

**ПЕРЕДАЧА И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ**

УДК 004.932

*Л.А. Демидова, Г.Н. Мятлов, Р.В. Тишкин, В.А. Ушенкин***ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МАСОК В ЗАДАЧЕ  
КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
ОТ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ КОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
НАБЛЮДЕНИЙ ЗЕМЛИ ПО ЭЛЕКТРОННЫМ КАРТАМ**

*Рассматривается задача координатной привязки изображений от геостационарных космических систем на основе совмещения уникальных фрагментов береговых линий, выделяемых на космических снимках, с нечеткими масками, которые формируются с использованием электронных карт и учитывают топологию береговых линий, а также яркостные свойства и взаимное расположение водной поверхности и суши.*

**Ключевые слова:** координатная привязка, изображение поверхности Земли, электронная карта, бинарная маска, нечеткая маска.

**Введение.** Снимки поверхности Земли, получаемые от геостационарных космических систем, содержат значительные геометрические искажения, проявляющиеся, главным образом, в виде смещения, поворота и изменения масштаба изображения диска поверхности Земли, что приводит к неточности координатной привязки [1, 2]. В связи с этим актуальной является задача координатной привязки, заключающаяся в приведении полученных изображений поверхности Земли к стандартному положению и масштабу [3].

Один из подходов к решению данной задачи реализует координатную привязку изображений на основе автоматического совмещения уникальных объектов, выделяемых на космических снимках, с одноименными объектами электронных карт (ЭК) с применением бинарных масок [2].

При этом в качестве опорной координатной основы используются уникальные объекты (фрагменты) береговых линий морей, океанов и крупных озер, которые хорошо различимы на изображениях от геостационарных космических систем, характеризуются высокой временной устойчивостью и в большинстве ЭК выделены в отдельный слой. Оценки смещений, найденные для множества одноименных фрагментов, используются для вычисления показателей качества геометрического совмещения всего снимка с картой.

Зачастую надежному и точному решению задачи координатной привязки с применением бинарных масок препятствуют такие факторы, как: наличие облачности, частично или полностью закрывающей береговые линии; неполное соответствие геометрии береговой линии на изображении электронной карте, что может быть вызвано неточностью составления карт и временными изменениями береговых линий; неравномерное распределение фрагментов береговых линий, используемых для привязки, по изображению [2].

В связи с возможным проявлением ряда негативных факторов, приводящих к снижению надежности и точности решения задачи координатной привязки с использованием подхода, основанного на применении бинарных масок, существует необходимость в разработке альтернативных подходов к решению задачи координатной привязки.

В последние годы всё большее применение в решении различных прикладных задач, связанных, в том числе, с анализом и обработкой изображений, находит инструментарий теории нечетких множеств [4 – 12].

В контексте задачи координатной привязки изображений предлагается выполнить расширение понятия «маска» и ввести в рассмотрение нечеткую маску, формируемую, как и бинарная маска, на основе данных ЭК, в предположении,

что значение принадлежности пиксела фрагмента изображения пикселу нечеткой маски может варьироваться от 0 до 1.

**Цель работы** – исследование применимости нечетких масок, учитывающих топологию береговых линий, а также яркостные свойства и взаимное расположение водной поверхности и суши, в задаче координатной привязки изображений от геостационарных космических систем наблюдений Земли по электронным картам.

**Теоретическая часть.** Нечеткие маски (нечеткие операторы), впервые предложенные F. Russo и G. Ramponi, задают шаблоны, предназначенные для выявления разнообразных фрагментов изображения [13]. При создании шаблона сначала определяют классы объектов, которые должны находиться на анализируемом фрагменте изображения, а затем каждому классу ставят в соответствие нечеткое множество, функция принадлежности которого определена в области яркости пикселей.

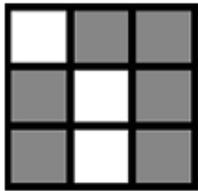


Рисунок 1 – Пример нечеткой маски размером 3×3

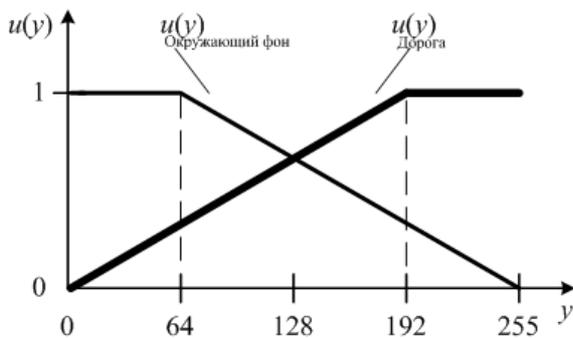


Рисунок 2 – Функции принадлежности нечетких множеств «Дорога» и «Окружающий фон», определенные в области яркости пикселей

Принадлежность пиксела изображения к тому или иному классу объектов определяется в соответствии с максимальным значением степеней принадлежности яркости пиксела нечетким множествам, сопоставленным классам объектов. Та или иная нечеткая маска определяет некоторую топологию (расположение объектов разных классов относительно друг друга) на фрагменте изображения.

B. Solaiman, R. Fiset и F. Cavayas предложили использовать нечеткие маски при решении задачи, связанной с распознаванием дорог [14].

На рисунке 1 представлен пример нечеткой маски размером 3×3, описывающей изогнутый

фрагмент дороги. При этом пиксели класса «Дорога» показаны белым цветом, а пиксели класса «Окружающий фон» – серым.

Нечеткие множества, сопоставленные классам «Дорога» и «Окружающий фон», имеют функции принадлежности, представленные на рисунке 2. Следует отметить, что в общем случае (в зависимости от контекста решаемой задачи) нечеткая маска может иметь произвольную форму и размер.

При решении задачи координатной привязки с использованием уникальных фрагментов береговых линий в качестве классов объектов, на основе которых формируется нечеткая маска, следует рассматривать классы «Вода» и «Суша».

Пусть имеется фрагмент изображения, состоящий из  $n$  пикселей, и нечеткая маска  $M$ , так же состоящая из  $n$  пикселей, которые некоторым образом относятся к одному из двух классов «Вода» и «Суша».

Принадлежность  $u_M(Y)$  фрагмента изображения  $Y$ , состоящего из  $n$  пикселей, нечеткой маске  $M$  определяется как результат вычисления конъюнкции нечетких утверждений, имеющих степень истинности  $u_{m_i}(y_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), о том, что значение  $y_i$  яркости  $i$ -го пиксела фрагмента изображения принадлежит классу (а, значит, и нечеткому множеству), сопоставленному  $i$ -му пикселу  $m_i$  нечеткой маски:

$$u_M(Y) = \prod_{i=1}^n u_{m_i}(y_i). \quad (1)$$

При этом степень истинности  $u_{m_i}(y_i)$  нечеткого утверждения находится в результате вычисления функции принадлежности, характеризующей принадлежность значения  $y_i$  яркости  $i$ -го пиксела конкретному нечеткому множеству (например, «Вода» или «Суша»), сопоставленному  $i$ -му пикселу  $m_i$  нечеткой маски.

Конъюнкция, сопоставленная операции «И» в формуле (1), может быть реализована в соответствии с той или иной  $T$ -нормой.

Отображение  $T$  называется  $T$ -нормой, если оно является возрастающим отображением  $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , для которого выполняются граничные условия:  $T(0, 0) = T(0, 1) = T(1, 0) = 0$  и  $T(x, 1) = 1$  ( $\forall x \in [0, 1]$ ), и если для любых  $x, y, z \in [0, 1]$  выполняются свойства [9, 15]:

- коммутативности:  $T(x, y) = T(y, x)$ ;
- монотонности:  $T(x, y) \leq T(x, z)$ , если  $y \leq z$ ;
- ассоциативности:  $T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z)$ .

Наиболее распространены  $T$ -нормы:

$T_1(x, y) = \min(x, y)$  и  $T_2(x, y) = xy$ , в которых  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ .

С помощью  $T$ -нормы для нечетких множеств  $A$  и  $B$  могут быть определены операции, реализующие выполнение операции нечеткого «И» (то есть пересечение нечетких множеств) [9, 15]:

$$u_{A \cap B}(x) = \min(u_A(x), u_B(x)), \quad (2)$$

$$u_{A \cap B}(x) = u_A(x) \cdot u_B(x), \quad (3)$$

где  $A$  и  $B$  – нечеткие множества с функциями принадлежности  $u_A(x)$  и  $u_B(x)$  соответственно.

При решении задачи распознавания дорог при вычислении функции принадлежности изображения нечеткой маске (1) используется формула (2). Однако в большинстве задач при реализации вычислений функции принадлежности нечеткой маске (1) более предпочтительно использовать формулу (3), так как она более устойчива шуму. Так, даже если  $(n-1)$  пикселей фрагмента изображения, состоящего из  $n$  пикселей, принадлежат соответствующим классам объектов, то из-за одного пиксела, содержащего шум, при вычислении функции принадлежности (1) в соответствии с формулой (2) будут проигнорированы все эти  $(n-1)$  «хороших» пикселей, что в итоге приведет к выводу о том, что фрагмент не соответствует маске из-за одного единственного зашумленного пиксела.

В то же время использование формулы (3) для вычисления функции принадлежности нечеткой маске (1) позволит учесть все значения функций принадлежности, сопоставленные  $(n-1)$  пикселям фрагмента изображения, в том числе, что особенно важно, большие значения (то есть значения, близкие к 1).

При использовании формулы (3) для вычисления конъюнкции в формуле (1) функция принадлежности фрагмента изображения нечеткой маске может быть записана как:

$$u_M(Y) = \prod_{i=1}^n u_{m_i}(y_i). \quad (4)$$

Недостатком формулы (4) является то, что при неидеальном соответствии фрагмента изображения нечеткой маске в случае больших значений  $n$  значение  $u_M(Y)$  может оказаться очень близким к нулю и при машинных вычислениях по формуле (4) может возникнуть антипереполнение результата.

В связи с этим предлагается в формуле (4) перейти от операции вычисления классического произведения к операции вычисления среднего геометрического:

$$u_M(Y) = \left( \prod_{i=1}^n u_{m_i}(y_i) \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (5)$$

В этом случае значение функции принадлежности, вычисленное по формуле (5), всегда будет находиться в пределах от  $\min_{i=1, n}(u_{m_i}(y_i))$  до  $\max_{i=1, n}(u_{m_i}(y_i))$ . При этом результаты сравнения степени соответствия двух фрагментов нечеткой маске при вычислении  $u_M(Y)$  по формуле (5) всегда будут такими же, как при вычислении  $u_M(Y)$  по формуле (4).

Один из подходов к решению задачи координатной привязки снимков поверхности Земли, полученных от геостационарных космических систем, предполагает применение бинарных масок, формируемых на основе ЭК [2]. При использовании такого подхода на ЭК предварительно выделяются наиболее уникальные и стабильные фрагменты береговых линий материков и крупных островов, а затем производится корреляционный поиск их положения на снимке. При этом искомый фрагмент береговой линии задается бинарной маской (рисунок 3), в которой белые пиксели соответствуют суше, а черные – воде.

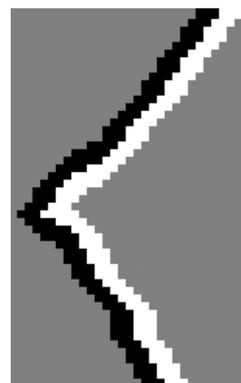


Рисунок 3 – Пример бинарной маски, задающей форму фрагмента береговой линии

В этом случае оценка величины корреляции фрагмента изображения с бинарной маской находится с помощью функции корреляции [1, 2]:

$$\rho = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_0}{\sqrt{D}} \cdot \frac{\sqrt{q_1 q_0}}{q_1 + q_0}, \quad (6)$$

где  $\bar{Y}_1$  и  $\bar{Y}_0$  – средние яркости пикселей под единичной и нулевой частью бинарной маски соответственно;  $D$  – дисперсия яркости пикселей фрагмента изображения под маской;  $q_1$  и  $q_0$  – количество белых (единичных) и черных (нулевых) пикселей в маске соответственно.

Очевидно, что корреляционный поиск можно провести с использованием нечеткой маски, полученной из бинарной маски посредством сопоставления белым пикселям нечеткого множества «Суша», а черным пикселям – нечеткого множества «Вода». При этом у корреляционного

поиска появляется большая гибкость, заключающаяся в возможности управления его результатами посредством изменения параметров функций принадлежности нечетких множеств «Вода» и «Суша». В качестве показателя (меры) совпадения фрагмента изображения с нечеткой маской целесообразно использовать функцию принадлежности, задаваемую формулой (5).

**Экспериментальные исследования.** Сравнение качества результатов корреляционного поиска, полученных с помощью бинарных и не-

четких масок, производилось с использованием фрагментов береговых линий различной степени уникальности, выявленных на снимках поверхности Земли различного пространственного разрешения (рисунок 4). При этом рассматривались как случаи точного совпадения по форме береговой линии и маски, так и случаи их частичного несовпадения, а также случаи, когда береговая линия была частично закрыта облаками (все случаи описаны в примечаниях к таблице).

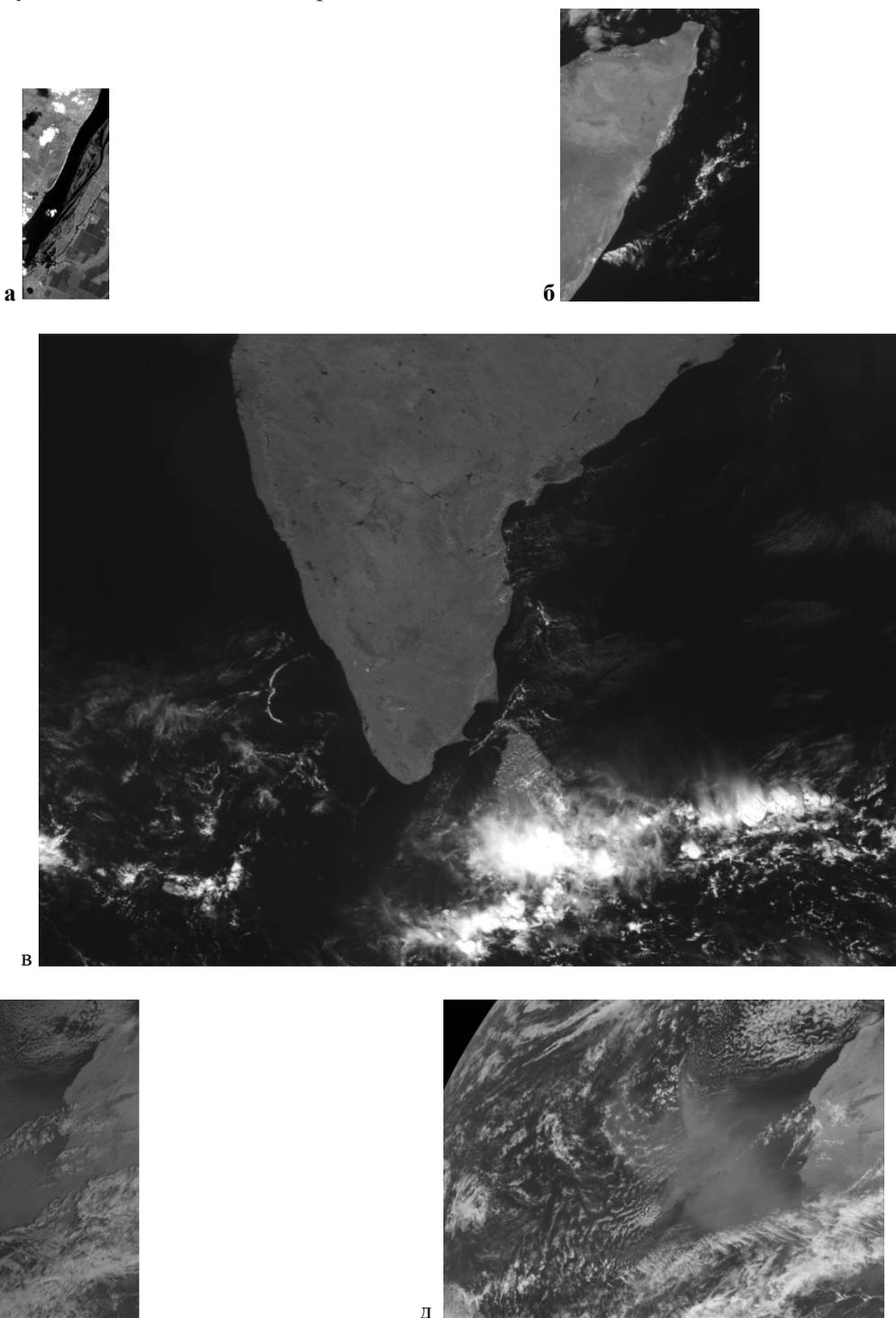
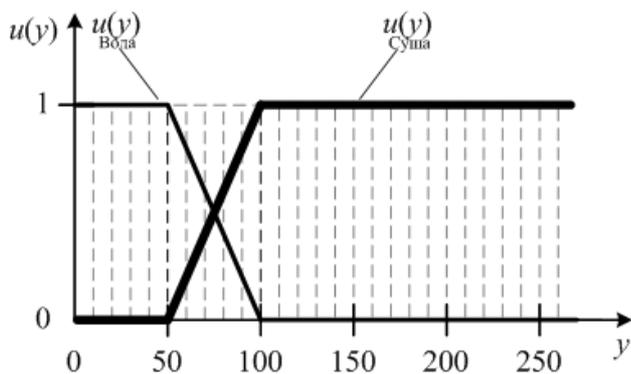
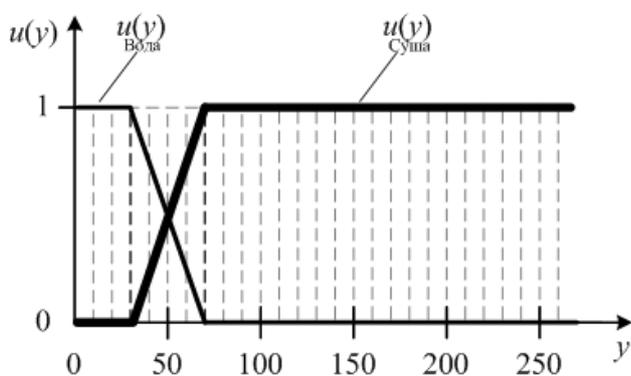


Рисунок 4 – Фрагменты снимков Земли, на которых производился поиск фрагмента береговой линии по маске



**Рисунок 5 – Функции принадлежности нечетких множеств «Вода» и «Суша», используемые при поиске по снимкам на рисунках 4, а, 4, г и 4, д**



**Рисунок 6 – Функции принадлежности нечетких множеств «Вода» и «Суша», используемые при поиске по снимкам на рисунках 4, б и 4, в**

При поиске по снимкам на рисунках 4, а, 4, г и 4, д использовались функции принадлежности нечетких множеств «Вода» и «Суша», графические зависимости для которых приведены на рисунке 5. При поиске по снимкам на рисунках 4, б и 4, в использовались функции принадлежности нечетких множеств «Вода» и «Суша», графические зависимости для которых приведены на рисунке 6.

Выбор разных функций принадлежности (однотипных, но с разными параметрами) для представления одних и тех же нечетких множеств, описывающих по смыслу один и тот же объект («Вода» или «Суша»), обусловлен тем, что яркостные характеристики воды и суши на снимках рисунков 4, а, 4, г и 4, д несколько отличаются от яркостных характеристик воды и суши на снимках рисунков 4, б и 4, в.

Для всех функций принадлежности минимальное значение на отрезке  $[0; 255]$  полагается равным 0,01, что позволяет исключить обнуление значения функции принадлежности при вычислении показателя (меры) совпадения фрагмента изображения с нечеткой маской по формуле (5) в случае, если хотя бы один пиксел содержит шум. Вне

отрезка  $[0; 255]$  значения функций принадлежности полагаются равными нулю. На рисунке 7 приведены маски, задающие форму искомого фрагмента береговой линии. Белым пикселям на рисунке 7 соответствуют единичные пиксели бинарной маски и пиксели класса «Суша» нечеткой маски, а черным пикселям – нулевые пиксели бинарной маски и пиксели класса «Вода» нечеткой маски. Серым цветом показаны пиксели, не принадлежащие маскам.

При выполнении корреляционного поиска использовались бинарная и нечеткая маски, а также комбинация этих масок. При корреляционном поиске с помощью комбинации нечетких и бинарных масок была выполнена максимизация величины среднего геометрического корреляции бинарной маской и функции принадлежности нечеткой маске:

$$\bar{\rho} = \sqrt{u_M(Y)\rho}, \quad (7)$$

где и вычисляются в соответствии с формулами (5) и (6).

Результаты корреляционного поиска (найденная позиция и степень соответствия маске при поиске) береговых линий на снимках представлены в таблице. Грубые ошибки корреляционного поиска выделены полужирным курсивом, а результаты с погрешностью 1–2 пиксела – курсивом.

Результаты расчетов, приведенные в таблице, позволяют сделать следующие выводы. При хорошем совпадении формы маски и контура береговой линии на снимке, а также при хорошей освещенности и отсутствии облаков и нечеткие, и бинарные маски дают точные результаты, кроме редких случаев, когда возникает погрешность в 1 пиксел.

В случае низкой уникальности искомого фрагмента береговой линии оба вида масок дают неточные результаты, и, кроме того, повышается вероятность найти другой похожий фрагмент границы светлого и темного объектов. При этом в случае применения нечетких масок с хорошо подобранными функциями принадлежности пикселей воде и суше эта вероятность ниже, чем при применении бинарных масок.

В случае частичного несовпадения формы береговой линии и маски функция корреляции (6) с бинарной маской принимает в точке максимума значения, сопоставимые со случаем хорошего совпадения форм берега и маски, тем самым не давая отделить один случай от другого. В то же время функция принадлежности нечеткой маске, как правило, принимает меньшие по величине значения при частичном несовпадении форм берега и маски, позволяя с некоторой долей вероятности отделить этот случай от хорошего совпадения маски и берега. Отделение же этих случаев друг от друга необходимо, потому что при частичном несовпадении

форм маски и берега точность поиска снижается.

При частичном перекрытии береговой линии облаками оба вида масок, как правило, дают неверные результаты, а функция корреляции (6) и функция принадлежности (5) принимают малые значения, позволяя выявить эти случаи. Комбинация нечетких и бинарных масок дает чуть более точные результаты, чем каждый вид масок по отдельности, но поиск при этом занимает больше времени.

Следует отметить некоторые особенности нечетких масок, касающиеся машинной реализации поиска по ним. Корректность поиска зависит от выбора функций принадлежности нечетких множеств

«Вода» и «Суша». Для уменьшения вероятности ошибки следует задавать их, учитывая особенности каждого отдельного снимка или даже каждого отдельного фрагмента. Так, например, поверхность полуострова Индостан существенно темнее в видимом диапазоне, чем поверхность Африки (рисунки 4, в и 4, б). Кроме того, освещенность поверхности суши зависит от времени суток, в которое производилась съемка (рисунки 4, г и 4, д). В связи с этим целесообразно задать индивидуальные функции принадлежности для каждого из этих случаев, используя известные априорные данные.

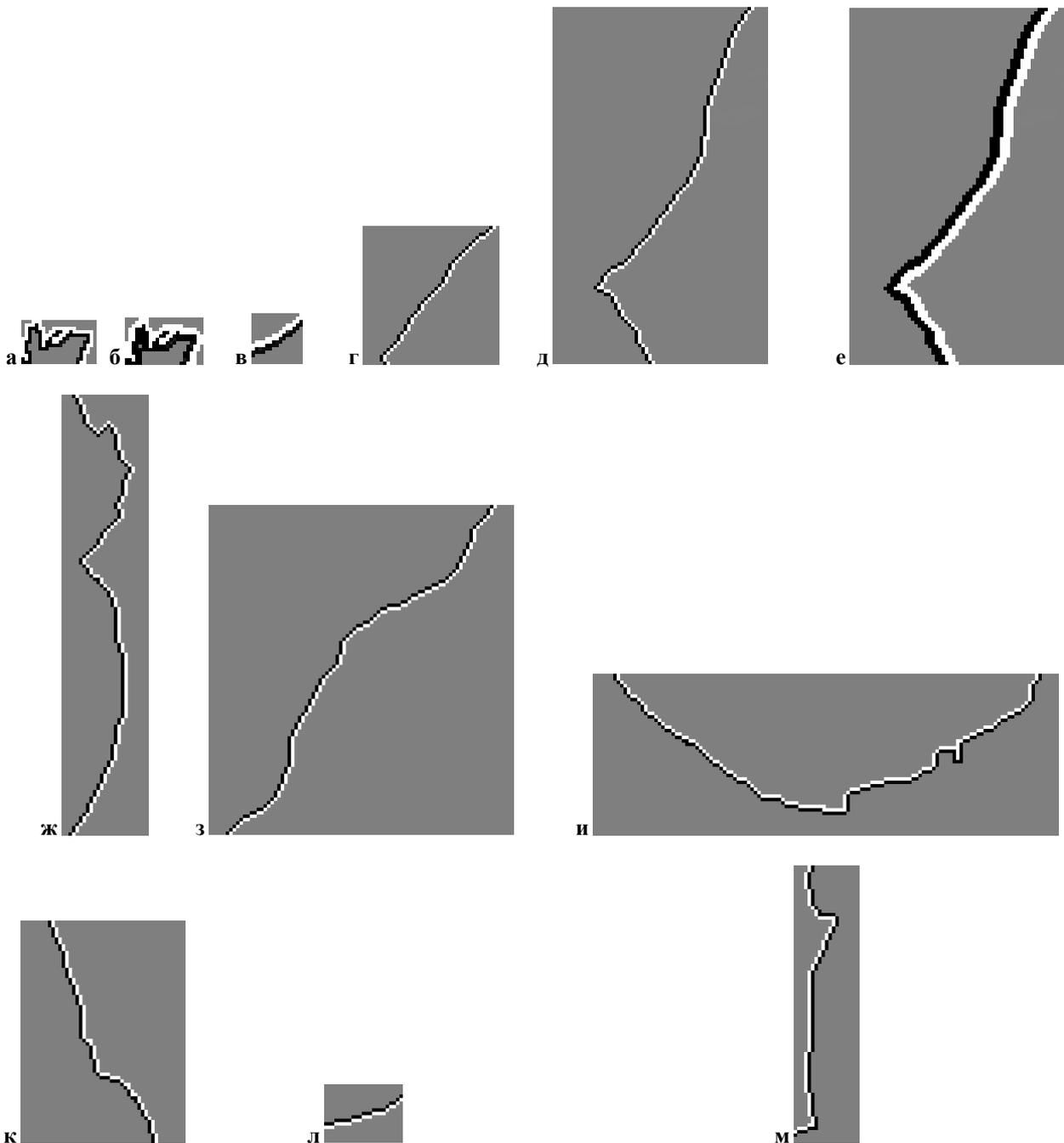


Рисунок 7 – Маски, задающие форму искомых фрагментов береговой линии

## Результаты поиска

Изображение	Маска	Истинная позиция	Найденная позиция/степень соответствия маске при поиске			Примечание
			нечеткими масками	бинарными масками	комбинацией нечетких и бинарных масок	
а	а	(199; 188)	(199; 188)/ 0,79	(199; 188)/ 0,80	(199; 188)/ 0,80	Хорошее совпадение маски и береговой линии, берег не закрыт облаком
а	б	(198; 187)	(198; 187)/ 0,79	(198; 187)/ 0,81	(198; 187)/ 0,80	Хорошее совпадение маски и береговой линии, берег не закрыт облаком
а	в	(70; 297)	(70; 297)/ 0,94	<b>(196; 523)/ 0,84</b>	(70; 297)/ 0,85	Низкая степень уникальности фрагмента берега
г	г	(248; 190)	(249; 190)/ 0,70	(249; 190)/ 0,83	(249; 190)/ 0,77	Частичное несовпадение береговой линии с маской
г	д	(171; 428)	<b>(114; 506)/ 0,51</b>	<b>(326; 48)/ 0,27</b>	<b>(326; 47)/ 0,35</b>	Берег частично закрыт облаком
г	е	(171; 428)	<b>(60; 392)/ 0,54</b>	<b>(189; 382)/ 0,45</b>	<b>(189; 382)/ 0,49</b>	Берег частично закрыт облаком
г	ж	(221; 301)	<b>(112; 523)/ 0,50</b>	(222; 301)/ 0,32	(222; 301)/ 0,31	Берег частично закрыт облаком
д	г	(1089; 193)	(342; 22)/ 0,57	(1090; 193)/ 0,83	(1090; 193)/ 0,59	Частичное несовпадение береговой линии с маской
д	з	(1123; 95)	(1123; 96)/ 0,67	(1124; 95)/ 0,78	(1123; 96)/ 0,72	Частичное несовпадение береговой линии с маской
в	и	(1555; 1274)	(1555; 1275)/ 0,59	(1555; 1274)/ 0,76	(1555; 1275)/ 0,58	Хорошее совпадение маски и береговой линии, берег не закрыт облаком
в	к	(1167; 434)	(1167; 434)/ 0,63	(1167; 435)/ 0,81	(1167; 434)/ 0,71	Хорошее совпадение маски и береговой линии, берег не закрыт облаком
б	л	(236; 104)	(238; 103)/ 0,72	(237; 104)/ 0,83	(236; 104)/ 0,76	Низкая степень уникальности фрагмента берега
б	м	(418; 108)	(418; 108)/ 0,70	(418; 108)/ 0,83	(418; 108)/ 0,76	Хорошее совпадение маски и береговой линии, берег не закрыт облаком

Если значение функции принадлежности нечеткой маске, полученное при использовании формулы (5), близко к 0,5, то найденный фрагмент (участок) следует отбраковать, поскольку это может быть, например, область однородной яркости, средней между водой и сушей. Таким образом, в том, что при вычислении значений функции принадлежности, меньших 0,5, происходит антипереполнение промежуточных результатов, нет ничего страшного. Этот факт позволяет не бороться с антипереполнением при использовании формата с плавающей точкой двойной точности, если нечеткая маска содержит менее 1000 пикселей. Однако для нечетких масок размера большего, чем 1000 пикселей, необходимо бороться с возможным возникновением антипереполнения, что, однако, замедляет вычисления в несколько раз. В то же время при использовании бинарных масок проблем с антипереполнением не возникает.

**Выводы.** Результаты корреляционного поиска с использованием бинарных и нечетких масок, а также их комбинации позволяют сделать выводы о целесообразности применения предлагаемого под-

хода, основанного на формировании нечетких масок, к решению задачи координатной привязки изображений поверхности Земли от геостационарных космических систем по ЭК. Использование для вычисления функции принадлежности фрагмента изображения нечеткой маске формулы (5) позволяет избежать возможного антипереполнения результата [как это может быть в случае применения формулы (4)].

Поиск положения фрагментов береговой линии на снимке по бинарным маскам можно целиком заменить аналогичным поиском по нечетким маскам только в случае, если нет жестких ограничений на время выполнения координатной привязки, поскольку поиск по нечетким маскам из-за борьбы с антипереполнением занимает в несколько раз больше времени, чем поиск по бинарным маскам.

В случае жестких ограничений на время выполнения координатной привязки, можно использовать нечеткие маски для повышения ее точности в качестве дополнительного критерия отбраковки ложных результатов поиска по бинарным маскам, а также случаев частичного несовпадения формы бе-

рега с маской.

При этом для получения корректных результатов координатной привязки с применением нечетких масок необходимо проанализировать возможные значения яркости пикселей суши и воды в разное время суток и в различных регионах земного шара, после чего составить библиотеку функций принадлежности яркости пикселей нечетким множествам «Вода» и «Суша», конкретных для каждого региона и времени суток. Следует отметить, что если использовать одни и те же функции принадлежности для всех времен суток и регионов Земли, никаких преимуществ нечетких масок перед бинарными уже не будет.

#### **Библиографический список**

1. Еремеев В.В., Егошкин Н.А., Москвитин А.Э. Координатная привязка изображений от геостационарных спутников по контурным точкам диска Земли // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2007. № 22. С. 10-17.
2. Еремеев В.В., Козлов Е.П. Автоматическая координатная привязка изображений от геостационарных космических систем наблюдений Земли по электронным картам // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2008. № 23. С. 14-20.
3. Злобин В.К., Еремеев В.В. Обработка аэрокосмических изображений. М.: Физматлит. 2006. 288 с.
4. Демидова Л.А., Кираковский В.В., Пылькин А.Н. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: Горячая линия-Телеком. 2012. 288 с.
5. Демидова Л.А., Нестеров Н.И., Тишкин Р.В. Сегментация спутниковых изображений с применением аппарата теории нечетких множеств // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2012. № 41. С. 11-17.
6. Демидова Л.А., Титов С.Б. Подход к проблеме нечеткой кластеризации в условиях неопределенности выбора целевой функции // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2009. № 29. С. 54-60.
7. Демидова Л.А., Тишкин Р.В., Юдаков А.А. Разработка ансамбля алгоритмов кластеризации на основе матриц подобия меток кластеров и алгоритма спектральной факторизации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4-1 (46). С. 9-17.
8. Демидова Л.А., Тишкин Р.В., Труханов С.В. Решение задачи идентификации гиперспектральных характеристик объектов с использованием системы интеллектуальной обработки данных гиперспектральной съемки // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 10-18.
9. Мятлов Г.Н., Тишкин Р.В., Ушенкин В.А., Юдаков А.А. Применение нечетких мер подобия в задаче совмещения изображений поверхности земли // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 2 (44). С. 18-26.
10. Тишкин Р.В. Мягкие вычисления в задачах сегментации космических изображений // Цифровая обработка сигналов. 2010. № 3. С. 25-29.
11. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург. 2003. 736 с.: ил.
12. Таганов А.И. Применение нечетких множеств для формализации процессов анализа и идентификации важности рисков программного проекта // Системы управления и информационные технологии. 2007. № 4 (30). С. 46-51.
13. Russo F., Ramponi G. Working on Image Data Using Fuzzy Rules // Proc. Sixth European Signal Processing Conf. EUSIPCO-92. Bruxelles. 1992. P. 1413-1416.
14. Solaiman B., Fiset R., Cavayas F. Automatic Road Extraction Using Fuzzy Mask Concepts // IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium Proceedings. 1998. P. 894-896.
15. Van der Weken D., Nachtegael M., Kerre E.E. An overview of similarity measures for images // Proceedings of ICASSP 2002 (IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing). Orlando. USA. 2002. P. 3317-3320.

УКД 621.391

**В.Т. Као, Г.В. Овечкин**

## **ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МНОГОУРОВНЕВОГО МНОГОПороГОВОГО ДЕКОДЕРА САМООРТОГОНАЛЬНЫХ КОДОВ**

*Рассмотрены варианты реализации многоуровневого многопорогового декодера самоортогональных кодов и исследована их эффективность. Предложены новые модификации данных методов, позволяющие приблизить область эффективной работы декодера к пропускной способности канала на несколько десятых дБ за счет лучшего учета информации о надежности декодированных символов решающим устройством, чем ранее. Даны рекомендации по выбору наилучшего алгоритма работы решающего устройства и параметров многоуровневого многопорогового декодера.*

**Ключевые слова:** помехоустойчивое кодирование, самоортогональный код, многопороговый декодер, многоуровневый многопороговый декодер.

**Введение.** Сравнение алгоритмов декодирования помехоустойчивых кодов [1] показывает, что самые эффективные алгоритмы, например реализующие алгоритмы декодирования Витерби (АВ) и методы декодирования турбо кодов (ТК) для длинных кодов, слишком сложны. Сложность оптимального АВ растет экспоненциально с ростом конструктивной длины кода  $K$ , в связи с чем на практике данный метод обычно применяется для декодирования кодов с  $K \leq 9$ , обладающих невысокой эффективностью [2]. Сложность декодирования ТК определяется сложностью методов декодирования составляющих кодов и количеством итераций декодирования. Она также оказывается слишком большой для их применения в составе высокоскоростных систем связи [2]. Одним из наиболее эффективных декодеров и, вместе с тем, достаточно простым для реализации является многопороговый декодер (МПД) самоортогональных кодов (СОК) [3]. Сложность МПД пропорциональна кодовому расстоянию применяемых кодов и числу итераций декодирования. Эта сложность при типичных параметрах кодера и декодера оказывается в сотни раз меньше сложности декодеров турбо кодов [2]. При этом обычный МПД немного уступает по эффективности декодерам ТК. Для повышения эффективности МПД можно использовать подходы, основанные, например, на применении каскадирования [5, 6]. Но при этом требуется внести изменения в систему связи как на стороне передатчика, так и на стороне приемника, что не всегда возможно. В [7] предложен метод улучшения эффективности декодирования СОК за счет декодирования принятого из канала потока данных несколькими составляющими МПД с различными настройками с последующим формированием результата декодирования на основе голосования по большинству. Такой декодер был назван многоуровневым МПД [7]. Заметим, что данная схема декодирования была недостаточно проработана и ее эффективность можно несколько улучшить.

**Цель работы:** исследование и улучшение эффективности декодирования самоортогональных кодов с помощью многоуровневого МПД.

**Схема параллельного соединения МПД.** Сначала рассмотрим вариант реализации многоуровневого МПД, использующего только параллельное соединение нескольких МПД (рисунок 1). В таком декодере мягкие решения демодулятора посылаются параллельно на  $N$  составляющих МПД. Все  $N$  декодеров выносят свои решения относительно декодируемых символов, в результате чего получаются  $N$  декодированных сообщений, поступающих на устройство выбора. Данное устройство

формирует результат декодирования каждого бита сообщения по большинству голосов.

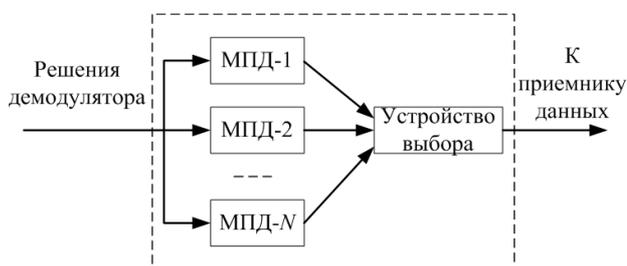


Рисунок 1 – Параллельное соединение МПД

Для получения наибольшей эффективности схемы желательно, чтобы все  $N$  МПД обладали примерно одинаковой, близкой к наилучшей, эффективностью, и, кроме этого, параметры декодеров должны достаточно отличаться друг от друга для того, чтобы оставшиеся комбинации ошибок на выходе составляющих декодеров с большой вероятностью были разными.

Рассмотрим эффективность данной системы в канале с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) при использовании двоичной фазовой модуляции (BPSK) и 16-ти уровневом квантовании решения на выходе демодулятора.

На рисунке 2 представлены полученные с помощью разработанных программных средств результаты моделирования данной системы для блочкового СОК с кодовой скоростью  $R = 2/4$ , минимальным кодовым расстоянием  $d = 9$  и длиной блока  $n = 20748$ .

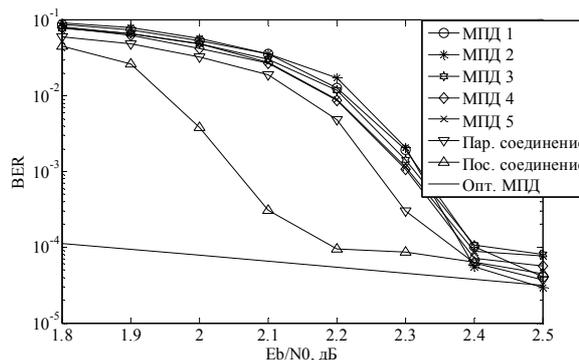


Рисунок 2 – Эффективность параллельной схемы декодирования

При получении графиков использовалось пять МПД с разными параметрами весов и порогов, число итераций  $I = 15$ . Их характеристики показаны кривыми «МПД 1»...«МПД 5». Из графиков видно, что все пять декодеров имеют сопоставимую эффективность. Многоуровневый МПД (кривая «Пар. соединение») позволяет приблизить границу эффективной работы декодера в области больших шумов к пропускной способности канала примерно

на 0,1 дБ по сравнению с обычным МПД. Отметим, что в области малых шумов выигрыш увеличить не удастся, поскольку в этой области каждый составляющий МПД уже работает почти как оптимальный декодер для используемого кода (кривая «Опт. МПД»), эффективность которого улучшить невозможно. Также заметим, что сложность параллельной схемы по сравнению со сложностью обычного МПД увеличивается в несколько раз, но все равно остается меньше сложности других сопоставимых по эффективности алгоритмов.

**Схема последовательно-параллельного соединения МПД.** Рассмотрим эффективность многоуровневого МПД, в котором после устройства выбора используется еще один МПД. Такой декодер представлен на рисунке 3. В данном случае дополнительно с помощью внешнего МПД осуществляется декодирование полученного после устройства выбора сообщения. Это позволяет еще немного повысить эффективность декодирования.

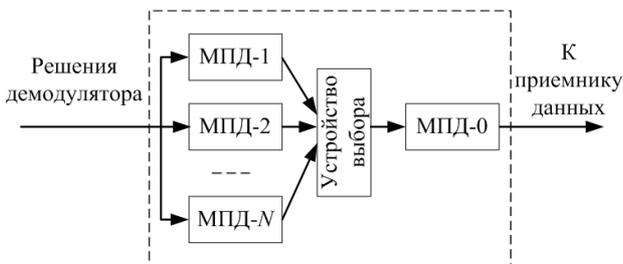


Рисунок 3 – Последовательно-параллельное соединение МПД

Результаты моделирования схемы последовательно-параллельного соединения МПД, состоящей из шести МПД для тех же условий, представлены на рисунке 2 кривой «Пос. соединение». Видно, что при подключении еще одного МПД после устройства выбора получается дополнительный выигрыш до 0,2 дБ по сравнению с параллельной схемой. При этом сложность реализации увеличивается всего на 20 %.

**Влияние числа составляющих декодеров на эффективность и сложность многоуровневого МПД.** Характеристики параллельной схемы при использовании от трех до восьми составляющих МПД в тех же условиях представлены на рисунке 4. Из рисунка видно, что при использовании трех и четырех декодеров получается выигрыш порядка 0,05 дБ, при применении пяти декодеров выигрыш составляет около 0,1 дБ. При увеличении числа декодеров до восьми улучшения практически не наблюдается. Таким образом, в данной схеме целесообразно использование пяти декодеров. Сложность декодера по сравнению с базовым МПД увеличивается пропорционально числу составляющих декодеров.

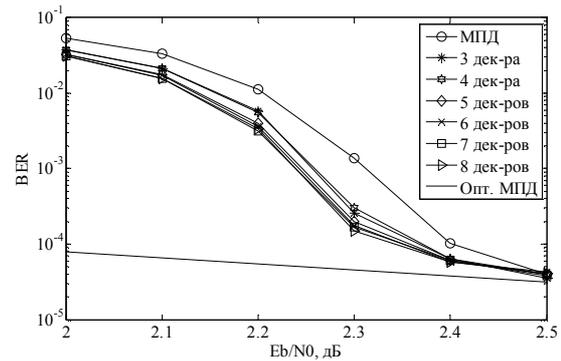


Рисунок 4 – Эффективность параллельной схемы декодирования

На рисунке 5 представлены характеристики последовательно-параллельной схемы при использовании от трех до восьми МПД декодеров на первом этапе перед устройством выбора. Из рисунка видно, что при использовании трех и четырех декодеров на первом этапе получается дополнительный выигрыш 0,2 дБ. Увеличение декодеров до пяти позволяет получить выигрыш 0,3 дБ. Увеличение числа декодеров можно проводить и далее, но это увеличивает сложность декодера, а дополнительный выигрыш оказывается незначительным.

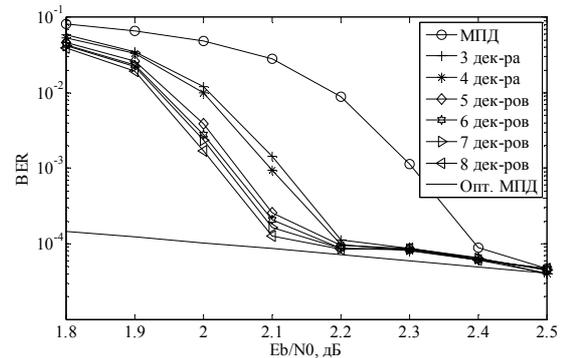


Рисунок 5 – Характеристики последовательно-параллельной схемы декодирования

Итак, последовательно-параллельная схема многоуровневого МПД обеспечивает на 0,2 дБ лучшие характеристики по сравнению к параллельной схемой и на 0,3 дБ лучшие по сравнению с обычным МПД. Число декодеров влияет на характеристики последовательно-параллельной схемы так же, как и на характеристики параллельной схемы. В схемах целесообразно использовать пять декодеров перед устройством выбора, что дает хороший результат при обеспечении невысокой сложности реализации схемы.

**Влияние алгоритма работы устройства выбора.** Ранее была рассмотрена эффективность последовательно – параллельной схемы при использовании устройством выбора мажоритарного подхода для определения значения битов сообщения. При таком подходе устройство выбора использует толь-

ко информационную часть, полученную от составляющих МПД, и выбирает каждый бит по большинству голосов. Основным шагом выбора заключается в том, что для произвольно взятого символа  $u_i$  вычисляется функция правдоподобия  $L_i$ , зависящая от символов  $u_{i,k}$ , полученных от  $N$  внутренних декодеров

$$L_i = \sum_{k=1}^N (2u_{i,k} - 1). \quad (1)$$

Если  $L_i > 0$ , то символ  $u_i$  равен 1, в противном случае  $u_i = 0$ .

Вместе с тем, можно предложить несколько вариантов определения такого решения, использующих, в том числе информацию о надежности решений относительно декодированных символов от внутренних МПД. Ниже предложены и исследованы алгоритмы получения решения относительно декодированных символов на основе решения всех составляющих МПД. При этом рассмотрены такие алгоритмы работы устройства выбора, как выбор символа с максимальной надежностью и мажоритарный выбор с учетом веса декодированного символа.

Сначала рассмотрим первый алгоритм, когда **устройство выбора определяет информационные биты по символу с максимальной надежностью**. Под надежностью декодированного символа будем понимать значения суммы на пороговом элементе для этого символа после декодирования. Очевидно, что чем ближе эта сумма к нулю, тем менее надежным является этот символ, и наоборот, чем больше значение модуля этой суммы, тем более надежным является символ. Обозначим через  $w_{i,k}$  значение надежности  $i$ -го информационного символа, полученное от  $k$ -го внутреннего МПД. Для получения значения информационного символа  $u_i$  сравнивают  $N$  значений надежности  $w_{i,k}$  и выбирают значение  $u_i$ , равное значению символа от декодера, у которого самое большое значение надежности:

$$u_i = u_{i,m}, \text{ где } m = \arg \max_k (w_{i,k}). \quad (2)$$

Характеристики схем параллельного и последовательно-параллельного многоуровневого МПД при выборе информационного символа по максимальной надежности для блочного СОК с кодовой скоростью  $R = 2/4$ , кодовым расстоянием  $d = 9$ , длиной кода  $n = 20748$  при пяти параллельно включенных МПД с  $I = 15$  итерациями декодирования представлены на рисунке 6 кривыми «Пар. макс» и «Пос. макс». Эти графики получены для канала с АБГШ при использовании модуляции типа BPSK и 16-ти уровневом квантовании решения демодулятора.

Для сравнения кривой «МПД» на рисунке

представлена зависимость вероятности ошибки обычного МПД для этого же кода, кривой «Опт. МПД» представлена зависимость вероятности ошибки оптимального декодера для используемого СОК, а кривыми «Пар. жесткое» и «Пос. жесткое» представлены характеристики параллельной и последовательно-параллельной схем при использовании в них мажоритарного алгоритма работы устройства выбора. Из графика видно, что выбор информационного бита по максимальной надежности в схеме параллельного соединения МПД не дает выигрыша по сравнению с голосованием по большинству, а в схеме последовательно-параллельного соединения получается выигрыш порядка 0,05 дБ.

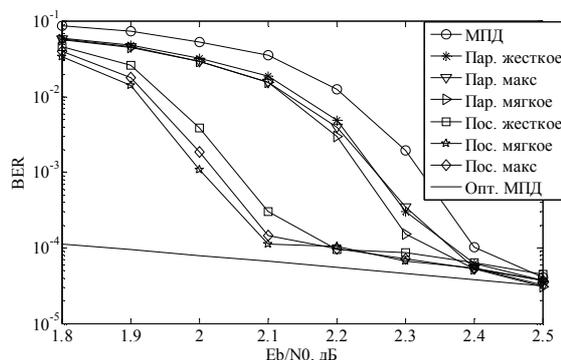


Рисунок 6 – Характеристики многоуровневого МПД при различных алгоритмах выбора информационного символа

В основе второго алгоритма лежит **мажоритарный выбор информационного бита с учетом всех надежностей, сформированных составляющими декодерами относительно декодированного символа**. В данном случае на вход устройства выбора поступает  $N$  решений  $u_{i,k}$  составляющих МПД относительно  $i$ -го информационного символа и их надежности  $w_{i,k}$ . Для каждого бита  $u_i$  устройство выбора вычисляет функцию правдоподобия  $L_i$

$$L_i = \sum_{k=1}^N (2u_{i,k} - 1)w_{i,k}. \quad (3)$$

Если  $L_i > 0$ , то символ  $u_i$  принимает значение 1, иначе  $u_i = 0$ .

Характеристики схем, использующих данный алгоритм работы устройства выбора, для тех же условий, что и ранее, представлены на рисунке 6 кривыми «Пар. мягкое» и «Пос. мягкое». Из сравнения эффективности этих двух схем со схемами, использующими ранее рассмотренные алгоритмы работы устройства выбора, следует, что при использовании мажоритарного выбора информационного бита с учетом всех надежностей, сформированных составляющими декодерами, получается еще немного (до 0,05 дБ) лучшая эффективность.

**Эффективность многоуровневого МПД для**

кода с большим кодовым расстоянием. Для систем связи, требующих более высокую достоверность декодирования, нужен код с большим кодовым расстоянием. Рассмотрим эффективность предложенных схем, использующих параллельно пять МПД для СОК с кодовой скоростью  $R = 8/16$  и длиной кода  $n = 63472$  битов при значении кодового расстояния  $d = 17$  и использовании  $I = 13$  итераций декодирования в тех же условиях, что и ранее. Эти характеристики представлены на рисунке 7 кривыми с названиями, совпадающими с названиями на рисунке 6. Отметим, что схема последовательно-параллельного соединения МПД дает выигрыш, равный 0,3 дБ, и при большем значении кодового расстояния.

**Заключение.** Важнейшим достоинством МПД алгоритмов наряду с высокой эффективностью оказывается возможность их чрезвычайно высокого быстродействия как при программной, так и при аппаратной реализации. Это позволяет комбинировать несколько МПД в одной схеме декодирования для получения большего выигрыша кодирования при сохранении невысокой сложности реализации по сравнению с другими методами коррекции ошибок.

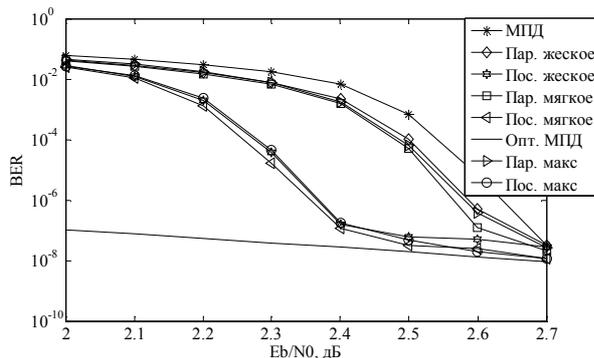


Рисунок 7 – Характеристики многоуровневого МПД при различных алгоритмах выбора информационного бита для кода с  $d = 17$

Предложенные в работе алгоритмы работы устройства выбора, определяющие значения ин-

формационного символа для внешнего многопорогового декодера многоуровневого МПД, позволяют практически без увеличения сложности реализации приблизить область эффективной работы декодера к пропускной способности канала на несколько десятых долей дБ. Учитывая, что базовый МПД уже позволял эффективно исправлять ошибки при очень высоком уровне шума, это является серьезным результатом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №14-07-00824) и гранта Президента РФ (грант МД-639.2014.9).

#### Библиографический список

1. Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование в цифровых системах передачи данных // Электросвязь. М., 2008. №12. С. 2-11.
2. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Сложность реализации эффективных методов декодирования помехоустойчивых кодов // 6-я межд. конф. и выст. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М.: 2004. Том 1. С. 220-221.
3. Золотарев В.В., Зубарев Ю.Б., Овечкин Г.В. Многопороговые декодеры и оптимизационная теория кодирования. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. 239 с.
4. Гринченко Н.Н., Золотарев В.В., Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Многопороговое декодирование в каналах многопозиционной модуляции // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2006. № 19. С. 179-182.
5. Овечкин Г.В. Методы улучшения эффективности многопорогового декодера самоортогональных кодов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2004. № 14. С. 54-58.
6. Овечкин Г.В., Овечкин П.В. Использование не двоичного многопорогового декодера в каскадных схемах коррекции ошибок // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2009. № 30. С. 7-12.
7. Дмитриева Т.А. Разработка многоуровневого многопорогового устройства декодирования // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2007. № 22. С. 73-78.

УДК 612.172.2

Т.А. Витязева, А.А. Михеев

## ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Предложено использовать многоскоростную обработку сигналов для выделения медленно-волновых составляющих ритма сердца на основе цифровой фильтрации в режиме реального времени. Проектируется и подробно описывается многоступенчатая структура понижения частоты дискрети-

зации. Оцениваются вычислительные затраты на реализацию предложенного подхода.

**Ключевые слова:** электрокардиосигнал, варибельность сердечного ритма, многоскоростная обработка сигналов, узкополосная фильтрация.

**Введение.** Анализ варибельности сердечного ритма (ВСР), представляющей собой колебания длительности цикла сердечных сокращений, позволяет оценивать общее состояние человека, выявлять адаптационные возможности регуляторных систем организма в ответ на воздействие каких-либо факторов, анализировать психоэмоциональное состояние. Наибольшую значимость среди диагностируемых параметров сердечного ритма занимают так называемые медленноволновые периодические составляющие сердечного ритма, которые характеризуют степень централизации управления сердечным ритмом и соответственно степень напряжения регуляторных систем организма [1, 2]. Методы математического анализа ВСР в настоящее время находят все более широкое применение в различных областях физиологии и медицины, о чем свидетельствует возрастающий с каждым годом интерес к данной теме и большое число публикаций, содержащих новые данные в области изучения ВСР в прикладной физиологии, профилактической, спортивной, космической и клинической медицине, реабилитации, психофизиологии и других областях [3, 4].

В настоящее время наиболее распространенным методом анализа ВСР является спектральный анализ динамических рядов RR-интервалов (временных интервалов между соседними R-зубцами электрокардиосигнала) [5, 6]. Спектральный анализ ВСР позволяет количественно оценить влияние на работу сердца различных регуляторных систем, поскольку дает информацию о распределении мощности частотных составляющих колебания длительностей RR-интервалов. В соответствии с принятым стандартом Европейского Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии различают три основных частотных диапазона [7]:

- высокочастотные колебания, дыхательные волны - HF (High Frequency). Их частота колебаний 0,15 – 0,4 Гц;

- низкочастотные колебания, медленные волны 1-го порядка LF (Low Frequency). Частота колебаний 0,04 – 0,15 Гц;

- очень низкочастотные колебания, медленные волны 2-го порядка VLF (Very Low Frequency). Частота колебаний 0,003 – 0,04 Гц.

Спектральные методы позволяют давать оценки функциональных состояний, решать задачи диагностического характера, следовательно, выявлять и оценивать наличие патологий. Характерной особенностью спектрального анализа является тот

факт, что требуется время, чтобы накопить данные о работе сердца, на основании этих данных выполнить преобразования и сделать выводы. При этом теряется информация о времени появления того или иного волнового процесса в ритме сердца, поэтому нет возможности соотнести эти моменты времени с сопутствующими обстоятельствами, их вызывающими.

Для решения этой проблемы в работе [8] предложен способ выявления медленноволновых периодических составляющих в ритме сердца в режиме реального времени. В основу способа положено представление электрокардиосигнала (ЭКС) математическими выражениями, соответствующими сигналам с частотно-импульсной модуляцией (ЧИМ), частота последовательности прямоугольных импульсов которых меняется по закону изменения сердечного ритма [9, 10]. В спектре сигналов с ЧИМ в нулевой спектральной зоне содержатся все составляющие, осуществляющие модуляцию длительности RR-интервалов. В [8] предложено использовать набор узкополосных цифровых фильтров для анализа кардиосигнала на наличие в нем медленноволновых составляющих в режиме реального времени. Однако реализация данного набора узкополосных фильтров наталкивается на проблему сверхвысоких вычислительных затрат.

**Цель работы.** В данной работе рассмотрена возможность использования методов многоскоростной обработки сигналов для решения задачи выделения медленноволновых периодических составляющих в ритме сердца в режиме реального времени. Предлагается многоступенчатая структура понижения частоты дискретизации, позволяющая существенно снизить объем вычислительных затрат и обеспечивающая возможность практической реализации устройств анализа ВСР в реальном времени.

**Теоретическая часть. Применение цифровой фильтрации для анализа варибельности сердечного ритма.** Поскольку работу сердца можно описать сигналом с частотно-импульсной модуляцией, а нулевая спектральная зона такого сигнала содержит всю информацию об изменчивости сердечного ритма [8], то для анализа ВСР достаточно выделить полезную компоненту в спектре сигнала с ЧИМ соответствующими узкополосными фильтрами. Полосы пропускания фильтров выбираются в соответствии с рекомендациями [7]. Для выделения высокочастотной составляющей сердечного ритма (HF) требуется фильтр верхних частот (ФВЧ), для выделения низкочастотной составляющей (LF) –

полосовой фильтр (ПФ) и для выделения очень низкочастотной составляющей (VLF) – фильтр нижних частот (ФНЧ). На рисунке 1 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) данного набора фильтров. На выходе фильтров, каждый из которых отслеживает свой частотный диапазон, формируется информация о возможном появлении новых медленноволновых составляющих в сердечном ритме, которая может быть сопоставлена с факторами, влияющими на организм в момент появления нового волнового процесса.

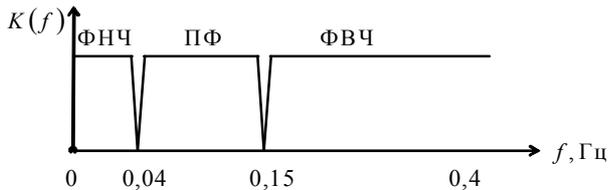


Рисунок 1 – АЧХ набора фильтров анализа ВСР

В соответствии с теоремой Котельникова частота дискретизации ( $F_D$ ) электрокардосигнала должна быть в два и более раза выше верхней граничной частоты спектра сигнала ( $F_B$ ). Известно [11], что для кардосигнала основная информативная полоса частот ограничена верхней частотой 100 Гц. В соответствии с принятыми международными стандартами [7] частоту дискретизации рекомендовано выбирать из оптимального диапазона 250-500 Гц, а возможно еще выше. Также выбор частоты дискретизации ЭКС как непрерывной функции определяется в значительной мере требованиями удобства и простоты восстановления этой функции по её отсчетам. Наибольшее применение получила интерполяция с помощью многочлена Лагранжа нулевого, первого и второго порядков. Необходимо обосновать выбор частоты дискретизации, которая зависит от требуемой точности восстановления исходной функции и вида применяемой интерполяции. Интервал дискретизации для линейной интерполяции [12]:

$$\Delta t_{\text{лин}} = 1,35 \cdot \sqrt{\delta_0} \cdot \Delta t_{\text{нр}}, \quad (1)$$

где  $\Delta t_{\text{нр}} = \frac{1}{2 \cdot F_B}$  – предельный интервал дискретизации,

$\delta_0$  – допустимая относительная погрешность, принимаемая равной 0,02. В соответствии с приведенными выражениями вычисляется частота дискретизации

$$F_D = \frac{1}{\Delta t_{\text{лин}}} = \frac{2 \cdot F_B}{1,35 \cdot \sqrt{0,02}} \approx 1000$$

отсчетов в секунду (отс/с). Полученное значение частоты дискретизации характерно для большинства современных электрокардиографов, используемых на сегодняшний день в медицинских учреждениях. Для обработки биомедицинских сигналов це-

лесообразно применять нерекурсивные фильтры (КИХ-фильтры), поскольку они имеют линейную фазочастотную характеристику, что позволяет однозначно определить время задержки как половину длительности импульсной характеристики фильтра.

Рассмотрим следующую задачу. Требуется реализовать набор фильтров анализа ВСР (рисунок 1) со следующими характеристиками. Для ФНЧ задается полоса пропускания от 0 до 0,01 Гц, переходная зона до 0,04 Гц. Для полосового фильтра задаются полоса пропускания от 0,08 до 0,12 Гц и переходные зоны в диапазонах от 0,04 до 0,08 Гц и от 0,12 до 0,15 Гц. Для ФВЧ задается переходная зона от 0,15 до 0,18 Гц, полоса пропускания от 0,18 Гц. Подавление в зоне непрозрачности задается с уровнем 60 дБ. Проектирование описанного набора узкополосных цифровых фильтров с заданными параметрами проводилось в системе Matlab, пакете Filter Design [13]. Получены следующие результаты. Порядки ФНЧ и ПФ составляют 120848. ФВЧ имеет порядок 167283. Требуемые вычислительные затраты на реализацию фильтров оцениваются в числе операций умножения с накоплением, выполняемых за один период дискретизации входного сигнала. Как известно, работа КИХ-фильтра описывается формулой дискретной свертки [14]:

$$y[i] = \sum_{j=0}^{M-1} h[j] \cdot x[i-j], \quad (2)$$

где  $x[i]$  – входной сигнал;

$h[j]$  – импульсная характеристика фильтра;

$y[i]$  – выходной сигнал;

$M$  – длина импульсной характеристики фильтра.

Из формулы (2) следует, что при длине импульсной характеристики, равной  $M$  (порядок фильтра равен  $M-1$ ), на один период дискретизации входного сигнала требуется выполнить  $M$  операций умножения с накоплением. Отсюда следует, что для реализации набора из трех узкополосных фильтров на частоте дискретизации 1000 Гц указанных выше порядков потребуется  $120848 + 120848 + 167283 = 408979$  операций умножения с накоплением на один период дискретизации входного сигнала. Данная величина является значительной, требующей применения мощной вычислительной базы, что может быть экономически неприемлемо для небольших медицинских лабораторий или частного применения.

Таким образом, реализация предложенной идеи анализа так называемых медленноволновых периодических составляющих электрокардосигнала во временной области путем цифровой фильтрации наталкивается на проблему больших вычислительных затрат и высоких требований, предъявляемых к вычислительной элементной базе. Фильтрация больших порядков связана и с другими недостатка-

ми: большим объемом требуемой памяти данных и коэффициентов, значительным уровнем собственных шумов цифровых фильтров. Возникает задача снижения сложности набора фильтров анализа ВСР с целью сокращения вычислительных затрат на их реализацию, уменьшения затрат памяти, снижения собственных шумов.

**Экспериментальные исследования. Многоскоростная обработка для анализа variability сердечного ритма.** Частота дискретизации относится к основным параметрам цифровых систем и при решении задач анализа электрокардосигнала и выделения информативных параметров во многом определяет правильность и точность его обработки. Для снижения объема вычислительных операций при фильтрации ЭКС целесообразно применить многоскоростную обработку сигнала с переходом на пониженную частоту дискретизации. Многоскоростная обработка сигналов предполагает, что в процессе преобразования цифровых сигналов возможно изменение частоты дискретизации в сторону уменьшения или увеличения и, как следствие, изменение требуемой скорости обработки. Это приводит к более эффективной обработке сигналов, так как открывается возможность значительного уменьшения требуемой вычислительной производительности проектируемой цифровой системы [15].

Как известно [16], для понижения частоты дискретизации цифрового сигнала служит фильтр-дециматор, представляющий собой связку предварительного фильтра нижних частот и блока прореживания отсчетов. При этом можно выделить три варианта перехода на пониженную вторичную частоту дискретизации [16, 17].

1. Одноступенчатая децимация: предполагает одноэтапное понижение частоты дискретизации.

2. Метод Мориса Белланже: переход к заданной частоте дискретизации осуществляется с помощью каскадного набора предельно простых фильтров-дециматоров, каждый из которых понижает частоту дискретизации в два раза.

3. Метод Крошье-Рабинера: используется оптимальная многоступенчатая структура набора фильтров-дециматоров с разными параметрами на разных ступенях, рассчитываемыми в соответствии с заданными требованиями.

В данной работе используется последний подход, как наиболее гибкий и эффективный. Задача состоит в расчете многоступенчатой формы реализации фильтра-дециматора и проектировании заданного набора узкополосных фильтров на пониженной частоте дискретизации.

Спектральные составляющие модулированного сигнала находятся в диапазоне частот от нуля до 0,4 Гц. Согласно теореме В.А. Котельникова (теореме отсчетов) для представления такого сигнала в дискретной форме достаточной будет частота дискретизации  $F_d = 0,8$  отс/с. В работе выбирается вторичная частота дискретизации равная,  $F_d = 2,0$  отс/с. Таким образом, встает задача понижения частоты дискретизации с 1000 отс/с до 2 отс/с. Зададимся максимально допустимым значением порядка фильтра-дециматора на  $i$ -й ступени понижения частоты дискретизации. Выбор может быть обусловлен ограничениями объема памяти данных и коэффициентов той вычислительной элементной базы, на которой реализуется анализ сигнала. В качестве примера выберем максимальное значение порядка фильтра-дециматора, равное 50. Будем минимизировать число ступеней понижения частоты дискретизации, сохраняя порядки фильтров-дециматоров не больше заданных.

Фильтр-дециматор 1-й ступени проектируется следующим образом. Фильтр нижних частот работает на частоте дискретизации  $F_s = 1000$  отс/с и не пропускает частотные компоненты, лежащие выше частоты  $F_{stop}$ . Блок прореживания отсчетов на выходе ФНЧ осуществляет выборку каждого  $\nu$ -го отсчета. Экспериментальный подбор параметров фильтра-дециматора с учетом установленных выше критериев позволяет подобрать коэффициент  $\nu_i = 5$  для снижения исходной частоты дискретизации  $F_s = 1000$  отс/с до вторичной частоты дискретизации  $F_s^* = 200$  отс/с. Полоса пропускания ФНЧ ограничивается частотой  $F_{pass} = 2$  отс/с. Полоса заграждения начинается с частоты  $F_{stop} = F_s^* - F_{pass} = 200 - 2 = 198$  отс/с, во избежание искажений на границах частот понижается  $F_{stop}$  до уровня 190 отс/с. Взаимосвязь частот среза и заграждения с вторичной частотой дискретизации [17] и обоснование выбора полосы заграждения проиллюстрировано на рисунке 2. Спроектированный фильтр-дециматор имеет порядок, равный 27.

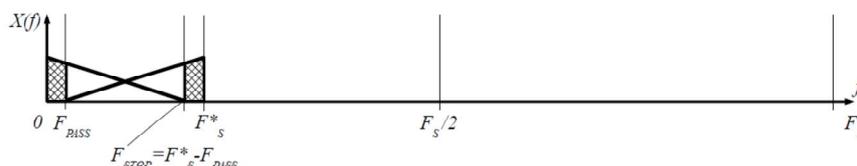


Рисунок 2 – Иллюстрация взаимосвязи частоты среза и вторичной частоты дискретизации

Подобным образом анализируются остальные фильтры-дециматоры, и подбираются параметры для каждой ступени понижения частоты дискретизации с учетом установленных ограничений на порядки фильтров и требования минимизации числа ступеней понижения частоты дискретизации.

Фильтр 2-й ступени рассчитывается исходя из следующих соображений:  $F_s=200$  отс/с, коэффициент понижения подбирается равный  $v_2=4$  до вторичной частоты дискретизации  $F_s^*=50$  отс/с; полоса пропускания ФНЧ задается  $F_{pass}=2$  отс/с, полоса заграждения начинается с частоты  $F_{stop}=45$  отс/с. Второй фильтр-дециматор имеет порядок, равный 24.

Аналогичным образом рассчитывается фильтр 3-й ступени системы.  $F_s=50$  отс/с, коэффициент понижения дециматора до вторичной

частоты дискретизации  $F_s^*=10$  отс/с выбирается равным  $v_3=5$ ; полоса пропускания ФНЧ задается  $F_{pass}=2$  отс/с, полоса заграждения начинается с частоты  $F_{stop}=F_s^*-F_{pass}=10-2=8$  отс/с. Третий фильтр-дециматор имеет порядок, равный 42.

Четвертый фильтр работает на частоте дискретизации  $F_s=10$  отс/с, дециматор понижает частоту дискретизации в пять раз до вторичной требуемой частоты дискретизации  $F_s^*=2$  отс/с; полоса пропускания ФНЧ ограничивается частотой  $F_{pass}=0,4$  отс/с, равной максимальной частоте исследуемого частотного диапазона. Частота, с которой начинается полоса заграждения, рассчитывается так:  $F_{stop}=F_s^*-F_{pass}=2-0,4=1,6$  отс/с. Спроектированный фильтр-дециматор имеет порядок, равный 42.

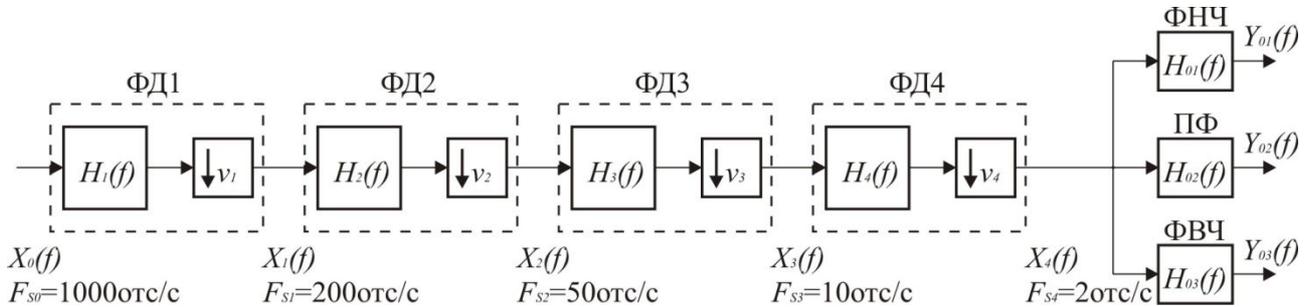


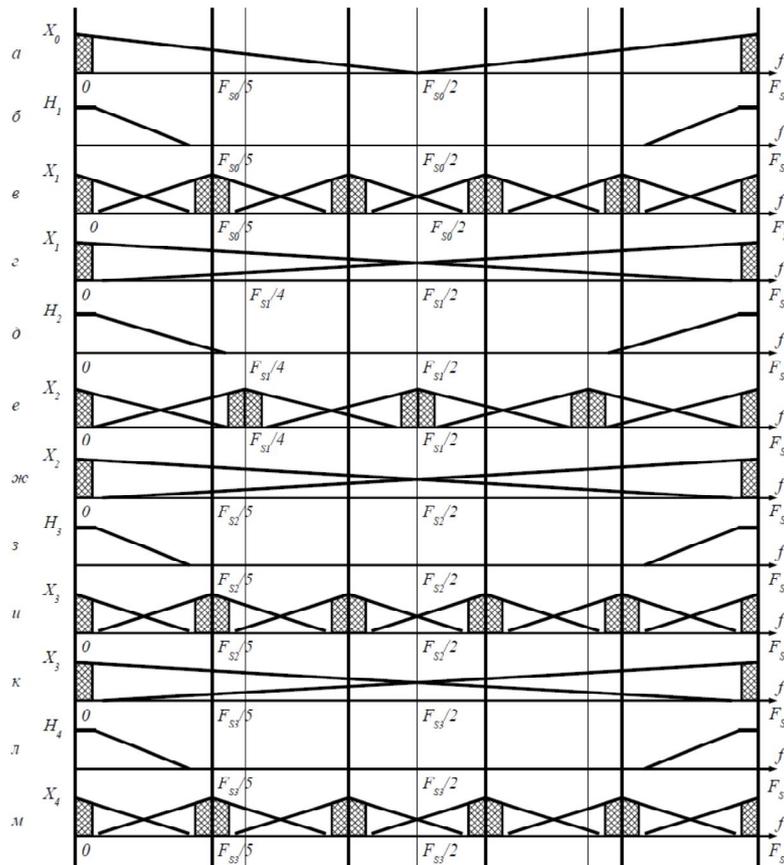
Рисунок 3 – Структурная схема узкополосной фильтрации

Структурная схема узкополосного фильтра по методу Крошье-Рабинера [16] с подобранными коэффициентами децимации на каждой ступени понижения частоты дискретизации показана на рисунке 3. Понижение выполняется в четыре этапа с коэффициентами децимации 5, 4, 5 и 5 соответственно. Порядки фильтров лежат в диапазоне от 20 до 45, что соответствует выбранным критериям. Фильтры проектировались в системе Matlab.

На рисунке 4 приведены в общем виде спектральные характеристики поэтапного понижения частоты дискретизации. На рисунке 4,а изображен сигнал  $X_0(f)$  на входе всей проектируемой системы при частоте дискретизации  $F_{S0}=1000$  отс/с. Первый фильтр-дециматор (ФД1) имеет частотную характеристику  $H_1(f)$  и преобразует входной сигнал  $X_0(f)$  в сигнал  $X_1(f)$  с понижением частоты дискретизации в  $v_1=5$ . АЧХ  $H_1(f)$  изображена на рисунке 4,б, а сигнал  $X_1(f)$  показан на рисунках 4,в и 4,г. Для упрощения записи вторичная частота дискретизации обозначается как  $F_{S1} = F_{S0}/5 = 1000$  (отс/с)/5 = 200 отс/с. На рисунке 4,г иллюстрируется только один период повторения спектра сигнала. Второй фильтр-дециматор (ФД2), имеющий частотную характеристику  $H_2(f)$ , формирует

требуемые свойства частотной избирательности в переходной зоне первого фильтра-дециматора и понижает частоту дискретизации в  $v_2=4$  раза. АЧХ второго фильтра-дециматора  $H_2(f)$  показана на рисунке 4,д, а спектр сигнала  $X_2(f)$  на его выходе – на рисунках 4,е и 4,ж. Частота дискретизации на данном этапе понижается до  $F_{S2} = F_{S1}/4 = 200$  (отс/с)/4 = 50 отс/с. На рисунке 4,ж вновь иллюстрируется только один период повторения спектра сигнала. Частотная характеристика третьего фильтра-дециматора (ФД3)  $H_3(f)$  приведена на рисунке 4,з. ФД3 преобразует сигнал  $X_2(f)$  в сигнал  $X_3(f)$ , показанный на рисунках 4,и и 4,к, с понижением частоты дискретизации в  $v_3=5$  раз. Частота дискретизации понижается до  $F_{S3} = F_{S2}/5 = 50$  (отс/с)/5 = 10 отс/с. Четвертый фильтр-дециматор (ФД4) имеет частотную характеристику  $H_4(f)$ , представленную на рисунке 4,л, и преобразует входной сигнал  $X_3(f)$  в сигнал  $X_4(f)$ , изображенный на рисунке 4,м, с понижением частоты дискретизации в  $v_4=5$  раз. Частота дискретизации на данном этапе обозначается как  $F_{S4} = F_{S3}/5 = 10$  (отс/с)/5 = 2 отс/с.

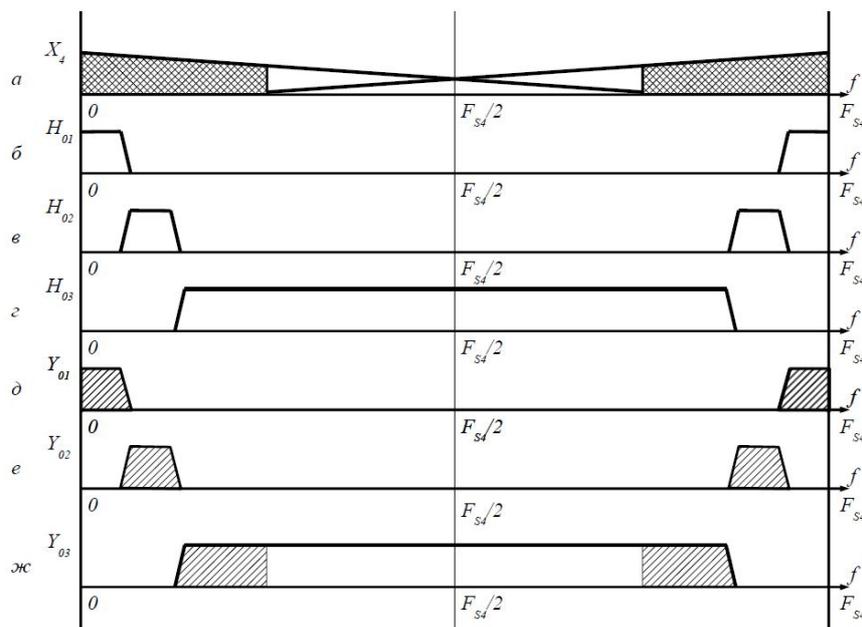
Все обозначения, введенные при описании структуры поэтапного понижения частоты дискретизации, так же вынесены на рисунок 3.



**Рисунок 4 – Спектры сигналов и АЧХ фильтров при реализации многоступенчатой структуры фильтров-дециматоров**

На рисунке 5 показано прохождение сигнала  $X_4(f)$  через набор узкополосных фильтров на частоте дискретизации  $F_{S4}=2$  отс/с. На рисунке 5,а показан спектр сигнала  $X_4(f)$ . На рисунках 5,б, 5,в, 5,г проиллюстрированы АЧХ фильтров ФНЧ, ПФ и ФВЧ на частоте дискретизации  $F_{S4}=2$  отс/с. На рисунках 5,д, 5,е, 5,ж показаны

спектры сигналов на выходе всей системы узкополосной фильтрации  $Y_{01}(f)$ ,  $Y_{02}(f)$  и  $Y_{03}(f)$ . Выделение медленноволновых составляющих набором узкополосных фильтров производится на пониженной в  $v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4 = 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 = 500$  раз частоте дискретизации  $F_{S4}=2$  отс/с.



**Рисунок 5 – Спектры сигналов при реализации набора узкополосных фильтров**

Понижение частоты дискретизации по предложенной структуре позволяет спроектировать набор цифровых фильтров анализа ВСР с ранее приведенными параметрами, но на частоте дискретизации 2 отс/с. Для ФНЧ, выделяющего ультранизкочастотную составляющую ULF, порядок фильтра оказывается равен 242. Для полосового фильтра, выделяющего низкочастотную составляющую LF, порядок также равен 242. Для фильтра ФВЧ, выделяющего высокочастотную составляющую HF, порядок фильтра равен 146.

Оценим выигрыш от применения многоскоростной обработки сигналов, с точки зрения требований к вычислительным затратам. Для этого определим число операций умножения с накоплением, требующихся для реализации полученной структуры. Число требуемых операций умножения с накоплением, приведенное к одному периоду исходной частоты дискретизации, для полученных параметров многоступенчатой структуры может быть рассчитано следующим образом в соответствии с [15]:

$$Q_1 = \frac{N_1}{v_1} + \frac{N_2}{v_1 \cdot v_2} + \frac{N_3}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3} + \frac{N_4}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4} + \frac{N_{01} + N_{02} + N_{03}}{v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \cdot v_4}, \quad (3)$$

где  $Q_1$  – число требуемых операций умножения с накоплением на один отсчет исходной частоты дискретизации  $F_{S0}=1000$  отс/с;

$N_i$  – число коэффициентов  $i$ -го фильтра-дециматора;

$v_i$  – коэффициент децимации  $i$ -го фильтра-дециматора;

$N_{01}$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ФНЧ при  $F_{S4}=2$  отс/с;

$N_{02}$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ПФ при  $F_{S4}=2$  отс/с;

$N_{03}$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ФВЧ при  $F_{S4}=2$  отс/с.

Тогда для полученной структуры:

$$Q_1 = 28/5 + 25/(5 \cdot 4) + 43/(5 \cdot 4 \cdot 5) + 43/(5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5) + (243+243+147)/(5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5) = 8,632 \text{ умножений с накоплением на один отсчет исходной частоты дискретизации.}$$

При этом для набора фильтров без применения многоскоростной обработки сигналов, как было показано ранее, вычислительные затраты составляют:

$$Q_2 = N_1 + N_2 + N_3, \quad (4)$$

где  $Q_2$  – число требуемых операций умножения с накоплением на один отсчет исходной частоты дискретизации  $F_{S0}=1000$  отс/с;

$N_1$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ФНЧ при  $F_{S0}=1000$  отс/с;

$N_2$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ПФ при  $F_{S0}=1000$  отс/с;

$N_3$  – число коэффициентов узкополосного фильтра ФВЧ при  $F_{S0}=1000$  отс/с.

Для полученных выше длин импульсных характеристик фильтров:

$$Q_2 = 120848 + 120848 + 167283 = 408979 \text{ умножений с накоплением на один отсчет исходной частоты дискретизации.}$$

Таким образом, за счет применения многоступенчатой структуры понижения частоты дискретизации удается сократить вычислительные затраты более, чем в 47 тысяч раз. Применение многоскоростной обработки дает очевидный выигрыш, позволяя реализовывать такие фильтры, которые на исходной частоте дискретизации либо не реализуемы, либо имеют очень большой порядок.

**Заключение.** В статье предложено использовать методы многоскоростной обработки сигналов для выделения медленноволновых периодических составляющих в ритме сердца в режиме реального времени. Спроектирована многоступенчатая структура понижения частоты дискретизации. Оценены вычислительные затраты на обработку электрокардиосигнала, необходимые для предложенного подхода и для непосредственной цифровой фильтрации. Показано, что применение многоскоростной обработки сигналов способно в десятки тысяч раз повышать вычислительную эффективность проектируемых устройств. Кроме того, отмечено, что предложенный подход к реализации набора фильтров анализа ВСР приводит к уменьшению затрат памяти данных и коэффициентов и снижению уровня собственных шумов.

#### Библиографический список

1. Баевский Р.М., Берсенева А.П. Оценка адаптационных возможностей организма и риск развития заболеваний. М.: Медицина. 1997. – 265 с.
2. Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.:Наука.1984. – 225 с.
3. Вариабельность сердечного ритма: Теоретические аспекты и практическое применение // Тез. докл. V всерос. симп. / отв. ред. Н.И. Шлык, Р.М. Баевский; Ижевск: «Удмуртский университет», 2011. – 597 с.
4. Вариабельность сердечного ритма: Теоретические аспекты и практическое применение // Тез.

докл. IV всерос. симп. / отв. ред. Н.И. Шлык, Р.М. Баевский; УдГУ. Ижевск, 2008. – 344 с.

5. Баевский, Р.М., Иванов, Г.Г. и др. Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем (часть 1) // Вестник аритмологии. 2002. № 24. С. 65-86.

6. Варнавский А.Н., Мельник О.В., Михеев А.А. Определение среднего значения длительности RR-интервала в режиме реального времени // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2007. № 20. С. 61-64.

7. Task Force of the European Society of Cardiology and North American Society of Pacing and Electrophysiology. Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation and clinical use// Circulation. 1996. V.93(5).P.1043-1065

8. Патент РФ 2440023. Способ выявления периодических составляющих в ритме сердца. Л.В. Демина, О.В. Мельник, А.А. Михеев // Оpubл. 20.01.2012. Бюллетень № 2.

9. Успенский В.М. Информационная функция сердца. Теория и практика диагностики заболеваний внутренних органов методом информационного анализа электрокардиосигнала. М.: Экономика и информатика. 2008. – 116 с.

10. Демина Л.В. и др. Математическое описание функции автоматизма миокарда//Материалы VI Всероссийской школы-семинара «Диагностика наноматериалов и наноструктур». Т. III. Рязань: РГРТУ, 2013. С. 227-232.

11. Бакалов В.П. Основы биотелеметрии. – М.: Радио и связь, 2001. – 352 с.: ил.

12. Пенин П.И. Системы передачи цифровой информации. Учебное пособие для вузов. М., Сов. радио, 1976. – 368 с.

13. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов — СПб.: Питер, 2005. – 604 с.: ил.

14. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников(+CD)/ Стивен Смит; пер. с англ. А.Ю. Линовича, С.В. Витязева, И.С. Гусинского. – М.: Додэка-XXI, 2008. – 720с.:ил. – (Серия «Схемотехника»).

15. Витязев В.В., Витязев С.В., Зайцев А.А. Многократная обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние (часть 1)// Цифровая обработка сигналов. 2008. №1. С.12-21.

16. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.: ил.

17. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие/ В.В. Витязев; РГРТУ, Рязань, 2012. – 140 с.

УДК 621.391.037.372

**М.Ю. Коньшев, В.И. Близнюк, А.В. Панкратов**

## **АЛГОРИТМ ДЕМУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ПОТОКОВ, УЧИТЫВАЮЩИЙ СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УПЛОТНЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ СООБЩЕНИЙ И ПОТОКА ОШИБОК**

*Рассмотрена модель канала связи с мультиплексированием, учитывающая марковские свойства уплотненных источников сообщений и потока ошибок. Предложен алгоритм демупльтиплексирования, включающий процедуру обнаружения уплотненных каналов без нагрузки, вычисления метрик вероятностей двоичных последовательностей в каждом из каналов с нагрузкой и процедуру кластеризации канальных интервалов.*

**Ключевые слова:** структура мультиплексированного цифрового потока, Марковские цепи, метрика.

**Введение.** Развитие современных телекоммуникационных (ТК) систем характеризуется значительным увеличением информационного обмена, повсеместным применением технологий временного уплотнения, которые позволяют объединить в компонентном цифровом потоке сообщения различных ИС. Известные ограничения на частотно-временные и энергетические ресурсы [8] определяют необходимость разработки и применения новых методов приема информации, обеспечивающих требуемую достоверность приема сообщений.

Анализ методов формирования мультиплексных цифровых потоков (МЦП) приводит к выводу, что, несмотря на стремление к стандартизации и унификации оборудования передачи данных (ПД), некоторые фирмы-производители продолжают ориентироваться на имеющиеся собственные достижения и разработки в данной области. Такое положение привело к тому, что сообщения множества источников передаются по различным каналам ТКС с использованием нескольких ступеней уплотнения, на каждой из которых используются различные типы оборуду-

дования мультиплексирования.

Анализ существующих методов демультимплексирования цифровых потоков показал неполное соответствие их возможностей современным требованиям к решению задач по обеспечению связи в условиях сложной сигнально – помеховой обстановки. Это обусловлено недостаточным уровнем исследования вопросов сравнения - вероятностей на двоичных случайных последовательностях, потерь количества информации при описании двоичных случайных процессов цепями Маркова различной связности, преобразования статистических свойств двоичных случайных процессов при их мультиплексировании и оценки влияния статистических свойств потока ошибок на изменение статистических свойств МЦП.

**Цель работы** состоит в снижении вероятности неправильного демультимплексирования цифровых потоков в системах передачи информации (СПИ), применяющих мультиплексирование, путем учета статистических характеристик уплотненных в мультиплексный цифровой поток источников сообщений (ИС) и потока ошибок (ПО) в дискретном канале связи (ДКС).

**Постановка задачи.** Пусть на вход демультимплексора поступает поток

$$Y(t) = A(t) \oplus E(t), \quad (1)$$

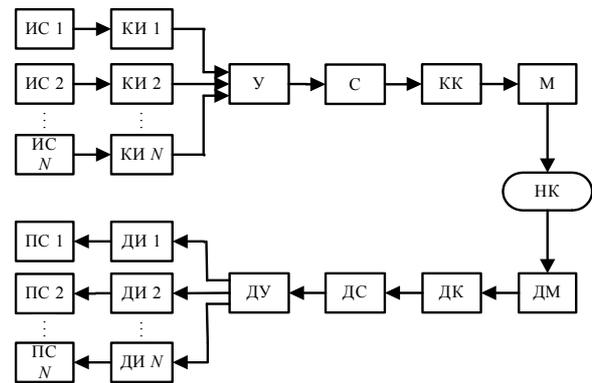
где  $A(t)$  – мультиплексный цифровой поток;  $E(t)$  – вектор ошибок;  $t$  – дискретное время;  $\oplus$  – оператор сложения по модулю 2.

Требуется: разработать алгоритм демультимплексирования цифровых потоков, позволяющий на основе статистической обработки реализации наблюдаемого мультиплексированного цифрового потока  $Y(t)$  с ошибками обеспечить правильное демультимплексирование при наличии потока ошибок в канале связи. При этом принято ограничение относительно того, что временные интервалы кадра МЦП, в которых отсутствует нагрузка на интервале наблюдения реализации МЦП, несущественны для процесса демультимплексирования.

**Модель дискретного канала связи с мультиплексированием.** Рассмотрим процесс приема/передачи мультиплексированных сигналов в СПИ в виде структурной модели (рисунок 1).

На рисунке дискретный канал связи образован совокупностью устройств между множеством ИС, уплотненных в МЦП, и выходом демультимплексора. На рисунке обозначены следующие элементы: КИ – кодер источника сообщений; У – устройство уплотнения (мультиплексор); С – скремблер; КК – канальный кодер; М – модулятор; НК – непрерывный канал связи; ДМ – демодулятор; ДК – декодер канала; ДС –

дескремблер; ДУ – демультимплексор; ДИ – декодер источника сообщений; ПС – получатель сообщений.



**Рисунок 1 – Структурная модель тракта передачи/приема информации в системе передачи информации с мультиплексированием**

Допущение относительно эргодичности сообщений реальных ИС [2, 3] позволяет применять универсальный подход к посимвольному описанию стационарных дискретных процессов. При этом [7] задают  $n$ -мерные условные вероятности различных значений процесса на  $i$ -й позиции при известных значениях на  $n$  предшествующих позициях  $p(a_i / a_{i-1}, \dots, a_{i-n})$ .

Структура компонентного цифрового потока в системах передачи информации, применяющих статическое мультиплексирование, определяется законом уплотнения [3], отражающим правило закрепления ИС за отдельными временными интервалами:

$$A(t') = S \left[ \left\{ A^h(t) \right\}_{h=1, \dots, N} \right], \quad (2)$$

где  $S$  – функция, отражающая закон уплотнения ИС в МЦП;  $t'$  – номер бита в цикле МЦП;  $A^h(t)$  – двоичная последовательность  $h$ -го ИС.

Двоичную последовательность  $h$ -го ИС на длине цикла МЦП представим в виде

$$\{A(t')\} = \{a_1^h, a_2^h, \dots, a_{N_h}^h\}_{h=1, \dots, N}, \quad (3)$$

где  $h$  – порядковый номер ИС в МЦП;  $N$  – количество ИС, уплотненных в МЦП;  $N_h$  – количество бит  $h$ -го источника на длине цикла МЦП;  $t$  – порядковый номер бита ИС.

С учетом структуры статического МЦП суммарный цифровой поток на выходе мультиплексора представляется выражением

$$A(t') = (a_1^1(t), a_1^2(t), \dots, a_{mn}^N(t)), \quad (4)$$

где  $a_i^h(t)$  –  $i$ -й символ в сообщении  $h$ -го ИС, расположенный на позиции  $t$  в МЦП;  $N$  – число ИС, уплотненных в МЦП;  $N_{ц}$  – длина цикла МЦП.

В СПИ с динамическим мультиплексированием в определенное время происходит смена структуры МЦП. Иначе можно сказать, что динамический МЦП – это изменяющийся во времени статический МЦП. Структурная модель динамического МЦП представлена на рисунке 2.

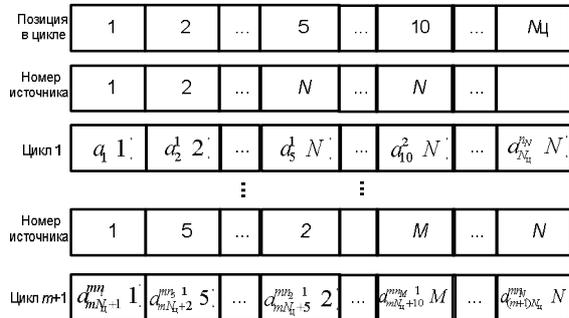


Рисунок 2 – Структурная модель динамического мультиплексированного цифрового потока

Известно, что наиболее общей моделью описания случайных процессов (СП) является так называемая общая Марковская модель (ОММ), отражающая зависимость вероятностей состояний случайной величины от (в общем случае) набора предыдущих состояний. Теория марковских процессов, являющаяся фактически основой современной теории статистической радиотехники, позволила в совокупности с байесовским подходом получить теоретически обоснованные оптимальные решающие правила синтеза устройств обработки сигналов в шумах различной природы. Для описания двоичного случайного процесса связности  $z$  с помощью схемы Маркова требуется указать значения вероятностей двоичных векторов начальных состояний размерности  $z+1$  и матрицу переходных вероятностей вида

$$P(X) = \begin{pmatrix} p(0/00\dots0_z) & p(1/00\dots0_z) \\ p(0/00\dots1_z) & p(1/00\dots1_z) \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ p(0/11\dots1_z) & p(1/11\dots1_z) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для исследования влияния мультиплексирования на изменение статистических свойств уплотняемых источников сообщений рассмотрим ряд утверждений.

**Утверждение 1.** Пусть имеется  $X$  – Марковский двоичный случайный процесс связности  $z$ . Тогда статистические свойства случайного процесса  $X'$ , полученного из процесса  $X$  детерминированным структурным преобразованием  $\Pi$ , заключающимся в удалении двоичных символов на позициях, заданных преобразованием  $\Pi$ , полностью определяются только статистически-

ми свойствами исходного случайного процесса  $X$  и преобразованием  $\Pi$ .

**Доказательство.** Предположим, что существуют две такие реализации  $X_i$  и  $X_j$ , статистические свойства которых равны  $P(X_i) = P(X_j)$ , образующие в результате выполнения над ними преобразования  $\Pi$ , реализации случайных процессов  $\Pi(X_i)$  и  $\Pi(X_j)$ , статистические свойства которых отличаются, т. е.

$$P(X_i) = P(X_j), P(\Pi(X_i)) \neq P(\Pi(X_j)). \quad (6)$$

Тогда обратное преобразование  $\Pi'$ , для которого выполняется

$$\Pi'(\Pi(X)) = X, \quad (7)$$

выполненное над  $\Pi(X_i)$  и  $\Pi(X_j)$ , приводит к двоичным последовательностям  $\Pi'(\Pi(X_i))$  и  $\Pi'(\Pi(X_j))$ , для которых  $P(X_i) \neq P(X_j)$ , что противоречит  $P(X_i) = P(X_j)$ . Таким образом, утверждение доказано.

**Утверждение 2.** В канале без шума статистические свойства цифровых потоков в различных временных интервалах МЦП, выделенных для передачи информации одному источнику, равны.

Условимся, что в качестве меры статистических свойств будем в дальнейшем использовать ряд распределения двоичных комбинаций или эквивалентную ему матрицу переходных вероятностей.

Дано:  $X$  – двоичный случайный процесс с корреляционными связями, распространяющимися не более чем на  $z$  символов, определяемыми матрицей переходных вероятностей вида (5), уплотняемый с параметрами  $n$  – число временных интервалов, выделенных для передачи информации одному источнику;  $k$  – число бит, выделяемое временному интервалу за один кадр.

**Доказательство.** Рассмотрим статистические свойства ЦП, передаваемых в двух произвольных временных интервалах МЦП, выделенных для передачи информации одного источника сообщений, имеющих порядковые номера  $i$  и  $j$ . Для этого рассчитаем номера позиций символов уплотняемого сообщения, передаваемых в указанных временных интервалах.

Для  $i$ -го временного интервала они принимают значения

$$i, i+1, \dots, i+k-1, i+kn, i+1+kn, \dots, i+k-1+kn, i+2kn, i+1+2kn, \dots, i+k-1+2kn, \dots \quad (8)$$

а для  $j$ -го временного интервала – значения

$$j, j+1, \dots, j+k-1, j+kn, j+1+kn, \dots, j+k-1+kn, j+2kn, j+1+2kn, \dots, j+k-1+2kn, \dots \quad (9)$$

Рассчитаем смещения символов в каждом из выражений (8) и (9), относительно первого. Получаем следующие выражения

$$0, 1, \dots, k-1, kn, 1+kn, \dots, k-1+kn, 2kn, 1+2kn, \dots, k-1+2kn, \dots \quad (10)$$

$$0, 1, \dots, k-1, kn, 1+kn, \dots, k-1+kn, 2kn, 1+2kn, \dots, k-1+2kn, \dots \quad (11)$$

Полученные выражения идентичны, что означает равенство смещений номеров символов исходного сообщения при его разделении на подпотоки, уплотняемые в различные временные интервалы. Таким образом, структуры сообщений, передаваемых в различных временных интервалах, не зависят от номера интервала, а определяются только числом временных интервалов, выделенных для передачи информации одному источнику, и числом бит, выделяемых временному интервалу за один кадр. С другой стороны, это свидетельствует о том, что структурные преобразования исходного двоичного случайного процесса – идентичны. Следовательно, в соответствии с утверждением 1, утверждение 2 доказано.

**Утверждение 3.** В двоичном канале связи с шумами, имеющими свойства эргодического Марковского процесса, статистические свойства цифровых потоков в различных временных интервалах МЦП, выделенных для передачи информации одному источнику, равны.

**Доказательство.** Рассмотрим статистические свойства ЦП, передаваемых в двух произвольных временных интервалах МЦП, выделенных для передачи информации одного источника сообщений, имеющих порядковые номера  $i$  и  $j$ , искажаемого двоичным эргодическим Марковским процессом  $E$ , определяемого матрицей переходных вероятностей  $P(E)$ . В соответствии с утверждением 1, статистические свойства потоков ошибок  $E_i$  и  $E_j$ , искажающих цифровые потоки во временных интервалах МЦП, имеющих порядковые номера  $i$  и  $j$ , выделенных для передачи информации одному источнику, равны.

Таким образом, требуется доказать, что при  $P(X_i) = P(X_j)$ ,  $P(E_i) = P(E_j)$  выполняется

$$P(X_i \oplus E_i) = P(X_j \oplus E_j). \quad (12)$$

Выразим статистические свойства искаженного двоичного случайного процесса, передаваемого во временном интервале  $i$ , рассмотрев полную группу событий по  $z+1$ -мерным двоичным комбинациям. Вероятности  $z+1$ -мерных двоичных комбинаций определяются выражениями

$$\left\{ \begin{aligned} p(y_0) &= \sum_{i=0}^{2^{z+1}-1} p(x_i) p(e_s = y_0 \oplus x_i), \\ p(y_1) &= \sum_{i=0}^{2^{z+1}-1} p(x_i) p(e_s = y_1 \oplus x_i), \\ &\dots \\ p(y_{2^{z+1}-1}) &= \sum_{i=0}^{2^{z+1}-1} p(x_i) p(e_s = y_{2^{z+1}-1} \oplus x_i). \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Статистические свойства искаженного двоичного случайного процесса, передаваемого во временном интервале  $j$ , определяются теми же выражениями. Таким образом, утверждение доказано.

Для дальнейшего синтеза алгоритма демультимплексирования требуется выбрать и обосновать контрастный признак(и), оценивание значений которого(ых) позволит численно указать степень различия статистических свойств исходных источников сообщений при их проявлении в ЦП временных интервалов.

В теории информации в качестве меры удаленности друг от друга двух распределений вероятностей широко используется мера Кульбака–Лейблера (относительная энтропия) [5, 6], определяемая для дискретного случая выражением

$$D_{KL}(p, q) = \sum_{x \in \chi} p(x) \ln \frac{p(x)}{q(x)}, \quad (14)$$

где  $p$  и  $q$  – функции вероятности распределений дискретных случайных величин  $X$  и  $Y$ , принимающих значения в множестве  $\chi \subset R$ .

При этом расстояние Кульбака–Лейблера несимметрично, т. е.

$$D_{KL}(p, q) \neq D_{KL}(q, p), \quad (15)$$

и исходя из известных свойств метрик [6], не является метрикой на пространстве распределений.

Вообще говоря, метрика (функция расстояния)  $d$  для любых точек  $x, y, z$  из метрического пространства  $M$  должна удовлетворять следующим трем условиям [6]:

1.  $d(x, y) = 0 \leftrightarrow x = y$  (аксиома тождества);
2.  $d(x, y) = d(y, x)$  (аксиома симметрии);
3.  $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$  (аксиома треугольника).

Поскольку при обосновании расстояния Кульбака–Лейблера не учитывались свойства, характеризующие взаимосвязь значений вероятностей, соответствующих двоичным комбинациям различных размерностей, существует, с одной стороны, возможность учета этих свойств, а с другой – введения новой обоснованной метрики, для которой выполняются вышеуказанные свойства.

Заметим, что в известных работах предложено использовать ряд расстояний (Евклида, Чебышева) для решения указанной задачи распознавания структуры МЦП, однако оценки, получаемые на их основе, не позволяют обеспечить требуемую вероятность распознавания.

Одной из возможных причин этого является зависимость вероятностей многомерных двоичных случайных величин, рассмотренная в [4], где также показано, что область значений двумерной двоичной случайной величины (ДСВ) определяется значением одномерной ДСВ в соответствии с выражением

$$\begin{cases} p(00) \in [p(0) - p(1); p(0)] \text{ при } p(0) \geq p(1), \\ p(00) \in [0; p(0)] \text{ при } p(0) < p(1). \end{cases} \quad (16)$$

Рассмотрим область значений  $p(00)$ , определяемую выражением (16) исходя из  $p(0)$ , графически представленную на рисунке 3.

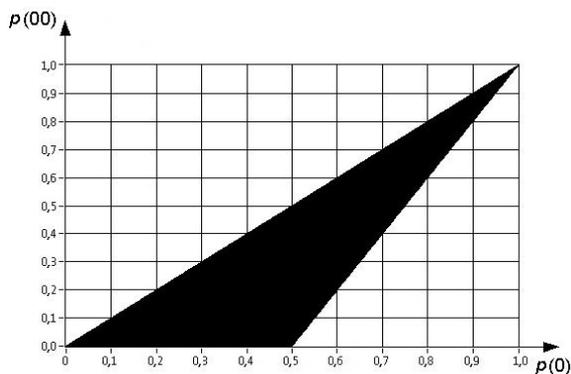


Рисунок 3 – Область возможных значений  $p(00)$  при различных  $p(0)$

Область ограничена прямыми  $p(00) = 0$ ,  $p(00) = p(0)$ ,  $p(00) = 2p(0) - 1$ .

Поскольку величина интервала возможных значений  $p(00)$  равна

$$\Delta(p(0)) = p(0)_{\max} - p(0)_{\min}, \quad (17)$$

и учитывая (17), получаем

$$\Delta(p(0)) = \begin{cases} p(0) \text{ при } p(0) < 0,5, \\ 1 - p(0) \text{ при } p(0) \geq 0,5. \end{cases} \quad (18)$$

Каждая точка в двумерном пространстве с измерениями  $p(0)$  и  $p(00)$ , расположенная в области, ограниченной треугольником, представленным на рисунке 3, полностью описывает распределение двумерной ДСВ. Поскольку  $p(0)$  и  $p(00)$  являются независимыми величинами, следовательно, правомерно измерение расстояния между точками в указанном пространстве с помощью расстояния Евклида, определяемого выражением

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - y_k)^2}. \quad (19)$$

При использовании  $p(0)$  и  $p(00)$  в качестве координат точки, используемой в расстоянии Евклида, получаем выражение

$$d(p(0), p(00)) = \sqrt{(p(0) - p'(0))^2} + \sqrt{(p(00) - p'(00))^2}. \quad (20)$$

Докажем, что использование значений  $p(0)$  и  $p(00)$  в расстоянии Евклида позволяет получить метрику вероятностей на двоичных двумерных последовательностях.

Доказательство несложно осуществляется элементарной подстановкой в выражение (19) двух величин, характеризующих распределение, выраженных друг через друга через некие разницы между координатами точек, определяемыми значениями вероятностей ДСВ, как показано ниже.

Для доказательства выполнения первого требования к метрикам в полученном выражении (20) учтем равенство  $p(0)$  и  $p'(0)$ , а также  $p(00)$  и  $p'(00)$ . Тогда

$$\begin{aligned} d(p(0), p(00)) &= \\ &= \sqrt{(p(0) - p'(0))^2 + (p(00) - p'(00))^2} = \\ &= \sqrt{(p(0) - p(0))^2 + (p(00) - p(00))^2} = \\ &= \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, условие 1 выполняется.

Для доказательства выполнения второго требования к метрикам в полученном выражении (20) заменим квадраты разностей соответствующими квадратами модулей разностей. Тогда

$$\begin{aligned} d(p(0), p(00)) &= \\ &= \sqrt{(p'(0) - p(0))^2 + (p'(00) - p(00))^2} = \\ &= \sqrt{|p'(0) - p(0)|^2 + |p'(00) - p(00)|^2} = \\ &= \sqrt{|p(0) - p'(0)|^2 + |p(00) - p'(00)|^2} = \\ &= \sqrt{(p(0) - p'(0))^2 + (p(00) - p'(00))^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, условие 2 выполняется.

Для доказательства выполнения третьего требования к метрикам (правила треугольника), имеющего в рассматриваемом случае вид

$$\begin{aligned}
 d(p(00), p(00)) &= \\
 &= \sqrt{(p(0) - p''(0))^2 + (p(00) - p''(00))^2} = \\
 &= \sqrt{(p(0) - p'(0))^2 + (p(00) - p'(00))^2} + \\
 &+ \sqrt{(p'(0) - p''(0))^2 + (p'(00) - p''(00))^2}.
 \end{aligned}$$

В полученном выражении (20) выразим координаты соответствующих трех точек следующим образом

$$\begin{aligned}
 p(0) &= p'(0) + \Delta p'(0), \quad p(00) = p'(00) + \Delta p'(00), \\
 p(0) &= p''(0) + \Delta p''(0), \quad p(00) = p''(00) + \Delta p''(00).
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 d(p(0), p(00)) &= \sqrt{(p(0) - (p(0) - \Delta p'(0)))^2} + \\
 &+ \sqrt{(p(00) - (p(00) - \Delta p'(00)))^2} + \\
 &+ \sqrt{((p(0) - \Delta p'(0)) - (p(0) - \Delta p''(0)))^2} + \\
 &+ \sqrt{((p(00) - \Delta p'(00)) - (p(00) - \Delta p''(00)))^2} = \\
 &= \sqrt{(\Delta p'(0))^2 + (\Delta p'(00))^2} + \\
 &+ \sqrt{(\Delta p''(0) - \Delta p'(0))^2 + (\Delta p''(00) - \Delta p'(00))^2} = \\
 &= \sqrt{(p(0) - p''(0))^2 + (p(00) - p''(00))^2}.
 \end{aligned}$$

условие 3 выполняется.

Таким образом, расстояние Евклида, вычисленное по значениям  $p(0)$  и  $p(00)$ , является метрикой вероятностного пространства на двумерных двоичных случайных величинах.

Используемая на практике аппаратура статического мультиплексирования [6] не учитывает отсутствие нагрузки в уплотненных каналах. В [1] предложен способ определения уплотненных каналов без нагрузки и комбинаций заполнения каналов без нагрузки в мультиплексированном цифровом потоке. Способ предполагает наличие информации относительно периода.

Определение значения периода может быть реализовано, например, на основе вычисления функции автокорреляции (рисунок 4) анализируемого компонентного цифрового потока.

Таким образом, предложенный способ позволяет частично снять неопределенность относительно передаваемых в МЦП сообщений. Наличие информации относительно регулярных последовательностей в мультиплексном цифровом потоке позволяет получить границы переходов метрики из одного состояния в другое и на их основе изменение структуры динамического МЦП.



Рисунок 4 – Процедура определения периода битового потока

**Алгоритм демультиплексирования цифровых потоков.** На рисунке 5 представлен алгоритм закрепления источников сообщений за канальными интервалами цифровых потоков.

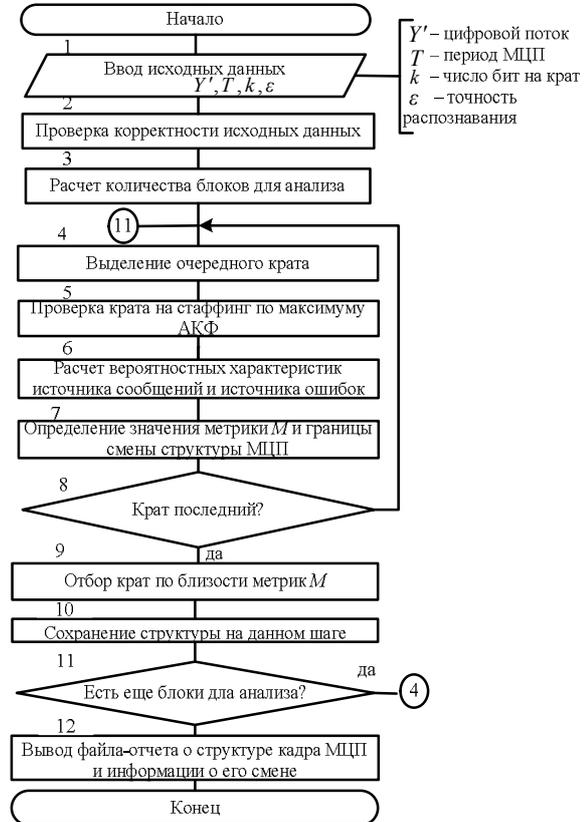


Рисунок 5 – Алгоритм закрепления источников сообщений за канальными интервалами цифрового потока

На первом этапе задаются исходные данные, необходимые для работы алгоритма. Далее рассчитывается количество крат исходя из периода и числа бит на крат мультиплексирования и определяется количество блоков для анализа, в каждом из которых будет определяться структура МЦП. Количество блоков будет зависеть от точности распознавания, т. е. один блок – это выборка необходимого объема для обеспечения требуемой точности распознавания на глубине одного крат.

Затем в цикле от 0 до количества блоков выполняются следующие действия:

- 1) выделение канальных интервалов, содержащих детерминированные последовательности;
- 2) вычисление значений вероятностных параметров для занятых канальных интервалов;
- 3) вычисление значений метрик для всех пар занятых канальных интервалов и отнесение КИ к источникам;
- 4) сохранение структуры на текущем шаге.

В соответствии с теоремой Бернулли [8] при устремлении объема выборки частота события стремится к его вероятности, поэтому оценки статистических свойств ЦП, передаваемых в канальных интервалах с нагрузкой, получают путем расчета частот соответствующих ДСВ. Таким образом, оценка вероятности нуля  $P(0)$  определяется выражением

$$P(0) = \frac{M_0}{M}, \quad (22)$$

где  $M_0$  – количество нулевых бит в выборке;  $M$  – объем выборки.

Оценка вероятности двух нулей  $P(00)$  определяется выражением

$$P(00) = \frac{M_{00}}{M}, \quad (23)$$

где  $M_{00}$  – количество двух подряд нулевых бит в выборке;  $M$  – объем выборки.

Вычисление значений метрик для всех пар занятых канальных интервалов и отнесение КИ к источникам происходит в несколько этапов.

На первом этапе рассчитывается значение метрики между текущим и предыдущим блоком для каждого занятого канального интервала по формуле 21.

Если не превышен порог метрики, то принимается решение о принадлежности канального интервала на текущем блоке к источнику, которому принадлежит этот канальный интервал на предыдущем блоке.

Если порог превышен, то происходит проверка ситуации, когда канальный интервал на текущем блоке заполнен частично стаффингом и частично информацией. Происходит проверка на

стаффинг с помощью процедуры [1] различных частей канального интервала и нахождение возможной границы стаффинга. Если такая граница найдена, то происходит перерасчет вероятностных параметров данного канального интервала с учетом наличия стаффинга и заново рассчитывается значение метрики между текущим и предыдущим блоком.

Если условие снова не выполняется или стаффинг не найден, то на данном блоке в нераспределенных канальных интервалах включились один или несколько новых источников. Наступает второй этап, на котором происходит расчет метрик для всех пар нераспределенных по источникам канальных интервалов на текущем блоке и происходит их распределение по новым источникам.

Таким образом, в результате работы алгоритма получаем матрицу, отражающую изменение структуры мультиплексированного цифрового потока во времени.

#### Обсуждение полученных результатов.

Анализ эффективности процесса, реализованного на основе разработанного алгоритма, проведенный как на основе натурального эксперимента, так и методом имитационного моделирования, позволил установить, что разработанный алгоритм обеспечивает повышение вероятности демультимплексирования МЦП в среднем на 0,05 при объеме выборки более 1 Мбит относительно алгоритма, не учитывающего наличие ошибок в канале связи (рисунок 6).

Зависимости, представленные на рисунке 6, получены на основе выборок, представляющих собой реализации статических мультиплексных цифровых потоков, поскольку существующий алгоритм не функционирует при изменении структуры мультиплексного цифрового потока.

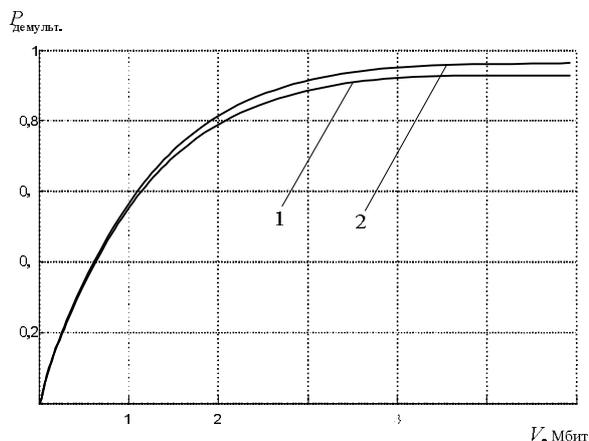


Рисунок 6 – Зависимость вероятности правильно демультимплексирования компонентного цифрового потока от размера блока обрабатываемых данных (алгоритм, не учитывающий ошибки в канале связи – 1; разработанный алгоритм – 2)

**Заключение.** В совокупности полученные результаты позволили предложить в статье алгоритм демультимплексирования цифровых потоков, учитывающий статистические свойства уплотненных источников сообщений и источника ошибок. Особенностью алгоритма является возможность обработки реализаций МЦП, содержащих ошибки, и выявления изменений структуры МЦП во времени. Направлением дальнейших исследований по повышению эффективности алгоритма является учет свойств трафика ИС в канальных интервалах.

#### **Библиографический список**

1. Зюко, А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / [А.Г. Зюко, А.И. Фалько, И.П. Панфилов и др.]; под ред. А. Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.
2. Ростовцев, Ю.Г. Исследование методов повышения достоверности связи за счет использования статистической избыточности сигналов / Ю.Г. Ростовцев. – Л. : ЛВИКА, 1965. – 279с.
3. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике

для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М. : Наука, 1986. – 544 с.

4. Романовский, В.И. Дискретные цепи Маркова. – М. : Гостехиздат. – 1949. – 434 с.

5. Коньков, Е.А. Применение меры Кульбака–Лейблера для оценивания моментов изменения статистических свойств двоичного Марковского процесса / Е.А. Коньков, О.А. Морозов, Е.А. Солдатов, В.Р. Фидельман // Радиотехника и электроника. – 2007. – Том 52. № 12. – С. 1458–1462.

6. Романовский, И.В. Дискретный анализ. СПб.: Невский диалект, БХВ-Санкт-Петербург. – 2003. – 320 с.

7. Панкратов, А.В. Идентификация модели двоичного Марковского процесса по выборке ограниченного объема / В.А. Баранов, М.Ю. Коньшев, А.В. Панкратов, С.В. Шинаков // Радиолокация, навигация, связь (RLNC): материалы международной науч. конференции. – Том 1. – Воронеж : Изд. ВГУ. 2012. С. 22–33.

8. Панкратов, А.В. Методика декодирования сверточных кодов в мультиплексных каналах связи / М. Ю. Коньшев, А.В. Панкратов, С.А. Просолупов // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2012. № 39 - 1. С. 23–31.