УДК 51-74

## А.В. Корольков, В.А. Дамм, В.А Шалагинов РАЗДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТОВ ОБЩЕГО ФАЗОВОГО ДРОЖАНИЯ ЦИФРОВОГО СИГНАЛА ДАННЫХ

Предложен способ разделения случайного фазового дрожания и ограниченного некоррелированного фазового дрожания на основе вычисления автокорреляционной функции последовательности ошибок временных интервалов цифрового сигнала данных.

**Ключевые слова:** случайное фазовое дрожание, ограниченное некоррелированное фазовое дрожание, разделение компонентов, автокорреляционная функция, последовательность ошибок временных интервалов, подгонка «хвостов» гистограммы.

**Введение.** Переход к цифровым методам передачи и коммутации сигналов помимо преимуществ, обусловленных новыми технологиями связи, вызвал множество проблем, специфически связанных с принципами передачи сигналов в цифровом виде.

Применение новых стандартов высокоскоростной передачи данных накладывает более жесткие требования к достоверности принимаемого сигнала. В цифровых системах связи эта характеристика в значительной степени определяется общим фазовым дрожанием системы.

Фазовое дрожание является одной из основных проблем при проектировании устройств цифровой электроники, в частности, цифровых интерфейсов. Неточный расчет фазового дрожания может привести к его накоплению при прохождении цифрового сигнала по тракту и, в конечном счёте, к неработоспособности системы связи.

Фазовым дрожанием (ФД) называется отклонение показательных участков цифрового сигнала (например, фронтов) от своих идеальных положений во времени [1].

Классификация компонентов общего фазового дрожания представлена в [3, 4, 17].

При решении различных задач оценки характеристик цифровых систем передачи возникает необходимость разложить общее фазовое дрожание ТЈ на составляющие его компоненты и определить их параметры. Это можно осуществить на основе анализа данных, полученных при измерении ошибок временных интервалов TIE (Time Interval Error) общего фазового дрожания.

В настоящее время существуют следующие методы анализа данных фазового дрожания [4]:

1) прямой анализ функции распределения вероятностей / интегральной функции распреде-

ления значений фазовых отклонений сигнала;

2) последовательный временной анализ с передискретизацией;

3) последовательный временной анализ с субдискретизацией на особых фронтах сигнала (после устранения DDJ);

4) статистический анализ на времени между *n* фронтами сигнала;

5) анализ спектральной плотности на совокупности фазовых дрожаний.

Как показал анализ, существующие методы анализа данных фазового дрожания не позволяют разделить случайное фазовое дрожание RJ и ограниченное некоррелированное фазовое дрожание BUJ.

Таким образом, была сформулирована следующая задача: разработать способ, позволяющий разделить случайное фазовое дрожание RJ и ограниченное некоррелированное фазовое дрожание BUJ, вызванное наводками.

Разделение общего фазового дрожания ТЈ на компоненты. Так как общее фазовое дрожание ТЈ определяется как сумма всех его компонентов [4], то справедливо выражение:

$$\Delta t_{TJ}(i) = \Delta t_{DCD}(i) + \Delta t_{ISI}(i) + \Delta t_{PJ}(i) + + \Delta t_{RJ}(i) + \Delta t_{BUJ}(i).$$
(1)

Плотность распределения вероятностей общего фазового дрожания ТЈ будет определяться как свертка плотностей вероятностей всех его компонентов:

$$f_{TJ}(t) = f_{DCD}(t) \otimes f_{ISI}(t) \otimes f_{PJ}(t) \otimes \\ \otimes f_{RJ}(t) \otimes f_{BUJ}(t).$$
(2)

В общем виде методику разделения компонентов общего фазового дрожания цифрового

сигнала данных можно представить в виде блоксхемы, изображенной на рисунке 1.



## Рисунок 1 – Методика разделения компонентов общего ФД

Способы отделения межсимвольной интерференции ISI и ФД, вызванного искажением коэффициента заполнения импульсной последовательности DCD, от общего фазового дрожания TJ, а также определения их параметров известны и описаны, например, в [5–7].

Для отделения периодичного ФД от смеси RJ + BUJ широко используются спектральные методы, основанные на дискретном преобразовании Фурье (ДПФ). Методы выделения и определения параметров РЈ известны и описаны, например, в [4, 8–10].

Для применения спектрального метода выделения РЈ из последовательности ТІЕ необходимо произвести заполнение пропущенных значений последовательности TIE, так как выполнить операцию ДПФ для последовательности с пропущенными значениями не представляется возможным. Пропущенные значения TIE восстанавливаются либо путем интерполяции по ближайшим известным [4, 8, 11], либо другим способом, например, описанным в [17], и помечаются как «интерполированные». После выделения периодического фазового дрожания РЈ «интерполированные» значения последовательности ТІЕ отбрасываются (заменяются на пустые значения) и не участвуют в анализе случайного фазового дрожания RJ и ограниченного некоррелированного фазового дрожания BUJ.

Разделение случайного фазового дрожания RJ и ограниченного некоррелированного фазового дрожания BUJ. Разделение RJ и BUJ может быть основано на различии такой статистической характеристики данных компонентов общего ФД, как автокорреляционная функция (АКФ). В [12] приведена математическая модель определения автокорреляционной функции и спектральной плотности мощности ограниченного некоррелированного фазового дрожания.

Как показано в [12], для случая, когда сигналы во влияющих и подверженных влиянию цепях сформированы независимыми двоичными источниками без памяти с одинаковой вероятностью появления логических нулей и единиц, а также при наличии *D* независимых влияющих цепей, АКФ BUJ описывается следующим выражением:

$$k_{BUJ}(n) = \begin{cases} 0, 5 \cdot \sum_{d=1}^{D} \Delta_d^2, & n = 0\\ 0, 25 \cdot \sum_{d=1}^{D} \Delta_d^2, & n = 1\\ 0, & n \ge 2, \end{cases}$$
(3)

где  $\Delta_d$  – изменение положения фронта/спада передаваемого импульса из-за наводок с d-й влияющей цепи, D – количество влияющих цепей.

График АКФ ограниченного некоррелированного фазового дрожания BUJ представлен на рисунке 2.



Рисунок 2 – Функция автокорреляции BUJ

Так как основным источником случайного фазового дрожания RJ является тепловой шум, то АКФ RJ будет описываться выражением:

$$k_{RJ}(n) = \begin{cases} \sigma_{RJ}^2, & n = 0\\ 0, & n \ge 1, \end{cases}$$
(4)

где  $\sigma_{RJ}$  – среднеквадратическое отклонение (СКО) значений случайного фазового дрожания.

Так как случайное фазовое дрожание RJ и ограниченное некоррелированное фазовое дро-

жание BUJ являются независимыми, то функция автокорреляции их суммы будет определяться как сумма их функций автокорреляции [13]:

$$k_{BUJ+RJ}(n) = k_{BUJ}(n) + k_{RJ}(n),$$
 (5)

$$k_{BUJ+RJ}(n) = \begin{cases} \sigma_{RJ}^{2} + 0.5 \cdot \sum_{d=1}^{D} \Delta_{d}^{2}, & n = 0\\ 0.25 \cdot \sum_{d=1}^{D} \Delta_{d}^{2}, & n = 1\\ 0, & n \ge 2. \end{cases}$$
(6)

Определим  $k_{BUJ+RJ}(0)$  в выражении (6) через  $k_{BUJ+RJ}(1)$ :

$$k_{BUJ+RJ}(0) = 2 \cdot k_{BUJ+RJ}(1) + \sigma_{RJ}^2.$$
(7)

Отсюда получаем

$$\sigma_{RJ} = \sqrt{k_{BUJ+RJ}(0) - 2 \cdot k_{BUJ+RJ}(1)}.$$
 (8)

Таким образом, на основе известной АКФ смеси случайного фазового дрожания RJ и ограниченного некоррелированного фазового дрожания BUJ можно на основании выражения (8) оценить значение среднеквадратического отклонения  $RJ_{RMS} = \sigma_{RJ}$  случайной составляющей общего фазового дрожания.

Для случая, когда все значения анализируемой последовательности ошибок временных интервалов ТІЕ известны, оценка функции автокорреляции вычисляется по выражению:

$$k_{BUJ+RJ}(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=0}^{N-n-1} \left( TIE(i) - \overline{TIE} \right) \cdot \left( TIE(i+n) - \overline{TIE} \right), \\ n = 0, 1, 2 \dots n_{\max},$$
(9)

где  $n_{\text{max}} << N$  — максимальный сдвиг, на который оценивается автокорреляционная функция,  $\overline{TIE}$  — среднее значение последовательности ошибок временных интервалов:

$$\overline{TIE} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} TIE(i).$$
(10)

Однако при вычислении функции автокорреляции последовательности ошибок временных интервалов необходимо учитывать только известные значения, не помеченные как «интерполированные».

В случае если известны не все значения последовательности ошибок временных интервалов, выражения (9), (10) примут вид:

$$k_{BUJ+RJ}(n) = \frac{1}{K_n} \sum_{i=0}^{N-n-1} \left( TIE(i) - \overline{TIE} \right).$$
$$\left( TIE(i+n) - \overline{TIE} \right) \bigg|_{TIE(i) \neq NaN} , \qquad (11)$$
$$TIE(i+n) \neq NaN$$

где

$$\overline{TIE} = \frac{1}{K_0} \sum_{i=0}^{N-1} TIE(i) \Big|_{TIE(i) \neq NaN}, \qquad (12)$$

где  $K_n$  – количество пар значений последовательности ошибок временных интервалов, сдвинутых относительно друг друга на *n* тактов, при условии, что эти значения являются известными; *NaN* (*Not-a-Number*) – неизвестное (пропущенное) значение последовательности TIE.

После оценки среднеквадратического отклонения  $\sigma_{RJ}$  случайного фазового дрожания RJ можно оценить размах значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания с помощью метода подгонки «хвостов» гистограммы значений последовательности ошибок временных интервалов [4, 14–16].

Сущность данного метода состоит в оценке размаха значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания при известном значении среднеквадратического отклонения  $\sigma_{RJ}$  случайного фазового дрожания путем подбора соответствующих значений математических ожиданий  $\mu^+$  и  $\mu^-$  нормальных распределений, описывающих «хвосты» гистограммы последовательности TIE, содержащей значения, описывающие RJ и BUJ (рисунок 3).



Рисунок 3 – Метод подгонки «хвостов» гистограммы

В этом случае размах значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания определяется согласно выражению:

$$BUJ_{p-p} = \mu^+ - \mu^-.$$
(13)

Таким образом, способ разделения случайного фазового дрожания RJ и ограниченного некоррелированного фазового дрожания BUJ можно представить в виде блок-схемы, изображенной на рисунке 4.



Рисунок 4 – Блок-схема способа разделения RJ и BUJ и определения их параметров

Результаты моделирования. Для доказательства работоспособности, а также оценки точности предложенного способа было проведено имитационное моделирование в среде технических расчетов MatLab. В качестве исходных ланных использовалась последовательность ошибок временных интервалов, описывающая смесь случайного и ограниченного некоррелированного фазового дрожания. При этом случайное фазовое дрожание моделировалось как случайная последовательность с нормальным законом распределения, а ограниченное некоррелированное фазовое дрожание моделировалось на основе алгоритма, представленного в [2].

В качестве показателей, по которым проводилась оценка точности предлагаемого способа, выступали средняя относительная ошибка оценки размаха значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания:

$$e_{BUJ} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\left| BUJ_{p-p}^{\text{HCX}} - BUJ_{p-p}^{i} \right|}{BUJ_{p-p}^{\text{HCX}}} \cdot 100\%, \quad (14)$$

и средняя относительная ошибка оценки среднеквадратического отклонения случайного фазового дрожания:

$$e_{RJ} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\left|\sigma_{RJ}^{\text{ucx}} - \sigma_{RJ}^{i}\right|}{\sigma_{RJ}^{\text{ucx}}} \cdot 100\%, \qquad (15)$$

где n – количество проведенных опытов;  $BUJ_{p-p}^{\text{исх}}$  – исходное значение размаха значений BUJ;  $BUJ_{p-p}^{i}$  – размах значений BUJ, полученный в ходе *i*-го опыта;  $\sigma_{RJ}^{\text{исх}}$  – исходное значение СКО RJ;  $\sigma_{RJ}^{i}$  – значение СКО RJ, полученное в ходе *i*-го опыта.

На рисунке 5 представлены зависимости средних ошибок, полученных по выражениям (14) и (15) в ходе имитационного моделирования при длине выборки  $N = 2^{14}$ , количестве опытов для каждой точки n = 50 при различных значениях  $h^2$ :

$$h^2 = 10 \log\left(\frac{P_{BUJ}}{P_{RJ}}\right),\tag{16}$$

где  $P_{BUJ}$  – мощность ограниченного некоррелированного фазового дрожания;  $P_{RJ}$  – мощность случайного фазового дрожания.



Рисунок 5 – Результаты имитационного моделирования

Как видно из рисунка 5, средняя относительная ошибка оценки размаха значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания уменьшается при увеличении его мощности относительно мощности случайного фазового дрожания и составляет менее 15 % при  $h^2 > -3$  дБ. В свою очередь, средняя относительная ошибка оценки СКО случайного фазового дрожания с ростом мощности ВUJ увеличивается и составляет менее 15 % при  $h^2 < 10$  дБ.

Выводы. Таким образом, на основе выражения для автокорреляционных функций RJ и BUJ с помощью метода подгонки «хвостов» гистограммы значений последовательности ошибок временных интервалов TIE был разработан способ, позволяющий оценить среднеквадратическое значение случайного фазового дрожания  $RJ_{RMS}$ , а также размах значений ограниченного некоррелированного фазового дрожания  $BUJ_{p-p}$ . Путем имитационного моделирования была доказана его работоспособность и оценена точность.

Разложение общего фазового дрожания на компоненты является важной задачей, решение которой может быть необходимо при анализе работоспособности, оценке надежности и поиске неисправностей исследуемой цифровой системы.

## Библиографический список

1. Рекомендация МСЭ-Т О.172.

2. Andy Kuo, Roberto Rosales, Touraj Farahmand, Sassan Tabatabaei. Andre Ivanov. Crosstalk Bounded Uncorrelated Jitter (BUJ) for High-Speed Interconnects – «IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement», vol.54, no. 5, pp. 1800-1810, Oct. 2005.

3. Comparison of Different Jitter Analysis Technigues With a Precision Jitter Transmitter, Agilent Technologies Application Note 5989-3205EN, www.agilent.com.

4. Fiber Channel—Methodologies for Jitter and Signal Quality Specification, 2003. National Committee for Information Technology Standardization (NCITS), working draft for Rev 10. Washington, DC.

5. US Patent № US 7203610 B2. System and method of obtaining data- dependent jitter (DDJ)

estimates from mtasured signal data / S. Tabatabaei, M. Ben-Zeev, P.F. Miller. Apr. 10, 2007.

6. US Patent № US 7248982 B1. Finding data dependent jitter with a DDJ calculator configured by regression / S.D. Draving, A. Montijo. Jul. 24, 2007.

7. US Patent № US 7388937 B1. Systems and methods for jitter analysis of digital signals / K.L. Rodger, K.W. Ferguson, K. Chun Yeung Hung, J. Paul James Benson, A.S. Wright. Jun. 17, 2008.

8. US Patent № US 6898535 B2. Method and apparatus for decomposing signal jitter using multiple acquisitions / Steven D. Draving. May 24, 2005.

9. US Patent № US 7251572 B1. Finding random jitter in an arbitrary non-repeating data signal / Steven D. Draving, Allen Montijo. Jul. 31, 2007.

10. US Patent № US 6853933 B2. Method of identifying spectral impulses for RJ DJ separation / Kan Tan, Mark L. Guenther. Feb. 8, 2005.

11. US Patent № US 6356850 B1. Method and apparatus for jitter analysis / J.B. Wilstrup, D.M. Petrich. Mar. 12, 2002.

12. Шалагинов В.А. Математическая модель определения характеристик ограниченного некоррелированного джиттера, вызванного наводками // Телекоммуникации. – 2008. – № 10. С. 13–19.

13. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Издательство "Наука", 1969. – 576 с.

14. *M.P. Li et al.* A New Method For Jitter Decomposition Through Its Tail Fitting – IEEE Proceeding of the International Conference on Computer Design, pp. 788–794, Sept. 1999.

15. US Patent № US 6298315 B1. Method and apparatus for analyzing measurements / P. Li, R.A. Jessen, J.B.Wilstrup, D. Petrich. Oct. 2, 2001.

16. US Patent № US 7149638 B2. Separation of random and deterministic components of jitter / R.W. Stephens. Dec. 12, 2006.

17. Дамм В.А., Шалагинов В.А., Елиферевский В.В., Кутузов А.В. Восстановление пропущенных значений ошибок временных интервалов при разделении компонентов общего фазового дрожания цифрового сигнала // Вестник РГРТУ, № 4 (выпуск 26), 2008. С. 10–18.