

Лекция I

Библиографический список:

а) основная литература:

1. Основы теории цепей. Учебник для вузов./ Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Негушил, С.В.Страхов.-5-е изд. перераб.-М.: Энергоатомиздат, 1989. 528 с.
2. В.П.Попов. Основы теории цепей. Учебник для вузов. -М.: Высшая школа, 1985. 496 с.
3. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Изд. 10. Учебник для вузов.- М.: Гардарики, 2002. 638 с.
4. Теория электрических цепей: Методические указания к лабораторным работам / Рязан. гос. радиотехн. акад.; Сост.: С.М.Милуков, В.П.Рынин; Под ред. В.П.Рынина. Рязань, 2002. 16 с.,2004. 20 с. (№3282, №3624)
5. Электротехника и электроника: Методические указания к расчетно-графической работе / Рязан. гос. радиотехн. акад.; Сост. Г.В.Спивакова. Рязань, 2005. 16 с. (№3665)
6. Основы теории цепей: Методические указания к курсовой работе / Рязан. гос. радиотехн. акад.; Сост.: В.Н.Зуб, С.М.Милуков. Рязань, 2005. 16 с.

б) дополнительная литература:

7. Теоретические основы электротехники. / Г.И.Атабеков, С.Д.Купалян, А.В.Тимофеев, С.С.Хухриков.-М.: Энергия, 1979. 424 с.
8. М.Р.Шебес. Теория линейных электрических цепей в упражнениях и задачах. М.: Высшая школа, 1990. 528 с.

Введение

Электротехника - это наука о техническом (т.е. прикладном) использовании электрических и магнитных явлений. Большое значение электротехники заключается в том, что средствами электротехники

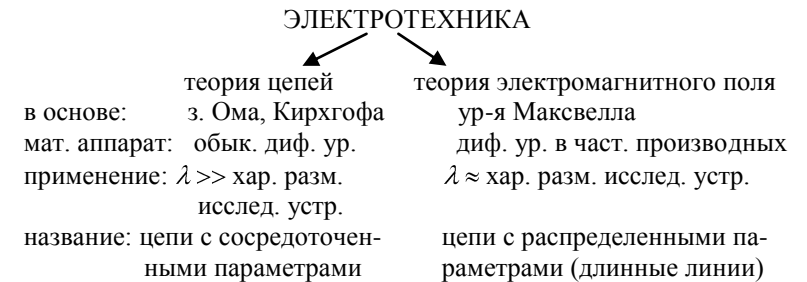
- эффективно получают и передают электроэнергию;
- решают вопросы

- передачи и преобразования сигналов и информации: звук человеческой речи преобразуют в электромагнитные колебания (телефон, радио);
- хранения информации (телеграф, радио, магнитная запись);

- выполняют математические операции: вычислительные машины с огромной скоростью выполняют любые математические операции, в

том числе и решение сложных уравнений.

Теоретические основы электротехники заложены физикой (учением об электричестве и магнетизме) и математикой (методами описания и анализа электромагнитных явлений). Наряду с этим развитие электротехники привело к ряду новых физических понятий, новых формулировок физических законов, к развитию специальных математических методов, связанных с описанием и анализом типичных явлений, протекающих именно в электротехнических устройствах.



РАЗДЕЛ I. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1 Основные понятия теории цепей

1.1 Основные величины

Основные величины в теории цепей: q , i , φ , u , p . Все эти величины являются функциями времени и поэтому самое подробное описание это задание мгновенных значений либо в виде аналитического выражения, либо в виде графика. В электротехнике применяют стандартные названия и обозначения. Мгновенные значения какой-то величины – значения, зависящие от времени, обозначают строчными буквами: q , i , φ , u , p , e , j .

1. Заряд q [Кл]: $q = q_+ + q_-$.

2. Электрический ток i [А] – это направленное упорядоченное движение электрических зарядов в веществе или в вакууме; или это количество электричества (зарядов), проходящего в единицу времени через поперечное сечение проводника:

$$i = dq/dt.$$

Ток - величина скалярная, однако у него есть направление. Поло-

жительное направление тока – это направление движения положительных зарядов. Направление тока обозначают на проводе стрелкой. Ток считается заданным, если заданы его величина и положительное направление.

3. При протекании тока совершается работа. Мерой работы может быть потенциал. *Электрический потенциал* в данной точке φ [В] численно равен работе, которую должны совершить силы электрического поля для переноса единичного положительного заряда из данной точки пространства в другую, потенциал которой принят равным нулю. За точку с нулевым потенциалом можно принять любую точку схемы, но только одну в пределах задачи.

4. В электрических цепях ток возникает под действием приложенного напряжения. *Напряжение* u [В] – это разность потенциалов двух точек схемы. Разность потенциалов между двумя точками (например, $\varphi_1 - \varphi_2$) определяют по работе, которую способны совершить силы электрического поля при переносе заряда из одной точки (например, точки 1) в другую (например, точку 2).

Напряжение u – величина скалярная, однако у него есть направление. Направление напряжения указывают либо стрелкой между точками, либо двойным индексом. $u_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, а $u_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = -u_{12}$. За положительное направление напряжения принимают направление от большего потенциала к меньшему. Это направление совпадает с направлением движения положительных зарядов. Поэтому считают, что и ток течет из точки с большим потенциалом в точку с меньшим потенциалом, т.е. на пассивных элементах (в приемниках) направление напряжения и тока совпадает.

Разность потенциалов в цепях создают активные элементы или источники ЭДС и источники тока, источники питания или генераторы. Внутри источников заряды перемещают сторонние силы. В активных элементах (источниках питания) происходит преобразование в электрическую энергию неэлектрической (химической, механической, тепловой), а в пассивных элементах (приемниках) – наоборот.

Если направление тока и напряжения неизвестно, то их задают произвольно. При этом в ходе расчетов могут получиться отрицательные значения. Это значит, что реальные направления противоположны выбранным, но полученный отрицательный результат не ведет к изменению направления.

5. При переносе зарядов электрическое поле совершает работу или, что тоже, поступает в приемник энергия. Скорость изменения энергии называют *мощностью*: $p = dW/dt$. Мощность характеризует интенсивность энергетического процесса и измеряют количеством ге-

нерируемой, отдаваемой, передаваемой энергией в единицу времени. Используя связь тока и заряда, получают $p = ui$ [Вт].

В отдельных участках цепи прохождение тока сопровождается преобразованием электрической энергии в неэлектрические формы, т.е. в этих участках энергия потребляется. В других участках наоборот происходит преобразование неэлектрических форм в электрическую энергию т.е. в этих участках энергия генерируется. По физическим соображениям из определения потенциала следует:

если ток на участке направлен так же, как и напряжение (т.е. заряды движутся под действием электрического поля), то в этом участке энергия потребляется (см. рис. 1.1.1);

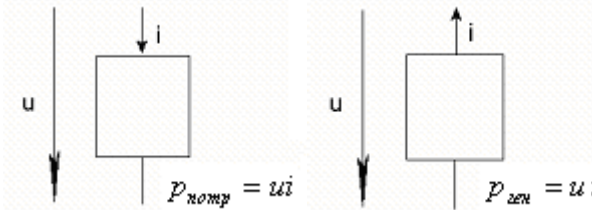


Рис.1.1.1

Рис.1.1.2

если ток на участке направлен противоположно напряжению (т.е. заряды движутся под действием сторонних сил), то в этом участке энергия генерируется (см. рис. 1.1.2).

Тогда $p_{номр} = ui \left(\begin{matrix} \uparrow \\ \uparrow \\ i \end{matrix} \right)$, $p_{ген} = ui \left(\begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \\ i \end{matrix} \right)$.

Если токи, напряжения и т. д. во времени не изменяются, то их называют постоянными и обозначают заглавными буквами:

$q \rightarrow Q$, $i \rightarrow I$, $u \rightarrow U$, $p \rightarrow P$, $\varphi \rightarrow \Phi$.

1.2 Электрическая схема и её элементы

Электрический ток проходит по некоторым устройствам, совокупность которых называют *электрической цепью* (резисторы, катушки, конденсаторы, лампы, двигатели). В теории цепей рассматривают не саму цепь, а упрощенную модель, в которой сохраняют основные свойства цепи. Условное изображение этой модели называют *электрической схемой* или просто *схемой*. Схему составляют из типовых (стандартных) элементов, каждый из которых имеет строго описанное главное (одно) свойство реального устройства. Если реальное устройство обладает несколькими свойствами, которые необходимо учесть, то в

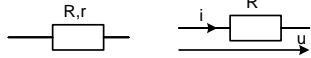
схеме изображают несколько типовых элементов.

Типовые элементы

1. Провод

На схемах провода не имеют сопротивления $R_{np}=0$. Поэтому при любой их длине и любом токе все точки провода имеют один и тот же потенциал ($u = i R_{np} = 0$). Длину провода и его конфигурация определяют из удобства изображения схемы.

2. Сопротивление R [Ом]

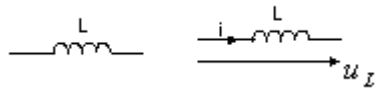


Главное свойство R - потребляет мощность.

$$P_{номр} = ui = u \frac{u}{R} = i^2 R = i^2 R \text{ [Вт]}.$$

Обратную величину называют проводимостью: $G, g = \frac{1}{R}$ [См].

3. Индуктивность L [Гн]



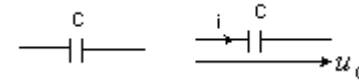
Главное свойство L - запасть энергию в магнитном поле

$W_m = \frac{\psi i}{2} = L \frac{c^2}{2}$, где ψ - потокосцепление - сумма магнитных потоков, пронизывающих витки катушки. Индуктивность L - коэффициент

пропорциональности $L = \frac{\psi}{i}$ [Гн], между потокосцеплением ψ и магнитного потока, созданного током, проходящим через рассматриваемую катушку, с витками этой же катушки. По закону Ленца при

$L=const$ $u_L = L \frac{di}{dt}$. Таким образом, u_L зависит не от величины тока, а от скорости его изменения. При постоянном токе $u_L=0$ и индуктивность заменяется проводом.

4. Емкость C [Ф]



Главное свойство C - запасть энергию в электрическом поле.

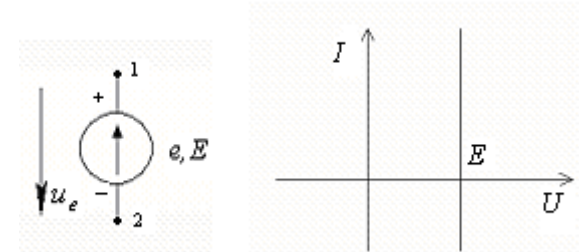
$$W_C = q \frac{u_C}{2} = C \frac{u_C^2}{2}, \text{ емкость } c = \frac{q}{u} - \text{ коэффициент пропорциональности между зарядами и напряжением между обкладками конденсатора. Тогда } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}.$$

Ток через емкость зависит не от напряжения, а от скорости изменения приложенного напряжения.

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt. \text{ При } u_C = const \text{ ток через емкость не течет, и емкость заменяется разрывом.}$$

Все рассмотренные выше элементы называют *пассивными*. Они не могут генерировать электрическую энергию. Есть и *активные элементы*, которые при определенных условиях могут генерировать электрическую энергию. Таких элементов два: идеальный источник напряжения (ЭДС) e, E и идеальный источник тока.

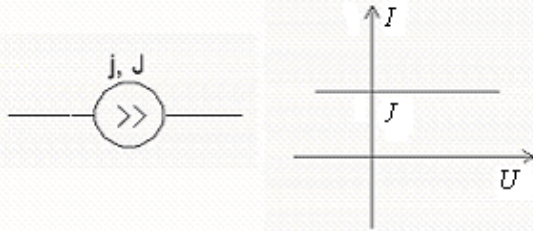
1. *Источник напряжения (ЭДС) e, E* - это такой элемент, напряжение между зажимами которого при любом токе, по величине равно ЭДС.



Стрелка внутри источника показывает направление возрастания потенциала внутри источника. Если $e=0$, то $u = e = i R = 0$ на этом участке при любом токе. Это значит, что $e=0$ заменяется проводом $R_{np} = 0$ и поэтому считают, что внутреннее сопротивление источника напряжения $R_{вн e} = 0$.

2. *Источник тока j, J* - это такой элемент, через который при лю-

бом напряжении между его зажимами проходит один и тот же ток равный величине источника тока. Если величина источника тока равна 0 ($j=0$), то $i = j = u/R = 0$, то при любом напряжении ток на этом участке будет равен нулю (разрыв цепи). Поэтому считают, что внутреннее сопротивление источника тока бесконечно: $R_{вн j} = \infty$.



Источники тока обеспечивают смещения транзисторов; незаменимы в качестве активной нагрузки для усилительных каскадов с большим коэффициентом усиления и в качестве источников питания эмиттеров для дифференциальных усилителей; необходимы для работы таких устройств как генераторы пилообразного напряжения, интеграторы. Они необходимы для построения схем замещения транзисторов, ламп, любых активных устройств.

Рассмотренные источники ЭДС и тока называются автономными (неуправляемыми, независимыми). Существуют *управляемые (зависимые) источники ЭДС и тока*.

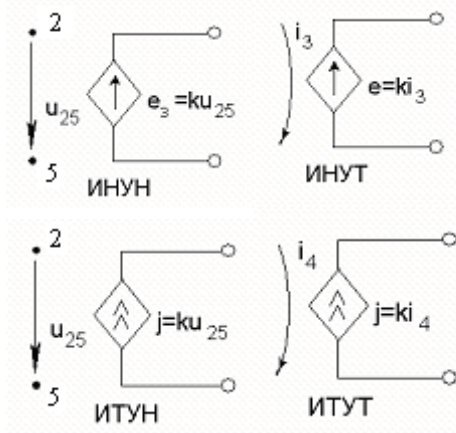


Рис.1.2.1

На рис.1.2.1 использованы следующие сокращения:
ИНУН – источник напряжения управляемый током;

ИНУТ – источник тока управляемый напряжением;
ИТУН – источник напряжения управляемый током;

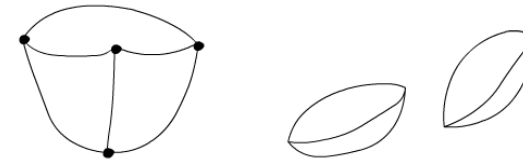
ИТУТ – источник тока управляемый током.
Используя стандартные элементы, можно строить схемы замещения реальных элементов цепи.

Топологические элементы схем

Кроме рассмотренных элементов существуют топологические элементы, которые позволяют описать структуру цепи.

Основные понятия:

- 1) *Ветвь* – соответствует участку цепи, в котором все элементы стоят последовательно, т.е. по которому протекает один и тот же ток.
- 2) *Узел* – место соединения трех и более ветвей (иногда даже двух ветвей – фиктивный узел).
- 3) *Граф* – условное изображение схемы, дающее положение всех узлов и ветвей без указания элементов. Графы делятся на связные и несвязные.



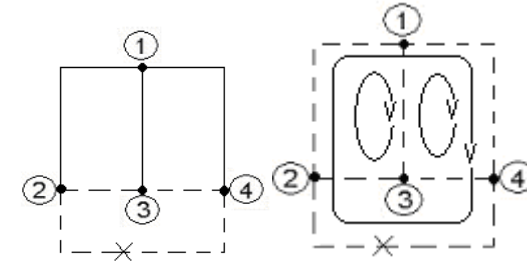
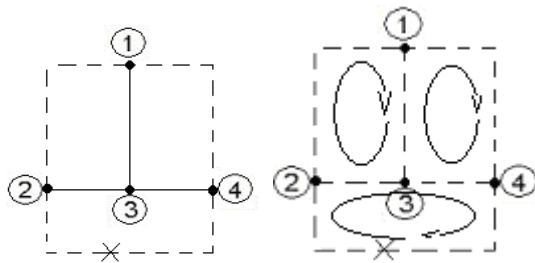
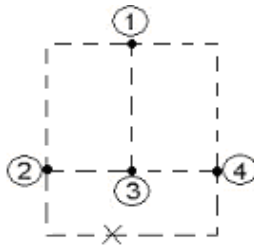
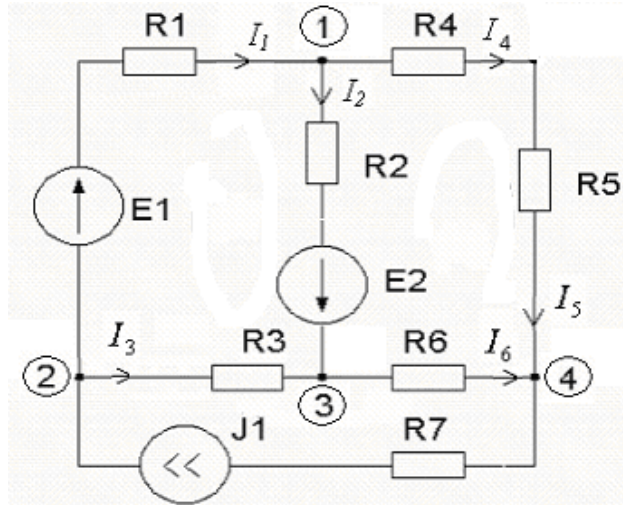
связный граф

несвязный граф

Связный граф – из любого узла можно попасть в любой другой по ветвям.

- 4) Любая часть графа называется *подграфом*.
- 5) *Контур* – замкнутый путь по ветвям.
- 6) *Дерево* – связный подграф, содержащий все узлы, но не образующий ни одного контура. Дерево не должно проходить через ветви с источниками тока.
- 7) Ветви, не вошедшие в дерево, называются *ветвями связи*.
- 8) *Главный контур* – это контур, полученный из ветвей дерева и только одной ветви связи.

Пример:



1.3 Основные законы цепей

1. Первый закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма мгновенных значений токов ветвей, сходящихся в одном узле, равна нулю: $\sum_k i_k = 0$.

Токи, входящие в узел, берутся с одним знаком, а выходящие – с противоположным.

2. Второй закон Кирхгофа

Алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на всех элементах контура равна нулю: $\sum_k u_k = 0$.

Выбирают направление обхода контура и тогда напряжения, совпадающие с направлением обхода контура, берут со знаком плюс, а направленные навстречу – со знаком минус. Так как напряжение на источнике ЭДС в точности равно самой ЭДС, а направлено в обратную сторону, удобно применять другую формулировку второго закона Кирхгофа: Алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на всех элементах контура, кроме источников ЭДС, равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС этого же контура.

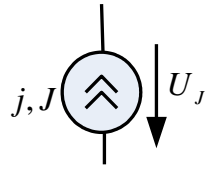
$$\sum_k u_k = \sum_k e_k$$

Для напряжений правило знаков тоже, что и в первой формулировке, а ЭДС берут со знаком плюс, если направлено так же, как и обход контура.

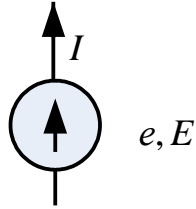
3. В любой отдельно взятой цепи выполняется баланс мощностей

Сумма мощностей генерируемых равна сумме мощностей потребляемых:

$$\sum_k P_{k \text{ ГЕН}} = \sum_k P_{k \text{ ПОТР}} \quad \text{или} \quad \sum_k P_{E_k} + \sum_k P_{J_k} = \sum_k I_k^2 R_k$$

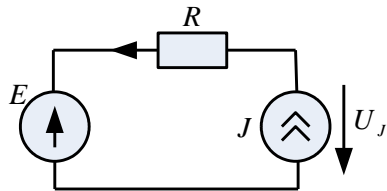


$$P_{J_k} = +U_J J, \text{ в противном случае " - "}$$



$$P_{E_k} = +EI, \text{ в противном случае " - "}$$

Пример:



$$-EJ + U_J J = J^2 R, \text{ где } U_J - JR = E \text{ и } U_J = JR + E.$$

2. Основные свойства и методы расчета линейных цепей постоянного тока

Цепь считается линейной, если в ней нет ни одного нелинейного элемента. Нелинейным считается элемент, у которого связь между напряжением и током задается нелинейным уравнением или графиком кривой. Постоянные токи – это такие токи, которые не меняют с течением времени ни величину, ни направление.

2.1 Метод уравнений Кирхгофа

Метод уравнений Кирхгофа позволяет рассчитать режим любой цепи, при любой форме сигнала, в любой момент времени.

Пусть требуется найти токи ветвей схемы, у которой число ветвей равно n_e и есть n_j источников тока, следовательно, $(n_e - n_j)$ неизвестных токов. Значит столько необходимо составить уравнений по законам Кирхгофа, причем уравнения должны быть линейно независимыми.

По первому закону Кирхгофа получают $(n_y - 1)$ линейно независимых уравнений, где n_y - число узлов. По второму закону Кирхгофа остается написать $(n_e - n_j) - (n_y - 1)$ линейно независимых уравнений. Уравнения по второму закону Кирхгофа получаются линейно независимыми, если каждый контур отличается от всех других хотя бы одной ветвью, а все ветви, кроме ветвей с источниками тока, входят в выбранные контуры. В простых схемах количество контуров определяют так: “закрывают” ветви с источниками тока и определяют сколько получается ячеек, столько уравнений по второму закону Кирхгофа пишут.

Примерный порядок расчета

1. Выбирают положительное направление токов ветвей и нумеруют все узлы схемы.
2. Для $(n_y - 1)$ узлов записывают уравнения по первому закону Кирхгофа.
3. Для $(n_e - n_j) - (n_y - 1)$ контуров, не содержащих ветвей с источниками тока, записывают уравнения по второму закону Кирхгофа. Или строят граф, выбирают дерево, определяют главные контуры. Для главных контуров, не содержащих источники тока, записывают уравнения по второму закону Кирхгофа.
4. Решают полученную систему уравнений относительно неизвестных токов ветвей.
5. Проверку правильности расчета режима цепи проводят по балансу мощностей.

Примечание:

1. Если в схеме есть управляемые (зависимые) источники, то систему уравнений по законам Кирхгофа дополняют столькими уравнениями связи, сколько управляемых источников в схеме. Каждое уравнение связи должно выражать величину управляемого источника через токи ветвей.
2. Если надо найти напряжение на всех элементах, то это делают в последнюю очередь. Напряжение на R определяют по закону Ома. Напряжение на источниках ЭДС известно: $U_e = E$. Для определения напряжения на источниках тока выбирают направление напряжения U_j и записывают уравнение по второму закону Кирхгофа для контура с ис-

точником тока: $U_j - JR4 = -E_2$, тогда $U_j = JR4 - E_2$.

Пример.

Дано: $R_i, J, E_i, E_2 = kU_{21}$. Найти I_i .

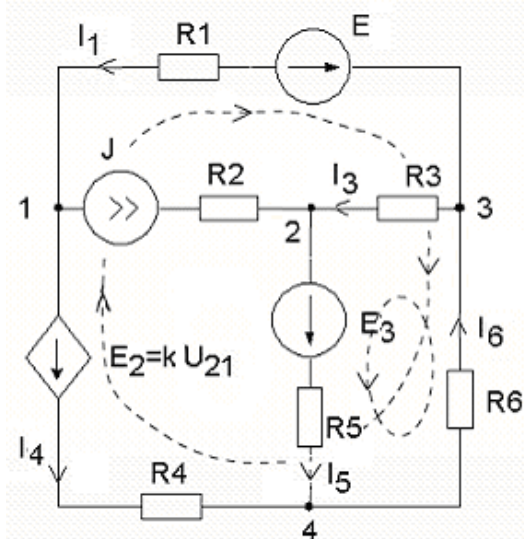
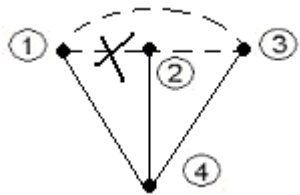


Рис. 2.1.3



$$\begin{cases} -I_1 + I_6 - I_3 = 0 \\ J - I_5 + I_3 = 0 \\ -J - I_4 + I_1 = 0 \\ -I_1 R_1 - I_6 R_6 - I_4 R_4 = E_1 - E_2 \\ I_3 R_3 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = E_3 \\ E_2 = kU_{21} = k(E_1 + I_1 R_1 - I_3 R_3) \end{cases}$$

где $U_{21} = I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \Rightarrow U_{21} = E_1 + I_1 R_1 - I_3 R_3$.

Недостаток метода уравнений по законам Кирхгофа состоит в том, что совместно приходится решать самую большую систему уравнений.

2.2 Расчет режима простейших линейных цепей (метод сворачивания или свертки)

Простейшие цепи – это цепи с одним источником энергии и не очень сложной структурой, включающей либо последовательно, либо параллельно соединенные пассивные элементы.

Примерный порядок расчета.

1. Выбирают положительное направление токов ветвей и нумеруют все узлы схемы.
2. Начиная с самого удаленного от источника участка цепи, находят эквивалентные сопротивления участков с последовательным или параллельным соединением элементов. Процесс продолжают до тех пор, пока не получится одноконтурная схема.
3. В полученной схеме находят либо неизвестный ток I_{ax} , либо неизвестное напряжение U_{ax} в зависимости от источника схемы.
4. Двигаясь в обратной последовательности, рассчитывают неизвестные токи и напряжения, используя закон Ома и первый закон Кирхгофа.
5. Проверку правильности расчета режима цепи проводят по балансу мощностей или законам Кирхгофа.

Пример: Дано: R_i, E_i или J_i . Найти: I_i .

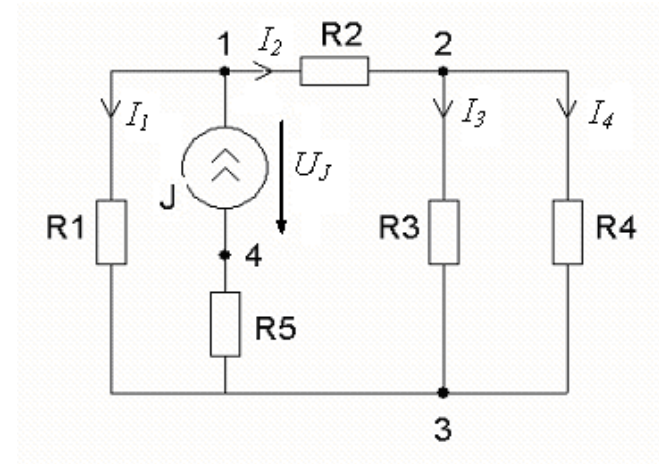


Рис. 2.2.1

$$R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}.$$

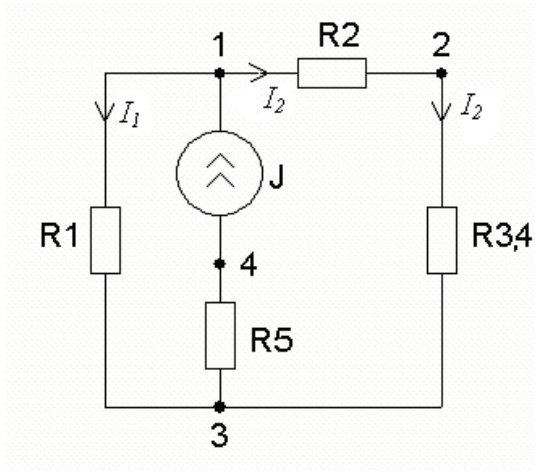


Рис. 2.2.2

$$R_{2,3,4} = R_2 + R_{3,4}.$$

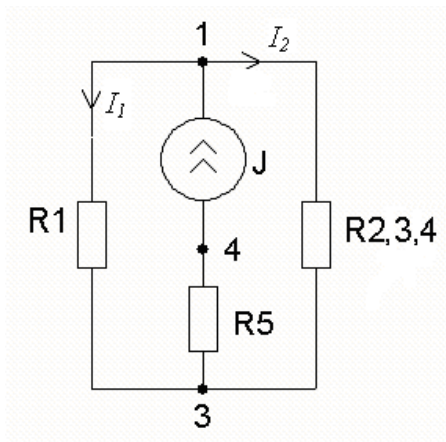


Рис. 2.2.3

$$R_{1,2,3,4} = \frac{R_1 \cdot R_{2,3,4}}{R_1 + R_{2,3,4}}.$$

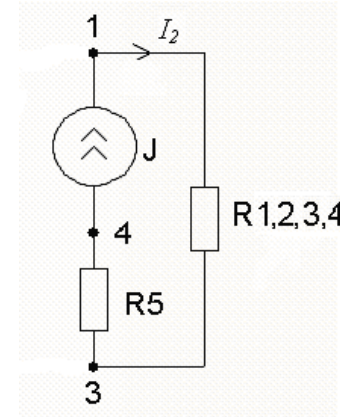


Рис. 2.2.4

$$R_{ex} = R_5 + R_{1,2,3,4}.$$

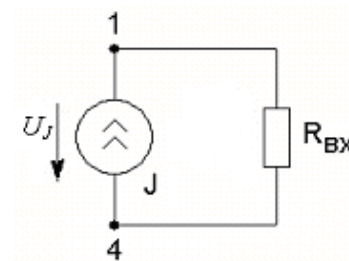


Рис. 2.2.5

Неизвестное напряжение $U_J = U_{14}$ находят по закону Ома:

$$U_J = U_{14} = J R_{ex}.$$

Возвращаются к схеме рис. 2.2.4 и определяют неизвестные напряжения по закону Ома: $U_{13} = J R_{1,2,3,4}$ и $U_{34} = J R_5$.

Переходят к схеме рис. 2.2.3 и вычисляют неизвестные токи:

$$I_1 = \frac{U_{13}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_{13}}{R_{2,3,4}}.$$

По схеме рис. 2.2.2 определяют $U_{12} = I_2 R_2$,

$$U_{23} = I_2 R_{3,4} \quad \text{По схеме рис. 2.2.1 находим: } I_3 = \frac{U_{23}}{R_3},$$

$$I_4 = \frac{U_{23}}{R_4}.$$

Проверка по балансу мощностей:

$$P_{\text{потр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + J^2 R_5,$$

$$P_{\text{ген}} = U_J J.$$

$$\text{Отсюда } P_{\text{потр}} = P_{\text{ген}}$$