

УДК 621.391

*С.Н. Кириллов, А.С. Слесарев*

## АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ СЛОЖНЫХ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ НИЗКОМ ОТНОШЕНИИ СИГНАЛ-ШУМ

*Разработан алгоритм обнаружения сложных фазоманипулированных сигналов с периодической манипулирующей псевдослучайной последовательностью, использующий двухпороговую обработку взаимной корреляционной функции принятого и опорного сигналов, а также накопление взаимной корреляционной функции на нескольких периодах псевдослучайной последовательности. Разработанный алгоритм требует в 2..5 раз меньший объем дополнительной памяти для хранения накопленной взаимной корреляционной функции при незначительном (на 0,5..1 %) снижении вероятности правильного обнаружения.*

**Введение.** В настоящее время к спутниковым радиотехническим системам передачи информации (РСПИ) предъявляются все более жесткие требования по устойчивости функционирования в условиях низкого отношения сигнал-шум. Это может быть обусловлено как высоким уровнем шума естественного или искусственного происхождения, так и низким уровнем сигнала в результате ослабления на пути распространения от передатчика к приемнику. В связи с этим задача разработки алгоритма обнаружения сложных фазоманипулированных (ФМн) сигналов, чаще всего используемых в спутниковых РСПИ, при низком отношении сигнал-шум является весьма актуальной.

Одним из наиболее распространенных способов повышения вероятности правильного обнаружения сложных ФМн-сигналов с периодической манипулирующей псевдослучайной последовательностью (ПСП) при низком отношении сигнал-шум является использование накопления сигнала на временном интервале, превышающем период псевдослучайной последовательности [1]. Этот алгоритм имеет два существенных недостатка.

Во-первых, использование корреляционной обработки во временной области, что исключает применение быстрых алгоритмов цифровой обработки сигналов и вычисление взаимной корреляционной функции (ВКФ) принятого и опорного сигналов через произведение спектров этих сигналов.

Во-вторых, длительный период непрерывного накопления повышает вероятность того, что

на его протяжении произойдет скачок фазы ФМн-символов информационной последовательности, что приведет к уменьшению величины интегрального корреляционного отсчета.

Поэтому в [2] предложен алгоритм накопления на основе суммирования ВКФ, взятых по модулю. При этом каждая ВКФ принятого и опорного сигналов может быть получена с использованием быстрых алгоритмов цифровой обработки сигналов. Однако в [2] отсутствует теоретическое обоснование предложенного алгоритма обнаружения. Кроме того, суммирование ВКФ, получаемых последовательно после приема очередных временных блоков сигнала, приведет к увеличению требуемого объема памяти приблизительно на 30 %. Это диктуется необходимостью хранения, кроме промежуточных результатов вычисления каждой отдельной ВКФ, еще и суммы взятых по модулю ВКФ.

Цель работы – разработка алгоритма обнаружения сложных ФМн-сигналов спутниковых РСПИ при низком отношении сигнал-шум, использующего накопление с помощью суммирования модулей ВКФ и двухпороговую обработку, позволяющую существенно снизить требуемый объем памяти.

**Обоснование алгоритма обработки.** Оцифрованный принятый ФМн-сигнал спутниковой РСПИ можно представить в следующем виде:

$$s_r(t_k) = A_r C(t_k - \tau) \cos(\omega_r t_k + \varphi_r),$$

где  $A_r$  - амплитуда принимаемого сигнала,  $C(t_k - \tau)$  - ПСП с псевдозадержкой  $\tau$ ,  $\omega_r$  - промежуточная круговая частота принимаемого сигнала,  $\varphi_r$  - начальная фаза принимаемого сигнала,  $k$  - номер отсчета сигнала.

Квадратурный оцифрованный опорный сигнал представляет собой комплексную последовательность вида

$$s_s(t_k) = C(t_k) \cos(\omega_s t_k) + jC(t_k) \sin(\omega_s t_k),$$

где  $\omega_s$  - круговая частота опорного сигнала.

Алгоритм обнаружения сигнала основан на вычислении ВКФ через произведение спектров принимаемого и опорного сигналов. Для перевода сигналов из временной в частотную область и обратно может быть использован один из быстрых алгоритмов цифровой обработки сигналов, например быстрое преобразование Фурье (БПФ). Тогда ВКФ вычисляется в соответствии со следующим выражением:

$$z = \text{IFFT} \left[ \text{FFT} [s_r] \cdot \text{FFT}^* [s_s] \right],$$

где FFT - оператор БПФ, IFFT - оператор обратного БПФ, \* - оператор комплексного сопряжения.

Каждый отсчет  $z_i$  ВКФ смеси принимаемого сигнала с шумом и опорного сигнала представляется в виде:

$$z_i = \sqrt{\left( \sum_{k=1}^N (s_r(t_k) + n(t_k)) \text{Re} [s_s(t_{((k+i))})] \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^N (s_r(t_k) + n(t_k)) \text{Im} [s_s(t_{((k+i))})] \right)^2},$$

где  $N$  - количество отсчетов в обрабатываемых последовательностях,  $n(t_k)$  - отсчет принимаемого белого гауссовского шума в момент времени  $t_k$ , Re - оператор взятия действительной части числа, Im - оператор взятия мнимой части числа; двойные скобки в нижнем индексе означают, что вычисления производятся в арифметике по модулю  $N$ . Таким образом, каждый отсчет  $z_i$  ВКФ представляет собой случайную величину, полученную на основе выражения:

$$z_i = \sqrt{a_{1i}^2 + a_{2i}^2},$$

где  $a_{1i}$  и  $a_{2i}$  - случайные величины, которые при больших  $N$  в соответствии с центральной предельной теоремой имеют нормальное распределение.

С учетом низкого отношения сигнал-шум, а также считая отсчеты смеси входного сигнала с шумом  $s_r(t_k) + n(t_k)$  независимыми случайными

величинами, можно записать дисперсию  $\sigma_a^2$  случайных величин  $a_{1i}$  и  $a_{2i}$  в следующем виде:

$$\sigma_a^2 = N\sigma_n^2/2,$$

где  $\sigma_n^2$  - дисперсия шума  $n(t_k)$ .

Математические ожидания  $m_1$  и  $m_2$  случайных величин  $a_{1i}$  и  $a_{2i}$  определяются временным  $\tau$  и фазовым  $\varphi_r$  рассогласованием между принимаемым и опорным сигналами: при  $\tau = 0$  в общем случае  $m_1 \neq 0$ ,  $m_2 \neq 0$ , а при величине  $\tau$ , превышающей длительность элемента ПСП,  $m_1 = m_2 = 0$ .

Отсчет ВКФ, соответствующий  $\tau = 0$ , здесь будет условно назван пиком ВКФ. Этот отсчет представляет собой случайную величину, распределенную по закону Райса [3] и имеющую функцию плотности вероятности (ФПВ) вида

$$W_p(x) = (x/\sigma_a^2) \exp\left(-\left(x^2 + u^2\right)/2\sigma_a^2\right) I_0\left(xu/\sigma_a^2\right),$$

где  $I_0$  - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка,  $u = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ ,  $x \geq 0$ .

Отсчет ВКФ, который соответствует значению  $\tau$ , превышающему длительность элемента ПСП, является отсчетом бокового лепестка ВКФ и представляет собой случайную величину с релеевским законом распределения ( $m_1 = m_2 = 0$ ), ФПВ которой имеет следующий вид:

$$W_s(x) = (x/\sigma_a^2) \exp\left(-x^2/2\sigma_a^2\right),$$

где  $x \geq 0$ .

ФПВ  $W_{N_s}(x)$  максимума среди всех  $N_s$  отсчетов боковых лепестков ВКФ может быть получена с использованием генератора случайных чисел, распределенных по релеевскому закону с заданным параметром  $\sigma_a^2$ .

Вероятность того, что пик ВКФ превысит максимум среди всех  $N_s$  боковых лепестков ВКФ, вычисляется в соответствии с выражением:

$$p_{ex} = \int_{-\infty}^{\infty} W_{N_s}(x) \int_x^{\infty} W_p(y) dx dy.$$

При накоплении используется суммирование взятых по модулю ВКФ опорного сигнала и следующих один за другим блоков принимаемого сигнала. Поскольку ФПВ суммы двух независимых случайных величин есть свертка ФПВ этих величин, то, зная  $W_{N_s}(x)$  и  $W_p(x)$ , нетрудно получить ФПВ  $W_{\Sigma N_s}(x)$  и  $W_{\Sigma p}(x)$  для суммы любого количества ВКФ, взятых по абсо-

лютной величине. Тогда вероятность  $p_{\Sigma ex}$  того, что пик суммарной ВКФ превысит максимальный боковой лепесток суммарной ВКФ, определяется выражением

$$p_{\Sigma ex} = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\Sigma N_s}(x) \int_x^{\infty} W_{\Sigma p}(y) dx dy.$$

Предложенный двухпороговый алгоритм использует первый порог для обнаружения сигнала путем сравнения с ним максимального отсчета накопленной ВКФ, а второй – для отбрасывания отсчетов в каждой ВКФ перед суммированием с накопленной на предыдущих итерациях ВКФ. При этом для определенных значений второго порога отдельные боковые лепестки ВКФ (с ФПВ  $W_s(x)$ ) будут с меньшей, чем пиковый отсчет ВКФ (имеющий ФПВ  $W_p(x)$ ), вероятностью превышать величину второго порога. Такой эффект приведет, как будет показано далее, к существенному снижению количества отсчетов, которые требуется запоминать в процессе накопления.

Зная значение второго порога, нетрудно вычислить ФПВ  $W_{c N_s}(x)$  и  $W_{c p}(x)$  максимального бокового лепестка и пика ВКФ после отбрасывания отсчетов, не превысивших второй порог. Затем с помощью операции свертки необходимо получить ФПВ  $W_{c \Sigma N_s}(x)$  и  $W_{c \Sigma p}(x)$  суммарной ВКФ. После этого можно определить искомую вероятность  $p_{c \Sigma ex}$  того, что при использовании второго порога пик суммарной ВКФ превысит величину максимального бокового лепестка суммарной ВКФ:

$$p_{c \Sigma ex} = \int_{-\infty}^{\infty} W_{c \Sigma N_s}(x) \int_x^{\infty} W_{c \Sigma p}(y) dx dy.$$

Таким образом, предложенный алгоритм имеет вид

$$z_0 = \prod_{x_{t2}} \left( \sum_{i=1}^{N_{ac}} \prod_{x_{t1}} \left( \text{IFFT} \left[ \text{FFT} [s_{ri}] \cdot \text{FFT}^* [s_s] \right] \right) \right),$$

$$\prod_{x_{ti}}(s) = \begin{cases} s, & s > x_{ti} \\ 0, & s \leq x_{ti} \end{cases},$$

где  $x_{t1}$  - величина первого порога;  $x_{t2}$  - значение второго порога;  $s_{ri}$  - принятый на  $i$ -м периоде ПСП сигнал.

**Экспериментальные исследования.** С использованием приведенных выше формул были рассчитаны зависимости вероятности  $p_{\Sigma ex}$  (без использования второго порога) от количества  $N_{ac}$  интервалов накопления при различных значениях отношения сигнал-шум  $q$  по мощности.

При этом использовалась ПСП, состоящая из 1023 элементов. Графики полученных зависимостей представлены на рис. 1. Как следует из анализа зависимостей, представленных на рис. 1, количество  $N_{ac}$  интервалов накопления, требуемых для получения заданной вероятности  $p_{\Sigma ex}$ , увеличивается при уменьшении  $q$ .

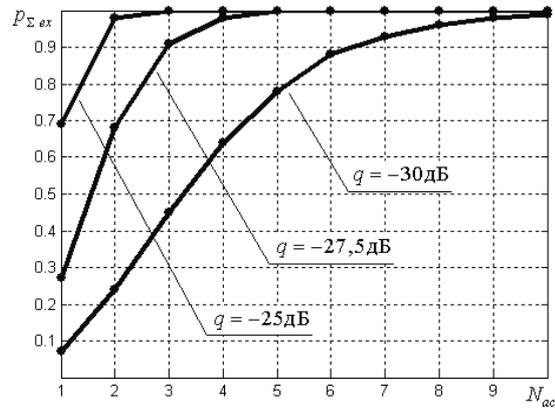


Рис. 1

На рис. 2 представлены графики зависимости вероятности  $p_{c \Sigma ex}$  от величины  $x_{t2}$  второго порога (выраженной в СКО  $\sigma_n$  шума) для различных значений отношения сигнал-шум  $q$  и количества  $N_{ac}$  интервалов накопления (тонкой линией). Там же отображены зависимости отношения  $N_M/N$  количества отсчетов ВКФ, которое требуется запомнить в процессе вычисления суммарной ВКФ, к длине ВКФ (толстая линия).

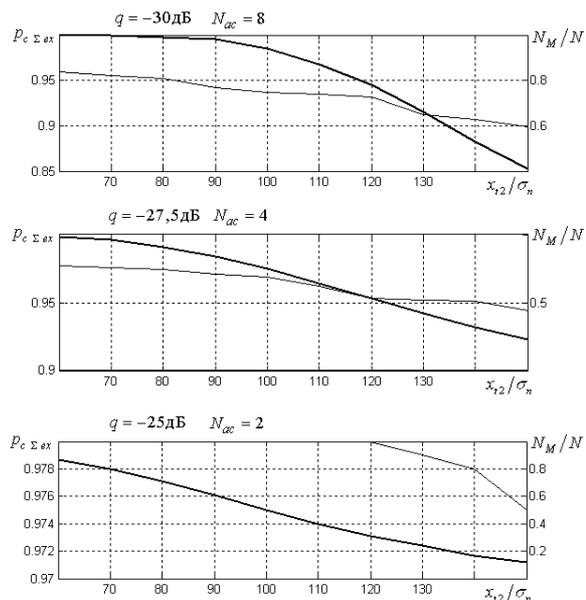


Рис. 2

Как следует из анализа зависимостей, представленных на рис. 2, чем выше  $q$ , тем больший выигрыш по количеству запоминаемых отсчетов может быть получен при одинаковом снижении  $p_{c \Sigma ex}$ . Так, при  $q = -27,5$  дБ получен выигрыш в 1,7 раза при снижении  $p_{c \Sigma ex}$  на 1 %, а при  $q = -25$  дБ – соответственно в 5 раз и на 0,5 %.

**Выводы.** Таким образом, предложенный алгоритм позволяет производить обнаружение спутникового сигнала при низком отношении сигнал-шум, при этом объем дополнительной памяти может быть уменьшен в несколько раз

при незначительном снижении вероятности  $p_{c \Sigma ex}$ .

#### **Библиографический список**

1. *Psiaki M.L.* Block Acquisition of Weak GPS Signals in a Software Receiver
2. *Przebinda V.* Advanced GPS signal acquisition
3. *Прокус Д.* Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.

УДК 681.513.3