

УДК 519.31

*В.В. Котов, Н.А. Котова, В.А. Соколов***ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ С АКТИВНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ (ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ БЛОКОВ)**

*На основании схемы резервирования построена сеть Петри-Маркова, моделирующая процесс отказов-восстановлений в системе с переключением блоков. Получено выражение для расчета времени наработки до отказа системы.*

**Введение.** Активное резервирование является одной из схем обеспечения отказоустойчивости радиоэлектронной аппаратуры [1]. Активное резервирование предполагает, что за состоянием резервируемого элемента ведется постоянное наблюдение некоторым внешним, по отношению к элементу устройством. Параметры резервируемого элемента сравниваются с эталонными значениями, а при отклонении их от заданного уровня происходит переключение на резервный элемент.

**Структура системы.** Схема активного резервирования с переключениями приведена на рисунке. Структура системы с активным резервированием элемента может быть представлена в виде многосвязного графа. В текущий момент времени в вершину  $\alpha_n$  направлены дуги, ведущие из вершин  $\beta$  и  $\varepsilon$ , что моделирует связи активного элемента. Вершины с  $\alpha_1$  по  $\alpha_{n-1}$ , моделирующие неработоспособные элементы, заштрихованы. Вершины с  $\alpha_{n+1}$  по  $\alpha_N$  моделируют элементы, которые ждут своей очереди на подключение. Стрелками на рисунке показана последовательность подключения резервных элементов.

В этом случае к источнику входного сигнала  $\beta$  и нагрузке  $\varepsilon$  подключается только один резервируемый элемент  $\alpha_n$ , который на текущий момент времени является работоспособным и после подключения становится активным. При отказе подключенного элемента он отключается как от нагрузки, так и от источника входного сигнала (становится пассивным), и в схему включается (становится активным) следующий элемент. Без нарушения общности можно считать, что при подобной схеме резервирования последовательно подключаются элементы с первого по  $N$ -й. При этом если в процессе эксплуатации включенным в структуру оказывается  $n$ -й элемент, то элементы с первого по  $(n - 1)$ -й считаются неработоспособными.

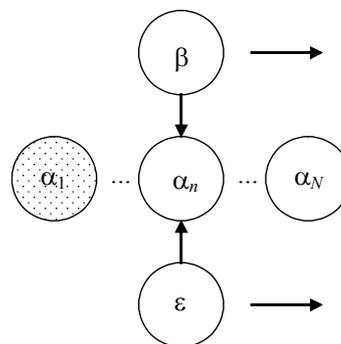


Схема активного резервирования

Реализация подобной логики работы требует существования дополнительного блока, который осуществляет текущий контроль за состоянием активного элемента, подключает к системе резервные элементы и отключает от нее отказавшие элементы. Указанный блок сам по себе может являться источником отказа как при выполнении функции контроля состояния резервируемого элемента, так и при выполнении функций подключения/отключения.

**Общая модель отказов/восстановлений.** Моделирование отказоустойчивости систем сводится к построению сети Петри-Маркова [2] (СПМ), являющейся моделью процесса отказов-переключений. Для получения зависимостей, связывающих показатели надежности отдельно взятых резервируемых элементов и системы, были сделаны следующие допущения:

отказ очередного элемента не изменяет интенсивности отказов каждого из имевшихся до структурных изменений элементов;

отказы каждого из элементов развиваются как параметрический процесс с наличием случайных факторов, приводящих к тому, что отказы элементов формируют простейший пуассоновский поток событий со стационарными параметрами или известными функциями времени;

одновременные отказы двух или нескольких параллельно подключенных элементов имеют

вероятность, на порядок меньшую, чем вероятность отказа каждого из них.

В простейшем случае резервирования переключением при отказах контролирующего блока система становится полностью неработоспособной. СПМ, моделирующая подобные ситуации, описывается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Pi = \{ \{ \{ a_1, c_1, d_1 \}, \dots, \{ a_n, c_n, d_n \}, \dots, \{ a_{N-1}, c_{N-1}, \\ d_{N-1} \}, \{ a_N, c_N \} \}, \{ \{ z_0 \}, \{ z_1, z_2 \}, \dots, \{ z_{2n-1}, z_{2n} \}, \dots, \\ \{ z_{2N-1}, z_{2N} \} \}, I_A(z_0) = O_A(z_{2N}) = \emptyset; I_A(z_1) = \{ a_1, c_1 \}, \\ \dots, I_A(z_{2n}) = \{ a_n, c_n \}, \dots, I_A(z_{2N-2}) = \{ a_{N-1}, c_{N-1} \}, \\ I_A(z_{2N}) = \{ \{ a_N, c_N \}, \{ d_1, \dots, d_n, \dots, d_{N-1} \}, O_A(z_0) = \\ = \{ a_1, c_1 \}, \dots, O_A(z_{2n-1}) = \{ a_n, c_n \}, \dots, O_A(z_{2N-1}) = \\ = \{ a_N, c_N \}, I_A(z_2) = \{ d_1 \}, \dots, I_A(z_{2n+1}) = \{ d_n \}, \\ \dots, I_A(z_{2N-1}) = \{ d_{N-1} \}, O_A(z_1) = \{ d_1 \}, \dots, O_A(z_{2n}) = \\ = \{ d_n \}, \dots, O_A(z_{2N-2}) = \{ d_{N-1} \} \}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\{ a_1, \dots, a_n, \dots, a_N \}$  - позиции, моделирующие отказы элементов;  $\{ c_1, \dots, c_n, \dots, c_N \}$  - позиции, моделирующие отказ контролирующего устройства;  $\{ d_1, \dots, d_n, \dots, d_{N-1} \}$  - псевдопозиции с плотностью распределения времени выполнения, описываемой  $\delta$ -функцией Дирака;  $z_0$  - стартовый переход, моделирующий начало эксплуатации системы;  $z_{2N}$  - поглощающий переход, моделирующий переключение системы в неработоспособное состояние;  $O_A(\dots)$ ,  $I_A(\dots)$  - соответственно входная и выходная функции переходов.

Логические условия выполнения полушагов из переходов  $z_{2n-1}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N - 1$ , имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Lambda(z_{2n-1}, d_n) = [ (a_n, z_{2n-1}) \wedge (c_n, z_{2n-1}) ] \vee \\ \vee [ (a_n, z_{2n-1}) \wedge (c_n, z_{2n-1}) ] \\ n = 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (2)$$

Математическим подобием перехода системы в неработоспособное состояние является помещение фишки в переход  $z_{2N}$ , которое происходит, если выполнены следующие логические условия:

$$\Lambda_{nc} = (d_1, z_{2N}) \vee \dots \vee (d_n, z_{2N}) \vee \dots \vee (d_{N-1}, z_{2N}) \vee (a_N, z_{2N}) \vee (c_N, z_{2N}), \quad (3)$$

где полушаги  $(d_1, z_{2N}), \dots, (d_n, z_{2N}), \dots, (d_{N-1}, z_{2N})$  моделируют отказ контролирующего устройства.

Вероятности выполнения полушагов  $(d_1, z_{2N}), \dots, (d_n, z_{2N}), \dots, (d_{N-1}, z_{2N})$  определяются путем анализа «соревнования» между деградациями, приводящими к отказам в элементах  $\alpha_1, \dots, \alpha_N$ , и отказом контролирующего устройства.

Указанные вероятности определяются по следующей зависимости:

$$p(t) = \frac{\lambda_c(t)}{\lambda_c(t) + \lambda_a(t)}, \quad (4)$$

где  $\lambda_a(t)$  - интенсивность отказов контролируемого элемента;  $\lambda_c(t)$  - интенсивность отказов контролирующего устройства.

Вследствие того, что отказы контролирующего устройства и очередного элемента составляют полную группу несовместных событий, вероятности выполнения полушагов  $(d_1, z_2), \dots, (d_n, z_{2n}), \dots, (d_{N-1}, z_{2N-2})$  определяются по зависимости

$$q(t) = 1 - p(t) = \frac{\lambda_a(t)}{\lambda_a(t) + \lambda_c(t)}. \quad (5)$$

Плотности распределения времени выполнения хотя бы одного полушага в переходы  $z_1, \dots, z_{2n-1}, \dots, z_{2N-1}$  определяются по зависимости (6), которая в данном случае принимает вид [3]:

$$f(t) = [\lambda_c(t) + \lambda_a(t)] \exp \left\{ - \int_0^t [\lambda_c(\tau) + \lambda_a(\tau)] d\tau \right\}. \quad (6)$$

Плотность распределения суммарного времени достижения поглощающего перехода из стартового определяется по зависимости:

$$\varphi(t) = \sum_{k=1}^N q(t)^{k-1} p(t) [f(t)]^{*k} + q(t)^N [f(t)]^{*N}, \quad (7)$$

где  $[f(t)]^{*k}$  -  $k$ -кратная свертка плотности распределения  $f(t)$ .

**Отказы системы при стационарных потоках отказов элементов.** Для случая стационарных параметров потока отказов элементов зависимости (4), (5) принимают вид:

$$p = \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \lambda_a}, \quad (8)$$

$$q = 1 - p = \frac{\lambda_a}{\lambda_a + \lambda_c}. \quad (9)$$

Плотности распределения времени выполнения хотя бы одного полушага в переходы  $z_1, \dots, z_{2n-1}, \dots, z_{2N-1}$  принимают вид:

$$f(t) = (\lambda_c + \lambda_a) \exp[-(\lambda_c + \lambda_a)t]. \quad (10)$$

Выражение для  $k$ -кратной свертки плотностей, входящих в (7), имеет вид закона Эрланга  $(k - 1)$ го порядка:

$$[f(t)]^{*k} = \frac{(\lambda_c + \lambda_a)[(\lambda_c + \lambda_a)t]^{k-1}}{(k-1)!} \exp[-(\lambda_c + \lambda_a)t]. \quad (11)$$

Математическое ожидание закона (11) определяется выражением:

$$T = \frac{k}{\lambda_c + \lambda_a}. \quad (12)$$

Плотность распределения суммарного времени достижения поглощающего перехода из стартового перехода определяется по зависимости:

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & (\lambda_c + \\ & + \lambda_a) \sum_{k=1}^N q^{k-1} p \frac{[(\lambda_c + \lambda_a)t]^{k-1} \exp[-(\lambda_c + \lambda_a)t]}{(k-1)!} + \\ & + (\lambda_c + \lambda_a) q^N \frac{[(\lambda_c + \lambda_a)t]^{N-1} \exp[-(\lambda_c + \lambda_a)t]}{(N-1)!}. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя в (13) значения вероятностей из (8), (9), получаем:

$$\varphi(t) = \exp[-(\lambda_c + \lambda_a)t] \left[ \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\lambda_a^{k-1} \lambda_c t^{k-1}}{(k-1)!} + \frac{\lambda_a^{N-1} (\lambda_c + \lambda_a) t^{N-1}}{(N-1)!} \right]. \quad (14)$$

Математическое ожидание  $T_p$  времени достижения поглощающего перехода из стартового, равное математическому ожиданию времени нахождения системы в работоспособном состоянии при активном резервировании, определяется по зависимости:

$$T_p = \frac{1}{\lambda_c + \lambda_a} \left[ \sum_{k=1}^{N-1} k q^{k-1} p + N q^{N-1} \right]. \quad (15)$$

Таким образом, СПМ позволяет получить достаточно простое выражение для времени наработки системы до отказа. Эффективность по-

добного способа резервирования определяется в сравнении полученной зависимости (15) со временем наработки до отказа единственного элемента, равного  $\lambda_a^{-1}$ .

**Заключение.** Подтверждена эффективность моделирования процесса отказов-восстановлений в системах с переключением с помощью сетей Петри-Маркова.

#### **Библиографический список**

1. Белецкий В.В. Теория и практические методы резервирования радиоэлектронной аппаратуры. - М.: Энергия, 1977. - 360 с.
2. Ларкин Е.В. Моделирование параллельных систем одного класса // Известия ТулГУ. Сер. Математика. Механика. Информатика. Т. 6. Вып. 3. Информатика. - Тула: ТулГУ, 2000. - С. 92 - 97.
3. Ларкин Е.В. К вопросу о расчете временных характеристик сетей Петри-Маркова // Известия ТулГУ. Сер. Вычислительная техника. Автоматика. Управление. Т. 1. Вып. 1. Вычислительная техника. - Тула: ТулГУ, 1997. - С. 68 - 75.

**Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 06-08-00387**