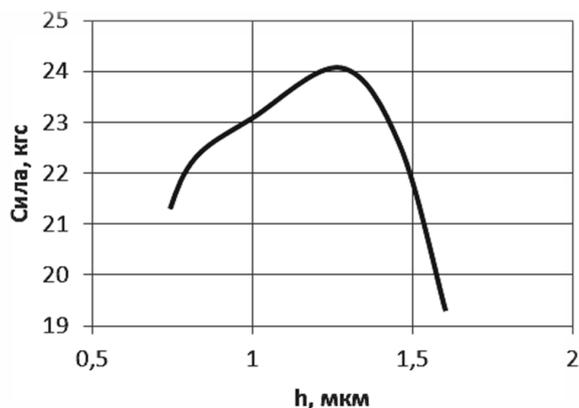


Рисунок 1 – Влияние толщины слоя интерметаллического соединения  $h$  на предел прочности при сдвиге для взаимодействия припоя с  $\text{Cu}$  [1]

На рисунке 2 показана диаграмма состояний  $\text{Cu}$ - $\text{Sn}$ , которая представляет собой комбинацию

нескольких перитектических диаграмм. Возможно образование следующих фаз:  $\alpha$ -твердый раствор  $\text{Sn}$  в  $\text{Cu}$ ;  $\text{Sn}$  – почти чистое олово (растворимость  $\text{Cu}$  в  $\text{Sn}$  меньше 0,01 %);  $\beta$ -твердый раствор электронного типа на базе соединения  $\text{Cu}_5\text{Sn}$ ;  $\delta$ -электронное соединение  $\text{Cu}_{31}\text{Sn}_8$ ;  $\gamma$ -твердый раствор на базе химического соединения  $\text{Cu}$  и  $\text{Sn}$ ;  $\epsilon$ -интерметаллическое соединение  $\text{Cu}_3\text{Sn}$ ;  $\eta$ -химическое соединение  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$  [3,4].

Структура и толщина  $\epsilon$  и  $\eta$  фаз сильно зависят от условий и механизма образования. Рост интерметаллического слоя обуславливается механизмом взаимной диффузии  $\text{Cu}$  и  $\text{Sn}$ . Формирование  $\text{Cu}_3\text{Sn}$  и  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$  в паяном соединении происходит в процессе оплавления при взаимодействии расплавленного припоя и медной контактной площадки с последующим ростом при старении паяных соединений в твердом состоянии под воздействием высоких температур.

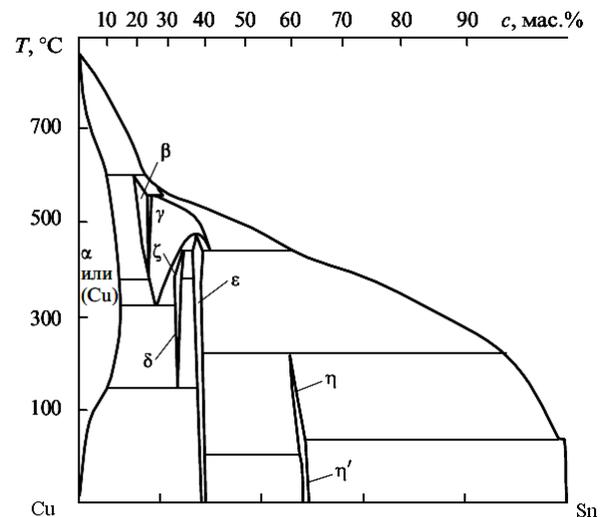


Рисунок 2 – Равновесная диаграмма состояний  $\text{Cu}$  –  $\text{Sn}$  [3]

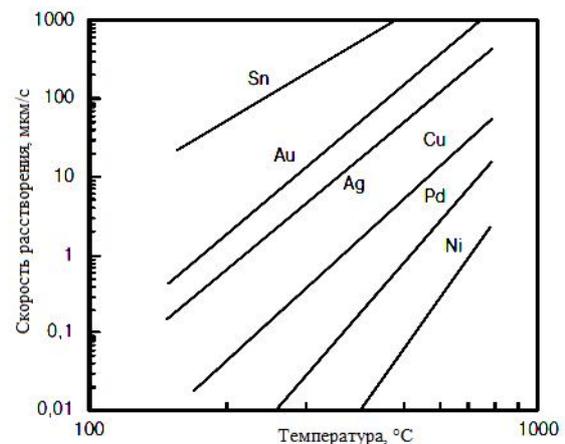


Рисунок 3 – Скорость растворения металлов в припое  $\text{Sn63 Pb37}$  [1]

Расплавленный припой активно и быстро растворяет покрытия спаиваемых элементов (рисунок 3) [1]. Различные припои проявляют раз-

личные скорости растворения. Например, сплавы с высоким содержанием серебра – SAC305 и SAC405 – разъедают медь гораздо быстрее сплавов с низким его содержанием или вовсе его не содержащих, как, например, SACX 0307 и SnI00C. Считается, что серебро действует как катализатор эрозии, тогда как определенные добавки в сплавы с низким содержанием серебра действуют как вещества, замедляющие химическую реакцию ингибиторов [2]. Определенная доля меди в припое также влияет на скорость эрозии. Предполагается, что поверхность осажденной меди сама по себе играет некую роль в процессе эрозии. На это указывает тот факт, что две идентичные печатные платы, полученные от разных производителей, могут демонстрировать совершенно разные эрозионные свойства в одном и том же процессе пайки. Считается, что скорость растворения может зависеть от структуры зерна меди. Более крупные или бугристые структуры в большей степени склонны к эрозии, чем мелкие и сглаженные [2]. При насыщении жидкого припоя медью наблюдается рост неплавящихся частиц интерметаллических соединений, которые плавают в объеме припоя и могут внедряться в паяные соединения. При дальнейшем процессе пайки рост интерметаллидов определяется механизмом взаимной диффузии Cu и Sn. Термопрофиль пайки оказывает существенное влияние на структуру и толщину интерметаллического слоя. При более коротком времени нахождения припоя в расплавленном состоянии доминирует образование фазы  $Cu_6Sn_5$ , при более длительном начинает образовываться фаза  $Cu_3Sn$  [5]. Зависимость роста интерметаллического слоя от времени нахождения припоя в расплавленном состоянии показана на рисунке 5. Скорость роста интерметаллического соединения сильно зависит от температуры и фазового состояния. Выше температуры плавления скорость роста интерметаллического соединения увеличивается гораздо быстрее [1].

Время охлаждения паяного соединения также значительно влияет на его структуру и интенсивность роста интерметаллических соединений. Как показывают результаты работы [5], увеличение времени охлаждения приводит к расширенной реакции и диффузии, которая способствует развитию более толстого интерметаллического слоя (рисунок 4).

Интерметаллический слой растет и в твердом состоянии, и его толщина определяется механизмом диффузии. Фаза  $Cu_6Sn_5$  формируется при любой температуре и имеет относительно крупнозернистую структуру. При температуре более  $60^\circ C$  образуется фаза  $Cu_3Sn$  на границе раздела Cu –  $Cu_6Sn_5$ , которая имеет более высо-

кую энергию активации формирования [1]. В работе [5] предполагается, что механизмом, определяющим рост интерметаллических соединений при температурах ниже  $150^\circ C$ , является доминирующая межузельная диффузия Cu. С повышением температуры преобладает вакансионная диффузия Sn. Взаимная диффузия Cu и Sn на границе  $\eta$ -фазы, сформированной во время оплавления припоем, приводит к формированию дополнительной  $\eta$ -фазы и ее росту. Формирование  $\epsilon$ -фазы происходит за счет диффузии Cu в  $Cu_6Sn_5$ . Диффузия Cu в  $\eta$ -фазу протекает гораздо быстрее, чем диффузия Sn, в связи с тем, что в  $\eta$ -фазе больше избыточных вакансий и выше число ближайших соседей для Cu. Однако при повышении температуры Sn проходит сквозь  $\eta$ -фазу и, реагируя с Cu, способствует развитию  $\epsilon$ -фазы на границе раздела  $\epsilon$ -фазы и Cu.

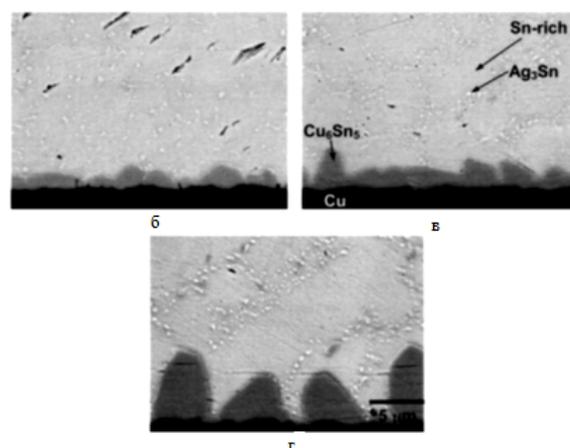
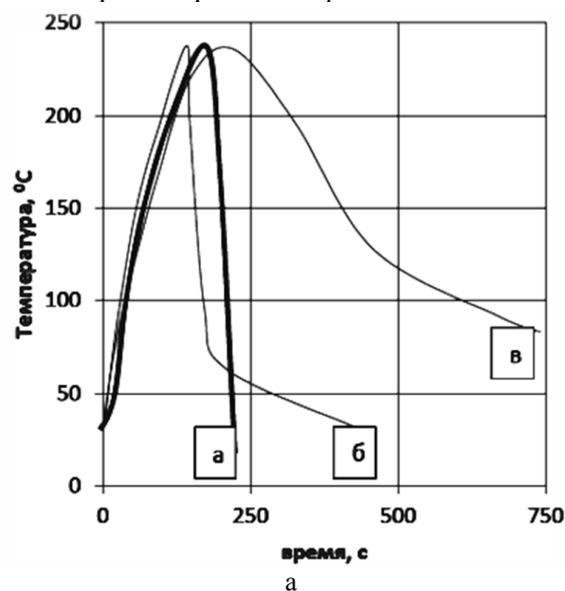


Рисунок 4 – Рост интерметаллического соединения при использовании определенного термопрофиля: а – термопрофили охлаждения паяных соединений; б – интерметаллическое соединение, соответствующее термопрофилю а; в – интерметаллическое соединение, соответствующее термопрофилю б; г – интерметаллическое соединение, соответствующее термопрофилю в [5]

Зависимость роста толщины интерметаллического слоя от времени и температуры показана на рисунке 5, а, б [1]. Итоговая толщина  $W$  интерметаллического соединения, сформированного в твердом состоянии в условиях старения под действием температуры, может быть выражена как  $W=W_0+At^n$ , где  $W_0$  – начальная толщина интерметаллического слоя;  $n$  – константа, зависящая от механизма роста интерметаллидов;  $A$  – константа, зависящая от скорости роста интерметаллидов. Значение  $n$  меняется в зависимости от термопрофиля, при котором образовывалось паяное соединение, и от температуры старения. Для температуры 140°C значение  $n$  меняется от 0,33 до 0,41, для температуры 175°C значение  $n$  меняется от 0,43 до 0,56 [5].

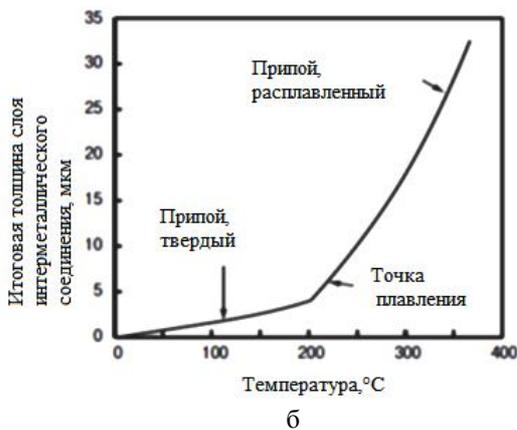
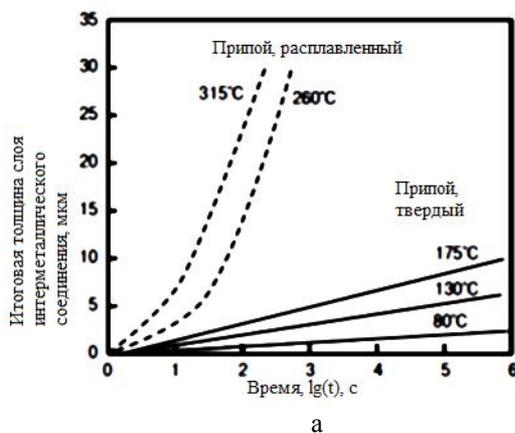


Рисунок 5 – Рост интерметаллического слоя [1]

Результаты старения паяного соединения при температурах 140°C и 175°C, выполненного в работе [5], показаны на рисунке 6. Паяное соединение было сформировано при оплавлении по термопрофилю «в» рисунка 4 и изначально имело «зубчатую» структуру интерметаллического соединения. В результате старения примерно за 18 часов пики сгладились и структура стала «слоистой». Этот процесс объясняется более коротким диффузионным расстоянием между впадинами в интерметаллическом слое и медной подложкой. Также за 18 часов была сформиро-

вана  $\epsilon$ -фаза на границе раздела Cu и  $\eta$ -фазы. Далее темп роста  $\epsilon$ -фазы был одинаков для всех образцов, то есть можно предположить, что начальная структура интерметаллического слоя оказывает незначительное влияние на рост  $\epsilon$ -фазы. Таким образом, на развитие интерметаллического слоя оказывают влияние начальная структура и толщина  $\eta$ -фазы.

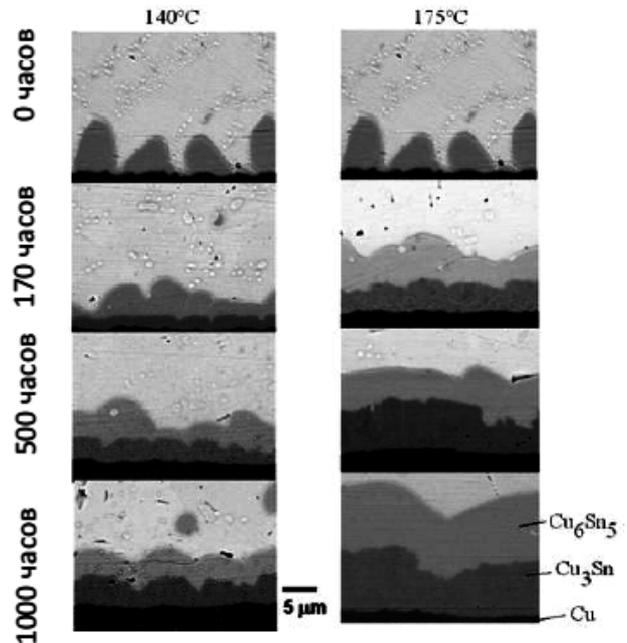


Рисунок 6 – Рост интерметаллических соединений в результате старения при температурах 140°C и 175°C [5]

Аналогичные результаты роста интерметаллических соединений при воздействии температур были получены в работе [6]. В этой же работе проводился эксперимент по установлению влияния электрического тока на рост интерметаллического слоя. Как показали результаты исследования паяных соединений, нагрузка электрическим током не приводит к укрупнению интерметаллических структур, так как необходимая для проявления электромиграции высокая плотность тока присутствует, как правило, в паяных соединениях, имеющих малые размеры.

**Экспериментальные результаты.** Рассмотрим результаты исследований паяных соединений, полученных в парофазной печи с применением жидкости с температурой кипения 230° С по термопрофилю, показанному на рисунке 7. В качестве исследуемых образцов для формирования паяных соединений применялись микросхемы в корпусах BGA, имеющие 144 и 196 выводов с диаметром соответственно 0,45 мм и 0,6 мм. На микросхемах перед монтажом был проведен реболлинг (замена бессвинцовых шариковых выводов на свинцовосодержащие с составом Sn63 Pb37) с целью увеличения надежности паяных соединений [7].

При рентгенконтроле паяных соединений перемыканий шариковых выводов не обнаружено. Форма паяных соединений не соответствует оптимальной сферической, представляя собой «столбик» или приплюснутый сверху шар, что, однако, не является критическим нарушением (рисунок 8).

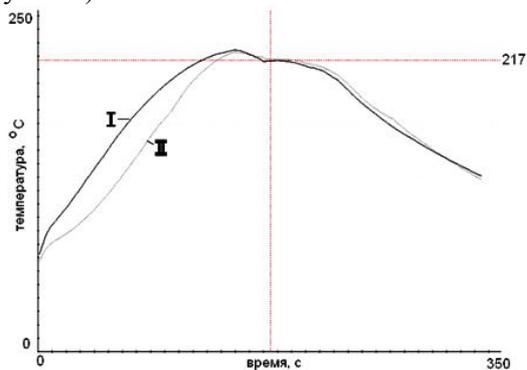


Рисунок 7 – Термопрофиль пайки микросхем в корпусах BGA: I – изменение температуры печатной платы; II – изменение температуры корпуса микросхемы

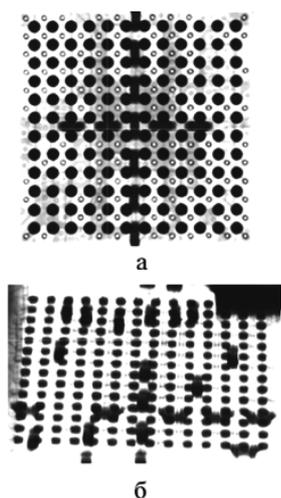


Рисунок 8 - Результаты рентгенконтроля: а – BGA 144 вывода; б – BGA 196 выводов

Анализ микрошлифов паяных соединений микросхемы в корпусе BGA со 144 выводами (рисунок 9) показывает наличие интерметаллического слоя олово-медь на нижней границе паяного соединения толщиной порядка 10 мкм, практически полное растворение барьерного подслоя никеля в припое шарикового вывода на верхней границе паяного соединения и, как следствие, наличие интерметаллического слоя олово-никель и олово-медь порядка 10 мкм.

Анализ микрошлифов паяных соединений микросхемы в корпусе BGA со 196 выводами (рисунок 10) показывает наличие интерметаллического слоя олово-медь на нижней границе паяных соединений шириной 5-10 мкм, наличие интерметаллического слоя олово-никель на верхней границе размерами порядка 2-5 мкм.

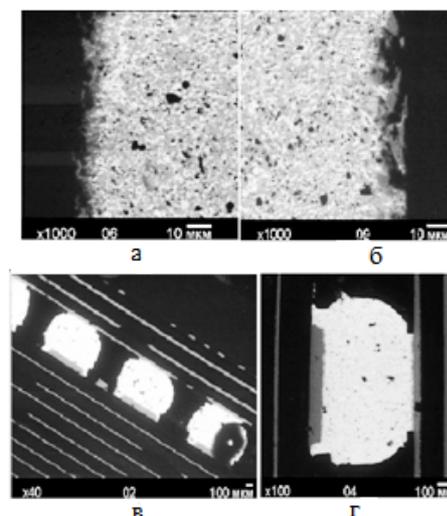


Рисунок 9 – Микрошлифы паяных соединений: а – нижняя граница паяного соединения 7 вывода первого ряда; б – верхняя граница паяного соединения 7 вывода первого ряда; в – 6-8 выводы; г – 7 вывод

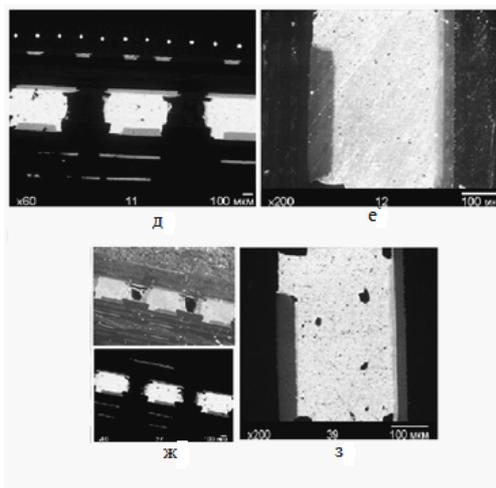
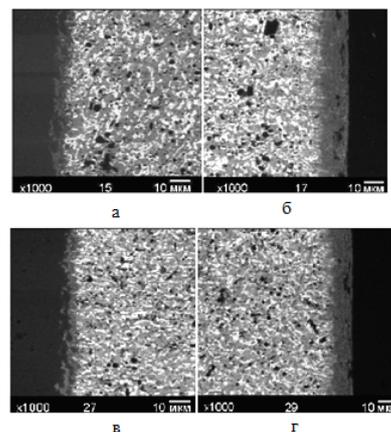


Рисунок 10 – Микрошлифы паяных соединений: а – нижняя граница паяного соединения 5 вывода первого ряда; б – верхняя граница паяного соединения 5 вывода первого ряда; в – нижняя граница паяного соединения 8 вывода четвертого ряда; г – верхняя граница паяного соединения 8 вывода четвертого ряда; д – 4-6 выводы первого ряда; е – 5 вывод первого ряда; ж – 7-9 выводы четвертого ряда; з – 8 вывод четвертого ряда

Наличие интерметаллических соединений в микрошлифах исследуемых образцов вызвано повышенной температурой пайки, слишком длительным нахождением припоя в расплавленном состоянии и температурными воздействиями в процессе реболлинга, что совпадает с результатами работ [5] и [6].

Для проведения анализа влияния толщины интерметаллического слоя на надежность электронных узлов объекты исследования были подвергнуты испытаниям на механические воздействия и термоциклирование.

При проведении испытаний на механические воздействия электронные узлы были собраны в электронный блок. Электронный блок подвергся последовательно следующим испытаниям: вибрационные воздействия; линейное ускорение; ударное воздействие в соответствии с ГОСТ РВ 20.57.416-98. По окончании испытаний на прочность при механических воздействиях были проведены: визуальный контроль, измерение сопротивления тестовых цепей. В результате образования трещин в паяных соединениях не обнаружено.

После электронные узлы были установлены в климатическую камеру и подключены к детектору событий 256STD Anatech для непрерывного электрического контроля измерительных цепей. Детектор событий, подключенный к электронным узлам, был настроен для выявления отказов паяных соединений. Испытания проводились при следующих условиях: температурный диапазон от 0 °С до плюс 100 °С; время выдержки 15 минут при минимальном и максимальном значении температур. Во время испытаний детектор событий последовательно фиксировал первые признаки повышения сопротивления в электрических цепях, переходящие затем в устойчивые отказы. Испытания на термоциклирование были завершены на 1680-м часе (1158 циклов). По окончании испытаний были определены места и причины выявленных отказов паяных соединений путем изготовления микрошлифов и проведения их анализа.

Проведенный анализ показал, что полученные отказы не связаны с образовавшимся интерметаллическим слоем в испытываемых образцах, а был вызван обрывами медных дорожек на печатной плате.

Анализ микрошлифов показал, что на нижней границе паяного соединения наблюдается толстый интерметаллический слой никель-олово более 10 мкм (рисунок 11). На верхней границе паяного соединения наблюдается достаточно толстый интерметаллический слой олово-медь толщиной 5-8 мкм (рисунок 12). Зафиксировано

смещение интерметаллического соединения по периметру паяного соединения, что связано с длительным температурным воздействием.

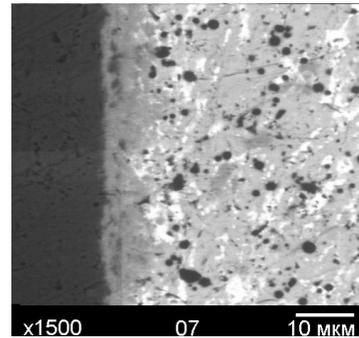


Рисунок 11 – Микрошлиф нижней границы паяного соединения BGA компонента

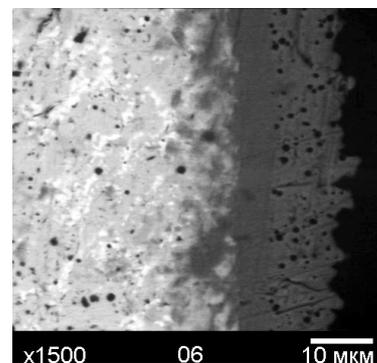


Рисунок 12 – Микрошлиф верхней границы паяного соединения BGA 196 выводов

По полученным данным был спрогнозирован уровень безотказности паяных соединений. Для этого была выбрана математическая модель на основе  $\chi^2$  – распределения, которая позволяет дать количественную оценку безотказности паяных соединений при большом количестве испытываемых паяных соединений:

$$\lambda = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(m)}{2NH_t}$$

Интенсивность отказов паяных соединений составила  $\lambda=0,037 \times 10^{-9}$  1/ч, что гораздо ниже интенсивности отказов паяных соединений, образованных групповым оплавлением при пайке волной припоя ( $\lambda=0,07 \times 10^{-9}$ ) в соответствии с [8].

**Заключение.** В статье описаны механизмы образования и роста интерметаллических соединений  $\text{Cu}_3\text{Sn}$  и  $\text{Cu}_6\text{Sn}_5$ . Показано, что толщина интерметаллических слоев паяных соединений зависит от термопрофиля пайки. Экспериментальные исследования образцов паяных соединений с толщиной интерметаллического слоя порядка 10 мкм, полученных при заданном термопрофиле пайки, показали, что интенсивность отказов составляет  $\lambda=0,037 \times 10^{-9}$  1/ч, что существенно меньше интенсивности отказов паяных

соединений, полученных оплавлением при пайке волной припоя ( $\lambda=0,07 \times 10^{-9}$  1/ч). Полученные результаты могут быть использованы при разработке технологического процесса пайки электронных компонентов на печатную плату, а также при разработке конструкторской и технологической документации.

#### **Библиографический список**

1. *Медведев А.М.* Сборка и монтаж электронных устройств. – М.: Техносфера, 2007. – 257 с.
2. *Ши К., Браун С.* Бессвинцовая сборка - первые результаты // Производство электроники. – 2007. – № 5. – 12 с.
3. *Григорьева Т.Ф., Барина А.П., Ляхов Н.З.* Механометрический синтез интерметаллических соединений // Успехи химии 70(1). 2001. – С.52-71.
4. *Иванов В. Н.* Словарь-справочник по литейному производству. — М.: Машиностроение, 1990. – 384 с.
5. *X. Deng, G. Piotrowski, J.J., Williams, and N. Chawla.* Influence of Initial Morphology and Thickness of Cu<sub>6</sub>Sn<sub>5</sub> and Cu<sub>3</sub>Sn Intermetallics on Growth and Evolution during Thermal Aging of Sn-Ag Solder/Cu Joints // Journal of Electronic Materials. – Vol. 32. No. 12. – 2003. – 13 pages.
6. *Карстен Майер, Майк Реллиг, Штеффен Визе, Клаус-Юрген Волтер, Карстен Гете, Ульрих Демль* пер. Андрей Новиков. Электромиграция в электронных узлах силовой электроники // Технологии в электронной промышленности. – 2007. – №7. – С.74-79.
7. *Кунтушев Д.В., Зиятдинова Е.Р.* Проблемы технологии монтажа микросхем в корпусах BGA для аппаратуры с требованиями к высокой надежности // Материалы научно-технической конференции молодых специалистов ОАО «Информационные спутниковые системы имени академика М.Ф. Решетнева», посвященной 50-летию полета в космос Ю.А. Гагарина, ОАО «ИСС», Железногорск. – 2011. – С.107-108
8. Справочники «Надежность электрорадиоизделий» РД В 319.01.20-98, «Надежность ЭРИ ИП», разработанные 22 ЦНИИ МО при участии РНИИ «Электростандарт» и АО «Стандартэлектро» (Версия АСРН 2006).